Bilder

aus der

Entwickelung der reinen und angewandten Mathematik
während des neunzehnten Jahrhunderts
mit besonderer Berücksichtigung des Einflusses
von Carl Friedrich Gauss.

Festrede

bei der

auf Allerhöchsten Wunsch aus Anlass der Jahrhundertwende

veranstalteten

akademischen Feier

der

Königlichen Technischen Hochschule

zu

AACHEN.

Gehalten am 11. Januar 1900 in der Aula

vom Rektor

Professor Dr. H. v. Mangoldt.

La Ruelle'sche Accidenzdruckerei (Jos. Deterre), Aachen.

Hochansehnliche Versammlung!

Froh und hoffnungsvoll gehen wir einem neuen Jahrhundert entgegen. Jubelnd blicken wir an seiner Schwelle auf die unvergleichliche Entwickelung zurück, die gerade unser Volk im Lauf des verflossenen Jahrhunderts genommen hat, erfreuen uns der Macht und Grösse unseres neu geeinten Vaterlandes und geniessen dankbar die Segnungen des Friedens, welchen eben diese Macht uns nun schon drei Jahrzehnte erhalten hat und dessen Erhaltung gerade sie unter der weisen Leitung Sr. Majestät unseres erhabenen Kaisers uns auch künftig verbürgt.

Auf Schritt und Tritt begegnen wir blühenden, wohl gepflegten Gefilden oder mächtig aufstrebenden Städten mit einem Verkehr, den selbst die gewaltigen Hilfsmittel der Neuzeit kaum mehr zu bewältigen vermögen. Ueberall finden wir emsige, planmässig schaffende Thätigkeit und einen Wettstreit sich überbietender Leistungen. Jahr für Jahr sehen wir neue Wunderwerke der Technik und der Architektur erstehen. Immer wieder haben wir Gelegenheit, uns an neuen Errungenschaften der Wissenschaft zu erfreuen, und fortgesetzt finden wir unser Leben durch neue Einrichtungen oder Erfindungen, sowie durch neue Darbietungen auf den Gebieten der Litteratur und der Kunst bereichert und verschönt.

Gewiss ist neben all diesem Licht auch mancher Schatten vorhanden. Aber trotzdem dürfen wir kühnlich behaupten, dass unsere Zustände den Vergleich mit denen irgend welcher früheren Zeiten oder anderen Völker nicht zu scheuen brauchen und auf durchaus gesunder Grundlage ruhen. Eben diese Gewissheit ist es, die uns so hoffnungsvoll in die Zukunft blicken lässt.

Welch anderes Bild tritt uns vor Augen, wenn wir der Zeit vor 100 Jahren gedenken! Das ganze linke Rheinufer, und mit ihm natürlich auch unsere Stadt, in französischer Gewalt; der Staat *Friedrichs des Grossen* zwar für die westlich des Rheins erlittenen Verluste durch Gebietserweiterungen im Osten formell entschädigt und scheinbar noch im alten Glanze, aber infolge der Untüchtigkeit und des Dünkels der führenden Stände innerlich vermorscht und den drohenden Stürmen nicht mehr gewachsen; das übrige Deutschland zersplittert, zerrissen und grossenteils zum Bündnis mit dem Feinde geneigt; und jenseits des Rheins schon der Corse an der Spitze der Gewalt, der unserm Vaterlande die schwerste Erniedrigung bereiten sollte!

Aber neben den drohend sich zusammenziehenden Wolken und zu einer Zeit, als das Verderben selbst noch nicht hereingebrochen war, vermögen wir Nachgeborenen bereits die dem damaligen Geschlecht noch tief verborgenen Keime einer künftigen freudigeren Entwickelung zu erkennen: Schon war der grosse Kaiser geboren, dem es dereinst beschieden sein sollte, des deutschen Reiches Herrlichkeit wieder aufzurichten, und das Jahr 1800 gab dem grossen Strategen Feldmarschall *Moltke* das Leben, der Preussens und Deutschlands Heere von Sieg zu Sieg geführt hat.

Kaum minder bedeutsam wie diese Ereignisse für die künftige politische Gestaltung unseres Vaterlandes war für dessen wissenschaftliche und technische Entwickelung ein anderer, zunächst ebenfalls ganz unscheinbarer Vorgang, der sich um dieselbe Zeit an der kleinen Braunschweigischen Landes-Universität Helmstedt abspielte: Durch eine dort eingereichte Dissertation erwarb *Carl Friedrich Gauss* im Jahre 1799 die Würde eines Doktors der Philosophie, und damit trat der Mann zum ersten Male an die Oeffentlichkeit, dessen Entdeckungen und Ideen auf die Fortschritte der exakten Wissenschaften von so mächtigem Einfluss wie die keines andern gewesen sind.

An einem Tage wie dem heutigen geziemt gerade uns an einer technischen Hochschule wohl eine Betrachtung darüber, wie das soeben dahingeschiedene Jahrhundert mit dem köstlichen Pfunde gewuchert hat, welches ihm ein gütiges Geschick durch das Dasein und Wirken dieses Mannes in den Schoss geworfen hatte.

Aber so gewaltig ist der Einfluss des *Gauss*'schen Genius gewesen und auf so viele verschiedene Gebiete hat er sich erstreckt, dass an eine erschöpfende Würdigung der von ihm ausgegangenen Anregungen und ihres Einflusses auf die wissenschaftliche Arbeit des Jahrhunderts in dem engen Rahmen einer Festrede gar nicht gedacht werden kann. Es bleibt nur übrig, aus der Fülle des vorliegenden Stoffes einzelne Bilder herauszugreifen und vieles Andere nicht minder Wichtige ganz mit Stillschweigen zu übergehen.

Die Dissertation von *Gauss* erbrachte den ersten vollgültigen Beweis des Satzes, dass jede algebraische Gleichung mit einer Unbekannten wenigstens eine reelle oder imaginäre Wurzel habe.

Gegenwärtig wird dieser Satz ganz allgemein als der Fundamentalsatz der Algebra bezeichnet. Schon dieser Name deutet den ungeheuern Fortschritt an, den die Algebra im Lauf des neunzehnten Jahrhunderts gemacht hat: Zu Anfang noch die Grundlage unsicher, und heute ein stolzer schöner Bau auf festem Fundament, welches *Gauss* geschaffen hatte! Und dies war nicht sein einziger Beitrag! Auch das kräftigste Hilfsmittel, jenen Bau emporzubringen, die Lehre von den imaginären Zahlen, verdankt ihm die für eine erfolgreiche Anwendung am meisten geeignete Gestalt.

Gewisse Vorarbeiten und den Namen der Sache hat er auf diesem Gebiet allerdings vorgefunden. Schon in dem 1545 erschienenen Werke des Italieners *Cardano* über die Regeln der Algebra kommt an einer Stelle eine Quadratwurzel aus einer negativen Zahl vor. Allerdings verwirft *Cardano* dieselbe sofort als etwas völlig Sinnloses und wahrhaft Sophistisches. Dennoch hat er mit dem Hinweis auf ein solches Zeichen eine Reihe von Betrachtungen eröffnet, die wir heute, da wir zu klarerer Erkenntnis gelangt sind, als eine der allermerkwürdigsten Erscheinungen in der Geschichte der Mathematik bezeichnen müssen.

Wenn man bei der Auflösung einer quadratischen Gleichung nach dem gewöhnlichen Verfahren zu einer Quadratwurzel aus einer negativen Zahl geführt wird, so kann, wie sich leicht zeigen lässt, weder die Null, noch eine positive, noch eine negative Zahl der Gleichung Genüge leisten. Schon *Cardano* war dies völlig klar. Auf seinem Standpunkt blieb gar kein anderer Schluss übrig, als dass dann die Lösung der Gleichung unmöglich sei. Gleichwohl ist man bei diesem naheliegenden und völlig unanfechtbaren Schluss nicht stehen geblieben. Nachdem man erst einmal auf die Quadratwurzeln aus negativen Zahlen aufmerksam geworden war, hat es für manche Mathematiker einen ganz eigentümlichen Reiz gehabt, die allgemeinen Regeln der Buchstabenrechnung rein mechanisch auf jene vorläufig allerdings sinnlosen Zeichen anzuwenden und nachzuspüren, ob solche Spekulationen wohl zu irgend welchen Zwecken dienlich sein könnten.

Nach der Regel, welche später *Goethe* so treffend in die Worte gefasst hat:

. . . wo Begriffe fehlen,
Da stellt ein Wort zur rechten Zeit sich ein,

kam für jene Quadratwurzeln schon früh ein besonderer Name in Gebranch. Man nannte sie zuerst unmögliche und später imaginäre Grössen. Die letztere

Bezeichnung dürfte wohl zuerst in der 1647 erschienenen Geometrie von *Descartes* vorkommen. Sie findet sich dann wieder in der 1673 gedruckten Algebra von *Wallis* und ist seitdem ganz allgemein üblich geworden. Im Gegensatz hierzu wurden dann die gewöhnlichen positiven und negativen Zahlen, einschliesslich der Null, reelle Zahlen genannt.

Ueberraschender Weise erwies sich die Beschäftigung mit dem Imaginären durchaus nicht als völlig erfolglos. War der erzielte Gewinn zunächst auch nur dürftig, so gelangte man doch mit der Zeit zu einer Reihe von Ergebnissen, die durchaus nicht jedes vernünftigen Sinnes entbehrten. Namentlich haben sich der Franzose *Abraham de Moivre* (1667—1754) und der bekannte Mathematiker *Leonhard Euler* (1707—1783) in dieser Richtung Verdienste erworben. Aber trotz der Bemühungen dieser Männer behielt die Lehre vom Imaginären immer noch etwas Geheimnisvolles, Paradoxes und Unbefriedigendes, bis *Gauss* 1831 zeigte, dass und wie sich die reellen und die imaginären Zahlen, die er unter dem gemeinsamen Namen „komplexe Grössen" zusammenfasste, durch die Punkte einer Ebene anschaulich darstellen liessen. Hiermit war die eigentliche Bedeutung des Imaginären mit einem Schlage völlig aufgeklärt.

Und diese Darlegung fiel auf einen äusserst fruchtbaren Boden. Nur wenige Jahre dauerte es, da hatten sich die imaginären Zahlen volles Bürgerrecht erworben und waren allgemein als gleichberechtigt mit den reellen anerkannt. Schon 1849 konnte *Gauss* selbst, als er aus Anlass seines fünfzigjährigen Doktorjubiläums den in seiner Dissertation erbrachten Beweis in veränderter Gestalt und mit erheblichen Zusätzen noch einmal veröffentlichte, wörtlich folgendes schreiben:

> „Was dabei die äussere Einkleidung des Lehrsatzes selbst betrifft, so war die 1799 gebrauchte, . . ., damals deshalb gewählt, weil alle Einmischung imaginärer Grössen vermieden werden sollte. Gegenwärtig, wo der Begriff der komplexen Grössen jedermann geläufig ist, scheint es angemessener, jene Form fahren zu lassen . . ."

Aus der durch *Gauss* bewirkten Veranschaulichung der komplexen Grössen hat die Mathematik des neunzehnten Jahrhunderts reichen Gewinn gezogen. Durch sie wurde es möglich, die moderne Funktionentheorie zu schaffen und insbesondere die Lehre von den algebraischen Funktionen auf der von *Gauss* gesicherten

Grundlage zu entwickeln und durch die Entdeckung und genaue Erklärung des ausserordentlich tiefliegenden Begriffs des Geschlechts eines algebraischen Gebildes zu krönen.

Im engsten Zusammenhang mit diesen Untersuchungen steht die Entdeckung der elliptischen und der *Abel*'schen Funktionen, ein Gebiet, auf welchem die grössten Mathematiker des neunzehnten Jahrhunderts rastlos aber auch mit solchem Erfolge thätig gewesen sind, dass die Lehre von den elliptischen Funktionen schon jetzt als im wesentlichen vollendet und abgeschlossen anzusehen ist. Liegen doch in der von *H. A. Schwarz* nach Vorlesungen von *K. Weierstrass* herausgegebenen Sammlung von Formeln und Lehrsätzen für sämtliche Fälle, die bei den Anwendungen vorkommen können, die nötigen Formeln und Rechnungsregeln in der denkbar einfachsten und bequemsten Form fertig zum Gebrauche vor.

Die soeben erwähnten Leistungen und Fortschritte betreffen zunächst Zweige der reinen Mathematik. Aber darum sind sie keineswegs etwa gleichgültig und ohne Bedeutung für unser sonstiges Leben.

Zunächst sind die neuen Errungenschaften dem Unterricht in der Differential- und Integralrechnung zu gute gekommen. Vor allem gilt dies von der Lehre vom Imaginären. Weit entfernt, eine neue Belastung der Studierenden zu bewirken, hat vielmehr ihre Einführung ganz wesentliche Erleichterungen der Uebersicht und Vereinfachungen der Darstellung herbeigeführt. Vielfach erweisen sich nämlich scheinbar ganz verschiedene Aufgaben, zu deren Lösung man zunächst ganz verschiedene Mittel und Wege für erforderlich hält, bei Anwendung des Imaginären nur als besondere Fälle einer einzigen Aufgabe, die sich immer in der gleichen Weise behandeln lässt. Durch solche Zusammenfassungen hat der Umfang mancher Kapitel der Integralrechnung genau auf die Hälfte vermindert werden können.

Auch die Entwickelung der Lehre von den elliptischen und den *Abel*'schen Funktionen ist auf den Unterricht in den elementareren Teilen der höheren Mathematik nicht ohne Einfluss geblieben. Sie hat uns nämlich Klarheit darüber verschafft, wie weit die gewöhnlichen Hilfsmittel der Integralrechnung reichen, eine Frage, die noch bis über das erste Drittel des neunzehnten Jahrhunderts hinaus in tiefes Dunkel gehüllt war. Trotz aller schönen Erfolge, die man bis dahin in der Integralrechnung erzielt hatte, waren bei manchen scheinbar gar nicht verwickelten Integralen alle Versuche der Ausrechnung fehlgeschlagen. Und niemand wusste zu sagen, woran das eigentlich lag, ob an einer thatsächlich vorhandenen Unmöglichkeit, oder bloss daran, dass man das richtige Verfahren noch nicht gefunden hatte. Diese lähmende Ungewissheit ist nun durch die neuen Errungenschaften zum grössten Teil beseitigt worden. Denn sie haben uns in den Stand gesetzt, bei jedem algebraischen Integral — das sind aber die für die Anwendung weitaus wichtigsten — mit Sicherheit zu erkennen, ob die gewöhnlichen Hilfsmittel zu seiner Berechnung ausreichen oder nicht. Wir können ferner im ersteren Falle Verfahren zur Berechnung angeben, die stets sicher zum Ziele führen, im letzteren dagegen in aller Strenge nachweisen, dass die Ausrechnung ohne weitergehende Hilfsmittel wirklich unmöglich ist, sodass jeder Versuch, ohne solche auszukommen, notwendig scheitern muss, und zugleich vermögen wir anzugeben, worin die zur Hilfe heranzuziehenden Mittel bestehen.

Für den Unterricht in der Integralrechnung sind diese Ergebnisse von der allergrössten Bedeutung. Denn durch Angabe der Grenzen, bis zu welchen die erworbenen Kenntnisse reichen, geben wir unsern Studierenden Sicherheit und ersparen ihnen möglicherweise vergebliche Versuche. Wer jene Grenzen kennt, hat, solange er sich innerhalb derselben bewegt, die frohe Gewissheit, dass seinen Bemühungen keine Schwierigkeiten entgegenstehen, die er nicht selbst überwinden könnte, weiss aber auch andererseits, von wo an er fremde Hilfe in Anspruch nehmen muss.

Reichen Gewinn haben auch die Mechanik und die Physik aus den auf mathematischem Gebiete neugewonnenen Erkenntnissen gezogen. Geradezu unzählig sind die Fälle, wo die gewöhnliche Theorie der Funktionen eines komplexen Argumentes und die damit aufs engste zusammenhängende Lehre von der winkeltreuen Abbildung bei der Behandlung physikalischer Fragen herangezogen worden sind. Ja, selbst aus der rein technischen Litteratur lassen sich Beispiele solcher Anwendung anführen. Und wo die elementareren Theorien nicht ausreichten, hat vielfach die Lehre von den elliptischen und den *Abel*'schen Funktionen gute Dienste geleistet. Durch sie, aber auch erst durch sie ist es z. B. gelungen, die Gesetze der Pendelbewegung vollständig zu ergründen, und auch die schon seit Jahrtausenden von Jung und Alt bewunderten Bewegungen eines sich drehenden Kreisels wenigstens in den einfacheren Fällen rechnend zu verfolgen und ihr Zustandekommen wirklich zu erklären. Als weitere Beispiele ihrer erfolgreichen

Anwendung lassen Sie mich die Theorie des Kondensators und die Frage nach der Verteilung der Elektricität auf zwei leitenden, sich gegenseitig beeinflussenden Kugeln erwähnen.

Bei Erörterung des praktischen Nutzens, welchen die vorhin geschilderten Fortschritte der reinen Mathematik gebracht haben, glaube ich schliesslich auch einiger Ergebnisse gedenken zu sollen, durch welche die elementare Geometrie und speciell die Lehre vom Kreise im neunzehnten Jahrhundert bereichert worden ist. Seit mehr als 2000 Jahren hatte auf diesem Gebiet so ziemlich jeder Fortschritt geruht. Da brachte die allgemeine Litteraturzeitung vom April des Jahres 1796 die folgende kurze Mitteilung:

> „Es ist jedem Anfänger der Geometrie bekannt, dass verschiedene reguläre Vielecke, namentlich das Dreieck, Viereck, Fünfeck, Fünfzehneck und die, welche durch wiederholte Verdoppelung der Seitenzahl eines derselben entstehen, sich geometrisch construiren lassen.
>
> So weit war man schon zu *Euclids* Zeit, und es scheint, man habe sich seitdem allgemein überredet, dass das Gebiet der Elementargeometrie sich nicht weiter erstrecke, wenigstens kenne ich keinen geglückten Versuch, ihre Grenzen auf dieser Seite zu erweitern.
>
> Desto mehr, dünkt mich, verdient die Entdeckung Aufmerksamkeit, dass ausser jenen regulären Vielecken noch eine Menge anderer, z. B. das Siebenzehneck, einer geometrischen Construction fähig ist.
>
> Diese Entdeckung ist eigentlich nur ein specieller Zusatz zu einer noch nicht ganz vollendeten Theorie von grösserem Umfange, und sie soll, sobald diese ihre Vollendung erhalten hat, dem Publicum vorgelegt werden.
>
> Carl Friedrich Gauss
> aus Braunschweig,
> Studirender der Mathematik zu Göttingen."

Das hiermit noch vor Vollendung seines neunzehnten Lebensjahres gegebene Versprechen hat *Gauss* im Jahre 1801 durch Veröffentlichung seiner *Disquisitiones arithmeticae* eingelöst und würde dies noch erheblich früher gekonnt haben, wäre er nicht durch das Phlegma des Druckers, über welches er sich in den Briefen an seinen Freund *Bolyai* bitter beklagt, gehemmt worden, sowie durch den Umstand, dass das Buch über den ursprünglich veranschlagten Umfang hinausgewachsen war und deswegen die vom Herzog von Braunschweig für die Druckkosten zuerst bewilligte Summe nicht reichte.

Merkwürdig genug ist das Gesetz, welches die konstruierbaren und die nichtkonstruierbaren Vielecke von einander scheidet! Denken Sie sich die aufeinanderfolgenden Potenzen der Zahl 2 gebildet, wie es in der hier aufgehängten Tafel in der ersten Kolonne geschehen ist.

$2^0 = 1$	$2^1 + 1 = 3$
$2^1 = 2$	$2^2 + 1 = 5$
$2^2 = 4$	$2^4 + 1 = 17$
$2^3 = 8$	$2^8 + 1 = 257$
$2^4 = 16$	$2^{16} + 1 = 65\,537$
$2^5 = 32$	$2^{32} + 1 = 4\,294\,967\,297$ ($= 641 . 6\,700\,417$)
. . . .	. . . .

Nun denken Sie sich diese Zahlen 1, 2, 4, 8, 16, 32 ... abermals zu der Grundzahl 2 als Exponenten hinzugesetzt und jede der entstehenden Potenzen um eine Einheit vermehrt, was der Reihe nach die in der zweiten Kolonne angegebenen Zahlen 3, 5, 17, 257, 65537, ... ergiebt. Dann stellt jede Zahl der so entstehenden zweiten Kolonne, wofern sie eine Primzahl ist, die Seitenzahl eines regelmässigen Vielecks dar, welches durch eine endliche Anzahl von Anwendungen des Lineals und des Zirkels konstruiert werden kann. Die fünf ersten Zahlen dieser Reihe sind wirklich Primzahlen und deswegen ist die geometrische Konstruktion eines regelmässigen Vielecks von 3, 5, 17, 257 oder 65537 Seiten möglich. Die sechste Zahl ist keine Primzahl, sondern erweist sich als teilbar durch 641, scheidet also aus. Aehnliches ist nach Aufwendung vielen Scharfsinns und erheblicher Mühe von den beiden nächstfolgenden Zahlen nachgewiesen, die hier nicht mehr aufgeführt sind, weil sie schon gar zu lang werden. Die dann an neunter Stelle folgende bereits achtundsiebzigstellige Zahl hat noch niemand zu untersuchen gewagt. Ob überhaupt in der erwähnten Zahlenreihe noch weitere Primzahlen vorhanden sind, und wenn ja, ob es unter diesen eine letzte giebt, oder nicht, das sind alles ungelöste Fragen, deren Behandlung auch die heutige Mathematik noch völlig machtlos gegenübersteht. Auch hier hat also, wie in so manchen anderen Fällen, die neugewonnene Erkenntnis sofort zu neuen Fragen Anlass gegeben.

Das positive Ergebnis der *Gauss*'schen Untersuchung, dass das Siebenzehneck und die anderen eben erwähnten regelmässigen Vielecke von grösserer Seitenzahl geometrisch konstruiert werden können, ist praktisch ohne Belang. Wichtig dagegen ist das negative Ergebnis, zu dessen strengem Beweis *Gauss* gleichzeitig den Weg gewiesen hat, dass es nämlich unmöglich ist, durch eine endliche Anzahl von Anwendungen des Zirkels und des Lineals ein regelmässiges Vieleck zu konstruieren, bei welchem die Anzahl der Seiten durch eine nicht in der erwähnten Reihe enthaltene Primzahl dargestellt wird, also z. B. ein Siebeneck, oder ein Elfeck, oder ein Dreizehneck u. s. f.

Diese letzteren Aufgaben, namentlich die Konstruktion des Siebenecks, scheinen ja auf den ersten Anblick durchaus elementarer Natur zu sein. Ausserdem sind sie jedermann sofort verständlich. Gerade hierin liegt aber die Gefahr. Solche leicht in Worte zu fassende, ohne Vorkenntnisse verständliche scheinbar elementare Aufgaben haben von jeher eine Menge Unberufener mächtig angezogen und zur Vergeudung von Zeit und Kräften mit unnützen Versuchen veranlasst. Darin, dass dem ein Riegel vorgeschoben wird, liegt der praktische Nutzen des Beweises der Unmöglichkeit.

Durch Veranlassung unzähliger vergeblicher Versuche haben besonders drei aus dem Altertum überkommene Aufgaben geradezu unheilvoll gewirkt, nämlich:

1. die Aufgabe, einen willkürlich gegebenen Winkel in drei genau gleiche Teile zu teilen,
2. die Verdoppelung des Würfels, d. h. die Aufgabe, aus der Seite eines gegebenen Würfels durch Konstruktion die Seite desjenigen Würfels abzuleiten, der das doppelte Volumen hat, wie der gegebene, und endlich
3. die Quadratur des Kreises.

Diese letztere ist ja geradezu zum geflügelten Wort geworden, und mit der Schilderung der merkwürdigsten auf sie gerichteten Bemühungen hat der bekannte Geschichtsschreiber der Mathematik *Jean Etienne Montucla* im Jahre 1754 ein eigenes Oktavbändchen füllen können.

Heute ist bei jeder einzelnen dieser drei Aufgaben die Unmöglichkeit der Lösung in aller Strenge nachgewiesen. Die beiden ersten sind durch die Schlussweisen der modernen Algebra ohne weiteres überwunden worden. Die Quadratur des Kreises hat länger getrotzt und würde dies wahrscheinlich noch lange gethan haben, wenn nicht Untersuchungen auf einem scheinbar ganz verschiedenen Gebiet unvermutet neues Licht verbreitet hätten. Neben der bekannten Zahl $\pi = 3{,}14159\ldots$, welche die Länge eines Halbkreises vom Radius 1 angiebt, hatte die Zahl $e = 2,71828\ldots$, welche dem sogenannten natürlichen Logarithmensystem als Grundzahl dient, schon lange die Aufmerksamkeit der Mathematiker auf sich gezogen. Ausserdem hatte die Lehre vom Imaginären einen Zusammenhang zwischen den Zahlen e und π geliefert.

Da gelang es zunächst dem französischen Mathematiker *Ch. Hermite* durch eine 1874 erschienene, viel Aufsehen erregende Abhandlung, unsere Kenntnis von den Eigenschaften der Zahl e beträchtlich zu erweitern, und sodann 1882 Herrn *F. Lindemann*, damals in Freiburg i. B., durch eine abermalige Erweiterung der Hermite'schen Ergebnisse, auch die mehr als 2000 Jahre alte Aufgabe der Quadratur des Kreises durch den Beweis der Unmöglichkeit ihrer Lösung endgültig zu erledigen, und damit einen der schönsten Erfolge zu erringen, welche die wissenschaftliche Arbeit unserer Zeit aufzuweisen hat.

Angesichts all dieser, wesentlich der Einführung des Imaginären zu verdankenden Ergebnisse, lag die Frage nach der Möglichkeit weiterer Erfolge bei einem Fortschreiten auf der betretenen Bahn ausserordentlich nahe. Wenn es sich denn als so gewinnbringend erwiesen hatte, das System der reellen durch die Punkte einer einfach ausgedehnten geraden Linie geometrisch darstellbaren Zahlen durch die Hinzunahme der imaginären Zahlen zu einem vollständigeren System zu erweitern, dessen Elemente durch die Punkte einer zweifach ausgedehnten Ebene darstellbar waren, sollte es sich da nicht empfehlen, noch einen Schritt weiter zu gehen, und Zahlen zu ersinnen, die durch die Punkte des dreifach ausgedehnten Raumes ihre geeignete Darstellung fänden? Dürfen wir vielleicht hoffen, auf diesem Wege im kommenden Jahrhundert zu noch viel grösseren Triumphen zu gelangen?

Nun, die Gründlichkeit des neunzehnten Jahrhunderts hat dafür gesorgt, dass wir uns in dieser Hinsicht keine vergeblichen Hoffnungen zu machen brauchen. Schon *Gauss* hatte der Ueberzeugung von der Eitelkeit solcher Erwartungen Ausdruck gegeben und dabei in Aussicht gestellt, diese Ansicht näher zu begründen. Zur Einlösung dieses Versprechens ist er selbst allerdings nicht mehr gekommen, aber andere, namentlich *K. Weierstrass* und *R. Dedekind*, haben dies nachgeholt. Die Frage ist gegenwärtig nach allen Richtungen hin geklärt, und dabei hat sich ergeben, dass die Reihe der wirklich fruchtbaren Erweiterungen des

Zahlengebiets mit der Einführung der imaginären Zahlen in der That endgültig abgeschlossen ist.

Die Beispiele mathematischer Untersuchungen, zu deren Erwähnung sich bisher Gelegenheit bot, zeigen Ihnen eine der Richtungen, in welchen die mathematische Forschung des neunzehnten Jahrhunderts vorzugsweise und besonders erfolgreich thätig gewesen ist.

Nach der Entdeckung der Grundbegriffe und Grundregeln der Infinitesimalrechnung durch *Leibnitz* und *Newton* sehen wir das achtzehnte Jahrhundert aufs eifrigste mit der Anwendung der neugewonnenen Kenntnisse beschäftigt. Mit bewundernswertem Geschick wussten die damaligen Mathematiker immer neue und neue Aufgaben zu finden, die sich mit den zu ihrer Verfügung stehenden Mitteln lösen liessen, und staunend erkennen wir heute, wo unsere Einsicht weiter reicht, dass sie auf manchen Gebieten mit einer ganz unglaublichen Vollständigkeit alles, aber auch schlechterdings alles erreicht haben, was sich ohne weitergehende Hilfsmittel erreichen liess.

Aber bei dieser Beackerung eines noch gänzlich jungfräulichen Bodens und den sich überstürzenden schönen Erfolgen machte man sich, wenn je einmal ein Versuch vergeblich gewesen war, um die Gründe des Misslingens wenig Sorge. Die Frage danach, wie weit die vorhandenen Mittel reichten, blieb der Zukunft überlassen.

Umsomehr ist gerade diese Frage im neunzehnten Jahrhundert hervorgetreten. In den verschiedensten Teilen der Mathematik hat man sich eingehend mit ihr beschäftigt und auch auf anderen Gebieten war das Interesse an ähnlichen Forschungen durch die Werke von *Kant,* namentlich durch dessen 1781 erschienene Kritik der reinen Vernunft, lebhaft erregt worden. Das Streben nach Aufklärung über die Kraft und Tragweite der benutzten Hilfsmittel kann daher geradezu als kennzeichnend für die Denkweise unserer Zeit bezeichnet werden.

Einige der dabei auf mathematischem Gebiet gewonnenen Ergebnisse haben Sie ja bereits kennen gelernt. Aber dies sind keineswegs die einzigen. So gelang es z. B. dem norwegischen Mathematiker *Abel* noch im ersten Viertel des Jahrhunderts nachzuweisen, dass die bei den algebraischen Gleichungen ersten, zweiten, dritten und vierten Grades mit vollem Erfolge angewandten Methoden der Auflösung bei den Gleichungen fünften und höheren Grades nicht mehr ausreichten, und damit zu erklären, warum all die vielen bis dahin angestellten Versuche, diese Gleichungen in ähnlicher Weise aufzulösen, notwendig hatten scheitern müssen.

Ferner ist man in der Elementargeometrie bei der vorhin berührten Frage, welche Konstruktionen sich mit Lineal und Zirkel ausführen lassen, nicht stehen geblieben, sondern hat auch noch untersucht, was jedes dieser Instrumente einzeln vermag.

Dabei hat sich überraschender Weise herausgestellt, dass das Lineal in gewissem Sinne ganz überflüssig ist. Dies wird Ihnen zunächst kaum glaublich erscheinen, und Sie werden mir sofort einwenden, dass beispielsweise die Aufgabe, ein Quadrat von gegebener Seitenlänge zu konstruieren, doch gewiss nicht ohne Lineal gelöst werden könne. Nun ja, das wirkliche Ausziehen der vier Seiten erfordert allerdings die Anwendung des Lineals, aber die vier Eckpunkte kann man ohne Lineal mit alleiniger Hilfe des Zirkels finden und als Durchschnittspunkte von Kreisbögen konstruieren. Und wenn man die Eckpunkte hat, ist ja schliesslich das Ziehen der Seiten Nebensache. Was aber von diesem Beispiel gilt, das bestätigt sich ganz allgemein: Wenn es sich um die Herstellung irgend einer überhaupt konstruierbaren ebenen Figur aus gegebenen Stücken handelt, so kann man, wie der Italiener *Mascheroni* schon 1797 in seinem berühmt gewordenen Werke „La geometria del compasso“ gezeigt hat, alle an der Figur vorhandenen Eck- und Schnittpunkte mit alleiniger Hilfe des Zirkels finden, und braucht das Lineal nur, wenn ausserdem verlangt wird, die geraden Verbindungslinien dieser Punkte sämtlich oder zum Teil wirklich auszuziehen.

Nicht ganz so mächtig ist das Lineal allein. Immerhin kann auch der Zirkel entbehrt werden, sobald nur in der Ebene der Zeichnung irgend ein beliebiger fester Kreis und dessen Mittelpunkt wirklich gezeichnet vorliegen. Dies hat *Jacob Steiner* in einem 1833 zu Berlin erschienenen Schriftchen nachgewiesen mit dem Titel: „Die geometrischen Constructionen ausgeführt mittelst der geraden Linie und Eines festen Kreises als Lehrgegenstand auf höheren Unterrichts-Anstalten und zur practischen Benutzung“. Gerade hierbei handelt es sich um weit mehr als eine blosse Spielerei. Denn der Ueberblick, den die *Steiner*'schen Untersuchungen über das gesamte Gebiet der geometrischen Konstruktionsaufgaben gewähren, ist für jeden praktisch konstruierenden Geometer von ganz unschätzbarem Wert. Wichtig ist insbesondere die Unterscheidung aller Konstruktionsaufgaben in solchen ersten und zweiten Grades, d. h. einerseits solche, zu deren Lösung jener feste Kreis nicht herangezogen zu werden braucht, also das Lineal allein ausreicht, und andererseits solche, bei denen jener Kreis, oder an seiner Stelle der Zirkel, notwendig zu Hilfe genommen werden muss.

Auf den verschiedensten Gebieten begegnen wir also dem Streben, das Erreichbare vom Unerreichbaren zu sondern, und vielfach sehen wir dasselbe mit vollem Erfolge gekrönt. Mit der so gewonnenen klareren Erkenntnis der Grenzen unseres Könnens und dem mehrfachen Gelingen einwandfeier Beweise für die Unmöglichkeit, gewisse langerstrebte Ziele zu erreichen, hängt vielleicht auch die Abnahme des Geschmacks an philosophischen Spekulationen zusammen. Denn gerade hier liegen ja Zweifel an der Zulänglichkeit der angewandten Hilfsmittel ausserordentlich nahe.

Aber ist denn das Grübeln darüber, wie weit man mit gegebenen Mitteln kommen kann, selbst wenn es zu einer Bereicherung unserer Einsicht führt, oder gar der Nachweis, dass wir am Ende unserer Weisheit angelangt sind, eine erfreuliche Erscheinung? Liegt darin nicht ein Zug von Greisenhaftigkeit und Hoffnungslosigkeit? Nun, dieser Verdacht könnte berechtigt erscheinen, wenn wir nicht neben jener abschliessenden Thätigkeit soviel jugendliches Leben sprudeln sähen, dass wir uns wahrlich keine Sorge zu machen brauchen. Dasselbe Zeitalter, welches auf einigen Gebieten bewusstermassen die letzte Vollendung erreichte, hat viele andere gänzlich neu erschlossen. Auch hier ist *Gauss* vielfach der Führer gewesen. Er hat der Astronomie völlig neue Bahnen gewiesen; er hat die Feldmesskunst theoretisch wie praktisch mächtig gefördert; er hat die Instrumentenkunde durch Verbesserung bekannter wie durch Erfindung neuer Instrumente erheblich bereichert und sich dadurch auch in der Technik der Beobachtung als Meister erwiesen; er hat uns gelehrt, auch die magnetischen und elektrischen Grössen mit denselben Einheiten zu messen, die sonst in der Mechanik und der Physik ausschliesslich zur Anwendung kommen, nämlich den Einheiten der Länge, der Masse und der Zeit; er hat durch die Entwickelung der Theorie des Erdmagnetismus und die Konstruktion des ersten Telegraphen unser elektrisches Zeitalter erfolgreich eingeleitet. Und alle diese Leistungen auf einzelnen Gebieten hat er selbst durch die eingehende Begründung und den sorgfältigen Ausbau seiner Methode der kleinsten Quadrate in den Schatten gestellt. Denn dadurch hat er für jede nur irgend denkbare Art von Messungen gezeigt, wie man aus den Beobachtungen den grössten möglichen Vorteil ziehen könne, und auf alle Zweige der wissenschaftlichen Naturerforschung bestimmend eingewirkt.

Aber erwarten Sie nicht etwa, dass ich die Absicht hätte, noch auf alle diese Gebiete ausführlich einzugehen. Nur einige wenige Bilder lassen Sie mich noch vorführen.

Zu Beginn des neunzehnten Jahrhunderts war die heutige Einsicht in den inneren Bau unseres Sonnensystems und die Kräfte, welche dasselbe zusammenhalten, durch die von *Copernicus, Keppler* und *Newton* gemachten Entdeckungen bereits erreicht. Man wusste, dass jeder Planet die Sonne in einer Ellipse umkreist, deren einer Brennpunkt mit dem Mittelpunkt der Sonne zusammenfällt; man kannte die Gesetze, welche die Schnelligkeit der Bewegung der Planeten in ihren Bahnen regeln, und hatte in dem von *Newton* entdeckten Gesetz der allgemeinen Gravitation die Ursache all dieser Erscheinungen gefunden. Aber die Kenntnis von dem Umfang des Sonnensystems war fast genau die gleiche geblieben wie im Altertum. Nur durch die 1781 erfolgte Entdeckung des Planeten Uranus hatte sie eine Erweiterung erfahren. Da entdeckte *Joseph Piazzi* in Palermo am 1. Januar 1801 einen unbekannten Stern achter Grösse, den er zuerst für einen Kometen hielt, bald aber als Planeten zu erkennen glaubte und Ceres Ferdinandea nannte. Aber nur bis zum 11. Februar hatte er das neue Gestirn verfolgen können. Dann war es nicht mehr sichtbar gewesen und hatte trotz der Bemühungen verschiedener Astronomen in den nächsten Monaten nicht wieder erblickt werden können.

Erst im September erhielt *Gauss* Kunde von diesen Dingen, zu einer Zeit, als sich ihm eben bei Gelegenheit einer ganz anderen Beschäftigung einige Ideen dargeboten hatten, die ihm bei der Berechnung von Planetenbahnen Vorteile zu bieten schienen. Unter anderen Umständen hätte er dieselben vielleicht gar nicht weiter verfolgt. Aber jetzt konnte er sich nicht enthalten, die praktische Anwendbarkeit jener Ideen an der Ceres zu erproben. Bereits im Dezemberheft seiner monatlichen Korrespondenz konnte Freiherr *von Zach* die Ergebnisse der *Gauss*'schen Rechnung mitteilen, und in der ersten klaren Nacht wurde der Flüchtling wirklich fast genau an dem im Voraus berechneten Orte wiedergefunden.

Die rasch aufeinander folgenden Entdeckungen von noch drei anderen kleinen Planeten, Pallas, Juno, Vesta, gaben *Gauss* zur weiteren Ausbildung seiner Methoden Veranlassung. Aus ihrer Zusammenfassung und wiederholten Umarbeitung ist sein 1809 erschienenes berühmtes und viel bewundertes Werk entstanden „Theorie der Bewegung der die Sonne in Kegelschnitten umkreisenden Himmelskörper", das klassische Lehrbuch der theoretischen Astronomie.

Heute stellen gegen 430 kleine Planeten die Geduld der Astronomen, welche ihre Bewegungen rechnend verfolgen sollen, auf eine harte Probe, und jedes neue Jahr scheint noch neue Entdeckungen solcher Körper zu bringen.

Im Verein mit der Herstellung immer feinerer und immer mächtigerer Instrumente haben Photographie und Spektralanalyse gewetteifert, unsere Kenntnis vom Weltall zu erweitern. Viel Ungeahntes haben sie uns enthüllt, wie z. B. auf unserer Erde die kleinen Bewegungen der bisher für völlig fest gehaltenen Pole und in den Tiefen des Himmels das Dasein der beiden Marsmonde, des fünften Jupitersmondes und des kleinen Planeten Eros, der zur Zeit seiner Sonnennähe noch weit innerhalb der Marsbahn steht und daher zu unsern nächsten Nachbarn gehört. Und neben all diesen Errungenschaften ist durch gross angelegte neuere Unternehmungen, wie z. B. die sorgfältige Ausmessung von grossen Teilen der Erdoberfläche in Verbindung mit eingehenden Untersuchungen über die Richtung und die Intensität der Schwere, sowie ferner die Anfertigung ausführlicher Sternverzeichnisse und die photographische Aufnahme des gesamten Fixsternhimmels, ein reicher Same für die Zukunft ausgestreut, von dem indessen, wie so oft in der Astronomie, erst spätere Geschlechter die Ernte reifen sehen werden.

Trotz alledem erscheint hier der Fortschritt unserm verwöhnten Auge verhältnismässig langsam, zumal, wenn wir ihn mit dem auf den Gebieten des Magnetismus und der Elektricität vergleichen.

Was wusste man denn am Anfang des neunzehnten Jahrhunderts von diesen beiden Naturkräften? Einzelne zum Theil altbekannte Erfahrungsthatsachen, die Kenntnis einiger Apparate, wie z. B. der Elektrisiermaschine, des Elektrophors, des Blitzableiters, des Kondensators und der Leidener Flasche, und die durch *Coulombs* Arbeiten gewonnene Einsicht, dass die Kräfte, welche zwei elektrische oder magnetische Massenteilchen aufeinander ausüben, hinsichtlich ihrer Richtung und Grösse ähnlichen Gesetzen unterworfen sind, wie die Anziehungen zwischen ponderabeln Massen, das war so ziemlich alles, was man besass. Vor allem fehlte jedes Band, welches die Erscheinungen der Elektricität und des Magnetismus miteinander oder mit anderen Naturerscheinungen hätte verknüpfen können. Denn die Lehre von den elektrischen Strömen und ihren magnetischen und Wärmewirkungen ist ja ganz und gar ein Kind des jüngst verflossenen Jahrhunderts. Werden es doch erst im März dieses Jahres 100 Jahre, dass *Volta* die Welt durch die Entdeckung der nach ihm benannten Säule in Erstaunen setzte.

Wie steht es dagegen heute? Schlag auf Schlag und in einer in der ganzen Geschichte der Menschheit beispiellosen Fülle sind während des abgelaufenen Jahrhunderts die wunderbarsten Entdeckungen und Erfindungen aufeinander gefolgt und die grossartigsten technischen Einrichtungen zu ihrer Ausnutzung entstanden. Die 1819 von *Oersted* gefundene Ablenkung der Magnetnadel durch den galvanischen Strom, die Herstellung der ersten Elektromagneten im Jahre 1820, die Entdeckung der elektromagnetischen Induktionserscheinungen durch *Faraday* 1831, die Einführung der elektrischen Telegraphie mit *Morses* Schreibapparat seit 1844, die Entdeckung des Princips von der Erhaltung der Kraft durch *Robert Mayer* und *Helmholtz*, die Auffindung und erste praktische Anwendung des dynamoelektrischen Princips durch *Werner Siemens* 1867, die Erfindung des Telephons und dessen allgemeine Einführung seit 1877, der Nachweis der zeitlichen Ausbreitung der elektrischen Kraft durch *Heinrich Hertz* am Ende der achtziger Jahre und die drahtlose Telegraphie in unseren Tagen, das sind nur einige der allerhervorragendsten Daten aus diesem unaufhaltbaren Siegeslauf.

Auch an dieser freudigen Entwickelung hat *Gauss* im Verein mit seinem jüngeren Freunde *Wilhelm Weber* keinen geringen Anteil gehabt. Wer heutzutage Physik oder Elektrotechnik studiert, begegnet den Spuren dieser beiden Gelehrten auf Schritt und Tritt. Die grundlegendsten und wichtigsten Sätze der Potentialtheorie, sie rühren von *Gauss* her; die absoluten Masse der elektrischen und der magnetischen Grössen, sie wurden von *Gauss* und *Wilhelm Weber* eingeführt; die immer wiederkehrende Art der Beobachtung mit Fernrohr, Spiegel und Skala, sie ist von *Gauss* erfunden und zuerst angewandt worden.

Aber Manches, was er noch für grossartig und bewundernswert hielt, wie klein erscheint uns das heute!

Am 20. November 1833 schrieb er an *Olbers:*

„Ich weiss nicht, ob ich Ihnen schon früher von einer grossartigen Vorrichtung, die wir hier gemacht haben, schrieb. Es ist eine galvanische Kette zwischen der Sternwarte und dem physikalischen Cabinet, durch Drähte in der Luft über die Häuser weg, oben zum Johannisthurm hinauf und wieder herab, gezogen. Die ganze Drahtlänge wird etwa 8000 Fuss sein.

An beiden Enden ist sie mit einem Multiplicator verbunden, bei mir von 170 Gewinden, bei Weber im physikalischen Cabinet von 50 Gewinden, die nach meinen Einrichtungen aufgehängt sind.

... Wir haben diese Vorrichtung bereits zu telegraphischen Versuchen gebraucht, die sehr gut mit ganzen Wörtern oder kleinen Phrasen gelungen sind.

... Ich bin überzeugt, dass unter Anwendung von hinlänglich starken Drähten auf diese Weise auf Einen Schlag von Göttingen nach Hannover oder von Hannover nach Bremen telegraphirt werden könnte."

Weiter gingen seine Hoffnungen nicht. Denn nicht ganz ernst zu nehmen ist wohl der launige Vorschlag, den er im September 1835 in einem Brief an seinen Freund *Schumacher* mit folgenden Worten macht:

„Vor einigen Tagen habe ich zum ersten Mahle probirt, ob die durch meinen Inductor mit 3500 Windungen erzeugten Ströme auch den menschlichen Körper zu durchdringen stark genug sind. Gegen meine Erwartung hat sich diese Frage bejahend beantwortet.

Lässt man den Strom durch die benetzten Hände gehen, so ist der Strom ... noch zu schwach, um gefühlt zu werden; allein durch die Lippen oder Zunge geleitet, ist er etwa viermahl stärker, sehr merklich zu fühlen, ja zu schmecken ... Man würde selbst diese Methode zum Telegraphiren brauchen können, und die Depesche, welche S. Maj. aller Reussen in Petersburg abspielen lassen wollte, würde in demselben Augenblick in Odessa geschmeckt werden können. Wollte man eine mehrfache Kette ziehen, und zugleich eine correspondirende Anzahl Schmecker am anderen Ende aufstellen, wozu man auch blinde Invaliden brauchen könnte, die nur jedesmahl, wo ihnen zu schmecken gegeben wird, die Hand in die Höhe zu heben hätten, während ein Secretär die aufgehobenen Hände protocollirte, so würde selbst nach dieser Methode s e h r s c h n e l l telegraphirt werden können."

Was damals noch kaum ausführbar schien, heute ist es längst erreicht, wenn auch auf anderem Wege. Denn neben *Gauss* und nach ihm und teilweise auf seinen Schultern stehend haben andere hochbedeutende Forscher im regsten Wetteifer miteinander das grosse Werk der Ergründung der elektrischen und magnetischen Erscheinungen unermüdlich weiter gefördert. Und im Verein mit ihnen sind thatkräftige Männer der Praxis rastlos bemüht gewesen, die der Natur abgelauschten Geheimnisse für die Menschheit nutzbar zu machen. Ihr Zusammenwirken war reich gesegnet und hat eine Zeit herbeigeführt, von der wir wohl sagen dürfen, dass sie die unsichtbar und geräuschlos, aber mächtig wirkenden Geister der Märchenwelt zu ihren gefügigen Dienern gemacht habe: Ein Druck auf einen Knopf, und weite Räume erstrahlen im hellsten Lichterglanz; eine Umlegung eines Hebels, und der Wagen, den wir bestiegen haben, führt uns schnell unserm Ziel entgegen, geheimnisvoll getrieben von der Kraft des fernen Gebirgsbaches, der ehemals in unzugänglicher Felsenschlucht wildbrausend und ungebändigt dahinschoss, bis Thalsperre und Turbine ihm Fesseln anlegten; auf viele Meilen hören wir durch das Telephon des Freundes Stimme, und selbst wenn das Weltmeer ihn von uns trennt, das Kabel bringt ihm unsere Kunde unabhängig von Wind und Wetter mit Blitzesschnelle hinüber!

Fast noch wertvoller aber als diese offensichtlichen Erfolge erscheint dem Kundigen die tiefe Einsicht in die wunderbare Verkettung der Naturkräfte, die wir durch die Auffindung der die elektromagnetischen Erscheinungen beherrschenden Differentialgleichungen gewonnen haben und vornehmlich *Maxwell* verdanken. Schritt für Schritt ist es dadurch gelungen, die unvermittelten Fernewirkungen, deren Annahme ursprünglich den Ausgangspunkt der ganzen Betrachtung bildete, aus der Elektricitätslehre zu entfernen und durch von Punkt zu Punkt sich forpflanzende Nahewirkungen zu ersetzen. Nur für die Gravitation fehlt vorläufig noch jeder Anhalt, wie das Gleiche zu leisten sei. Sie, mit der wir früher am besten vertraut zu sein glaubten, bietet uns jetzt die grössten Rätsel.

Nur einen Denker kennt die Geschichte der exakten Wissenschaften, der an Vielseitigkeit und Kraft des Geistes vielleicht mit *Gauss* verglichen werden kann. Das war *Archimedes*. Aber welcher Unterschied der Zeiten! Hochgeehrt und bewundert von seinen Zeitgenossen war auch er; aber Mitarbeiter und Nacheiferer hat er kaum gefunden, und so ist die Arbeit seines Lebens auf die damalige Welt fast ohne Einfluss geblieben. Wie anders bei *Gauss!* Gewiss ist er seiner Zeit weit vorangeeilt, und sein Nachlass, aus dem wir staunend erst die ganze Grösse des Mannes kennen lernen, wird noch vielen kommenden Geschlechtern zu denken geben. Gleichwohl dürfen wir kühnlich behaupten: Er ist zur rechten Zeit geboren, und sein Jahrhundert hat sich seiner würdig erwiesen; auch dadurch, dass es ihm in den schweren Jahren seiner Jugend die Entfaltung seines Geistes trotz aller entgegenstehenden Hindernisse ermöglichte. Und diese Hindernisse waren nicht gering. Denn aus kleinbürgerlichem, hart mit der Not des Lebens ringendem Stande ist *Gauss* hervorgegangen. „Lehmentierer und Gassenschlächter" ist sein Vater gewesen, zwei Berufsbezeichnungen, die dem heutigen Ohr gar seltsam klingen. Um die erste zu verstehen, muss man eigentlich die aus Holzfachwerk mit Lehmfüllungen aufgeführten Häuser der Braunschweiger Gegend aus eigener Anschauung kennen. Und wenn die rauhe Jahreszeit mit ihrem Frost dem Hantieren mit Stroh und feuchtem Lehm ein Ende machte, dann brachte die allgemein verbreitete Sitte, dass jede Familie, die dazu nur irgend in der Lage war, ein oder mehrere Schweine mästete, um sie im Winter im eigenen Hause einzuschlachten, anderen Verdienst. Dann wanderte der „Gassenschlächter" von Haus zu Haus, um gegen bescheidenen Tagelohn bei diesen Familienfesten behilflich zu sein. Unter solchen Umständen fand der Knabe bei seinen Angehörigen wenig Verständnis für den Geist, der in ihm seine Schwingen regte. Da waren es zuerst einsichtige Lehrer und dann ein hochherziger Fürst, der Herzog *Karl Wilhelm Ferdinand von Braunschweig*, die sich seiner annahmen. Besonders diesem letzteren ist unser Vaterland zu grossem Dank verpflichtet. Ist er es doch gewesen, der *Gauss* — abgesehen von sonstigen Zuwendungen aus seiner Schatulle — durch Gewährung eines Stipendiums von jährlich 158 Thalern das Studium in Göttingen ermöglichte und ihm, als er nach dessen Vollendung in seine Vaterstadt Braunschweig zurückgekehrt war, durch Weiterbelassung dieses Stipendiums und spätere Erhöhung seines Einkommens auf 400 und dann auf 650 Thaler ohne Auferlegung irgend welcher amtlichen Pflichten, die Musse zu wissenschaftlicher Arbeit verschaffte. Treu hat dieser einsichtsvolle Fürst an seinem Schützling festgehalten, bis ihn 1806 bei Auerstedt die feindliche Kugel traf und bald nachher seinem Leben ein Ziel setzte, und er hat dies gethan, obwohl es nicht an kritischen Leuten fehlte, die in ihrem beschränkten Verstande seine Freigebigkeit gar nicht begreifen konnten, und denen „Serenissimi so ungemeines Wohlwollen für solche Person“ ein Rätsel war. Wer weiss, ob unsere Wissenschaft heute auf der erreichten Höhe stände, wenn nicht in jenen Tagen uneigennützige Nächstenliebe verständnisvoll für den Knaben und Jüngling gesorgt hätte?

Hochansehnliche Versammlung!

Ein Jahrhundert voll unvergleichlicher Erfolge liegt abgeschlossen hinter uns. Was die Zukunft bringen wird, wir wissen es nicht, aber zweierlei können wir doch mit Bestimmtheit behaupten, nämlich erstens, dass die Wertschätzung geistiger Grösse sicher nicht abgenommen hat, so viel Umwälzungen und Umwertungen das abgelaufene Jahrhundert auch gebracht haben mag. Wenn je wieder ein Mann von ähnlichen Geistesgaben wie *Gauss* unter uns erstehen sollte, es würde ihm sicher weder an Gönnern und Förderern, noch an Erfolg und Einfluss fehlen.

Und zweitens sind wir dessen gewiss, dass wir gerade auf den Gebieten, wo das alte Jahrhundert sich der augenfälligsten Erfolge rühmen darf, das Ende noch lange nicht erreicht haben. Hier werden unsere Söhne und Enkel Gelegenheit zur Bethätigung ihrer geistigen Kräfte noch in unermesslicher Fülle finden. Und gerade hier liegt das Arbeitsfeld unserer technischen Hochschulen. Reiche Ehren sind ihnen zu teil geworden, erst noch jüngst durch die Gnade und das Vertrauen Sr. Majestät unseres geliebten Kaisers, aber grosse Erwartungen bringt ihnen auch das Vaterland entgegen und viel wird das kommende Jahrhundert von ihnen fordern. Möge es ihnen allen, und unserer Aachener Hochschule voran, beschieden sein, in erfolgreicher und gesegneter Arbeit diesen Erwartungen gerecht zu werden.