

Rashba-Effekt in niedrigdimensionalen InGaAs/InP Strukturen

Von der Fakultät für Mathematik, Informatik und Naturwissenschaften der
Rheinisch-Westfälischen Technischen Hochschule Aachen zur Erlangung des
akademischen Grades eines Doktors der Naturwissenschaften genehmigte Dissertation

vorgelegt von
Diplom-Physiker

Jens Knobbe

aus Siegen

Berichter: Universitätsprofessor Dr. H. Lüth
Privatdozent Dr. Th. Schäpers

Tag der mündlichen Prüfung: 04. März 2004

Diese Dissertation ist auf den Internetseiten der Hochschulbibliothek online verfügbar.

Inhaltsverzeichnis

I	Einleitung	1
II	Grundlagen niedrigdimensionaler Halbleitersysteme	3
1	Halbleiter-Heterostrukturen	3
1.1	Bandstruktur	3
1.2	Modulationsdotierung	4
2	Niedrigdimensionale Elektronengase	4
2.1	Das zweidimensionale Elektronengas	7
2.2	Das zweidimensionale Elektronengas im äußeren Magnetfeld	7
2.3	Das eindimensionale Elektronengas im äußeren Magnetfeld	8
2.4	Der Rashba-Effekt	10
2.4.1	Mechanismen der Spinaufspaltung	10
2.4.2	Der Rashba-Effekt in zweidimensionalen Elektronengasen	11
2.4.3	Der Rashba-Effekt in eindimensionalen Elektronengasen	14
2.5	Shubnikov-de Haas-Effekt	15
2.5.1	Systeme ohne Rashba-Spinaufspaltung	15
2.5.2	Systeme mit Rashba-Spinaufspaltung	17
III	Simulation von Quantendrähten mit Rashba-Spinaufspaltung	19
3	Drähte mit harmonischem Potential	19
3.1	Analytische Berechnung von Matrixelementen	19
3.2	Numerische Lösung der Schrödingergleichung	24
3.2.1	Implementation der Simulation	25
3.2.2	Grenzen und Vereinfachungen der Implementation	27
3.2.3	Berechnung der Knotenposition	30
3.3	Eigenschaften eindimensionaler Systeme mit Spin-Bahn-Wechselwirkung	33
3.3.1	Charakteristische Energieskala für die Spinaufspaltung	33
3.3.2	Einfluß der Drahtbreite auf die Knotenlage	34
3.3.3	Einfluß der Elektronenkonzentration auf die Knotenlage	36
3.3.4	Einfluß der Kopplungskonstante auf die Knotenlage	37
3.3.5	Vergleich mit zweidimensionalen Systemen	38
4	Drähte mit Kastenpotential	41
4.1	Analytische Berechnung von Matrixelementen	41
4.1.1	Matrixelemente des Hamiltonoperators ohne Rashba-Term	41
4.1.2	Matrixelemente des Rashba-Terms	44

4.2	Numerische Lösung der Schrödingergleichung	45
4.3	Eigenschaften von Drähten mit Kastenpotential	45
5	Zusammenfassung	47
IV	Probenpräparation	49
6	Epitaktisches Wachstum von Halbleiterschichten in der MOVPE	49
6.1	Wachstum in der MOVPE	49
6.2	Wachstum und Optimierung von InGaAs/InP Heterostrukturen	51
7	Präparation niedrigdimensionaler Strukturen	53
7.1	Herstellung von ohmschen Kontakten und Zuleitungen	53
7.1.1	Optische Lithografie	53
7.1.2	Ohmsche Kontakte	54
7.1.3	Zuleitungen	54
7.2	Strukturierung von Quantendrähten	55
7.2.1	Elektronenstrahllithografie	55
7.2.2	Ätzen von Drahtstrukturen	55
7.2.3	Optimierung des naßchemischen Ätzprozesses	57
7.3	Präparation von Gates	60
7.3.1	Großflächige Gates	62
7.3.2	Split-Gates	63
7.4	Probenträger	64
V	Magnetotransportmessungen	65
8	Messmethode	65
8.1	Messaufbau	65
8.2	Messprinzip	66
9	Messungen an naßchemisch geätzten Drähten	66
9.1	Strukturen ohne Gate	66
9.1.1	Die Probe 4256-2D4	66
9.1.2	Die Probe 4255-1C3	73
9.2	Strukturen mit Gate	79
10	Messungen an trockenchemisch geätzten Drähten	89
10.1	Messungen ohne Gate	89
10.2	Messungen mit Gate	94
11	Zusammenfassung	100

VI	Zusammenfassung und Ausblick	103
----	------------------------------	-----

Teil I

Einleitung

Die zunehmende Miniaturisierung in der modernen Mikroelektronik wird die traditionelle Halbleitertechnologie in den kommenden Jahren an ihre physikalischen Grenzen führen. Die dort verwendeten Strukturgrößen liegen heute bereits im Submikrometerbereich (einige 100 nm) und die Beeinflussung der elektrischen Eigenschaften von Bauelementen mit derartigen Abmessungen durch quantenmechanische Effekte erfordert die Suche nach neuen Konzepten.

Ein solches Konzept besteht darin, nicht nur die Ladung, sondern auch den Spin des Elektrons zu nutzen. Die zwei möglichen Einstellungen des Elektronenspins bezüglich einer vorgegebenen Richtung im Raum machen ihn gewissermaßen zum idealen Bit der Informationstechnologie. In den vergangenen Jahren sind eine Reihe verschiedener Vorschläge für konkrete Anwendungen gemacht worden. Sie alle basieren auf den Mechanismen der Spinaufspaltung im Halbleiter. Die Ursache dieser Spinaufspaltung besteht in einer Spin-Bahn-Wechselwirkung der Ladungsträger beim elektrischen Transport durch den Halbleiterkristall. Dabei spielen neben fundamentalen Eigenschaften des Kristallgitters [1] auch strukturelle Eigenschaften, die durch die Kombination unterschiedlicher Halbleiter entstehen, eine Rolle. Letztere zeichnen sich dadurch aus, daß sie zum einen durch Auswahl des Materialsystems gezielt optimiert und zum anderen durch äußere elektrische Felder (erzeugt durch Gateelektroden) kontrolliert werden können, also für Bauelementanwendungen prinzipiell geeignet erscheinen. Diese zweite Art der Spinaufspaltung wurde erstmals 1960 von E. Rashba untersucht [2] und wird heute als „Rashba-Effekt“ bezeichnet.

Der Gruppe der III-V-Verbindungshalbleiter mit ihren ausgeprägten Spineffekten kommt bei der Umsetzung verschiedener Konzepte eine große Bedeutung zu. Insbesondere Indiumlegierungen wie z.B. InAs, InGaAs und InSb sind interessant, weil sie zum einen eine große Spinaufspaltung zeigen und zum anderen mit Hilfe moderner Epitaxieverfahren, wie z.B. der metallorganischen Gasphasenepitaxie, mit hoher Qualität hergestellt werden können. Die Kombination unterschiedlicher solcher Halbleiter in Form eines dünnen Schichtstapels führt zur Ausbildung niedrigdimensionaler (ein- und zweidimensionaler) Strukturen, deren Abmessungen in der Größenordnung der Fermiwellenlänge der Ladungsträger im Material liegen. Daraus entstehende mesoskopischen Effekte, wie etwa die Existenz quantisierter Zustände, können in Kombination mit der Rashba-Spin-Bahn-Wechselwirkung in solchen Strukturen gezielt für Anwendungen genutzt werden.

Darauf aufbauend wurde ein erster, viel beachteter Bauelementvorschlag von Datta und Das [3] gemacht. Es handelt sich dabei um einen Spinpolarisationstransistor bei dem der Strom nicht durch Verarmung oder Anreicherung von Ladungsträgern, sondern durch Steuerung der Spinausrichtung bestimmt wird. Weitere Ansätze beschäftigen sich mit der Verwendung des Tunneleffekts zur Erzeugung spinpolarisierter Zustände („Spinfilter“) [4, 5]. Da sich die Realisierung konkreter Bauelemente aber eher schwierig gestaltet, hat sich bislang ein Großteil der experimentellen Un-

tersuchungen auf die grundlegenden Eigenschaften, wie z.B. die Größe der Rashba-Spinaufspaltung, konzentriert.

Während diese grundlegenden Eigenschaften in quasi-zweidimensionalen Systemen innerhalb der letzten 15 Jahre sowohl theoretisch [6, 7, 8, 9] als auch experimentell [10, 11, 12, 13] ausführlich untersucht wurden und als gut verstanden gelten können, ist das Interesse an eindimensionalen Systemen diesbezüglich erst vor kurzem, unter anderem aufgrund der Forschungen im Bereich des Quanteninformationsverarbeitung, stark gestiegen [14, 15, 16, 17]. Die Anzahl systematischer experimenteller Untersuchungen der Spinaufspaltung in Quantendrähten ist bis jetzt allerdings gering. Deshalb beschäftigt sich diese Arbeit hauptsächlich mit quasi-eindimensionalen Strukturen. Dabei stehen die *grundlegenden* Eigenschaften der Rashba-Spin-Aufspaltung wie z.B. die Stärke der Wechselwirkung in Drahtstrukturen im Vergleich zu zweidimensionalen Systemen im Vordergrund. Mögliche Bauelementanwendungen werden hingegen nicht diskutiert.

Die vorliegende Arbeit besteht im wesentlichen aus drei Teilen. Die Untersuchung der Spinaufspaltung in Quantendrähten erfordert Proben hoher Qualität. Um diese zu erreichen wird ein speziell auf das Materialsystem InGaAs/InP angepasster Präparationsprozess entwickelt. An den so hergestellten Proben werden dann Magnetotransportmessungen mit dem Ziel der Bestimmung der Stärke der Rashba-Wechselwirkung vorgenommen. Schließlich ergänzt eine Simulation der Quantendrähte die durchgeführten Messungen.

Teil II

Grundlagen niedrigdimensionaler Halbleitersysteme

Die in dieser Arbeit untersuchten Effekte der Spinaufspaltung sind untrennbar mit der Physik niedrigdimensionaler Halbleitersysteme verbunden. Deshalb soll in diesem Teil II ein Überblick sowohl über die für das Verständnis der durchgeführten Experimente wichtigen Eigenschaften solcher Systeme als auch über die Theorie der Rashba-Spinaufspaltung gegeben werden. Zunächst wird die Grundlage niedrigdimensionaler Strukturen, die Halbleiter-Heterostruktur, kurz erläutert. Bei der anschließenden Beschreibung der physikalischen Vorgänge in solchen Strukturen stehen die Eigenschaften des elektrischen Transports im Vordergrund. Die Darstellung des Rashba-Effekts beschränkt sich hier im wesentlichen auf zweidimensionale Systeme. Eindimensionale Systeme werden in Teil III in Verbindung mit ihrer Simulation genauer untersucht.

1 Halbleiter-Heterostrukturen

Die Basis der in dieser Arbeit betrachteten niedrigdimensionalen Strukturen ist die Kombination verschiedenartiger Halbleiter und der daraus resultierende Halbleiter-Heteroübergang. Da diese Thematik in vielen Lehrbüchern [18, 19, 20] ausführlich dargestellt ist, soll hier nur ein kurzer Überblick gegeben werden.

1.1 Bandstruktur

Die modernen Methoden der Halbleiterepitaxie ermöglichen die Deposition von Schichtfolgen bestehend aus Halbleitern mit unterschiedlichen physikalischen Eigenschaften. Dazu zählen unter anderem die Gitterkonstante und die Bandstruktur. Unter geeigneten Bedingungen (siehe Kapitel 6) wachsen alle Schichten einkristallin und versetzungsfrei, so daß an den Grenzflächen jeweils Halbleiter mit verschiedener Bandstruktur, d.h. unterschiedlicher Bandlücke am Γ -Punkt, aneinander stoßen. Die Folge davon sind Diskontinuitäten von Leitungs- und Valenzband an der Grenzfläche. Die gegenseitige Lage der Bandkanten kann recht gut mit dem Tersoff-Modell beschrieben werden. Eine ausführlichere Darstellung dieses Modells findet sich in [18]. Sind die Bandkantensprünge bekannt, so kann mit Hilfe selbstkonsistenter Verfahren der gesamte Bandverlauf berechnet werden. Abb. 1.1 zeigt das Ergebnis einer solchen Rechnung, die mit einem von A. Leuther [21] entwickelten Computerprogramm für das in dieser Arbeit verwendete und in Kapitel 6.2 näher beschriebene Schichtsystem durchgeführt wurde. Der Halbleiter kleinerer Bandlücke, in diesem Fall $\text{In}_{0.77}\text{Ga}_{0.23}\text{As}$, formt einen Potentialtopf, in dem sich, falls vorhanden, freie (nichtlokalisierte) Ladungsträger sammeln. So entsteht ein mit quasifreien Elektronen gefüllter Kanal. Wenn die Breite des Topfes vergleichbar mit der Elektronenwellenlänge im Material ist, wird die Bewegung der Ladungsträger auf die zwei Raumrichtungen innerhalb der

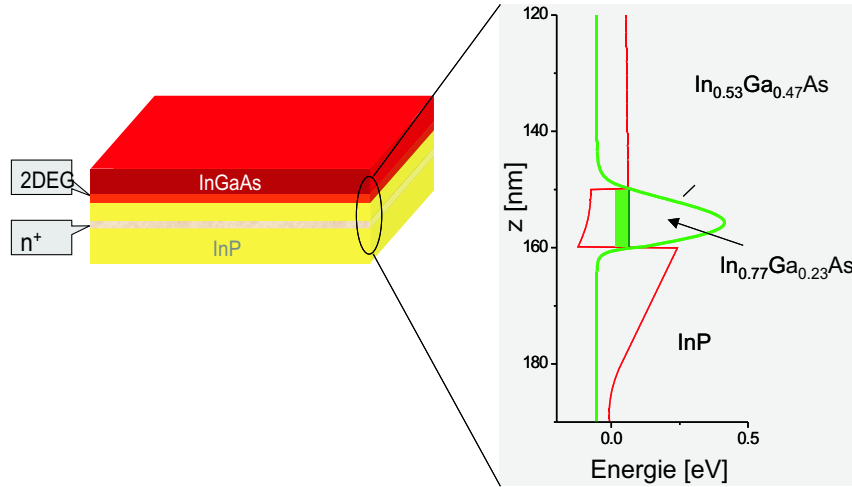


Abbildung 1.1: Darstellung der ortsabhängigen Leitungsbandkante am Γ -Punkt für eine in dieser Arbeit verwendete InGaAs/InP Heterostruktur.

Wachstumsebene begrenzt. In diesem Fall spricht man von einem zweidimensionalen Elektronengas (2DEG). Dieses lässt sich mit den in Kapitel 7 beschriebenen Methoden weiter lateral einschränken. Die so entstehenden quasi-eindimensionalen Strukturen (1DEG) sind Hauptgegenstand der Untersuchungen in dieser Arbeit.

1.2 Modulationsdotierung

Für Transportexperimente benötigt man freie Ladungsträger (hier Elektronen) im Kanal. Diese können durch geeignete Dotierung in den Halbleiter eingebracht werden. In den hier vorliegenden Strukturen geschieht das durch das Einfügen einer dünnen n-Dotierschicht unterhalb des Kanals. Sie ist durch eine Barriere von selbigem getrennt. Durch thermische Anregung wandern die Elektronen aus der Dotierschicht in den Kanal. Die räumliche Separation von ionisierten Donatoren und niedrigdimensionalem Elektronengas (*Modulationsdotierung*) im Potentialtopf verringert die Störstellenstreuung und erhöht somit die Ladungsträgerbeweglichkeit.

2 Niedrigdimensionale Elektronengase

Die Untersuchung der Rashba-Spin-Bahn-Wechselwirkung in niedrigdimensionalen Elektronengasen ist eng verknüpft mit dem elektrischen Transport in solchen Strukturen. Deshalb sollen im folgenden die damit verbundenen Grundlagen kurz diskutiert werden. Auf eine ausführliche Darstellung der unterschiedlichen Transportregime und Streumechanismen wird mit Hinweis auf [22] und [23] verzichtet.

Da die physikalischen Eigenschaften niedrigdimensionaler Elektronengase wesent-

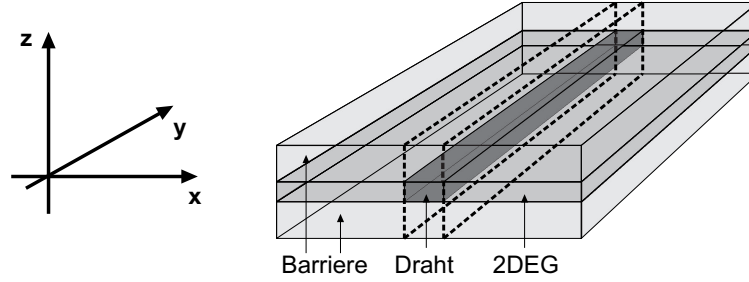


Abbildung 2.1: In dieser Arbeit verwendetes Koordinatensystem für die Beschreibung niedrigdimensionaler Strukturen. Gestrichelt eingezeichnet ist ein durch laterales Einschränken des 2DEG hervorgehender Quantendraht.

lich durch quantenmechanische Effekte bestimmt sind, stellt die Schrödingergleichung

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m^*} \left(\vec{p} - e \vec{A}(\vec{r}) \right)^2 + V(\vec{r}) + \frac{g\mu_B}{2} \vec{\sigma} \cdot \vec{B} \right] \Psi(\vec{r}) = E \Psi(\vec{r}) \quad (2.1)$$

den Ausgangspunkt für theoretische Untersuchungen dar. Hier bedeuten m^* die (isotrope) effektive Masse, $\vec{A}(\vec{r})$ das Vektorpotential des elektromagnetischen Feldes, $V(\vec{r})$ das Einschlußpotential der Heterostruktur, g der Landé-Faktor des Elektrons und μ_B das Bohrsche Magneton. (2.1) impliziert eine Einteilchennäherung mit parabolischen Leitungsbändern am Γ -Punkt. Die Hinzunahme des Vektorpotentials gestattet die Berücksichtigung eines äußeren Magnetfeldes, welches ein unverzichtbares Hilfsmittel im Experiment darstellt (siehe Kapitel 2.5 und 8). Dieses Magnetfeld wird im folgenden als homogen und in z -Richtung orientiert angenommen und kann unter Zuhilfenahme der Landau-Eichung

$$\vec{A} = B x \vec{e}_y \quad (2.2)$$

mit $\vec{B} = \text{rot } \vec{A}$ aus dem Vektorpotential abgeleitet werden. Es sei an dieser Stelle betont, daß die Wahl der Ausrichtung des B -Feldes durch das Experiment vorgegeben ist. Die noch sehr allgemein gehaltene Gl. (2.1) wird in den folgenden Kapiteln durch die Angabe des Einschlußpotentials konkretisiert und so auf Systeme unterschiedlicher Dimensionalität angewendet.

Ein in allen drei Raumrichtungen entkoppeltes Potential ist der einfachste Ansatz für die Beschreibung der hier betrachteten Strukturen. Da in dieser Arbeit lediglich ein- und zweidimensionale Systeme untersucht werden, ist die Angabe des Potentials in zwei Raumrichtungen

$$V(\vec{r}) = V(x) + \tilde{V}(z) \quad (2.3)$$

ausreichend. Dabei wurde das in Abb. 2.1 dargestellte Koordinatensystem so gewählt, daß z der Wachstumsrichtung der Heterostruktur entspricht und der Quantendraht in y -Richtung verläuft. Die Einschränkung gemäß Gl. (2.3) stellt zwar u.U. eine grobe Vereinfachung dar, hat aber den großen Vorteil zu einer wenigstens z.T. analytisch

lösaren Schrödingergleichung zu führen. Realistischere, nicht separierbare Potentiale $V(x, y)$ erfordern selbstkonsistente Lösungsverfahren wie sie z.B. in [24, 25] beschrieben werden. Im Vorgriff auf Teil III und Teil V sei an dieser Stelle erwähnt, daß die gute Übereinstimmung von Theorie und Experiment die Verwendung von (2.3) rechtfertigt.

Der Separationsansatz $\Psi(\vec{r}) = \Phi(x, y) \Lambda(z)$ führt auf die beiden Gleichungen

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m^*} \frac{d^2}{dz^2} + \tilde{V}(z) \right] \Lambda(z) = \tilde{E} \Lambda(z) \quad (2.4)$$

$$\left[\frac{p_x^2}{2m^*} + \frac{(p_y - e B x)^2}{2m^*} + V(x) + \frac{1}{2} g \mu_B \sigma_z B \right] \Phi(x, y) = E \Phi(x, y). \quad (2.5)$$

Ohne auf weitere Einzelheiten des Potentials $\tilde{V}$ einzugehen, ist klar, daß die Lösung von (2.4) gebundene Zustände mit den diskreten Energieniveaus E_i , $i = 1, 2, 3, \dots$ ergibt. Somit richtet sich das Hauptaugenmerk im folgenden auf die Lösung von (2.5).

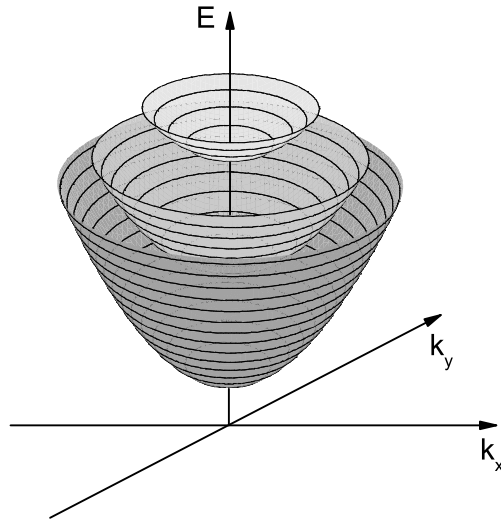


Abbildung 2.2: Energieeigenwerte E_{i,k_x,k_y} von (2.5) für ein 2DEG ohne äußeres Magnetfeld für die ersten drei Subbänder.

2.1 Das zweidimensionale Elektronengas

Für ein zweidimensionales Elektronengas ist $V(x) = 0$. Liegt kein äußeres Magnetfeld an, so verschwindet die Zeeman-Spin-Aufspaltung und die Ladungsträger können sich frei in der x, y -Ebene bewegen. Die Energieeigenwerte von (2.5) lassen sich sofort angeben:

$$E_{i,k_x,k_y} = \frac{\hbar^2}{2m^*} (k_x^2 + k_y^2) + E_i \quad i = 1, 2, 3, \dots \quad (2.6)$$

Die aus (2.6) entstehenden Energieparaboloide sind für die ersten drei Werte von E_i in Abb. 2.2 dargestellt.

2.2 Das zweidimensionale Elektronengas im äußeren Magnetfeld

Ein äußeres Magnetfeld hat zwei Auswirkungen auf das zweidimensionale Elektronengas. Zum einen tritt eine weitere Quantisierung auf. Die Elektronen können sich nicht mehr frei bewegen, sondern beschreiben nach klassischer Betrachtungsweise Kreisbahnen in einer Ebene senkrecht zur Magnetfeldrichtung. Zum anderen bewirkt das B -Feld eine Spinaufspaltung (Zeeman-Aufspaltung) der Energieniveaus. Die Lösung von (2.5) [26] führt in diesem Fall zu einer B -abhängigen Dispersion:

$$E_{i,n,s} = E_i + \hbar \omega_c \left(n + \frac{1}{2} \right) + s g \mu_B B \quad i, n = 0, 1, 2, \dots \quad \text{und} \quad s = \pm \frac{1}{2} \quad (2.7)$$

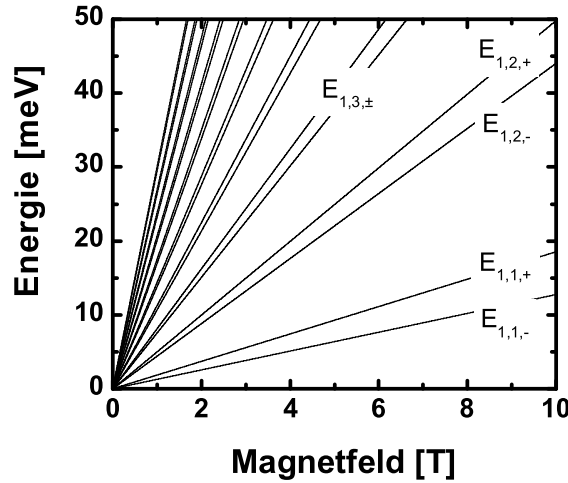


Abbildung 2.3: Magnetfeldabhängigkeit der ersten zehn Landauniveaus mit Berücksichtigung der Spinaufspaltung für ein zweidimensionales Elektronengas mit nur einem besetzten Subband.

mit der Zyklotronfrequenz $\omega_c = eB/m^*$ und den diskreten Energiewerten E_i aus (2.6). Für ein festes B existieren offensichtlich nur diskrete Energieeigenwerte, sogenannte Landauniveaus. Sie sind in Abb. 2.3 für ein konkretes Beispiel gezeigt. Eine weitere Eigenschaft des Magnetfeldes ist die Änderung der Zustandsdichte. Im magnetfeldfreien Fall ist sie konstant und beträgt pro Subband (i) $m^*/\pi\hbar^2$. Weil in Anwesenheit eines B -Feldes nur noch diskrete Zustände vorliegen, müssen sich die Elektronen gleichmäßig auf diese verteilen. Das führt zu dem Entartungsgrad

$$N_{i,n,s} = \frac{1}{2} \frac{m^*}{\pi \hbar^2} \hbar \omega_c = \frac{eB}{h}. \quad (2.8)$$

Mit zunehmendem Magnetfeld wächst die Entartung der Landauniveaus, weshalb man bei gegebener Ladungsträgerkonzentration n_i den Füllfaktor

$$\nu_i = \frac{n_i}{N_{i,n,s}} = \frac{h}{eB} n_i \quad (2.9)$$

für das i -te Subband definiert. Er gibt die Anzahl der besetzten Landauniveaus an.

2.3 Das eindimensionale Elektronengas im äußeren Magnetfeld

Da sich diese Arbeit hauptsächlich mit Quantendrähten, also eindimensionalen Elektronengasen beschäftigt, soll in diesem Kapitel etwas ausführlicher auf die Lösung der Schrödingergleichung (2.5) eingegangen werden. Die einzig verbleibende freie Bewegungsrichtung ist die y -Richtung. Das legt den Ansatz einer ebenen Welle

$$\Phi(x, y) = \phi(x) \chi(y) \quad \text{mit} \quad \chi(y) = \frac{1}{\sqrt{L}} \exp(i k_y y) \quad (2.10)$$

nahe, womit (2.5) zu

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m^*} \frac{d^2}{dx^2} + \frac{e^2 B^2}{2m^*} (x - x_0)^2 + V(x) + \frac{1}{2} g \mu_B \sigma_z B \right] \phi(x) = E_x \phi(x) \quad (2.11)$$

mit $x_0 = \frac{\hbar k_y}{eB}$

wird. Für die Beschreibung schmaler Drähte hat sich ein harmonisches Potential

$$V(x) = \frac{1}{2} m^* \omega_0^2 x^2 \quad (2.12)$$

als geeignet erwiesen. Es hat den großen Vorteil, daß (2.5) damit analytisch lösbar wird [27, 28, 29]. Breitere Drähte erfordern dagegen andere, eher rechteckförmige Potentiale mit denen sich Kapitel 4 näher befaßt. Setzt man (2.12) in (2.11) ein, so erhält man nach einigen Umformungen

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m^*} \frac{d^2}{dx^2} + \frac{1}{2} m^* \omega^2 (x - \tilde{x}_0)^2 + \frac{\omega_0^2}{\omega^2} \frac{\hbar^2 k_y^2}{2m^*} + \frac{1}{2} g \mu_B \sigma_z B \right] \phi(x) = E_x \phi(x). \quad (2.13)$$

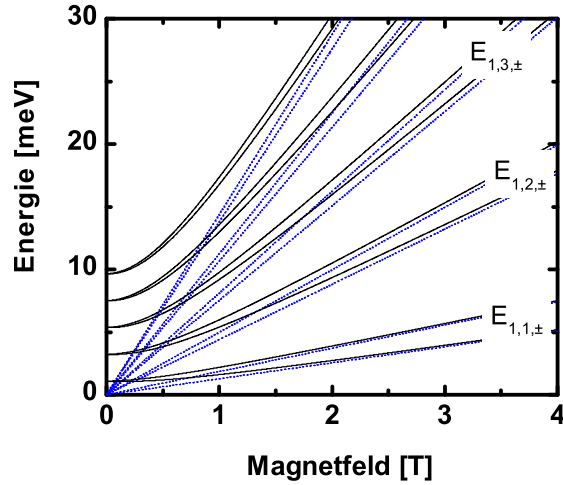


Abbildung 2.4: Magnetfeldabhängige Energiedispersion der Landauniveaus im ersten Subband eines eindimensionalen Elektronengases. Zusätzlich gestrichelt eingezeichnet sind die Energieniveaus eines 2DEG. Das Einschlußpotential $\hbar\omega_0$ hebt die Entartung der Landauniveaus eines 1DEG für $B \rightarrow 0$ auf. Parameter der Rechnung: $\hbar\omega_0 = 2 \text{ meV}$, $m^* = 0.037 m_0$, $g = -10$.

Dabei bedeuten

$$\tilde{x}_0 = \frac{\omega_c^2}{\omega^2} x_0 = \frac{\omega_c^2}{\omega^2} \frac{\hbar k_y}{e B}, \quad \text{und} \quad \omega^2 = \omega_c^2 + \omega_0^2. \quad (2.14)$$

Gl. (2.13) hat (ohne den Spinanteil) formale Ähnlichkeit mit der Schrödingergleichung des harmonischen Oszillators und besitzt mit der Variablentransformation

$$u = \frac{x - \tilde{x}_0}{b}, \quad \text{und} \quad b = \sqrt{\frac{\hbar}{m^* \omega}} \quad (2.15)$$

die Eigenfunktionen

$$\phi_n(u) = \frac{1}{\sqrt{b}} \frac{\pi^{-1/4}}{\sqrt{2^n n!}} H_n(u) \exp\left(-\frac{u^2}{2}\right) \quad (2.16)$$

und die Energieeigenwerte (mit Spinanteil)

$$\begin{aligned}
 E_{i,n,k_y,s} = & \underbrace{E_i}_{z\text{-Quantisierung}} + \underbrace{sg\mu_B B}_{\text{Zeeman-Aufspaltung}} + \\
 & + \underbrace{\hbar\omega\left(n + \frac{1}{2}\right)}_{\text{Landau-Quantisierung}} + \underbrace{\frac{\omega_0^2}{\omega^2} \frac{\hbar^2}{2m^*} k_y^2}_{\text{kinetische Energie}} \quad (2.17)
 \end{aligned}$$

mit $i, n = 0, 1, 2, \dots$ $s = \pm \frac{1}{2}$.

Die oben gefundenen Lösungen der Schrödingergleichung können folgendermaßen gedeutet werden. Liegt kein äußeres Magnetfeld an, so ist $\omega = \omega_0$ und das Energiespektrum (2.17) entspricht in x -Richtung dem eines normalen harmonischen Oszillators. Mit zunehmendem Magnetfeld ist zunächst aufgrund des Potentials $V(x)$ noch keine freie Zyklotronbewegung möglich. Diese kann erst für Zyklotronradien, die kleiner als die Drahtbreite sind, stattfinden. In diesem Bereich nähern sich dann die Energieeigenwerte denen des 2DEG an. Dieser Sachverhalt ist in Abb. 2.4 für ein konkretes Beispiel dargestellt. Aus ihr ist ersichtlich, daß die Landaulevel nicht wie im zweidimensionalen Fall für $B \rightarrow 0$ in die Subbandenergie E_i entarten, sondern in die 1D-Subbandenergien einlaufen. In dem hier gewählten Beispiel verhält sich der Quantendraht somit für Feldstärken $B \gtrsim 2\text{ T}$ zweidimensional.

2.4 Der Rashba-Effekt

2.4.1 Mechanismen der Spinaufspaltung

Eine Aufhebung der Spinentartung ist allgemein betrachtet die Folge einer fehlenden Zeit- oder Raumsymmetrie. Dies kann, wie bei der in Kapitel 2.2 erwähnten Zeeman-Spinaufspaltung [30], durch ein äußeres Magnetfeld, das eine Vorzugsrichtung im Raum definiert, erreicht werden. Im Festkörper existieren noch weitere Möglichkeiten die Raumsymmetrie zu brechen. Zum einen führt eine fehlende Inversionssymmetrie des für III-V-Halbleiter typischen Zinkblendegitters zu einer Aufhebung der Spinentartung im Leitungsband [1]. Zum anderen ist ein unsymmetrischer Potentialverlauf des Leitungsbandes (siehe Abb. 1.1) in Heterostrukturen für eine Spinaufspaltung verantwortlich [2]. Der letztere als Rashba-Effekt bezeichnete Mechanismus wird in den nächsten Kapiteln ausführlicher betrachtet. Beide Wechselwirkungen sind im Hinblick auf ihre jeweilige Stärke intensiv studiert worden. Ältere Arbeiten [31, 32, 33] kommen zu dem Schluß, daß in Halbleitern mit großer Bandlücke (z.B. GaAs) die Inversionsasymmetrie dominiert, während neuere Untersuchungen [34, 8, 35] auch dem Rashba-Anteil einen nicht zu vernachlässigenden Beitrag zuschreiben. Letztere werden durch experimentelle Daten in [36] gestützt. In Halbleitern mit kleiner Bandlücke (z.B. InAs) hingegen hat sich der Rashba-Effekt als dominant erwiesen [10, 11, 13]. Da der Rashba-Effekt mit Hilfe äußerer elektrischer Felder, erzeugt durch Gateelektroden, steuerbar ist [12, 9, 13], kommen für mögliche Anwendungen bevorzugt Halbleiter

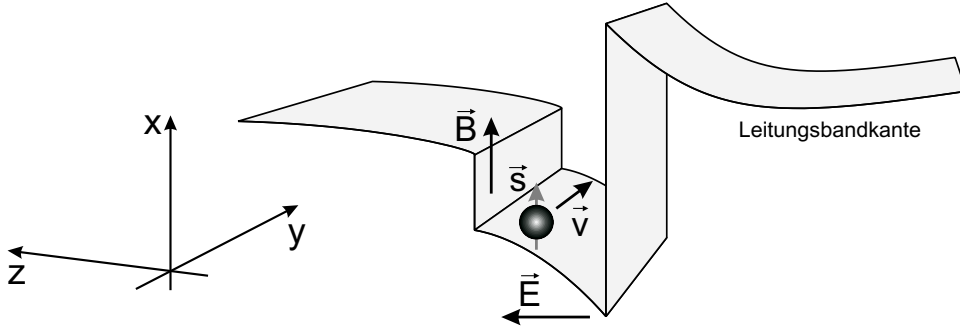


Abbildung 2.5: Zur Erklärung des Rashba-Effekts: Im Ruhesystem des sich im Quantentopf bewegenden Elektrons erscheint das elektrische Feld $\vec{E}$ als Magnetfeld $\vec{B}$ dessen Stärke und Richtung durch (2.18) gegeben ist. Da sich das Elektron in der x, y -Ebene bewegt, hängt die $\vec{B}$ -Richtung von der $\vec{v}$ -Richtung ab. Als Beispiel eingezeichnet ist der Fall $\vec{v} = v \vec{e}_y$ und $\vec{B} = B \vec{e}_x$

mit kleiner Bandlücke in Frage. Aus diesem Grund wurde für die Untersuchungen in dieser Arbeit das Materialsystem $\text{In}_{0.77}\text{Ga}_{0.23}\text{As}/\text{InP}$ gewählt.

2.4.2 Der Rashba-Effekt in zweidimensionalen Elektronengasen

Wie im letzten Kapitel bereits angedeutet, entsteht die Rashba-Spinaufspaltung durch einen unsymmetrischen Potentialverlauf und das daraus resultierende elektrische Feld. Elektronen, die sich innerhalb des Potentialtopfes bewegen, sind diesem Feld ausgesetzt und „spüren“ dieses aufgrund eines relativistischen Effekts als Magnetfeld. Mit diesem effektiven Magnetfeld

$$\vec{B} = \frac{1}{c} \vec{v} \times \vec{E} \quad (2.18)$$

wechselwirkt der Elektronenspin (siehe Abb.2.5). Hier bedeuten $\vec{v}$ die Geschwindigkeit des Elektrons und $\vec{E}$ die elektrische Feldstärke. Der für die Spin-Bahn-Wechselwirkung verantwortliche Hamiltonoperator läßt sich durch Entwicklung nach v/c direkt aus der Diracgleichung ableiten [37, 26]:

$$\mathcal{H}_R = \frac{\hbar}{(2m_0 c)^2} \vec{\nabla} V(\vec{r}) (\vec{\sigma} \times \vec{p}) \quad (2.19)$$

$\vec{\sigma}$ bezeichnet den Vektor der Pauli-Spinmatrizen, m_0 die Masse des freien Elektrons. Unter der Annahme eines in der 2DEG-Ebene (senkrecht zur Wachstumsrichtung) konstanten, in z -Richtung zeigenden, $\vec{E}$ -Feldes ($\sim -\partial/\partial z V(\vec{r}) \vec{e}_z$) kann (2.19) vereinfacht werden zu

$$\mathcal{H}_R = \frac{\alpha_R}{\hbar} \vec{e}_z \cdot (\vec{\sigma} \times \vec{p}). \quad (2.20)$$

Die in (2.20) definierte Größe α_R wird als *Rashba-Kopplungskonstante* bezeichnet und ist ein Maß für die Stärke der Wechselwirkung. Ersetzt man in (2.20) den kinetischen

durch den kanonischen Impuls

$$\vec{p} \rightarrow \vec{p} - e \vec{A}, \quad (2.21)$$

so erhält man:

$$\mathcal{H}_R = -\alpha_R \begin{pmatrix} 0 & i\frac{\partial}{\partial y} + \frac{eB}{\hbar}x - \frac{\partial}{\partial x} \\ i\frac{\partial}{\partial y} + \frac{eB}{\hbar}x + \frac{\partial}{\partial x} & 0 \end{pmatrix}. \quad (2.22)$$

Zusammen mit dem Hamiltonoperator aus (2.5) für die Bahnbewegung und $V(x) = 0$ nimmt der Hamiltonoperator mit Rashba-Spin-Bahn-Wechselwirkung folgende Gestalt an:

$$\mathcal{H} = \begin{pmatrix} \frac{p_x^2}{2m^*} + \frac{(p_y - eBx)^2}{2m^*} + \frac{g\mu_B B}{2} & -\alpha_R \left(i\frac{\partial}{\partial y} + \frac{eB}{\hbar}x - \frac{\partial}{\partial x} \right) \\ -\alpha_R \left(i\frac{\partial}{\partial y} + \frac{eB}{\hbar}x + \frac{\partial}{\partial x} \right) & \frac{p_x^2}{2m^*} + \frac{(p_y - eBx)^2}{2m^*} - \frac{g\mu_B B}{2} \end{pmatrix} \quad (2.23)$$

Die Schrödingergleichung mit dem Hamiltonoperator (2.23) ist analytisch lösbar und wurde erstmals 1960 von Rashba [2] aufgestellt und in weiteren Arbeiten [6, 7, 38] untersucht. Die Energieeigenwerte von (2.23) ergeben sich zu

$$\begin{aligned} E_{i,n,\pm}^{R,2D} &= E_i + \hbar\omega_c \left[n \pm \sqrt{\left(\frac{1}{2} - \frac{gm^*}{2m_0} \right)^2 + 2 \frac{\alpha^2 m^*}{\hbar^3 \omega_c} n} \right], \quad n = 1, 2, \dots \\ &= E_i + \hbar\omega_c \left(\frac{1}{2} - \frac{gm^*}{2m_0} \right), \quad n = 0, \quad i = 1, 2, 3, \dots \end{aligned} \quad (2.24)$$

Diese Energieniveaus können als Analogon zu denen eines 2DEG ohne Rashba-Wechselwirkung (2.7) betrachtet werden. Abb. 2.6 stellt für ein konkretes Beispiel beide Energiespektren gegenüber. Ohne Spin-Bahn-Wechselwirkung ist lediglich die Zeeman Aufspaltung präsent. Eine Rashba-Wechselwirkung mit $\alpha_R = 7.5 \times 10^{-12}$ eVm bewirkt sowohl eine größere Spinaufspaltung als auch ein nichtlineares Dispersionsverhalten. Das et al. [11] weisen darauf hin, daß es sich bei den zu (2.24) gehörigen Zuständen nicht mehr um Zustände mit wohldefinierter Spinausrichtung handelt. Durch die Nichtdiagonalelemente im Hamiltonoperator (2.23) treten Kopplungen zwischen den ungestörten Spinzuständen auf. Unter dem Einfluß der Spin-Bahn-Wechselwirkung gehen aus letzteren Mischzustände hervor.

Die Auswirkungen auf die Zustandsdichte an der Fermikante beeinhalten eine für das Experiment wichtige Modifikation. Aufgrund des nichtlinearen Verhaltens kommt es zu einem Kreuzen unterschiedlicher Subbänder (siehe Abb. 2.6(b)) wodurch die Periodizität der Zustandsdichte in $1/B$ gestört wird. Man kann die Gesamtzustandsdichte jedoch als Überlagerung zweier periodischer Zustandsdichten mit unterschied-

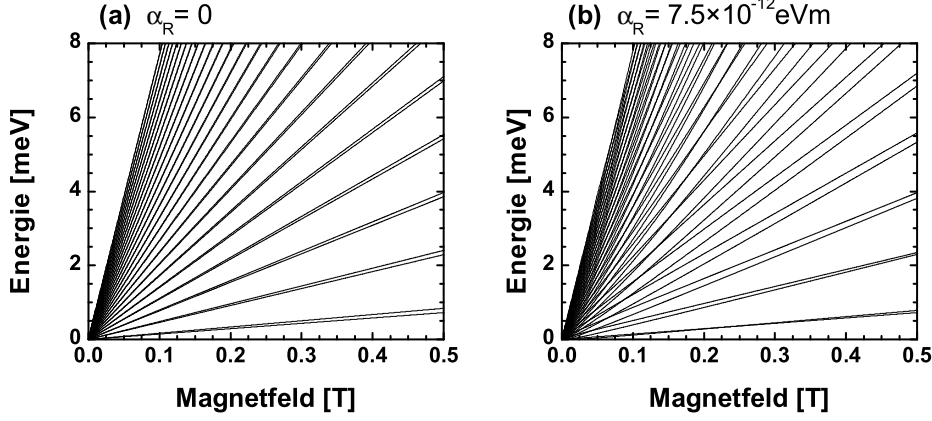


Abbildung 2.6: Vergleich der magnetfeldabhängigen Energiedispersion eines 2DEG für (a) $\alpha_R = 0$ und (b) $\alpha_R = 7.5 \times 10^{-12} \text{ eVm}$. Sonstige Parameter der Rechnung: $g = -4$ und $m^* = 0.037 m_0$.

lichen Elektronenkonzentrationen betrachten. Das führt zu charakteristischen Einschnürungen im Muster von Shubnikov-de Haas-Oszillationen. In Kapitel 2.5 wird dieser Sachverhalt genauer betrachtet.

Bisher wurden die Auswirkungen des Rashba-Effekts bei endlichen Magnetfeldstärken besprochen. Da die Rashba-Spin-Bahn-Wechselwirkung ein intrinsischer Vorgang ist, führt er auch *ohne* äußeres Magnetfeld, also bei $B = 0$, zu einer Spinaufspaltung. Die Energieeigenwerte (2.24) reduzieren sich in diesem Fall zu

$$E_{i,k_x,k_y}^{R,2D} = E_i + \frac{\hbar^2}{2m^*} (k_x^2 + k_y^2) \pm \alpha_R \sqrt{k_x^2 + k_y^2}, \quad i = 1, 2, 3, \dots \quad (2.25)$$

Die vorderen beiden Terme bilden die bekannten Energieparaboloide der freien Elektronenbewegung in x, y -Richtung. Der letzte Term repräsentiert die entartungsaufhebende Spinaufspaltung. Abb. 2.7 zeigt schematisch die Energieeigenwerte (2.25) für ein spinaufgespaltenes Subband. Die Abweichung von der reinen Parabelform ist deutlich erkennbar. Der äußere Paraboloid gehört zu Elektronen, denen eine etwas größere effektive Masse zugeordnet werden kann als den zu dem inneren Paraboloid gehörigen Elektronen. Daraus entsteht eine Ungleichbesetzung der beiden Energiebänder mit deren Hilfe die Kopplungskonstante bestimmt werden kann (siehe Kapitel 2.5).

Anders als unter dem Einfluß endlicher äußerer Magnetfelder ist hier die Definition einer Spinausrichtung möglich [39]. Die Spinerhaltungsrichtung steht senkrecht auf der Bewegungsrichtung und der Wachstumsrichtung des 2DEG. In Abb. 2.7 sind neben dem Betrag des Fermiwellenvektors in der k_x, k_y -Ebene diese Spinausrichtungen durch Pfeile eingezeichnet.

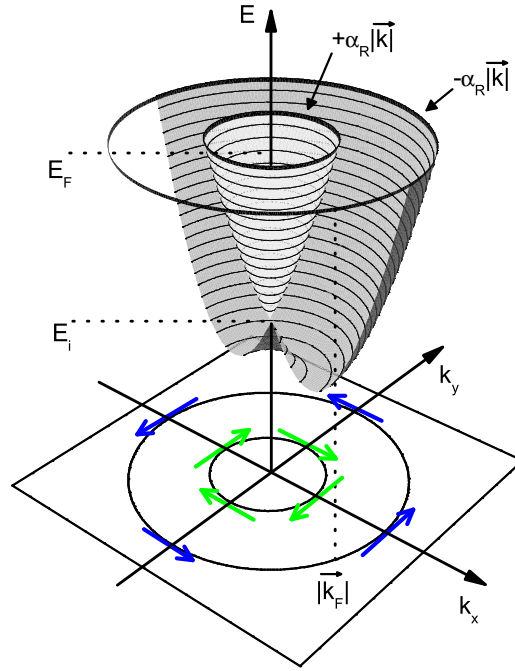


Abbildung 2.7: Energiedispersion eines Rashba-spinaufgespaltenen Subbandes eines 2DEG. Die Energiefläche des äußeren Subbandes ist zur Hälfte aufgeschnitten. Aufgrund des unterschiedlichen Verlaufs der beiden Energiedispersionen nimmt der zur Fermienergie gehörige Wellenzahlvektor bei der Subbänder jeweils einen anderen Wert, der als Kreis in der k_x, k_y -Ebene eingezeichnet ist, an. Die Spinausrichtung ist durch Pfeile neben den Kreisen angedeutet.

2.4.3 Der Rashba-Effekt in eindimensionalen Elektronengasen

Im Gegensatz zu einem zweidimensionalen Elektronengas ist die Schrödingergleichung mit Rashba-Term (2.22) im eindimensionalen Fall nicht analytisch lösbar. Eine nähere Beschreibung der wesentlichen Eigenschaften solcher Systeme soll daher an dieser Stelle nicht gegeben werden. Der nachfolgende Teil III beschäftigt sich ausführlich mit der numerischen Lösung der Schrödingergleichung. Dort wird dann auch im Detail auf die Auswirkungen der Rashba-Spin-Bahn-Wechselwirkung eingegangen und ein Vergleich mit zweidimensionalen Systemen (Kapitel 3.3) angestellt.

2.5 Shubnikov-de Haas-Effekt

2.5.1 Systeme ohne Rashba-Spinaufspaltung

Zweidimensionales Elektronengas Die in den vorangegangenen Kapiteln behandelten Sachverhalte beinhalten eine Eigenschaft, welche aus experimenteller Sicht von großer Bedeutung ist. Die Landauquantisierung der elektronischen Zustände im Magnetfeld hat eine Änderung der Zustandsdichte zur Folge. Sie zeigt bei den Quantisierungswerten, die laut (2.7) linear mit B zunehmen, ausgeprägte Maxima. Durchquert ein solcher Bereich hoher Zustandsdichte während einer kontinuierlichen Erhöhung des Magnetfeldes das Ferminiveau, so ändern sich die damit verbundenen Transportparameter wie etwa der Längswiderstand R_{xx} der Probe. Beim Durchfahren eines bestimmten B -Intervalls treten so *periodische* Änderungen in der Zustandsdichte an der Fermikante und daraus resultierend, wie in Abb. 2.8 dargestellt, auch im Widerstand R_{xx} auf. Diese periodischen Änderungen des Längswiderstandes sind als Shubnikov-

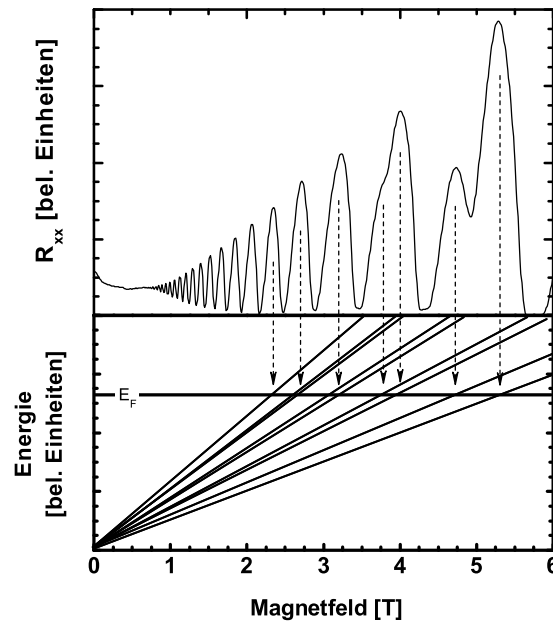


Abbildung 2.8: Zur Erklärung des Shubnikov-de Haas-Effekts: Die Schnittpunkte der Fermienergie mit den Landauniveaus (Bereiche hoher Zustandsdichte) manifestieren sich als ausgeprägte Oszillationen bzw. Peaks in einer Messung des Längswiderstandes als Funktion des Magnetfeldes.

de Haas-Effekt (SdH-Effekt) bekannt. Aus der Messung von R_{xx} in Abhängigkeit von B können auf diese Weise viele Informationen über ein- oder zweidimensionale Elektronengase gewonnen werden [40]. Das setzt allerdings niedrige Temperaturen (im Bereich des flüssigen Heliums) voraus, da die Fermikante ausreichend scharf definiert sein muß und niveauperbreiternde Streuprozesse unterdrückt werden müssen.

Die Schichtladungsträgerkonzentration n_{2D} zählt zu den wichtigsten Größen, die aus den SdH-Oszillationen bestimmt werden können. Wie oben erwähnt, entsprechen die Minima der Oszillationen Bereichen kleiner Zustandsdichte. In diesem Fall befindet sich die Fermienergie zwischen zwei Bändern, d.h. der Füllfaktor ist ganzzahlig. Damit eröffnen sich zwei Wege n_{2D} zu bestimmen:

1. Aus der Lage der Minima im Hochfeldbereich. Mit (2.9) folgt

$$n_{2D} = \frac{2e}{h} \frac{\Delta\nu}{\Delta(1/B_{min})}, \quad \Delta\nu \text{ ganzzahlig} \quad (2.26)$$

2. Aus dem Kleinfeldbereich mit Hilfe einer Fouriertransformation. Die Frequenz der Oszillationen

$$f_{SdH} = \frac{h}{2e} n_{2D} \quad (2.27)$$

wird mittels einer FFT (fast Fourier Transform) aus den SdH-Oszillationen berechnet und daraus n_{2D}^{FFT} ermittelt.

Beide Verfahren kommen in Teil V zur Anwendung.

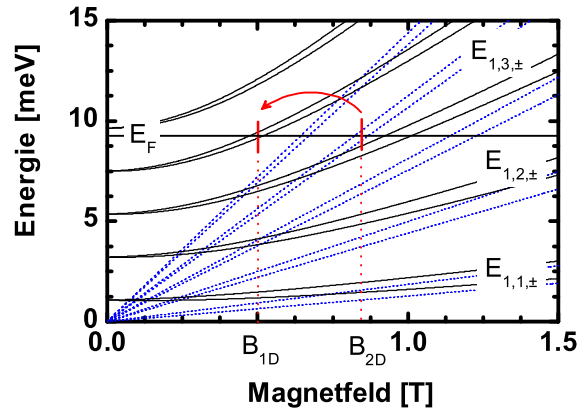


Abbildung 2.9: Verschiebung der SdH-Oszillationsmaxima zu kleinen Magnetfeldstärken für ein eindimensionales Elektronengas.

Eindimensionales Elektronengas Das eindimensionale Elektronengas verhält sich für hohe Magnetfeldstärken wie ein 2DEG. Im Bereich kleiner Feldstärken treten jedoch Abweichungen auf. Wie in Abb. 2.9 gezeigt, gehen die Subbandenergien für $B \rightarrow 0$ in die 1D-Quantisierungsenergien über. Das hat eine Verschiebung der Schnittpunkte mit der Fermienergie und somit auch der SdH-Oszillationsextrema zu *kleineren* Magnetfeldern zur Folge. Dadurch geht die Periodizität der Minimumpositionen in $1/B$ für kleine B und damit auch die Möglichkeit die 2D-Elektronenkonzentration mit Hilfe einer Fouriertransformation zu bestimmen verloren.

In einem quasi-eindimensionalen System sind die Elektronenkonzentrationen n_{1D} und n_{2D} durch die Drahtbreite und das Potential miteinander verknüpft. Berggren et al. schlagen in [29] ein Verfahren zur Bestimmung der 1D-Elektronenkonzentration n_{1D} , des Potentials $\hbar\omega_0$ und einer effektiven Drahtbreite w_{eff} vor. Es basiert auf der Annahme eines harmonischen Potentials und ist deshalb auf schmale Drähte begrenzt. Zunächst wird aus dem Hochfeldbereich (linearer Bereich der SdH-Minima) das Produkt $n_{1D} \cdot \omega_0$ ermittelt. Die Einbeziehung des Kleinfeldbereichs liefert n_{1D} und ω_0 getrennt voneinander. Die effektive Drahtbreite wird dann durch

$$w_{eff} = 2\pi n_{1D}^{1/3} \left(\frac{2\hbar}{3\pi m^* \omega_0} \right)^{2/3} \quad (2.28)$$

definiert. Schließlich erhält man die 2D-Elektronenkonzentration durch

$$n_{2D} = \frac{n_{1D}}{w_{eff}}. \quad (2.29)$$

Gl. (2.29) setzt voraus, daß die Elektronen gleichmäßig über den Drahtquerschnitt verteilt sind. Außerdem liegt dem oben beschriebenen Verfahren natürlich die Zustandsdichte eines Systems *ohne* Spin-Bahn-Kopplung zugrunde. Deshalb wird es in Teil V nur dort eingesetzt, wo eine solche Zustandsdichte zur Beschreibung ausreicht (Bereich schwacher Kopplung: siehe auch Kapitel 3.3.1).

2.5.2 Systeme mit Rashba-Spinaufspaltung

Zweidimensionales Elektronengas Wie in Kapitel 2.4.2 bereits angedeutet, führt die Rashba-Spinaufspaltung zu einer Modifikation der Zustandsdichte und deshalb auch der SdH-Oszillationen. Es entstehen charakteristische Einschnürungen bzw. Knoten (siehe z.B. Abb. 9.7), die als Folge einer Überlagerung *zweier* Zustandsdichten leicht unterschiedlicher Periodizität betrachtet werden können. Dieser Sachverhalt wird im Zusammenhang mit der Berechnung solcher Knotenpositionen in Kapitel 3.2.3 genauer diskutiert. Einen Eindruck vom Resultat einer Überlagerung zweier Zustandsdichten an der Fermikante in Abhängigkeit des inversen Magnetfeldes gibt Abb. 3.7.

Die im Rahmen dieser Arbeit wichtigste Größe im Bezug auf den Rashba-Effekt ist die Kopplungskonstante α_R . Sie kann folgendermaßen aus den SdH-Oszillationen bestimmt werden. Aus den Dispersionsrelationen (2.25) läßt sich die unterschiedliche

Zustandsdichte der beiden Spinäste berechnen [9]:

$$Z_{\pm}(E) = \frac{1}{2} \frac{m^*}{\pi \hbar^2} \left(1 \mp \frac{1}{\sqrt{1 + [2(E - E_i) \hbar^2] / (\alpha_R^2 m^*)}} \right) \quad (2.30)$$

Aus (2.30) kann durch Intergration bis zur Fermienergie die Elektronenkonzentration $n_{2D,\pm}$ bestimmt werden. Aus dem Ladungsträgerunterschied $\Delta n_{2D} = n_{2D,-} - n_{2D,+}$ berechnet man α_R

$$\alpha_R = \frac{\Delta n_{2D} \hbar^2}{m^*} \sqrt{\frac{\pi}{2(n_{2D} - \Delta n_{2D})}} \quad (2.31)$$

mit der Gesamtladungsträgerdichte $n_{2D} = n_{2D,-} + n_{2D,+}$. Die beiden Ladungsträgerkonzentrationen können mit Hilfe einer Fouriertransformation aus den SdH-Messungen extrahiert werden [10]. Im Fourierspektrum tritt dann eine Doppelpeakstruktur (siehe Abb. 9.8) auf, aus der mit (2.27) $n_{2D,-}$ und $n_{2D,+}$ berechnet werden.

Eindimensionales Elektronengas Da beim eindimensionalen Elektronengas die oben beschriebenen Abweichungen in der Periodizität der SdH-Oszillationen auftreten, führt hier eine Fouriertransformation bei der Bestimmung von α_R nicht zum Ziel. Zwar erscheinen auch im eindimensionalen Fall Knoten im Oszillationsmuster, jedoch verhindert die Nichtexistenz zweier wohldefinierter SdH-Frequenzen eine Auflösung im Fourierspektrum. Die Bestimmung der Kopplungskonstante kann allerdings direkt aus der Knotenposition mit Hilfe der Simulation in Teil III durchgeführt werden.

Teil III

Simulation von Quantendrähten mit Rashba-Spinaufspaltung

Die Überlegungen in Kapitel 2.4.3 haben gezeigt, daß die Schrödingergleichung mit Rashba-Term nur für zweidimensionale Systeme analytisch lösbar ist. Eine numerische Lösung der Schrödingergleichung für den eindimensionalen Fall setzt voraus, daß die Form des lateralen Einschlußpotentials bekannt ist. Das in Kapitel 2.3 vorgestellte Modell geht von einem harmonischen Potential aus. Dieser Ansatz ist sicherlich für schmale Drähte (Breite $\lesssim 400$ nm) gerechtfertigt. Die in dieser Arbeit untersuchten Drähte sind jedoch z.T. erheblich breiter, so daß für sie eine gute Beschreibung durch ein harmonisches Potential fraglich ist. In diesem Fall scheint ein Kastenpotential die bessere Wahl zu sein. Deshalb wird im folgenden zunächst das harmonische und dann das Kastenpotential ausführlich behandelt.

3 Drähte mit harmonischem Potential

In diesem Kapitel werden die numerische Lösung der Schrödingergleichung und die daraus resultierenden Eigenschaften eindimensionaler Systeme mit Spin-Bahn-Wechselwirkung für den Fall eines harmonischen Einschlußpotentials präsentiert. Das Lösungsverfahren geht dabei von der Schrödingergleichung in Matrixform aus. Zunächst werden die Matrixelemente des Hamiltonoperators bzgl. eines geeigneten Funktionensystems analytisch ermittelt. Die anschließende Bestimmung der Energieeigenwerte erfolgt numerisch. Für den Vergleich mit dem Experiment können dann aus den gewonnenen Energiespektren die Positionen der für die Spinaufspaltung charakteristischen Einschnürungen berechnet werden.

3.1 Analytische Berechnung von Matrixelementen

Ausgangspunkt für die Berechnung der Matrixelemente ist der Hamiltonoperator (2.23). Der Anteil ohne Spin-Bahn-Wechselwirkung $\mathcal{H}_0$ ist, bei Verwendung der Eigenfunktionen (2.16) für die Entwicklung des gesamten Hamiltonoperators, bereits diagonal und hat die Energieeigenwerte (2.17). Er braucht deshalb zunächst nicht weiter betrachtet zu werden. Das Hauptaugenmerk richtet sich demnach im folgenden auf die Berechnung der Matrixelemente des Rashba-Terms $\mathcal{H}_R$

$$\mathcal{H}_R = -\alpha_R \begin{pmatrix} 0 & i\frac{\partial}{\partial y} + \frac{eB}{\hbar}x - \frac{\partial}{\partial x} \\ i\frac{\partial}{\partial y} + \frac{eB}{\hbar}x + \frac{\partial}{\partial x} & 0 \end{pmatrix} \quad (3.1)$$

Die Oszillatoreigenfunktionen

$$\phi_n(u) = \underbrace{\frac{1}{\sqrt{b}} \frac{\pi^{-1/4}}{\sqrt{2^n n!}}}_{A_n} H_n(u) \exp\left(-\frac{u^2}{2}\right). \quad (3.2)$$

stellen das für die Entwicklung bevorzugte Funktionensystem dar. Dabei bedeuten

$$u = \frac{x - \tilde{x}_0}{b}, \quad \tilde{x}_0 = \frac{\omega_c^2}{\omega^2} \frac{\hbar k_y}{e B}, \quad b = \sqrt{\frac{\hbar}{m^* \omega}}, \quad \text{und} \quad \omega^2 = \omega_c^2 + \omega_0^2. \quad (3.3)$$

H_n ist das Hermite-Polynom n -ter Ordnung, $\omega_c = e B / m^*$ die Zyklotronfrequenz und ω_0 ein Maß für die Stärke des Einschlußpotentials. Setzt man die Variablentransformation (3.3) in den Ausdruck für den Rashba-Term (3.1) ein, so folgt

$$\mathcal{H}_R = -\alpha_R \begin{pmatrix} 0 & i \frac{\partial}{\partial y} + \frac{e B}{\hbar} (b u + \tilde{x}_0) - \frac{1}{b} \frac{\partial}{\partial u} \\ i \frac{\partial}{\partial y} + \frac{e B}{\hbar} (b u + \tilde{x}_0) + \frac{1}{b} \frac{\partial}{\partial u} & 0 \end{pmatrix}. \quad (3.4)$$

Die partielle Ableitung nach y erfordert eine explizite Berücksichtigung des Anteils der Wellenfunktion $\chi_{k_y}(y)$ in y -Richtung. Die Entwicklung des Hamiltonoperators wird also nach folgendem Funktionensystem vorgenommen:

$$\phi_n(u) \chi_{k_y}(y) = A_n H_n(u) \exp\left(-\frac{u^2}{2}\right) \frac{1}{\sqrt{L}} \exp(i k_y y). \quad (3.5)$$

Dabei sind aufgrund der Randbedingungen des Drahtes für die Wellenzahl nur die Werte $k_y = \pm p 2\pi / L$ mit $p = 1, 2, 3, \dots$ zulässig. Deshalb werden die Funktionen χ_{k_y} in der folgenden Nebenrechnung mit χ_p bezeichnet. Als Basis für den Spinfreiheitsgrad werden die Eigenvektoren von σ_z verwendet:

$$\rho_+ = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \rho_- = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (3.6)$$

Vor der eigentlichen Rechnung sollen an dieser Stelle einige Nebenrechnungen kurz aufgeführt werden.

$$\begin{aligned} \frac{\partial \phi_n(u)}{\partial u} &= A_n \left[\frac{dH_n(u)}{du} - u H_n(u) \right] \exp\left(-\frac{u^2}{2}\right) \\ &= A_n [2n H_{n-1}(u) - u H_n(u)] \exp\left(-\frac{u^2}{2}\right), \end{aligned} \quad (3.7)$$

$$\frac{\partial \chi_{k_y}(y)}{\partial y} = i k_y \chi_{k_y}(y), \quad (3.8)$$

$$\frac{A_n}{A_{n-1}} n = \sqrt{\frac{\sqrt{\pi} 2^{n-1} (n-1)! b}{\sqrt{\pi} 2^n n! b}} = \sqrt{\frac{n}{2}}. \quad (3.9)$$

Desweiteren liefert die Orthonormalität der Funktionen (3.5):

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\frac{L}{2}}^{+\frac{L}{2}} \phi_m(u) \chi_p(y) \phi_n(u) \chi_q^*(y) du dy = \delta_{m,n} \delta_{p,q} \quad (3.10)$$

wobei L die Drahtlänge ist.

Im folgenden sollen nun die einzelnen Matrixelemente berechnet werden. Die Rechnung wird exemplarisch für die Elemente $\langle m, p, + | \mathcal{H}_R | n, q, - \rangle = (\mathcal{H}_R)_{m,n,p,q,+,-}$ durchgeführt. Dazu wird

$$i \frac{\partial}{\partial y} + \frac{eB}{\hbar} (b u + \tilde{x}_0) - \frac{1}{b} \frac{\partial}{\partial u}$$

von rechts mit $\phi_n(u) \chi_q^*(y)$ und von links mit $\phi_m(u) \chi_p(y)$ multipliziert. Nach anschließender Integration erhält man:

$$\begin{aligned} (\mathcal{H}_R)_{m,n,+,-} &= \underbrace{-\alpha_R \left(\frac{eB}{\hbar} b + \frac{1}{b} \right) \int_u \phi_m(u) \phi_n(u) u du}_{:= I_1} - \\ &\quad - \underbrace{\alpha_R \left(\frac{eB}{\hbar} \tilde{x}_0 - k_y \right) \int_u \phi_m(u) \phi_n(u) du}_{:= I_2} + \\ &\quad + \underbrace{\alpha_R \frac{A_n}{A_{n-1}} \frac{2n}{b} \int_u \phi_m(u) \phi_{n-1}(u) du}_{:= I_3} \end{aligned} \quad (3.11)$$

Da wegen (3.10) für $p \neq q$ alle Matrixelemente verschwinden, wird im folgenden der Index p unterdrückt. Der erste Term auf der rechten Seite von (3.11) läßt sich mit partieller Integration lösen:

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{+\infty} \phi_m(u) \phi_n(u) u du &= A_m A_n \int_{-\infty}^{+\infty} H_m(u) H_n(u) u \exp(-u^2) du \quad (3.12) \\ &= A_m A_n \left(\underbrace{\left[-\frac{1}{2} H_m H_n \exp(-u^2) \right]_{-\infty}^{+\infty}}_{=0} + \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d(H_m H_n)}{du} \exp(-u^2) du \right) \end{aligned}$$

Unter Verwendung von (3.7) führt der zweite Term zu

$$\begin{aligned} &= A_m A_n \left(m \int_{-\infty}^{+\infty} H_{m-1} H_n \exp(-u^2) du + n \int_{-\infty}^{+\infty} H_m H_{n-1} \exp(-u^2) du \right) \\ &= \frac{A_m}{A_{m-1}} m \int_{-\infty}^{+\infty} \phi_{m-1}(u) \phi_n(u) du + \frac{A_n}{A_{n-1}} n \int_{-\infty}^{+\infty} \phi_m(u) \phi_{n-1}(u) du. \end{aligned}$$

Das Ausnutzen der Orthogonalität (3.10) ergibt

$$I_1 = \alpha_R \left(\frac{eB}{\hbar} b + \frac{1}{b} \right) \left(\frac{A_m}{A_{m-1}} m \delta_{m-1,n} + \frac{A_n}{A_{n-1}} n \delta_{m,n-1} \right). \quad (3.13)$$

Der zweite und der dritte Term auf der rechten Seite von (3.11) können sofort mit Hilfe von (3.10) ausgewertet werden.

$$I_2 = \alpha_R \left(\frac{eB}{\hbar} \tilde{x}_0 - k_y \right) \delta_{m,n} \quad (3.14)$$

$$I_3 = \alpha_R \frac{A_n}{A_{n-1}} \frac{2n}{b} \delta_{m,n-1} \quad (3.15)$$

Nach einer Umgruppierung der drei Terme erhält man:

$$\begin{aligned} (\mathcal{H}_R)_{m,n,+,-} &= -I_1 - I_2 + I_3 \\ &= -\alpha_R \left(\frac{eB}{\hbar} \tilde{x}_0 - k_y \right) \delta_{m,n} + \alpha_R \left(\frac{1}{b} - \frac{eB}{\hbar} b \right) \frac{A_n}{A_{n-1}} n \delta_{m,n-1} - \\ &\quad -\alpha_R \left(\frac{1}{b} + \frac{eB}{\hbar} b \right) \frac{A_m}{A_{m-1}} m \delta_{m-1,n} \end{aligned}$$

Für eine numerische Umsetzung dieses analytischen Ergebnisses ist es vorteilhaft, unter Zuhilfenahme von (3.3) zu den ursprünglichen Größen zurückzukehren:

$$\begin{aligned} (\mathcal{H}_R)_{m,n,+,-} &= -\alpha_R \left(\frac{\omega_c^2}{\omega^2} - 1 \right) k_y \delta_{m,n} + \alpha_R \left(\frac{\omega_c}{\omega} + 1 \right) \sqrt{\frac{m^* \omega}{\hbar}} \sqrt{\frac{n}{2}} \delta_{m,n-1} + \\ &\quad + \alpha_R \left(\frac{\omega_c}{\omega} - 1 \right) \sqrt{\frac{m^* \omega}{\hbar}} \sqrt{\frac{m}{2}} \delta_{m-1,n} \quad \text{mit } m, n = 1, 2, 3 \dots \\ &= -\alpha_R \left(\frac{\omega_c^2}{\omega^2} - 1 \right) k_y, \quad \text{mit } m, n = 0. \end{aligned} \quad (3.16)$$

Die Matrixelemente $\langle m, - | \mathcal{H}_R | n, + \rangle$ berechnet man analog zur obigen Vorgehensweise.

$$\begin{aligned} (\mathcal{H}_R)_{m,n,-,+} &= -\alpha_R \left(\frac{\omega_c^2}{\omega^2} - 1 \right) k_y \delta_{m,n} + \alpha_R \left(\frac{\omega_c}{\omega} - 1 \right) \sqrt{\frac{m^* \omega}{\hbar}} \sqrt{\frac{n}{2}} \delta_{m,n-1} + \\ &\quad + \alpha_R \left(\frac{\omega_c}{\omega} + 1 \right) \sqrt{\frac{m^* \omega}{\hbar}} \sqrt{\frac{m}{2}} \delta_{m-1,n} \quad \text{mit } m, n = 1, 2, 3 \dots \\ &= -\alpha_R \left(\frac{\omega_c^2}{\omega^2} - 1 \right) k_y, \quad \text{mit } m, n = 0. \end{aligned} \quad (3.17)$$

Der Vollständigkeit halber seien hier noch die Matrixelemente des Hamiltonoperators

$m \downarrow n \rightarrow$		0		1		2		3		...
		+	-	+	-	+	-	+	-	
0	+	A_0	C	0	D_1	0	0	0	0	...
	-	C	B_0	E_1	0	0	0	0	0	
1	+	0	E_1	A_1	C	0	D_2	0	0	
	-	D_1	0	C	B_1	E_2	0	0	0	
2	+	0	0	0	E_2	A_2	C	0	D_3	
	-	0	0	D_2	0	C	B_2	E_3	0	
3	+	0	0	0	0	0	E_3	A_3	C	
	-	0	0	0	0	D_3	0	C	B_3	
$\vdots$	$\vdots$									$\ddots$

Abbildung 3.1: Matrixschema des Hamiltonoperators $\mathcal{H} = \mathcal{H}_0 + \mathcal{H}_R$ für die Entwicklung nach den Eigenfunktionen (3.5). Die auftretenden Kopplungen unterschiedlicher Zustände sind exemplarisch für das zweite Subband hervorgehoben. Strukturell ähnliche Elemente sind mit dem gleichen Großbuchstaben bezeichnet.

$\mathcal{H}_0$ angegeben:

$$(\mathcal{H}_R)_{m,n,+,+} = \left[\hbar\omega \left(n + \frac{1}{2} \right) + \frac{\hbar^2}{2m^*} \frac{\omega_0^2}{\omega^2} k_y^2 + \frac{1}{2} g \mu_B B \right] \delta_{m,n} \quad (3.18)$$

$$= \left(E_{n,k_y} + \frac{1}{2} g \mu_B B \right) \delta_{m,n}$$

$$(\mathcal{H}_R)_{m,n,-,-} = \left[\hbar\omega \left(n + \frac{1}{2} \right) + \frac{\hbar^2}{2m^*} \frac{\omega_0^2}{\omega^2} k_y^2 - \frac{1}{2} g \mu_B B \right] \delta_{m,n} \quad (3.19)$$

$$= \left(E_{n,k_y} - \frac{1}{2} g \mu_B B \right) \delta_{m,n}$$

mit $m, n = 0, 1, 2, \dots$

Es ist aufschlußreich sich den Aufbau der Hamiltonmatrix etwas genauer anzuschauen. Sie kann in zwei Serien von 2×2 -Blöcken jeweils gleicher Struktur eingeteilt werden. Die Hauptdiagonale bildet eine der beiden Serien, die um eins verschobene Hauptdiagonale die zweite. Alle anderen 2×2 -Untermatrizen enthalten nur Nullen. Das hat zur Folge, daß nur eine Kopplung benachbarter Subbänder auftritt: Das n -te Subband wechselwirkt mit dem $(n-1)$ -ten und dem $(n+1)$ -ten. Abb. 3.1 zeigt schematisch den Aufbau der Matrix. Die auftretenden Kopplungen unterschiedlicher Zustände sind exemplarisch für das zweite Subband hervorgehoben.

In dem folgenden Schema sind die Matrixelemente (3.16), (3.17), (3.18) und (3.19)

explizit angegeben.

n		0	0	1	1	2	...
m		+	-	+	-	+	...
0	+	$E_{0,k_y} + \frac{g\mu_B B}{2}$	$-\alpha_R \left(\frac{\omega_c^2}{\omega^2} - 1 \right) k_y$	0	$\frac{\alpha_R}{\sqrt{2}b} \left(\frac{\omega_c}{\omega} + 1 \right)$	0	...
0	-	$-\alpha_R \left(\frac{\omega_c^2}{\omega^2} - 1 \right) k_y$	$E_{0,k_y} - \frac{g\mu_B B}{2}$	$\frac{\alpha_R}{\sqrt{2}b} \left(\frac{\omega_c}{\omega} - 1 \right)$	0	0	
1	+	0	$\frac{\alpha_R}{\sqrt{2}b} \left(\frac{\omega_c}{\omega} - 1 \right)$	$E_{1,k_y} + \frac{g\mu_B B}{2}$	$-\alpha_R \left(\frac{\omega_c^2}{\omega^2} - 1 \right) k_y$	0	
1	-	$\frac{\alpha_R}{\sqrt{2}b} \left(\frac{\omega_c}{\omega} + 1 \right)$	0	$-\alpha_R \left(\frac{\omega_c^2}{\omega^2} - 1 \right) k_y$	$E_{1,k_y} - \frac{g\mu_B B}{2}$	$\frac{\alpha_R}{b} \left(\frac{\omega_c}{\omega} - 1 \right)$	
2	+	0	0	0	$\frac{\alpha_R}{b} \left(\frac{\omega_c}{\omega} - 1 \right)$	$E_{2,k_y} + \frac{g\mu_B B}{2}$	
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$					$\ddots$

An dieser Stelle soll noch kurz der Grenzfall $\omega_0 \rightarrow 0$ diskutiert werden. Das entspricht dem Fall, daß kein laterales Einschlupotential vorhanden ist, bzw. daß der Einfluß eines solchen zu vernachlässigen ist. Diese Bedingungen liegen in einem 2DEG vor. Die oben berechnete Matrix sollte demnach für $\omega_0 \rightarrow 0$ in die dem 2DEG zugehörige Matrix übergehen. Die in den Matrixelementen auftauchenden Faktoren $(\omega_c/\omega - 1)$ und $(\omega_c^2/\omega^2 - 1)$ werden wegen $\omega^2 = \omega_0^2 + \omega_c^2$ zu Null. Der Faktor $(\omega_c/\omega + 1)$ erreicht seinen Maximalwert zwei. Außer den Hauptdiagonalelementen bleiben somit nur noch die Terme $\langle n-1, k_y, + | \mathcal{H}_R | n, k_y, - \rangle$ und $\langle m+1, k_y, + | \mathcal{H}_R | m, k_y, - \rangle$ übrig. Sie sind gleich $\alpha_R \sqrt{(2eB/\hbar)} \sqrt{n}$. Das entspricht genau dem in [11] angegebenen Wert. Die hier ermittelte Matrix reduziert sich also erwartungsgemäß im Fall verschwindenden Einschlupotentials zu der eines zweidimensionalen Systems.

3.2 Numerische Lösung der Schrödingergleichung

Die in Kapitel 3.1 analytisch berechnete Hamiltonmatrix läßt sich leicht numerisch diagonalisieren. Mit den so berechneten Energieeigenwerten können weitere wichtige Größen ermittelt werden:

- Fermienergie
- Zustandsdichte an der Fermikante
- Lage der Maxima und Minima in den SdH-Oszillationen
- Lage der in den SdH-Oszillationen auftretenden Knoten

Die letzten beiden Punkte nehmen dabei eine zentrale Rolle ein, weil sie direkt im Experiment beobachtet werden können. Das für die Berechnung der oben aufgezählten Größen notwendige Computerprogramm wurde in MATLAB erstellt und auf einem PC implementiert.

3.2.1 Implementation der Simulation

Der Ablauf der Berechnung wird übersichtlich in Abb. 3.2 wiedergegeben. Die als Eingabe benötigten Parameter werden teilweise aus dem Experiment gewonnen und teilweise abgeschätzt. Der Hochfeldbereich der SdH-Oszillationen liefert die (spinentartete) 2D-Elektronenkonzentration n_{2D} , woraus man mit

$$E_{F,2D} = \frac{\pi \hbar^2}{m^*} n_{2D} \quad (3.20)$$

die zugehörige Fermienergie $E_{F,2D}$ erhält. Die Kopplungskonstante α_R wird aus dem Bereich kleiner Magnetfeldstärken (z.B. mittels einer Fourieranalyse) extrahiert. Das Einschlußpotential $\hbar\omega_0$ läßt sich nicht immer ohne weiteres aus dem Experiment bestimmen. Zwar kann nach Kapitel 2.5.1 aus den Minima der SdH-Oszillationen ω_0 und eine effektive Drahtbreite w_{eff} ermittelt werden. Das setzt aber sehr schmale Drähte

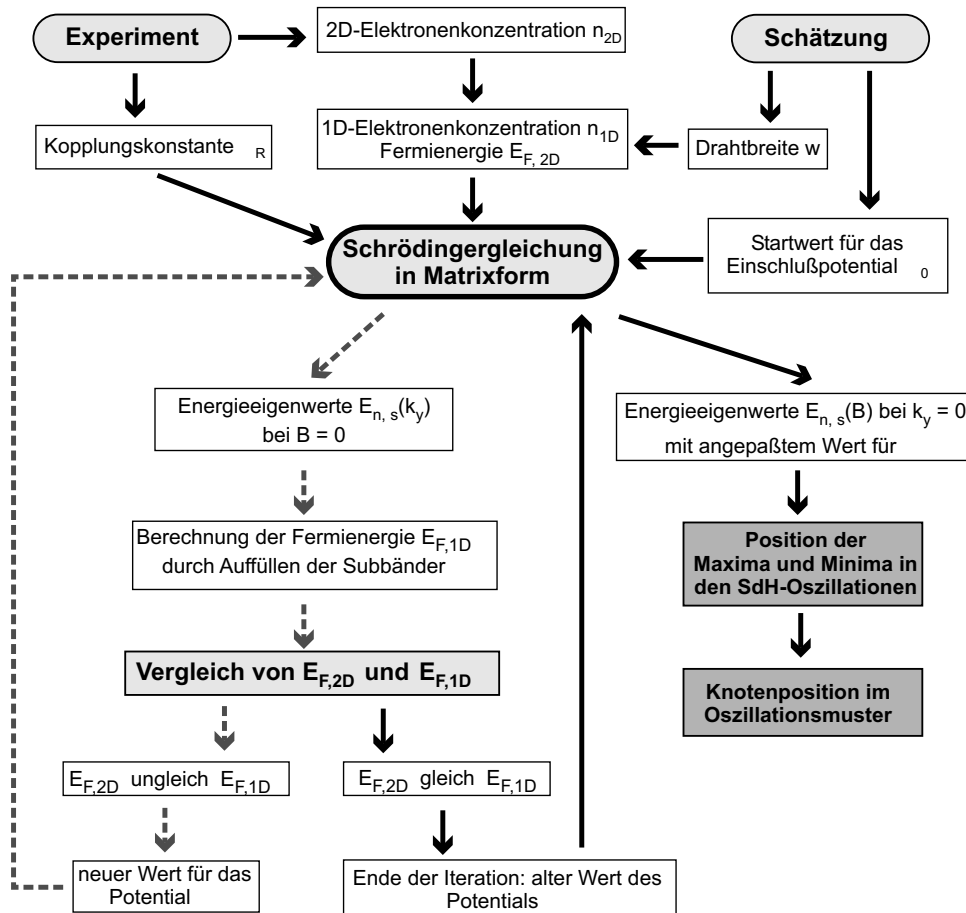


Abbildung 3.2: Teilweise iterativer Ablauf der Implementation für Drähte mit einem harmonischen Einschlußpotential.

mit einem Potential ($\gtrsim 1$ meV) voraus, welches stark genug ist, um eindimensionalen elektrischen Transport beobachten zu können. Bei weitem nicht alle Drähte erfüllen diese Bedingung. Wenn das der Fall ist, muß ein sinnvoll gewählter Startwert eingesetzt und das wahre ω_0 iterativ berechnet werden. Dabei wird als Iterationsbedingung die Gleichheit der Fermienergie bei großen B -Feldstärken und bei $B = 0$ gewählt. Für die Drahtbreite w gilt ähnliches. Hier dient die durch die Lithografie vorgegebene Breite als Schätzwert. Mit diesem Wert für w wird aus einer Multiplikation mit n_{2D} die 1D-Elektronenkonzentration errechnet.

Weitere Parameter wie die effektive Masse m^* und der g -Faktor wurden aus der Literatur übernommen. Dabei ist zu beachten, daß die beiden genannten Größen natürlich vom Aufbau der Heterostruktur abhängen. Kowalski et al. [41] und Omling et al. [42] haben den g -Faktor in $\text{In}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}/\text{InP}$ Heterostrukturen mit variierenden In-Anteilen und Kanalbreiten in Übereinstimmung mit [43] und [44] zu -4 bis -2 bestimmt. Für die in dieser Arbeit verwendeten Schichten mit einem hohen In-Anteil von 77% liegt der Wert für g am unteren Rand des oben angegebenen Bereichs. Deshalb wurde $g = -4$ gesetzt. Der Wert $0.037 m_0$ für die effektive Masse wurde an den hier verwendeten Schichten aus temperaturabhängigen SdH-Messungen bestimmt [45].

Die so festgelegten Werte aller Parameter werden in den Hamiltonoperator in Matrixform eingesetzt und dieser dann diagonalisiert. Das geschieht zunächst bei $B = 0$. Um anschließend aus den Energieeigenwerten und der Elektronenkonzentration n_{1D} die Fermienergie zu berechnen, wird von der 1D-Zustandsdichte Z_{1D} im k -Raum (mit periodischen Randbedingungen und Spinentartung)

$$Z_{1D} = \frac{L}{2\pi} \quad L = \text{Drahtlänge}$$

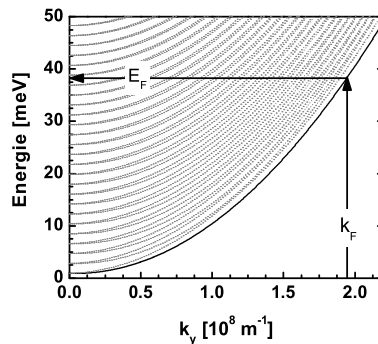


Abbildung 3.3: Zur Bestimmung der Fermienergie: Der zur maximalen Wellenzahl gehörige Energiewert des *ersten* Subbandes ist die Fermienergie.

ausgegangen. Aus

$$n_{1D} = \frac{1}{L} \int_{-k_F}^{+k_F} \sum_{i=1}^N Z_{1D,i} dk, \quad N = \text{Anzahl der besetzten Subbänder} \quad (3.21)$$

wird dann die Fermiwellenzahl k_F durch Auffüllen der Zustände bis zum Erreichen der vorgegebenen Elektronenkonzentration bestimmt. Die Fermienergie ergibt sich aus dem zugehörigen Energiewert des ersten Subbandes. Der anschließende Vergleich mit $E_{F,2D}$ führt entweder zu der in Abb. 3.2 angedeuteten Iteration mit einem modifizierten Wert für ω_0 oder zur Berechnung der Energieeigenwerte in Abhängigkeit von B bei $k_y = 0$ (Γ -Punkt). Aus diesen Eigenwertspektren folgen die Maxima und Minima bzw. die Knotenpositionen in den SdH-Oszillationen. Durch Ableiten der Energiespektren nach k_y kann die Zustandsdichte an der Fermikante berechnet werden.

Die Bezeichnung k_F bedarf an dieser Stelle einer Präzisierung. Der Begriff ist nicht eindeutig, weil zu jedem Subband, welches zum Teil besetzt ist, eine maximale Wellenzahl, die mit „Fermiwellenzahl“ bezeichnet werden könnte, existiert. Unter k_F wird hier die zum *ersten* Subband gehörige Wellenzahl verstanden. Abb. 3.3 verdeutlicht das an Hand eines Beispiels.

3.2.2 Grenzen und Vereinfachungen der Implementation

Der hier gewählte Ansatz zur Beschreibung des physikalischen Systems gehört zu den einfachst möglichen. Es handelt sich um einen Einteilchenansatz, der jedwede Vielteilcheneffekte vernachlässigt. Desweiteren werden keine tiefergehenden Eigenschaften

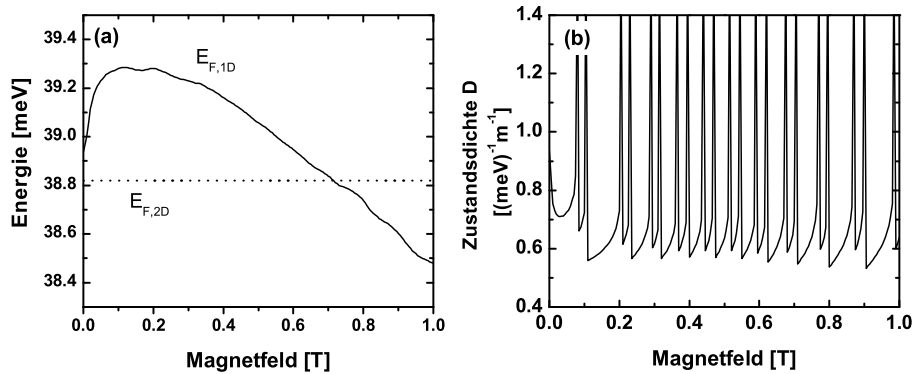


Abbildung 3.4: (a) Vergleich von aus (3.21) berechneter ($E_{F,1D}$) und konstanter (Nullfeldwert $E_{F,2D}$) Fermienergie. Parameter der Rechnung: $w = 300$ nm, $n_{2D} = 6 \times 10^{11}$ cm⁻², $\alpha_R = 8 \times 10^{-12}$ eVm. (b) Zustandsdichte an der Fermikante bei $k_y = 0$ für das Beispiel aus (a).

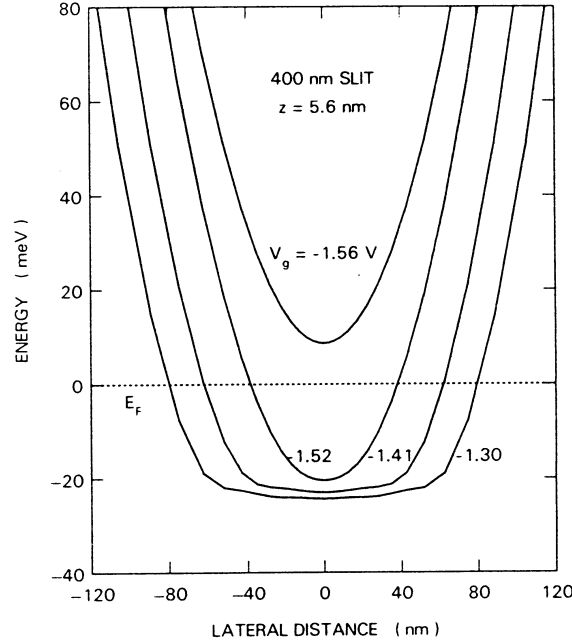


Abbildung 3.5: Selbstkonsistent berechneter Potentialverlauf eines Quantenpunktkontakts mit einem Split-Gate Abstand von 400 nm [46].

des elektrischen Transports, wie etwa Streumechanismen, berücksichtigt. Es ist daher nicht möglich mit der Simulation Transporteigenschaften wie z.B. den elektrischen Widerstand $R_{xx}(B)$ zu berechnen.

Der oben beschriebene Ablauf der Simulation setzt die Gleichheit der Fermienergie ($E_{F,1D}$) bei $B = 0$ und im Hochfeldbereich ($E_{F,2D}$) voraus, denn das Potential $\hbar\omega_0$ wird bei 0 T iterativ so angepaßt, daß beide Werte der Fermienergie übereinstimmen. Im allgemeinen ist die Fermienergie jedoch eine Funktion des Magnetfeldes und oszilliert um den Nullfeldwert [29]. Diese Oszillationen sind bei kleinen Feldstärken ($\lesssim 1.5$ T) noch nicht sehr ausgeprägt. Demzufolge stellt die Annahme einer konstanten Fermienergie dort eine gute Näherung dar. Abb. 3.4 zeigt für ein konkretes Beispiel eine Gegenüberstellung der aus (3.21) berechneten und einer konstanten Fermienergie (Nullfeldwert) im Bereich von 0 bis 1 T. Die maximale Abweichung beträgt gerade einmal 1 %. Das rechtfertigt die Verwendung des Nullfeldwertes der Fermienergie für den *gesamten* Magnetfeldstärkebereich. Da die relativ zeitaufwendige Berechnung der Fermienergie nur ein einziges Mal durchgeführt werden muß, resultiert daraus eine enorme Verkürzung der Rechenzeit.

Die Wahl eines harmonischen Potentials zur Beschreibung von Quantendrähten ist nur für schmale Drähte und/oder kleine Magnetfeldstärken gerechtfertigt. Selbstkonsistente Bandstrukturberechnungen in [46, 47, 48] haben gezeigt, daß ein abgeflachtes harmonisches Potential realistischer ist (siehe Abb. 3.5). Dieses hat jedoch den Nachteil, daß für seine Festlegung ein weiterer Parameter, die Breite der Abflachung,

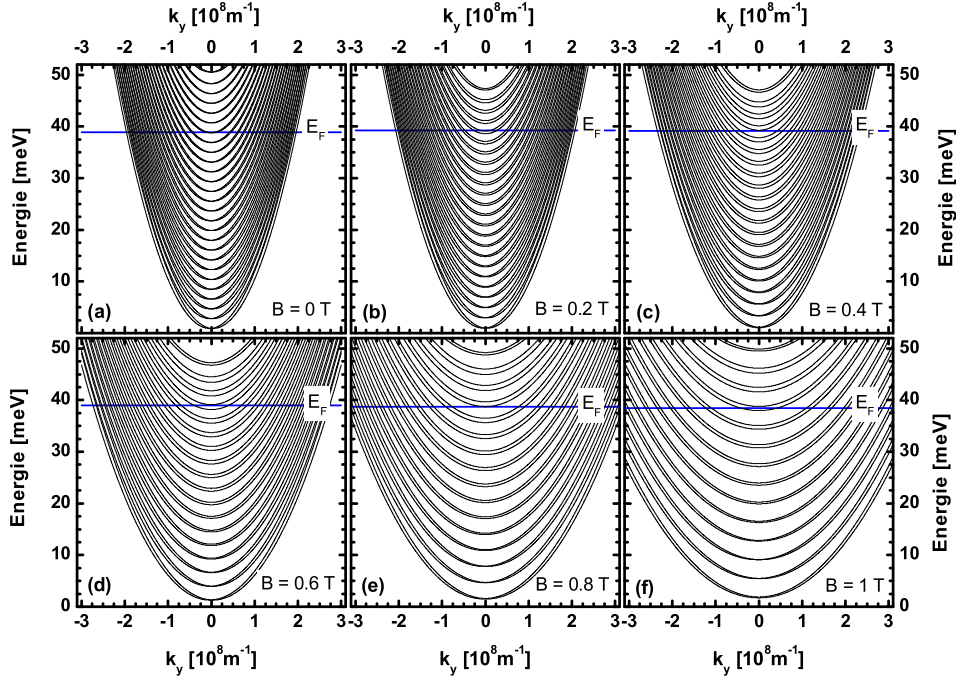


Abbildung 3.6: Bandstruktur in Drahtrichtung für verschiedene Werte der Magnetfeldstärke für das Beispiel in Abb. 3.4. Die Fermienergie ist jeweils als blaue Gerade eingezeichnet. Parameter der Berechnung: $w = 300 \text{ nm}$, $n_{2D} = 6 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$, $\alpha_R = 8 \times 10^{-12} \text{ eVm}$.

benötigt wird. Da sich die Bestimmung von Drahtbreiten ohnehin eher schwierig gestaltet, wird hier von dem Gebrauch eines solch abgeflachten Potentials abgesehen. Ein Teil der in dieser Arbeit untersuchten Quantendrähte ist zu breit ($> 400 \text{ nm}$), um darauf noch ein parabolisches Potential anwenden zu können. Durch die zunehmende Breite wird der flache Teil des Potentials in Abb. 3.5 immer weiter ausgedehnt bis schließlich der Grenzfall eines 2DEG vorliegt. In der Übergangsphase, wenn also die beiden Parabeläste schon weit genug voneinander entfernt sind, entspricht die Potentialform mehr der eines Kastens. Dementsprechend wurde für breitere Drähte ein solches Kastenpotential zugrundegelegt. Weitere Auskunft darüber erteilt Kapitel. 4. Alles in allem hat sich ein parabolisches Potential zur Beschreibung von Drähten mit einer lateralen Ausdehnung von bis zu 400 nm als durchaus brauchbar erwiesen (siehe dazu Teil V).

In diesem Zusammenhang tritt ein weiteres Problem auf. Wie in Kapitel 2.3 erläutert, stellt das in (3.3) definierte ω den Übergang von ω_0 im magnetfeldfreien Zustand zu ω_c bei hohen Feldstärken sicher. Dort verhält sich das System dann zwei-

dimensional, was ein Abflachen der Bänder in der Mitte (um $k_y = 0$) zur Folge hat. Die parabolische Bandstruktur nähert sich dabei den normalen Landauniveaus von im Magnetfeld befindlichen Elektronen an. Weil die Landauzustände entartet sind, findet hier ein gradueller Übergang von den parabelförmigen, nichtentarteten Zuständen bei kleinem B zu hochgradig entarteten Landauniveaus bei großem B statt. Genau diese Entartung fehlt jedoch in dem hier verwendeten Ansatz. Abb. 3.6 vermittelt einen Eindruck von der Wirkung des Magnetfeldes auf die Dispersion der Subbänder mit Spin-Bahn-Wechselwirkung. Dort sind für das Beispiel aus Abb. 3.4(a) die Energiebänder im B -Feldstärkebereich von 0 bis 1 T eingezeichnet. Neben einer zunehmenden energetischen Separation benachbarter Bänder findet auch eine deutliche Aufweitung selbiger statt. Gleichzeitig verschiebt sich der Fermiwellenvektor zu höheren Werten. Dieser Effekt beruht auf der Tatsache, daß die durch die Entleerung energetisch höher liegender Bänder an der Fermikante „freiwerdenden“ Elektronen auf niedriger liegende Zustände verteilt werden müssen. Die Zunahme der Zustandsdichte durch die Aufweitung der Bänder kann das nicht kompensieren. Deshalb werden durch ein größeres k_F zusätzlich Zustände unterhalb der Fermienergie bereitgestellt. Für große B geht $k_F \rightarrow \infty$. Dieser numerisch sehr nachteilige und im Ergebnis zu falschen Werten für E_F führende Sachverhalt spiegelt die nicht berücksichtigte Entartung der Subbänder bei hohen Feldstärken wider. In diesem Sinne ist die sehr zeitintensive Berechnung der Fermienergie und der Zustandsdichte auf Bereiche kleiner Feldstärken beschränkt. Leider ist eine Quantifizierung der hier getroffenen Einschränkungen kaum möglich. Die Erfahrung hat aber gezeigt, daß die Grenze der Anwendbarkeit bei ca. 1 T liegt. Sowohl die in diesem Kapitel angestellten Überlegungen zur Verwendung einer konstanten Fermienergie als auch die im nächsten Kapitel folgende Diskussion über die Zustandsdichte zeigen aber, daß eine Berechnung beider Größen für den gesamten B -Feldstärkebereich nicht unbedingt notwendig ist.

3.2.3 Berechnung der Knotenposition

Die für einen Vergleich mit dem Experiment günstigste Größe, welche aus den numerisch berechneten Energiespektren abgeleitet werden kann, sind Maxima und Minima, bzw. die Positionen der Knoten im SdH-Oszillationsmuster.

Beim Durchgang durch den Kanal erleiden die Elektronen Streuung in andere, freie Zustände des Systems [22]. Der elektrische Widerstand wird von dem Ausmaß der Streuung maßgeblich beeinflusst und ist dort maximal, wo viel Streuung stattfindet, d.h. viele freie (nichtlokalisierte) Zustände vorhanden sind. Die Bereiche hoher Zustandsdichte sind somit für die Maxima der SdH-Oszillationen verantwortlich. Der longitudinale Widerstand $R_{xx}(B)$ gibt im Prinzip ein Abbild der Zustandsdichte *an der Fermikante* in Abhängigkeit des Magnetfeldes wieder. Die Knoten entstehen dabei, wie Abb. 3.7 an einem Beispiel zeigt, durch die Überlagerung benachbarter Peaks in der Zustandsdichte. Aufgrund der Spinaufspaltung im Magnetfeld existieren quasi zwei Zustandsdichten, deren Überlagerung dann in einem Oszillationsmuster mit mehr oder weniger ausgeprägten Einschnürungen resultiert. Die Knotenbildung ist nicht auf die Existenz streng *periodischer* Zustandsdichten beschränkt. Lediglich das

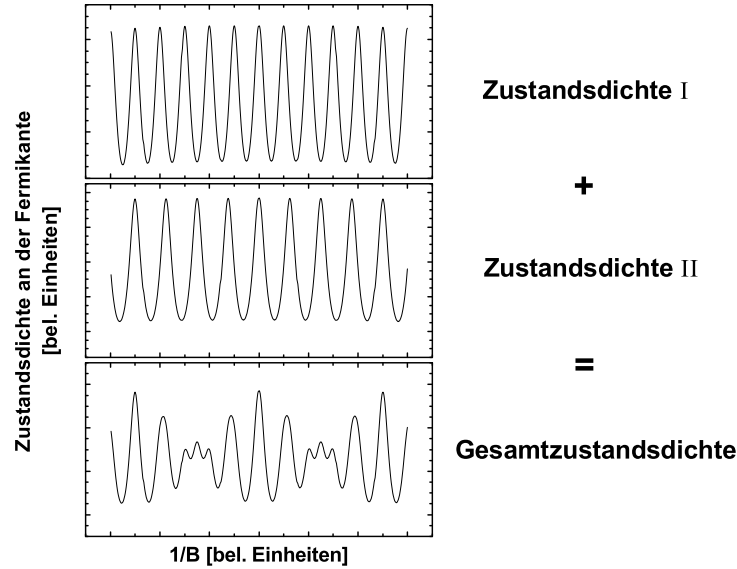


Abbildung 3.7: Knotenentstehung durch Überlagerung zweier Zustandsdichten *an der Fermikante* mit leicht unterschiedlicher Periodizität in $1/B$.

Verhältnis von gegenseitigem Abstand (in B) zu Peakbreite ist für das Auftreten von Einschnürungen entscheidend. Allerdings kann im Grenzfall nur noch weniger besetzter Subbänder, wie z.B. bei schmalen Drähten, kaum noch von Knoten, als vielmehr von Dämpfungen einzelner Maxima gesprochen werden. Dieses Phänomen tritt vor allem bei schmalen Drähten (siehe Abb. 9.18) auf, deren Zustandsdichte, im Vergleich zu einem 2DEG, schon stark nichtperiodisch verläuft. Der Einfachheit halber werden in dieser Arbeit alle Einschnürungen und Dämpfungen als Knoten bezeichnet.

Nach den Ausführungen des letzten Abschnitts könnte man meinen, daß für die Berechnung von Knotenpositionen die Kenntnis der Zustandsdichte eine notwendige Voraussetzung ist. Die in Kapitel 3.2.2 aufgezeigten Probleme bei der Berechnung selbiger legen aber eine andere Vorgehensweise nahe. Die Zustandsdichte eindimensionaler Systeme hat (theoretisch) Singularitäten an der Unterkante eines jeden Subbandes, also am Scheitelpunkt (bei $k_y = 0$) des parabolischen Bandverlaufs (siehe Abb. 3.6). Durch die Erhöhung der B -Feldstärke verschiebt sich jede Parabel zu größeren Energiewerten und „schneidet“ bei ihrer Entleerung von Elektronen die Fermienergie. Da der elektrische Transport bei den hier gebräuchlichen Temperaturen (< 1 K) in der Nähe der Fermikante stattfindet, wird im elektrischen Widerstand nur die Zustandsdichte in unmittelbarer Umgebung der Fermienergie sichtbar. Dort tragen die Singularitäten in Form verbreiterter Peaks, die steigenden Parabeläste nur als Untergrund bei. Dieser Sachverhalt ist in Abb. 3.4(b) für ein konkretes Beispiel dargestellt. Demnach

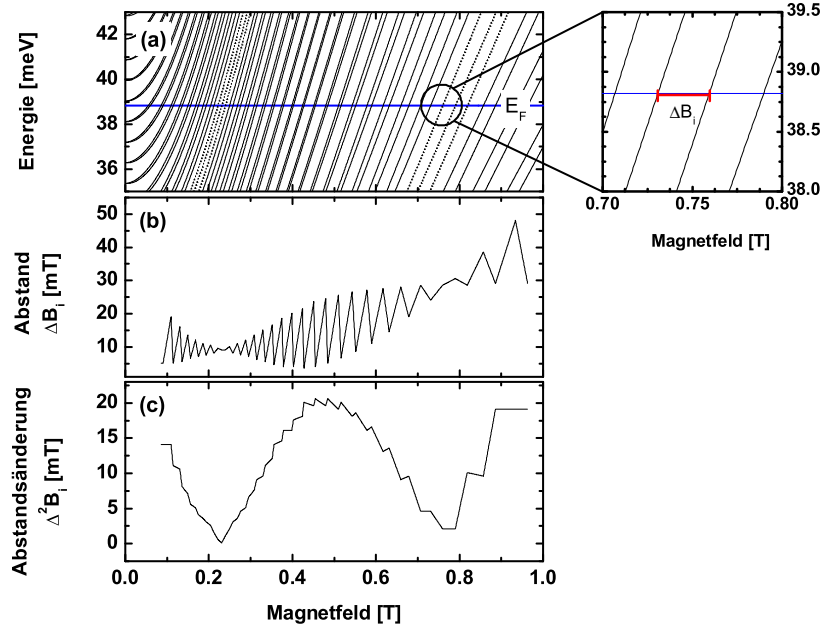


Abbildung 3.8: Verfahren zur Berechnung der Knotenposition. (a) berechnetes Energiespektrum bei $k_y = 0$. (b) Abstände der Subbandschnittpunkte ΔB_i mit der blau eingezeichneten Fermienergie. (c) Änderung der Schnittpunktabstände $\Delta^2 B_i$. Parameter der Rechnung: $w = 600$ nm, $n_{2D} = 6 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$, $\alpha_R = 8 \times 10^{-12} \text{ eVm}$

entsprechen die „Schnittpunkte“ der Energieparabeln mit der Fermienergie bei $k_y = 0$ den Maxima der SdH-Oszillationen und es reicht deshalb aus, die Energieeigenwerte als Funktion von B bei $k_y = 0$ zu betrachten. Aus Abb. 3.7 ist ersichtlich, daß bei Gegenphasigkeit, d.h. bei gleichem Abstand von Peaks unterschiedlicher Sorte die gegenseitige Auslöschung maximal ist. Aus dieser Eigenschaft der Knotenbildung wurde in Verbindung mit dem oben Gesagten ein einfaches Verfahren zur Berechnung von Knotenpositionen entwickelt.

Abb. 3.8 zeigt das Prinzip des Verfahrens. Zuerst werden aus den Energiespektren die Schnittpunkte mit der konstanten Fermienergie bestimmt. Die Abstände dieser Schnittpunkte ΔB_i sind in Abb. 3.8(b) als Funktion von B dargestellt. Die Knoten in dieser Kurve, die nicht mit SdH-Oszillationen zu verwechseln sind, deuten die Bereiche gleichen Subbandabstands an. Ein noch empfindlicheres und numerisch besser zu handhabendes Maß für die Knotenbildung ist die in Abb. 3.8(c) eingetragene Änderung $\Delta^2 B_i$ der Abstände ΔB_i . Die Funktion $\Delta^2 B_i(B)$ gibt die Knotenpunkte als lokale Minima wieder. Maxima und Minima von SdH-Oszillationen lassen sich di-

rekt als Schnittpunkte bzw. Mittelwerte zwischen den Schnittpunkten ermitteln. Die Vergleiche mit dem Experiment und die Bestimmung von Parametern mit Hilfe der Simulation in Teil V basieren allesamt auf der hier vorgestellten Berechnungsmethode.

3.3 Eigenschaften eindimensionaler Systeme mit Spin-Bahn-Wechselwirkung

Die im vorigen Kapitel besprochenen numerischen Methoden schaffen die Voraussetzungen für eine eingehende Analyse eindimensionaler Systeme mit Spin-Bahn-Wechselwirkung. Im folgenden bleibt die Diskussion auf Drähte mit einem harmonischen Potential beschränkt.

3.3.1 Charakteristische Energieskala für die Spinaufspaltung

Die Definition einer charakteristischen Energieskala [15]

$$\Delta_R = \frac{m^*}{2\hbar^2} \alpha_R^2 \quad (3.22)$$

für die Spinaufspaltung ermöglicht eine Quantifizierung ihres Einflusses auf die Eigenschaften des Systems. Das Verhältnis von (3.22) zum energetischen Subbandabstand $\hbar\omega_0$ hat maßgeblichen Einfluß sowohl auf die Spinorientierung beim elektrischen Transport [15] als auch auf die Zustandsdichte und damit auf die Knotenposition im SdH-Oszillationsmuster. Abb. 3.9 stellt die Dispersionsrelationen der beiden Fälle (a) $\Delta_R \ll \hbar\omega_0$ und (b) $\Delta_R = \hbar\omega_0$ gegenüber.

Im Fall schwacher Kopplung beeinflussen sich die Bänder gegenseitig fast gar nicht. Lediglich die vom 2DEG bekannte Verschiebung der Energieparabeln, deren Scheitelpunkte nicht wesentlich von den Positionen ohne Spinaufspaltung abweichen, wird sichtbar. Die Zustandsdichte bei $k_y = 0$ entspricht also in guter Näherung der eines eindimensionalen Systems *ohne* Spin-Bahn-Wechselwirkung. Folglich kann dann die in Kapitel 2.5.1 beschriebene Methode, um das Potential und eine effektive Drahtbreite zu ermitteln, verwendet werden. Die Auswirkungen auf die Lage der Einschnürungen wird weiter unten ausführlich diskutiert.

Im Fall starker Kopplung tritt eine gegenseitige Abstoßung benachbarter Bänder *unterschiedlicher* Landauniveaus ein. Verantwortlich dafür sind die Terme in den Matrixelementen (3.16) und (3.17), die das n -te mit $(n-1)$ -ten und dem $(n+1)$ -ten Landauniveau koppeln. Außerdem findet eine Absenkung der Niveaus insgesamt statt. Als Folge davon unterscheidet sich die Zustandsdichte von der eines Systems ohne Spin-Bahn-Wechselwirkung und eine Bestimmung von Potential und effektiver Drahtbreite ist nicht so einfach wie im Fall schwacher Kopplung möglich.

Abb. 3.10 gibt den Zusammenhang zwischen Potential und Kopplungskonstante bei konstantem Verhältnis $\Delta_R/(\hbar\omega_0)$ wieder. Daraus läßt sich das zu erwartende Verhalten von Drähten mit bekanntem $\hbar\omega_0$ oder α_R abschätzen. Insbesondere wird deutlich, daß schmale Drähte mit Potentialen $> 2\text{ meV}$ für das Erreichen starker Kopplung Werte für α_R , welche erheblich größer als $10 \times 10^{-12} \text{ eVm}$ sind, benötigen. Solch hohe α_R -Werte sind im Materialsystem InGaAs/InP (typische Werte von

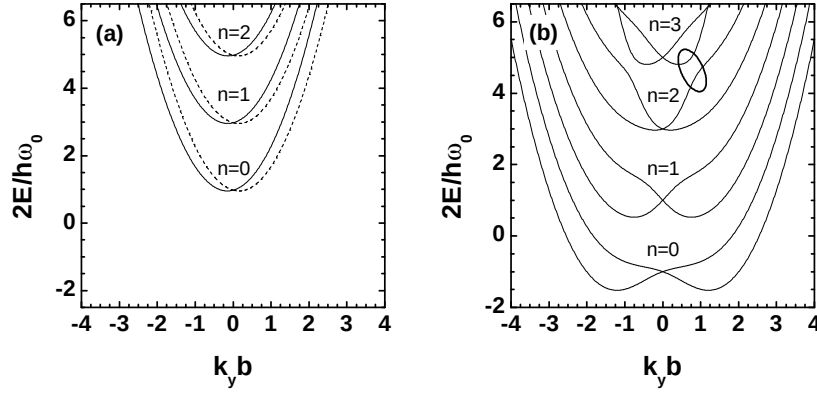


Abbildung 3.9: Bandstruktur in Drahtrichtung bei $B = 0$. Die Abszisse ist auf die Oszillatorlänge $b = \sqrt{\hbar/m^* \omega_0}$ und die Ordinate auf das Potential $\hbar \omega_0/2$ normiert. (a) schwache Kopplung: $\Delta_R/\hbar \omega_0 = 0.01$ (b) starke Kopplung: $\Delta_R/\hbar \omega_0 = 1$.

5 bis 8×10^{-12} eVm ohne Gatewirkung) allerdings schwer zu realisieren. Die in Teil V vorgestellten Experimente lassen aber auf eine Erhöhung der Kopplungskonstante mit abnehmender Drahtbreite schließen.

Das Mischen benachbarter Zustände ändert auch die Spinausrichtung beim elektrischen Transport. Governale et al. [15] weisen darauf hin, daß nur im Falle schwacher Kopplung eine *gemeinsame* Spinquantisierungsachse für alle Zustände im Draht definiert werden kann. In der Nähe von Abstoßungspunkten (z.B. der in Abb. 3.9(b) markierte Bereich) ist die Mischung am stärksten. Die zugehörigen Zustände sind deshalb keine Eigenzustände des Spinoperators σ_x . Folglich sind dort Aussagen zur Spinausrichtung nur durch Bildung von Erwartungswerten möglich. Je weiter man sich von den Abstoßungspunkten entfernt, desto schwächer wird die Kopplung und die Spinausrichtung eindeutiger bestimmt. Abhängig von der Transportrichtung im Draht zeigt der Spin dann in $+$ oder $-x$ -Richtung.

3.3.2 Einfluß der Drahtbreite auf die Knotenlage

In diesem Kapitel soll der Einfluß der Drahtbreite auf die Knotenposition bei konstantem α_R besprochen werden. Da ein funktionaler Zusammenhang zwischen Drahtbreite und Kopplungskonstante (und Elektronenkonzentration) nicht bekannt, oder zumindest nur schwer zu ermitteln ist, wurde mit dem in Kapitel 3.2.3 erläuterten Verfahren die Lage der Einschnürungen in Abhängigkeit der Drahtbreite für eine typische Elektronenkonzentration von $n_{2D} = 6 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ bei drei verschiedenen Werten von α_R berechnet. In Abb. 3.11 ist das Ergebnis der Rechnung als Falschfarbendarstellung

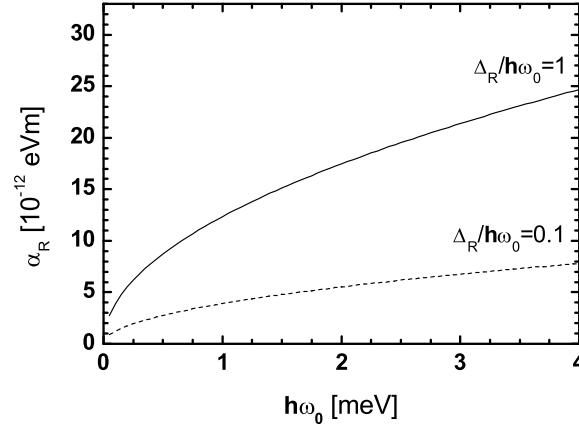


Abbildung 3.10: Zusammenhang zwischen Potential $\hbar\omega_0$ und Kopplungskonstante α_R bei konstantem Verhältnis $\Delta_R/(\hbar\omega_0)$

gezeigt. Die blauen Bereiche markieren die Knotenpositionen. Zunächst fällt auf, daß in allen drei Fällen nur zwei Knoten existieren, die zu einem zusammenlaufen und unterhalb einer bestimmten Drahtbreite ganz verschwinden. Der Wert dieser Breite verschiebt sich mit steigendem α_R zu kleineren Drahtbreiten. Desweiteren ist eine Verschiebung der Knotenlage zu größeren B mit zunehmendem α_R erkennbar, wobei die Separation der beiden Knoten wächst.

Die Nichtexistenz eines Knotens unterhalb einer bestimmten Drahtbreite ist die Folge der dort herrschenden schwachen Kopplung. Da in den Berechnungen ein konstantes α_R angenommen wurde, bewegt sich das System mit sinkender Drahtbreite (steigendem Potential $\hbar\omega_0$) graduell in den Bereich, in dem $\Delta_R/\hbar\omega_0 \ll 1$ ist. Nach Kapitel 3.3.1 ist das gleichbedeutend mit einer nur minimalen Abweichung der Zustandsdichte von der eines Systems ohne Spin-Bahn-Wechselwirkung. Die Zustandsdichte besteht dann aus jeweils zu einem Landauniveau gehörenden Paaren von nicht spinentarteten Subbändern. Demzufolge weisen die SdH-Oszillationen in diesem Gebiet keinen Knoten mehr auf. Es ist somit *prinzipiell* unmöglich für sehr schmale Drähte den Wert der Kopplungskonstante α_R aus Experimenten, welche auf der Bestimmung der Knotenposition beruhen, zu bestimmen. Die diesbezügliche Untergrenze der Drahtbreite läßt sich im Experiment allerdings nicht ohne weiteres festlegen, weil in obige Berechnung die Bedingung eines konstanten α_R eingeht. Da das aber nicht immer zutrifft (siehe Kapitel 9.2), kann sich die Grenze von Fall zu Fall deutlich unterscheiden.

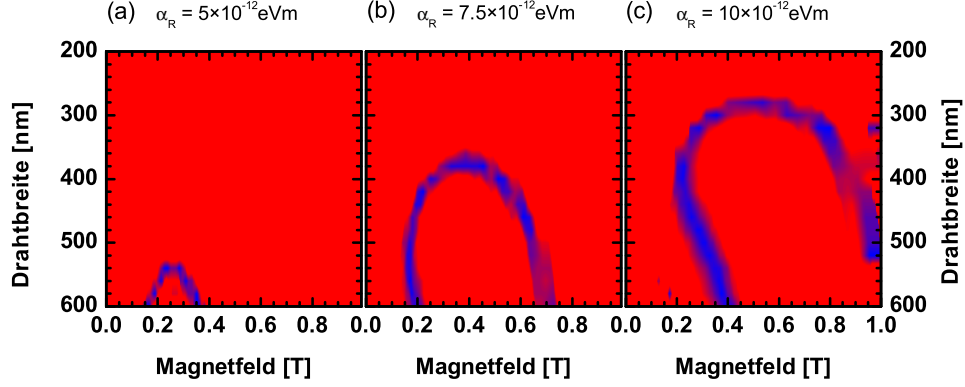


Abbildung 3.11: Knotenposition als Funktion der Drahtbreite für drei verschiedene Werte von α_R . Parameter der Rechnung: $n_{2D} = 6 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$, (a) $\alpha_R = 5 \times 10^{-12} \text{ eVm}$, (b) $\alpha_R = 7.5 \times 10^{-12} \text{ eVm}$, (c) $\alpha_R = 10 \times 10^{-12} \text{ eVm}$.

3.3.3 Einfluß der Elektronenkonzentration auf die Knotenlage

In diesem Kapitel soll der Einfluß der Elektronenkonzentration auf die Knotenposition besprochen werden. Auch hier steht man vor dem Problem, keinen analytischen Zusammenhang zwischen den Größen α_R , n_{2D} und w angeben zu können. Eine Steuerung der Spin-Bahn-Kopplung mit Hilfe von Gateelektroden bringt in der Regel eine Änderung der Elektronenkonzentration mit sich. Weiterhin hat sich gezeigt, daß bei einer Abnahme der Drahtbreite u.U. eine Reduktion der Ladungsträgerdichte eintritt (siehe Kapitel 9.1). Obwohl die im folgenden gemachte Annahme eines konstanten α_R unrealistisch ist, gewinnt man immerhin einen Eindruck von den Auswirkungen, die die Änderung der Ladungsträgerdichte auf die Knotenposition hat.

In Abb. 3.12 ist die Knotenposition als Funktion von Magnetfeld und Drahtbreite für drei unterschiedliche Elektronenkonzentrationen als Falschfarbenbild dargestellt. Für α_R wurde ein typischer Wert von $7.5 \times 10^{-12} \text{ eVm}$ eingesetzt. Die Wahl der sonstigen Parameter wurde so getroffen, daß Abb. 3.12(c) und Abb. 3.11(b) identisch sind. Ein Herabsetzen der Elektronenkonzentration hat offenbar nur eine Verschiebung der Knotenpositionen zu kleineren Feldstärken zur Folge. Die Drahtbreite, bei welcher die beiden Knoten zusammenlaufen und schließlich verschwinden ändert sich hingegen nicht. Das bedeutet, daß die prinzipielle Beobachtbarkeit charakteristischer Einschnürungen in den SdH-Oszillationen in dem hier gegebenen Rahmen nicht von der Ladungsträgerdichte abhängt. Es sei hier aber erwähnt, daß in der Praxis Mechanismen, wie z.B. Widerstandsfluktuationen [49, 50, 51, 52, 53] auftreten, die eine solche Beobachtbarkeit für kleine Feldstärken wiederum unmöglich machen. Abb. 3.13 gibt einen besseren Überblick über die Knotenverschiebung. Dort ist die Knotenlage

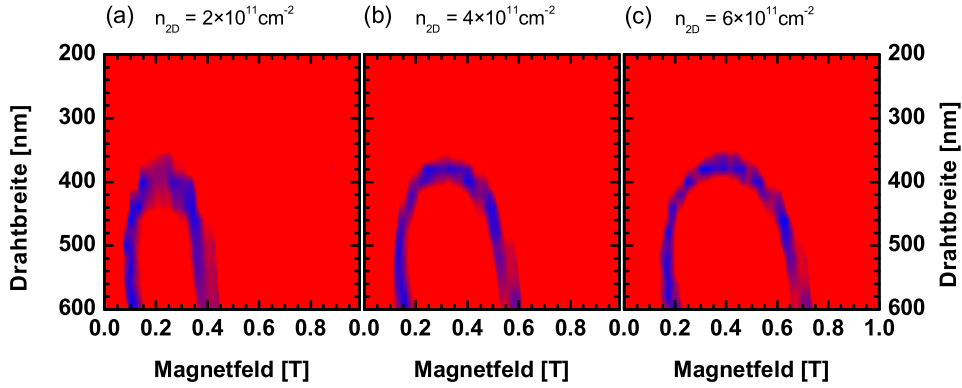


Abbildung 3.12: Knotenposition als Funktion der Drahtbreite für konstantes α_R und drei verschiedene Werte von n_{2D} . Parameter der Rechnung: $\alpha_R = 7.5 \times 10^{-12}$ eVm, (a) $n_{2D} = 2 \times 10^{11}$ cm $^{-2}$, (b) $n_{2D} = 4 \times 10^{11}$ cm $^{-2}$, (c) $n_{2D} = 6 \times 10^{11}$ cm $^{-2}$.

als Funktion der Elektronenkonzentration und des Magnetfeldes für eine Drahtbreite von 400 nm und ein α_R von 9×10^{-12} eVm dargestellt. Während sich die Position des mit „2“ bezeichneten Knotens kaum ändert, erfährt der bei höheren B -Feldstärken gelegene Knoten „1“ eine deutlichere Verschiebung. Im Experiment lassen sich demnach, zumindest unter den hier zugrundeliegenden Bedingungen, mehr Erkenntnisse aus der Beobachtung des ersten als des zweiten Knotens erlangen.

Abschließend sei noch angemerkt, daß im Rahmen dieser Arbeit auch Drahtstrukturen (trapezförmige Drähte) mit Gateelektroden hergestellt wurden, bei denen sich aufgrund der Gatewirkung lediglich n_{2D} verändern läßt, also α_R konstant bleibt. Die in Kapitel 9.2 vorgestellten Messungen und Resultate bestätigen die hier erhaltenen Ergebnisse.

3.3.4 Einfluß der Kopplungskonstante auf die Knotenlage

Der Einfluß der Kopplungskonstante auf die Knotenposition wurde z.T. schon in den beiden vorangegangenen Unterkapiteln angesprochen. So ist Abb. 3.11 neben einer Verschiebung des Übergangs in den knotenfreien Bereich zu kleineren Drahtbreiten auch ein Auseinanderdriften der beiden Knoten bei einer Zunahme von α_R zu entnehmen. Abb. 3.14 zeigt die Knotenposition in Abhängigkeit der Rashba-Kopplungskonstante als Falschfarbenbild. Als Parameter wurden wiederum die für das Experiment typischen Werte von $\alpha_R = 9 \times 10^{-12}$ eVm und $w = 400$ nm eingesetzt. Auch aus dieser Abbildung geht hervor, daß bei festgelegter Drahtbreite unterhalb eines bestimmten Wertes von α_R *kein* Knoten mehr existiert. Oberhalb dieses α_R -Grenzwertes entstehen zwei Knoten, welche sich mit steigendem α_R zu größeren B bewegen. Dieser Tatsache

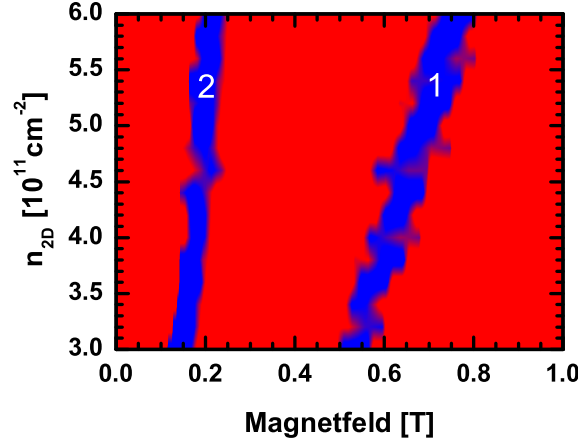


Abbildung 3.13: Knotenposition als Funktion der Elektronenkonzentration n_{2D} bei konstantem α_R . Parameter der Rechnung: $\alpha_R = 9 \times 10^{-12}$ eVm, $w = 400$ nm.

ist es zu verdanken, daß bei Magnetotransportmessungen trotz ausgeprägter Widerstandsüberhöhungen bei kleinen Magnetfeldstärken teilweise noch Knoten beobachtet werden können, sofern die Kopplungskonstante groß genug ist (siehe Kapitel 9.2).

Der hier festgestellte Trend der Knotenverschiebung ist gegenläufig zu dem im vorigen Unterkapitel. Da bei gategesteuerten Messungen mit einer Erhöhung von α_R meistens ein Herabsetzen von n_{2D} einhergeht, kann aufgrund der hier gewonnenen Erkenntnisse in diesem Fall keine Aussage über eine Tendenz in der Knotenverschiebung getroffen werden. Insbesondere ist neben einer Verrückung zu kleineren oder größeren Feldstärken auch ein Verharren auf derselben Position möglich.

3.3.5 Vergleich mit zweidimensionalen Systemen

Die in den letzten Kapiteln diskutierten Eigenschaften eindimensionaler Systeme mit Spin-Bahn-Wechselwirkung zeigen z.T. deutliche Unterschiede im Vergleich zu zweidimensionalen Strukturen. Diese sollen hier nun anhand eines konkreten, für das Experiment typischen, Beispiels aufgezeigt werden. Abb. 3.15(a) zeigt die Knotenlage als Funktion von B -Feld und Drahtbreite für $\alpha_R = 7.5 \times 10^{-12}$ eVm und $n_{2D} = 6 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$. Zusätzlich eingezeichnet sind die zu den Eckwerten der Drahtbreite gehörigen Energiespektren. Die Fermienergie ist jeweils blau dargestellt. Die Tatsache, daß nur *zwei* Knoten beobachtet werden, findet ihre Erklärung in den Energiespektren. Die einzelnen Subbandenergien laufen für $B \rightarrow 0$ nicht in den Ursprung, sondern in die 1D-Quantisierungsenergien des lateralen Einschlupotentials

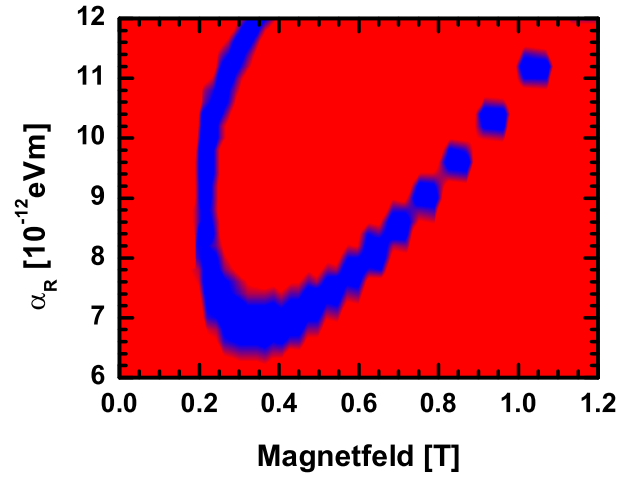


Abbildung 3.14: Knotenposition als Funktion der Rashba-Kopplungskonstante α_R bei konstantem n_{2D} und w . Parameter der Rechnung: $n_{2D} = 6 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$, $w = 400 \text{ nm}$.

ein. Deshalb schneiden nur *endlich* viele Subbänder die Fermienergie, was eine endliche Anzahl von Knoten zur Folge hat. Bei einem Übergang von einem zwei- zu einem eindimensionalen System nimmt die Knotenzahl solange schrittweise ab, bis der hier gezeigte Fall *zweier* Knoten eintritt. Da das für die Rechnung verwendete harmonische Potential nur für schmale Drähte Gültigkeit besitzt, bewegt sich die daraus resultierende Analyse auch nur in dem Bereich weniger Knoten. Im Gegensatz dazu entnimmt man Abb. 3.15(b), daß im Falle eines zweidimensionalen Systems *unendlich* viele Subbänder die Fermienergie schneiden und deshalb auch, theoretisch jedenfalls, unendlich viele Knoten existieren. Die Ursache dafür ist, daß aufgrund des fehlenden Einschlußpotentials für $B \rightarrow 0$ alle Subbandenergien gegen Null gehen. Weil im eindimensionalen Fall für kleine B -Feldstärken eine Abweichung in der Periodizität der Schnittpunkte, also der Extrema in den SdH-Oszillationen, auftritt, kann der Wert der Rashba-Kopplungskonstante für schmale Drähte meist nicht, wie im zweidimensionalen Fall, mit Hilfe einer Fourieranalyse ermittelt werden. Die stark begrenzte Zahl der Knoten verhindert auch eine Bestimmung von α_R aus den Knotenpositionen [54]. Das Verschwinden der Knoten unterhalb einer kritischen Drahtbreite ist, wie in Kapitel 3.3.2 dargelegt, auf die Zunahme des gegenseitigen Subbandabstands zurückzuführen. Das Energiespektrum des 200 nm Drahtes in Abb. 3.15(a) verdeutlicht diesen Sachverhalt. Der Abstand zwischen zwei zu einem Landauniveau gehörenden Subbänder ist erheblich kleiner als der benachbarter Landaulevel. Eine Ausbildung

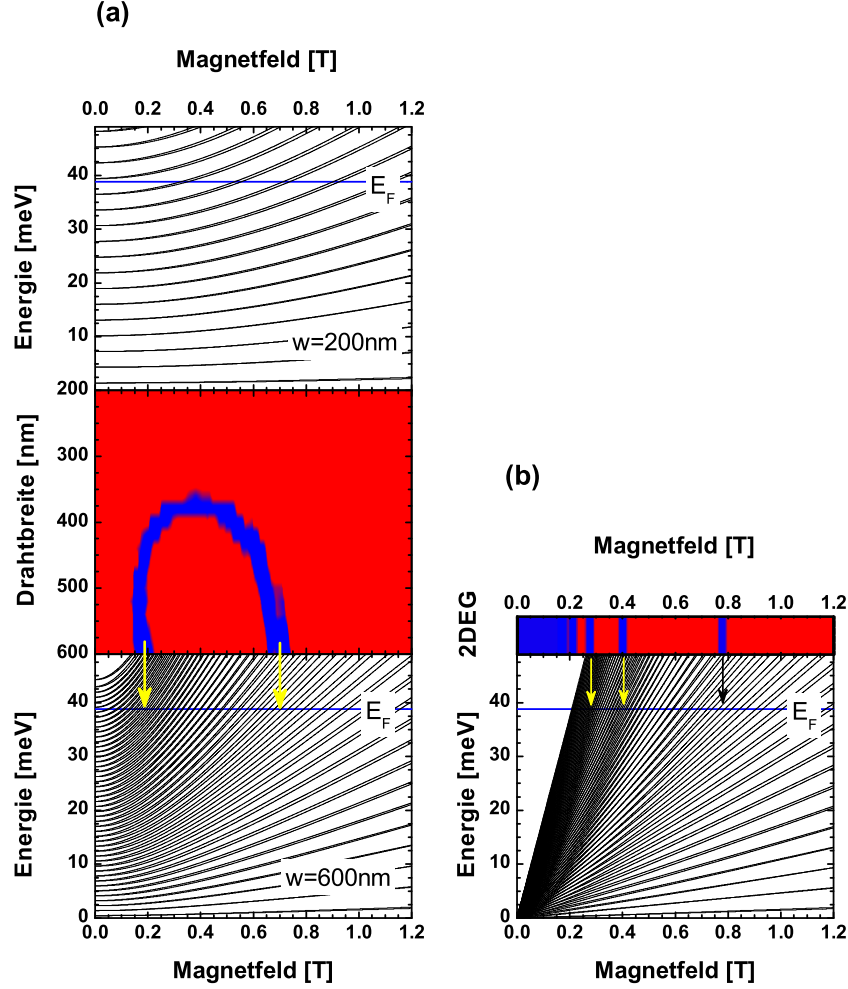


Abbildung 3.15: (a) Knotenposition als Funktion von Drahtbreite und Magnetfeld bei konstantem α_R . Eingezeichnet sind außerdem die zu den Eckwerten der Drahtbreite gehörenden Energiespektren. (b) Darstellung von Knotenposition und Energiespektrum für ein 2DEG. Die gelben Pfeile deuten die Knotenposition im Energiespektrum an. Parameter der Rechnung: $\alpha_R = 7.5 \times 10^{-12} \text{ eVm}$, $n_{2D} = 6 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$.

von Knoten ist somit nicht mehr möglich.

Die Bestimmung der Kopplungskonstante ist im eindimensionalen Fall also wesentlich schwieriger als bei einem 2DEG. Aus den oben diskutierten Gründen gibt es entweder, wenn keine Knoten existieren, *keine* oder nur eingeschränkte Möglichkeiten α_R aus Magnetotransportmessungen zu bestimmen. In Kapitel 9.2 wird ein

Verfahren vorgestellt, mit dessen Hilfe, basierend auf der Simulation, α_R unter der Voraussetzung der Existenz mindestens eines Knotens ermittelt werden kann.

4 Drähte mit Kastenpotential

Analog zu Kapitel. 3 soll in diesem Kapitel die Lösung der Schrödingergleichung für Drähte mit einem Kastenpotential besprochen werden.

4.1 Analytische Berechnung von Matrixelementen

Während die Schrödingergleichung für ein parabolisches Potential im homogenen Magnetfeld ohne Spin-Bahn-Wechselwirkung (siehe Kapitel 2.3) eine analytische Lösung besitzt, ist dies für ein Kastenpotential nicht der Fall. Deshalb müssen die Matrixelemente für beide Teile des Hamiltonoperators $\mathcal{H} = \mathcal{H}_0 + \mathcal{H}_R$ berechnet werden. Deshalb wird zunächst $\mathcal{H}_0$ und danach $\mathcal{H}_R$ genauer betrachtet.

4.1.1 Matrixelemente des Hamiltonoperators ohne Rashba-Term

Ausgangspunkt für die Berechnung der Matrixelemente ist der Hamiltonoperator

$$\mathcal{H}_0 = \left(-\frac{\hbar^2}{2m^*} \frac{d^2}{dx^2} + \frac{1}{2} m^* \omega_c^2 (x - x_0)^2 + V(x) \right) + \frac{1}{2} g \mu_B B \sigma_z. \quad (4.1)$$

Dabei ist $\omega_c = e B / m^*$ die Zyklotronfrequenz und $x_0 = \hbar k_y / (e B)$. Als Potential wird ein unendlich tiefer Kasten der Breite w mit dem in Abb. 4.1 gezeigten Koordinatensystem gewählt. Das Potential und die normierten Eigenfunktionen nehmen dann die

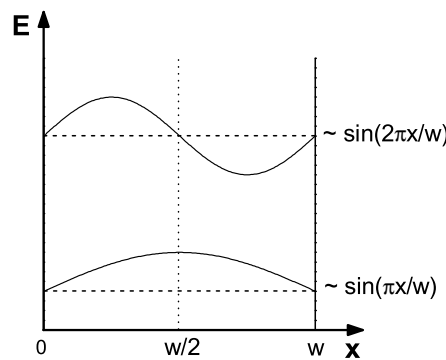


Abbildung 4.1: Koordinatensystem für den unendlich tiefen Potentialkasten. Eingezeichnet sind außerdem die ersten beiden Eigenfunktionen.

Form [55]

$$V(x) = \begin{cases} \infty & \text{für } x < 0 \\ 0 & \text{für } 0 \leq x \leq w \\ \infty & \text{für } x > w \end{cases}$$

$$\varphi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{w}} \sin\left(\frac{n\pi}{w} x\right) \quad \text{mit } n = 1, 2, 3, \dots \quad (4.2)$$

an. Das hier verwendete Koordinatensystem ermöglicht eine elegante Rechnung, erfordert aber aufgrund der Symmetrie eine Transformation von x :

$$x \rightarrow x - \frac{w}{2} \quad (4.3)$$

Wie im Fall des parabolischen Potentials wird später für den Rashba-Term eine Berücksichtigung der Drahtrichtung (y -Richtung) nötig. Das komplette Funktionensystem lautet dann

$$\varphi_n(x) \chi_{k_y}(y) = \sqrt{\frac{2}{w}} \sin\left(\frac{n\pi}{w} x\right) \frac{1}{\sqrt{L}} \exp(i k_y y). \quad (4.4)$$

Analog zu (3.10) liefert die Orthonormalität der Funktionen (4.4):

$$\int_0^w \int_{-\frac{L}{2}}^{+\frac{L}{2}} \varphi_m(x) \chi_p(y) \varphi_n(x) \chi_q^*(y) dx dy = \delta_{m,n} \delta_{p,q} \quad (4.5)$$

wobei L die Drahtlänge ist.

Im folgenden sollen nun die einzelnen Matrixelemente berechnet werden. Die Rechnung wird exemplarisch für die Elemente $\langle m, p, + | \mathcal{H}_0 | n, q, + \rangle = (\mathcal{H}_0)_{m,n,p,q,+,+}$ durchgeführt. Dazu wird (4.1) von rechts mit $\varphi_n(x) \chi_q^*(y)$ und von links mit $\varphi_m(x) \chi_p(y)$ multipliziert. Nach anschließender Integration erhält man:

$$\begin{aligned} (\mathcal{H}_0)_{m,n,+,+} &= \underbrace{\left(\frac{\hbar^2 \pi^2 n^2}{2m^* w^2} + \frac{1}{2} g \mu_B B \right) \int_x \varphi_m(x) \varphi_n(x) dx}_{:= I_1} + \\ &+ \frac{1}{2} m^* \omega_c^2 \underbrace{\int_x \varphi_m(x) \varphi_n(x) \left(x - x_0 - \frac{w}{2} \right)^2 dx}_{:= I_2} + \\ &+ \underbrace{\int_x \varphi_m(x) \varphi_n(x) V \left(x - \frac{w}{2} \right) dx}_{= 0} \end{aligned} \quad (4.6)$$

Auch hier wird wie in Kapitel 3.1 der Index p unterdrückt. Unter Ausnutzung von (4.5) wird I_1 zu

$$I_1 = \left(\frac{\hbar^2 \pi^2 n^2}{2m^* w^2} + \frac{1}{2} g \mu_B B \right) \delta_{m,n}. \quad (4.7)$$

I_2 kann durch wiederholte partielle Integration berechnet werden. Zur weiteren Vereinfachung empfiehlt sich die Variablentransformation $u = \pi x/w$. Damit lässt sich I_2 schreiben als

$$I_2 = \frac{2}{\pi} \int_0^\pi \sin(mu) \sin(nu) \left(\frac{w}{\pi} u - x_0 - \frac{w}{2} \right)^2 du. \quad (4.8)$$

Desweiteren erfordert die Struktur des Integranden eine Fallunterscheidung bzgl. m und n .

1) $m = n$

Die erste partielle Integration führt zu

$$I_2 = \left(\frac{w}{2} - x_0 \right)^2 - \frac{4w}{\pi^2} \int_0^\pi \left(\frac{1}{2} u - \frac{1}{4n} \sin(2nu) \right) \left(\frac{w}{\pi} u - x_0 - \frac{w}{2} \right) du.$$

Erneute partielle Integration liefert:

$$I_2 = \left(\frac{w}{2} - x_0 \right)^2 - \left(\frac{w}{6} - x_0 \right) w - \frac{w^2}{2\pi^2 n^2} \quad (4.9)$$

Unter Berücksichtigung des Vorfaktors $m^* \omega_c^2/2$ wird daraus

$$I_2 = \frac{1}{2} m^* \omega_c^2 \left[\frac{1}{2} \left(\frac{1}{6} - \frac{1}{\pi^2 n^2} \right) w^2 + x_0^2 \right]. \quad (4.10)$$

2) $m \neq n$

Hier führt die erste partielle Integration zu:

$$I_2 = -\frac{4w}{\pi^2} \int_0^\pi \left(\frac{\sin((m-n)u)}{2(m-n)} - \frac{\sin((m+n)u)}{2(m+n)} \right) \left(\frac{w}{\pi} u - x_0 - \frac{w}{2} \right) du.$$

Der letzte Integrationsschritt bringt unter Berücksichtigung des Vorfaktors $m^* \omega_c^2/2$ das Ergebnis

$$I_2 = \frac{m^* \omega_c^2 w}{\pi^2} \left[\left((-1)^{m+n} - 1 \right) \left(x_0 + \frac{w}{2} \right) - (-1)^{m+n} w \right] \cdot \left(\frac{1}{(m+n)^2} - \frac{1}{(m-n)^2} \right). \quad (4.11)$$

Die Matrixelemente $\langle m, - | \mathcal{H}_0 | n, - \rangle$ berechnet man analog zur obigen Vorgehensweise.

Berücksichtigt man die diagonale Struktur von σ_z , so erhält man zusammenfassend:

$$(\mathcal{H}_0)_{m,n,+,-} = (\mathcal{H}_0)_{m,n,-,+} = 0, \quad (4.12)$$

für $m = n$

$$(\mathcal{H}_0)_{m,n,+,+} = \frac{1}{2} m^* \omega_c^2 \left[\frac{1}{2} \left(\frac{1}{6} - \frac{1}{\pi^2 n^2} \right) w^2 + x_0^2 \right] + \frac{\hbar^2 \pi^2 n^2}{2m^* w^2} + \frac{1}{2} g \mu_B B \quad (4.13)$$

$$(\mathcal{H}_0)_{m,n,-,-} = \frac{1}{2} m^* \omega_c^2 \left[\frac{1}{2} \left(\frac{1}{6} - \frac{1}{\pi^2 n^2} \right) w^2 + x_0^2 \right] + \frac{\hbar^2 \pi^2 n^2}{2m^* w^2} - \frac{1}{2} g \mu_B B \quad (4.14)$$

und für $m \neq n$

$$(\mathcal{H}_0)_{m,n,+,+} = \frac{m^* \omega_c^2 w}{\pi^2} \left[\left((-1)^{m+n} - 1 \right) \left(x_0 + \frac{w}{2} \right) - (-1)^{m+n} w \right] \cdot \left(\frac{1}{(m+n)^2} - \frac{1}{(m-n)^2} \right) \quad (4.15)$$

$$(\mathcal{H}_0)_{m,n,-,-} = (\mathcal{H}_0)_{m,n,+,+}, \quad (4.16)$$

mit $x_0 = \hbar k_y / (e B)$ und $m, n = 1, 2, 3, \dots$

4.1.2 Matrixelemente des Rashba-Terms

Die Berechnung der Matrixelemente des Rashba-Terms $\mathcal{H}_R$ bezüglich des Funktionensystems (4.4) gestaltet sich unerwartet schwierig. Bei gleicher Vorgehensweise wie in Kapitel 3, also nach Multiplikation von

$$i \frac{\partial}{\partial y} + \frac{e B}{\hbar} x \pm \frac{\partial}{\partial x}$$

von rechts mit $\varphi_n(x) \chi_q^*(y)$ und von links mit $\varphi_m(x) \chi_p(y)$, treten Terme auf, deren Integral nicht mehr als Skalarprodukt im Funktionenraum (4.4) definiert sind. Das Problem stellt dabei die Ableitung nach x (Impulsoperator)

$$\frac{d}{dx} \sin \left(\frac{n \pi}{w} x \right) = \frac{n \pi}{w} \cos \left(\frac{n \pi}{w} x \right) \quad (4.17)$$

dar. Die so entstehenden cos-Funktionen sind nicht mehr Element des Funktionenraums (4.4). Folglich kann für die betreffenden Terme kein Matrixelement berechnet werden.

Das oben aufgetretene Problem ist eine Folge der gewählten Randbedingungen und ließe sich mit Hilfe eines geeigneteren Funktionensystems oder einer modifizierten Potentialform lösen. Die hier verwendeten Funktionen des unendlich tiefen Potentialkastens stellen eine denkbar einfache Basis dar. Andere in Frage kommende

Funktionensysteme und Potentialformen sind komplizierter und erhöhen den Rechenaufwand z.T. erheblich. Deshalb soll im Rahmen der vorliegenden Arbeit auf eine weitere Berechnung der Matrixelemente des Rashba-Terms verzichtet werden.

Einige qualitative Aussagen lassen sich auch schon aus der Lösung der Schrödingergleichung ohne Rashba-Term treffen. Darauf wird in den nächsten Unterkapiteln näher eingegangen.

4.2 Numerische Lösung der Schrödingergleichung

Da, wie im vorigen Unterkapitel dargelegt, eine Berechnung der Matrixelemente von $\mathcal{H}_R$ nicht ohne weiters möglich ist, beschränken sich die Betrachtungen auf die numerische Lösung der Schrödingergleichung ohne Rashba-Term.

Die Umsetzung und der Ablauf der Berechnung unterscheiden sich nicht wesentlich von der in Kapitel 3.2.1 beschriebenen Implementation. Da das Kastenpotential einen Parameter weniger für seine Festlegung benötigt als das harmonische Potential, ist eine iterative Anpassung bei $B = 0$ nicht erforderlich. Die 1D-Elektronenkonzentration n_{1D} wird direkt als Produkt von n_{2D} und w berechnet und daraus mit (3.21) die Fermienergie $E_{F,1D}$ bestimmt.

Im Unterschied zum parabolischen Potential mit den Matrixelementen (3.16) bis (3.19) treten hier nicht nur Kopplungen benachbarter, sondern aller Landauniveaus auf. Dementsprechend langsamer ist die Konvergenz. Die doppelte Anzahl der physikalisch benötigten Subbänder hat sich für das Erreichen der Konvergenz als ausreichend erwiesen.

4.3 Eigenschaften von Drähten mit Kastenpotential

In diesem Unterkapitel sollen kurz einige Schlussfolgerungen aus den Ergebnissen der vorangegangenen Kapitel gezogen werden. Dazu wurde das Energiespektrum für eine im Experiment typische Struktur ohne Rashba-Term bei $k_y = 0$ berechnet. Abb. 4.2 zeigt das Ergebnis der Rechnung für einen Draht der Breite 400 nm mit einer 2D-Elektronenkonzentration von $6 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$. Dargestellt ist die Subbandenergie als Funktion des Magnetfelds. Zum Vergleich zusätzlich eingezeichnet ist das Spektrum eines 2DEG mit gleicher Elektronenkonzentration. Für Feldstärken $\lesssim 0.1 \text{ T}$ entsprechen die Energieniveaus erwartungsgemäß denen eines unendlich tiefen Potentialkastens mit der dafür typischen n^2 -Abhängigkeit. Bei höheren Feldstärken konvergieren sie (ähnlich wie im Fall eines harmonischen Potentials Abb. 2.4) gegen die in B linearen Landauniveaus eines 2DEG. In diesem Beispiel ist die Zeeman-Aufspaltung aufgrund des betragsmäßig relativ kleinen g -Faktors von -4 kaum erkennbar. Auffällig ist der scharfe Übergang vom 2D- in den 1D-Bereich bei ca. 0.6 T. Da die Subbandenergien bei 0 T nicht äquidistant liegen, nimmt auch der gegenseitige Bandabstand an der Fermikante für $B \rightarrow 0$ schneller zu als im Fall eines parabolischen Potentials.

Um einen besseren Überblick über das Verhalten von Drähten mit einem Kastenpotential zu erhalten, wurde das Energiespektrum für drei verschiedene Drahtbreiten bei einer Elektronenkonzentration von $6 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ berechnet. In Abb. 4.3 sind

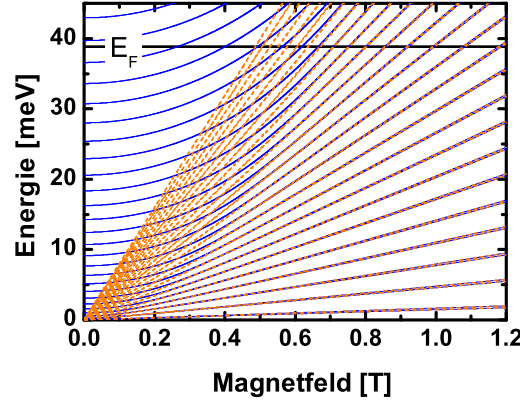


Abbildung 4.2: Subbandenergien als Funktion des Magnetfelds für einen Drahtes mit Kastenpotential ohne Rashba-Wechselwirkung. Zum Vergleich gestrichelt eingezeichnet ist das Spektrum eines 2DEG. Parameter der Rechnung: $w = 400 \text{ nm}$, $n_{2D} = 6 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$.

neben den Subbandenergien in Abhängigkeit des Magnetfelds auch die daraus ermittelten Füllfaktoren als Funktion von $1/B$ (Landauplot) dargestellt. Als Breiten wurden die Werte (a) 800, (b) 600 und (c) 400 nm gewählt, weil sie den Übergangsbereich $2D \rightarrow 1D$ abdecken, innerhalb dessen ein harmonisches Potential nur noch eingeschränkt zur Beschreibung herangezogen werden kann. Pfeile deuten die Grenzfeldstärke an, unterhalb der das System eindimensionale Eigenschaften zeigt. Diese Grenzfeldstärke verschiebt sich mit abnehmender Drahtbreite zu höheren B . In dem hier betrachteten Beispiel liegt sie für (a) und (b) unterhalb von 0.5 T. Die in diesem Feldstärkebereich herrschenden universellen Leitwertfluktuationen [49, 50, 51, 52, 53] machen allerdings dort die experimentelle Beobachtung von SdH-Oszillationen an Einzeldrähten schwierig, wenn nicht sogar unmöglich. Einzig der 400 nm Draht, für den die Grenze bei $B > 0.6 \text{ T}$ liegt bietet die Möglichkeit systematische Abweichungen der SdH-Extrema von der Linearität in $1/B$ zu erfassen. Tendenziell werden sich breitere Drähte mit einem Kastenpotential somit im Experiment zweidimensional verhalten. Tatsächlich werden die oben angestellten Überlegungen von Messungen an Einzeldrähten in Kapitel 10 bestätigt.

Die Auswirkungen einer Spin-Bahn-Wechselwirkung auf die Energiespektren können mit Blick auf Rechnungen für ein harmonisches Potential qualitativ abgeschätzt werden. Da für den Punkt des Übergangs in den zweidimensionalen Bereich hauptsächlich die Stärke des Potentials, also die Drahtbreite verantwortlich ist, ändert sich daran durch den Rashba-Effekt wenig. Die auftretenden Knoten können dann, abhängig von der Größe der Kopplungskonstante, sowohl im 1D- als auch im 2D-Bereich liegen. Das Verschieben der Bänder an der Fermikante kann evtl. zu einer Abweichung

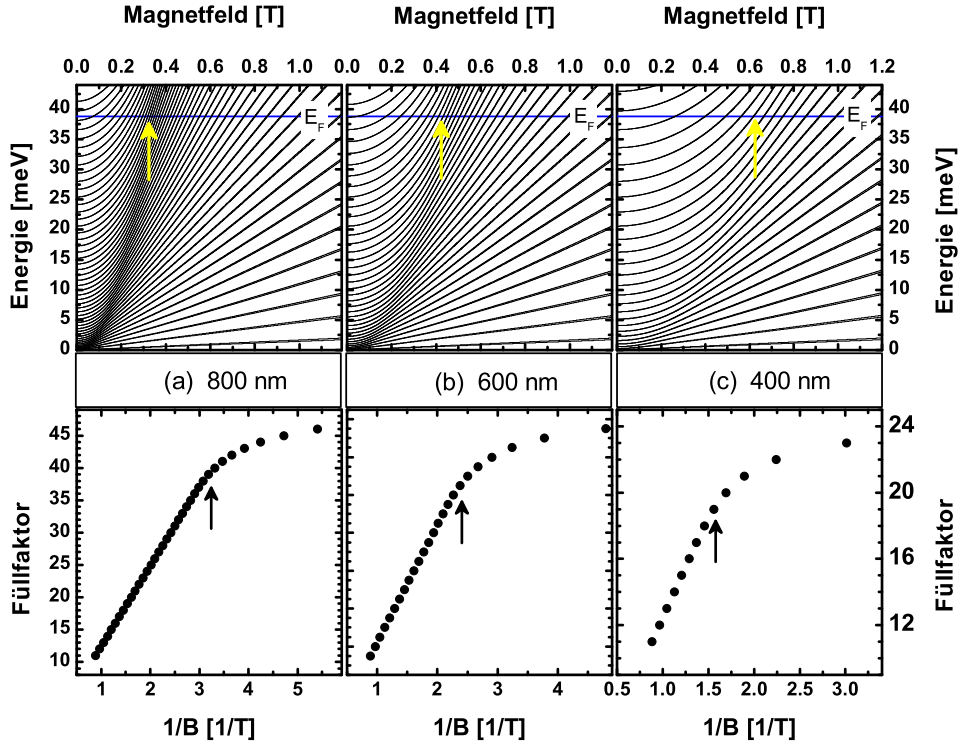


Abbildung 4.3: Subbandenergien als Funktion des Magnetfelds für Drähte mit Kastenpotential ohne Rashba-Wechselwirkung für drei unterschiedliche Drahtbreiten: (a) 800 nm, (b) 600 nm, (c) 400 nm. Zusätzlich eingezeichnet ist jeweils der aus den Spektren berechnete Füllfaktor (Subbandnummer) als Funktion von $1/B$ (Landauplot). Die Pfeile deuten die Grenzfeldstärke an, unterhalb der das System eindimensionale Eigenschaften zeigt. Parameter der Rechnung: $n_{2D} = 6 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$.

der SdH-Extrema vom linearen Verlauf in $1/B$ vor dem Einsetzen des „Abknickens“ durch das Potential führen. Solche Effekte wurden im Experiment beobachtet und sind in den Kapiteln 9.2 und 10.1 beschrieben.

5 Zusammenfassung

In diesem Teil der Arbeit wurde die numerische Lösung der Schrödingergleichung in Matrixform für ein parabolisches und ein Kastenpotential vorgestellt. Dabei stand die Berechnung der Knotenposition aus den Energiespektren im Vordergrund. Die wichtigsten Ergebnisse lassen sich folgendermaßen zusammenfassen für

1. Drähte mit parabolischem Potential.

- Im Unterschied zu einem 2DEG treten für die hier betrachteten Drahtstrukturen, wenn überhaupt, dann nur *zwei* Knoten auf. Weil sich die Anwendbarkeit des harmonischen Potentials mit $w \lesssim 400 \text{ nm}$ auf einen Drahtbereich, innerhalb dessen nur zwei Knoten beobachtet werden, beschränkt, wird ein Übergang von $2\text{D} \rightarrow 1\text{D}$ und eine damit verbundene schrittweise Reduktion der Knotenzahl nicht erfaßt.
- Unterhalb einer bestimmten, von der Kopplungskonstante α_R abhängigen, Drahtbreite existieren *keine* Knoten mehr.
- Für größere Werte von α_R verschiebt sich die Mindestdrahtbreite für die Existenz von Knoten zu kleineren Breiten. Gleichzeitig wandern die Knoten zu höheren B -Feldstärken.
- Eine Erhöhung der Elektronenkonzentration n_{2D} hat eine Verschiebung der Knotenposition zu größeren Magnetfeldstärken zur Folge.

2. Drähte mit Kastenpotential.

- Mit dem hier gewählten Funktionensystem (Eigenfunktionen des Hamiltonoperators des unendlich tiefen Potentialskastens) als Basis können die Matrixelemente des Rashba-Terms nicht ohne weiteres berechnet werden.
- Berechnungen ohne Rashba-Wechselwirkung zeigen, daß sich Einzeldrähte mit Breiten $\gtrsim 400 \text{ nm}$ in dem nicht durch universelle Leitwertfluktuationen verdeckten B -Feldstärkebereich im wesentlichen zweidimensional verhalten.

Teil IV

Probenpräparation

Die Präparation der Proben dieser Arbeit umfaßt sowohl die Herstellung der benötigten Halbleiterschichten als auch die anschließende Definition von Strukturen (Hallbaren und Drähte) mit Hilfe diverser Ätztechniken, sowie die Deposition dünner Metall- und Oxidschichten für ohmsche Kontakte und Gates. Es handelt sich bei allen Prozessschritten um etablierte Verfahren und Techniken, deren Beschreibung nur dort, wo sie für das Verständnis dieser Arbeit unbedingt notwendig sind, etwas ausführlicher behandelt werden.

Die folgende Darstellung richtet sich nach der Chronologie des Präparationsprozesses. Zunächst wird ein Überblick über den MOVPE Prozess zur Herstellung von Halbleiterschichten gegeben, danach auf die Strukturierung dieser Schichten und die Präparation ohmscher Kontakte und Gates eingegangen.

6 Epitaktisches Wachstum von Halbleiterschichten in der MOVPE

In diesem Kapitel soll die Herstellung der für die Proben dieser Arbeit benötigten Halbleiterschichten besprochen werden. Sie zählen zur Gruppe der III-V-Verbindungshalbleiter, und setzen sich aus einem Metall der Gruppe III (z.B. Gallium) und einem Element der Gruppe V (z.B. Arsen), bzw. Legierungen mehrerer Elemente einer Gruppe, zusammen. Für ihre Herstellung hat sich die sogenannte metallorganische Gasphasenepitaxie (MOVPE) bewährt.

6.1 Wachstum in der MOVPE

Bei der metallorganischen Gasphasenepitaxie findet das Wachstum der Halbleiterschichten auf einem Substrat aus einer Gasphase heraus statt. Das Substrat befindet sich in einem beheizten Reaktor, in den die Prozessgase mit Hilfe eines Trägergases laminar eingeleitet werden. Die Gruppe III Elemente liegen dabei als metallorganische Verbindungen, die Gruppe V Elemente als Hydride vor. Im Reaktor spielen sich unterschiedliche Prozesse ab. In der Gasphase kommt es zu Vorzerlegungen der Quellverbindungen. Durch Diffusion erreichen die vorzerlegten Verbindungen die Substratoberfläche und werden adsorbiert. Dort findet wiederum Diffusion und eine weitere Zerlegung statt. Schließlich können die Atome im Kristallgitter eingebaut werden oder aber wieder zurück in die Gasphase desorbieren. In Abb. 6.1 sind diese Vorgänge schematisch dargestellt.

Bei den oben beschriebenen Abläufen handelt es sich um komplizierte Prozesse, die miteinander in Wechselwirkung stehen. Sowohl die Hydrodynamik der Gasphase mit ihren Parametern Druck, Temperatur, Gasgeschwindigkeit und Gesamtfluß als auch Eigenschaften der Substratoberfläche, wie etwa die kristallografische Orientie-

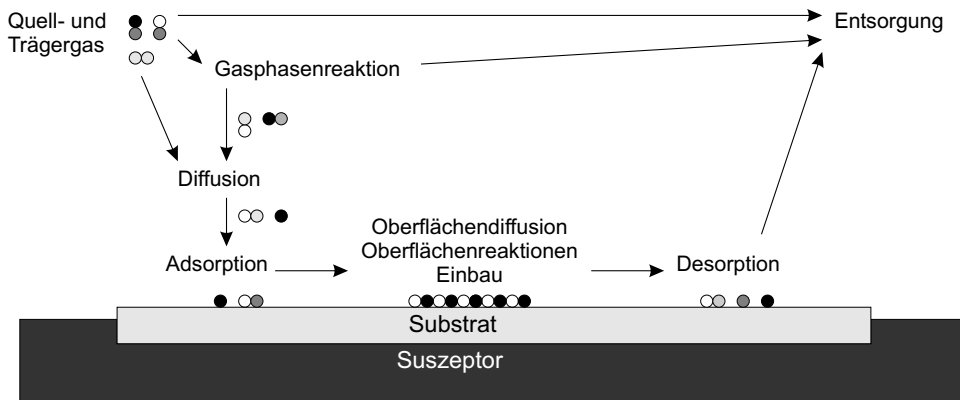


Abbildung 6.1: Schematische Darstellung der wesentlichen Prozesse beim Kristallwachstum in der metallorganischen Gasphasenepitaxie.

nung, haben einen großen Einfluß auf das Schichtwachstum und somit auch auf die Qualität. Darunter ist neben einer möglichst perfekten Kristallstruktur auch ein nach Möglichkeit geringer Einbau von Fremdatomen zu verstehen.

In der Literatur [56] wird das MOVPE-Wachstum an Hand der reziproken Temperatur charakterisiert. Dabei werden im wesentlichen drei Bereiche, wie sie Abb. 6.2 zu entnehmen sind, unterschieden. Die drei Bereiche sind:

1. Kinetisch kontrollierter Bereich. Die Temperatur ist so niedrig, daß die thermisch aktivierten Zerlegungsprozesse auf der Oberfläche langsamer ablaufen als die Diffusion in der Gasphase. Die Temperatur auf der Substratoberfläche bestimmt maßgeblich die Wachstumsrate.
2. Diffusionskontrollierter Bereich. Hier sind die Zerlegungsprozesse auf der Oberfläche deutlich schneller als die Diffusion in der Gasphase. Die Wachstumsrate ist durch die Gegebenheiten in der Gasphase bestimmt und weitestgehend unabhängig von der Temperatur.
3. Thermodynamisch kontrollierter Bereich. Hier verschiebt sich das thermodynamische Gleichgewicht hin zu den Edukten. Die Wachstumsrate nimmt mit steigender Temperatur ab.

Der diffusionskontrollierte Bereich ist der bevorzugte, weil die Wachstumsrate unabhängig von Temperaturschwankungen auf der Substratoberfläche ist, wodurch eine größere Schichthomogenität erreicht wird. Außerdem ist dort die Diffusionslänge der adsorbierten Moleküle größer als im kinetisch kontrollierten Gebiet. Die Moleküle haben damit die Möglichkeit zu energetisch günstigen Stellen (z.B. Monolagenkanten) zu gelangen und dort eingebaut zu werden. Das erhöht die strukturelle Kristallqualität.

Die Wachstumsrate im diffusionskontrollierten Bereich kann durch die richtige Wahl der Strömungsparameter und der Partialdrücke der Quellenverbindungen im Reaktor eingestellt werden.

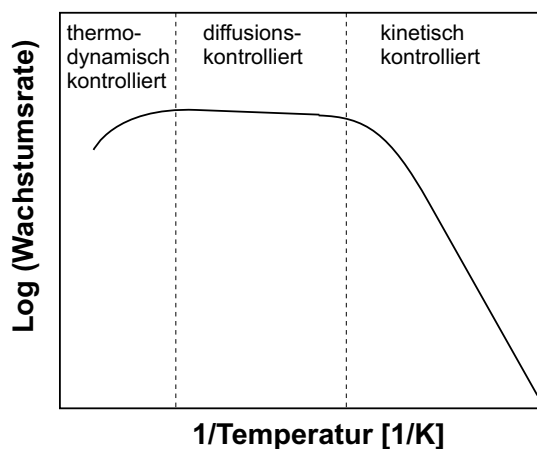


Abbildung 6.2: Wachstumsrate des MOVPE-Prozesses in Abhängigkeit von der reziproken Temperatur.

Eine tiefere Behandlung der hydrodynamisch und chemisch relevanten Prozesse des MOVPE-Wachstums ist aufgrund der Komplexität dieser Vorgänge hier nicht möglich. Ausführliche Darstellungen zu diesen Themen finden sich in [56, 57].

6.2 Wachstum und Optimierung von InGaAs/InP Heterostrukturen

Für die Herstellung der Proben stand eine kommerziell erhältliche MOVPE-Anlage der Firma Aixtron vom Typ AIX-200 mit horizontal liegenden Reaktoren zur Verfügung. In der vorliegenden Anlagenkonfiguration werden die Metallorganika und die Hydride zusammen mit dem Trägergas in einem nachgeschalteten Abgassystem durch entsprechende Gasreiniger neutralisiert. Eine ausführliche Beschreibung der Anlage findet man in [58].

Alle Proben wurden mit N_2 als Trägergas bei einer Temperatur von 670°C und einem Reaktordruck von 20 mbar gewachsen. Der Gesamtgasfluß betrug bei einer Gasgeschwindigkeit von 0.9 m/s immer 3000 ml/min. Es wurden folgende Quellenmaterialien verwendet:

- Trimethyl-Gallium (TMGa)
- Trimethyl-Indium (TMIn)
- Arsin (AsH_3)
- Phosphin (PH_3)
- Disilan (Si_2H_6) als Dotierquelle

Für die erforderliche n-Dotierung wurde Si mit Disilan als Quellenverbindung und als Substrate handelsübliche semiisolierende InP Scheiben mit exakter (100)-Oberflächenorientierung verwendet.

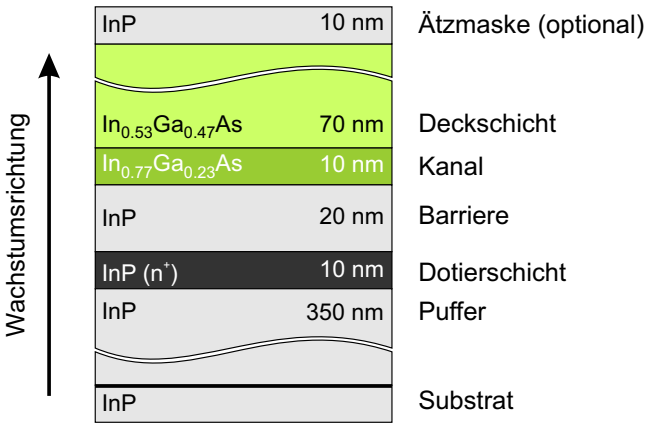


Abbildung 6.3: InGaAs/InP-Schichtsystem. Die oberste InP-Schicht dient nur als Maske für selektive Ätzprozesse.

Das Verhältnis der Partialdrücke von Hydriden (Gruppe V) zu Metallorganika (Gruppe III), das sogenannte V/III-Verhältnis, wurde für InGaAs auf 100 und für InP auf 200 eingestellt. In Tabelle 6.1 sind alle wichtigen, optimierten Prozessparameter zusammengestellt.

Abb. 6.3 zeigt schematisch das verwendete InGaAs/InP-Schichtsystem. Der 350 nm dicke Puffer dient zur Steigerung der strukturellen Schichtqualität, weil Defekte auf der Substratoberfläche durch die Pufferschicht überdeckt werden. Die 10 nm Dotierschicht ist durch eine Barriere vom leitenden Kanal getrennt (Modulationsdotierung). Durch thermische Anregung gelangen die Elektronen aus der Dotierschicht in den Kanal. Dieser besteht aus In_{0.77}Ga_{0.23}As, welches eine größere Gitterkonstante als InP hat und somit verspannt aufwächst. Die darüber befindliche In_{0.53}Ga_{0.47}As-Deckschicht ist gitterangepaßt auf InP und deshalb unverspannt. Sie ist mit 70 nm relativ dick und erfüllt den Zweck den leitenden Kanal vor Oberflächeneffekten zu schützen. Die oberste InP-Schicht dient lediglich als Maske für selektive Ätzprozesse (siehe Kapitel 7.2.3). Weitere Details des Materialsystems sind [59, 60, 57, 39] zu entnehmen.

Tabelle 6.1: Prozessdaten für das optimierte MOVPE-Wachstum von modulationsdotierten InGaAs/InP Heterostrukturen.

Parameter der Gasphase	
Temperatur	670 °C
Reaktordruck	20 mbar
Gasgeschwindigkeit	0.9 m/s
Gesamtgasfluß	3000 ml/min
V/III InGaAs	100
V/III InP	200

Das Wachstum der hier betrachteten InGaAs/InP Schichtsysteme wurde bereits früher in derselben Anlage optimiert [57]. Aufgrund einer Überholung der Anlage war eine Neuoptimierung nötig. Sie bezieht sich im wesentlichen auf die Einstellung passender Wachstumsraten, um möglichst genaue Schichtdicken zu garantieren, und auf eine Anpassung der Dotierkonzentration. Die Wachstumsraten wurden entweder durch Wägung vor und nach der Epitaxie [58] oder durch selektives naßchemisches Ätzen und anschließende mechanische Abtastung der Oberfläche (DEKTAK) bestimmt. Zur Kontrolle der Morphologie kamen ein Licht- und ein Rasterelektronenmikroskop zum Einsatz. Weil für die Anpassung der Dotierung die Elektronenkonzentration im Kanal und nicht die nominelle Volumenkonzentration maßgebend ist, wurden aus Schichten unterschiedlicher Dotierung Hallbarren präpariert und mit den in Kapitel 2.5 beschriebenen SdH-Messungen die Ladungsträgerdichte und -beweglichkeit im Kanal bestimmt.

7 Präparation niedrigdimensionaler Strukturen

Bei der Probenherstellung wurden etablierte Verfahren der Halbleitertechnologie eingesetzt. Sie sollen im folgenden kurz beschrieben werden. Der Präparationsprozess läßt sich grob in zwei Teile aufspalten. Der erste besteht aus der Präparation ohmscher Kontakte und Zuleitungen. Dafür wurde unter anderem die optische Lithografie eingesetzt. Der Zweite Teil besteht aus der Definition der Quantendrahtstrukturen mit Hilfe diverser Ätztechniken. Da ihre Abmessungen z.T. kleiner als die Wellenlänge des sichtbaren Lichts (≈ 500 nm) sind, muß hier auf die höher auflösende Elektronenstrahlithografie zurückgegriffen werden.

Aus den in der MOVPE bewachsenen 2" Scheiben wurden (1×1) cm² große Stücke geschnitten und dann einzeln weiter prozessiert. Auf einem Stück finden 25 identische, quadratische, aus mehreren Drähten bestehende Strukturen Platz (siehe Abb. 7.1(a) und (b)).

7.1 Herstellung von ohmschen Kontakten und Zuleitungen

Weil die optische Lithografie sowohl bei der Präparation ohmscher Kontakte als auch bei der Strukturierung der Drahtzuleitungen zum Einsatz kommt, soll sie im nächsten Unterkapitel kurz beschrieben werden.

7.1.1 Optische Lithografie

Die einzelnen Halbleiterstücke werden mit Hilfe einer Lackschleuder homogen mit ca. $1.4 \mu\text{m}$ dickem Photolack beschichtet und anschließend im Kontaktverfahren mit einer Glas/Chrom-Maske unter monochromatischem Licht der Wellenlänge 436 nm belichtet. Danach wird die Probe für 2 min auf 115 °C aufgeheizt, erneut (ohne Maske) belichtet und dann in einem Entwicklerbad entwickelt. Die Lackstellen, die anfänglich durch die Chromstrukturen geschützt, also *nicht* belichtet wurden, lösen sich bei der Entwicklung auf. Auf der Probe verbleiben Lackgeometrien, die der negativen

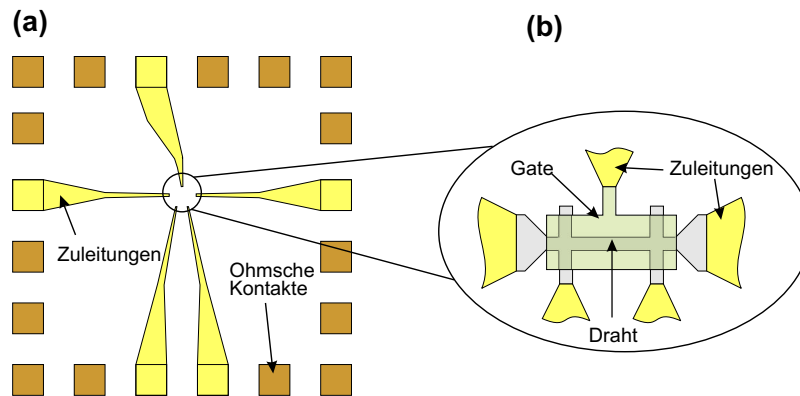


Abbildung 7.1: (a) Schematische Darstellung von ohmschen Kontakten und Zuleitungen, für deren Präparation optische Lithografie eingesetzt wird. (b) Ausschnittvergrößerung von (a): Darstellung eines Drahtes mit Gate. Bei beiden erfolgt die Strukturierung mit Elektronenstrahlolithografie.

Chromstruktur entsprechen (Umkehrprozess). Der zweifache Belichtungsprozess liefert negative Lackflanken, die später das einwandfreie Entfernen von Lackstegen beim Lift-off Prozess ermöglicht.

7.1.2 Ohmsche Kontakte

Zur elektrischen Kontaktierung der Probe werden möglichst niederohmige Kontakte benötigt. Ihre Anordnung auf dem Probenstück wird durch die im vorigen Kapitel beschriebene Lackmaske bestimmt. Das belackte Halbleiterstück wird in einer Aufdampfanlage nach einer kurzen Argon-Ionenreinigung mit der Schichtfolge Ni (5 nm)/AuGe (90 nm)/Ni (25 nm) bedampft. Die Lackstege werden anschließend in einem Acetonbad aufgelöst und die sich darauf befindende Metallschicht abgehoben (Lift-off). Übrig bleiben die Metallflächen, die in direktem Kontakt mit der Halbleiteroberfläche sind. Der darauf folgende 90-sekündige Heizschritt bei 400 °C in einem RTP-Ofen (Rapid Temperature Processing) bewirkt ein Eindiffundieren des Germaniums in die unter dem Metall gelegenen Halbleiterschichten und dadurch eine größere effektive Kontaktfläche [61]. Die untere Nickelschicht verleiht eine bessere Haftung, die obere verhindert eine Aufrauung der Metallisierung. In Abb. 7.1(a) sind die ohmschen Kontakte als braune Quadrate dargestellt.

7.1.3 Zuleitungen

Die Zuleitungen ermöglichen den Übergang von den relativ großen Kontaktflächen zu den sehr viel kleineren Drahtstrukturen. Sie werden ebenfalls mit dem in Kapitel 7.1.1 und 7.1.2 beschriebenen Verfahren hergestellt. Auch hier werden drei Metallschichten, Cr (5 nm)/Au (90 nm)/Ti (25 nm), aufgedampft. Wie in Abb. 7.1(a) gezeigt, überlappen die Zuleitungen vollständig mit den Kontaktflächen. Das Chrom dient als

Haftvermittler, das Gold gewährleistet einen guten Kontakt für spätere elektrische Anschlüsse (z.B. an Aluminiumdrähte eines Probenhalters) und das Titan ist als Ätzmaske für die Strukturierung der Drähte vorgesehen. Der später folgende Ätzprozess trägt dann das um die Zuleitungen herum befindliche Halbleitermaterial ab. Durch das in den verbleibenden Stegen existierende 2DEG werden die Drähte elektrisch kontaktiert.

7.2 Strukturierung von Quantendrähten

7.2.1 Elektronenstrahlolithografie

Im Unterschied zu den Kontaktflächen und Zuleitungen können die Drahtstrukturen aus oben genannten Gründen nicht optisch definiert werden. Die Drahtgeometrien werden mit einem entsprechenden Computerprogramm erstellt und als Vorlage für einen Elektronenstrahlschreiber benutzt. Dieser führt einen Elektronenstrahl direkt über die Probe und belichtet damit den vorher aufgetragenen PMMA-Lack. Die so erreichbare Strukturgröße liegt bei 100 nm. Der PMMA-Lack wird ähnlich wie der optische Lack entwickelt und ist gleichermaßen für Lift-off-Prozesse geeignet.

7.2.2 Ätzen von Drahtstrukturen

In diesem Kapitel werden zwei unterschiedliche Verfahren zum Ätzen von Drahtstrukturen vorgestellt. Die technologisch aufwendigere aber für die Strukturierung einfachere Methode ist das reaktive Ionenätzen, kurz RIE (Reactive Ion Etching). Dagegen bringt das apparativ sehr simple naßchemische Ätzen neben einigen Problemen (z.B. Unterätzung) auch eine Reihe von Vorteilen mit sich. Diese werden weiter unten noch ausführlich diskutiert.

An die zur Strukturierung benötigte Ätzmaske müssen einige Anforderungen gestellt werden.

1. Sie muß resistent gegen die verwendeten Säuren sein.
2. Die physikalischen Vorgänge beim RIE-Prozess erfordern Stabilität bei Ionenbeschuß.
3. Um Unterätzungen so gering wie möglich zu halten, sollte die Haftung auf dem Halbleiter gut sein.
4. Nach vollendeter Strukturierung sollte sie gut zu entfernen sein, ohne daß die Probe durch unerwünschte Nebeneffekte beschädigt wird.

Alle diese Bedingungen erfüllt Titan. Es wird nach der Entwicklung des PMMA-Lacks mit einer Schichtdicke von 30 nm aufgedampft. Der anschließende Lift-off läßt eine Titanmaske in Form der Drahtstruktur auf der Oberfläche zurück. Sie überlappt, wie in Abb. 7.1(b) schematisch gezeigt, an den Drahteinlaufbereichen mit den Zuleitungen.

Trockenchemisches Ätzen Das reaktive Ionenätzen stellt eine Kombination aus physikalischen und chemischen Ätzprozessen dar. Die reaktiven Gase werden dabei in eine Vakuumkammer, in der sich die Probe zwischen zwei großflächigen Elektroden befindet, eingeleitet. In dem zwischen den Elektroden brennenden Plasma findet in Verbindung mit einer Ionisation der Gase eine Beschleunigung in Richtung der Probe statt. Das nicht durch die Titanmaske geschützte Halbleitermaterial wird teilweise durch den Ionenbeschuß, teilweise durch chemische Reaktion mit den Gasmolekülen abgetragen. Die daraus entstehenden Verbindungen werden in einem Abgassystem entsorgt. Die Auswahl der richtigen Ausgangsverbindungen hängt vom zu ätzenden Material ab. Sowohl für InGaAs als auch InP ist ein Methan/Wasserstoff-Gemisch geeignet. Zur Reinigung der Probenoberfläche vor und nach dem Ätzprozess findet in der Regel ein Sauerstoffplasma Verwendung. Weitere Angaben zu diesem Themengebiet findet man in [62].

Der vollständige Präparationsprozess ist in Abb. 7.2 im Probenquerschnitt dargestellt. (a) bis (d) enthält die oben erläuterten Schritte der Elektronenstrahlolithografie und das Aufdampfen der Ti-Schicht, (e) und (f) das Ätzen und anschließende Entfernen der Maske mit HF/H₂O. (g) zeigt die fertige Drahtstruktur ohne Gate.

Nach dem Ätzprozess bleiben auf der Oberfläche trotz der Reinigung mit einem Sauerstoffplasma meistens organische Verbindungen zurück [62]. Sie beeinträchtigen später den elektrischen Transport in Form von diffuser Randstreuung [63, 64, 65], was sich bei Magnetotransportmessungen als z.T. starke Widerstandsüberhöhung bei kleinen Magnetfeldstärken bemerkbar macht. Kapitel 10.1 gibt dazu nähere Auskunft.

Zusätzlich dazu gestaltet sich die für die Herstellung von Gateelektroden notwendige SiO₂-Deposition an schmalen Drähten schwierig (siehe Kapitel 7.3).

Einen Ausweg aus den oben und in Kapitel 7.3 angesprochenen Problemen bietet der im nächsten Kapitel ausführlich dargelegte naßchemische Ätzprozess.

Naßchemisches Ätzen Das naßchemische Ätzen von Quantendrähten bietet folgende Vorteile:

1. Auf der Probenoberfläche bleiben keine organischen Verunreinigungen zurück, wodurch diffuse Randstreuung stark unterdrückt wird.
2. Es entstehen, bei der Wahl geeigneter Ätzlösungen, keine rechteckförmigen Drahtquerschnitte. Dadurch werden, zumindest in bestimmten Kristallrichtungen, scharfe Kanten vermieden und die SiO₂-Deposition erleichtert.
3. Aus dem selbem Grund wie unter 2. können Drähte hergestellt werden, deren Breite die von der Lithografie vorgegebenen Breiten deutlich unterschreitet.

Der Einsatz solcher Ätzmethoden erfordert allerdings eine umfangreiche Prozessoptimierung. Sie ist Gegenstand des nächsten Kapitels.

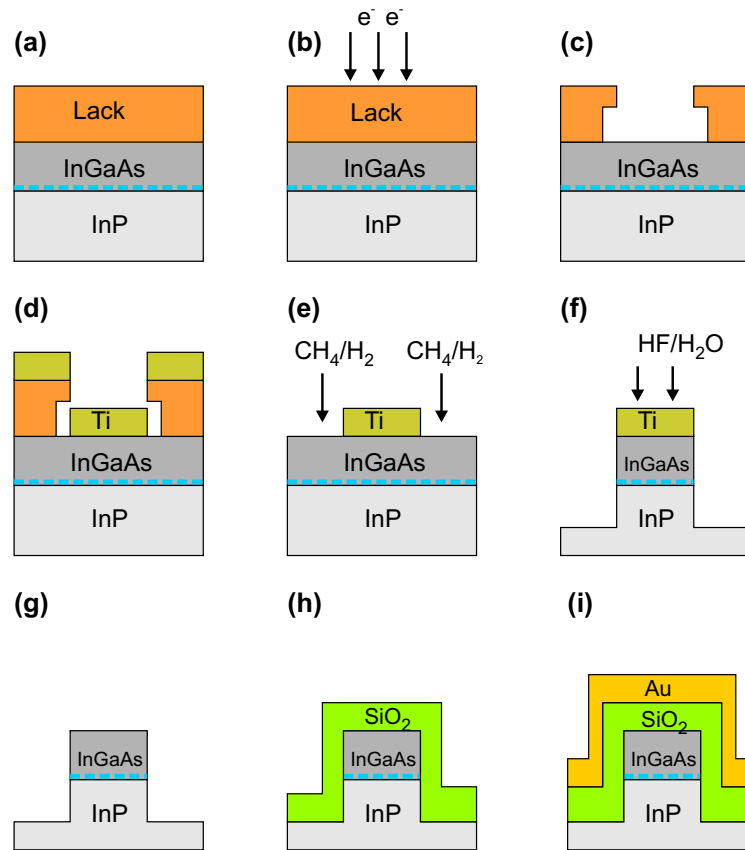


Abbildung 7.2: Präparation von Drahtstrukturen mit reaktivem Ionenätzen (RIE). Gezeigt ist jeweils ein Querschnitt der Probe. (a) Probenbelackung mit PMMA, (b) Belichten mittels Elektronenstrahlolithografie, (c) Entwicklung, (d) Aufdampfen der Ti-Ätzmaske, (e) Ätzen der Drahtstruktur mit RIE, (f) Entfernen des Ti mit HF/H₂O, (g) fertiger Draht ohne Gate, (h) Aufdampfen von SiO₂ zur elektrischen Isolation, (i) Aufbringen der Goldschicht als Gateelektrode. Der trockenchemische Ätzprozess hinterläßt ein nahezu *rechteckiges* Drahtprofil.

7.2.3 Optimierung des naßchemischen Ätzprozesses

Eigenschaften des naßchemischen Ätzprozesses Der im folgenden vorgestellte naßchemische Ätzprozess basiert auf der Selektivität der verwendeten Ätzlösungen bezüglich unterschiedlicher Halbleitermaterialien. Dabei ist die Tatsache, daß die Heterostrukturen z.T. aus arsen- und z.T. aus phosphorhaltigen Schichten besteht, von großem Nutzen. Für beide Materialsysteme sind Ätzen mit gegenseitig hoher Selektivität bekannt [66, 67, 68]. Der besondere Vorteil in der Verwendung selektiver Ätzen besteht in der Möglichkeit epitaktisch gewachsene Schichten als Ätzmasken einzusetzen. Sie bieten bestmögliche Haftung und damit geringstmögliche Unterätzung. Das ist gerade bei schmalen Drähten wichtig, weil sich dort Unregelmäßigkeiten in

den Rändern stark auf die Breite auswirken. Große Breitenfluktuationen führen beim elektrischen Transport aber zu zusätzlichen Effekten, die im Experiment schwer zu deuten sind.

Die hier gebrauchten Lösungen ätzen anisotrop, d.h. aufgrund der Bindungsverhältnisse im Kristall ist die Ätzrate auf bestimmten Facetten deutlich kleiner als auf anderen [66]. Das hat zur Folge, daß bei den in dieser Arbeit verwendeten (100)-orientierten Substraten geätzte Gräben in $[0\bar{1}\bar{1}]$ -Richtung schwalbenschwanzförmig und in $[0\bar{1}1]$ -Richtung trapezförmig sind. In den Abb. 7.5 und 7.6 ist dieser Sachverhalt verdeutlicht.

Die oben beschriebenen Eigenschaften eröffnen die Möglichkeit sowohl schwalbenschwanz- als auch trapezförmige Drähte herzustellen. Erstere haben die Eigenschaft schmaler als die Breite der Ätzmaske zu sein. Man kommt so in Bereiche, in denen das laterale Einschlußpotential groß genug ist, um quasi-eindimensionalen elektrischen Transport beobachten zu können (siehe Kapitel 9.1). Als Nachteil sind die hier noch größeren Schwierigkeiten bei der SiO_2 -Deposition als beim rechteckförmigen Draht zu nennen. Trapezförmige Drähte eignen sich im Gegensatz dazu besonders gut für die Gatepräparation. Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wurden beide Varianten hergestellt und gemessen.

Optimierung des naßchemischen Ätzprozesses Der zu optimierende Prozess stellt sich folgendermaßen dar: Die als Ätzmaske für die InGaAs-Schichten dienende 10 nm dicke InP Deckschicht wird mit RIE vorstrukturiert und danach die dafür nötige Ti-Maske mit $\text{HF}/\text{H}_2\text{O}$ entfernt. Als nächstes werden aus den beiden InGaAs-Schichten mit der Ätzlösung $\text{H}_3\text{PO}_4/\text{H}_2\text{O}_2/\text{H}_2\text{O}$ im Mischungsverhältnis 1:8:40 [69] die eigentlichen Drähte geätzt. In einem weiteren Ätzschritt wird die verbliebene InP-Maske entfernt und gleichzeitig die InP-Barriere mitsamt der Dotierschicht mit der Lösung $\text{H}_3\text{PO}_4/\text{HCl}$ im Verhältnis 5:1 [67, 70] auf Drahtbreite reduziert. Die

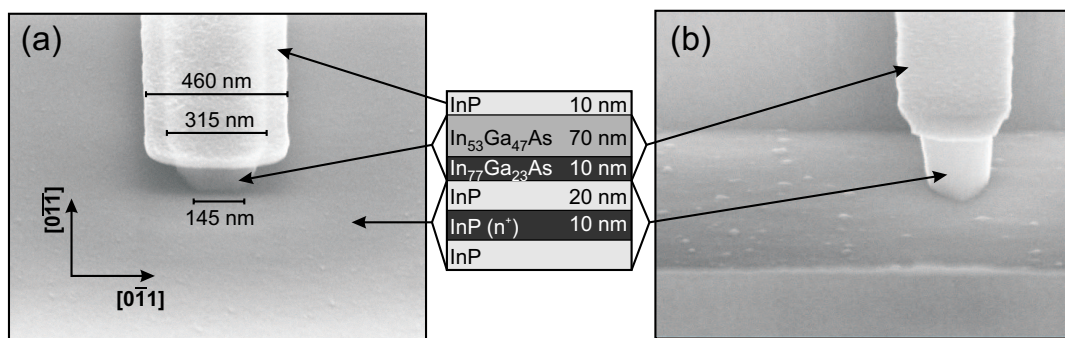


Abbildung 7.3: Selektivitätstest der verwendeten Ätzlösungen: elektronenmikroskopische Aufnahmen einer Teststruktur (a) nach dem Ätzen des InGaAs mit $\text{H}_3\text{PO}_4/\text{H}_2\text{O}_2/\text{H}_2\text{O}$ und (b) nach dem Entfernen der InP-Deckschicht mit $\text{H}_3\text{PO}_4/\text{HCl}$.

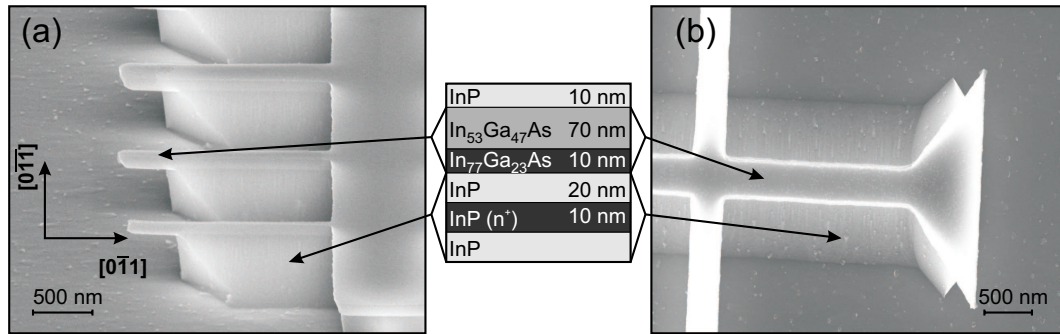


Abbildung 7.4: Selektivitätstest der verwendeten Ätzlösungen: elektronenmikroskopische Aufnahmen einer Teststruktur nach dem InP-Ätzen mit $\text{H}_3\text{PO}_4/\text{HCl}$ (a) unter einem Winkel von 60° und (b) in Draufsicht.

$\text{H}_3\text{PO}_4/\text{HCl}$ -Mischung muß während des Ätzens ständig umgerührt werden, da sich sonst die Phosphorsäure aufgrund ihrer höheren Dichte am Boden des Gefäßes sammelt. Abb. 7.5 und 7.6 zeigen diese Vorgänge schematisch.

Die Optimierung eines solchen Ätzprozesses umfaßt zwei Punkte. Zunächst muß getestet werden, ob die Selektivität den Anforderungen genügt. Dann sind die unterschiedlichen Ätzraten zu bestimmen. Wie aus Abb. 7.3(a) und (b) ersichtlich, sind beide Ätzlösungen hochselektiv. Die dort gezeigten elektronenmikroskopischen Aufnahmen wurden von derselben Teststruktur einmal nach dem InGaAs- und einmal nach dem InP-Ätzen gemacht. Deutlich ist der schwalbenschwanzförmige Drahtquerschnitt in $[0\bar{1}1]$ -Richtung zu erkennen. Eine Unterätzung ist für beide Ätzschritte nicht zu vermeiden. Sie ist jedoch aufgrund der Gleichmäßigkeit nicht nachteilig, sondern bringt die in Kapitel 9.1.1 diskutierten Vorteile für den elektrischen Transport mit sich.

In Abb. 7.4(a) und (b) sind Aufnahmen zweier Teststrukturen, bei denen die Drähte in $[0\bar{1}1]$ -Richtung verlaufen, dargestellt. Hier wird das unterschiedliche Ätzverhalten für orthogonale Kristallrichtungen sichtbar. Das in Draufsicht gemachte Foto (b) zeigt die das Trapez formenden Facetten.

Zur Bestimmung der Ätzraten wurden jeweils zwei 500 nm dicke Schichten, einmal InP und einmal $\text{In}_{0.53}\text{Ga}_{0.47}\text{As}$, abgeschieden und darauf großflächige Strukturen $((40 \times 40) \mu\text{m}^2)$ präpariert. Nach der Ätzung erfolgte die Bestimmung der Ätztiefe

Tabelle 7.1: Für die Probenpräparation verwendete Ätzlösungen und zugehörige Ätzraten.

Material	Ätzlösung	Mischungsverhältnis	Ätzrate [nm/min]
InGaAs	$\text{H}_3\text{PO}_4/\text{H}_2\text{O}_2/\text{H}_2\text{O}$	1:8:40	230 ± 20
InP	$\text{H}_3\text{PO}_4/\text{HCl}$	5:1	200 ± 20

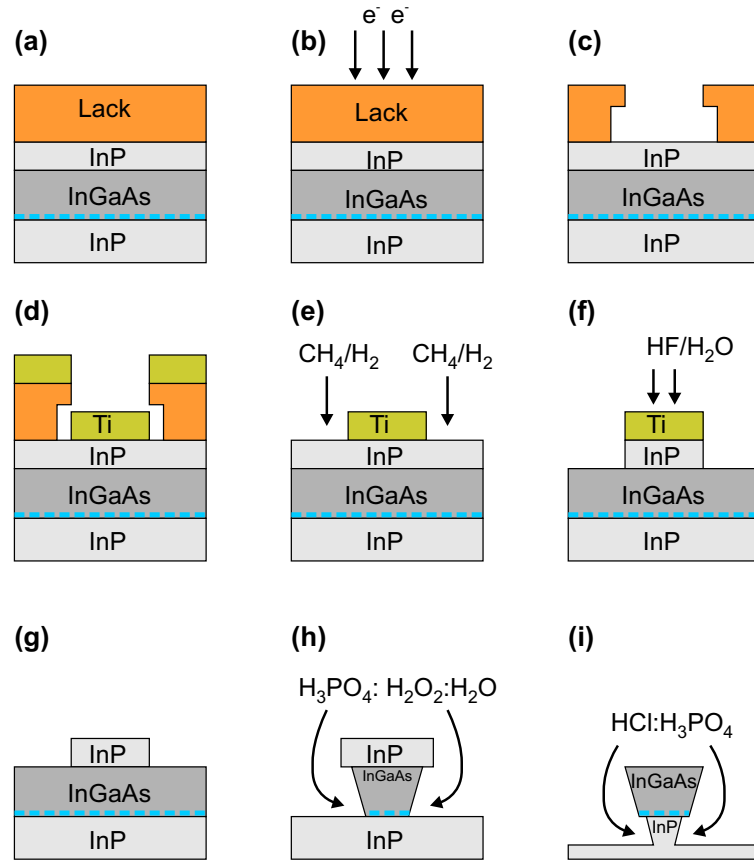


Abbildung 7.5: Präparation von Drahtstrukturen mit naßchemischem selektivem Ätzen. Gezeigt ist jeweils ein Querschnitt der Probe in $[0\bar{1}1]$ -Richtung. (a) Probenbelackung mit PMMA, (b) Belichten mittels Elektronenstrahlithografie, (c) Entwicklung, (d) Aufdampfen der Ti-Ätzmaske, (e) Ätzen der InP-Deckschicht mit RIE, (f) Entfernen des Ti mit HF/H₂O, (g) fertige InP-Ätzmaske, (h) selektives Ätzen des InGaAs, (i) gleichzeitiges Entfernen der InP-Maske und Ätzen der unterhalb des Kanals gelegenen Barriere und Dotierschicht. Es ist ein schwalbenschwanzförmiger Drahtquerschnitt entstanden.

mittels mechanischer Abtastung der Oberfläche (DEKTAK). Die daraus ermittelten Ätzraten sind in Tabelle 7.1 eingetragen.

7.3 Präparation von Gates

Für die Steuerung der Rashba-Kopplungskonstante α_R durch externe elektrische Felder ist die Herstellung von Gateelektroden nötig. Aufgrund der sehr kleinen Schottky-Barriere, die InGaAs im Kontakt mit einem Metall bildet [71, 72], muß zur Unterdrückung größerer Leckströme eine Isolation mit SiO₂ vorgenommen werden. Das

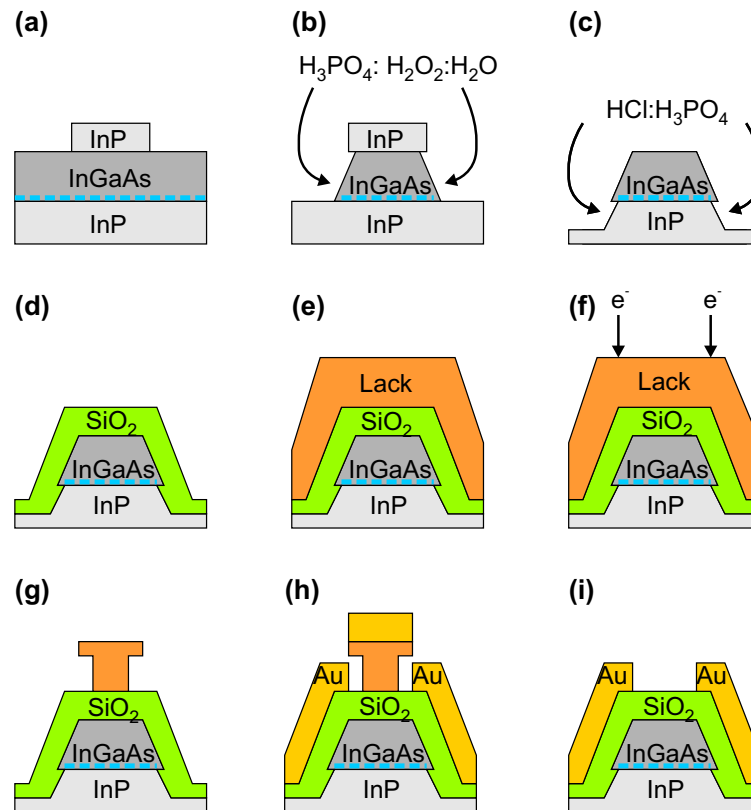


Abbildung 7.6: Präparation von Drahtstrukturen mit naßchemischem selektivem Ätzen. Gezeigt ist jeweils ein Querschnitt der Probe in $[0\bar{1}1]$ -Richtung. Dem hier gezeigten Prozess gehen die Schritte (a) bis (f) aus Abb. 7.5 voraus. (a) fertige InP-Ätzmaske, (b) selektives Ätzen des InGaAs, (c) gleichzeitiges Entfernen der InP-Maske und Ätzen der unterhalb des Kanals gelegenen Barriere und Dotierschicht, (d) Aufdampfen von SiO_2 zur elektrischen Isolation, (e) Probenbelackung mit PMMA, (f) Belichten mittels Elektronenstrahlolithografie, (g) Entwicklung, (h) Aufbringen der Goldschicht als Gateelektrode, (i) Lift-off, fertige Split-Gate-Struktur. Es ist ein trapezförmiger Drahtquerschnitt entstanden.

großflächige Abscheiden dieser Oxidschicht geschieht in einer PECVD-Anlage (Plasma Enhanced Chemical Vapor Deposition). Das danach notwendige Freilegen der ohmschen Kontakte wird mit den in Kapitel 7.1 und 7.2 beschriebenen lithografischen Methoden und anschließendem Auflösen entsprechender Teile der SiO_2 -Schicht in $\text{HF}/\text{H}_2\text{O}$ erreicht. Der letzte Präparationschritt besteht in einem erneuten Lithografieprozess, dem Aufdampfen einer Schichtfolge aus 5 nm Chrom und 50 bis 100 nm Gold und einem abschließenden Lift-off.

Die oben beschriebene Prozessierung ist jedoch nicht frei von Problemen. Das plasmaerzeugende elektrische Feld in der PECVD-Kammer beeinflusst u.U. die SiO_2 -Deposition nachteilig. An den scharfen Kanten schmaler Drahtstrukturen herrschen

besonders hohe Feldstärken, die dort vermutlich eine gleichmäßige Bedeckung mit SiO_2 verhindern. Bei der anschließenden Gate-Metallbedampfung gelangt Gold in die entstandenen Lücken im Oxid. Dadurch ergibt sich ein direkter Kontakt zwischen Gateelektrode und Halbleiter. Die Folge davon sind große Leckströme, die das Gate unbrauchbar machen.

Ein wesentlicher Grund für diese Problematik ist in der Geometrie der Drahtstruktur zu sehen. Der RIE-Prozess hinterläßt einen nahezu rechteckförmigen Drahtquerschnitt, welcher die nachteiligen scharfen Kanten entstehen läßt. Abb. 7.7 zeigt eine elektronenmikroskopische Aufnahme einer SiO_2 beschichteten Drahtstruktur. Deutlich sind die Lücken an der Kante zu erkennen. Abhilfe kann mit dem im vorigen Kapitel besprochenen naßchemischen Ätzprozess geschaffen werden. Die dabei in $[0\bar{1}1]$ -Richtung entstehenden Trapeze (siehe Abb. 7.4) haben einen weniger sprunghaften Verlauf und erleichtern durch die schrägen Facetten die SiO_2 -Deposition.

7.3.1 Großflächige Gates

Die Gestaltung der Gategeometrie läßt mehrere Möglichkeiten offen. Die einfachste Geometrie besteht aus einem großen, zusammenhängenden Gate. Es überdeckt alle Drahtstrukturen gleichzeitig und benötigt nur einen Kontakt. Abb. 10.1 zeigt eine solche Konfiguration. Die Präparation geschieht mit optischer Lithografie.

Der Nachteil dieser Geometrie ist, daß aufgrund der großen Gatemetallfläche die Wahrscheinlichkeit für ein Leck relativ groß ist. Eine zweite Möglichkeit ist deshalb die Herstellung kleinerer Gates, die nur noch die einzelnen Drähte abdecken. Für ihre Präparation muß jedoch auf die aufwendigere Elektronenstrahlolithografie zurückgegriffen werden.

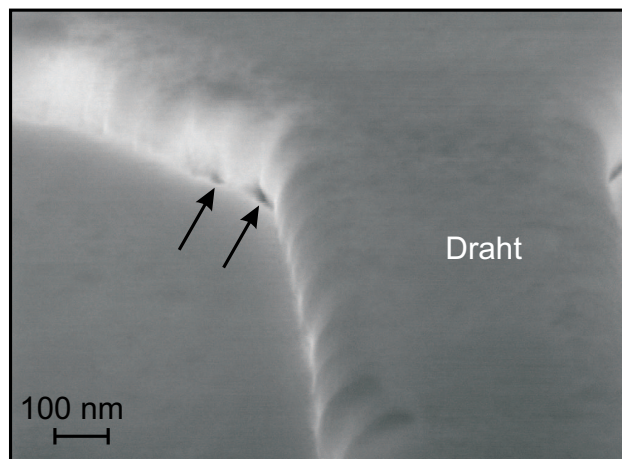


Abbildung 7.7: Elektronenmikroskopische Aufnahme einer SiO_2 beschichteten Drahtstruktur. Die Pfeile markieren Lücken in der SiO_2 Schicht.

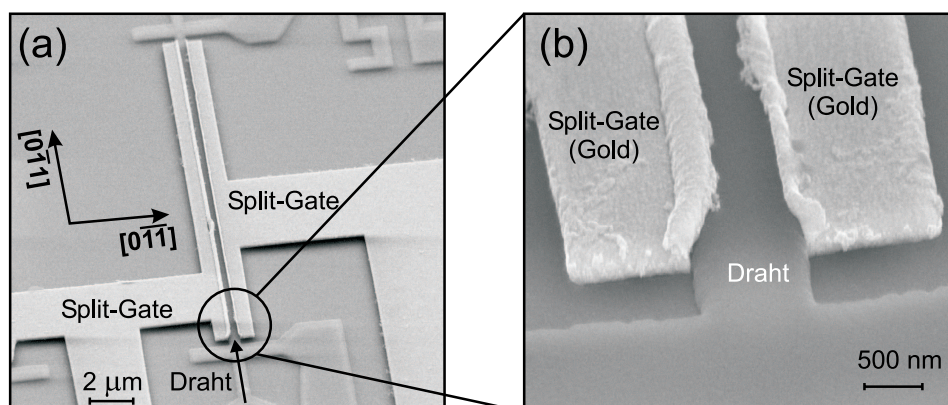


Abbildung 7.8: Drahtstruktur mit Split-Gate. Elektronenmikroskopische Aufnahme eines (a) 400 nm breiten Drahtes. (b) Ausschnittvergrößerung von (a).

7.3.2 Split-Gates

Drähte mit trapezförmigem Querschnitt eröffnen die Möglichkeit sogenannte Split-Gates einzusetzen. Sie bestehen aus zwei benachbarten Gates im typischen Abstand von 50 bis 200 nm und werden normalerweise dazu verwendet, Quantendrähte auf planaren Strukturen zu definieren. Durch die angelegte negative Spannung werden die Elektronen unterhalb der Metallisierung vom elektrischen Feld derart verdrängt, daß in der Mitte ein Stück leitender Kanal übrigbleibt. Da das elektrische Feld auch in den Raum zwischen den Elektroden eindringt, lassen sich sehr schmale Drähte definieren. Der Nachteil dabei besteht in der Tatsache, daß die Elektronendichte im Kanal von dem Feld beeinflusst und dadurch herabgesetzt wird. Somit können mit dieser Methode keine schmalen Drähte mit gleichzeitig hoher Ladungsträgerdichte erzeugt werden.

Die Kombination des Split-Gate-Ansatzes mit geätzten Drähten trapezförmigen Querschnitts verbindet den Vorteil schmale Drähte erzeugen zu können mit einer hohen Elektronenkonzentration im Kanal. Die Präparation von Split-Gates erfordert natürlich den Einsatz der Elektronenstrahlolithografie und ist dementsprechend zeitaufwendig. Desweiteren ist darauf zu achten, daß nur die trapezförmigen Flanken der Drähte mit dem Gatemetall überzogen werden, denn in der dazu senkrechten Richtung entstehen bei der Ätzung schwalbenschwanzförmige Querschnitte, die wiederum die Gefahr der Leckbildung erhöhen. Der Präparationsprozess ist schematisch in Abb. 7.6(e) bis (i) und in Abb. 7.8 ein fertig präparierter Draht mit Split-Gate gezeigt.

7.4 Probenträger

Nach beendeter Präparation werden die einzelnen Strukturen auf dem Probenstück mit einem Diamantritzer getrennt und in einen Probenträger geklebt. Die elektrische Verbindung zwischen Probe und Probenträger wird mit $25\,\mu\text{m}$ dicken Aluminiumdrähten hergestellt. Dafür kommt ein Bonder der Firma Westbond zum Einsatz, mit dessen Hilfe der Draht auf die Kontaktstellen von Probe und Probenträger geschweißt wird. Die so fertig kontaktierte Probe kann direkt in den Probenstab der Meßapparatur eingebaut werden.

Teil V

Magnetotransportmessungen

In diesem Kapitel sollen Magnetotransportmessungen an verschiedenen Strukturen diskutiert und mit der in Teil III vorgestellten Simulation verglichen werden. Weil die Bestimmung der Kopplungskonstante α_R eng mit Phänomenen des mesoskopischen elektrischen Transports verbunden ist, steht neben der Bestimmung von α_R auch die Untersuchung solcher Transporteigenschaften im Vordergrund. Dabei zeigen die Proben abhängig von der Präparationsmethode diesbezüglich unterschiedliches Verhalten. Deshalb wird nach einer kurzen Darstellung des Messprinzips zunächst auf naßchemisch und dann auf trockenchemisch strukturierte Proben näher eingegangen.

8 Messmethode

8.1 Messaufbau

Sämtliche Messungen dieser Arbeit wurden in einem ^3He -Kryostat der Firma Oxford Instruments bei einer Temperatur von 0.6 K durchgeführt. Zur Erzeugung hoher Magnetfelder bis maximal 10 T ist der Kryostat mit supraleitenden Spulen ausgestattet. Mit Hilfe der durch den Probenstab nach außen geführten elektrischen Anschlüsse ist eine Vielzahl von Verschaltungsmöglichkeiten gegeben. So kann jede einzelne Struktur auf einer Probe getrennt mit Strom- oder Spannungsquellen bzw. entsprechenden Meßgeräten kontaktiert werden ohne die Probe aus dem Kryostat entfernen zu müssen. Die Gerätesteuerung und Meßdatenerfassung ist computergesteuert und somit automatisiert. Da es sich bei dem hier kurz beschriebenen Kryostaten um ein Standardsystem handelt, soll nicht näher darauf eingegangen werden. Weitere Infor-

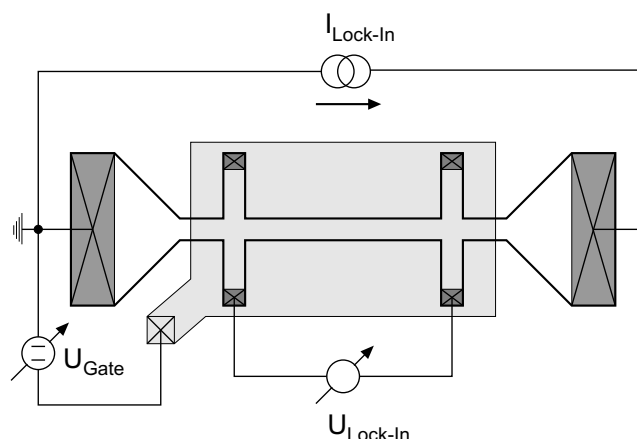


Abbildung 8.1: Schaltung für SdH-Messungen mit Gatespannung in Lock-In Technik.

mationen dazu finden sich in [73].

8.2 Messprinzip

Alle SdH-Messungen wurden mit Lock-In Technik ausgeführt. Dem eingepprägten Gleichstrom (10 nA-100 nA) wird ein vom Lock-In Verstärker erzeugtes Wechselstromsignal (17.2 Hz) überlagert und die über dem Draht (oder Hallbarren) abfallende Spannung dem Lock-In Verstärker wieder zugeführt. Mit dieser Methode läßt sich das Signal/Rauschverhältnis deutlich verbessern, weil Signalanteile falscher Periodizität vom Lock-In Verstärker herausgefiltert werden. Das Meßprinzip ist in Abb. 8.1 schematisch dargestellt.

9 Messungen an naßchemisch geätzten Drähten

9.1 Strukturen ohne Gate

9.1.1 Die Probe 4256-2D4

Probenbeschreibung Der Probe 4256-2D4 liegt die in Kapitel 6.2 diskutierte Doppel-Heterostruktur zugrunde. Abb. 9.1(a) zeigt die zugehörige Schichtabfolge. Die Probe besteht aus einem Hallbaren und vier 35 μm langen Drähten unterschiedlicher Breite. Neben dem Hallbarren befinden sich Drähte der nominellen Breite 1 μm , 600 nm, 400 nm und 200 nm, die kristallografisch in $[0\bar{1}\bar{1}]$ -Richtung verlaufen. Durch den in Kapitel 7.2 beschriebenen Ätzprozess entsteht dabei eine Struktur mit schwalbenschwanzförmigem Drahtquerschnitt. Durch die Unterätzung des InP ist der leitende Kanal schmäler als die durch die Lithografie vorgegebene Breite. Dieser Sachverhalt ist schematisch in Abb. 9.1(b) dargestellt. Da sich die tatsächliche Drahtbreite nicht ohne weiteres genau bestimmen läßt, wird als Bezeichnung im folgenden immer die *nominelle* Drahtbreite verwendet.

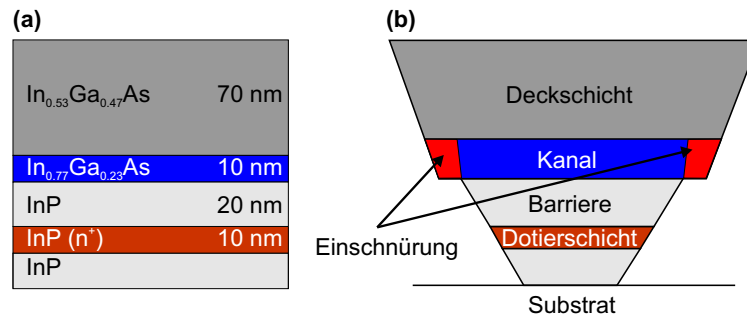


Abbildung 9.1: Querschnitt der Drahtstrukturen der Proben 4256-2D4 und 4256-1C3. a) Schichtabfolge, b) Profil nach der Strukturierung. Durch die Unterätzung des InP werden Bereiche des InGaAs-Kanals am Rand freigelegt. Durch die dort höhere Barriere (Vakuum) wird der Kanal schmäler.

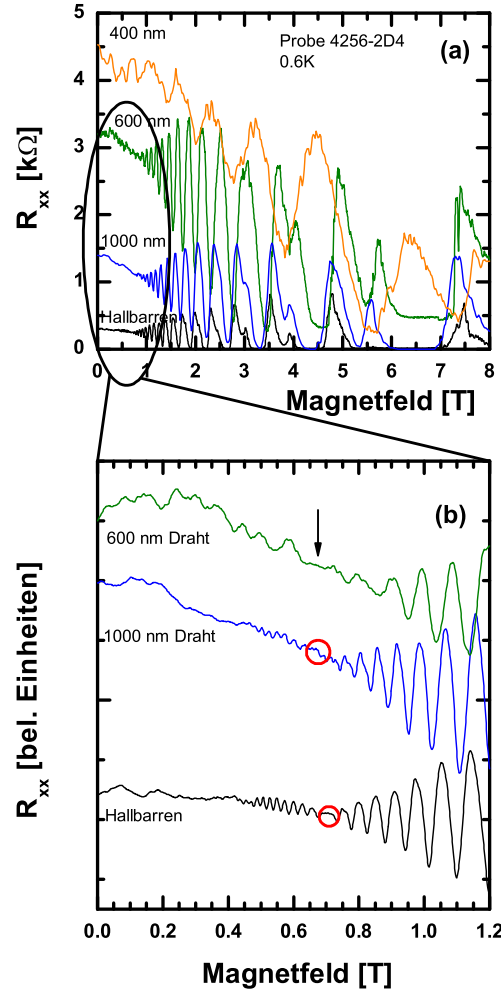


Abbildung 9.2: SdH-Oszillationen der Probe 4256-2D4 bei 0.6 K für (a) $B = 0 - 8$ T und (b) $B = 0 - 1.2$ T. Die Kreise markieren Knoten im Oszillationsmuster. Die mit dem Pfeil gekennzeichnete Stelle kann nicht eindeutig als Knoten identifiziert werden.

Der 200 nm Draht wurde bei dem Ätzprozess zerstört und konnte folglich nicht zu Messungen herangezogen werden.

Transportmessungen Für alle intakten Strukturen wurden Vierpunkt-Magnetotransportmessungen im Bereich von 0 – 8 T bei 0.6 K durchgeführt. Abb. 9.2 zeigt die zugehörigen Meßkurven. Ein für die Spinaufspaltung typischer Knoten in den SdH-

Oszillationen ist nur bei dem Hallbarren und dem $1\,\mu\text{m}$ Draht erkennbar. Für den $600\,\text{nm}$ Draht läßt sich keine eindeutige Knotenposition feststellen. In Abb. 9.2(b) deutet der Pfeil einen möglichen Knoten an. Aufgrund der großen Widerstandsfluktuationen unterhalb von ca. $0.5\,\text{T}$ kann dort nicht mehr zwischen SdH-Oszillationen und Fluktuationen unterschieden werden. Das Oszillationsmuster des $400\,\text{nm}$ Drahtes weist keinen Knoten auf.

Allen Drähten gemeinsam sind die mit sinkender Drahtbreite größer werdenden Widerstandsfluktuationen bei kleinen B -Feldstärken. Dieses Verhalten hat seinen Ursprung in den sogenannten universellen Leitwertfluktuationen [49, 50, 51, 52, 53] und macht die Beobachtung von charakteristischen Strukturen in den SdH-Oszillationen von Einzeldrähten bei kleinem B nahezu unmöglich. Die Theorie in Kapitel 3.3 sagt für die hier gültigen Drahtbreiten und Parameter des Materialsystems InGaAs/InP zwei Knoten voraus. Einer davon befindet sich gerade im Bereich kleiner Feldstärken ($B \lesssim 0.5\,\text{T}$). Ein Vergleich mit der Theorie kann sich somit in diesem Fall nur auf die Beobachtung *eines* Knotens stützen.

Die Bestimmung der Rashba-Kopplungskonstante α_R mittels Gl. (2.31) war nur für den Hallbarren und den $1\,\mu\text{m}$ Draht möglich. Wie aus Abb. 9.3 hervorgeht, wird für die oben genannten Strukturen ein Doppelpeak sichtbar. Dieser ist allerdings in beiden Fällen nicht gut aufgelöst, so daß die Ladungsträgerkonzentrationen und damit auch α_R nur mit einem relativ großen Fehler bestimmt werden konnten. In Tabelle 9.1 sind die aus der Fourieranalyse gewonnenen Werte für α_R und n_{2D} aufgeführt. Dabei

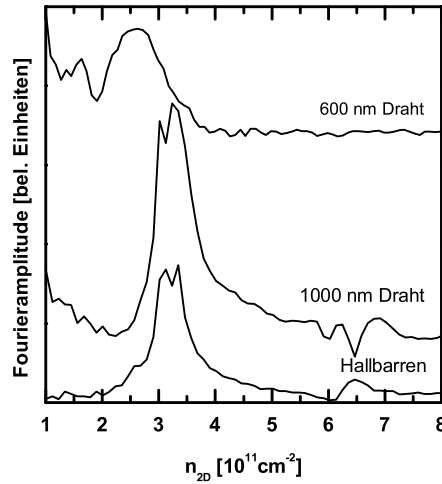


Abbildung 9.3: Fouriertransformierte der SdH-Messungen der Probe 4256-2D4.

Tabelle 9.1: Mit Hilfe der FFT bestimmte Werte für die Elektronenkonzentration n_{2D}^{FFT} und die Kopplungskonstante α_R der Probe 4256-2D4.

	Hallbarren	1 μm Draht	600 nm Draht	400 nm Draht
$n_{2D}^{FFT} [10^{11} \text{ cm}^{-2}]$	6.4 ± 0.1	6.2 ± 0.1	5.3 ± 0.1	-
$\alpha_R [10^{-12} \text{ eVm}]$	7 ± 2	7 ± 2	-	-

wurde n_{2D}^{FFT} für den 600 nm Draht durch Verdoppeln des beim Peakmaximum abgelesenen Wertes erhalten (Die Abszisse ist auf *Nichtentartung* geeicht.) Die Bestimmung der Ladungsträgerbeweglichkeit μ_{el} für den Hallbarren offenbart den Grund für die schlechte Auflösung der Doppelpeakstruktur im Fourierspektrum: Der ermittelte Wert von $\mu_{el} = (69000 \pm 3000) \text{ cm}^2/\text{Vs}$ liegt weit unterhalb der in diesem Materialsystem erzielbaren Werte von ca. $(300000 - 400000) \text{ cm}^2/\text{Vs}$ [59, 60]. Durch die schlechte Beweglichkeit sind die Peaks in der Zustandsdichte stark verbreitert. Deshalb können die zugehörigen Oszillationen bei kleinem B -Feld in der Messung nicht mehr aufgelöst werden. Diese Problematik erweist sich aber als weniger störend für schmalere Drähte. Dort sind aufgrund des stärkeren lateralen Einschlußpotentials die Abstände der Oszillationsextrema bei kleinen B -Werten größer als beim 2DEG. Die Widerstandsfuktuationen erweisen sich hier als wesentlich ernsteres Problem.

Die Tatsache, daß bei dem 600 nm und 400 nm Draht keine Knoten erkennbar

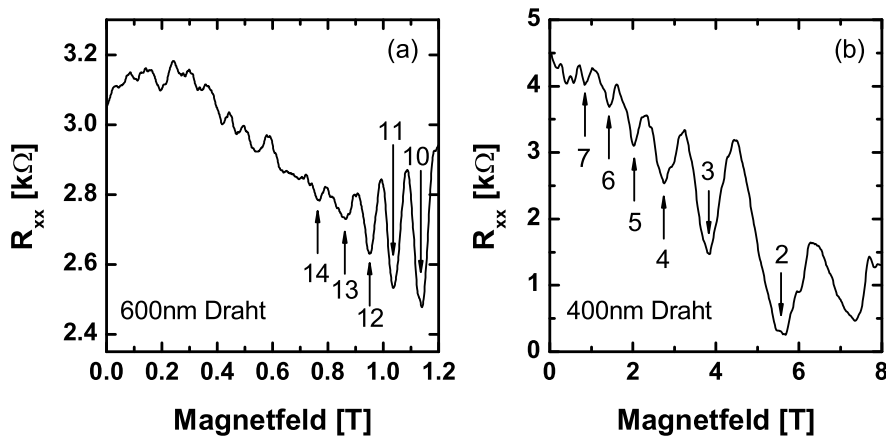


Abbildung 9.4: R_{xx} für den (a) 600 nm Draht und (b) den 400 nm Draht der Probe 4256-2D4. Die Zahlen bezeichnen den entsprechenden Füllfaktor (Subbandnummer).

sind, ist ein Hinweis darauf, daß sich das System im Bereich schwacher Kopplung befindet (siehe Kapitel 3.3.1), die Spinaufspaltung also klein ist verglichen mit dem energetischen Subbandabstand. (Es wird hier angenommen, daß die durch den Pfeil in Abb. 9.2(b) gekennzeichnete Stelle keinen Knoten darstellt. Die nachfolgende Diskussion stützt diese Annahme.) Deshalb ist die Zustandsdichte an der Fermikante nicht sehr verschieden von der eines eindimensionalen Systems *ohne* Spin-Bahn-Wechselwirkung. Außerdem sind die hier betrachteten Drähte relativ dünn, so daß die Annahme eines harmonischen Einschlußpotentials gerechtfertigt ist [29, 46]. Man kann also die in Kapitel 2.5.1 beschriebene Methode verwenden, um das Potential $\hbar\omega_0$, die Elektronenkonzentration n_{2D} und eine effektive Drahtbreite w_{eff} zu bestimmen.

Für die Bestimmung von $\hbar\omega_0$, n_{2D} und w_{eff} muß der Füllfaktor (Subbandnummer) in Abhängigkeit vom (inversen) Magnetfeld ermittelt werden. Abb. 9.4 zeigt R_{xx} als Funktion von B für beide Drähte. Dort eingetragen sind außerdem die den Oszillationsminima zugeordneten Füllfaktoren. Die zugehörigen Landauplots sind in Abb. 9.5 dargestellt. Für große B (kleine $1/B$) ist das für zweidimensionale Systeme typische lineare Verhalten durch eine gepunktete Gerade angedeutet. Geht man zu kleineren B (größeren $1/B$), so sieht man Abweichungen vom linearen Verhalten. Der 600 nm und der 400 nm Draht zeigen also deutliche Merkmale von eindimensionalem Transport. Mit den so bestimmten Werten lassen sich mit Hilfe der Gln. (2.28) und (2.29) die gewünschten Parameter ermitteln. Tabelle 9.2 faßt die Werte aller Parameter für beide Drähte zusammen.

Die Werte für n_{2D} in den Tabellen 9.1 und 9.2 zeigen einen Abfall der Ladungs-

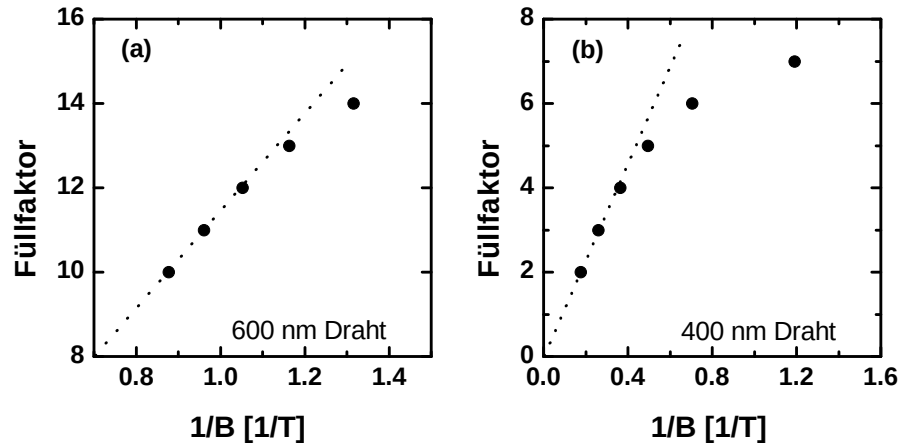


Abbildung 9.5: Landauplot für den (a) 600 nm Draht und den (b) 400 nm Draht der Probe 4256-2D4. Als gepunktete Gerade ist jeweils das lineare Verhalten für große B angedeutet.

Tabelle 9.2: Aus dem Landauplot bestimmte Werte von $\hbar\omega_0$, n_{2D} und w_{eff} für den 600 nm und den 400 nm Draht der Probe 4256-2D4.

	$\hbar\omega_0$ [meV]	n_{2D} [10^{11} cm $^{-2}$]	w_{eff} [nm]
600 nm Draht	2.1 ± 0.1	5.5 ± 0.2	247 ± 10
400 nm Draht	3.5 ± 0.4	5.4 ± 0.3	145 ± 15

trägerdichte bei kleinen Drahtbreiten, wobei eine gute Übereinstimmung der Elektronenkonzentration des 600 nm Drahtes von $(5.5 \pm 0.2) \times 10^{11}$ cm $^{-2}$ mit dem der FFT gegeben ist. Dieses Verhalten kann recht gut mit Hilfe von Abb. 9.1(b) erklärt werden: Durch die relativ starke Unterätzung wird bei Drähten kleiner Breite die InP-Dotierschicht derart schmal, daß nicht mehr genügend Ladungsträger zur Verfügung stehen, um die Elektronenkonzentration bei sinkender Drahtbreite konstant zu halten. Die Unterätzung erklärt auch die Tatsache, daß die effektiven Drahtbreiten erheblich kleiner als die nominellen, durch die Lithografie vorgegebenen, Breiten sind. Sie führt zu einer erheblichen Einengung des Kanals.

Vergleich mit der Simulation Als nächstes sollen nun die Messungen mit der in Teil III vorgestellten Simulation verglichen werden. Dabei stellt sich folgendes Problem: Für die Simulation werden α_R , n_{2D} und w_{eff} als Eingabeparameter benötigt. Es konnten jedoch nicht alle drei Parameter für jede Drahtbreite ermittelt werden. Die Kopplungskonstante konnte nur für den Hallbarren und den 1 μ m Draht bestimmt werden. Effektive Breiten liegen dagegen nur für den 600 nm und den 400 nm Draht vor. Deshalb wurde α_R als konstant betrachtet und die tatsächliche Breite des 1 μ m Drahtes geschätzt. Weil es sich hier um den Fall schwacher Kopplung handelt, ist keine signifikante Zunahme von α_R zu erwarten. Außerdem haben der Hallbarren und der 1 μ m Draht im Rahmen der Meßfehler den gleichen Wert für α_R . Zusätzlich muß berücksichtigt werden, daß der mit der FFT erhaltene Wert für α_R zu groß ist, weil darin auch die Zeeman-Aufspaltung enthalten ist. Engels [39] schätzt diesen zusätzlichen Anteil mit ca. 20% ab. Dieser Wert wurde übernommen, da hier das gleiche Schichtsystem wie in [39] Verwendung findet. Demzufolge wurde α_R für die Simulation auf 80% des gemessenen Wertes reduziert. Auf eine Berücksichtigung der Abnahme der Elektronenkonzentration mit sinkender Drahtbreite (siehe dazu Tabelle 9.1 und 9.2) wurde ebenfalls verzichtet.

Abb. 9.6 zeigt das Ergebnis der Simulation. Die Knotenpositionen sind im Falschfarbenbild blau dargestellt und die Meßkurven der einzelnen Strukturen an der Stelle passender Breite eingezeichnet. Im unteren Teil sind zum Vergleich die Daten des Hallbarrens abgebildet. Wie man sieht, ist eine recht gute Übereinstimmung zwischen Theorie und Experiment gegeben. Die Simulation gibt die Lage des ersten Knotens des Hallbarrens und des 1 μ m Drahtes im wesentlichen richtig wieder. Man erkennt auch, daß die Schätzung der Drahtbreite des 1 μ m Drahtes relativ unkritisch ist, da sich die Knotenposition in diesem Bereich nicht wesentlich ändert. Der zweite Knoten befin-

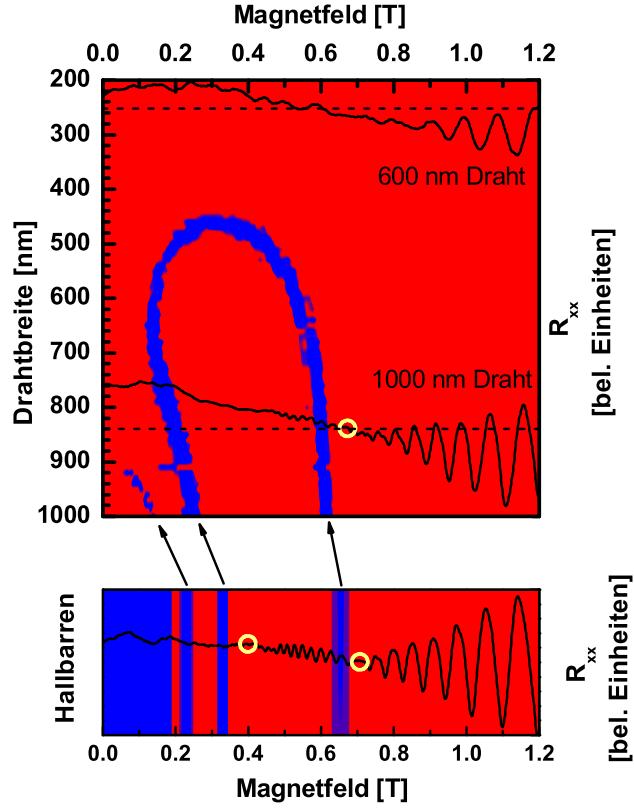


Abbildung 9.6: Vergleich von Simulation und Messung für die Probe 4256-2D4. Die Knotenpositionen sind im Falschfarbenbild blau dargestellt und die Meßkurven der einzelnen Strukturen an der Stelle passender Breite eingezeichnet. Im unteren Teil sind zum Vergleich die Daten des Hallbarrens abgebildet. Parameter der Simulation: $n_{2D} = 6.4 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$, $\alpha_R = 5.8 \times 10^{-12} \text{ eVm}$

det sich bei zu kleinen B -Feldstärken, um im Experiment noch beobachtet werden zu können. Fluktuationen überlagern dort mögliche Oszillationen. Weiterhin liefert die Simulation in Übereinstimmung mit dem Experiment für Drahtbreiten kleiner als ca. 550 nm keinen Knoten mehr.

Die Verwendung des harmonischen Potentials für Drahtbreiten größer als ca. 400 nm ist aufgrund der Ausführungen in Kapitel 3.2.2 eigentlich nicht angebracht. Aus Abb. 4.3 geht jedoch hervor, daß sich Drähte dieser Breite in dem hier betrachteten Bereich des ersten Knotens im wesentlichen zweidimensional verhalten und deshalb die Knotenposition kaum von der des Hallbarrens abweicht. Dieses Verhalten wird

von der Simulation noch ausreichend gut wiedergegeben und rechtfertigt die obige Vorgehensweise auch im weiteren Verlauf dieser Arbeit.

Die Nichtanpassung der Elektronenkonzentration an die Drahtbreite in der Simulation läßt sich folgendermaßen rechtfertigen: Eine Berücksichtigung der Abnahme von n_{2D} würde den Punkt des Zusammenschlusses der beiden Knoten zu *größeren* Drahtbreiten verschieben, d.h. die Auswirkungen der Nichtanpassung liegen in einem Bereich von Drahtbreiten *zwischen* dem 1 μm und dem 600 nm Draht. Somit sind die sich daraus ergebenden Abweichungen nicht von großer Bedeutung.

Obwohl die Simulation mit den Messungen recht gut übereinstimmt, ergibt sich aus den Schwierigkeiten bei der Knotenlagebestimmung für den 600 nm Draht eine gewisse Unsicherheit im Vergleich von Theorie und Messung in einem Drahtbreitenbereich um 600 nm herum. Um dort gezielt weitere Untersuchungen durchführen zu können, wurden Proben mit geänderten Drahtbreiten hergestellt. Die Meßergebnisse einer dieser Proben sollen im nächsten Kapitel vorgestellt werden.

9.1.2 Die Probe 4255-1C3

Um die im vorangegangenen Kapitel angedeuteten Schwierigkeiten bei der Knotenlagebestimmung des 600 nm Drahtes zu überwinden, wurde unter anderem die Probe 4255-1C3 hergestellt. Sie besteht aus Drähten mit einer feineren Staffelung der Drahtbreite im Bereich von 600 nm. Diese engere Staffelung erfüllt den weiteren Zweck, daß in einem Vergleich mit der Simulation der Abnahme der Elektronenkonzentration mit sinkender Drahtbreite besser Rechnung getragen werden kann. Aus Kapitel 3.3.3 ist bekannt, daß eine Reduktion der Elektronenkonzentration eine Verschiebung der Knotenposition zu kleineren Magnetfeldstärken zur Folge hat (siehe Abb. 3.12 und 3.13). Die Drähte der Probe 4255-1C3 liefern im Gegensatz zur Probe 4256-2D4 genug Datenpunkte, um die Änderung der Elektronenkonzentration in der Simulation mit einer entsprechenden Anpassung zu berücksichtigen.

Probenbeschreibung Der Probe 4255-1C3 liegt ebenfalls die in Kapitel 6.2 diskutierte Doppel-Heterostruktur zugrunde, ist jedoch in einem anderen Epitaxialaufbau entstanden als die Probe 4256-2D4. Abb. 9.1(a) zeigt die zugehörige Schichtabfolge. Die Probe besteht aus einem Hallbaren und vier 35 μm langen Drähten unterschiedlicher Breite. Neben dem Hallbaren befinden sich Drähte der nominellen Breite 700 nm, 600 nm, 500 nm und 400 nm, die kristallografisch in $[0\bar{1}\bar{1}]$ -Richtung verlaufen. Sonstige strukturelle Merkmale stimmen mit der in Kapitel 9.1.1 beschriebenen Probe 4256-2D4 überein. Auch hier wird als Bezeichnung im folgenden immer die *nominelle* Drahtbreite verwendet.

Der 400 nm Draht wurde bei dem Ätzprozess beschädigt und konnte folglich nicht zu Messungen herangezogen werden.

Transportmessungen Auch hier wurden für die vier intakten Strukturen Magnetotransportmessungen im Bereich von $B = 0 - 8 \text{ T}$ bei 0.6 K durchgeführt. Es handelt sich wiederum mit Ausnahme des 600 nm Drahtes um Vierpunktmessungen. Aufgrund

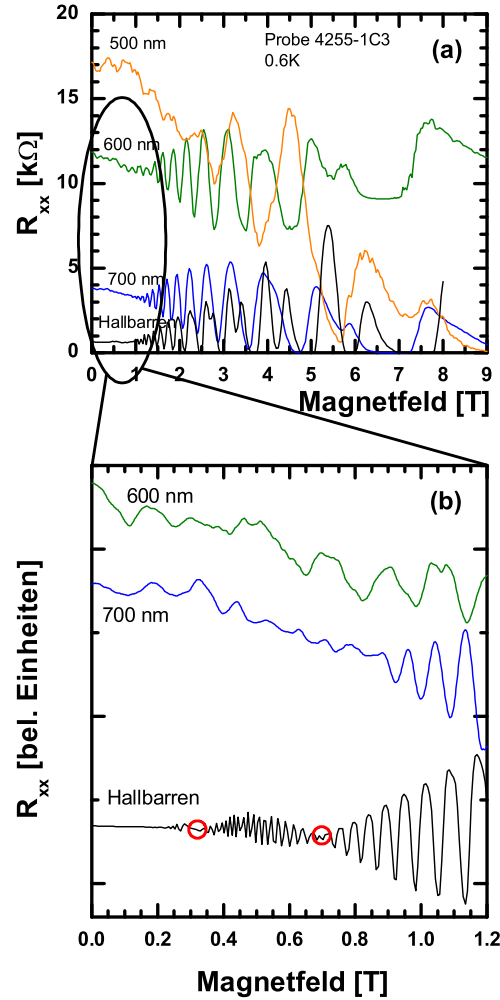


Abbildung 9.7: SdH-Oszillationen der Probe 4255-1C3 bei 0.6 K für (a) $B = 0 - 8$ T und (b) $B = 0 - 1.2$ T. Die Kreise markieren Knoten im Oszillationsmuster.

eines beschädigten Kontaktes waren für den 600 nm Draht nur Zweipunktmessungen möglich. Abb. 9.7 zeigt die zugehörigen Meßkurven. Knoten in den SdH-Oszillationen sind nur bei dem Hallbarren erkennbar. Für alle anderen Strukturen sind in Übereinstimmung mit der Probe 4256-2D4 (siehe Abb. 9.2(b)) bei kleinen B nur die üblichen Widerstandsfluktuationen zu sehen.

Analog zu Kapitel 9.1.1 wurden die Elektronenkonzentration n_{2D} und die Kopplungskonstante α_R , sofern möglich, mit Hilfe der FFT bestimmt. Abb. 9.8(a) zeigt

Tabelle 9.3: Mit Hilfe der FFT bestimmte Werte für die Elektronenkonzentration n_{2D}^{FFT} und die Kopplungskonstante α_R der Probe 4255-1C3.

	Hallbarren	700 nm Draht	600 nm Draht	500 nm Draht
$n_{2D}^{FFT} [10^{11} \text{ cm}^{-2}]$	7.1 ± 0.1	6.1 ± 0.2	-	-
$\alpha_R [10^{-12} \text{ eVm}]$	7 ± 2	-	-	-

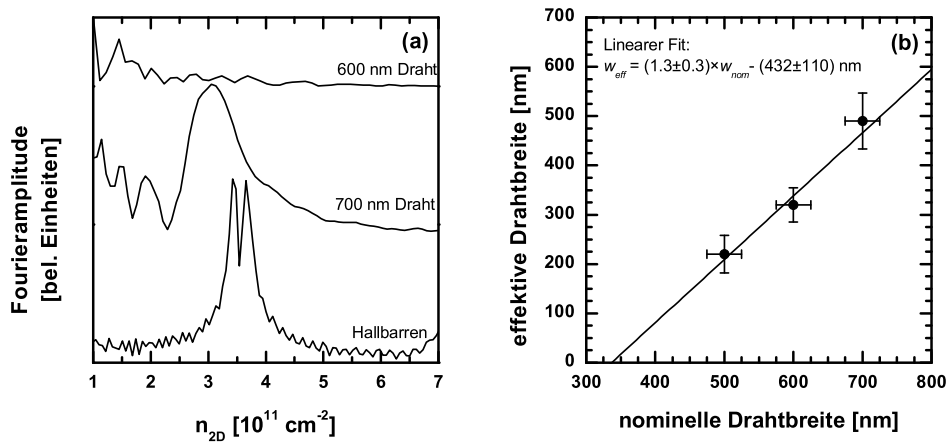


Abbildung 9.8: (a) Fouriertransformierte der SdH-Messungen der Probe 4255-1C3. (b) Vergleich von nomineller und effektiver Drahtbreite für die Probe 4255-1C3. Eingetragen ist zusätzlich ein linearer Fit an die Meßpunkte.

die zugehörigen Spektren und Tabelle 9.3 die aus der Fourieranalyse gewonnenen Werte für n_{2D}^{FFT} und α_R . Die gute Auflösung des Doppelpicks deutet auf eine hohe Elektronenbeweglichkeit hin. Bis auf die Ladungsträgerdichte für den 700 nm Draht lassen sich aus den Daten der FFT keine weiteren Erkenntnisse gewinnen. Das liegt im wesentlichen daran, daß die Drähte eindimensionales Verhalten zeigen und somit der Peakabstand nicht mehr äquidistant ist in $1/B$. Folglich existiert auch keine eindeutige SdH-Frequenz mehr. Es handelt sich vielmehr um ein Gemisch aus mehreren Frequenzen, so daß mit abnehmender Drahtbreite der Peak im Fourierspektrum erst breiter wird und schließlich verschwindet.

Das Fehlen von Knoten in den SdH-Oszillationen legt nahe, daß sich auch die Drahtstrukturen dieser Probe im Bereich *schwacher* Kopplung befinden und somit gut durch ein quasi-eindimensionales System *ohne* Spin-Bahn-Wechselwirkung beschrieben werden kann. Deswegen wird die in Kapitel 2.5.1 beschriebene Methode verwendet, um das Potential $\hbar\omega_0$, die Elektronenkonzentration n_{2D} und die effektive

Tabelle 9.4: Aus dem Landauplot bestimmte Werte von $\hbar\omega_0$, n_{2D} und w_{eff} für den 700 nm, 600 nm und 500 nm Draht der Probe 4255-1C3.

	$\hbar\omega_0$ [meV]	n_{2D} [10^{11} cm^{-2}]	w_{eff} [nm]
700 nm Draht	1.2 ± 0.1	7.0 ± 0.1	490 ± 56
600 nm Draht	1.8 ± 0.2	6.8 ± 0.1	320 ± 35
500 nm Draht	2.4 ± 0.4	5.4 ± 0.3	221 ± 30

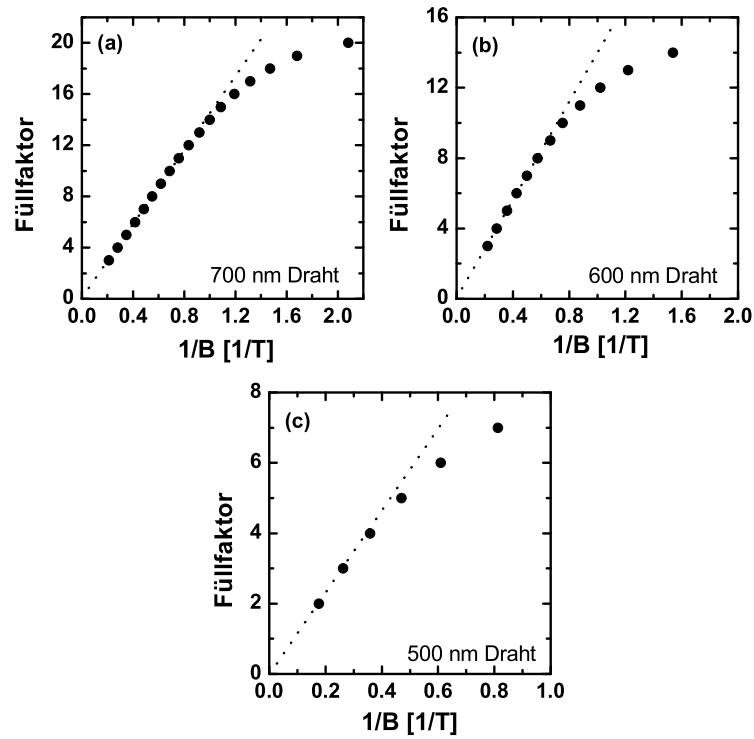


Abbildung 9.9: Landauplot für den (a) 700 nm Draht, (b) 600 nm Draht und (c) 500 nm Draht der Probe 4255-1C3. Als gepunktete Gerade ist jeweils das lineare Verhalten für große B angedeutet.

Drahtbreite w_{eff} zu bestimmen. Die o.g. Größen wurden aus den Landauplots, dargestellt in Abb. 9.9, ermittelt. Tabelle 9.4 faßt die Werte aller hieraus bestimmten Parameter zusammen. Alle drei Landauplots zeigen eine deutliche Abweichung vom linearen Verhalten bei kleinen Feldstärken. Es liegt quasi-eindimensionaler Transport vor. Die ermittelten Werte für $\hbar\omega_0$ stützen die Hypothese der schwachen Kopplung. Das Einschlußpotential ist schon beim 700 nm Draht so stark, daß der energetische

Tabelle 9.5: Vergleich der Werte für $\hbar\omega_0$, n_{2D} und w_{eff} für den 600 nm Draht der Proben 4256-2D4 und 4255-1C3.

	$\hbar\omega_0$ [meV]	n_{2D} [10^{11} cm^{-2}]	w_{eff} [nm]
4256-2D4	2.1 ± 0.1	5.5 ± 0.2	247 ± 10
4256-1C3	1.8 ± 0.2	6.8 ± 0.1	320 ± 35

Subbandabstand deutlich größer als die typische Spinaufspaltung ist. Aus Abb. 3.10 geht hervor, daß für alle drei Drähte der Probe 4256-1C3 die Spinaufspaltung (für $\alpha_R \sim 7 \times 10^{-12} \text{ eVm}$) ca. 20% des Subbandabstandes beträgt.

Die mit Hilfe der FFT bestimmte Elektronenkonzentration n_{2D}^{FFT} für den 700 nm Draht ($(6.1 \pm 0.2) \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$) ist deutlich kleiner als das hier ermittelte n_{2D} ($(7.0 \pm 0.1) \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$). Dieses ist vertrauenswürdiger als der „FFT-Wert“ weil für seine Bestimmung auch der Bereich hoher Magnetfelder, in dem sich das System effektiv zweidimensional verhält, herangezogen wurde. Durch die Vielzahl der dort zur Verfügung stehenden Datenpunkte läßt sich n_{2D} recht genau bestimmen. Aus der Tatsache, daß der Wert innerhalb der Fehlergrenzen gleich dem des Hallbarrens ist, kann geschlossen werden, daß ein Verlust an Elektronen im Kanal erst unterhalb von 700 nm beginnt. Dieses Resultat ist aber nicht allgemein gültig, weil die zugehörige *effektive* Drahtbreite ($(490 \pm 56) \text{ nm}$) vom Ätzprozess abhängt und somit nur in gewissen Grenzen reproduzierbar ist. Eine Abschätzung diesbezüglich kann aus dem Vergleich mit dem 600 nm Draht der Probe 4256-2D4 getroffen werden. In Tabelle 9.5 sind die entsprechenden Parameter beider Strukturen gegenübergestellt. Die effektiven Draht-

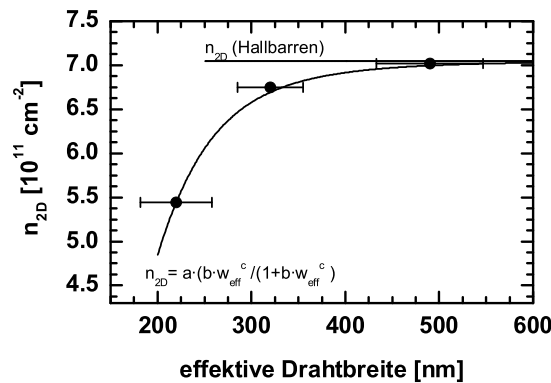


Abbildung 9.10: Elektronenkonzentration in Abhängigkeit der effektiven Drahtbreite für die Probe 4255-1C3. Eingezeichnet sind außerdem n_{2D} des Hallbarrens und eine an die Meßpunkte angepaßte Funktion.

breiten unterscheiden sich immerhin um 30%, Die Elektronenkonzentration noch um 24%. Diese Werte zeigen klar die Grenzen der Reproduzierbarkeit auf.

Als letztes soll noch kurz auf das Verhältnis von nomineller und effektiver Drahtbreite eingegangen werden. Abb. 9.8(b) zeigt die Abhängigkeit der effektiven von der nominellen Drahtbreite. Eingetragen ist zusätzlich ein linearer Fit

$$w_{eff} = (1.3 \pm 0.3) w_{nom} - (432 \pm 110) \text{ nm}$$

an die Meßpunkte. Das lineare Verhalten kann mit dem einfachen Modell in Abb. 9.1(b) erklärt werden. Die Unterätzung entspricht dem Abszissenabschnitt von $(332 \pm 112) \text{ nm}$,

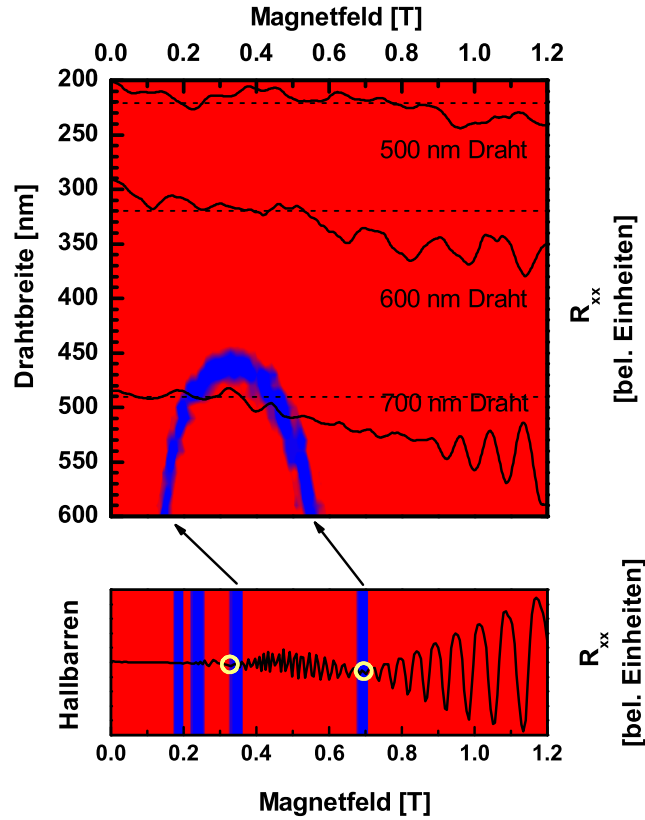


Abbildung 9.11: Vergleich von Simulation und Messung für die Probe 4255-1C3. Die Knotenpositionen sind im Falschfarbenbild blau dargestellt und die Meßkurven der einzelnen Strukturen an der Stelle passender Breite eingezeichnet. Im unteren Teil sind zum Vergleich die Daten des Hallbarrens abgebildet. Parameter der Simulation: $\alpha_R = 5.8 \times 10^{-12} \text{ eVm}$ und n_{2D} angepaßt mit der Funktion aus Abb 9.10.

also einer mittleren Unterätzung von (166 ± 56) nm pro Seite. Die Steigung der Geraden liegt innerhalb der Fehlertoleranz bei eins, so daß eine konstante Verschiebung (Unterätzung) zur Beschreibung ausreicht.

Vergleich mit der Simulation Für den Vergleich mit der in Teil III vorgestellten Simulation kann hier im Gegensatz zur Probe 4256-2D4 die Abnahme der Elektronenkonzentration mit der Drahtbreite explizit berücksichtigt werden, weil für die Anpassung einer Fitfunktion an die Meßdaten genügend Meßpunkte vorhanden sind. Mit dieser Funktion wird dann in der Simulation die zu jeder Drahtbreite gehörende Elektronenkonzentration berechnet. So kann eine von der Theorie in Kapitel 3.3.3 vorausgesagte Verschiebung der Knotenposition zu kleineren Magnetfeldstärken mit sinkender Elektronenkonzentration berücksichtigt werden. In Abb. 9.10 ist n_{2D} in Abhängigkeit der effektiven Drahtbreite dargestellt.

Wie bei der Probe 4256-2D4 wurde für die Simulation α_R als konstant betrachtet und um 20% nach unten korrigiert (siehe dazu Kapitel 9.1.1). Abb. 9.11 zeigt das Ergebnis der Simulation. Die Knotenpositionen sind im Falschfarbenbild blau dargestellt und die Meßkurven der einzelnen Strukturen an der Stelle passender Breite eingezeichnet. Im unteren Teil sind zum Vergleich die Daten des Hallbarrens abgebildet. Für ihn stimmen Messung und Simulation sehr gut überein. Auch die Nichtexistenz von Knoten für den 600 nm und den 500 nm Draht wird bestätigt. Bei dem 700 nm Draht liegen die von der Simulation vorausgesagten Knoten in einem Bereich, in dem die Widerstandsfluktuationen deren Beobachtung verhindern. Dennoch kann man sagen, daß die Simulation insgesamt das Verhalten der Probe 4255-1C3 richtig beschreibt.

9.2 Strukturen mit Gate

Probenbeschreibung In diesem Kapitel soll die Probe 4256-7D5 vorgestellt werden. Sie ist in demselben Epitaxielauf entstanden wie die Probe 4256-2D4. Ihr liegt

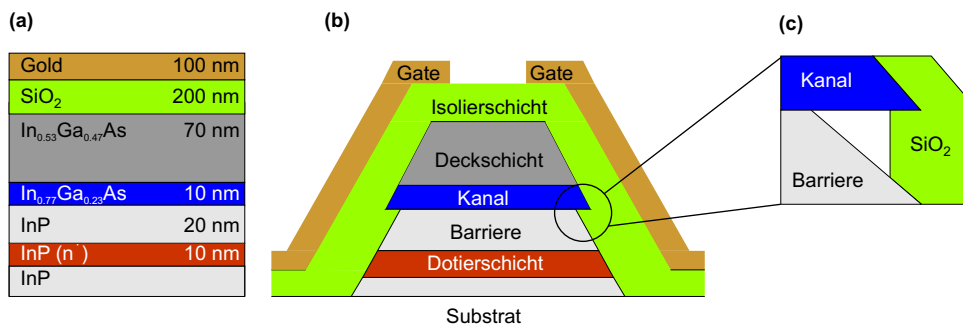


Abbildung 9.12: Querschnitt der Drahtstrukturen der Proben 4256-7D5. (a) Schichtabfolge, (b) Profil nach der Präparation, (c) Ausschnittvergrößerung des Drahttrandbereichs. Die Unterätzung des InP-Barrierenmaterials verhindert u.U. die SiO₂-Deposition auf dem freigelegten Teil der Drahtunterseite.

also ebenfalls die in Kapitel 6.2 diskutierte Doppel-Heterostruktur zugrunde. Sie besteht aus einem Hallbarren und drei $35\text{ }\mu\text{m}$ langen Drähten unterschiedlicher Breite. Neben dem Hallbarren befinden sich Drähte der nominellen Breite 450 nm, 400 nm, und 350 nm, die jeweils mit einer 200 nm dicken SiO_2 -Schicht und von darauf befindlichen 100 nm dicken Gold-Split-Gates bedeckt sind (siehe Abb. 7.8). Im Unterschied zu den Proben in Kapitel 9.1 verlaufen die Drähte kristallografisch in $[0\bar{1}1]$ -Richtung. Durch den in Kapitel 7.2 beschriebenen Ätzprozess entstehen dabei trapezförmige Strukturen. In Abb. 9.12(a) ist die Schichtabfolge, in (b) das Profil nach der Präparation dargestellt. Die Unterätzung des InP ist hier nicht so stark wie bei den Proben in Kapitel 9.1. Abb. 9.13 zeigt eine lichtmikroskopische Aufnahme der Probe.

Transportmessungen In diesem Abschnitt sollen nur Messungen an dem 400 nm Draht besprochen werden. Der 350 nm und 450 nm Draht waren zu hochohmig, um daran Messungen durchzuführen.

Im Bereich von 0 – 8 T wurden bei variierender Gatespannung von +3 V bis –2 V Vierpunkt-Magnetotransportmessungen bei 0.6 K durchgeführt. Abb. 9.14(a) zeigt die zugehörigen Meßkurven von 0 – 8 T, (b) und (c) mit höherer Meßauflösung von 0 – 1.5, bzw. 0 – 2 T.

Neben einem Anstieg des Widerstandes mit fallender Gatespannung insgesamt fällt eine Widerstandsüberhöhung im Bereich von etwa 0.5 T auf. Sie ist auf diffuse Randstreuung an den Grenzflächen des Drahtes [63, 64, 65] zurückzuführen. Im Gegensatz zu den Proben 4256-2D4 und 4255-1C3 ist hier die Einschnürung des Kanals aufgrund von Unterätzungen kleiner. Außerdem befindet sich das zur elektrischen Isolation benötigte SiO_2 in direktem Kontakt mit der Oberfläche des $\text{In}_{0.77}\text{Ga}_{0.23}\text{As}$ -Kanals. Die Ursache der Streuung ist also vermutlich die Halbleiter/Oxid-Grenzfläche.

Bei allen vier Gatespannungen erkennt man einen Knoten im SdH-Oszillationsmuster. Er liegt bei ca. 1.6 T für $U_{\text{Gate}} = +3\text{ V}$ und wandert mit abnehmender Gatespannung zu kleineren B -Werten. Alle Knotenpositionen sind in Tabelle 9.6 eingetragen.

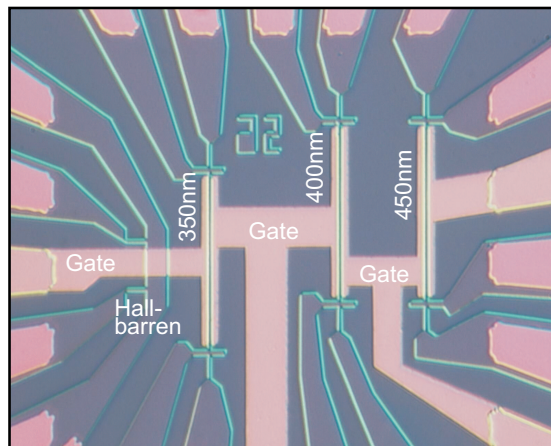


Abbildung 9.13: Lichtmikroskopische Aufnahme der Probe 4255-1C3.

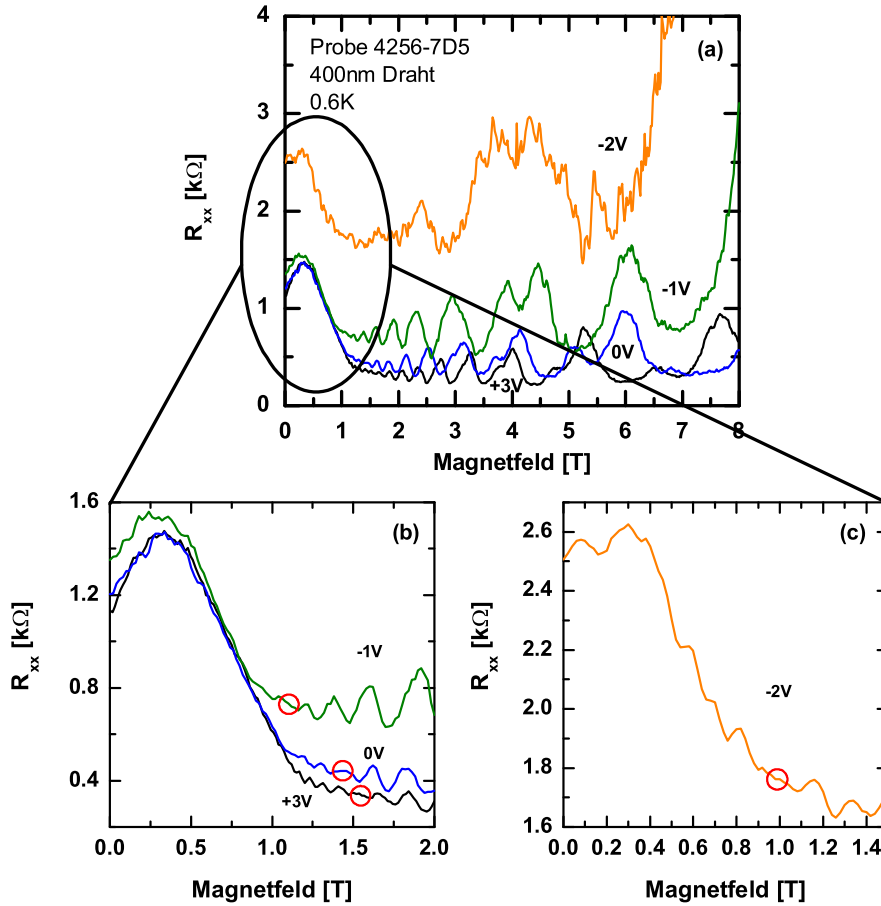


Abbildung 9.14: SdH-Oszillationen der Probe 4256-7D5 bei 0.6 K für (a) $B = 0 - 8$ T und (b) $B = 0 - 1.5$, bzw. $0 - 2$ T. Die Kreise markieren Knoten im Oszillationsmuster.

Weil durch das Anlegen einer Gate-Spannung in der Regel nicht nur α_R , sondern auch die Ladungsträgerkonzentration n_{2D} verändert wird, beide Größen aber Einfluß auf die Knotenlage haben (siehe dazu Kapitel 3.3), ist es schwierig die Verschiebung richtig zu deuten. Darauf wird weiter unten noch ausführlich eingegangen. Weiterhin sieht man bei genauer Betrachtung auch in der fallenden Flanke der Widerstandsüberhöhung z.T. noch SdH-Oszillationen.

Aus der Tatsache, daß Knoten bei Feldstärken $B \geq 1$ T gefunden werden, kann auf eine deutliche Erhöhung der Kopplungskonstante α_R geschlossen werden. Das bedeu-

Tabelle 9.6: Knotenposition B_{Knoten} und Elektronenkonzentration n_{2D} des 400 nm Drahtes der Probe 4255-7D5 für verschiedene Gate-Spannungen.

U_{Gate} [V]	+3	0	-1	-2
B_{Knoten} [T]	1.58 ± 0.03	1.42 ± 0.05	1.10 ± 0.05	1.00 ± 0.06
n_{2D} [10^{11} cm $^{-2}$]	8.46 ± 0.05	6.58 ± 0.07	5.1 ± 0.1	3.2 ± 0.1

tet nach Kapitel 3.3.1 aber, daß sich das System *nicht* mehr im Bereich schwacher Kopplung befindet. Eine Folge davon ist, daß sich die Zustandsdichte an der Fermikante von der eines quasi-eindimensionalen Systems ohne Spin-Bahn-Wechselwirkung unterscheidet. Deshalb kann die in Kapitel 2.5.1 beschriebene Methode zur Bestimmung von $\hbar\omega_0$, n_{2D} und w_{eff} nicht angewendet werden. Ferner läßt sich α_R nicht ohne weiteres aus einer Fourieranalyse ermitteln. Bei den in Frage kommenden Magnetfeldstärken sind die Abweichungen vom linearen Verhalten der Oszillationsminima in $1/B$ schon so groß (siehe Landauplots in Abb. 9.19), daß keine eindeutige SdH-Frequenz mehr existiert. Das macht die erforderliche Auflösung der Doppelpeakstruktur (siehe Abb. 9.3) im Fourierspektrum unmöglich. Die gute Übereinstimmung von Simulation und Experiment in Kapitel 9.1 legt eine andere Vorgehensweise zur Bestimmung von α_R nahe: Von den drei benötigten Eingabeparametern α_R , n_{2D} und w_{eff} kann n_{2D} aus dem Hochfeldbereich ermittelt werden. Damit werden dann für eine Reihe von α_R - und w_{eff} -Werten die Knotenpositionen berechnet. Die gesuchten Werte sind diejenigen, für die die beste Übereinstimmung von Rechnung und Messung erzielt wird. Eine notwendige Voraussetzung dafür ist aber, daß das laterale Einschlußpotential des Drahtes durch ein harmonisches Potential beschrieben werden kann.

Bevor darauf im nächsten Abschnitt eingegangen wird, soll an dieser Stelle mit Gl. (2.26) noch die Elektronenkonzentration aus den SdH-Oszillationen bei großen Feldstärken berechnet werden. Tabelle 9.6 ist zu entnehmen, daß man mit dem Split-Gate einen guten Durchgriff auf den Kanal hat, da die Ladungsträgerkonzentration bei -2 V auf 37% des Maximalwertes bei +3 V reduziert wird.

Vergleich mit der Simulation Da α_R mit Hilfe der Simulation nicht direkt bestimmt werden kann, soll im folgenden ein halbgrafisches Verfahren diskutiert werden. Die Simulation benötigt n_{2D} , α_R und w_{eff} als Eingabeparameter. Weil zwei der drei Größen (α_R und w_{eff}) aber unbekannt sind, müssen für eine Reihe von Drahtbreiten die Knotenpositionen in Abhängigkeit von α_R berechnet werden. Die obere Grenze der Breite ist mit 400 nm durch die Lithografie vorgegeben, die untere wurde zunächst willkürlich auf 300 nm festgesetzt. Die Kopplungskonstante wurde von 8×10^{-12} eVm bis 18×10^{-12} eVm, bzw. von 10×10^{-12} eVm bis 20×10^{-12} eVm variiert, n_{2D} aus Tabelle 9.6 entnommen.

Abb. 9.15 und Abb. 9.16 zeigen das Ergebnis der Simulation. Dargestellt ist jeweils die Knotenposition in Abhängigkeit von Magnetfeld und Kopplungskonstante für die minimale und die maximale Drahtbreite für alle Gate-Spannungen. Die gelben Marker

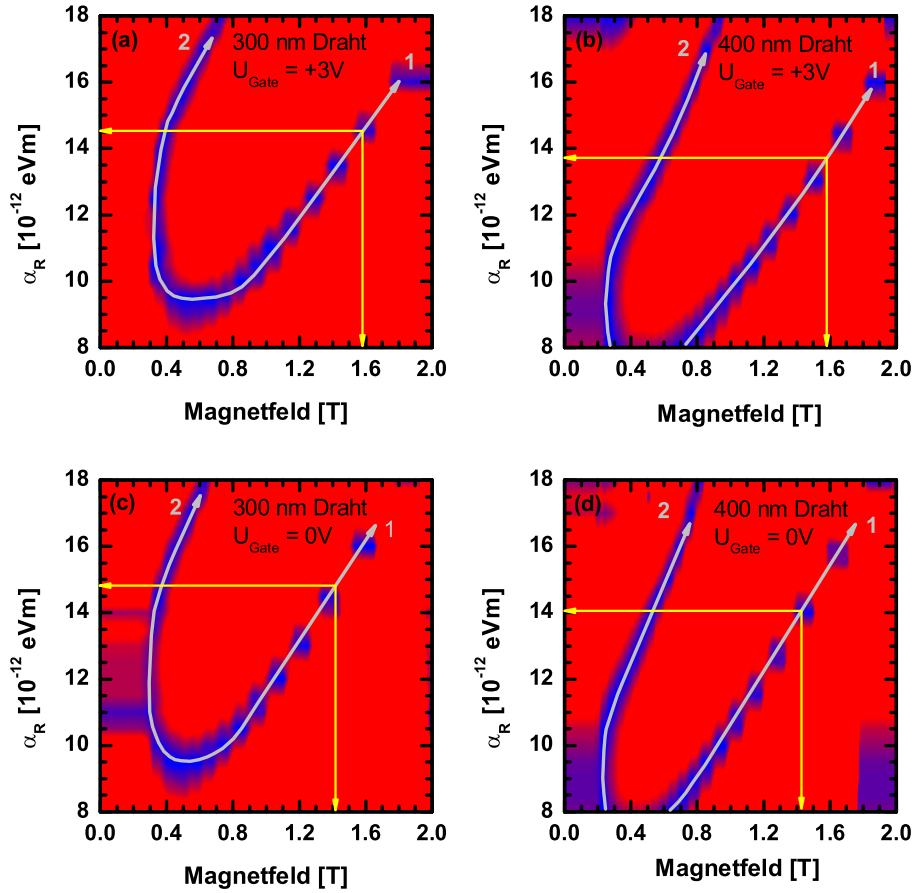


Abbildung 9.15: Simulation der Knotenposition für den 400 nm Draht der Probe 4256-7D5: (a) $U_{\text{Gate}} = +3\text{ V}$, $w_{\text{eff}} = 300\text{ nm}$, (b) $U_{\text{Gate}} = +3\text{ V}$, $w_{\text{eff}} = 400\text{ nm}$, (c) $U_{\text{Gate}} = 0\text{ V}$, $w_{\text{eff}} = 300\text{ nm}$, (d) $U_{\text{Gate}} = 0\text{ V}$, $w_{\text{eff}} = 400\text{ nm}$. Die Knotenpositionen sind im Falschfarbenbild blau dargestellt. Die gelben Marker zeigen die zur Knotenposition auf der Abszisse gehörigen Werte für α_R auf der Ordinate an.

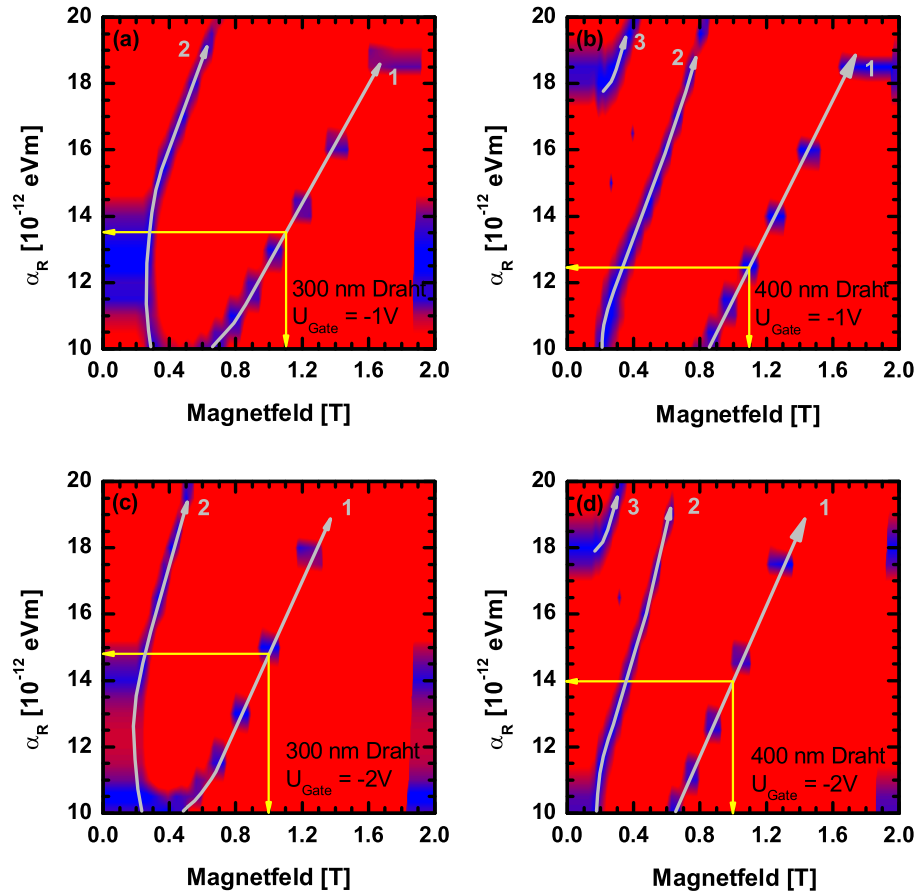


Abbildung 9.16: Simulation der Knotenposition für den 400 nm Draht der Probe 4256-7D5: (a) $U_{Gate} = -1$ V, $w_{eff} = 300$ nm, (b) $U_{Gate} = -1$ V, $w_{eff} = 400$ nm, (c) $U_{Gate} = -2$ V, $w_{eff} = 300$ nm, (d) $U_{Gate} = -2$ V, $w_{eff} = 400$ nm. Die Knotenpositionen sind im Falschfarbenbild blau dargestellt. Die gelben Marker zeigen die zur Knotenposition auf der Abszisse gehörigen Werte für α_R auf der Ordinate an.

Tabelle 9.7: Mit Hilfe der Simulation bestimmte Werte der Kopplungskonstante α_R des Potentials $\hbar\omega_0$ und der effektiven Drahtbreite w_{eff} in Abhängigkeit der Gate-Spannung U_{Gate} für den 400 nm Draht der Probe 4256-7D5.

U_{Gate} [V]	+3	0	-1	-2
α_R [10^{-12} eVm]	13.9 ± 0.5	14.3 ± 0.5	13.0 ± 0.5	14.4 ± 0.5
$\hbar\omega_0$ [meV]	1.8 ± 0.1	1.6 ± 0.1	1.5 ± 0.1	1.2 ± 0.1
w_{eff} [nm]	370 ± 15	360 ± 15	340 ± 10	340 ± 10

zeigen die zur Knotenposition auf der Abszisse gehörigen Werte für α_R auf der Ordinate an. Mit der Annahme, daß die wahre effektive Drahtbreite zwischen den beiden Extremwerten liegt, folgt, daß der zugehörige Wert für α_R innerhalb der durch die Markerpositionen definierten Grenzen liegt. Die so ermittelten Werte für α_R und w_{eff} sind jedoch ungenau und unterliegen der Einschränkung, daß die untere Grenze für w_{eff} nur eine Schätzung darstellt. Da in der fallenden Flanke der Widerstandsüberhöhung noch SdH-Oszillationen zu erkennen sind, können diese verwendet werden, um eine genauere Bestimmung von α_R und w_{eff} zu erzielen. Dazu wurden beide Parameter innerhalb ihrer vorgegebenen Grenzen variiert und die zugehörigen Energiespektren berechnet. In den Energiespektren geben die Schnittpunkte der einzelnen Subbänder mit der Fermienergie (diese wird als konstant betrachtet) die Positionen der Oszillationsmaxima an. Diese reagieren in ihrer Abszissenposition empfindlich insbesondere auf Änderungen von w_{eff} , so daß durch Anpassung der Schnittpunktlage an die Maxima beide Parameter recht genau bestimmt werden können.

Den Abb. 9.17 und 9.18 entnimmt man eine gute Übereinstimmung berechneter Schnittpunktpositionen mit gemessenen Oszillationsmaxima. Dort sind für alle vier Gatespannungen die Energiespektren und die SdH-Messungen nebeneinander dargestellt. Pfeile deuten die Übereinstimmung der Positionen der Maxima mit den Subbandschnittpunkten an. Blau gepunktet eingezeichnet sind die unmittelbar an der Knotenbildung beteiligten Subbänder.

Die aus diesen Rechnungen erhaltenen Daten sind in Tabelle 9.7 eingetragen. Hieraus geht hervor, daß α_R im Rahmen der Meßfehler als nahezu konstant betrachtet werden kann. Auch w_{eff} ändert sich nur wenig, ein Trend zu kleineren Breiten bei negativer Gate-Spannung ist aber erkennbar. Dieses Verhalten läßt sich wie folgt erklären. Die Wirkung des Split-Gates ist weitestgehend auf die Seitenflächen beschränkt und die resultierende Bandverbiegung findet dann auch nur in den Randbereichen des Drahtes statt. In der Mitte unterbleibt eine Verbiegung in *Wachstumsrichtung* und deshalb auch eine Änderung der Kopplungskonstante. Die beobachtete Verschiebung der Knotenposition zu kleineren Feldstärken ist somit allein auf die Abnahme der Elektronenkonzentration zurückzuführen. Es sei an dieser Stelle angemerkt, daß die in Kapitel 7.3 erwähnte Zielsetzung mit Hilfe eines Split-Gates die Drahtbreite entscheidend zu verkleinern, nicht erreicht wurde. Offenbar ist der Abstand der beiden Gateelektroden zu groß, um den Draht wirklich elektrostatisch zu definieren. Die

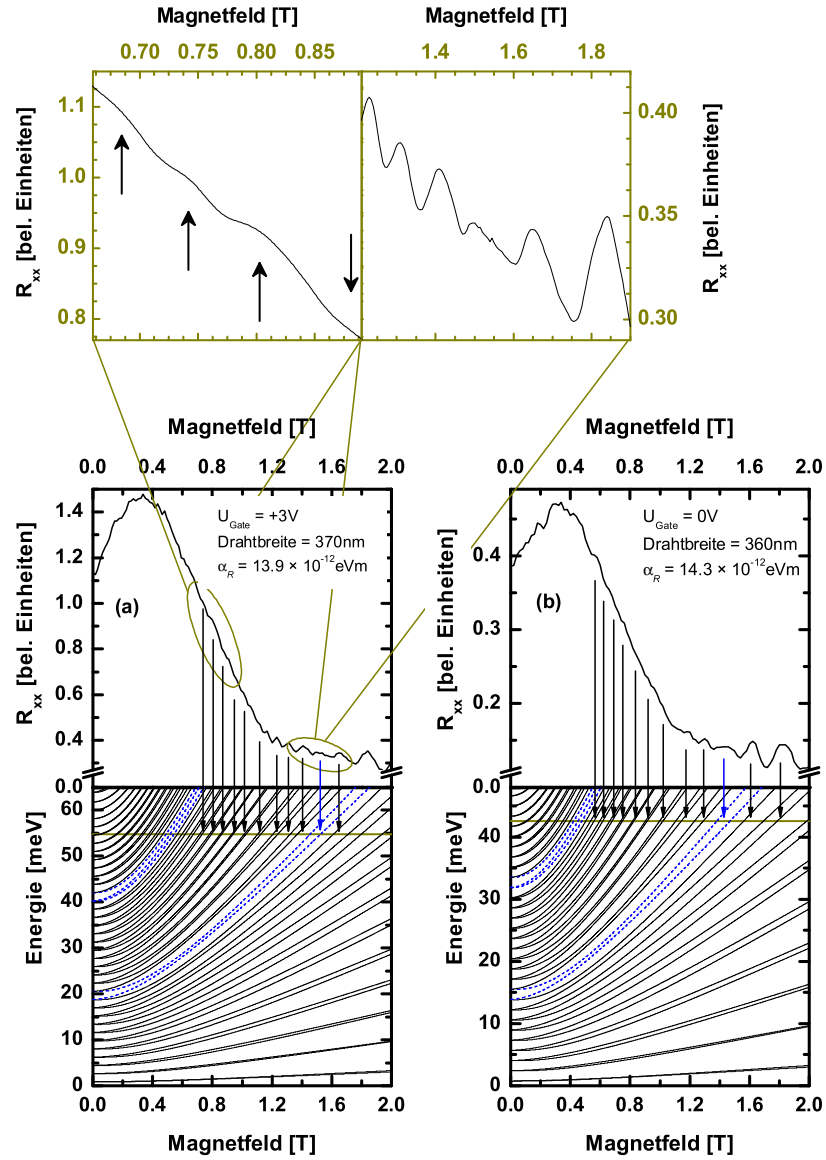


Abbildung 9.17: Bestimmung von α_R und w_{eff} für den 400 nm Draht der Probe 4256-7D5 für (a) $U_{Gate} = +3\text{ V}$, (b) $U_{Gate} = 0\text{ V}$, mit Hilfe der Zuordnung der Subbandschnittpunkte an der Fermikante zu den Maxima der SdH-Oszillationen. Blau gepunktet eingezeichnet sind die an der Knotenbildung beteiligten Subbänder.

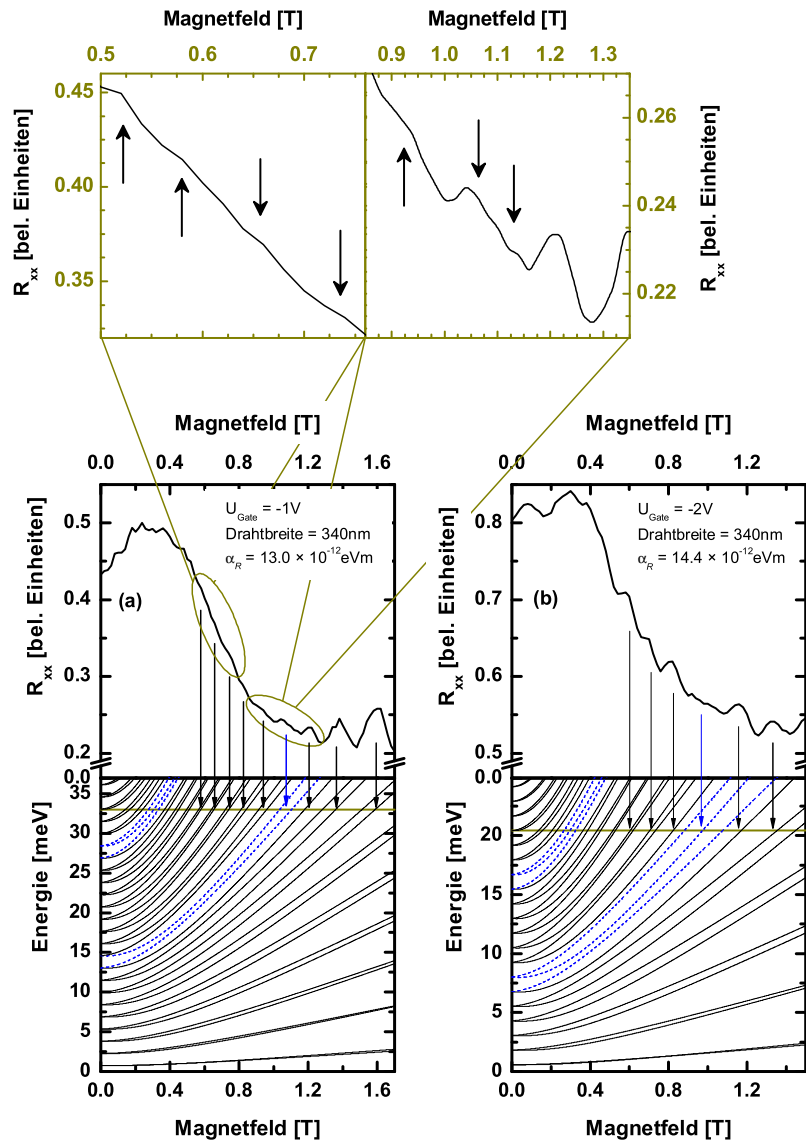


Abbildung 9.18: Bestimmung von α_R und w_{eff} für den 400 nm Draht der Probe 4256-7D5 für (a) $U_{Gate} = -1V$, (b) $U_{Gate} = -2V$, mit Hilfe der Zuordnung der Subbandschnittpunkte an der Fermikante zu den Maxima der SdH-Oszillationen. Blau gepunktet eingezeichnet sind die an der Knotenbildung beteiligten Subbänder.

Wirkung der Gates beschränkt sich nur auf die Randbereiche des Drahtes.

Schwieriger zu erklären ist die starke Zunahme von α_R mit sinkender Drahtbreite um ca. einen Faktor zwei. Weil α_R nur als Parameter in die Simulation eingeht, kann sie nicht zur Klärung dieses Sachverhalts herangezogen werden. Der in Abb. 9.12(c) schematisch dargestellte Probenquerschnitt deutet eine mögliche Ursache für das hier beobachtete Verhalten an. Sehr wahrscheinlich ist, daß es aufgrund der Unterätzung des Barrierenmaterials nicht zu einer Bedeckung der freigelegten Drahtunterseite mit SiO_2 kommt. Die dadurch entstehende Bandverbiegung ist relativ unabhängig von der Gatespannung und dürfte der Grund für die Erhöhung der Kopplungskonstante sein. Die weiter außen liegenden Teile des Drahtes unterliegen hingegen der oben beschriebenen Gatewirkung und sorgen so für die Abnahme der Elektronenkonzentration bei gleichbleibendem α_R . Es muß jedoch betont werden, daß die hier gegebenen Erklärun-

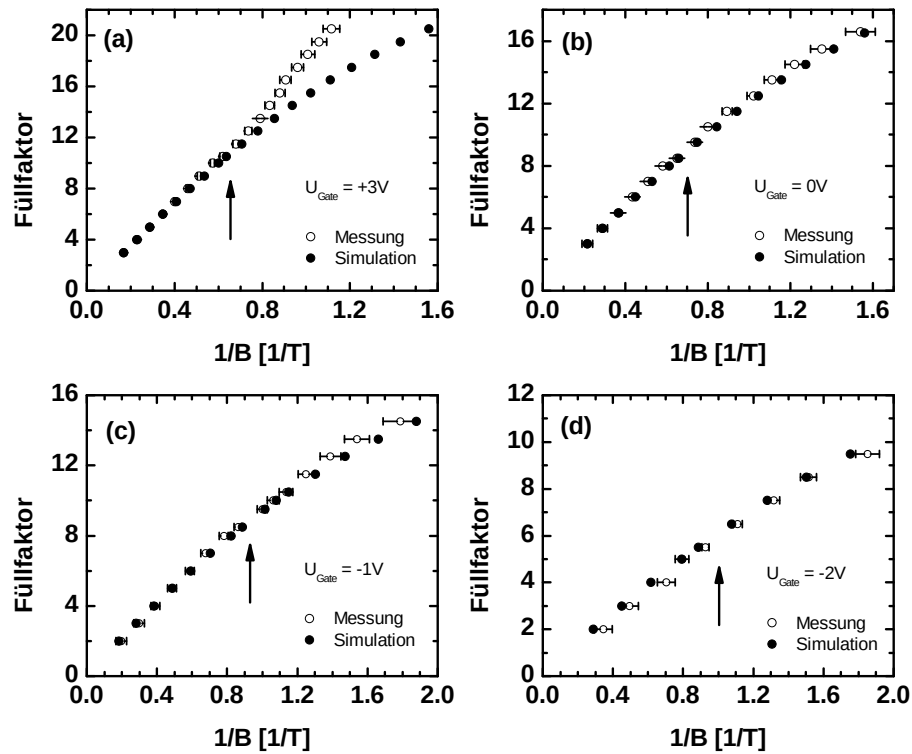


Abbildung 9.19: Vergleich von Simulation und Messung: Landauplot für den 400 nm Draht der Probe 4256-7D5. (a) $U_{\text{Gate}} = +3\text{ V}$, (b) $U_{\text{Gate}} = 0\text{ V}$, (c) $U_{\text{Gate}} = -1\text{ V}$, (d) $U_{\text{Gate}} = -2\text{ V}$. Der Pfeil kennzeichnet jeweils die Position des ersten Knotens.

gen ein Stück weit spekulativ sind und deshalb weitere Untersuchungen diesbezüglich nötig sind.

Ein genauer Blick auf die Energiespektren in den Abb. 9.17 und 9.18 läßt erkennen, daß die Maxima der SdH-Oszillationen für Feldstärken unterhalb der Knotenpositionen von Subband-Paaren gebildet werden, die bei $B = 0$ zu *verschiedenen* spinentarteten Subbändern gehören. Weil in dieser Arbeit der Füllfaktor als spinentartet (siehe Gl. (2.9)) definiert ist, führt die oben beschriebene Gruppierung der Subbänder zu *halbzahligen* Füllfaktoren zwischen den Knoten. In einem Landauplot müssen demnach unterhalb des ersten Knotens halbzahlige Füllfaktoren auftauchen. Damit läßt sich der Grad der Übereinstimmung von Theorie und Experiment genauer prüfen als mit den Abb. 9.17 und 9.18, denn dort hat man Schwierigkeiten unterhalb der Knoten den Oszillationsmaxima (-minima) eindeutig eine Subbandnummer zuzuweisen. Abb. 9.19 enthält den Landauplot für alle Gate-Spannungen. Eingetragen sind neben den aus der Messung bestimmten Oszillationsminima die zu den Energiespektren der Abb. 9.17 und 9.18 gehörigen Füllfaktoren. Die Knotenposition ist jeweils durch einen Pfeil gekennzeichnet. Während für $U_{Gate} \leq 0$ V eine gute Übereinstimmung festzustellen ist, tritt bei $U_{Gate} = +3$ V für $1/B > 0.8 \text{ T}^{-1}$ bzw. $B < 1.25$ T eine Abweichung auf. Weil sich das laterale Einschlußpotential in den SdH-Oszillationen nur bei kleinen Feldstärken $B \lesssim 1$ T bemerkbar macht, deutet diese Abweichung auf eine Veränderung des Einschlußpotentials bei positiven Gate-Spannungen hin (siehe Kapitel 4.3). Aus Abb. 9.19(b), (c), und (d) geht hervor, daß bei $U_{Gate} \leq 0$ V ein harmonisches Potential das vorliegende System gut beschreibt. Die Werte des Potentials $\hbar\omega_0$ sind in Tabelle 9.7 aufgeführt. Abb. 9.19(a) legt statt eines harmonischen Potentials die Wahl eines Kastenpotentials für die Beschreibung bei positiven Gate-Spannungen nahe.

Die Konstanz der Kopplungskonstante und die schwache Abhängigkeit der Drahtbreite von der Gate-Spannung machen eine Beschreibung des Systems mit Hilfe von *Mittelwerten* dieser Parameter möglich. Abb. 9.20 zeigt die berechnete Position des ersten Knotens in Abhängigkeit von der Elektronenkonzentration für die Mittelwerte $\langle\alpha_R\rangle = 13.9 \times 10^{-12} \text{ eVm}$ und $\langle w_{eff}\rangle = 350 \text{ nm}$ der in den Tabellen 9.6 und 9.7 aufgeführten Werte. Außerdem sind die aus der Messung bestimmten Knotenpositionen für alle Gate-Spannungen eingezeichnet. Die Stufen im Verlauf der berechneten Knotenlage sind die Folge eines Wechsels der an der Knotenbildung unmittelbar beteiligten Subbänder. Die Anzahl der Meßpunkte reicht aber nicht aus, um diese Struktur wiederzugeben. Ansonsten bestätigt Abb. 9.20 die einfache Beschreibung des 400 nm Drahtes der Probe 4256-7D5 mit Hilfe einer konstanten Kopplungskonstante und Drahtbreite.

10 Messungen an trockenchemisch geätzten Drähten

10.1 Messungen ohne Gate

Probenbeschreibung Der Probe 4072-8 liegt die in Kapitel 6.2 diskutierte Doppel-Heterostruktur zugrunde. Abb. 9.1(a) zeigt die zugehörige Schichtabfolge. Die Probe

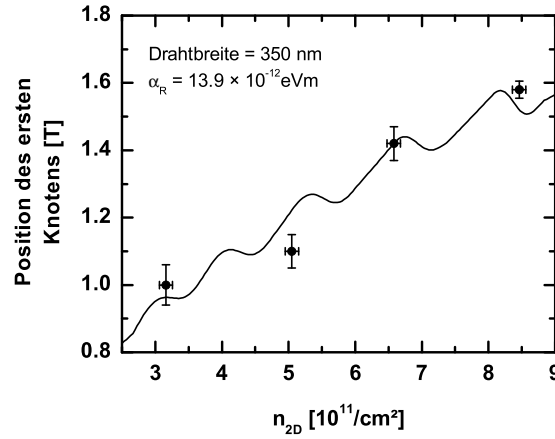


Abbildung 9.20: Beschreibung des 400 nm Drahtes der Probe 4256-7D5 durch ein mittleres $\langle \alpha_R \rangle = 13.9 \times 10^{-12} \text{ eVm}$ und $\langle w_{eff} \rangle = 350 \text{ nm}$. Die eingetragenen Meßpunkte entsprechen den Knotenpositionen bei den vier Gate-Spannungen +3 V, 0 V, -1 V und -2 V.

besteht aus einem Hallbaren und vier Drähten der Breite 1 μm , 800 nm, 600 nm und 400 nm. Sie sind mit Aluminium-Gates, die durch eine 200 nm dicke SiO_2 Schicht vom leitenden Kanal getrennt sind, versehen. Bei der Präparation dieser Probe wurde der in Kapitel 7.2 beschriebene trockenchemische Ätzprozess (RIE) verwendet. Dabei entstehen Strukturen mit rechteckigem Querschnitt. Im Gegensatz zu den in Kapitel 9 vorgestellten Proben haben die Drähte der Probe 4072-8 keine einheitliche kristallografische Orientierung. Eine einheitliche Orientierung ist aufgrund der Isotropie des

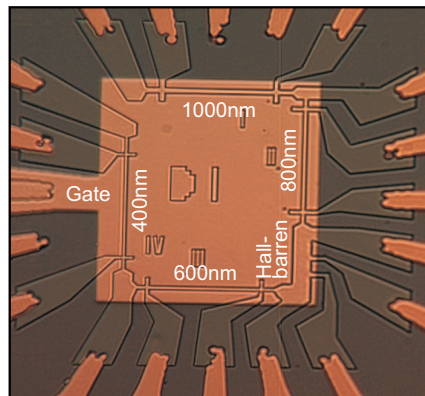


Abbildung 10.1: Lichtmikroskopische Aufnahme der Probe 4072-8.

RIE-Prozesses hier nicht nötig. Abb. 10.1 zeigt eine lichtmikroskopische Aufnahme der Probe. Das Gate ist hier im Gegensatz zur Probe 4256-1C3 (siehe Abb. 9.13) kein Split-Gate, sondern großflächig realisiert.

Transportmessungen In diesem Abschnitt sollen Messungen an allen intakten Strukturen (Der 800 nm Draht war zu hochohmig, um daran Messungen durchzuführen.) der Probe 4072-8 ohne Gatewirkung ($U_{Gate} = 0$) besprochen werden. Es wurden Vierpunkt-Magnetotransportmessungen im Bereich von 0 – 8 T bei 0.6 K durchge-

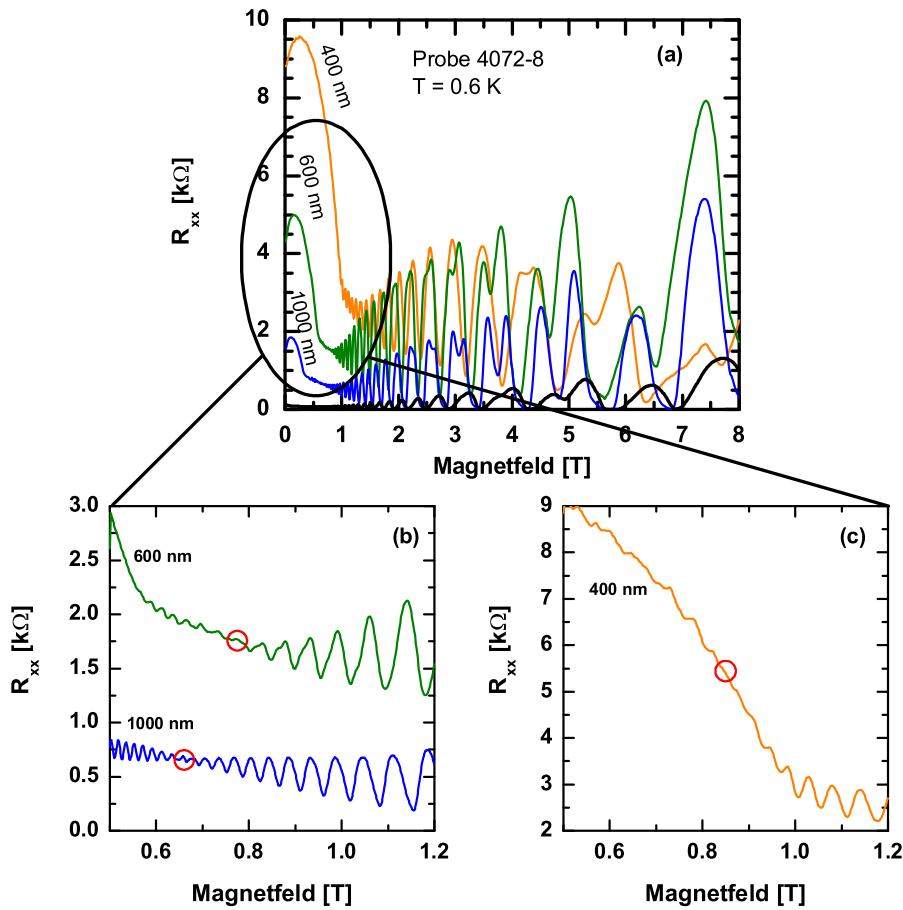


Abbildung 10.2: SdH-Oszillationen der Probe 4072-8 bei 0.6 K und $U_{Gate} = 0$ V für (a) $B = 0 - 8$ T und (b), (c) $B = 0.5 - 1.2$ T. Die Kreise markieren Knoten im Oszillationsmuster.

Tabelle 10.1: Knotenposition B_{Knoten} und Elektronenkonzentration n_{2D} für alle Strukturen der Probe 4072-8 bei $U_{Gate} = 0$. Eingetragen sind außerdem mittels FFT und Simulation ermittelte Werte der Kopplungskonstante.

	Hallbarren	1 μm Draht	600 nm Draht	400 nm Draht
B_{Knoten} [T]	0.65 ± 0.01	0.65 ± 0.02	0.77 ± 0.02	0.85 ± 0.03
n_{2D} [10^{11} cm^{-2}]	8.5 ± 0.1	8.2 ± 0.1	7.9 ± 0.1	9.4 ± 0.1
α_R^{FFT} [10^{-12} eVm]	5.6 ± 1.2	5.2 ± 1.2	-	-
α_R^{Sim} [10^{-12} eVm]	5.2 ± 0.5	5.2 ± 0.5	6.5 ± 0.5	8.5 ± 1.0

führt. Abb. 10.2(a) zeigt die zugehörigen Meßkurven von 0 – 8 T, (b) und (c) mit höherer Meßauflösung von 0.5 – 1.2 T.

Bei allen Drähten ist für Feldstärken $B \leq 1 \text{ T}$ eine ausgeprägte Widerstandsüberhöhung zu erkennen. Sie ist das Resultat diffuser Randstreuung [63, 64, 65]. Der RIE-Prozess hinterläßt organische Rückstände auf der geätzten Probenoberfläche [62], die sich als Streuzentren beim elektrischen Transport bemerkbar machen. Zusätzlich zu diesen Verunreinigungen befindet sich bei der Probe 4072-8 noch die SiO_2 -Schicht direkt auf der Oberfläche. Auch sie trägt zur diffusen Randstreuung bei. Die starke Widerstandsüberhöhung überdeckt die schwächeren SdH-Oszillationen im entsprechenden Feldstärkebereich. Nur für den 400 nm Draht sind in der fallenden Flanke des Widerstandsmaximums noch Oszillationen zu erkennen.

Für alle Strukturen weisen die Oszillationsmuster einen Knoten bei Feldstärken $B \leq 1 \text{ T}$ auf. Die Knotenposition verschiebt sich mit kleiner werdender Drahtbreite zu größeren B -Werten. Sie sind in Tabelle 10.1 eingetragen. Weil sowohl die Elektronenkonzentration als auch die Kopplungskonstante Einfluß auf die Lage der Knoten hat, müssen für die Deutung der Verschiebung n_{2D} und α_R getrennt voneinander bestimmt werden. n_{2D} wurde aus dem Hochfeldbereich bis 8 T mit Hilfe von Gl. (2.26) ermittelt. Die Bestimmung von α_R^{FFT} aus der FFT mit Gl. (2.27) war nur für den Hallbarren und den 1 μm Draht möglich, da die hierfür erforderliche Auflösung der Doppelpeakstruktur für den 600 nm und den 400 nm Draht nicht erreichbar war. Abb. 10.3(a) und (b) zeigen die zugehörigen Fourierspektren.

Da die in Teil III vorgestellte Simulation, wie in Kapitel 9 nachgewiesen, sehr gut mit dem Experiment übereinstimmt, kann sie verwendet werden, um die Kopplungskonstante für alle Strukturen zu bestimmen. Der sinnvolle Einsatz der Simulation hängt aber von der Kenntnis ab, ob ein Draht *ein-* oder *zweidimensionales* Transportverhalten zeigt. Dieses Verhalten ist u.a. abhängig von dem betrachteten B -Feldstärkebereich. Die Auswirkungen eines Einschlußpotentials zeigen sich für die hier in Frage kommenden Drahtbreiten nur unterhalb von ca. 1 T. Mit Hilfe eines Landauplots kann festgestellt werden, ob bzw. unterhalb welcher Feldstärke Abweichungen vom zweidimensionalen Verhalten auftreten.

In Abb. 10.4(a) und (b) sind die Landauplots des 600 nm und des 400 nm Drahtes dargestellt. Als gepunktete Gerade ist jeweils das lineare Verhalten für große B und

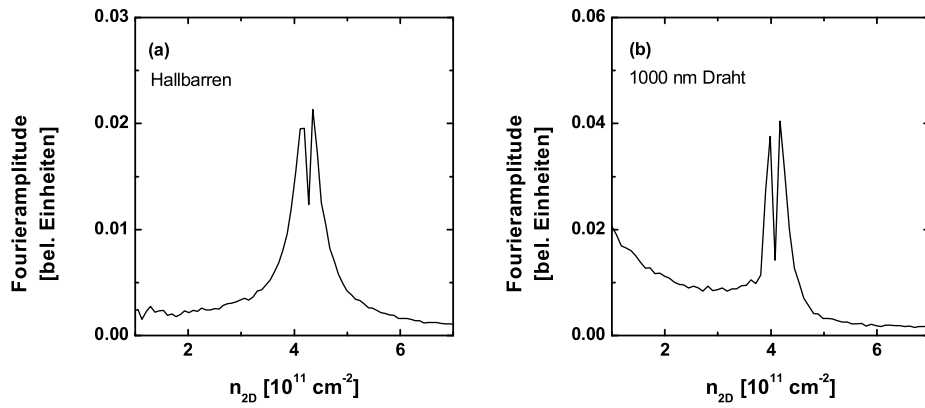


Abbildung 10.3: Fouriertransformierte der SdH-Messungen der Probe 4072-8.

durch einen Pfeil die Lage des Knotens angedeutet. Der 600 nm Draht zeigt keine nennenswerte Abweichung vom linearen, d.h. zweidimensionalen Verhalten. Für den

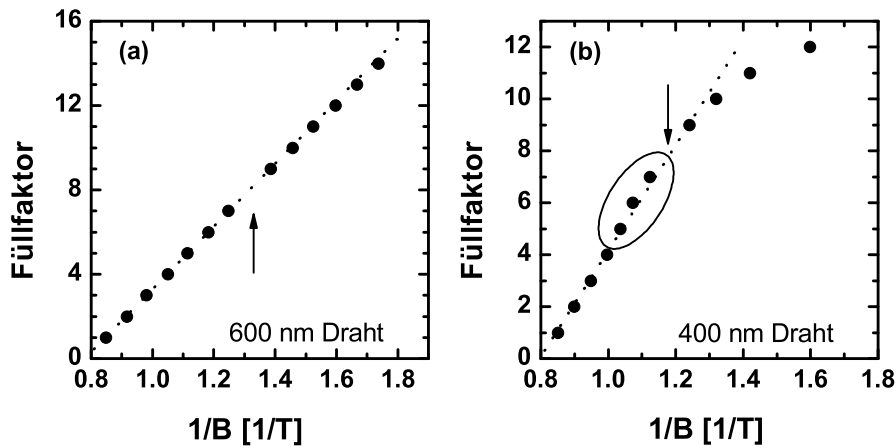


Abbildung 10.4: Landauplot für den (a) 600 nm Draht und den (b) 400 nm Draht der Probe 4072-8. Als gepunktete Gerade ist jeweils das lineare Verhalten für große B angedeutet. Durch einen Pfeil ist jeweils die Lage des Knotens angedeutet.

1 μm Draht gilt gleiches. Auf die entsprechende Darstellung wurde deshalb verzichtet. Diese beiden Drähte wurden folglich in der Simulation wie ein 2DEG behandelt. Eindimensionalen Transport sieht man lediglich beim 400 nm Draht. Bei genauer Betrachtung der Abb. 10.4(b) fällt der mit einer Ellipse gekennzeichneten Bereich auf. Dort liegen die Punkte offenbar dichter als im zweidimensionalen Fall, was auf die Existenz eines *Kastenpotentials* hindeutet (siehe Kapitel 4.3). Diese Abweichung ist jedoch klein und der Knoten befindet sich an einer Stelle, an der die Punktfolge bereits „abknickt“. Deshalb wurde für die Simulation in diesem Fall ein harmonisches Potential verwendet. Die Bestimmung von α_R erfolgte nach dem in Kapitel 9.2 beschriebenen Verfahren. Alle so ermittelten Werte für α_R^{Sim} sind in Tabelle 10.1 eingetragen. Ein Vergleich mit den ebenfalls dort aufgeführten Werten für α_R^{FFT} zeigt unter Berücksichtigung der Fehlergrenzen eine gute Übereinstimmung von α_R^{FFT} und α_R^{Sim} . Weiterhin ist eine deutliche Zunahme von α_R^{Sim} mit der Abnahme einer Drahtbreite verbunden. Ein vergleichbarer Trend zeigt sich auch bei der Probe 4256-7D5 in Kapitel 9.2. Eine Erklärung für dieses Verhalten lehnt sich an die dort gegebene an. Der trockenchemische Ätzprozess hinterläßt zwar keine Unterätzung, aber eine aus der lateralen Einschränkung und der damit verbundenen Oberflächenbeschaffenheit resultierende Raumladung könnte auch hier zu Bandverbiegungen führen. Diese wären dann für die Zunahme der Kopplungskonstante verantwortlich.

Als letztes sei hier noch erwähnt, daß die Simulation für den 400 nm Draht eine effektive Breite von (380 ± 20) nm und einen Wert für das Potential von (1.8 ± 0.2) meV liefert. Die so ermittelte effektive Breite stimmt mit der nominellen durch die Lithografie vorgegebenen Drahtbreite überein. Das ist in sofern ein erwartungsgemäßes Ergebnis als daß bei dem RIE-Ätzprozess keine Unterätzung entsteht und somit die Breite des leitenden Kanals nicht wesentlich kleiner als die der Deckschicht ist.

10.2 Messungen mit Gate

In diesem Kapitel soll nun die Wirkung eines Gates auf die Rashba-Spinaufspaltung in den verschiedenen Drahtstrukturen untersucht werden. Dabei wird zunächst näher auf den Hallbarren eingegangen, um einen Vergleich mit zweidimensionalen Strukturen durchführen zu können.

Hallbarren Abb. 10.5(a) zeigt R_{xx} für $U_{Gate} = 0$ bis -3 V im Bereich von $0 - 1$ T. Der erste Knoten liegt jeweils bei ca. 0.7 T. Seine Position hängt nur schwach von der Gatespannung ab. Eine Abnahme der Elektronenkonzentration in Kombination mit einer Zunahme der Kopplungskonstante sorgt insgesamt für eine geringe Verschiebung der Knotenlage. Für eine quantitative Auswertung der Daten wurden n_{2D} und α_R für einige ausgewählte Werte von U_{Gate} mit Hilfe der FFT bestimmt. Abb. 10.5(b) entnimmt man für beide Parameter in guter Näherung eine lineare Abhängigkeit von der Gatespannung. Diese Ergebnisse decken sich weitestgehend mit Resultaten in früheren Arbeiten [39, 13].

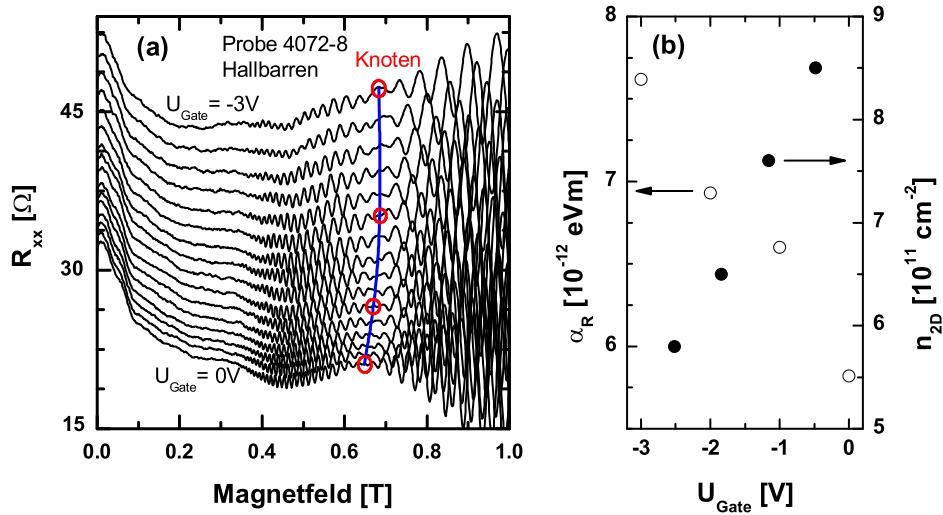


Abbildung 10.5: (a) R_{xx} des Hallbarrens der Probe 4072-8 für $U_{\text{Gate}} \leq 0\text{ V}$ im Bereich von 0–1 T. (b) α_R und n_{2D} als Funktion der Gatespannung.

1 μm Draht Da sich der 1 μm Draht in seinem Verhalten nicht wesentlich vom Hallbarren unterscheidet, wird hier auf eine Darstellung der entsprechenden Messdaten und deren Auswertung verzichtet.

600 nm Draht Auch das Verhalten des 600 nm Drahtes ist nicht sehr verschieden von dem des Hallbarrens. Trotzdem soll hier etwas näher auf die zugehörigen Messungen eingegangen werden, weil eine oft beobachtete Dämpfung der SdH-Oszillationen für bestimmte Gatespannungen in einem relativ weiten B -Feldbereich hier sehr deutlich sichtbar wird. Deshalb eignet sich der zugehörige Datensatz zur Analyse des Phänomens.

Abb. 10.6 enthält eine Falschfarbendarstellung des Widerstandes R_{xx} für $U_{\text{Gate}} = 0$ bis -5 V als Funktion in $1/B$. Zusätzlich eingezeichnet sind die zu den Eckwerten der Gatespannung gehörigen Meßkurven. Die dem Falschfarbenbild zugrundeliegenden Meßdaten wurden auf den Untergrund normiert. Der Vorteil dieser Darstellung besteht in der Tatsache, daß dadurch SdH-Oszillationen in der fallenden Flanke der Widerstandsüberhöhung besser sichtbar werden. Die Knoten sind als grünliche Bereiche zwischen den blau-roten Streifen deutlich erkennbar. Die Zunahme der Oszillationsperiode und die Verschiebung der Oszillationsextrema mit sinkender Gatespannung zu kleinen Feldstärken signalisiert eine Abnahme der Ladungsträgerkonzentration. Ähnlich wie beim Hallbarren ändert sich die Knotenlage kaum bis zu einer Gatespannung von ca. -2.5 V . Für noch kleinere Spannungen tritt der oben genannte Effekt des fast

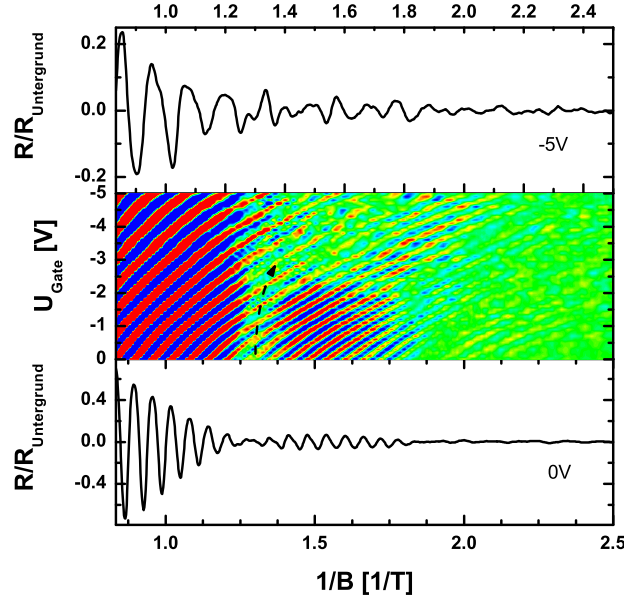


Abbildung 10.6: Falschfarbendarstellung des Widerstandes R_{xx} des 600 nm Drahtes der Probe 4072-8 für $U_{Gate} = 0$ bis -5 V als Funktion in $1/B$. Zusätzlich eingezeichnet sind die zu den Eckwerten der Gatespannung gehörigen Meßkurven.

völligen Verschwindens der SdH-Oszillationen im Bereich von $B \approx 1$ T bis ≈ 0.7 T auf. Dieser Effekt macht es nahezu unmöglich α_R aus der Knotenposition zu bestimmen, da diese nicht mehr ausreichend lokalisiert ist.

Es stellt sich nun die Frage, ob dieser unerwünschte Effekt von grundsätzlicher Natur oder präparationsbedingt ist. Eine Antwort auf diese Frage gibt Abb. 10.7. Dort ist neben der Falschfarbendarstellung des Widerstandes R_{xx} für $U_{Gate} = 0$ bis -4 V das für die Parameter des 600 nm Drahtes berechnete Energiespektrum und die zugehörige Fermienergie für die Eckwerte der Gatespannung dargestellt. Daraus ist ersichtlich, daß das Verschwinden der SdH-Oszillationen nichts mit der Probenpräparation zu tun hat. Ab einer bestimmten Gatespannung liegen die Schnittpunkte der Subbänder mit der Fermienergie in einem relativ großen B -Feldbereich nahezu äquidistant. Das ist eine Folge des Zusammenspiels der Änderung von Ladungsträgerdichte und Kopplungskonstante. Deshalb tritt der Effekt für unterschiedliche Proben bei verschiedenen Werten der äußeren Parameter Magnetfeld und Gatespannung auf, ist also kaum vorhersagbar. Die Probenpräparation hat darauf nur insoweit Einfluß als daß durch sie experimentelle Randbedingungen, wie etwa das Funktionieren von Gates, vorgegeben werden.

Im B - U_{Gate} -Parameterraum existieren also Gebiete, in denen eine Bestimmung von

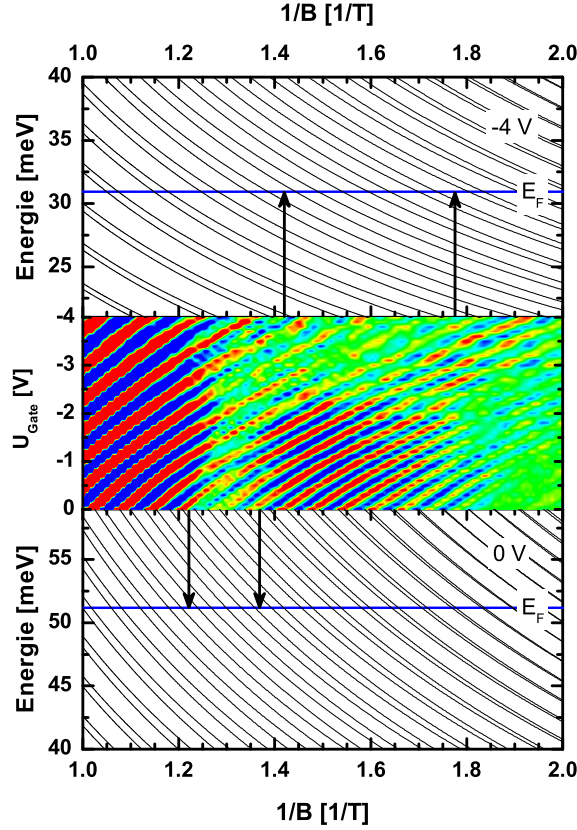


Abbildung 10.7: Falschfarbendarstellung des Widerstandes R_{xx} des 600 nm Drahtes der Probe 4072-8 für $U_{Gate} = 0$ bis -4 V als Funktion in $1/B$. Zusätzlich eingezeichnet sind die zu den Eckwerten der Gatespannung gehörigen Energiespektren (Subbänder). Die Schnittpunkte mit der Fermienergie entsprechen den roten Oszillationsmaxima im Falschfarbendarstellung.

α_R aus der Knotenposition nicht oder nur mit sehr großer Unsicherheit möglich ist.

400 nm Draht Der 400 nm Draht ist die einzige Struktur der Probe 4072-8 die bei $U_{Gate} = 0$ eindimensionales Transportverhalten gezeigt hat (siehe Kapitel 10.1). Aus diesem Grund wird im folgenden etwas ausführlicher auf die Resultate der Magnetotransportmessungen bei Gatespannungen $U_{Gate} \leq 0$ V eingegangen.

Die Widerstandsüberhöhung bei kleinen B -Feldstärken ist bei dem 400 nm Draht am stärksten ausgeprägt. Deshalb sind unterhalb von ca. 0.7 T keine SdH-Oszillationen mehr zu erkennen. Oberhalb von 0.7 T (das entspricht ca. 1.4 T^{-1}) verhält sich der Draht zweidimensional und liefert für $U_{Gate} > -3$ V keine neuen Erkenntnisse.

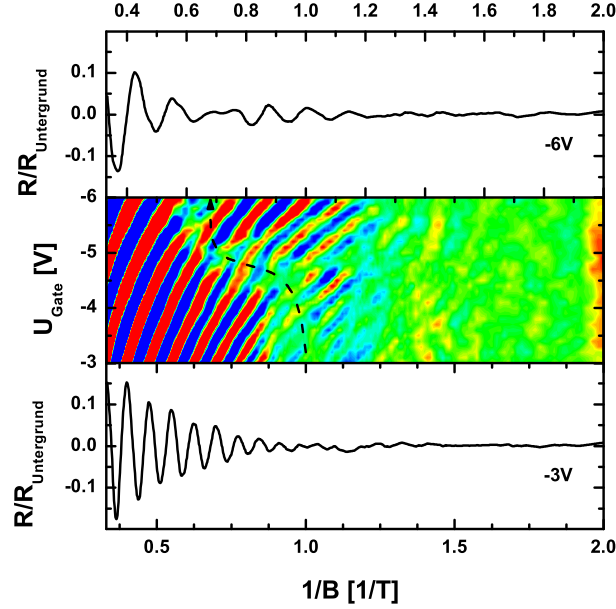


Abbildung 10.8: Falschfarbendarstellung des Widerstandes R_{xx} des 400 nm Drahtes der Probe 4072-8 für $U_{Gate} = -3$ V bis -6 V als Funktion in $1/B$. Zusätzlich eingezeichnet sind die zu den Eckwerten der Gatespannung gehörigen Meßkurven.

Für $U_{Gate} < -3$ V findet jedoch, wie Abb. 10.8 zeigt, eine größere Knotenverschiebung zu höheren B -Werten statt. Eine genaue Analyse der Oszillationen ergab, daß auch hier immer noch zweidimensionales Verhalten vorliegt und somit ein Beitrag des Einschlußpotentials zur Verschiebung ausgeschlossen werden kann. Abb. 10.9 enthält den Landauplot für vier unterschiedliche Gatespannungen. Eingezeichnet sind neben den aus der Messung bestimmten Oszillationsminima die aus der Simulation erhaltenen Füllfaktoren. Die Knotenposition ist jeweils durch einen Pfeil gekennzeichnet. Die Füllfaktoren und die Werte der Kopplungskonstante wurden mit dem in Kapitel 9 beschriebenen Verfahren berechnet. Abb. 10.9 rechtfertigt die Beschreibung des 400 nm Drahtes durch ein zweidimensionales System. Nur in dem in Abb. 10.9(a) durch eine Ellipse gekennzeichneten Bereich treten sichtbare Abweichungen auf. Sie deuten, in Analogie zu Abb. 9.19(a) und 10.4(b) auf ein kastenförmiges Potential hin. Der Knoten befindet sich jedoch auch in diesem Fall noch bei ausreichend hohem B , so daß die oben genannte Methode zur Bestimmung von α_R angewendet werden konnte.

Abb. 10.10 zeigt die so erhaltenen Werte für n_{2D} und α_R in Abhängigkeit der Gatespannung. Von -3 V bis -4.5 V ändern sich n_{2D} und α_R nahezu linear. Das ist der Bereich in dem die Knotenposition fast konstant ist. Die gegenläufigen Tendenzen der Knotenverschiebung heben sich gegenseitig auf. Diese Möglichkeit wurde im Rahmen

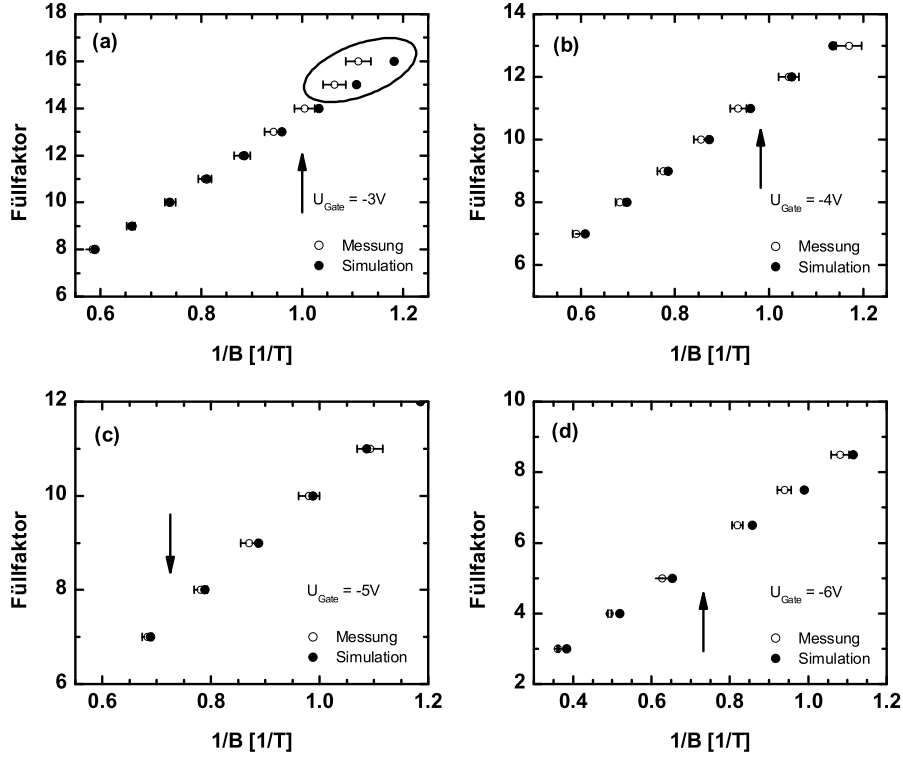


Abbildung 10.9: Vergleich von Simulation und Messung: Landauplot für den 400 nm Draht der Probe 4072-8. (a) $U_{Gate} = -3V$, (b) $U_{Gate} = -4V$, (c) $U_{Gate} = -5V$, (d) $U_{Gate} = -6V$. Der Pfeil kennzeichnet jeweils die Knotenposition.

der Simulation schon in Kapitel 3.3 diskutiert. Von $-4.5V$ bis $-5.5V$ dagegen nimmt α_R stärker zu als n_{2D} abnimmt. Folglich wandert der Knoten zu höheren Feldstärken. Unterhalb von $-5.5V$ kehrt sich die Situation um. α_R stagniert während n_{2D} stark abnimmt. Deshalb ändert der Knoten dort seine Lage kaum noch. Ein Vergleich des Wertes für α_R bei $U_{Gate} = 0$ aus Tabelle 10.1 mit den hier bestimmten Werten macht deutlich, daß sich α_R insgesamt mehr als verdoppelt.

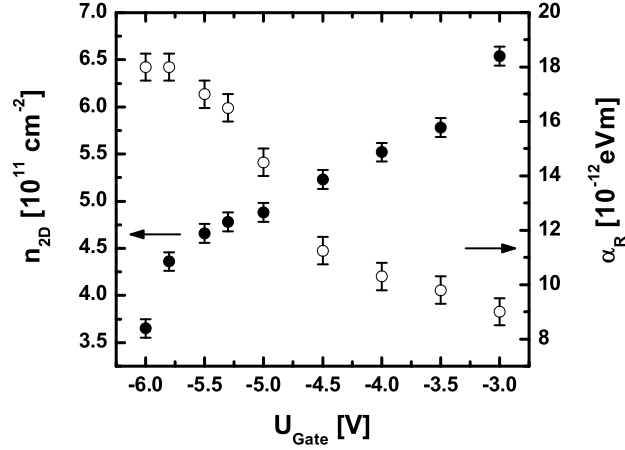


Abbildung 10.10: Elektronenkonzentration n_{2D} und Kopplungskonstante α_R des 400 nm Drahtes der Probe 4072-8 in Abhängigkeit der Gate-Spannung. n_{2D} wurde direkt aus der Messung, α_R mit Hilfe der Simulation bestimmt.

11 Zusammenfassung

Die in diesem Teil der Arbeit besprochenen Proben zeigen abhängig von der Art der Herstellung unterschiedliches Verhalten bezüglich Spinaufspaltung und elektrischem Transport. Die Ergebnisse lassen sich folgendermaßen zusammenfassen:

1. Naßchemisch geätzte Drähte mit schwalbenschwanzförmigem Drahtquerschnitt ohne Gate.
 - Die effektive Drahtbreite ist durch Unterätzungen deutlich kleiner als die nominelle Drahtbreite.
 - Drähte mit einer (nominellen) Breite kleiner als ca. 700 nm zeigen ein-dimensionalen elektrischen Transport ohne nennenswerte diffusive Randstreuung.
 - Sie können durch ein harmonisches Potential beschrieben werden.
 - Der Wert der Kopplungskonstante ändert sich nicht mit abnehmender Drahtbreite. Dadurch befindet sich das System für Drähte schmäler als ca. 600 nm im Bereich *schwacher* Kopplung.
 - Simulation und Experiment stimmen gut miteinander überein.
2. Naßchemisch geätzte Drähte mit trapezförmigem Drahtquerschnitt und Gate.
 - Der Unterschied zwischen effektiver und nomineller Drahtbreite ist klein.

- Drähte mit einer (nominellen) Breite von ca. 400 nm zeigen eindimensionalen elektrischen Transport mit ausgeprägter diffusive Randstreuung.
 - Auch sie können weitestgehend durch ein harmonisches Potential beschrieben werden. Bei positiven Gatespannungen gibt es jedoch Hinweise auf ein Kastenpotential.
 - Der Wert der Kopplungskonstante nimmt mit abnehmender Drahtbreite zu. Dadurch befindet sich das System im Bereich *starker* Kopplung.
 - Mit Hilfe von Gates kann die Elektronenkonzentration in weiten Bereichen gesteuert werden *ohne* dabei gleichzeitig den Wert der Kopplungskonstante zu ändern.
 - Simulation und Experiment stimmen gut miteinander überein.
3. Trockenchemisch geätzte Drähte mit rechteckförmigem Drahtquerschnitt und Gate.
- Der Unterschied zwischen effektiver und nomineller Drahtbreite ist klein.
 - Nur der schmalste Draht mit einer Breite von ca. 400 nm zeigt eindimensionalen elektrischen Transport.
 - Alle Drahtstrukturen weisen eine ausgeprägte diffusive Randstreuung auf.
 - Der 400 nm Draht kann durch ein harmonisches Potential beschrieben werden. Es gibt jedoch schwache Hinweise auf ein Kastenpotential.
 - Der Wert der Kopplungskonstante nimmt mit abnehmender Drahtbreite zu.
 - Mit Hilfe von Gates kann der Wert der Kopplungskonstante gesteuert und dadurch nahezu verdoppelt werden. Dabei nimmt jedoch gleichzeitig die Elektronenkonzentration ab.
 - Simulation und Experiment stimmen gut miteinander überein.

Die Aussagen über eindimensionalen Transport beziehen sich dabei nur auf den Magnetfeldstärkebereich in dem SdH-Oszillationen beobachtet werden konnten. Durch die z.T. starke Randstreuung und die Widerstandsfluktuationen bei kleinen Feldstärken werden Effekte des eindimensionalen Transports überdeckt.

Die hier verwendete Methode zur Bestimmung der Kopplungskonstante α_R ist nicht für alle Drahtstrukturen anwendbar. Weil sie auf der Auswertung von Knotenpositionen im SdH-Oszillationsmuster basiert, ist sie unbrauchbar, wenn

- keine Knoten existieren. Genau das ist der Fall für schmale Drähte ($\lesssim 400$ nm) im Bereich schwacher Kopplung (Proben 4256-2D4 und 4255-1C3).
- die Knotenposition nicht ausreichend genau definiert ist (600 nm Draht der Probe 4072-8 für $U_{Gate} < -2.5$ V).

In beiden Fällen müßte eine andere Messmethode, verbunden mit einem anderen Probedesign, verwendet werde.

Aufgrund der guten Übereinstimmung von Simulation und Experiment konnten Werte für die effektive Drahtbreite und die Kopplungskonstante mit Hilfe der Simulation bestimmt werden.

Teil VI

Zusammenfassung und Ausblick

Zusammenfassung

In der vorliegenden Arbeit wurde die Rashba-Spinaufspaltung in niedrigdimensionalen InGaAs/InP Strukturen untersucht. Dabei standen quasi-eindimensionale Systeme (Quantendrähte) im Vordergrund.

Neben einer Optimierung hinsichtlich der Ladungsträgerbeweglichkeit der mittels metallorganischer Gasphasenepitaxie hergestellten Halbleiterschichten wurde ein naß-chemischer Ätzprozess zur Herstellung hochqualitativer Quantendrähte mit minimalen Drahtbreiten von ca. 150 nm entwickelt. Damit wurde eine gezielte Untersuchung der Rashba-Spinaufspaltung im quasi-eindimensionalen Transportregime möglich.

Die aus Magnetotransportmessungen gewonnenen Werte der die Stärke der Wechselwirkung bestimmenden Rashba-Kopplungskonstante α_R zeigen zwei Tendenzen auf. Zum einen findet im Vergleich zu zweidimensionalen Strukturen ($\alpha_R \approx 7 \times 10^{-12}$ eVm) eine Erhöhung der Kopplungskonstante um bis zu einem Faktor zwei mit sinkender Drahtbreite statt. Diese Eigenschaft konnte sowohl für trockenchemisch als auch für naßchemisch geätzte Drähte mit der kristallografischen Orientierung $[0\bar{1}1]$ (trapezförmiger Drahtquerschnitt) beobachtet werden. Zum anderen scheint eine solche Erhöhung in hohem Maße von der Präparation der Strukturen abzuhängen, denn die Messungen an naßchemisch geätzten Drähten in $[0\bar{1}\bar{1}]$ -Richtung (schwalbenschwanzförmiger Drahtquerschnitt) ergaben keine Hinweise auf eine signifikante Änderung von α_R . Dieses Verhalten konnte im Rahmen der in der vorliegenden Arbeit durchgeführten Simulationen und Messungen nicht vollständig erklärt werden. Sehr wahrscheinlich ist jedoch, daß es aufgrund der unterschiedlichen Oberflächenbeschaffenheit der Drahtflanken nach dem Präparationsprozess zur Ausbildung von Raumladungszonen kommt, die den Leitungsbandverlauf maßgeblich beeinflussen. Die dadurch hervorgerufenen Bandverbiegungen könnten somit die Ursache für die nur teilweise beobachtete Zunahme der Kopplungskonstante sein.

Obwohl die durchgeführten Simulationen von Quantendrähten eine Antwort auf die Frage nach den Gründen für die erwähnte Zunahme der Kopplungskonstante schuldig geblieben sind, so haben sie doch zu einem tieferen Verständnis der Vorgänge in eindimensionalen Systemen mit Rashba-Spinaufspaltung beigetragen. Die richtige Vorhersage über das Auftreten der für die Spin-Bahn-Wechselwirkung typischen Einschnürungen (Knoten) in den Shubnikov-de Haas-Oszillationen kann als wichtiger Erfolg der Simulation gewertet werden. Mit sinkender Drahtbreite kommt es zu einer Abnahme der Anzahl der Knoten und für sehr schmale Drähte sogar zu einem völligen Verschwinden der Einschnürungen. Da sich die Bestimmung von α_R auf die Beobachtung solcher Knoten stützt, ist unterhalb einer bestimmten Drahtbreite prinzipiell *keine* Bestimmung der Kopplungskonstante aus Shubnikov-de Haas-Oszillationen mehr möglich. Demnach erfordert eine Untersuchung des Rashba-Effekts in Drähten geringer Breite den Einsatz anderer Experimente als den der üblichen

Magnetotransportmessungen. In dem hier verwendeten Materialsystem InGaAs/InP liegt die Grenze der Drahtbreite diesbezüglich bei ca. 300 nm. Dort wo im Experiment Knoten beobachtet wurden, konnte α_R mit Hilfe der Simulation ermittelt werden.

Ausblick

Aus den Ergebnissen dieser Arbeit lassen sich einige Schlußfolgerungen für zukünftige Untersuchungen, die zu einem tieferen Verständnis der grundlegenden physikalischen Eigenschaften eindimensionaler Systeme mit Rashba-Spinaufspaltung führen, ziehen.

Als ein wesentliches Problem der Magnetotransportmessungen an Einzeldrähten stellten sich die Widerstandsfluktuationen bei kleinen Magnetfeldstärken heraus. Sie maskierten dort die in ihrer Amplitude recht kleinen Shubnikov-de Haas-Oszillationen und verhinderten so eine Beobachtung von Knoten im Oszillationsmuster. Zur Überwindung dieses Problem sollten Messungen an einer Vielzahl identischer, paralleler Drähte vorgenommen werden. Aufgrund der großen Anzahl der Drähte werden nur Fluktuationen, nicht aber die Shubnikov-de Haas-Oszillationen herausgemittelt. Letztere könnten im Kleinfeldbereich ($B \lesssim 0.5$ T) wertvolle Informationen über die Form des lateralen Einschlußpotentials der Quantendrähte liefern. Die Beobachtung eines weiteren, von der Simulation dort vorausgesagten Knotens würde einen besseren Vergleich zwischen Simulation und Experiment bzw. eine genauere Bestimmung der Kopplungskonstante α_R ermöglichen.

Die Ursache der oben erwähnten Zunahme der Kopplungskonstante mit sinkender Drahtbreite könnte durch die Präparation weiterer Drähte trapezförmigen Querschnitts mit anderen Gategeometrien herausgefunden werden. Zusätzlich zu den bereits verwendeten geteilten Gateelektroden (Split-Gates) wäre unter Umständen mit Hilfe einer weiteren, die Drahtoberseite abdeckenden, Gateelektrode (Top-Gate) die getrennte Steuerung von Ladungsträgerkonzentration und Kopplungskonstante erreichbar. Es besteht begründete Hoffnung, daß mit Experimenten dieser Art eine Klärung des oben genannten Sachverhalts möglich ist.

Die von Zülicke et al. [5, 74] vorgeschlagenen Tunnelexperimente an gekoppelten, parallelen Einzeldrähten eröffnen gegebenenfalls die Möglichkeit erstmalig die Energiedispersion in Quantendrähten mit Rashba-Spinaufspaltung direkt zu messen. Die damit einhergehende, in [74] diskutierte, Spinpolarisation beim elektrischen Transport macht diese Strukturen für zukünftige Untersuchungen besonders interessant. Die Präparation dieser über Tunnelbarrieren gekoppelten Drähte stellt allerdings eine große technologische Herausforderung dar und erfordert viel Erfahrung und Geduld bei der experimentellen Realisierung.

Literatur

- [1] G. Dresselhaus, Phys. Rev. **100**, 580 (1955).
- [2] E. I. Rashba, Fiz. Tver. Tela. **2**, 1224 (1960).
- [3] S. Datta and B. Das, Appl. Phys. Lett. **56**, 665 (1990).
- [4] E. A. de Andrada e Silva and G. C. L. Rocca, Phys. Rev. B **59**, R15583 (1999).
- [5] U. Zülicke and M. Governale, Phys. Rev. B **65**, 205304 (2002).
- [6] Y. A. Bychkov and E. I. Rashba, Pis'ma Zh. Eksp. Teor. Fiz. **39**, 66 (1984).
- [7] Y. A. Bychkov and E. I. Rashba, J. Phys. C **17**, 6039 (1984).
- [8] P. Pfeffer and W. Zawadzki, Phys. Rev. B **52**, R14332 (1995).
- [9] G. Engels, J. Lange, T. Schäpers, and H. Lüth, Phys. Rev. B **55**, R1958 (1997).
- [10] J. Luo, H. Munekata, F. F. Fang, and P. J. Stiles, Phys. Rev. B **41**, 7685 (1990).
- [11] B. Das, S. Datta, and R. Reifengerger, Phys. Rev. B **41**, 8278 (1990).
- [12] J. Nitta, T. Akazaki, and H. Takayanagi, Phys. Rev. Lett **78**, 1335 (1997).
- [13] T. Schäpers et al., J. Appl. Phys. **83**, 4324 (1998).
- [14] A. V. Moroz and C. H. W. Barnes, Phys. Rev. B **60**, 14272 (1999).
- [15] M. Governale and U. Zülicke, Phys. Rev. B **66**, 073311 (2002).
- [16] M. Governale, F. Taddei, and R. Fazio, Cond.-Mat. , 0211211v1 (2002).
- [17] E. A. de Andrada e Silva and G. C. L. Rocca, Phys. Rev. B **67**, 165318 (2003).
- [18] H. Lüth, *Surfaces and Interfaces of Solid Materials*, Springer-Verlag Berlin, 3rd edition, 1998.
- [19] H. Ibach and H. Lüth, *Festkörperphysik*, Springer-Verlag Berlin, 6th edition, 2002.
- [20] M. J. Kelly, *Low-Dimensional Semiconductors*, Oxford University Press Inc., 1st edition, 1995.
- [21] A. Leuther, *Lateraler und vertikaler elektrischer Transport in Halbleiterheterostruktur-Bauelementen mit 2D-Elektronengasen*, Dissertation, RWTH Aachen, 1996.
- [22] C. W. J. Beenakker and H. van Houten, Quantum transport in semiconductor nanostructures, in *Solid-State Physics*, edited by H. Ehrenreich and D. Turnbull, Academic Press, Boston, 1991.

- [23] S. Datta, *Electronic Transport in Mesoscopic Systems*, Cambridge University Press, 1st edition, 1997.
- [24] A. Schwarz, *Wachstum und Charakterisierung von Halbleiternanostrukturen auf vorstrukturiertem Substrat*, Dissertation, RWTH Aachen, 2001.
- [25] T. Bronger, *Morphologische und optische Studien an V-Graben Quantendrähten: Einfluß der Quantentopfenergie auf die Quantenzustände im Draht*, Diplomarbeit, RWTH Aachen, 2001.
- [26] L. D. Landau and E. M. Lifshitz, *Quantum Mechanics*, Pergamon Press Oxford, 1991.
- [27] L. Smrcka, H. Havlova, and A. Ishara, J. Phys. C **19**, L457 (1986).
- [28] S. B. Kaplan and A. C. Warren, Phys. Rev. B **34**, 1346 (1986).
- [29] K.-F. Berggren, G. Roos, and H. van Houten, Phys. Rev. B **37**, 10118 (1988).
- [30] F. Schwabl, *Quantum Mechanics*, Springer, 3rd edition, 2002.
- [31] U. Rössler, Solid State Com. **49**, 943 (1984).
- [32] G. Malcher, F. Lommer, , and U. Rössler, Superlat. Microstruc. **2**, 267 (1986).
- [33] G. Lommer, F. Malcher, and U. Rössler, Phys. Rev. Lett. **60**, 728 (1988).
- [34] P. Pfeffer and W. Zawadzki, Phys. Rev. B **41**, 1561 (1990).
- [35] P. Pfeffer, Phys. Rev. B **55**, R7359 (1997).
- [36] B. Jusserand, Phys. Rev. B **51**, 4707 (1995).
- [37] L. I. Schiff, *Quantum Mechanics*, McGraw-Hill New York, 1968.
- [38] F. T. Vas'ko, JETP Lett. **30**, 541 (1979).
- [39] G. Engels, *Untersuchungen zur Spinaufspaltung zweidimensionaler Elektronengase in InGaAs/InP Heterostrukturen*, Dissertation, RWTH Aachen, 1996.
- [40] D. G. Seiler, High fields in semiconductor physics II, in *Solid-State Science*, edited by G. Landwehr, volume 87, Springer, 1990.
- [41] B. Kowalski et al., Phys. Rev. B **49**, 14786 (1994).
- [42] P. Omling et al., Solid-State Electr. **37**, 669 (1994).
- [43] M. Dobers et al., Phys. Rev. B **40**, 8075 (1989).
- [44] D. L. Vehse, S. G. Hummel, H. M. Cox, F. DeRosa, and S. J. Allen Jr., Phys. Rev. B **33**, 5862 (1986).

- [45] T. Schäpers, Private Mitteilung.
- [46] S. E. Laux, D. J. Frank, and F. Stern, *Surf. Sci.* **196**, 101 (1988).
- [47] A. Kumar, S. E. Laux, and F. Stern, *Appl. Phys. Lett.* **54**, 1270 (1989).
- [48] J. H. Davies and J. A. Nixon, *Phys. Rev. B* **39**, 3423 (1989).
- [49] B. L. Al'tshuler, *Pis'ma Zh. Eksp. Teo. Fiz.* **41**, 530 (1985).
- [50] P. A. Lee and A. D. Stone, *Phys. Rev. Lett.* **55**, 1622 (1985).
- [51] P. A. Lee, A. D. Stone, and H. Fukuyama, *Phys. Rev. B* **35**, 1039 (1987).
- [52] A. D. Stone, *Phys. Rev. Lett.* **54**, 2692 (1985).
- [53] S. B. Kaplan and A. Hartstein, *Phys. Rev. Lett.* **56**, 2403 (1986).
- [54] B. Das et al., *Phys. Rev. B* **39**, 1411 (1989).
- [55] T. Fließbach, *Quantenmechanik*, Spektrum Akademischer Verlag, 2nd edition, 1995.
- [56] G. Stringfellow, *Organometallic Vapor-Phase Epitaxy*, Academic Press Inc., 1989.
- [57] M. Hollfelder, *Wachstum von InP-basierenden Heterostrukturen mit N₂ als Trägergas in der LP-MOVPE*, Dissertation, RWTH Aachen, 1996.
- [58] M. Hollfelder, *Verwendbarkeit von N₂ als Trägergas bei der Niederdruckgasphasenepitaxie von GaAs und Al_xGa_{1-x}As*, Diplomarbeit, RWTH Aachen, 1993.
- [59] H. Hardtdegen et al., *J. Crystal Growth* **116**, 521 (1992).
- [60] H. Hardtdegen et al., *J. Appl. Phys.* **73**, 4489 (1993).
- [61] A. Piotrowska, A. Guivarch, and G. Pelous, *Sol. Stat. El.* **26**, 179 (1982).
- [62] G. Franz, *Oberflächentechnologie mit Niederdruckplasmen*, Springer-Verlag, 2nd edition, 1994.
- [63] T. J. Thornton, M. L. Roukes, A. Scherer, and B. P. V. de Gaag, *Phys. Rev. Lett.* **63**, 2128 (1989).
- [64] E. Ditlefsen and J. Lothe, *Phil. Mag.* **14**, 759 (1966).
- [65] A. B. Pippard, *Magnetoresistance in Metals.*, Cambridge University Press, Cambridge, 1989.
- [66] H. Löwe, P. Keppel, and D. Zach, *Halbleiterätzverfahren*, Akademie-Verlag Berlin, 1990.
- [67] S. B. Phatak and G. Kelner, *J. Electrochem. Soc.* **126**, 287 (1979).

-
- [68] S. Adachi, Y. Noguchi, and H. Kawaguchi, *J. Electrochem. Soc.* **129**, 1053 (1982).
 - [69] A. Stano, *J. Electrochem. Soc.* **134**, 448 (1987).
 - [70] F. Fiedler, A. Schlachetzki, and G. Klein, *J. Mater. Sci.* **17**, 2911 (1982).
 - [71] P. Kordos, M. Marso, R. Meyer, and H. Lüth, *J. Appl. Phys.* **72** (1992).
 - [72] N. Newman, W. E. Spicer, T. Kendelewicz, and I. Lindau, *J. Vac. Sci. Technol. B* **4**, 931 (1986).
 - [73] F. Müller, Dissertation, RWTH Aachen, 1992.
 - [74] M. Governale, D. Boese, U. Zülicke, and C. Schroll, *Phys. Rev. B* **65**, 140403 (2002).

Danksagungen

Mein besonderer Dank gilt:

Prof. Dr. H. Lüth für die Vergabe des Dissertationsthemas und für die Möglichkeit, diese Arbeit am Institut für Schichten und Grenzflächen des Forschungszentrums Jülich durchzuführen.

Priv. Doz. Dr. Th. Schäpers für die Übernahme des Korreferats und die ausgezeichnete Betreuung.

Dr. H. Hardtdegen für ihre ständige Unterstützung bei der Lösung von Problemen beim Halbleiterwachstum in der MOVPE.

Dr. P. Vagner, Dr. I. Batov, Dr. V. Guzenko und Dipl.-Phys. N. Thilloßen für die überaus freundschaftliche Zusammenarbeit und interessanten Diskussionen rund um und abseits der Physik.

Dipl.-Phys. O. Zimmermann, Dr. N. Kaluza, Dipl.-Ing. M. Mikulics und Dipl.-Ing. R. Steins für viel Spaß nebenher und zahlreiche angeregte Diskussionen.

Dr. M. Mosko für die intensiven Diskussionen über die Theorie des eindimensionalen elektrischen Transports.

H. Kertz für die besondere Unterstützung im Magnetlabor und den damit verbundenen Spaß bei der Arbeit.

Dipl.-Ing. H.P. Bochem für das Anfertigen zahlloser REM-Bilder.

Dr. A. van der Hart für die Durchführung der Elektronenstrahlolithografie.

Dr. M. von der Ahe für die röntgendiffraktometrische Untersuchung zahlreicher Halbleiterschichten.

K. Wirtz für die technische Unterstützung im MOVPE-Labor.

Dem Reinraumteam ohne dessen unermüdlichen Arbeitseinsatz die Probenpräparation schlichtweg unmöglich gewesen wäre.

Allen nicht namentlich erwähnten Mitarbeitern des Instituts für Schichten und Grenzflächen, ohne deren Unterstützung die Durchführung dieser Arbeit nicht möglich gewesen wäre.

Ein besonders herzlicher Dank gebührt meiner Frau Dong-Thuc, die mit viel Geduld und Verständnis zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen hat.

LEBENS LAUF

Angaben zur Person

Name: Jens Knobbe
Titel: Diplom-Physiker
Geburtsdatum: 07. September 1972
Geburtsort: Siegen
Familienstand: verheiratet

Schul Ausbildung

08/79 – 07/83 Florenburg Grundschule Hilchenbach
08/83 – 06/92 Jung-Stilling-Gymnasium Hilchenbach

Studium

10/92 – 08/00 Universität Siegen
Studium in Physik, Diplom
09/00 – 11/00 Firma aicoss GmbH
Tätigkeit als Entwicklungsingenieur
12/00 – 02/04 Forschungszentrum Jülich GmbH
Doktorand am Institut für Schichten und Grenzflächen (ISG-1)

