

C²-Kontinuierliche, posentreue Trajektorieninterpolation mittels Verschleifen und optimierten Kontrollpunkten

C²-Continuous True Pose Trajectory Interpolation using Polynomial Blends and Optimized Control Points

Jan Wiartalla*, Jonathan Wirth, Burkhard Corves, Mathias Hüsing

RWTH Aachen University, Institut für Getriebetechnik, Maschinendynamik und Robotik, Eilfschornsteinstraße 18, 52062 Aachen, Deutschland

{[wiartalla](mailto:wiartalla@igmr.rwth-aachen.de), [corves](mailto:corves@igmr.rwth-aachen.de), [huesing](mailto:huesing@igmr.rwth-aachen.de)}@igmr.rwth-aachen.de, jonathan.wirth1@rwth-aachen.de

Kurzfassung

Der PARAGRIP-Roboter ist ein innovatives Bauteilhandhabungssystem, das am Institut für Getriebetechnik, Maschinendynamik und Robotik (IGMR) entwickelt wurde [1]. Er basiert auf einer modularen parallelkinematischen Struktur, die es ermöglicht, mehrere unabhängig steuerbare Roboterarme zu kombinieren. Die Arme können über eine intelligente Steuerung zusammenarbeiten, um Objekte flexibel zu greifen und zu bewegen. Das gegriffene Objekt kann in allen sechs räumlichen Freiheitsgraden bewegt werden. Aufgrund seines modularen Aufbaus kann der PARAGRIP durch Rekonfiguration aufgabenspezifisch an unterschiedliche Formen und Größen von Bauteilen angepasst werden. Wie von Nefzi et al. [2] beschrieben, sind drei Arme notwendig, um ein Objekt eindeutig im Raum zu positionieren. Weitere Arme des PARAGRIPs können z. B. für das Umgreifen von Objekten oder das aktive Verformen nachgiebiger Bauteile verwendet werden. Dies ermöglicht bei optimaler Auslegung eine hohe Objektbeweglichkeit ohne rotatorische Einschränkungen. Dadurch eignet sich der PARAGRIP besonders für Anwendungen in der Montage und der multidirektionalen additiven Fertigung mit reiner Objektmanipulation [3].

Die Verwendung von dualen Quaternionen (DQ) zur Darstellung der räumlichen Pose eines Handhabungsobjekts bietet dabei mehrere entscheidende Vorteile gegenüber herkömmlichen Methoden. Erstens ermöglicht sie eine kompakte und effiziente Repräsentation von sowohl Position als auch Orientierung in einem einzigen mathematischen Objekt. Dies reduziert die Notwendigkeit, zwischen verschiedenen Darstellungen wie bspw. Eulerwinkeln, Rotationsmatrizen und Quaternionen zu wechseln, wodurch Berechnungen vereinfacht und beschleunigt werden. Zweitens eliminieren DQ Probleme wie Singularitäten und Gimbal Lock, die häufig bei anderen Repräsentationen auftreten. Dadurch wird eine eindeutige Transformation zwischen räumlichen Posen ermöglicht, was besonders in den dynamischen Anwendungen der Robotik von Bedeutung ist.

Duale Quaternionen sind eine erweiterte Form der Quaternionen, die sowohl Rotation als auch Translation in einem einzigen mathematischen Objekt kombinieren. Sie bestehen aus zwei Quaternionen: einem Realteil und einem Dualteil, der mit der dualen Einheit ε multipliziert wird. Es gilt $\varepsilon \neq 0$ und $\varepsilon^2 = 0$. [4] Während der Realteil dem Quaternion der Orientierung entspricht, enthält der Dualteil Informationen zum translatorischen Teil der Pose. Diese Struktur ermöglicht es, sowohl räumliche Transformationen als auch Interpolationen effizient darzustellen. Kenwright [5] gibt eine hilfreiche Zusammenfassung grundlegender Methoden zur Interpolation von DQ. Das *Dual Quaternion Linear Blending* (DLB) stellt dabei die einfachste Möglichkeit der linearen Interpolation zwischen zwei DQ dar. Jedoch resultiert das DLB nicht in konstanten translatorischen bzw. rotatorischen Geschwindigkeiten und Beschleunigungen, wodurch das DLB in der Robotik nicht sinnvoll anzuwenden ist. Die *Screw Linear Interpolation* (ScLERP) ist eine Verallgemeinerung des von Shoemake vorgestellten SLERP-Algorithmus [6]. Der ScLERP interpoliert linear mit konstanter translatorischer und rotatorischer Geschwindigkeit über die Schraubenbewegung der Posendifferenz. Bei Mehrpunkt-Trajektorien wird jedoch die C²-Kontinuitätsanforderung von realen Roboteranwendungen nicht erfüllt. Eine weitere Möglichkeit, die die Interpolation von Translation und Orientierung entkoppelt, und LERP bzw. SLERP separat auf Translation bzw. Orientierung anwendet, wird SEP(LERP) genannt [5]. Punkt-zu-Punkt-Bewegungen (PTP) profitieren besonders von der daraus resultierenden linearen Positionsinterpolation im Vergleich zur Schraubenbahn des ScLERP. Sowohl ScLERP als auch SEP(LERP) ermöglichen jedoch keine kontinuierliche Interpolation von Multi-PTP-Trajektorien.

Da eine direkte Interpolation von DQ für die Posenbeschreibung eines Handhabungsobjekts, wie oben beschrieben, zu schraubenförmigen und damit im kartesischen Raum unvorhersehbaren Bewegungen führt, wird für den Anwendungsfall der robotischen Handhabung im Kontext der multidirektionalen additiven Fertigung mit reiner Objektmanipulation das Konzept der entkoppelten Interpolation, ähnlich des SEP(LERP) verfolgt.

Temminghoff präsentiert in [7] einen Algorithmus zum C²-stetigen Interpolieren räumlicher Posen auf Basis von DQ. Der *Dual Quaternion Quintic Blend*-Algorithmus (DQQB) nutzt die entkoppelte Interpolation von Position und Orientierung und bietet die Möglichkeit zur Definition unterschiedlicher Geschwindigkeitsprofile. Ausgehend von einer beliebigen

Kombination linearer oder zirkulärer Bewegungssegmente mit dem Ziel einer definierten konstanten translatorischen Geschwindigkeit werden diese an den Übergangspunkten miteinander verschliffen. Auf der Translationsebene geschieht dies über quintische Polynome. Für die Interpolation der Orientierung wird der von Wittmann in [8] vorgestellte *Spherical Cubic Blend*-Algorithmus (SCB) durch kubische Polynome erweitert.

Um die Vorteile der C^2 -stetigen DQ-Interpolation auch im Kontext der additiven Fertigung zu nutzen, ist eine Erweiterung der DQQB-Methodik notwendig, damit die angegebenen Stützpunkte der Trajektorie exakt durchfahren und nicht verschliffen werden. **Abbildung 1** veranschaulicht das dafür umgesetzte Verfahren der iterativen Anpassung der Kontrollpunkte an einem vereinfachten Beispiel der Positionsinterpolation mittels kubischer Polynome.

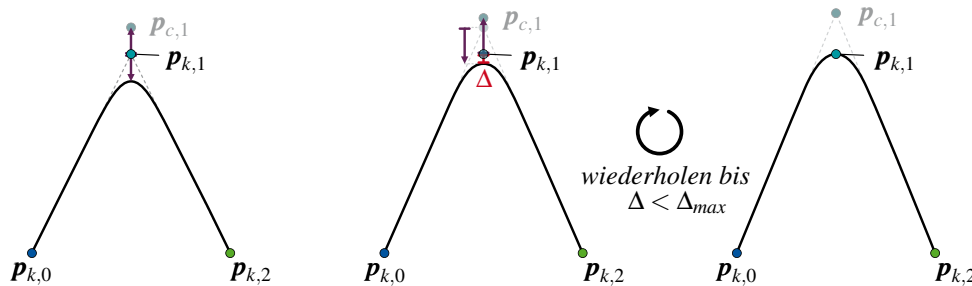


Bild 1 Iterative Anpassung der Polynom-Stützpunkte zum Minimieren der Posenabweichung

Die Punkte $p_{k,i}$ sind dabei die zur Interpolation vorgegebenen Stützpunkte. Mit dem ursprünglichen DQQB-Algorithmus wird dabei der mittlere Stützpunkt $p_{k,1}$ nicht exakt durchfahren, sondern der Pfad vor Erreichen der Position verschliffen. Durch das iterative Verschieben eines neuen virtuellen Kontrollpunktes $p_{c,1}$ kann das Polynom jedoch so manipuliert werden, dass der resultierende Pfad den gewünschten Punkt $p_{k,1}$ innerhalb einer vorgegebenen Toleranz Δ_{max} erreicht.

Die in diesem Beitrag vorgestellte Methode ermöglicht zwar die posentreue Interpolation von Posen in DQ-Darstellung, jedoch kann dabei keine Pfadtreue mehr garantiert werden. Zukünftige Arbeiten sollen daher die tatsächliche Eignung der entwickelten C^2 -stetigen Interpolationsmethodik mit Posentreue explizit im Kontext der additiven Fertigung u.a. in Bezug auf deren Pfadtreue und Geschwindigkeiten hin analysieren und ggf. entsprechend erweitern.

Danksagung: Ein Teil der vorgestellten Arbeit wurde von der Deutschen Forschungsgesellschaft im Rahmen des Forschungsprojekts "FunkDAF - Funktional determinierte additive Fertigung" [Projektnummer 513808244] gefördert.

Literatur

- [1] Riedel, M.: *Flexible Bauteilhandhabung auf Basis einer rekonfigurierbaren parallelkinematischen Struktur*. Aachen: Shaker, 2014. ISBN: 978-3-8440-2534-7
- [2] Nefzi, M.; Riedel, M.; Corves, B.: *Development and Design of a Multi-Fingered Gripper for Dexterous Manipulation*. In: IFAC Proceedings, Vol. 39, 2006, pp.133-138. doi:10.3182/20060912-3-DE-2911.00026
- [3] Parmar, K., Oster, L., Mann, S., Sharma, R., Reisgen, U., Schmitz, M., Nowicki, T., Wiartalla, J., Hüsing, M., Corves, B.: *Development of a Multidirectional Wire Arc Additive Manufacturing (WAAM) Process with Pure Object Manipulation: Process Introduction and First Prototypes*. In: Journal of Manufacturing and Material Processing, 2021. doi:10.3390/jmmp5040134
- [4] Clifford, W.: *Preliminary Sketch of Biquaternions*. In: Proceedings of the London Mathematical Society, Vol. s1-4, 1873, pp. 381-395. doi:10.1112/plms/s1-4.1.381
- [5] Kenwright, B.: *Dual-Quaternion Interpolation*. 2023. doi:10.48550/arXiv.2303.13395
- [6] Shoemake, K.: *Animating rotation with quaternion curves*. In: Proceedings of the 12th annual conference on Computer graphics and interactive techniques, 1985, pp. 245-254. doi:10.1145/325334.325242
- [7] Temminghoff, J.; Huptych, M.; Wiartalla, J.; Schmitz, M.; Corves, B.; Hüsing, M.: *Dual Quaternion Quintic Blends: C2-Continuous, Time-Optimized Interpolation with Unit Dual Quaternion Pose Representation*. In: Lenarcic, J., Husty, M.: Advances in Robot Kinematics (2024), Springer Proceedings in Advanced Robotics, Vol 31. Springer, Cham. pp. 269-277. doi:10.1007/978-3-031-64057-5_31
- [8] Wittmann, J.; Cha, L.; Kappertz, M.; Seiwald, P.; Rixen, D.J.: *Spherical Cubic Blends: C2-Continuous, Zero-Clamped, and Time-Optimized Interpolation of Quaternions*. In: IEEE International Conference on Robotics and Automation (2023), pp. 8097-8103. doi:10.1109/ICRA48891.2023.10161346

In: 11. IFToMM D-A-CH Konferenz 2025

Dieser Text wird via DuEPublico, dem Dokumenten- und Publikationsserver der Universität Duisburg-Essen, zur Verfügung gestellt. Die hier veröffentlichte Version der E-Publikation kann von einer eventuell ebenfalls veröffentlichten Verlagsversion abweichen.

DOI: 10.17185/duepublico/82927

URN: urn:nbn:de:hbz:465-20250219-134225-3



Dieses Werk kann unter einer Creative Commons Namensnennung - Weitergabe unter gleichen Bedingungen 4.0 Lizenz (CC BY-SA 4.0) genutzt werden.