

Berechnung und Bewertung der Gesamtleistungsfähigkeit von Eisenbahnnetzen

Von der Fakultät für Bauingenieurwesen
der Rheinisch-Westfälischen Technischen Hochschule Aachen
zur Erlangung des akademischen Grades
eines Doktors der Ingenieurwissenschaften
genehmigte Dissertation

vorgelegt von

Dipl.-Ing. Christian Meirich

Berichter: Univ.-Prof. Dr.-Ing. Nils Nießen
Univ.-Prof. Dr. rer. nat. Erika Ábrahám

Tag der mündlichen Prüfung: 29.06.2017

Diese Dissertation ist auf den Internetseiten der Hochschulbibliothek online verfügbar

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung.....	15
2	Problemstellung und Vorgehensweise zur Ermittlung einer Gesamtleistungsfähigkeit von Eisenbahnnetzen	17
3	Stand der Wissenschaft zur Berechnung der Leistungsfähigkeit von Eisenbahnnetzen.....	19
3.1	Strecken und Knoten in Eisenbahnnetzen	19
3.2	Mindestzugfolgezeiten	21
3.3	Bediensystem und Level of Service	24
3.4	Kapazität von Verkehrssystemen.....	28
3.5	Verfahren zur Kapazitätsermittlung.....	30
3.6	Analytische Ermittlung der Streckenleistungsfähigkeit	35
3.6.1	Ermittlung der planmäßigen Streckenleistungsfähigkeit.....	35
3.6.2	Ermittlung der außerplanmäßigen Streckenleistungsfähigkeit.....	38
3.7	Ermittlung der benötigten Gleisanzahl und Wartezeit in Gleisgruppen.....	41
3.8	Analytische Ermittlung der Leistungsfähigkeit von Fahrstraßenknoten.....	45
3.9	Laufwegsuche	48
3.9.1	Laufwegsuche in Eisenbahnnetzen	49
3.9.2	Der Dijkstra-Algorithmus.....	51
3.9.3	Der A*-Algorithmus.....	53
3.9.4	Der Bellmann-Ford-Algorithmus	54
3.9.5	Der Floyd-Warshall-Algorithmus.....	55
3.10	Zusammenfassung Stand der Wissenschaft.....	57
4	Aufbau des Grundmodells	62
4.1	Strukturierter Ablauf der Berechnung.....	62
4.2	Ausgangslage.....	63
4.2.1	Referenzbetriebsprogramm	63
4.2.2	Detaillierungsgrad des Eisenbahnnetzes	65
4.3	Laufwegsuche und wirtschaftliche Alternativen.....	68
4.4	Kapazitätsberechnung	72
4.4.1	Ermittlung der Leistungsfähigkeiten von Gleisgruppen	74
4.4.2	Ermittlung der außerplanmäßigen Leistungsfähigkeit von Fahrstraßenknoten	75
4.4.3	Mögliche Verfahren zur Bestimmung der Wartezeiten	78

4.4.4	Lineare und spezifizierte Hochrechnung der Zugfahrten zur Bestimmung der Leistungsfähigkeit	78
4.5	Optimierung von Zugfahrten in Eisenbahnnetzen	80
4.6	Änderung des Mischungsverhältnisses.....	89
4.6.1	Interpolation der Kapazitäten anhand des Mischungsverhältnisses ..	89
4.6.2	Iteration der Kapazitäten anhand des Mischungsverhältnisses.....	96
4.7	Allgemeines Vorgehen.....	98
5	Anwendungsgebiete	103
5.1	Bewertung einer vorhandenen Infrastruktur	103
5.2	Erstellung und Verbesserungen von Betriebskonzepten.....	104
5.3	Engpassanalyse, -vermeidung und -auflösung	105
5.4	Bewertung von Ausbau-, Umbau- und Rückbaumaßnahmen	107
5.5	Baumaßnahmen und Umleitungsverkehre.....	108
5.6	Trassenvermarktung.....	109
6	Auswertung Beispielrechnung.....	111
6.1	Auswahl eines geeigneten Teilnetzes und benötigte Eingangsparameter	111
6.2	Berechnung der Kapazität und Mindestzugfolgezeiten	116
6.3	Aufstellen der Zielfunktion.....	119
6.4	Kapazitätsgrenzen, Ergebnisse nach Optimierung und Iteration.....	124
6.5	Großes Beispielnetz	134
6.5.1	Eingangsgrößen zur Berechnung der Leistungsfähigkeiten im großen Beispielnetz.....	137
6.5.2	Laufwege und Zielfunktion im großen Beispielnetz	142
6.5.3	Kapazitätsermittlung und Ergebnisse im großen Beispielnetz.....	144
7	Abbruchkriterien, Konvergenz und Laufzeit des Verfahrens.....	151
8	Ergebnisdarstellung	157
9	Zusammenfassung	158
10	Literaturverzeichnis.....	160
11	Variablenverzeichnis.....	166
Anhang	169

Abbildungsverzeichnis

Abbildung 1: Fahrstraßenknoten und Gleisgruppe.....	19
Abbildung 2: Abgrenzung makroskopische und mikroskopische Infrastrukturmodellierung	21
Abbildung 3: Zeit-Weg-Diagramm mit Elementen der Sperrzeit für einen Blockabschnitt	22
Abbildung 4: Mindestzugfolgezeit	23
Abbildung 5: Zusammenhang zwischen Auslastung und Qualität	26
Abbildung 6: Interpretation der Qualitätsmaßstäbe nach [10].....	27
Abbildung 7: Einflussfaktoren auf die Kapazität im Eisenbahnwesen.....	28
Abbildung 8: Vereinfachtes Ablaufdiagramm	62
Abbildung 9: Beispielhafte Modellierung von Zugfahrten im Knoten i.....	86
Abbildung 10: Übersicht der Modellierung und zusätzliche Bedingungen	87
Abbildung 11: Beispielhafte Darstellung der Leistungsfähigkeit in Abhängigkeit des Mischungsverhältnisses	90
Abbildung 12: Anpassung der Obergrenzen für beliebige Mischungsverhältnisse	92
Abbildung 13: Darstellung der prozentualen Abweichungen	93
Abbildung 14: Ablaufdiagramm der Optimierung bei einer linearen Hochrechnung der Leistungsfähigkeiten	101
Abbildung 15: Vereinfachtes Teilnetz (7 Knoten)	111
Abbildung 16: Darstellung Teilnetz inkl. Abgrenzung der Fahrstraßenknoten	112
Abbildung 17: Quellen Q und Senken S des Güterverkehrs im Beispielnetz.....	115
Abbildung 18: Routing der Güterzüge nach der Optimierung	134
Abbildung 19: Darstellung großes Beispielnetz (51 Knoten)	135
Abbildung 20: Lokalen Minima der Leistungsfähigkeiten im Vergleich Personenfernverkehr zu Güterverkehr über alle Streckenkategorien .	153
Abbildung 21: Lokalen Minima der Leistungsfähigkeiten im Vergleich Personenfernverkehr zu Güterverkehr über alle Mischverkehrsstrecken.....	153
Abbildung 22: Lokale Minima in Abhängigkeit des Personenfernen- und Personen-nahverkehrsanteils	154
Abbildung 23: Lokalen Minima der Leistungsfähigkeiten im Vergleich der einzelnen Verkehrsträger	170
Abbildung 24: Lokale Minima in Abhängigkeit des Personenfern- und Personen-nahverkehrsanteil für die jeweiligen Qualitätsstufen.....	171

Tabellenverzeichnis

Tabelle 1:	Verteilungsprozesse (vgl. [43])	25
Tabelle 2:	Näherungswerte für Einbruchverspätungen nach [10].....	40
Tabelle 3:	zulässige Wartewahrscheinlichkeit in Gleisgruppen [10]	44
Tabelle 4:	Vorhandene Verfahren zur Berechnung der Leistungsfähigkeit.....	57
Tabelle 5:	Modellzuggruppen und Standardränge (vgl. [69]).....	64
Tabelle 6:	Vorhandene Verfahren zur Leistungsfähigkeitsberechnung	73
Tabelle 7:	Angewendete Verfahren zur Berechnung der Leistungsfähigkeit	78
Tabelle 8:	Kombinationsmöglichkeiten Strecke bzw. Fahrstraßenknoten (eine einmündende Strecke)	94
Tabelle 9:	Kombinationsmöglichkeiten Fahrstraßenknoten (zwei einmündende Strecken)	95
Tabelle 10:	Verknüpfungsmatrix der Fahrstraßenknoten	113
Tabelle 11:	Laufwege der Relationen und Anzahl der Zugfahrten in der Ausgangslage	114
Tabelle 12:	Laufwege der Relationen für den Güterverkehr nach der Routen-suche	115
Tabelle 13:	Mindestzugfolgezeiten für Strecken in Minuten	116
Tabelle 14:	Mindestzugfolgezeiten für Fahrstraßenknoten in Minuten – Auszug...	117
Tabelle 15:	Mindestzugfolgezeiten des Fahrstraßenknotens in Minuten	117
Tabelle 16:	Sperr- und Haltezeiten der Gleisgruppe in Minuten.....	118
Tabelle 17:	Modellzuggruppen und maximale Geschwindigkeiten	118
Tabelle 18:	Obergrenzen der Kapazität für den ersten Optimierungsschritt.....	119
Tabelle 19:	Obergrenzen der Kapazität und Ergebnisse der Optimierung auf Strecken.....	124
Tabelle 20:	Obergrenzen der Kapazität und Ergebnisse der Optimierung in Gleis- gruppen.....	124
Tabelle 21:	Obergrenzen der Kapazität und Ergebnisse der Optimierung in Fahr- straßenknoten	125
Tabelle 22:	Anpassung des Reisezuganteils auf Strecken nach jedem Optimierungsschritt in %	127
Tabelle 23:	Obergrenzen der Kapazität und Ergebnisse der Optimierung für Strecken nach weiteren Iterationsschleifen	128
Tabelle 24:	Anpassung des Reisezuganteils in Gleisgruppen nach jedem Optimierungsschritt in %	129

Tabelle 25:	Obergrenzen der Kapazität und Ergebnisse der Optimierung für Gleisgruppen nach weiteren Iterationsschleifen	129
Tabelle 26:	Anpassung des Reisezuganteils in den Fahrstraßenknoten nach jedem Optimierungsschritt in %.....	130
Tabelle 27:	Obergrenzen der Kapazität und Ergebnisse der Optimierung in Fahrstraßenknoten nach weiteren Iterationsschleifen	130
Tabelle 28:	Anzahl Güterzugfahrten je Laufweg und Ergebnis der Zielfunktion – lineare Hochrechnung	131
Tabelle 29:	Obergrenzen der Kapazität und Ergebnisse der Optimierung für Strecken nach der spezifizierten Hochrechnung	132
Tabelle 30:	Obergrenzen der Kapazität und Ergebnisse der Optimierung für Gleisgruppen nach der spezifizierten Hochrechnung	132
Tabelle 31:	Obergrenzen der Kapazität und Ergebnisse der Optimierung in Fahrstraßenknoten nach der spezifizierten Hochrechnung.....	133
Tabelle 32:	Vergleich der linearen und spezifizierten Berechnungen anhand der Güterzugfahrten	133
Tabelle 33:	Einteilung der Knoten hinsichtlich ihrer Gleisanzahl n_{GG}	136
Tabelle 34:	Zuordnung der Streckengeschwindigkeiten.....	137
Tabelle 35:	Mindestzugfolgezeiten Strecke mit $v = 160$ km/h.....	138
Tabelle 36:	Sperr- und Haltezeiten für die Berechnung der Gleisgruppen	139
Tabelle 37:	Mindestzugfolgezeiten des kleinen Fahrstraßenknotens in Minuten...	139
Tabelle 38:	Mindestzugfolgezeiten des mittleren Fahrstraßenknotens in Minuten	140
Tabelle 39:	Mindestzugfolgezeiten des großen Fahrstraßenknotens in Minuten...	140
Tabelle 40:	Referenzbetriebsprogramm der Personennahverkehrszüge im großen Beispielnetz	141
Tabelle 41:	Referenzbetriebsprogramm für den Personenfern- und Güterverkehr im großen Beispielnetz.....	142
Tabelle 42:	Laufwege der Relationen für den Güterverkehr nach der Routensuche im großen Beispielnetz	143
Tabelle 43:	Restkapazitäten der Knoten des großen Beispielnetzes – lineare Berechnung – Ausgangslage	145
Tabelle 44:	Restkapazitäten der Strecken des großen Beispielnetzes – lineare Berechnung – Ausgangslage	146
Tabelle 45:	Restkapazitäten der Knoten des großen Beispielnetzes – spezifizierte Berechnung – Ausgangslage	147
Tabelle 46:	Restkapazitäten der Strecken des großen Beispielnetzes – spezifizierte Berechnung – Ausgangslage.....	148

Tabelle 47:	Ergebnisse des großen Beispielnetzes für die lineare und spezifizierte Hochrechnung	149
Tabelle 48:	Abbruchkriterium ε im großen Beispielnetz – lineare Hochrechnung ..	150
Tabelle 49:	Mindestzugfolgezeiten für das große Beispielnetz in Abhängigkeit der Geschwindigkeit.....	169
Tabelle 50:	Kapazitäten der Strecken im großen Beispiel – lineare Berechnung – 1. Schritt.....	182
Tabelle 51:	Kapazitäten der Knoten im großen Beispiel – lineare Berechnung – 1. Schritt.....	183
Tabelle 52:	Kapazitäten der Strecken im großen Beispiel – lineare Berechnung – 2. Schritt.....	184
Tabelle 53:	Kapazitäten der Knoten im großen Beispiel – lineare Berechnung – 2. Schritt.....	185
Tabelle 54:	Kapazitäten der Strecken im großen Beispiel – lineare Berechnung – 3. Schritt.....	186
Tabelle 55:	Kapazitäten der Knoten im großen Beispiel – lineare Berechnung – 3. Schritt.....	187
Tabelle 56:	Kapazitäten der Strecken im großen Beispiel – lineare Berechnung – 4. Schritt.....	188
Tabelle 57:	Kapazitäten der Knoten im großen Beispiel – lineare Berechnung – 4. Schritt.....	189
Tabelle 58:	Kapazitäten der Strecken im großen Beispiel – lineare Berechnung – 5. Schritt.....	190
Tabelle 59:	Kapazitäten der Knoten im großen Beispiel – lineare Berechnung – 5. Schritt.....	191
Tabelle 60:	Kapazitäten der Strecken im großen Beispiel – lineare Berechnung – 6. Schritt.....	192
Tabelle 61:	Kapazitäten der Knoten im großen Beispiel – lineare Berechnung – 6. Schritt.....	193
Tabelle 62:	Kapazitäten der Knoten im großen Beispiel – lineare Berechnung – 7. Schritt.....	194
Tabelle 63:	Kapazitäten der Knoten im großen Beispiel – lineare Berechnung – 7. Schritt.....	195
Tabelle 64:	Kapazitäten der Strecken im großen Beispiel – lineare Berechnung – 8. Schritt.....	196
Tabelle 65:	Kapazitäten der Knoten im großen Beispiel – lineare Berechnung – 8. Schritt.....	197

Tabelle 66:	Optimierungsergebnisse im großen Beispiel – lineare Berechnung – Schritt 1 – 3.....	198
Tabelle 67:	Optimierungsergebnisse im großen Beispiel – lineare Berechnung – Schritt 4 – 6.....	199
Tabelle 68:	Optimierungsergebnisse im großen Beispiel – lineare Berechnung – Schritt 7 – 8.....	200
Tabelle 69:	Referenzbetriebsprogramm der Personennahverkehrszüge im weiteren Beispiel.....	201
Tabelle 70:	Referenzbetriebsprogramm für den Personenfern- und Güterverkehr im weiteren Beispiel	202
Tabelle 71:	Restkapazitäten der Strecken im weiteren Beispiel – lineare Berechnung – Ausgangslage	203
Tabelle 72:	Restkapazitäten der Knoten im weiteren Beispiel – lineare Berechnung – Ausgangslage	204
Tabelle 73:	Kapazitäten der Strecken im weiteren Beispiel – lineare Berechnung – 1. Schritt.....	205
Tabelle 74:	Kapazitäten der Knoten im weiteren Beispiel – lineare Berechnung – 1. Schritt.....	206
Tabelle 75:	Kapazitäten der Strecken im weiteren Beispiel – lineare Berechnung – 2. Schritt.....	207
Tabelle 76:	Kapazitäten der Knoten im weitere Beispiel – lineare Berechnung – 2. Schritt.....	208
Tabelle 77:	Kapazitäten der Strecken im weiteren Beispiel – lineare Berechnung – 3. Schritt.....	209
Tabelle 78:	Kapazitäten der Knoten im weiteren Beispiel – lineare Berechnung – 3. Schritt.....	210
Tabelle 79:	Kapazitäten der Strecken im weiteren Beispiel – lineare Berechnung – 4. Schritt.....	211
Tabelle 80:	Kapazitäten der Knoten im weiteren Beispiel – lineare Berechnung – 4. Schritt.....	212
Tabelle 81:	Kapazitäten der Strecken im weiteren Beispiel – lineare Berechnung – 5. Schritt.....	213
Tabelle 82:	Kapazitäten der Knoten im weiteren Beispiel – lineare Berechnung – 5. Schritt.....	214
Tabelle 83:	Kapazitäten der Strecken im weiteren Beispiel – lineare Berechnung – 6. Schritt.....	215
Tabelle 84:	Kapazitäten der Knoten im weiteren Beispiel – lineare Berechnung – 6. Schritt.....	216

Tabelle 85:	Optimierungsergebnisse im weiteren Beispiel – lineare Hochrechnung – Schritt 1 – 3	217
Tabelle 86:	Optimierungsergebnisse im weiteren Beispiel – lineare Hochrechnung – Schritt 4 – 9	218
Tabelle 87:	Restkapazitäten der Strecken im weiteren Beispiel – spezifizierte Berechnung – Ausgangslage	219
Tabelle 88:	Restkapazitäten der Knoten im weiteren Beispiel – spezifizierte Berechnung – Ausgangslage	220
Tabelle 89:	Ergebnisse des weiteren Beispiels für die lineare und spezifizierte Hochrechnung.....	221
Tabelle 90:	Abbruchkriterium ε im weiteren Beispiel – lineare Hochrechnung.....	221

Berechnung und Bewertung der Gesamtleistungsfähigkeit von Eisenbahnnetzen

– Zusammenfassung –

Eine der Hauptaufgaben der Eisenbahnbetriebswissenschaft ist die Bemessung und Bewertung der Eisenbahninfrastruktur hinsichtlich ihrer Leistungsfähigkeit. Hierbei wird unter der Leistungsfähigkeit die mögliche Anzahl an Zugfahrten, die unter Einhaltung eines vorgegebenen Qualitätsniveaus auf den Schienenwegen innerhalb eines Untersuchungszeitraums durchgeführt werden können, verstanden.

Vor dem Hintergrund der prognostizierten Steigerung des Schienenverkehrs in Europa gewinnt neben der kapazitiven Bewertung der Infrastruktur die optimale Nutzung der vorhandenen Infrastruktur mehr und mehr an Bedeutung. Ein wesentlicher Aspekt ist hierbei insbesondere die Analyse von Restleistungsfähigkeiten der Strecken und Knoten, um zuverlässige Aussagen über die Realisierbarkeit von zusätzlichem Verkehrsaufkommen treffen zu können.

Im Bereich der mittel- und langfristigen Planung von Infrastruktur- und Fahrplankonzepten haben analytische bedientheoretische Methoden weitgehende Verbreitung bei der Ermittlung der Leistungsfähigkeit gefunden. Neben der Untersuchung konkreter Fahrplankonzepte sind diese Verfahren besonders geeignet, auch auf Basis noch unbekannter oder veränderbarer Fahrplanstrukturen Aussagen über die zu erwartende Leistungsfähigkeit zu treffen. Hierzu wird nach aktuellem Stand der Technik das Eisenbahnnetz in die Infrastrukturelemente Strecken, Gleisgruppen und Fahrstraßenknoten unterteilt, welche dann individuell in Hinblick auf ihre Kapazität untersucht werden. Es existiert aktuell jedoch keine allgemein anerkannte Methode zur Ermittlung der Gesamtleistungsfähigkeit von Eisenbahnnetzen. Dabei ist jedoch gerade die gesamthafte Aussage über das zu betrachtende Netz, und nicht die Einzelergebnisse für Strecken und Knoten, für die Infrastruktur- und Fahrplanung von besonderem Interesse.

Ziel dieser Arbeit ist die Entwicklung eines Verfahrens zur optimierten Nutzung der Fahrwegkapazität von Eisenbahnnetzen. Durch die globale Betrachtung der Fahrwegkapazität unter Berücksichtigung von Ausweich- und Umleitungsstrecken können Aus-, Um- und Rückbaumaßnahmen detailliert abgebildet und kapazitiv bewertet werden. Neben der Identifikation und Vermeidung von Engpässen in der Infrastrukturplanung kann die entwickelte Methodik auch zur Erstellung nachfrageorientierter Betriebskonzepte im Prozess der Fahrplanerstellung beitragen. Hierbei ist der Einsatz nicht auf die Neuerstellung kompletter Fahrpläne beschränkt, sondern erstreckt sich insbesondere auch auf die optimierte Zuweisung von Restkapazitäten bei unterjähriger Konstruktion von Trassen in einem bereits existierenden Fahrplankonzept.

Grundlage der Modellierung ist eine makroskopische Darstellung der Eisenbahninfrastruktur auf Basis der genannten Elemente der Strecken, der Gleisgruppen und der Fahrstraßenknoten. Die Kapazitätszuweisung für Zugtrassen erfolgt auf Basis eines zweistufigen Modells. Zunächst werden für jede Zugrelation alle marktgerechten bzw. wirtschaftlichen Laufwege in einem kürzesten Pfad-Problem ermittelt. Im zweiten Prozessschritt erfolgt die Zuweisung der Fahrwegkapazität an Zugfahrten mittels eines Mixed-Integer Programms. Ziel dieses Routing-Problems ist die Maximierung der Anzahl an durchführbaren Zugfahrten. Die Bestimmung der Leistungsfähigkeiten erfolgt mit einer zugtypenspezifischen Hochrechnung des vorhandenen Betriebsprogramms.

Für die Ermittlung der Leistungsfähigkeiten der einzelnen Netzkomponenten, welche als Nebenbedingung in das Routing-Problem eingehen, werden die anerkannten Verfahren für die individuelle Betrachtung der Infrastrukturkomponenten Strecke, Gleisgruppe und Fahrstraßenknoten verwendet. Aktuell basieren diese jedoch nicht auf einer vergleichbaren Modellierung. So werden bei der Dimensionierung von Knoten aktuell die planmäßigen Wartezeiten, welche bei der Fahrplanerstellung, durch Verschieben von Trassen aus ihrer Wunschlage zur Vermeidung von Konflikten entstehen, zugrunde gelegt. Demgegenüber basiert die Dimensionierung von Strecken auf der Analyse der außerplanmäßigen Wartezeiten, welche in der Betriebsabwicklung aufgrund von Störungen und Verspätungen im vorhandenen konfliktfreien Fahrplan entstehen. Um die Vergleichbarkeit der Berechnung der Kapazitäten für die unterschiedlichen Systemkomponenten zu gewährleisten, wird im Rahmen der vorliegenden Arbeit eine Methodik zur Vereinheitlichung der unterschiedlichen Vorgehensweisen entwickelt. Beispielsweise wird für Fahrstraßenknoten eine Modifikation der Strele-Formel mittels der zuerst von Adler vorgestellten Verkettungszahl etabliert, dass erstmalig eine konsistente Berechnung der Kapazitäten für Strecken und Knoten auf Basis derselben Datengrundlage durchgeführt werden kann.

Das vorgestellte Verfahren wurde anhand prototypischer Berechnungen eines realitätsnahen Teilnetzes von der Größe Nordrhein-Westfalens, welches 51 Gleisgruppen, 102 Fahrstraßenknoten und 150 Strecken aufweist, validiert. Für das betrachtete Netz konnten mithilfe der entwickelten Methodik bis zu 18% mehr Zugfahrten durchgeführt werden, sodass durch die optimierte Zuweisung der vorhandenen Restkapazität eine substantielle Verbesserung der Planung erzielen lässt.

Calculation and assessment of overall capacity in railway network

– Summary –

One of the main objectives of railway operation research is the assessment and evaluation of railway capacity. In this context, capacity denotes the possible number of train runs, which can be operated on the infrastructure compliant to a predefined level of service.

In view of the forecasted increase of rail traffic in Europe the optimal use of the existing infrastructure is becoming increasingly important. In this regard, the analysis of the residual capacity of railway stations and lines, respectively, is an essential prerequisite to assess the feasibility of additional traffic volume in the network.

In medium- and long-term planning of infrastructure and operations analytical queueing-based approaches have been widely used to determine the capacity. Besides being applicable to existing timetables these methods are particularly suited to cope with uncertain input, e.g. if only a rough operational concept, but no precise timetable exists. According to the state of the art in this sector, the railway network is generally decomposed into smaller infrastructure elements such as lines, set of tracks and route nodes. In terms of capacity, these elements are investigated individually, whereas interdependencies between different elements and the capacity of the entire network cannot be assessed, globally. However, it is precisely the overall capacity, and not the individual results for lines and nodes, which are of particular interest for infrastructure and timetable planning.

The goal of this thesis is to provide an approach enabling the optimal utilization of the available capacity in railway networks. By taking a network perspective on capacity including alternative train routings the developed method allows for a detailed description and capacity evaluation of infrastructure modifications. Apart from the identification and prevention of system bottlenecks in infrastructure planning it also provides valuable insights in timetable design facilitating a demand oriented design of operations. At this point, the approach is not limited to the construction of new timetables from scratch, but can also be used to optimally attribute residual capacities to additional train runs in existing timetables.

In the present work, the calculation and assessment of overall capacity in railway networks is performed using a macroscopic model based on railway lines, set of tracks and route nodes. The capacity allocation for train courses is based on a two-stage model. The first step consists of finding all economically feasible train paths for the demanded relations by solving a shortest-path problem. In the second process step, infrastructure capacity is assigned to individual trains using a mixed-integer programming approach. The objective of the routing problem is to maximize the number of feasible train runs

through the network. The capacity is determined based on a train specific extrapolation of the existing operating program on each infrastructure section.

To determine the individual capacities of lines, set of tracks and route nodes, which provide constraints to the routing MIP commonly used analytical procedures in railway capacity analysis are used. Currently, these procedures rely on differing modeling techniques and input data requirements. Capacity analysis of railway stations, for example, usually relies on so-called scheduled waiting times, which originate in timetabling when trains need to be shifted from their original timeslots due to conflicts with other train runs. The assessment of railway lines, by contrast, is performed based on knock-on delays, which arise in operations due to conflicts between trains arising from perturbations or initial delays in the planned timetable. In order to ensure the comparability of the calculation of the capacities for the different infrastructure elements, a methodology for the standardization of the different approaches is developed. For example, the applicability of the Strele-formula – which has previously been used to model railway lines – has been extended to route nodes by incorporating a parameter concatenating different train moves. For the first time, the calculation of capacity for railway lines and railway nodes can now be carried out based on the same database.

The presented approach has been validated based on prototypical calculations for a realistic subnetwork of the size of North Rhine-Westphalia. The network consists of 51 set of tracks, 102 route nodes and 150 railway lines. It has been shown that, by optimally assigning residual network capacity based on the developed method, the number of train runs on this network can be increased by up to 18%. The methodology hence provides a significant improvement in network and timetable planning.

1 Einleitung

In der Eisenbahnbetriebswissenschaft wird die Infrastruktur anhand der Auslastung in Form von vorhandenen zu möglichen Zugfahrten auf dieser bemessen und bewertet. Hierfür ist die Kenntnis über Kapazitäten bzw. Leistungsfähigkeiten, d. h. die maximal möglichen Zugfahrten auf der Infrastruktur erforderlich. Der Begriff Leistungsfähigkeit wird im weiteren Verlauf dieser Arbeit als Synonym für die Kapazität verwendet. Die Kapazitäten sind im Eisenbahnwesen über konstruktive, simulative oder analytische Methoden zu bestimmen.

In dieser vorliegenden Arbeit erfolgt die Ermittlung der Kapazitäten durch die Analytik. Mithilfe analytischer Methoden kann derzeit ausschließlich eine getrennte Kapazitätsermittlung für Eisenbahnstrecken und -knoten durchgeführt werden. Hierzu werden Grundlagen der Warteschlangentheorie verwendet. Die für die Ausweisung einer Netzkapazität erforderliche Verrechnung der Kapazitäten für Strecken und Knoten ist heutzutage auf Basis analytischer Berechnungsansätze nicht möglich. Hierfür sind die erforderlichen Methoden der Verrechnung der zugrundeliegenden unterschiedlichen Berechnungsansätze der Kapazität nicht wissenschaftlich erforscht. Das in dieser Arbeit vorgestellte Verfahren hat zum Ziel, die vorhandenen Kapazitäten von Strecken und Knoten in einem makroskopischen Modell zu verwenden und ein globales Kapazitätsmaximum des Eisenbahnnetzes in Form von möglichen durchführbaren Zugfahrten auf der untersuchten Infrastruktur zu ermitteln. Dieses Kapazitätsmaximum entspricht der Gesamtleistungsfähigkeit der entsprechenden Infrastruktur.

Vor dem Hintergrund der prognostizierten Steigerung des Schienenverkehrs in Europa, ist die Bestimmung der Anzahl der maximal möglichen Zugfahrten in einem Netzwerk von besonderer Bedeutung [6]. Bleibt das Eisenbahnnetz bei Steigerung des Schienenverkehrs unverändert, kommt es zukünftig vermehrt zu Engpässen. Daher wird es in den nächsten Jahren immer wichtiger, eine Verrechnung der Kapazitäten der einzelnen Teilstrecken des Eisenbahnnetzes zu einer Leistungsfähigkeit des gesamten Netzes anzustreben. Ebenfalls gewinnt die Berücksichtigung der Restleistungsfähigkeiten der jeweiligen Strecken und Knoten immer weiter an Bedeutung, um Aussagen über die Realisierbarkeit bei steigendem Verkehrsaufkommen treffen zu können. So können in der langfristigen, strategischen Netzplanung geeignete Möglichkeiten des Netzausbaus sowie der Netzinstandhaltung ermittelt und begründet werden.

Unter diesen Rahmenbedingungen soll eine Identifikation und Beseitigung von Engpässen im Eisenbahnnetz erfolgen. Die Identifizierung kann über die Bewertung der vorhandenen Infrastruktur anhand ihrer Auslastung erfolgen. Eine Engpassbeseitigung auf identifizierten überlasteten Schienenwegen ist durch eine Reduzierung der Zugfahrten möglich. Hierfür ist ein Umrouten von Zügen über alternative Laufwege auf Netzabschnitte mit geringeren Auslastungen, also mit genügend Restkapazitäten, erforderlich.

Jedoch sind durch vorgegebene und geplante Halte im Personenverkehr die Möglichkeiten einer freien Laufwegwahl für die Personenzüge begrenzt. Dagegen können im Güterverkehr, bei dem in der Regel die Quellen und Senken maßgeblich sind, alternative Laufwege verwendet werden, welche eine Restkapazität aufweisen. Über die Verwendung dieser alternativen Laufwege ist es möglich überlastete Teilsegmente des Eisenbahnnetzes zu umfahren und somit aufzulösen.

Die Arbeit beschreibt zunächst die Probleme und Vorgehensweise bei der Ermittlung von netzweiten Leistungsfähigkeiten im Eisenbahnwesen. Dafür werden im folgenden Teil der Ausarbeitung die bestehenden Verfahren zur Leistungsfähigkeitsberechnung detailliert aufgezeigt und hinsichtlich ihrer Eignung für eine Aussage bzgl. einer Gesamtleistungsfähigkeit untersucht. Um die Verfahren der Leistungsfähigkeitsberechnung vergleichbar zu machen, ist eine Unterteilung in einzelne Teilsegmente des Eisenbahnnetzes vorzunehmen. Hierzu sind die Berechnung der Strecken- und Knotenleistungsfähigkeit zu zählen. Die Eisenbahnknoten werden hierbei in Gleisgruppen und Fahrstraßenknoten unterteilt. In einem nächsten Schritt ist ein geeigneter Algorithmus zur Laufwegsuche zu ermitteln, wozu die Vor- und Nachteile von bestehenden Routensuchalgorithmen analysiert werden.

Im nächsten Teil dieser Arbeit wird ein Verfahren entwickelt, welches die Ermittlung und Bewertung der Gesamtleistungsfähigkeit von Eisenbahnnetzen thematisiert. Dazu ist es notwendig den aktuellen Stand der Forschung zu modifizieren und ein allgemeines Vorgehen des Verfahrens vorzustellen, um eine Gesamtaussage treffen zu können.

Im Anschluss erfolgt eine Beschreibung der möglichen Anwendungsgebiete des vorgestellten Verfahrens. Dazu zählen unter anderem die Bewertung einer vorhandenen Infrastruktur hinsichtlich ihrer Restleistungsfähigkeit, die Möglichkeit der Engpassanalyse, -vermeidung und -auflösung sowie die Bewertung von Ausbau-, Umbau- oder Rückbaumaßnahmen in Eisenbahnnetzen. Das Vorgehen wird anhand von Beispielberechnungen für zwei generische Eisenbahnteilnetze analysiert und validiert. Diese Arbeit endet mit einer Bewertung der vorgestellten Methode in Bezug auf das Konvergenzverhalten des Verfahrens sowie einer Ableitung des weiteren Forschungsbedarfs.

2 Problemstellung und Vorgehensweise zur Ermittlung einer Gesamtleistungsfähigkeit von Eisenbahnnetzen

In der Eisenbahnbetriebswissenschaft existieren verschiedene Verfahren, mit denen die Leistungsfähigkeit von Eisenbahnstrecken oder Eisenbahnknoten ermittelt werden können. Dabei werden die Verfahren separat auf die einzelnen Teilsegmente – Strecke, Gesamtfahrstraßenknoten und Gleisgruppe – des Eisenbahnnetzes angewendet. Eine Anwendung zur Ausweisung einer Gesamtleistungsfähigkeit von Eisenbahnnetzen existiert derzeit nicht.

Die vorhandenen Verfahren zur Leistungsfähigkeitsberechnung werden genauer im Kapitel 3 vorgestellt. Jedoch sei hier schon einmal darauf verwiesen, dass die Kapazitäten maßgeblich vom jeweiligen Mischungsverhältnis der einzelnen Zugfahrten auf einem Infrastrukturbereich abhängen. Eine Verrechnung der Kapazitäten auf die einzelnen Teilsegmente des Eisenbahnnetzes ist derzeit jedoch nicht möglich, da unterschiedliche Verfahren zur Anwendung kommen. Diese Verfahren weisen zudem unterschiedliche Bewertungsgrundlagen zur Ausweisung der zulässigen Leistungsfähigkeit auf.

Die Zusammenhänge, welche sich aus einer möglichen Verrechnung der angesetzten Kapazitäten in einem Eisenbahnnetz ergeben, sind nicht trivial. Durch die direkte Abhängigkeit von Knoten und Strecken, wobei das eine Teilsegment als Warteraum für das andere berücksichtigt werden muss, können limitierende Elemente oder Engpässe einen (indirekten) Einfluss auf weiter entfernt liegende Bereiche haben. Diese können bei einer einfachen Strecken- oder Knotenuntersuchung derzeit nicht automatisiert offenbart werden.

Durch das in dieser Arbeit vorgestellte Verfahren, ist es möglich die Leistungsfähigkeit eines Eisenbahnnetzes zu berechnen und diesbezüglich zu bewerten. Dafür werden mittels einer Routensuche die optimalen Laufwege unter Ausnutzung der vorhandenen Leistungsfähigkeiten der einzelnen Teilsegmente des Netzes ermittelt. Im Anschluss ist die Anzahl an möglichen Zugfahrten auf diesen Laufwegen zu maximieren. Dabei werden die maximalen Leistungsfähigkeiten je Infrastrukturabschnitt als Grenzen des jeweiligen Laufweges berücksichtigt.

Der Vorteil dieses Vorgehens liegt in den unterschiedlichen Anwendungsgebieten, welche Aussagen und Bewertungen, nicht ausschließlich für ein Teilsegment, sondern für ein Gesamtnetz ermöglicht. Zu den Anwendungsgebieten zählen diejenigen Bereiche, welche in erster Linie für die strategische Netzplanung und den damit erforderlichen langfristigen Planungshorizont von großer Bedeutung sind. Unter anderem ist es möglich eine vorhandene Infrastruktur hinsichtlich der Auslastung beziehungsweise betrieblichen

Qualität zu bewerten. Dafür können mit dem hier vorgestellten Verfahren Engpassanalysen sowie deren Vermeidung oder Auflösung erfolgen. Synergieeffekte von Aus-, Rück- oder Umbaumaßnahmen können aufgezeigt werden und die geplanten Maßnahmen bestmöglich und kosteneffizient umgesetzt werden.

Des Weiteren können aber auch im kurzfristigen Planungsbereich Betriebskonzepte auf einer vorhandenen oder geplanten Infrastruktur erstellt oder verbessert werden. Durch die Ausnutzung von Restkapazitäten ermöglicht das vorgestellte Verfahren zudem eine effiziente Planung von Umleitungsverkehren. Vorteile sind hierbei insbesondere bei baubedingten Streckensperrungen zu sehen, welche ebenfalls eine Anpassung des Betriebskonzepts erfordern.

3 Stand der Wissenschaft zur Berechnung der Leistungsfähigkeit von Eisenbahnnetzen

In den nachfolgenden Abschnitten wird der aktuelle Stand der Wissenschaft zur Optimierung von Kapazitäten dargestellt. Hierzu werden zunächst der generelle Aufbau von Eisenbahnnetzen beschrieben und Verfahren zur Kapazitätsermittlung von Verkehrssystemen vorgestellt. Im Anschluss wird ein Überblick über die Möglichkeiten der Routensuche gegeben. Die Bewertung und Abgrenzung des in dieser Arbeit vorgestellten Verfahrens zu bereits existierenden Verfahren wird am Ende des Kapitels gegeben.

3.1 Strecken und Knoten in Eisenbahnnetzen

Ein Eisenbahnnetz kann in einzelne Teilsegmente der Infrastruktur unterteilt werden, welche im Folgenden näher erläutert werden. Grob klassifiziert ist ein Eisenbahnnetz in Knoten und Strecken zu unterteilen.

Als Knoten zählen Bahnhöfe, welche als Endbahnhöfe an Strecken liegen oder aber mindestens zwei Strecken miteinander verbinden, sowie Abzweigstellen. Ein Knoten kann in Fahrstraßenknoten (FK) sowie Wartepositionen, auch als Gleisgruppe (GG) bezeichnet, weiter unterteilt werden (vgl. Abbildung 1). Zusätzlich dienen Knoten den Verkehrs- und Betriebshalten von Zügen.

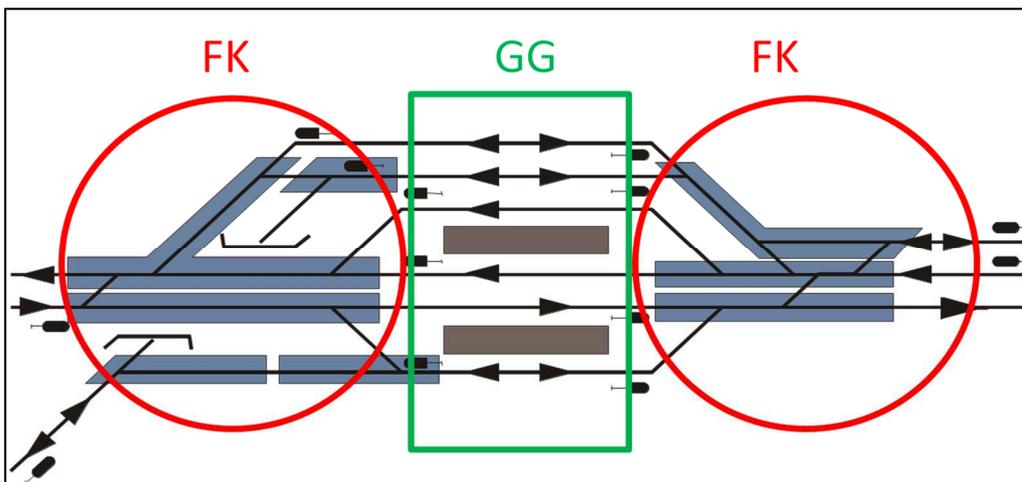


Abbildung 1: Fahrstraßenknoten und Gleisgruppe

Die Richtlinie 405 Fahrwegkapazität der Deutschen Bahn AG [11] bezeichnet einen Knoten wie folgt:

„Ist der Knoten ein Bahnhof, so besteht er aus einer Folge von Bahnhofsköpfen (mit Fahrstraßenknoten) und Wartepositionen. Seine Grenzen sind die Einfahrtsignale des Bahnhofs bzw. die letzte Fahrstraßenzugschlussstelle auf dem sich keine Warteposition befindet, gehört nicht mehr zum Knoten.“

Zu den Gleisgruppen zählen die Bahnsteig-, Durchfahr- und Überholgleise sowie die Behandlungsgleise, welche als planmäßig oder außerplanmäßig Halte- bzw. Wartepositionen fungieren können (vgl. [11]).

Ein Fahrstraßenknoten wird nach Richtlinie 405 folgendermaßen definiert: „*Netzelement, in dem mindestens eine Fahrt einer Strecke mit einer Fahrt einer anderen Strecke oder einer Fahrt der Gegenrichtung verkettet ist. Er besteht aus einem oder mehreren Teilfahrstraßenknoten* [11].“ Eine Verkettung definiert dabei den gegenseitigen Ausschluss von Zugfahrten. Als Teilfahrstraßenknoten wird demnach das Teilsegment im Eisenbahnknoten betrachtet, in dem sich alle Fahrten gegenseitig ausschließen müssen [11, 35].

Abzweigstellen besitzen im Gegenteil zu einem Bahnhof, welche in der Regel aus mehreren Fahrstraßenknoten bestehen, ausschließlich einen Fahrstraßenknoten und werden durch die Deckungssignale der Abzweigstelle begrenzt. „*In allen Richtungen schließt sich eine freie Strecke an* [22].“

Als Strecken werden die Fahrmöglichkeiten bzw. Fahrwege zwischen zwei Knoten bezeichnet. Wird eine Streckenuntersuchung für die Fahrwege zwischen zwei großen Knoten angestrebt, so können die dazwischenliegenden Bahnhöfe zu der Strecke hinzugezählt werden [11]. Jedoch bilden die großen Knoten den Beginn bzw. das Ende der Strecke. Ein großer Knoten wird in der Richtlinie 405 Fahrwegkapazität der DB Netz AG nach den folgenden Merkmalen, welche einzeln oder in Kombination auftreten können, definiert:

- besitzen mehr als zwei Fahrstraßenknoten
- besitzen mehr als eine Gleisgruppe
- Verknüpfung von mehr als zwei Strecken im Fahrstraßenknoten,
- vorgeschaltete einzubeziehende Abzweigstellen,
- unmittelbar davorliegende Bahnhöfe, die aufgrund der Abhängigkeiten in die Untersuchung einzubeziehen sind.

Durch die zuvor genannten Merkmale wird jedoch ein Kopfbahnhof wie Frankfurt (Main) Hbf., welcher zu einem der verkehrstärksten Knoten in Deutschland zählt, nicht als großer Knoten abgebildet, da Frankfurt (Main) Hbf. nur einen Fahrstraßenknoten besitzt. Ebenfalls würde ein Knoten wie Köln Hbf. nach dieser Definition nicht zu den Großknoten zählen, da dieser Knoten ohne die Gleise für die S-Bahn nur eine Gleisgruppe besitzt. Es ist daher ratsam, große Knoten nicht ausschließlich gemäß Richtlinie 405 zu definieren, sondern ebenso die Gleisanzahl oder den Anteil der Fernverkehrszüge zu berücksichtigen.

Ebenfalls gibt die Richtlinie 405 vor, dass für Leistungsuntersuchungen mit analytischen Methoden eine Unterteilung einer Eisenbahnstrecke in Teilstrecken erforderlich wird,

sollte sich das Betriebsprogramm auf diesen um mehr als 10 % zum vorhergehenden Streckenabschnitt ändern.

Infrastrukturdaten können bezüglich ihres Detaillierungsgrades unterteilt werden. Die Darstellung, welche in der Infrastruktur eine sehr hohe Detailtiefe aufweist, wird als mikroskopische Ebene bezeichnet. In dieser Ebene sind unter anderem jeder Signalstandort, die Lage jeder Weiche, jede Zugschlussstelle sowie die genauen Halteplatzlängen hinterlegt. Wird die Detailtiefe reduziert, ergibt sich eine immer deutlichere Vereinfachung der Infrastruktur, was als Makroskopie bezeichnet wird. Schlussendlich besteht ein Eisenbahnnetz ausschließlich aus Knoten und Kanten (vgl. Abbildung 2).

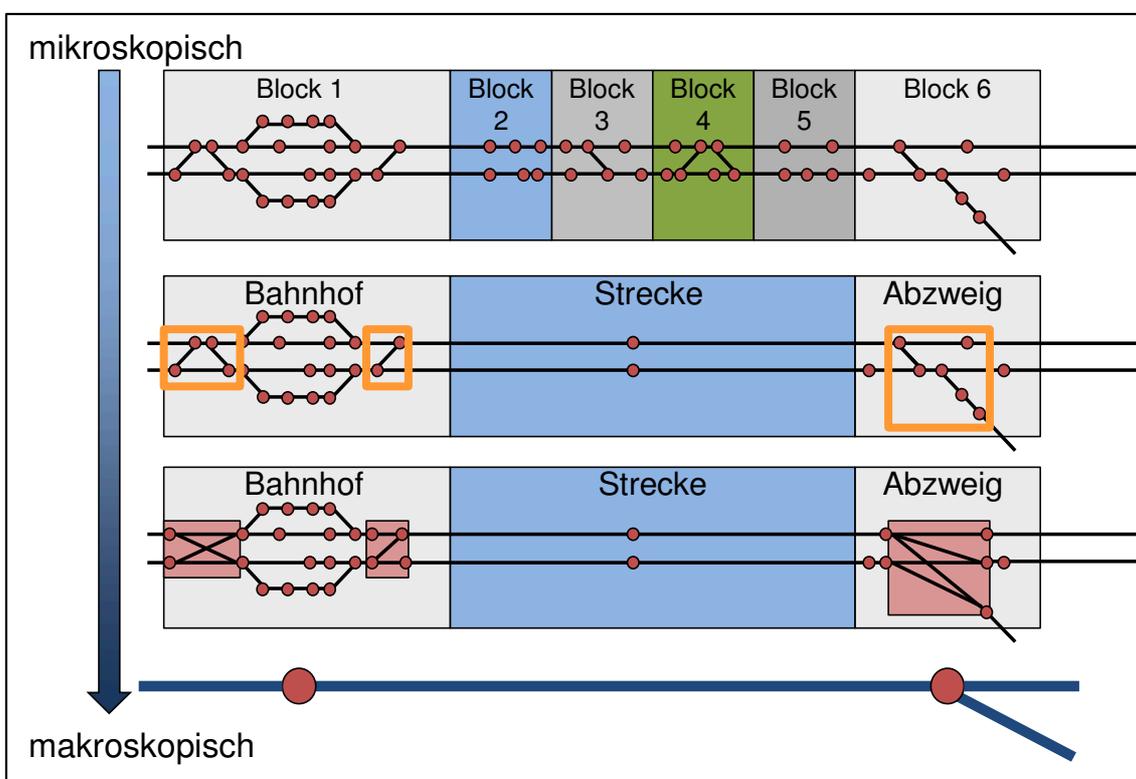


Abbildung 2: Abgrenzung makroskopische und mikroskopische Infrastrukturmodellierung

Die in Abbildung 1 dargestellte Aufteilung eines Knotens in Gleisgruppen und Fahrstraßenknoten liefert einen Genauigkeitsgewinn gegenüber der rein makroskopischen Ebene ohne die Datenfülle der Mikroskopie vorhalten zu müssen.

Die einzelnen Teilsegmente, wie Strecken, Fahrstraßenknoten oder Gleisgruppen, können als Infrastrukturelemente oder Infrastrukturbereiche zusammengefasst werden.

3.2 Mindestzugfolgezeiten

Die Mindestzugfolgezeit gibt diejenige Zeitspanne an, welche ein nachfolgender Zug mindestens warten muss, um seinem Vorgänger auf einem Überholungsabschnitt be-

hinderungsfrei zu folgen. Ein Überholungsabschnitt beschreibt den gemeinsamen Laufweg der beiden Zugfahrten zwischen zwei Überholungsbahnhöfen. Auf Grundlage der Infrastruktur und der Zugeigenschaften werden Fahr- und Sperrzeiten berechnet, so dass anschließend für Zugpaare die Mindestzugfolgezeiten ermittelt werden. So sind bei der Kapazitätsuntersuchung unterschiedlichste betriebliche Anforderungen, Dispositionsstrategien, Geschwindigkeiten, Blocklängen, Zugbeeinflussungssysteme sowie Signalanlagen zu berücksichtigen.

Durch eine Zugfahrt wird der Kapazitätsverbrauch auf einem Infrastrukturabschnitt beschrieben. Wird eine Zugfahrt auf einem Blockabschnitt betrachtet, ergibt sich in der Sperrzeitentheorie folgende Darstellung der Belegungszeiten (vgl. Abbildung 3). Ein Blockabschnitt ist der Bereich zwischen zwei Hauptsignalen, in welchem sich jeweils nur ein einzelner Zug befinden darf.

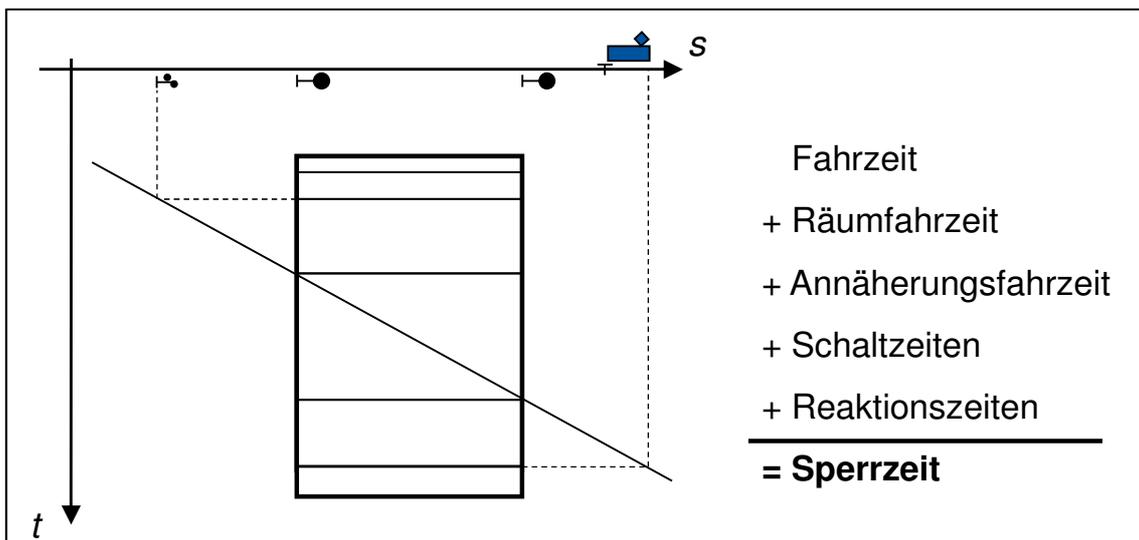


Abbildung 3: Zeit-Weg-Diagramm mit Elementen der Sperrzeit für einen Blockabschnitt

Wie in Abbildung 3 ersichtlich ist, setzt sich die Sperrzeit aus den Elementen der reinen Fahrzeit des Blockabschnitts sowie der Annäherungs- und der Räumfahrzeit zusammen. Dabei ist die Annäherungsfahrzeit bei klassischen Haupt- / Vorsignalsystemen abhängig von dem Standort des Vorsignals oder des vorherigen Signals z. B. beim KS-Signalsystem. Die Räumfahrzeit ist entsprechend von der Position der Zugschlussstelle und der Zuglänge abhängig. Zusätzlich werden noch Schaltzeiten, wie Fahrstraßenbilde- und Fahrstraßenauflösezeiten in Abhängigkeit der Stellwerksart und Reaktionszeiten des Lokführers, wie beispielsweise die Sichtzeit benötigt. Eine genaue Erläuterung der jeweiligen Elemente findet sich bei Pachtl in [52]. Bei Systemen, welchen eine kontinuierliche Zugüberwachung zugrunde liegt, bspw. bei der linienförmigen Zugbeeinflussung (LZB) oder ETCS ab Level 2, ist die Sperrzeitentheorie ebenfalls anwendbar. Hier wird dann die Annäherungsfahrzeit nicht durch die Lage des Vorsignals, sondern durch den Bremsensatzpunkt bestimmt.

Werden Sperrzeitenblöcke aus Abbildung 3 nachfolgender Blockabschnitte aneinandergereiht, ergibt sich eine Sperrzeitentreppe. Mittels Sperrzeitenmodelle zur Beschreibung des Kapazitätsverbrauchs können, mithilfe der Mindestzugfolgezeiten, fundierte Aussagen über die vorhandene Kapazität von Eisenbahninfrastruktur getroffen werden. Die Sperrzeitenmodelle wurden bereits 1959 durch Happel in [23] beschrieben.

Soll die Mindestzugfolgezeit zweier Züge bestimmt werden, müssen die Sperrzeitentreppe beider Zugfahrten soweit aneinandergeschoben werden, dass es zu keiner Überschneidung der einzelnen Blöcke kommt. Jede Überschneidung von Sperrzeitenblöcken stellt einen Konflikt dar. Die Mindestzugfolgezeiten werden demnach bei einer Konfliktfreiheit der jeweiligen Sperrzeitentreppe ermittelt, wobei diese sich im maßgebenden Blockabschnitt berühren müssen. Dieser Abstand zweier Züge i und j ist die Mindestzugfolgezeit z_{ij} und wird jeweils vom Beginn der Sperrzeitentreppe des ersten Zuges bis zum Beginn der Sperrzeitentreppe des zweiten Zuges ermittelt (vgl. Abbildung 4). Die Mindestzugfolgezeit wird demnach je Zugfolgefall definiert.

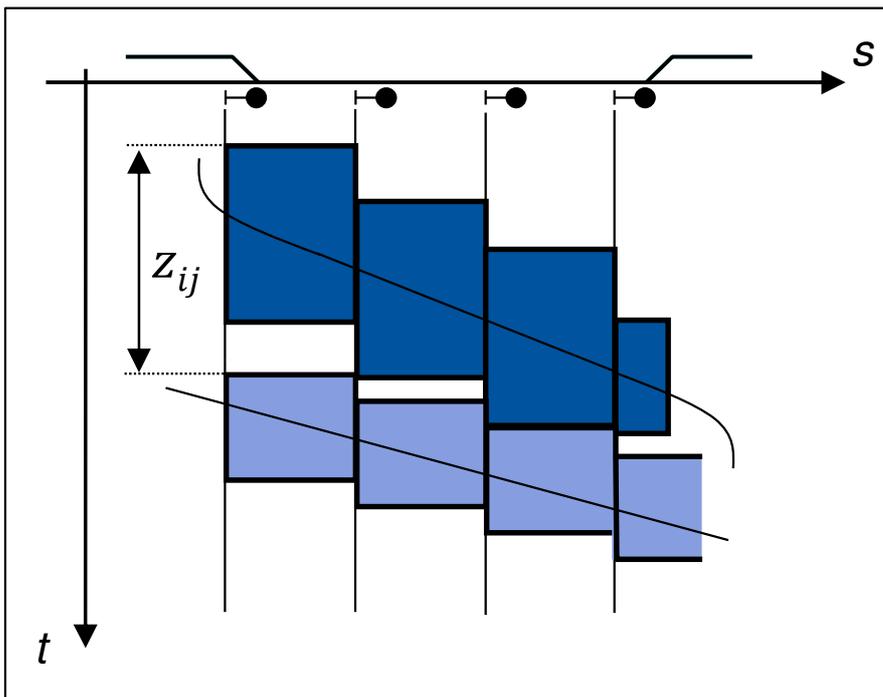


Abbildung 4: Mindestzugfolgezeit

Somit spiegeln Mindestzugfolgezeiten indirekt den Infrastrukturzustand wider, da sie unmittelbar von den zulässigen Geschwindigkeiten, den Signalsystemen und -standorten und daher von den Blockabständen bzw. -längen abhängig sind (vgl. [22]). Die Mindestzugfolgezeit ist des Weiteren von den vorhandenen Zugsicherungssystemen und Überholmöglichkeiten geprägt. Die Ermittlung von Mindestzugfolgezeiten erfolgt in der Regel auf einer mikroskopischen Datengrundlage. Bei der analytischen Kapazitätsermittlung entspricht die Verwendung der Mindestzugfolgezeiten dem anerkannten Stand der Technik.

Besteht ein Infrastrukturabschnitt, beispielsweise ein Streckenabschnitt, aus mehreren Überholungsabschnitten, so kann für jeden Zugfolgefall eine Mindestzugfolgezeit je Überholungsabschnitt bestimmt werden. Derjenige Überholungsabschnitt mit der höchsten Mindestzugfolgezeit je Zugfolgefall wird für den gesamten Infrastrukturabschnitt als maßgeblich angesetzt.

Bei Fahrstraßenknoten erfolgt eine Unterteilung der Zugfahrten, je nachdem ob diese den Knoten verlassen oder in diesen einfahren. Für diejenigen Züge, welche einen Knoten verlassen, werden die Mindestzugfolgezeiten der angrenzenden Strecke angesetzt, da die Strecke einen Einfluss auf den Knoten besitzt. Für die in den Knoten einfahrenden Züge wird eine Mindestzugfolgezeit für den nachfolgenden gemeinsamen Laufweg bis zur Gleisgruppe ermittelt. Fahren die beiden Züge, für welche die Mindestzugfolgezeit bestimmt werden soll, in verschiedene Bahnhofsgleise ein, so wird als Berechnungsgrundlage die Belegung bis zur letzten gemeinsame Weiche, der Abzweigweiche, verwendet. Die Mindestzugfolgezeiten für die Einfahrt in einen Knoten müssen demnach nicht den Mindestzugfolgezeiten auf der Strecke entsprechen. Folgen zwei Züge mit einem identischen Laufweg in einem Knoten aufeinander, ergibt sich ebenfalls wieder die Mindestzugfolgezeit der Strecke.

Nießen beschreibt in [47] die Problematik der Bedienzeiten eines Gesamtfahrstraßenknotens, wenn diese mit den Mindestzugfolgezeiten der Strecken gleichgesetzt werden. Über die Abhängigkeiten der Strecken entstehen sogenannte Zeitlücken im Fahrstraßenknoten, welche zwar nicht von einer weiteren Zugfahrt auf der Strecke genutzt werden, jedoch im Fahrstraßenknoten für eine Zugfahrt einer anderen Strecke verwendet werden können. Nießen argumentiert, dass aus diesem Vorgehen aufgrund der Zeitlücken im Fahrstraßenknoten zu große Bedienzeiten resultieren. Für die Bestimmung der Bedienzeiten eines Fahrstraßenknotens verwendet er daher nur den gemeinsam befahrenen Abschnitt der Züge im Fahrstraßenknoten.

Ebenfalls beschreibt Nießen in [47] den Nachteil, dass durch die Verwendung der Sperrzeiten eine Unterschätzung der Bedienzeiten erfolgt. Die Sperrzeit beschreibt hierbei die Zeit, welche ein Fahrwegabschnitt betrieblich durch eine Zugfahrt beansprucht wird [11]. Der Grund für die Unterschätzung der Bedienzeiten ist, dass sich zwei Züge auf derselben Strecke durch eine größere Mindestzugfolgezeit der Strecke nicht im Abstand der Einfahrsperrzeit im Fahrstraßenknoten folgen können.

3.3 Bediensystem und Level of Service

Um die Kapazitäten für jedes Infrastrukturelement in einem Eisenbahnnetz zu berechnen, wird auf die Warteschlangentheorie für ein- oder mehrkanalige Bediensysteme zurückgegriffen. Ein Bediensystem besteht dabei aus einer Bedienungsanlage, welche einen Forderungsstrom abarbeiten soll, und dem dazugehörigen Warteraum. In diesem

werden alle Forderungen gesammelt, welche eintreffen solange die Bedienanlage belegt ist. Dies bedeutet, dass alle Forderungen, welche nicht zu dem Zeitpunkt des Eintreffens direkt bedient werden können, in einem Warteraum zurückgehalten werden. Es entsteht also eine Warteschlange, welche anwächst solange die Ankunftsrate höher als die Bedienrate ist. In einem einkanaligen Bediensystem existiert ausschließlich eine Bedienungsanlage, wobei in einem mehrkanaligen System mehrere Bedienkanäle vorhanden sind [47].

Die Beschreibung eines Bediensystems kann unter Verwendung der Kendal-Notation erfolgen. Dafür werden Aussagen über den Ankunftsprozess A , den Bedienprozess B , die Anzahl der parallelen Bedienkanäle n und die Anzahl der Warteplätze im Warteraum m benötigt. Es ergibt sich eine allgemeine Form der Kendal-Notation zu

$$A / B / n / m.$$

Die Ankunftsprozesse und Bedienprozesse werden mittels ihrer statistischen Verteilungen beschrieben.

Art	Prozess	Beschreibung
M	Markov	Exponentialverteilte Zufallsgröße
E_k	Erlang-k	Erlang-k-verteilte Zufallsgröße
D	Dirac	Einpunktverteilung
GI	General-Independent	Unabhängige, beliebige Verteilung der Zufallsgröße

Tabelle 1: Verteilungsprozesse (vgl. [47])

Die in Tabelle 1 aufgeführten Verteilungsprozesse gehen in die Verfahren für die Ermittlung der Leistungsfähigkeiten ein. Dafür werden in der Regel der Variationskoeffizient der Ankunftsabstände v_A und der Variationskoeffizient der Bedienzeiten v_B verwendet. Diese können jeweils mittels statistischer Auswertungen, wie im Abschnitt 3.7 beschrieben wird, rechnerisch bestimmt werden (vgl. Formeln 3.27 und 3.28).

Mit dem Variationskoeffizienten der Ankunftsabstände werden die Trassenbestellungen und demnach die Wunschlagen der einzelnen Zugfahrten auf den entsprechenden Laufwegen berücksichtigt. Da in der langfristigen Infrastrukturplanung jedoch selten auf konkrete Trassenbestellungen zurückgegriffen werden kann, muss der Variationskoeffizient geschätzt werden [47]. Mithilfe von Forderungsströmen, welche die einzelnen Verkehrsarten, wie den Personennah-, Personenfern- oder den Güterverkehr, verschiedener Verkehrsunternehmen zusammenfassen, entsteht bei einer Überlagerung aller Forderungsströme zu einem Gesamtstrom für den Ankunftsstrom eine nahezu exponentielle Zufallsverteilung. Diese kann durch einen Markovschen Ankunftsstrom abgebildet werden [14]. Dieser Verteilungsprozess unterstellt eine zufällige Ankunftsrate der Züge und daraus folgt, dass mit guter Näherung v_A gleich 1 verwendet werden kann [47].

Soll eine Verallgemeinerung der Exponentialverteilung verwendet werden, so kann dies mittels der Erlang-k-Verteilung erfolgen. Im Gegensatz zur Exponentialverteilung bietet die Erlang-Verteilung zusätzliche Flexibilität bei der Beschreibung der Zufallsgrößen und wird oftmals bei der Beschreibung von Belegungszeiten verwendet, wenn sehr kleine Werte eine geringe Häufigkeit aufweisen.

Durch die Dirac-Verteilung können beispielsweise Ereignisse beschrieben werden, welche entweder auftreten oder nicht. Ein Beispiel hierfür ist die Verspätung von Zügen. Alle verspäteten Züge weisen das Ereignis auf, wohingegen die pünktlichen Züge nicht berücksichtigt werden müssen.

Der Warteraum wird im Eisenbahnwesen in der Regel als unendlich groß angenommen, da keine Verluste im System auftreten können, d. h. Züge, welche sich im System befinden können nicht verloren gehen. Weitere Anwendungen der Bedientheorie im Eisenbahnwesen sind in [47] und [48] beschrieben.

Üblicherweise wird die tatsächliche Auslastung des Verkehrssystems einer abhängigen Qualitätskenngröße gegenübergestellt (vgl. Abbildung 5 und Abbildung 6). Je höher die Auslastung ist, desto eher kommt es zu einer Verlängerung der Warteschlange, einer Staubildung und somit zu einer Entstehung von Wartezeiten vor dem Bediensystem. Die Warteschlange beschreibt die Anzahl der Forderungen, hier die Anzahl der Zugfahrten, welche im System auf die Bedienung warten.

Dieser beschriebene Zusammenhang zwischen der Anzahl der Zugzahlen und der Wartezeit ist in Abbildung 5 dargestellt.

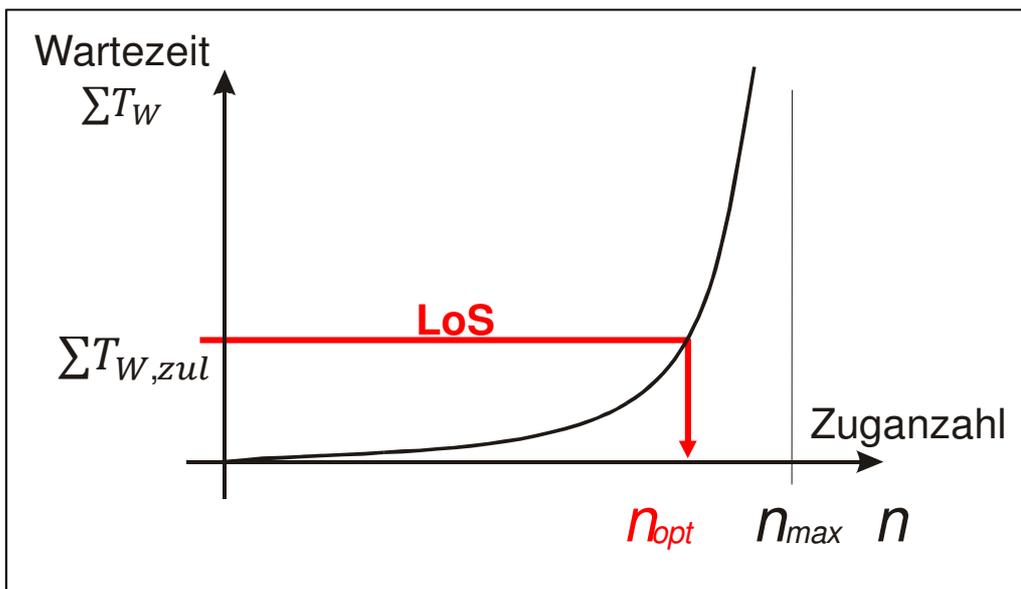


Abbildung 5: Zusammenhang zwischen Auslastung und Qualität

Bei der maximal möglichen Zuganzahl n_{max} ergibt sich theoretisch ein unendlicher Stau, aus der eine unendliche Wartezeit oder eine unendliche Verspätung der einzelnen Züge

resultiert. Diese Zuganzahl wird als theoretische Kapazität bezeichnet [20]. Für praktische Anwendungen besitzt dieser Wert jedoch keine Relevanz. Stattdessen wird bei Dimensionierungsaufgaben von Schienenwegen in der Regel die vorhandene Qualität als Kenngröße für die Wartezeit $\sum T_{W,vorh}$ oder die Entwicklung von Folgeverspätungen angesehen. Diese vorhandene Qualität $\sum T_{W,vorh}$ wird einer zulässigen Qualitätsstufe $\sum T_{W,zul}$, dem Level of Service (LoS), gegenübergestellt. Mithilfe der Zuganzahl n_{opt} kann somit die (wirtschaftlich) optimale Auslastung ermittelt werden, bei der sich die Stauer-scheinung in einer definierten Spanne befindet und das Gesamtsystem sowohl für Eisenbahninfrastrukturunternehmen als auch für Eisenbahnverkehrsunternehmen maximal gewinnbringend vermarktet wird. Im Umkehrschluss ist es auch möglich, für eine vordefinierte Qualitätsstufe auf die optimale Zuganzahl n_{opt} zu schließen. Diese optimale Zuganzahl wird auch als praktische Kapazität bezeichnet.

Das akzeptierte Qualitätsniveau ist in der Richtlinie 405 Modul 0104 der DB Netz AG definiert. Eine Interpretation dieses Moduls bietet die nachfolgende Grafik (vgl. Abbildung 6).

		wirtschaftlich-optimaler Leistungsbereich		
Betriebsqualität	premium	optimal	risikobehaftet	mangelhaft
Auslastung Infrastruktur	unwirtschaftlich	optimal	sehr hoch	zu hoch
Qualitätsfaktor	< 0,5	0,5 bis 1,2	> 1,2 bis 1,5	> 1,5
Nutzungsgrad Nennleistung	< 80 %	80 % bis 100 %	> 100 % bis 120 %	> 120 %
Richtlinien- und Rechtsfolgen	Kapazitätsreduzierung ist dann erlaubt, wenn diese kleiner als 10 % ausfällt (§ 11 AEG)	Planungsziel für Aus- und Neubau ist die Nennleistung - geringfügige Überschreitung zulässig (§ 18 AEG)	Verbot kapazitätsreduzierender Maßnahmen, z. B. zusätzliche Haltepunkte SPNV (Weisung I.NMF 3)	Überlasteter Schienenweg: Ermächtigung zur Anpassung SNB (§ 16 EIBV ff.)

Abbildung 6: Interpretation der Qualitätsmaßstäbe nach [11]

Hervorzuheben sind die einzelnen Bereiche der Betriebsqualität. Diese kann in die Qualitätsstufen premium, optimal, risikobehaftet und mangelhaft unterteilt werden. Wie ebenfalls in Abbildung 6 dargestellt ist, zählen ausschließlich die Leistungsbereiche optimal und risikobehaftet zu der wirtschaftlich-optimalen Betriebsqualität. Eine Klassifizierung der premium bzw. mangelhaften Betriebsqualität bedeutet, dass die Auslastung der Infrastruktur entweder zu gering und demnach unwirtschaftlich oder zu hoch ist, was einer Überlastung der Schienenwege gleichkommt. Im letzteren Fall wird durch eine sehr starke Auslastung zwangsweise der Handlungsspielraum für eventuellen Mehrverkehr eingeschränkt.

3.4 Kapazität von Verkehrssystemen

Unter der Kapazität von Verkehrssystemen wird im Allgemeinen die Möglichkeit verstanden, die Nachfrage des Transports von Personen, Gütern oder Informationen zu einer gewünschten Qualität zu ermöglichen.

In [22] wird die Kapazität zusätzlich wie folgt definiert:

„Der Grenzwert der maximalen Anzahl von Zügen, welche theoretisch über einen definierten Infrastrukturbereich und in einem vorgegebenen Untersuchungszeitraum verkehren kann, kann in der Praxis vermutlich nicht erreicht werden.“

Eine weitere Definition der Kapazität ist in [32] zu finden:

„Die Kapazität eines Infrastrukturbereiches ist die Anzahl an Zugfahrten, welche auf diesem bei gegebenem Zugmix innerhalb einer Zeitspanne unter Einhaltung einer definierten Betriebsqualität abgewickelt werden kann.“

Die UIC definiert die vorhandene Kapazität in [67] als Verbrauch von Fahrplantrassen pro Infrastrukturabschnitt. Dafür werden für eine definierte Zeit die Sperrzeiten konfliktfrei komprimiert und der so ermittelte Zeitbedarf für alle Zugfahrten dem im Fahrplan eingeplanten Zeitbedarf gegenübergestellt. Die Kapazität wird also mittels Sperrzeitentrepfen bestimmt (vgl. Abschnitt 3.2).

Im Eisenbahnwesen beschreibt die Kapazität die Anzahl an Zugfahrten, welche auf den Schienenwegen durchgeführt werden kann. Diese Kapazität wird, wie in Abschnitt 3.3 bereits beschrieben wurde, auch als praktische Leistungsfähigkeit bezeichnet. Die Kapazität eines Infrastrukturbereiches ist demnach die Anzahl an Zugfahrten, welche auf diesem bei gegebenem Zugmix innerhalb einer Zeitspanne unter Einhaltung einer definierten Betriebsqualität abgewickelt werden kann.

Des Weiteren ist die Kapazität von den in Abbildung 7 dargestellten Faktoren abhängig (vgl. Abschnitt 3.1 bis 3.3).

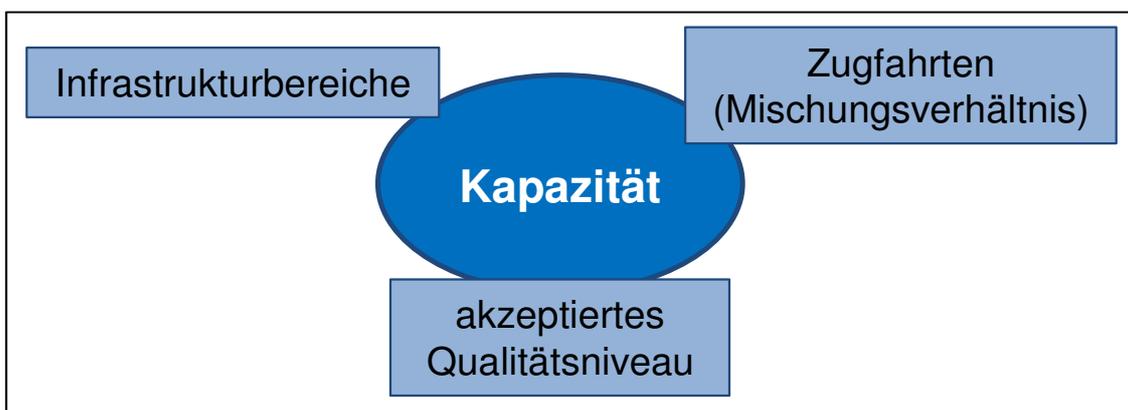


Abbildung 7: Einflussfaktoren auf die Kapazität im Eisenbahnwesen

Bei der Ermittlung der Kapazität sind somit der Infrastrukturbereich und seine Eigenschaften, das Betriebsprogramm und damit die Zugfahrten und das Mischungsverhältnis sowie die definierte Betriebsqualität von Relevanz. Mit der Ausweisung einer Kapazität wird der Zustand eines Infrastrukturbereichs qualitativ bewertet, da dieser einen direkten Einfluss auf die Mindestzugfolgezeiten hat. Zusätzlich wird der Untersuchungszeitraum t_U benötigt.

Um die mögliche Anzahl von Zugfahrten für ein bestimmtes Qualitätsniveau zu bestimmen, wird die zulässige Summe der Wartezeiten $\sum T_{W,zul}$ benötigt (vgl. Abbildung 5). Schwanhäüßer ermittelte in [63] die heute in Deutschland zur Anwendung kommenden Formeln für die planmäßigen Wartezeiten (vgl. Formel 3.1) und die außerplanmäßigen Wartezeiten (vgl. Formel 3.2) auf Eisenbahnstrecken.

$$\sum T_{W,planzul} = \frac{690}{1440} \cdot t_U \cdot e^{-1,3 \cdot p_{RZ}} \quad 3.1$$

$$\sum T_{W,au\beta erplanzul} = \frac{370}{1440} \cdot t_U \cdot e^{-1,3 \cdot p_{RZ}} \quad 3.2$$

$\sum T_{W,zul}$	Zulässige Wartezeitensumme
t_U	Untersuchungszeitraum
p_{RZ}	Reisezuganteil

In diesen Formeln stellt p_{RZ} den Anteil der Reisezüge und t_U den Untersuchungszeitraum dar.

Mit den Formeln 3.1 und 3.2 kann die zulässige Wartezeitensumme ermittelt werden, die eine optimale Betriebsqualität (Wert von 1,0) zugrunde legen. Um das akzeptierte Qualitätsniveau der Betriebsqualität zu verändern, werden die zulässigen Wartezeitensummen mit den entsprechenden Qualitätsfaktoren aus Abbildung 6 multipliziert.

$$\sum T_{W,zul} = \sum T_W = q \cdot n \cdot ET_W \quad 3.3$$

$\sum T_{W,zul}$	Zulässige Wartezeitensumme
$\sum T_W$	Wartezeitensumme
q	Qualitätsfaktor
n	Anzahl der Züge
ET_W	Mittlere Wartezeit / Folgeverspätung

Die Wartezeitensumme $\sum T_W$ bzw. die mittlere Folgeverspätung ET_W ist mittels der in den nachfolgenden Abschnitten 3.6 bis 3.8 beschriebenen Verfahren zu ermitteln.

Wie in Abbildung 7 dargestellt wurde, sind als Basis für eine Berechnung der Kapazitäten auf einer Eisenbahninfrastruktur deren Abgrenzung sowie die Verteilung der verkehrenden Zugfahrten anhand ihres Mischungsverhältnisses zu berücksichtigen. Anhand der Infrastrukturabgrenzung werden die Mindestzugfolgezeiten ermittelt, welche als Eingangsgrößen für die Berechnung der Kapazitäten benötigt werden. Mit diesen kann unter einem definierten Qualitätsniveau die vorhandene Summe der Wartezeiten berechnet werden und der zulässigen Summe der Wartezeiten gegenübergestellt werden. Dafür wird der prozentuale Anteil des Personenverkehrs benötigt (vgl. Formeln 3.1 und 3.2).

3.5 Verfahren zur Kapazitätsermittlung

Zur Ermittlung der Kapazität von Schienenwegen existieren verschiedene Verfahren, welche für die einzelnen Teilsegmente des Eisenbahnnetzes zur Anwendung kommen. Allen Ansätzen ist in der Regel gemein, dass diese als Eingangsgröße die Infrastruktur und die Zugcharakteristiken sowie die länderspezifischen Signalsysteme und Betriebsabläufe abbilden.

In der Literatur werden die vorhandenen Ansätze unterschiedlich zusammengefasst. Eine gute Übersicht der einzelnen Ansätze bieten Pouryousef, Lautala und White [54]. Abril et al. unterteilen in [1] die Ansätze in analytische Methoden, Optimierungs- oder Simulationsmethoden. Pachl beschreibt in [22], dass eine Einteilung in die analytischen Verfahren und die Simulationsverfahren erfolgt. Diese Einteilung ist in der Literatur am häufigsten verbreitet. Eine weitere Möglichkeit ist die Unterteilung in fahrplanbasierte Verfahren und Verfahren, in denen kein genauer Fahrplan zugrunde gelegt wird [57].

Zusätzlich kann die Ermittlung einer Kapazität auch mittels konstruktiver Verfahren durchgeführt werden. Ein verbreiteter Ansatz zur Ermittlung der Kapazität basiert auf der Sperrzeitentheorie [23]. Unter anderem erfolgt bei der Methode nach UIC (Code 406 Capacity) die Ermittlung der Kapazität durch die Kompression der Sperrzeitentreppen, nach einer Grundidee von Adler [2], welcher die Leistungsfähigkeit auf Eisenbahnstrecken analysierte [67]. Hierzu werden die konstruierten Sperrzeitentreppen soweit wie möglich zusammengeschoben ohne dass Konflikte auftreten und im Anschluss, durch einen Vergleich der kompensierten zu den nicht-kompensierten Zeitverbräuche des Untersuchungszeitraums t_U wird ein verketteter Belegungsgrad ρ bestimmt. Die Reihenfolge der Züge bleibt dabei unverändert.

$$\rho = \frac{t_B}{t_U} \quad 3.4$$

ρ	Verketteter Belegungsgrad
t_B	Belegungszeitraum
t_U	Untersuchungszeitraum

Der Belegungsgrad bezeichnet den zeitlich verbrauchten Anteil von Fahrwegabschnitten durch Zugtrassen bezogen auf einen Betrachtungszeitraum. Es kann ermittelt werden, in welchem Ausmaß die Gesamtbelegungszeit durch den Fahrplan oder den Betrieb genutzt wird. Der zeitlich genutzte Anteil der vorhandenen Kapazität des Fahrwegabschnitts kann auf diese Weise bestimmt werden.

Die beim Internationalen Eisenbahnverband UIC angewandte Methode benötigt in der Regel als Basis einen konkreten Fahrplan. Sollten jedoch die Mindestzugfolgezeiten bekannt sein, ist es dennoch möglich das Verfahren fahrplanunabhängig anzuwenden. Durch die Auswertung des Belegungsgrades und eine Gegenüberstellung zu einem zulässigen Belegungsgrad, wird eine Bewertung der Auslastung vorgenommen. Die Belegungszeiten sind dabei maßgeblich von der Homogenität des Fahrplans abhängig. Ein Rückschluss auf die Qualität des Fahrplans kann jedoch nur eingeschränkt gezogen werden. Weitere Nachteile dieser Methode werden von Lindner in [39] beschrieben. Darin wird unter anderem bemängelt, dass dieses Verfahren keine Berücksichtigung von Verspätungen zulässt.

Eine weitere Unterteilung des Belegungsgrades kann in einen Einzelbelegungsgrad und einen verketteten Belegungsgrad erfolgen. Ersterer wird auf einen einzelnen Fahrwegabschnitt bezogen, welcher freizumelden ist. Für diesen Abschnitt muss eine Sperrzeit angegeben werden. Sind mehrere Belegungselemente auf einem Überholungsabschnitt freizumelden und werden diese nacheinander von einer Zugfahrt betrieblich beansprucht, so ergibt sich der verkettete Belegungsgrad [11]. Dabei wird der verkettete Belegungsgrad zur transparenten Bewertung der Restkapazität eines konkreten Fahrplans verwendet. Wird der verkettete Belegungsgrad im Anschluss in Bezug zu einer definierten Qualität in Form eines zulässigen Belegungsgrades ρ_{zul} gesetzt, kann so die mögliche Kapazität ermittelt werden [67]. Bei diesem Verfahren ist als Eingangsgröße ein konkreter Fahrplan nötig. Durch die konkrete Zugfolge in diesem Fahrplan kommt es aufgrund der Mindestzugfolgezeiten zu den entsprechenden Werten des verketteten Belegungsgrades (vgl. Formel 3.4). Diese Werte können aufgrund der Zugreihenfolge variieren.

Ein weiteres Verfahren ist die Ermittlung der Kapazität mithilfe einer Simulation. Hierbei wird das Verhalten des Systems nachgebildet und die sich einstellenden Parameter, wie z. B. der Verspätungszuwachs gemessen. Dabei wird hauptsächlich die Verspätungsentwicklung betrachtet. Dafür kann zunächst die Simulation in die Fahrplan- und die Betriebssimulation unterteilt werden. Bei der Fahrplansimulation werden die gewünschten Fahrlagen für eine Zugfahrt nach bestimmten Vorgaben in einem Fahrplan konstruiert. Dadurch kann es passieren, dass durch identische Trassenwünsche der Fahrplan Konflikte aufweisen kann, welche durch die Verschiebung der Fahrlagen, einer Verlängerung der Fahr- oder Haltezeiten eines Zuges, durch Veränderung von Zuschlägen oder auch der Abweisung des Trassenwunsches gelöst werden können. Die, durch die Lösung der Konflikte, entstehenden Verspätungen zum Wunschfahrplan, werden auf nachfolgende

Zugfahrten übertragen. Am Ende der Simulation können somit Aussagen über die Robustheit und die Stabilität eines Fahrplans im Betriebsablauf getroffen werden. Zusätzlich ist es möglich, mittels einer Fahrplansimulation Änderungen in der Infrastruktur oder Auswirkungen aufgrund von Baumaßnahmen oder Störungen zu analysieren [56].

Analog können mithilfe einer Betriebssimulation die Auswirkungen von Störungen auf den Betrieb untersucht werden. Als Aufgabe der Betriebssimulation wird dabei die Überprüfung der Stabilität eines Fahrplans, die Detektion von Verspätungsursachen, die Ermittlung von Engpässen oder der Vergleich verschiedener Betriebsszenarien gesehen. In der Regel werden Störungen, wie Verspätungen in einen konfliktfreien Fahrplan eingestreut und analysiert, ob und in welcher Höhe diese Störungen eine Auswirkung auf den Fahrplan bzw. Betrieb haben [56].

Simulationen können sowohl synchron sowie asynchron durchgeführt werden. Bei der synchronen Simulation werden alle Zugfahrten im Betrachtungszeitraum annähernd gleichzeitig betrachtet. In vordefinierten Zeitschritten wird die Veränderung des Betriebsgeschehens analysiert. Die zum Beispiel durch eine Verspätung verursachten Konflikte zwischen zwei Zügen werden unter Berücksichtigung von Dispositionsregeln gelöst. Bei der asynchronen Simulation werden die Zugfahrten entsprechend ihrer Rangordnung und darauf aufbauend gemäß ihrer zeitlichen Reihenfolge betrachtet. Dabei werden höherrangige Züge priorisiert behandelt, auch wenn ihre zeitliche Lage hinter einem niederrangigeren Zug liegt. Die auftretenden Konflikte werden gelöst, indem der zuletzt betrachtete Zug zunächst in seiner Fahrweglage und erst danach in seiner zeitlichen Lage verändert wird. Es wird somit eine vorausschauende Disposition unterstellt [11]. Die synchrone Simulation ermöglicht jedoch ausschließlich die Betrachtung der Betriebsdurchführung [51]. Ein Nachteil der synchronen Simulation ist dagegen, dass während eines Simulationslaufs ein Deadlock auftreten kann. Ein solcher Deadlock bezeichnet die Situation, dass sich mindestens zwei Züge bei ihrer Weiterfahrt gegenseitig blockieren [47]. Um beide Simulationsverfahren optimal nutzen zu können, werden die beiden Ansätze inzwischen häufig in Mischform genutzt [34].

Die Kapazitätsermittlung kann ebenfalls mittels analytischer Verfahren durchgeführt werden (vgl. Abschnitt 3.4 und 3.6 bis 3.8). Hierbei wird das System Eisenbahn mithilfe bedientheoretischer Ansätze betrachtet. Eisenbahnstrecken und -knoten werden als Warteschlangensysteme modelliert. Die Zugfahrten können dann als Forderungen für das Bediensystem, den Schienenweg, verstanden werden. Die Bedienzeiten werden durch die Mindestzugfolgezeiten für verschiedene Zugfolgefälle beschrieben. Für weiterführende Literatur des Ansatzes mithilfe der Warteschlangentheorie wird auf [14], [31] und [18] verwiesen. Als Ergebnis der analytischen Kapazitätsermittlung wird die Anzahl der möglichen Zugfahrten für den betrachteten Infrastrukturabschnitt im Verhältnis zu einem vordefinierten Qualitätsniveau ausgegeben.

Während die Simulation ausschließlich den Verspätungszuwachs für ein Untersuchungsgebiet ausgibt, wird mit der Analytik die Summe der Wartezeiten bestimmt. Über die Little-Formel erfolgt eine Umrechnung der mittleren Warteschlangenlänge EL_W in die mittlere Wartezeit ET_W , welche zur Ermittlung der Zuganzahl nötig ist.

$$EL_W = \lambda \cdot ET_W = \frac{1}{ET_A} \cdot ET_W \quad 3.5$$

EL_W	Mittlere Warteschlangenlänge
λ	Ankunftsrate der Züge
ET_W	Mittlere Wartezeit
ET_A	Erwartungskoeffizient der Ankunftsabstände

Die Formel 3.5 gilt für Bediensysteme im stationären Zustand. Wie in Abbildung 5 dargestellt wurde, kann die Kapazität, hier die Anzahl der Zugfahrten n , mit der Qualität über die Wartezeit ET_W in Verbindung gesetzt werden.

In der Analytik ist es möglich, die Leistungsfähigkeiten ohne einen bestehenden Fahrplan zu ermitteln. Dabei ist keine Kenntnis der Abfahrtszeiten eines Zuges in den jeweiligen Bahnhöfen erforderlich. Wichtig ist es im entsprechenden Untersuchungszeitraum die Anzahl der jeweiligen Zugfahrten zu kennen, um damit die Wahrscheinlichkeit der auftretenden Zugfolgefälle ermitteln zu können. Des Weiteren kann so ein direkter Zusammenhang zwischen der Zuganzahl und der vorhandenen Leistungsfähigkeit bestimmt werden.

Ein weiterer Vorteil der Analytik ist es, über die zulässige Summe der Wartezeiten, welche über den Personenzuganteil und einen definierten Qualitätsfaktor ermittelt werden kann, einen direkten Bezug zwischen der Kapazität einer Infrastruktur und der zulässigen Zuganzahl herzustellen. Aus diesen hier vorgestellten Gründen sind demnach die analytischen Methoden für das in dieser Arbeit vorgestellte Verfahren am besten geeignet.

Mit der zulässigen Summe der Wartezeiten als definiertes Level of Service kann in der Analytik, eine Kapazität je Infrastrukturelement in Form von möglichen Zugfahrten ermittelt werden. Wird diese ermittelte Kapazität den vorhandenen Zugfahrten gegenübergestellt, so ist die Restkapazität des Infrastrukturelementes ermittelbar. Dies bedeutet, dass in Höhe der vorhandenen Restkapazitäten zusätzliche Zugfahrten über den Infrastrukturabschnitt verkehren können. Dieses Vorgehen entspricht dem anerkannten Stand der Technik, um eine Qualitätsbewertung anhand der Auslastung, unter Berücksichtigung der Leistungsfähigkeiten, vorzunehmen. In den folgenden Abschnitten 3.6 bis 3.8 werden die existierenden analytischen Berechnungsverfahren noch einmal ausführlicher erläutert.

Die Berechnungsverfahren werden in Verfahren mit planmäßigen und mit außerplanmäßigen Wartezeiten unterteilt. Die Berechnungsergebnisse, ermittelt mithilfe der planmäßigen Wartezeiten, stellen den Prozess der Fahrplanerstellung dar. Diese beschreiben die Wartezeiten, welche ein Zug erhält, wenn dieser bei der Fahrplankonstruktion nicht in seiner Wunschlage eingeplant werden kann, da dies zu Konflikten mit anderen Zügen führen würde.

Der Betrieb kann durch die außerplanmäßigen Wartezeiten abgebildet werden. Dafür werden zusätzlich Verspätungsdaten benötigt. Eine Verspätung ist die zeitliche Abweichung eines Zuges zu seiner Fahrplanlage. Bei den weiteren Berechnungen kommen als Eingangsparameter die Einbruchsverspätungen zur Anwendung. Diese beschreiben die Verspätung eines Zuges beim Eintreffen in einen Untersuchungsraum. Als weitere Ursachen für Verspätungen können Belegungs- und Anschlusskonflikte unterschieden werden und verursachen normalerweise Folgeverspätungen, also Verspätungen die im Untersuchungsraum aus Konflikten mit anderen Zügen entstehen. Diese Folgeverspätungen werden synonym als außerplanmäßigen Wartezeiten bezeichnet.

Für die Berechnung der Gesamtkapazität von Eisenbahnnetzen existieren unter anderem folgende Ansätze.

Zunächst existiert das von der Universität Hannover entwickelte Netz-Evaluations-Modell, kurz NEMO. Das makroskopische Verkehrserzeugungs- und Verkehrsumlegungsmodell NEMO wird verwendet, um die Wirtschaftlichkeit von Eisenbahnnetzwerken zu ermitteln. Der Modellansatz beinhaltet dazu einen Prozess, welcher der Planung und Bewertung infrastruktureller und betrieblicher Maßnahmen, auf Basis des prognostizierten Aufkommens für den Personen- sowie den Güterverkehr analysiert [55]. Radtke zählt in [56] die Hauptkomponenten des Tools auf. Dazu zählen unter anderem die Datenhaltung für das Verkehrsaufkommen, die Infrastruktur sowie das Produktionssystem. Zu den Kernthemen des Modells gehören ein Zugbildungsmodul getrennt für den Güter- und den Personenverkehr, ein Verkehrsumlegungsmodul, ebenfalls getrennt für die Verkehrsarten und ein Optimierungsmodul für den Leerwagenausgleich. Das Ziel ist es, mit diesen Teilmodulen Aussagen über den aufkommenden Modal-Split, also die Verteilung des Verkehrsaufkommens auf die einzelnen Verkehrsträger, die Engpassidentifikation und -auflösung und weitere statistische Auswertemodule, mit denen Kosten und Erlöse für Investitionen abgebildet werden können, zu treffen.

In [38] und [36] beschreiben die Autoren eine Lösung, mit der unter Verwendung eines gemischt-ganzzahligen Programms (mixed integer program; kurz: MIP), die maximale Anzahl der Zugfahrten in einem Netzwerk bestimmt werden kann. Dabei ist es das Ziel, unter einer zugrunde gelegten homogenen Qualität, konfliktfreie Fahrpläne zu generieren. Die Durchführung erfolgt mittels vorkonstruierten Systemtrassen, welche als Sperrzeitentreppe für zusätzlich mögliche Zugfahrten ausgebildet und in den Fahrplan ein-

geplant werden. Die Konstruktion der Trassen benötigt dabei einen bestehenden Fahrplan. Dieses Verfahren bewertet jedoch ausschließlich Streckenkapazitäten für die untersuchten Abschnitte hinsichtlich der konstruierbaren Systemtrassen [36]. Eine Umsetzung des Verfahrens erfolgte in dem Programmsystem TAKT [37].

Mit der Maximierung des Güterverkehrs auf Eisenbahnstrecken beschäftigte sich ebenfalls Hertel in [27]. Hertel ermittelt mit seinem vorgestellten Verfahren zwar keine optimale Zuganzahl auf dem betrachteten Streckenabschnitt, sondern vielmehr einen optimalen Leistungsbereich, welcher über die relative Fahrplanempfindlichkeit nach unten und die Verkehrsleistung nach oben hin begrenzt wird. Zu diesem Zweck führt er eine mittlere normierte Verkehrsleistung EQN ein, welche den Auslastungsgrad einer Strecke η , die mittlere (planmäßige) Wartezeit ET_W und die mittlere Fahrzeit ET_F als Grundlage nutzt. Dabei wird der Auslastungsgrad η durch die fahrplanmäßige Zuganzahl dividiert und so die maximale Leistungsfähigkeit der betrachteten Teilstrecke bestimmt. Wird die mittlere Wartezeit partiell nach dem Auslastungsgrad abgeleitet und wieder auf die mittlere Wartezeit bezogen, ergibt sich die relative Fahrplanempfindlichkeit. Da keine Aussage hinsichtlich der optimalen Zuganzahl vorliegt, kann mit diesem Verfahren ebenfalls keine Angabe über eine optimale Streckenauslastung getroffen werden [45]. Nach Hertel liegt die betriebliche Auslastung jedoch an der unteren Grenze des Leistungsbereichs [27, 45].

Martin erläutert in [41] und [40] zwei Verfahren, mit deren Hilfe die maximale Kapazität simulativ für ein Untersuchungsgebiet ermittelt werden kann. Durch einzelne Simulationsläufe, bei denen jeweils Störungen in den Betriebsablauf eingespielt werden, entstehen dabei diskrete Punkte der Wartezeitfunktion der entsprechenden Belastungsstufen. Wie Hertel beschreibt, kann aus diesen Stützstellen eine Wartezeitfunktion approximiert werden. Abgrenzend zu vorherigen Simulationsverfahren zur Ermittlung der maximalen Leistungsfähigkeit z. B. von Schmidt [58], wird von den Autoren in [40] der Indikator „Verhältnis von Eingangs- und Ausgangsbelastung“ eingeführt.

Des Weiteren existieren Möglichkeiten in Netzwerken konfliktfreie, integrale Taktfahrpläne für den Personen- sowie den Güterverkehr zu erstellen [19, 36, 37].

3.6 Analytische Ermittlung der Streckenleistungsfähigkeit

Die Streckenleistungsfähigkeiten können sowohl unter Berücksichtigung der planmäßigen als auch der außerplanmäßigen Wartezeiten ermittelt werden.

3.6.1 Ermittlung der planmäßigen Streckenleistungsfähigkeit

Wakob ermittelte 1985 in [70] ein Verfahren zur Bestimmung der planmäßigen Wartezeiten im Eisenbahnbetrieb. Dieses Verfahren findet bei Strecken sowie im Bereich der

Teilfahrstraßenknoten Einsatz, um die mögliche Anzahl an Zugfahrten zu bestimmen. Das Vorgehen soll in dieser Arbeit als Grundlage beschrieben werden, um die Streckenleistungsfähigkeit mit Berücksichtigung der planmäßigen Wartezeiten zu ermitteln.

Da das Verfahren, wie in der Analytik üblich, einen bedientheoretischen Ansatz der Form $GI / GI / 1 / \infty$ verfolgt, werden hier, wie in Abschnitt 3.3 beschrieben wurde, die Mindestzugfolgezeiten und ein Referenzbetriebsprogramm, z. B. der Ist-Fahrplan, auf dem zu betrachteten Infrastrukturbereich benötigt.

Des Weiteren berücksichtigt dieser Ansatz verschiedene Zugprioritäten. Über Rangziffern, können die Prioritäten modelliert werden, wobei davon ausgegangen wird, dass ein niederrangiger Zug durch einen höherrangigen Zug, sofern dieser schneller ist, überholt wird [11].

Nähert sich der Belegungsgrad ρ gegen 1 (vgl. Abschnitt 3.5), so geht das Verfahren von Wakob in das Verfahren nach Gudehus über, welches später zur Ermittlung der Leistungsfähigkeit in Fahrstraßenknoten vorgestellt wird (vgl. Abschnitt 3.8).

Die Summe der planmäßigen Wartezeiten wird berechnet, indem der Erwartungswert für die planmäßige Wartezeit je Zug $ET_{W,plan}$ mit der Anzahl der Züge n_s multipliziert wird.

$$\sum ET_{W,plan} = n_s \cdot ET_{W,plan} = n_s \cdot \frac{v}{1-v} \cdot ET_B \quad 3.6$$

ET_B ist hier der Erwartungswert der Bedienzeiten und die Variable v ist die Lösung der folgenden Hilfsgleichung.

$$v = \left[1 + \frac{1-v}{k \cdot \tilde{\rho}} \right]^{-k} \quad 3.7$$

Formel 3.7 kann mittels der nachfolgenden Gleichungen 3.8 bis 3.19 berechnet werden, wobei Formel 3.7 ebenfalls in Abhängigkeit von v steht und somit eine Lösung nur iterativ erfolgen kann.

$$k = \frac{1}{v_A^2} \quad 3.8$$

$$l = \frac{1}{v_B^2} \quad 3.9$$

In die Formeln 3.8 und 3.9 gehen die Variationskoeffizienten der Ankunftsabstände v_A bzw. der Bedienzeiten v_B ein. Die Berechnung der Variationskoeffizienten erfolgt in Abschnitt 3.7. Diese müssen bei dem Verfahren nach Wakob in den folgenden Grenzen liegen.

$$0 < v_A \leq 1 \quad 3.10$$

$$0 \leq v_B \leq 1 \quad 3.11$$

Erfolgt eine Überschreitung der in den Formeln 3.10 und 3.11 gegebenen Grenzen für die Variationskoeffizienten, so lässt sich ebenfalls das Verfahren von Wakob in das Verfahren von Gudehus übertragen.

Die nachfolgenden Formeln ermitteln Hilfswerte zur Berechnung der planmäßigen Wartezeit.

$$x_k = \frac{2}{k+1} \quad 3.12$$

$$x_l = \frac{2}{l+1} \quad 3.13$$

$$y_1 = 1 - 0.8060(1 - x_k)(1 - x_l) - 0.1940(1 - x_k^{0.2924})(1 - x_l^{0.2924}) \quad 3.14$$

$$y_2 = 1 - 0.1278((1 - x_k)(1 - x_l))^{1.1375} \quad 3.15$$

Und letztendlich wird zur Lösung von Formel 3.7 ein Ersatzbelegungsgrad $\tilde{\rho}$ benötigt, welcher wie folgt bestimmt werden kann.

$$\tilde{\rho} = 1 - \frac{1}{y_1 \cdot \left[\frac{\rho}{2 \cdot (1 - \rho)} \cdot \left(1 + \frac{1}{l}\right) \right]^{y_2} + 1} \quad 3.16$$

Der Belegungsgrad ρ ist definiert als das Verhältnis zwischen dem Erwartungswert der Bedienzeiten ET_B und dem Erwartungswert der Ankunftsabstände ET_A .

$$\rho = \frac{ET_B}{ET_A} = \frac{\sigma_B}{v_B} \cdot \frac{v_A}{\sigma_A} = \frac{n}{t_u} \cdot \bar{z} \quad 3.17$$

Um alle Nebenbedingungen der zuvor genannten Formeln lösen bzw. die unbekanntenen Variablen ausrechnen zu können, werden unter anderem die Erwartungswerte der Ankunftsabstände ET_A und der Bedienzeiten ET_B sowie die Variationskoeffizienten der Ankunfts- und Bedienzeiten v_A bzw. v_B benötigt.

Sind ET_B und das 2. Moment der Bedienzeiten ET_B^2 , welches die Streuung der Bedienzeiten berücksichtigt, bekannt, kann die Standardabweichung σ_B nach Formel 3.18 und im Anschluss der Variationskoeffizient v_B nach Formel 3.19 ermittelt werden.

$$\sigma_B = \sqrt{ET_B^2 - (ET_B)^2} \quad 3.18$$

$$v_B = \frac{\sigma_{ET_B}}{ET_B} \quad 3.19$$

Wenn Gleichung 3.6 gelöst wurde, kann mit dem Vergleich der zulässigen und der vorhandenen Summen der Wartezeiten der Hochrechnungsfaktor für die Strecke h_S zum vorhandenen Betriebsprogramm und deren Anzahl an Zuggruppen n_m , die Anzahl der Züge des Referenzbetriebsprogramms n_{Ref} , numerisch ermittelt werden.

$$n_{S,zul} \leq \sum_{i=1}^{n_m} h_S \cdot n_i = h_S \cdot n_{Ref}. \quad 3.20$$

- $n_{S,zul}$ zulässige Anzahl der Züge auf der Strecke
- n_m Anzahl Zuggruppen
- h_S Hochrechnungsfaktor der Strecke
- n_i Anzahl der (Referenz-)Züge in der Zuggruppe i
- n_{Ref} Anzahl der Züge des Referenzbetriebsprogramms

3.6.2 Ermittlung der außerplanmäßigen Streckenleistungsfähigkeit

In Deutschland werden Streckenleistungsfähigkeiten mittels des Verfahrens von Schwanhäüßer berechnet. Dieses wird im vorliegenden Unterabschnitt vorgestellt. In der weiterführenden Literatur wird das Verfahren von Schwanhäüßer oft auch als Strele-Formel bezeichnet, welche sich von dem Begriff Streckenleistungsfähigkeit ableitet. Bei diesem Verfahren wird die Streckenleistungsfähigkeit mithilfe der außerplanmäßigen Wartezeiten berechnet.

Die außerplanmäßigen Wartezeiten beschreiben die erwarteten Folgeverspätungen. Außerplanmäßige Wartezeiten entstehen bei der Betriebsdurchführung in Form von Folgeverspätungen. Wird ein vollständig pünktlicher Betrieb vorausgesetzt, so würden keine außerplanmäßigen Wartezeiten vorkommen, sondern ausschließlich planmäßige Wartezeiten [47].

Um die Kapazität von Eisenbahnstrecken zu ermitteln, können Strecken als einkanalige Bediensysteme modelliert werden, bei denen sich die Bedienzeiten aus den Mindestzugfolgezeiten der Züge ergeben. Die Abbildung der Zugfahrten erfolgt in der Analytik mittels Modellzügen. In einer Modellzuggruppe werden Züge zusammengefasst, welche gleiche oder ähnliche Eigenschaften im Gewicht, der Länge oder dem Laufweg aufweisen. Als Modellzüge werden die Züge verstanden, die hinsichtlich ihrer Eigenschaften die verschiedenen Züge einer Gruppe repräsentativ abbilden können [11]. Die Wahr-

scheinlichkeit, dass ein Zug j auf einen Zug i folgt, ist als p_{ij} definiert. Mithilfe der Mindestzugfolgezeiten $z_{i,j}$ und der Häufigkeit des Auftretens von Zugfolgefällen p_{ij} kann so eine mittlere Mindestzugfolgezeit \bar{z} je Streckenabschnitt ermittelt werden.

$$\bar{z} = \sum p_{ij} \cdot z_{ij} \quad 3.21$$

Mittels dieser Eingangsdaten, zuzüglich der mittleren Einbruchsverspätung \bar{t}_{VE} sowie der Wahrscheinlichkeit des Auftretens einer Einbruchsverspätung p_{VE} kann der Erwartungswert der außerplanmäßigen Wartezeit $ET_{W,au\beta erpl.}$ durch das von Schwanhäüßer in [61] entwickelten Verfahren ermittelt werden. Die zugehörige Strele-Formel ist wie folgt definiert:

$$ET_{W,au\beta erpl.} = ET_{VF} = \left(p_{VE} - \frac{p_{VE}^2}{2} \right) \cdot \frac{\bar{t}_{VE}^2}{\bar{t}_P + \bar{t}_{VE} \left(1 - e^{-\frac{\bar{z}}{\bar{t}_{VE}}} \right)} \quad 3.22$$

$$\cdot \left[p_g \left(1 - e^{-\frac{\bar{z}_g}{\bar{t}_{VE}}} \right)^2 + (1 - p_g) \cdot \frac{\bar{z}_v}{\bar{t}_{VE}} \cdot \left(1 - e^{-\frac{2\bar{z}_v}{\bar{t}_{VE}}} \right) + \frac{\bar{z}}{\bar{t}_P} \cdot \left(1 - e^{-\frac{\bar{z}}{\bar{t}_{VE}}} \right)^2 \right]$$

ET_W	Erwartungswert der Wartezeit / Folgeverspätungen ET_{VF}
p_{VE}	Wahrscheinlichkeit des Auftretens einer Einbruchsverspätung
\bar{t}_{VE}	Mittlere Einbruchsverspätung
p_g	Wahrscheinlichkeit für das Auftreten eines gleichrangigen Zugfolgefalls
\bar{t}_P	Pufferzeit
\bar{z}	Mittlere Mindestzugfolgezeit
\bar{z}_g	Mittlere maßgebende Mindestzugfolgezeit der gleichrangigen Zugfolgefälle
\bar{z}_v	Mittlere maßgebende Mindestzugfolgezeit der rangunterschiedlichen Zugfolgefälle

Die Strele-Formel unterstellt folgende Eingangsbedingungen:

- Es liegt ein konfliktfreier Ausgangsfahrplan vor.
- Die Pufferzeiten sind exponentialverteilt.
- Die Verteilung der Einbruchsverspätungen besitzt eine Verspätungsverteilung, die einer Mischung aus Exponential- und Einpunktverteilung entspricht.

Um die Folgeverspätungen ET_W berechnen zu können, müssen die Einbruchsverspätungen bekannt sein. Diese werden in die mittlere Einbruchsverspätung \bar{t}_{VE} sowie die Wahrscheinlichkeit für das Auftreten einer Verspätung p_{VE} unterteilt. Für die beiden Parameter \bar{t}_{VE} und p_{VE} können die Standardwerte der Richtlinie 405 der DB Netz verwendet werden (vgl. Tabelle 2).

Belastung der Zulaufstrecken				
Belastung	gering		hoch	
Zuggattung	Wahrscheinlichkeit [-]	Mittelwert (versp. Züge) [min]	Wahrscheinlichkeit [-]	Mittelwert (versp. Züge) [min]
SPFV	0,50	5,0	0,50	5,0
SPNV	0,50	2,0	0,60	4,5
S-Bahn	0,20	1,3	0,25	2,0
Ferngüterzüge	0,40	20	0,60	Strecke mittel und hoch belastet: 10 Strecke gering belastet: 30
Nahgüterzüge, Tfz	0,50	20	0,60	Strecke mittel und hoch belastet: 10 Strecke gering belastet: 30

Tabelle 2: Näherungswerte für Einbruchverspätungen nach [11]

Zusätzlich wird eine rangbasierte Berechnung der Leistungsfähigkeiten verwendet (vgl. Unterabschnitt 3.6.1), welche in Formel 3.22 beispielsweise über die mittleren Mindestzugfolgezeiten \bar{z}_g für die gleichrangigen bzw. \bar{z}_v für die rangunterschiedlichen Zugfolgefälle abgebildet werden.

Für weiterführende Literatur zur Berechnung der Streckenleistungsfähigkeit wird auf [61] und [48] verwiesen. Die Strele-Formel ist im gleichnamigen Modul im Softwaretool LUKS implementiert und wird unter anderem bei der DB Netz AG verwendet [28].

Ist die Ankunftsrate λ der Züge bekannt, kann mittels des Kehrwertes von λ der Erwartungswert der Ankunftsabstände ET_A bestimmt werden kann.

$$ET_A = \frac{1}{\lambda} = \frac{t_U}{n} \quad 3.23$$

- ET_A Erwartungswert der Ankunftsabstände
- λ Ankunftsrate der Züge
- t_U Untersuchungszeitraum
- n Zuganzahl

Mittels der Wahrscheinlichkeit p_{ij} , dass der Zug j dem Zug i folgt, und der Mindestzugfolgezeit z_{ij} kann der Erwartungswert der Bedienzeiten ET_B ermittelt werden. ET_B über alle Züge auf dem betreffenden Infrastrukturelement liefert Formel 3.24.

$$ET_B = \sum p_{ij} \cdot z_{ij} \hat{=} \bar{z} \quad 3.24$$

Der Erwartungswert der Bedienzeit entspricht damit, wie in Formel 3.21 bereits dargestellt wurde, der mittleren Mindestzugfolgezeit \bar{z} .

Durch die mittlere Mindestzugfolgezeit \bar{z} bzw. dem Erwartungswert der Bedienzeiten ET_B und die Ankunftsabstände ET_A der einzelnen Züge kann der Belegungsgrad ρ , welcher mit der Auslastung gleichzusetzen ist, berechnet werden (vgl. Formel 3.17) [75].

Wird die mit der Strele-Formel berechnete vorhandene Wartezeit $ET_{W,vorh}$ mit einer zulässigen Wartezeit $ET_{W,zul}$ gleichgesetzt (vgl. Abschnitt 3.3), kann die mittlerer Pufferzeit \bar{t}_p ermittelt werden, welche der unter der angesetzten Betriebsqualität erforderlichen Pufferzeit $\bar{t}_{p,erf}$ entspricht.

Um die Leistungsfähigkeit der Strecke $n_{S,zul}$ durch ein zuvor definiertes Qualitätsniveau zu beschreiben, wird das Verhältnis aus dem Untersuchungszeitraum t_U und der Summe der mittlerer Mindestzugfolgezeit \bar{z} und der zuvor errechneten erforderlichen Pufferzeit $\bar{t}_{p,erf}$ gebildet.

$$n_{S,zul} \leq \frac{t_U}{\bar{z} + \bar{t}_{p,erf}} \quad 3.25$$

$n_{S,zul}$	zulässige Anzahl der Züge auf dem Streckenabschnitt
t_U	Untersuchungszeitraum
\bar{z}	Mittlere Mindestzugfolgezeit
$\bar{t}_{p,erf}$	Erforderlichen Pufferzeit

3.7 Ermittlung der benötigten Gleisanzahl und Wartezeit in Gleisgruppen

Wie bereits in Abbildung 1 dargestellt, kann ein Eisenbahnknoten in Gleisgruppen und Fahrstraßenknoten unterteilt werden. Die Gleisgruppe wird in ein mehrkanaliges Bediensystem eingeteilt, wobei die Anzahl der Gleise der Anzahl der parallelen Bedienkanäle entspricht. Hierzu können alle Gleise zu Gleisgruppen zusammengefasst werden, welche sich in einem Bahnhof gegenseitig vertreten können. Können nicht alle Gleise in einem Bahnhof zu einer gemeinsamen Gleisgruppe zusammengefasst werden, ist es möglich weitere Gleisgruppen im selben Bahnhof zu definieren. Um mehrere Bahnhofs-gleise zu einer Gleisgruppe zusammenzufügen, sind die folgenden Bedingungen nach der Richtlinie 405 der DB Netz AG einzuhalten, damit eine annähernde gegenseitige Vertretbarkeit der Gleise gewährleistet wird. Die Genauigkeiten beziehungsweise Differenzen für die Bedingungen werden in der Praxis folgendermaßen umgesetzt und gelten demnach als Stand der Technik.

- Alle angeschlossenen Streckengleise sollen von jedem Gleis der Gleisgruppe aus erreicht werden. Die Genauigkeit beträgt dabei mindestens einer Erreichbarkeit von 80 % für jedes Gleis.
- Die Nutzlänge der Gleise – getrennt für den Personen- und den Güterverkehr – erlauben eine gegenseitige Nutzung, wobei der längste Zug maßgebend ist. Die zulässige Differenz in der Nutzlänge für den Personenverkehr beträgt 200 m und für den Güterverkehr 300 m.
- Falls Personen- und Güterverkehre in der Gleisgruppe abgewickelt werden, sollte dies überwiegend möglich sein. Bei gemeinsamer Nutzung soll die Vertretbarkeit mindestens 66 % betragen.
- Alle Gleise der Gleisgruppe sollten elektrifiziert bzw. nicht elektrifiziert sein. Hier gilt eine Übereinstimmung von 100 %.

Um die Leistungsfähigkeit der Gleisgruppen berechnen zu können, muss ein mehrkanaliges Bediensystem angewandt werden. Die Anzahl der Bedienkanäle entspricht der Anzahl der Gleise in der Gleisgruppe n_{GG} . Es liegt demnach ein Bediensystem der Form $GI / GI / n_{GG} / \infty$ vor, wobei $n_{GG} > 1$ sein muss, da ansonsten ein einkanaliges Bediensystem vorliegt. In [14] beschreibt Hertel ein Modell für stark ausgelastete Verkehrsströme, ein sogenanntes heavy-traffic Modell, bei dem die Wartewahrscheinlichkeit p_W und die mittlere Wartezeit ET_W eines solchen Modells mithilfe der Warteschlangentheorie berechnet werden kann. Dieses Modell eignet sich besonders für den Fall, dass der Belegungsgrad ρ gegen die Anzahl der Gleise n_{GG} tendiert. Da die maximale Leistungsfähigkeit gesucht wird, ist davon auszugehen, dass ein heavy-traffic Modell vorliegt und demnach für den hier beschriebenen Ansatz geeignet ist.

Mit dem Verfahren nach Hertel [14], ebenfalls in [48] beschrieben, kann zunächst überprüft werden, ob die Anzahl der vorhandenen Gleise ausreichend ist bzw. ob eine zulässige Wartewahrscheinlichkeit eingehalten wird.

Bei Betrachtung der Zugfahrten können für jede Gleisgruppe die mittleren Ankunftsabstände ET_A und die mittleren Bedienzeiten ET_B mit ihren entsprechenden Variationskoeffizienten v_A und v_B bestimmt werden. Es wird davon ausgegangen, dass die Ankunftsrate λ der Züge bekannt ist, womit mittels des Kehrwertes der Erwartungswert der Ankunftsabstände ET_A bestimmt werden kann (vgl. Formel 3.23 und Formel 3.26).

$$ET_A = \frac{1}{\lambda} = \frac{t_U}{n} \quad 3.26$$

t_U Untersuchungszeitraum
 n Zuganzahl

Für das spätere Verfahren wird zusätzlich der Variationskoeffizient der Ankunftsabstände v_A benötigt, der mittels der Ankunftsrate der Züge λ im Untersuchungszeitraum

t_U und der Standardabweichung der Ankunftsabstände σ_A zu berechnen ist. Der Variationskoeffizient beschreibt dabei die relative Standardabweichung der Ankunftsabstände bzw. der Bedienzeiten (vgl. Formeln 3.27 und 3.28).

$$v_A = \frac{\sigma_A}{ET_A} = \sigma_A \cdot \lambda \quad 3.27$$

Der Erwartungswert der Bedienzeiten ET_B ist ebenfalls zu berechnen. Zunächst gilt, dass ET_B in den Gleisgruppen aus der Summe der Einfahr- und Ausfahrsperrzeit sowie der Haltezeit im Bahnhof und im Besonderen beim Güterverkehr aus einer Wartezeit zum Wiedereinfädeln besteht. ET_B kann somit mithilfe des Mischungsverhältnisses der einzelnen Verkehre bestimmt werden. Über die Standardabweichung der Bedienzeiten σ_B kann der Variationskoeffizient der Bedienzeiten v_B ermittelt werden, welcher ebenfalls im weiteren Vorgehen benötigt wird.

$$v_B = \frac{\sigma_B}{ET_B} \quad 3.28$$

Der Belegungsgrad ist identisch mit dem Quotienten der beiden Erwartungswerte ET_B und ET_A und beschreibt die benötigte Anzahl an Gleisen in der Gleisgruppe (vgl. Formel 3.17). Die Formel des Belegungsgrades wird für eine vollständige Darstellung hier nochmals aufgeführt.

$$\rho = \frac{ET_B}{ET_A} \quad 3.29$$

Ist andererseits die Wartezeit für eine Gleisgruppe gesucht, muss die vorhandene Gleisanzahl n_{GG} verwendet werden. Die Länge der Warteschlange bestimmt sich in [27] nach Hertel zu:

$$EL_W = p_0 \cdot \frac{\rho^{n_{GG}}}{n_{GG}!} \cdot \frac{\gamma \cdot \Phi}{(1 - \Phi)^2} \quad 3.30$$

Unter Berücksichtigung der Little-Formel kann die mittlere Länge der Warteschlange in die mittlere Wartezeit umgerechnet werden (vgl. Formel 3.5). Die vorhandene Wartezeit ET_W für die Gleisgruppe kann dann wie folgt berechnet werden:

$$ET_W = ET_A \cdot p_0 \cdot \frac{\frac{\rho^{n_{GG}}}{n_{GG}!} \cdot \gamma \cdot \Phi}{\lambda \cdot (1 - \Phi)^2} \quad 3.31$$

In Formel 3.31 werden dabei die nachfolgenden Hilfsgrößen verwendet:

$$\Phi = \left(\frac{\rho}{n_{GG}}\right)^\gamma < 1 \quad 3.32$$

$$\gamma = \frac{2}{c \cdot v_B^2 + v_A^2} \quad 3.33$$

$$c = \begin{cases} 1 & , v_A \geq 1 \\ \left(\frac{\rho}{n_{GG}}\right)^{1-v_A^2} (1 + v_A^2) - v_A^2 & , v_A < 1 \end{cases} \quad 3.34$$

$$p_0 = \left[\sum_{i=0}^{n_{GG}} \frac{\rho^i}{i!} + \frac{\rho^{n_{GG}} \cdot \gamma \cdot \Phi}{n_{GG}!(1-\Phi)} \right]^{-1} \quad 3.35$$

- ET_W Erwartungswert der Wartezeit / Folgeverspätungen
- ET_A Erwartungswert der Ankunftsabstände
- p_0 Leerwahrscheinlichkeit des Systems
- ρ Belegungsgrad
- n_{GG} Anzahl der Bahnsteiggleise in der Gleisgruppe
- v_A Variationskoeffizient der Ankunftszeiten
- v_B Variationskoeffizient der Bedienzeiten

Die vorhandene Wartewahrscheinlichkeit p_W kann folgendermaßen berechnet werden:

$$p_W = p_0 \cdot \frac{\rho^{n_{GG}}}{(n_{GG} - 1)!} \cdot \frac{\gamma \cdot \Phi}{1 - \Phi} \quad 3.36$$

Die mit Formel 3.36 ermittelte vorhandene Wartewahrscheinlichkeit p_W wird mit einer zulässigen Wartewahrscheinlichkeit $p_{W,zul}$ verglichen. Ist der berechnete Wert kleiner als der zulässigen Wert, gilt das Qualitätsniveau als hinreichend und die Anzahl der vorhandenen Gleise n_{GG} als ausreichend. Dies bedeutet, dass die Kapazität einer Gleisgruppe anhand des statistischen Risikos einer Überschreitung der Aufnahmefähigkeit ermittelt werden kann [53]. Die zulässigen Werte für $p_{W,zul}$ sind in Tabelle 3 dargestellt. Für eine risikobehaftete Qualität existieren keine Grenzwerte.

Zulässiges Qualitätsniveau	$p_{W,zul}$		
	premium	optimal	mangelhaft
Bahnsteig-Gleisgruppe	0,010	0,025	0,050
Ein- / Ausfahrgruppe	0,025	0,050	0,100

Tabelle 3: zulässige Wartewahrscheinlichkeit in Gleisgruppen [11]

3.8 Analytische Ermittlung der Leistungsfähigkeit von Fahrstraßenknoten

Wie in Abschnitt 3.1 bereits beschrieben wurde, bezeichnet ein Teilfahrstraßenknoten den Infrastrukturbereich, in dem sich alle Zugfahrten gegenseitig ausschließen. Um mehrere Teilfahrstraßenknoten zu einem Fahrstraßenknoten, oft auch als Gesamtfahrstraßenknoten bezeichnet, zusammenfassen zu können, kann nach Nießen in [46] die Kapazität für Fahrstraßenknoten ebenfalls als mehrkanaliges Bediensystem oder nach Schwanhäüßer in [62] vereinfachend als einkanaliges Ersatzsystem berechnet werden.

Schwanhäüßer beschreibt in [62] ein Verfahren, bei dem mittels einer Verkettungszahl φ ein Bediensystem mit mehreren Bedienkanälen auf ein einkanaliges Ersatzsystem reduziert werden kann. Die Verkettungszahl φ beschreibt dabei den Kehrwert der im Mittel arbeitenden Bedienkanäle. Gerade bei großen Fahrstraßenknoten ist es möglich, dass mehrere Bedienkanäle parallel arbeiten und demnach erheblich mehr Zugfahrten durchgeführt werden können, als es ein durchschnittlicher Wert aller Teilfahrstraßenknoten abbilden würde. Der von Schwanhäüßer verwendete Ansatz für Fahrstraßenknoten verwendet ein einkanaliges Ersatzsystem nach Gudehus in der Form $M / GI / 1 / \infty$, mit dessen Hilfe die planmäßigen Wartezeiten bestimmt werden können [47].

$$ET_{W,plan} = \frac{n_{\varphi} \cdot ET_B^2}{2 \cdot (t_U - n_{\varphi} \cdot ET_B)} \quad 3.37$$

$ET_{W,plan}$	Erwartungswert der Wartezeit / Folgeverspätungen
ET_B	Erwartungswerte der Bedienzeiten
ET_B^2	2. Moment der Erwartungswerte der Bedienzeiten
t_U	Untersuchungszeitraum
n_{φ}	Zuganzahl in der Verkettung

Dabei greifen sowohl Schwanhäüßer als auch Potthoff [53] auf einen Ansatz von Adler [2] zurück, welcher auf Eisenbahnstrecken die Beeinträchtigung von Zugfahrten durch andere Zugfahrten (Verkettung) für Fahrstraßenknoten betrachtet [47]. Es müssen jedoch einige Anpassungen hinsichtlich der Verkettung vorgenommen werden.

Als Eingangsparameter benötigt dieses Verfahren eine sogenannte Fahrtenausschlussmatrix A . Aus dieser Matrix geht hervor, ob zwei Zugfahrten i und j in einem Fahrstraßenknoten gleichzeitig verkehren können.

$$A = (a_{ij}) \quad 3.38$$

mit

$$a_{ij} = \begin{cases} 0 & \text{wenn die Zugfahrt } i \text{ und } j \text{ gleichzeitig möglich sind} \\ 1 & \text{sonst.} \end{cases} \quad 3.39$$

Zusätzlich gilt, dass für jede mögliche Zugfahrt mit sich selbst ein Ausschluss vorliegt. Sollte demnach ein Zug j einem entsprechenden Zug j auf demselben Laufweg folgen, so ist dieser Folgefall nicht zeitgleich möglich. Es gilt demnach:

$$a_{jj} = 1 \quad \forall j \quad 3.40$$

Mittels des zuvor analysierten Referenzbetriebsprogramms kann, wie bei den zuvor vorgestellten Verfahren, die Wahrscheinlichkeit der einzelnen Modellzuggruppen p_i errechnet werden, sowie darauf aufbauend die Wahrscheinlichkeit p_{ij} , dass ein Zug j dem Zug i folgt (vgl. Unterabschnitt 3.6.2).

Da ein einkanaliges Ersatzsystem betrachtet wird, ist die Zuganzahl n_φ die Summe der verketteten Zugfahrten, d. h. der Züge, deren Fahrten sich gemäß Fahrtenausschlussmatrix A gegenseitig ausschließen.

$$n_\varphi = n_{ges} \cdot \sum_i \sum_j p_{ij} \cdot a_{ij} \quad 3.41$$

Da nun n_φ und die Gesamtanzahl der Züge im Fahrstraßenknoten n_{ges} bekannt sind, kann die Verkettungszahl φ bestimmt werden.

$$\varphi = \frac{n_\varphi}{n_{ges}} = \sum_i \sum_j p_{ij} \cdot a_{ij} \quad 3.42$$

Für die Berechnung des Erwartungswertes der Wartezeit ET_W in Fahrstraßenknoten (vgl. Formel 3.37) wird zusätzlich der Erwartungswert der Bedienzeiten ET_B und das 2. Moment der Bedienzeiten ET_B^2 , welches die Streuung der Bedienzeiten berücksichtigt, benötigt. ET_B kann in Anlehnung an die Formeln 3.24. ermittelt werden. Schwanhäuber multipliziert die Formeln mit der Fahrtenausschlussmatrix a_{ij} und dividiert sie durch die Verkettungszahl φ .

$$ET_B = \frac{\sum_i \sum_j p_{ij} \cdot a_{ij} \cdot z_{ij}}{\varphi} \quad 3.43$$

Das 2. Moment der Bedienzeiten ET_B^2 berücksichtigt die Ränge der Züge untereinander. Näherungsweise werden hierfür die Dispositionsbelegungszeiten $t_{a,ij}$ verwendet [60]. Ist die Rangziffer des Zuges i (Rg_i) geringer als die Rangziffer des Zuges j (Rg_j), so hat der Zug i Vorrang. Auch bei der Berechnung von ET_B^2 wird die Verkettungszahl benötigt.

$$ET_B^2 = \frac{\sum_i \sum_j p_{ij} \cdot a_{ij} \cdot (z_{ij} + t_{d,ij})^2}{\varphi} \quad 3.44$$

mit

$$t_{d,i,j} = \begin{cases} +z_{ji} & \text{wenn } Rg_i < Rg_j \\ 0 & \text{wenn } Rg_i = Rg_j \\ -z_{ij} & \text{wenn } Rg_i > Rg_j \end{cases} \quad 3.45$$

Für die Verkettungszahl wird in der weiterführenden Literatur teilweise auch der Begriff „Ausschlussgrad“ verwendet. Die Verkettungszahl nach Potthoff stellt derzeit den Stand der Technik dar und wird bei eisenbahnbetriebswissenschaftlichen Untersuchungen angewendet (vgl. [47, 52, 67]). Die analytischen Warteschlangenmodelle, basierend auf dem Verfahren von Potthoff, wurden unter anderem von Schwanhäüßer in Aachen sowie von Hertel in Dresden bis zur Umsetzung in betriebswissenschaftlicher Software weiterentwickelt [68].

Im Anschluss kann durch einen Vergleich der vorhandenen und der zulässigen Wartezeit ein Hochrechnungsfaktor für den Fahrstraßenknoten h_{FK} bestimmt werden [62]. Durch die entsprechende Formel kann die zulässige Anzahl der Züge $n_{FK,zul}$ bestimmt werden.

$$n_{FK,zul} \leq h_{FK} \cdot n_{Ref} \quad 3.46$$

- $n_{FK,zul}$ zulässige Anzahl der Züge im Fahrstraßenknoten
- n_{Ref} Anzahl der Züge des Referenzbetriebsprogramms
- h_{FK} Hochrechnungsfaktor des Fahrstraßenknotens

In Abhängigkeit der zulässigen Kapazität des Fahrstraßenknotens kann der Hochrechnungsfaktor theoretisch einen Wert zwischen 0 und ∞ annehmen. Dies bedeutet, dass für einen Hochrechnungsfaktor kleiner als 1 die Leistungsfähigkeit geringer ist als die derzeitige Belastung bzw. die Leistungsfähigkeit wird bei einer verschlechterten Qualität durchgeführt [62].

Als Alternative beschreibt Nießen in [47] einen weiterführenden Ansatz, welcher die außerplanmäßigen Wartezeiten in Fahrstraßenknoten bestimmt. Dabei werden die Erwartungswerte der ersten Ordnung mittels eines Hochrechnungsfaktors mit denen höherer Ordnungen verrechnet. Der Hochrechnungsfaktor berücksichtigt durch das Verhältnis des erhöhten Ankunftsstroms λ_j^* zum Ankunftsstrom λ_j die Auswirkungen der Verkettung im Fahrstraßenknoten. λ_j^* kann als die Anzahl der Kunden verstanden werden, welche bei ihrer Ankunft auf ein belegtes Bediensystem treffen und sich, da sie nicht verloren gehen können, wieder in den Ankunftsstrom einreihen.

3.9 Laufwegsuche

Um in einem Netzwerk den schnellsten oder finanziell günstigsten Weg zwischen zwei beliebigen Knoten finden zu können, kann derzeit auf verschiedene Routen-Such-Algorithmen zurückgegriffen werden. In diesem Abschnitt sollen zunächst die eigentliche Routensuche und im Anschluss verschiedene Algorithmen hierfür vorgestellt werden (vgl. Unterabschnitt 3.9.2 bis 3.9.5). Im Abschnitt 3.10 erfolgt eine Bewertung der einzelnen vorgestellten Verfahren hinsichtlich ihrer Anwendbarkeit auf die Problemstellung dieser Arbeit.

Im Allgemeinen wird ein Netzwerk in Knoten und Kanten aufgeteilt, durch welche ein Weg gesucht wird. Um einen kürzesten Weg finden zu können, muss dieser erst mathematisch definiert werden. Suhl und Mellouli fassen in [65] die Definition des Weges, hier als Laufweg verstanden, folgendermaßen zusammen. Werden zwei Knoten über eine Kante miteinander verbunden, so muss unterschieden werden, ob diese gerichtet oder ungerichtet sind. Gerichtete Kanten können ausschließlich in eine Richtung befahren werden, wobei ungerichtete Kanten einen Fluss in beide Richtungen zulassen. Um eine Strecke mit Richtungsbezug zu modellieren, sind demnach gerichtete Kanten zu verwenden.

Werden die beiden Knoten i und j , vorausgesetzt $i \neq j$, mit einer gerichteten Kante verbunden, so kann diese als Paar (i, j) dargestellt werden. Sind mehrere Knoten durch gerichtete Kanten miteinander verbunden so entsteht ein gerichteter Graph mit der Struktur $G = (N, A)$. Dabei wird N (nodes) als die Menge der Knoten verstanden und A (arcs) stellt die Kantenmenge dar [65].

Ein Weg wird in der Regel als ein gerichteter Graph verstanden, in welchem der Fluss ausschließlich in eine Richtung fließen kann. Ein solcher Weg kann entweder durch eine Knoten- oder eine Kantenreihung eindeutig beschrieben werden. Es wird in der Regel vorausgesetzt, dass sich kein Element in dieser Reihung wiederholen darf. Ist dies der Fall, so gilt der Weg als zyklensfrei. Auch für den Fall, dass der Startknoten dem Zielknoten entspricht, wird der Weg als zyklensfrei definiert [65].

Wird hingegen ein ungerichteter Graph verwendet, so hat dieser keinen Richtungsbezug und kann in beide Richtungen befahren werden. Die Modellierung mittels eines ungerichteten Graphen kann für eingleisige Strecken oder für Bahnhofsgleise mit Zugfahrten in beiden Richtungen verwendet werden.

Ein ungerichteter Graph kann vergleichbar wie ein gerichteter Graph definiert werden. Dabei weist dieser eine Struktur der Form $G = (N, E)$ auf, bei welcher die Kanten als E (edges) definiert werden. Dabei ist sowohl die Darstellung als 2-elementige Menge $\{i, j\}$ als auch (i, j) und / oder (j, i) möglich [65].

Es gibt zusätzlich für die kürzesten Wege die Unterscheidung nach ungewichteten und gewichteten Kanten [65]. In Netzwerken ohne Kantengewichtung wird die Länge eines Weges als die Summe der befahrenen Kanten bezeichnet. Der Weg mit den wenigsten Kanten ist demnach die kürzeste Verbindung zwischen zwei beliebigen Knoten. Bei gewichteten Kanten wird z. B. eine Entfernung oder eine Fahrzeit als Attribut mit der Kante verknüpft. Der kürzeste Weg wird über die geringste Summe dieser Attribute auf dem Weg zwischen zwei beliebigen Knoten bezeichnet und kann auch als Abstand oder Distanz aufgeführt werden [65].

3.9.1 Laufwegsuche in Eisenbahnnetzen

Um Laufwege in Eisenbahnnetzen ermitteln zu können, existieren diverse Verfahren, die an dieser Stelle kurz erläutert werden sollen. Die vorhandenen Annahmen aus den ausgewählten Verfahren NEMO, MOSES mit dem Teilprogramm WiZug und VisumCargo sollen hier beleuchtet werden, um eine Laufwegsuche im Eisenbahnwesen durchführen zu können.

Wird Laufwegsuche angestoßen, so gelten für alle in diesem Unterabschnitt vorgestellten Verfahren die beiden folgenden Bedingungen. Alle Alternativen der Laufwege müssen jeweils im selben Startknoten beginnen und in dem dazugehörigen Zielknoten enden. Zusätzlich muss für einen alternativen Pfad durch das Netzwerk eine Obergrenze für die zusätzlichen Kosten definiert werden, damit eine wirtschaftliche Alternative gefunden werden kann. Diese Obergrenze kann sowohl prozentual als auch absolut ausgewiesen werden [30].

Das Programm NEMO (vgl. Abschnitt 3.5) verwendet die Routensuche getrennt für die beiden Verkehrsarten des Personen- und Güterverkehrs. Bei dem Personenverkehr erfolgt eine Zuordnung auf Modellzüge des Netzgraphen. Danach kann eine Routensuche getrennt oder kombiniert nach der minimalsten Reisezeit oder den günstigsten Fahrpreisen erfolgen. Zusätzlich kann eine Umsteigebeziehung für den Reisenden bewertet werden. Damit ist beispielsweise eine Bewertung von Linienkonzepten im Personenverkehr möglich [55].

Die Routensuche für den Güterverkehr erfolgt auf Basis von beladenen und leeren Modellwagen. Es wird für jeden Wagen der optimale Weg, in Form der kürzesten Fahrzeit, durch das Netzwerk ermittelt. Die Routenberechnung und damit die Ermittlung der Fahrzeit erfolgt überschlägig mittels der Streckenlängen und einer generalisierten Geschwindigkeiten je Zugkategorie [5]. Dabei sind für den Einzelwagenverkehr bestimmte anzufahrende Rangierbahnhöfe als zusätzliche Pflichtknoten zu definieren. Auch die zeitliche Reihenfolge dieser Pflichtknoten spielt hier eine entscheidende Rolle [55].

Radtke erläutert in [56] für das makroskopische Verkehrserzeugungs- und Umlegungsmodell NEMO das Vorgehen der Modellierung des Personenverkehrs folgendermaßen.

Der angebotene Personenverkehr muss nicht immer der reinen Nachfrage entsprechen, sondern beruht häufig auf betrieblichen Gründen, auf Gründen des Taktfahrplangefüges über den gesamten Tag sowie auf politischen Vorgaben.

Die Laufwege können, wie Radtke in [56] erläutert, nach den folgenden Vorgaben gewichtet werden:

- kürzester Weg (bezogen auf den Laufweg)
- kürzester Weg (bezogen auf die Fahrzeit)
- preiswertester Weg (bezogen auf den Trassenpreis)
- energiesparendster bzw. schadstoffreduziertester Weg

Kettner beschreibt in [30] die zusätzlichen Gewichtungen der Laufwege anhand von Traktionswechsel oder Abbiegewiderstände. Auch können in der Arbeit von Kettner das Zuggewicht und die Zuglänge berücksichtigt werden.

Das Programmsystem Wirtschaftliche Zugführung [9], kurz WiZug, bildet die betriebliche Belastung von Schienennetzen mithilfe von Verkehrsumlegungen ab [10]. Dabei werden die Nachfragereaktionen der Verloader berücksichtigt.

In [4] beschreibt Konanz für das Modell WiZug neben den von Radtke vorgestellten Gewichtungen zusätzlich eine Umlegung bezüglich der Beachtung der vorliegenden Streckenbelastung, Elektrifizierung und ggf. Fahrverboten. Eine Zugumlegung erfolgt in [30] über Zugscharen. Alle Züge werden einer solchen Zugschar zugeordnet, für die ein alternativer Laufweg ermittelt wird.

Alternativ ist noch das Planungsmodell VisumCargo aus Karlsruhe zu nennen [49]. Bei diesem Modell wird, unter einer Aufkommensprognose und einer vereinfachten Kapazitätsprognose, ein Güterzugfahrplan ermittelt [64]. Die Laufwegsuche wird mittels Teillaufwegen zwischen zwei Knoten durchgeführt, bei dem der Güterzug keinen Verkehrshalt erfährt. Im Anschluss werden sogenannte Leitwege für die zuvor ermittelten Teillaufwege ermittelt und wie Sewcyk in [64] beschreibt, in einem Teilleitwegnetz zusammengefügt.

Für die beiden Softwareprogramme MOSES und VisumCargo wurde seinerzeit ebenfalls nur der Güterverkehr als Optimierungsgrundlage gesehen. Der Personenverkehr wird, wie Sewcyk in [64] erläutert, als vorgegebene Grundbelastung aus externen Quellen in das Modell übernommen.

Die dargestellten Verfahren ermitteln unter verschiedenen Ansätzen die Abwicklung von steigenden Güterverkehrsaufkommen in Teilnetzen.

Kettner nutzt dafür im Modell NEMO einen Ansatz, um Engpässe erkennen zu können und deren Auflösung zu gewährleisten. Hierbei werden mithilfe des Dijkstra-Algorithmus

(vgl. Unterabschnitt 3.9.2) alternative Laufwege gesucht und die Züge als Zugschar umgeroutet. Auf diese Weise soll weniger Verkehr über den Engpass fahren und diesen so entlasten. Als Messgröße für den Engpass dienen der Belegungsgrad sowie die Pufferzeit auf den einzelnen Teilabschnitten. Weiter kann durch selbigen Ansatz ein Lastgleichgewicht im Teilnetz erzeugt werden [30].

Für das Modell WiZug wird eine wirtschaftliche Optimierung angesetzt. Dabei wird ebenfalls eine Routensuche je Zug angestrebt. Im Vorfeld sind die Züge in sogenannte hierarchische unterschiedlich zu behandelnde Gruppen zu unterteilen. Für diese Gruppen wird im Anschluss für jeden Zug gemäß der Reihenfolge in diesen Gruppen die für ihn optimale Route gesucht. Wurde eine optimale Route gefunden, muss die aktuelle Netzauslastung bestimmt werden. Hierfür wird der Zug fixiert und im Anschluss überprüft, ob für einen rangniedrigeren Zug ebenfalls noch eine optimale Route gefunden werden kann [4].

In den folgenden Unterabschnitten werden verschiedene Verfahren sowie die entsprechenden benötigten mathematischen Grundlagen der Routensuche beschrieben.

3.9.2 Der Dijkstra-Algorithmus

Ein Algorithmus der kürzeste Wege in Graphen bestimmt, ist der von Dijkstra [12]. Der Algorithmus besucht, ausgehend von einem Startknoten, alle benachbarten Knoten und ermittelt die derzeit kürzesten Wege. Ein besuchter Knoten gilt als bekannt und im nächsten Schritt werden ebenfalls wieder die benachbarten Knoten besucht. Dies wird solange wiederholt, bis alle Knoten bekannt sind und kein kostengünstigerer Weg gefunden wurde [69].

Um die kürzesten Wege zwischen verschiedenen Knoten in einem Netzwerk ermitteln zu können, ist es hilfreich das Netzwerk in drei Teilmengen zu unterteilen [65].

Die erste Teilmenge A beinhaltet alle Knoten des Netzwerks, bei denen die kürzesten Wege schon bekannt sind. Die Menge A wird verwendet, um permanent mit den jeweils kürzesten Entfernungen für neue Relationen im Teilnetz verglichen zu werden. An dieser Stelle wird in Fachliteratur von „labeln“ gesprochen. Zu Beginn des Dijkstra-Algorithmus wird ausschließlich der Startknoten mit dem permanenten Wert von 0 gelabelt.

In der nächsten Teilmenge B sind die Knoten enthalten, zu denen Wege bekannt sind, jedoch noch unsicher ist, ob diese Wege auch den kürzesten entsprechen. In dieser Menge werden die Knoten temporär gelabelt, was bedeutet, dass die jeweils bisher bekannten Entfernungen dem Knoten zugeordnet werden.

In [65] wird das weitere Verfahren wie folgt beschrieben. Zunächst werden alle unmittelbaren Nachfolger mit einem temporären Label markiert und somit als Grenze zur Menge

A bezeichnet. Dies bedeutet, dass alle nun markierten Nachfolger aus Knoten der Menge A (permanent gelabelt) selbst nicht permanent gelabelt sind.

Als letzte der drei Teilmengen des Netzwerks beinhaltet C alle Knoten, zu denen noch keine Verbindungen bzw. Wege bekannt sind. Diesen Knoten wird ein positiver unendlicher Wert zugeordnet. Am Anfang des Algorithmus befinden sich alle Knoten, mit Ausnahme des Startknotens und die direkten Nachfolger dieses Knotens, in der Menge C . Danach findet zunächst eine temporäre und im Anschluss eine permanente Markierung dieser Knoten statt.

Bei jedem Teilschritt des von Dijkstra entwickelten Algorithmus wird ein Knoten i mit dem kleinsten temporären Label aus der Teilmenge B zugeordnet und dieses Label wird als permanent erklärt. Da dieser Knoten dann als überprüft und als ein kürzester Weg zum Startknoten gilt, ist dieser Weg endgültig bekannt. Demnach wird der Knoten i aus der Teilmenge B in die Teilmenge A verschoben. Die direkten Nachfolger dieses Knotens werden nun temporär gelabelt oder aber korrigiert, wenn diese schon ein Label erhalten haben. Dies bedeutet, dass wenn es eine Verbindung von Knoten i zu Knoten j besteht, wird ein (neues) temporäres Label von j berechnet. Die Berechnung erfolgt durch die Bildung des Minimums aus dem derzeitigen temporären Label des Knotens j sowie dem zuvor bestimmten permanenten Label des Knotens i zuzüglich der Länge der Kante zwischen den beiden Knoten i und j . Als neues temporäres Label wird der bis dahin bekannte kürzeste Weg vom Startknoten zum untersuchten Knoten j angesehen, unter der Bedingung, dass dieser Weg ausschließlich permanent gelabelte Knoten enthält. Der Dijkstra-Algorithmus wiederholt diesen Prozess solange, bis alle im Netzwerk befindlichen Knoten als permanent gelabelt wurden. Dies bedeutet dass alle Knoten entweder der Teilmenge A oder der Teilmenge C zugeordnet wurden [65].

Bei jeder Aktualisierung der Gewichtungen, z. B. wenn ein neuer Knoten besucht wird, speichert der Algorithmus die zugehörige Kante, mit welcher er aktualisiert wurde. Diese wird als Vorgängerkante bezeichnet. Über die Vorgängerkanten kann am Ende des Algorithmus für jeden Knoten der kürzeste Weg zum Startknoten ermittelt werden [69].

Ein Nachteil des Dijkstra-Algorithmus ist, dass es keine negativen Kanten im Netzwerk geben darf beziehungsweise die Entfernungen oder Gewichtungen ausschließlich positiv sein dürfen. Aus diesem Grund können vorteilhaft gesehen auch keine Zyklen mit negativen Längen vorkommen.

Der Algorithmus muss n -mal den nächsten minimalen Knoten bestimmen, wenn n die Anzahl der Knoten ist. Dabei wird jeder Knoten jedoch nur ein einziges Mal überprüft. Wird der Laufzeit mittels des Durchlaufens von einer Knotenliste (Adjazenzliste) bestimmt, so ist die Zeitkomplexität in der Literatur mit $O(n^2)$ angegeben [65]. Dies bedeutet, dass der Algorithmus eine quadratische Komplexität aufweist und nach maximal n^2 Schritten eine Lösung gefunden hat.

3.9.3 Der A*-Algorithmus

Der A*-Algorithmus, das erste Mal von Hart, Nielsson und Raphael in [24] beschrieben, funktioniert annähernd wie der Algorithmus nach Dijkstra, bietet aber die Möglichkeit eine gezieltere Suche nach dem kürzesten Weg anzustoßen.

Wie beim Dijkstra-Algorithmus kann mit dem A*-Algorithmus der kürzeste Weg zwischen zwei Knoten bestimmt werden. Sollen alle kürzesten Wege zwischen einem Startknoten zu allen anderen Knoten bestimmt werden, so muss der Algorithmus entsprechend der Knotenhäufigkeit durchgeführt werden. Der Vorteil dieses Algorithmus besteht darin, dass er weitere Informationen verwendet, um die Knoten zu untersuchen, über welche wahrscheinlich eher der Zielknoten erreicht wird.

Dafür wird dieselbe Klassifizierung der Teilmengen wie beim Algorithmus von Dijkstra verwendet (vgl. Unterabschnitt 3.9.2). Es existiert eine Teilmenge A in der alle Knoten aufgelistet sind, welche schon bekannt sind und deren kürzesten Wege ermittelt wurden. Die Teilmenge B beinhaltet alle Knoten, welche sich noch in der Warteschlange befinden, d. h. zu denen schon ein Weg bekannt ist, aber noch nicht feststeht, ob dies der kürzeste ist. Bestandteil der Teilmenge C sind zuletzt alle unbekanntes Knoten [69].

Es wird zunächst eine Warteschlange aufgebaut, in der ein möglicher Weg vom Startknoten bis zum Zielknoten zu bilden ist. Ein Knoten der aktuell den geringsten Wert besitzt, also die kürzeste Entfernung zum Startknoten, wird in diesem Algorithmus immer an die vorderste Stelle der Warteschlange gesetzt. Zusätzlich wird die geschätzte Entfernung bis zum Zielknoten abgespeichert. Dieser vorderste Knoten ist jener, der als nächstes bearbeitet wird.

Der Algorithmus entnimmt aus der aufgestellten Warteschlange solange Knoten, bis der Zielknoten entnommen würde bzw. die Warteschlange leer ist. Wurde der Zielknoten entnommen, so steht der kürzeste Weg fest. Ansonsten existiert zwischen dem Start- und dem Zielknoten kein möglicher Pfad.

Für die Nachbarknoten des soeben entnommenen Knotens der Warteschlangen müssen verschiedene Fälle betrachtet werden. Der einfachste Fall ist, wenn der angrenzende Knoten bereits entnommen wurde, so ist der Knoten auch schon bearbeitet worden und muss nicht weiter berücksichtigt werden. Sollte sich der Nachbarknoten noch in der Warteschlange befinden, wird überprüft, ob die nun ermittelte Entfernung geringer ist, als die der aktuellen Warteschlange. Ist dies der Fall, so wird der bisherige Wert des Weges ersetzt, da eine Abkürzung gefunden wurde. Die letzte Möglichkeit, welche auftreten kann, ist, dass der Knoten noch nicht bekannt ist. Der Knoten ist somit in die Warteschlange aufzunehmen.

Die eingangs beschriebene Schätzung beinhaltet einen Wert, welcher angibt, wie weit der betrachtete Knoten am Beginn der Warteschlange steht. Zusätzlich gibt dieser Wert

an, wie weit der Knoten schätzungsweise vom Zielknoten entfernt ist. Dies kann beispielsweise mit der Luftlinienentfernung erfolgen und bedeutet, dass Informationen über die Koordinaten der Knoten vorliegen müssen. Die Schätzfunktion ist jedoch bei diesem Algorithmus frei wählbar, sie darf aber nicht überschätzt werden. Die Entfernung zum Startknoten kann über die Summe der Kantengewichtungen exakt ermittelt werden.

Damit der günstigste Weg ausgegeben werden kann, ermittelt der A*-Algorithmus bei jeder Aktualisierung der Kosten ebenfalls den Vorgängerknoten und speichert diesen. Am Ende wird der kürzeste Weg ausgegeben, indem vom Zielknoten mithilfe der Vorgängerknoten der Anfangsknoten ermittelt wird. Die Laufzeit des Algorithmus beträgt ebenfalls $O(n^2)$ (vgl. Unterabschnitt 3.9.2).

Für eine genauere Beschreibung des Algorithmus wird auf Velden [69] verwiesen.

3.9.4 Der Bellmann-Ford-Algorithmus

Ein alternativer Algorithmus ist der ebenfalls nach seinen Erfindern benannte Bellmann-Ford-Algorithmus. Dieser bietet den Vorteil, dass auch negative Kantengewichte zugelassen sind und stellt somit eine Modifizierung des Dijkstra-Algorithmus dar. Wenn für die Benutzung eines Pfades der Benutzer Geld erhalten würde, kann dies durch eine negative Gewichtungen abgebildet werden [69].

Knoten werden in diesem Algorithmus ebenfalls in Teilmengen unterteilt. Jedoch werden diese Knoten nicht abschließend betrachtet, wie in den vorherigen Algorithmen. Es existiert also während der Laufzeit des Bellmann-Ford Algorithmus keine Teilmenge A . Die kürzeste Entfernung zwischen einem Knoten und dem Ausgangsknoten steht erst mit Beendigung des Algorithmus fest.

Zunächst versucht der Algorithmus mithilfe einer Kostenschätzung einen ersten zulässigen Wert für einen kürzesten Weg zu ermitteln. Dieser wird durch Iterationsschleifen solange verbessert, bis die exakten und damit geringsten Kosten gefunden wurden. Alle Knoten, welche nicht dem Startknoten entsprechen, erhalten bei dieser ersten Schätzung den schlechtmöglichen Wert, i. d. R. unendlich. Der Startknoten bekommt den geringsten Kostensatz, was in diesem Fall dem Wert null und seiner Entfernung zu sich selbst entspricht [69].

Im Anschluss wird die Benutzung einer Kante auf einen geringeren Wert hin überprüft, indem die Kosten für die Benutzung des Startknotens der Kante zuzüglich der Kosten für die Benutzung der Kante berechnet werden. Sollte durch dieses Ergebnis ein geringerer Wert als die Kosten des Zielknotens entstanden sein, so wird der Wert des Zielknotens mit dem Wert des neuen, kürzeren Weges überschrieben [69]. Dieser Vorgang muss solange wiederholt werden, bis der Zielknoten erreicht wird. In der Regel gilt, dass der Vorgang einmal weniger durchgeführt werden muss, als die vorhandene Anzahl an

Knoten n , also $n - 1$ mal. Dies bedeutet, dass im schlechtesten Fall jeder Knoten einmal besucht wurde. Eine höhere Anzahl ist nicht möglich, da der Algorithmus dann nicht zyklentfrei arbeiten würde.

Als Einschränkung gilt, dass es ebenfalls in diesem Algorithmus keine Zyklen geben darf, da der Algorithmus dann möglicherweise keinen kürzesten Weg finden würde. Dies passiert jedoch ausschließlich bei negativen Kantengewichtungen, da der Algorithmus bei jeder Iteration immer einen noch kürzeren Weg, als seinen zuvor gefundenen Weg finden würde. Jedoch prüft der Bellmann-Ford-Algorithmus am Ende seiner Durchführung, also nach der $n - 1$ Schleife, den gefundenen Weg auf eine Abkürzung. Wird eine Abkürzung gefunden, so liegt ein Zyklus vor, welcher dem Benutzer angezeigt wird. Dieser Zyklus ist vom Algorithmus sogar detektierbar, da im Vorfeld die besuchten Knoten mittels sogenannter Vorgängerkanten abgespeichert wurden.

Wenn n wieder die Knotenanzahl ist und m die Anzahl der Kanten, kann die Laufzeit mit $O(n \cdot m)$ angegeben werden [13].

3.9.5 Der Floyd-Warshall-Algorithmus

Der ebenfalls nach seinen Entwicklern benannte Floyd-Warshall-Algorithmus besteht aus zwei einzelnen Algorithmen, welche zusammengefasst wurden. Floyd [15] entwickelte einen Teil dieses Verfahrens, welcher die Länge des kürzesten Weges zwischen allen Knotenpaaren bei gewichteten Kanten ermittelt. Der zweite Teil von Warshall [71] ermittelt, ob ein indirektes Erreichen eines angrenzenden Knotens möglich ist. Vereinfacht ausgedrückt, liegt eine Verbindung von Knoten A zum Knoten B vor und eine Verknüpfung von Knoten B zum Knoten C , so existiert auch eine Verbindung von Knoten A zum Knoten C . In diesem Fall wird von einer transitiven Hülle gesprochen. Der Warshall-Algorithmus überprüft jedoch zusätzlich den Graphen auf eine reflexive Hülle, was bedeutet, dass ebenfalls die Verknüpfung von Knoten A zum Knoten C überprüft wird [69].

Der Floyd-Warshall-Algorithmus ermittelt schlussendlich die kürzeste Entfernung aller Knotenpaare untereinander. Das Ergebnis ist bekannt als Entfernungsmatrix z. B. zwischen Städten. Die Entfernung eines Knotens zu sich selbst ist nicht nötig, da dann ein Zyklus vorliegen würde [65].

Mithilfe einer dynamischen Programmierung werden alle Knotenpaare nacheinander, also iterativ, verglichen und der entsprechend kürzeste Weg gespeichert. Durch die transitive Hülle lässt sich schlussfolgern, dass bei einem kürzesten Pfad über mehrere Knoten und Kanten die jeweiligen Teilpfade ebenfalls minimal sind.

Diese Beobachtung kann über die Induktion bewiesen werden. In [69] wird dies folgendermaßen beschrieben. Ebenfalls wird der Graph G benötigt, in dem alle Knoten von i

bis n durchnummeriert sind. Wird der kürzeste Weg zwischen den Knoten i und j gesucht, kann beim Schritt k des Algorithmus, dieser als Funktion (i, j, k) ausgegeben werden. Dabei können nur die Knoten aus der Menge $\{1, 2, \dots, k\}$ ausgegeben werden.

Im darauffolgenden Schritt $k + 1$ werden dann wieder die kürzesten Wege zwischen dem Knoten i und j aus der Menge $\{1, 2, \dots, k + 1\}$ ermittelt. Für alle so ermittelten Knotenpaare kann bewiesen werden, dass der kürzeste Weg entweder ausschließlich aus Knoten der Menge $\{1, \dots, k\}$ besteht oder aber als Weg von i nach $k + 1$ und von $k + 1$ nach j beschrieben werden kann. Durch die kontinuierliche Ermittlung der kürzesten Wege je Betrachtungsschritt, kann bei diesem Algorithmus der kürzeste Weg beim Schritt $k + 1$ entweder durch die Funktion (i, j, k) oder aber durch die Funktionen $(i, k + 1, k)$ und $(k + 1, j, k)$ dargestellt werden. Der geringere Wert beider Fälle ist maßgebend und kann entweder identisch zum vorherigen Schritt sein oder einen neuen Knoten $k + 1$ enthalten [65].

Dieses Vorgehen entspricht dem Kerngedanken der dynamischen Programmierung. Bei jedem Iterationsschritt werden die aktuell ermittelten Kosten zwischen allen Knotenpaaren zugeordnet. Es folgt

$$W_k(i, j, k) = \min(W_k(i, j, k), W_k(i, k + 1, k) + W_k(k + 1, j, k)) \quad 3.47$$

W_k kürzester Weg

i, j, k Bezeichnung der Knoten

Als letzter Schritt des Algorithmus wird jedoch ausschließlich der kürzeste Weg gespeichert. Die Anzahl der Zwischenknoten auf dem Weg zwischen den beiden gerade betrachteten Knotenpaaren ist dabei irrelevant. Durch die Anpassung beim Auffinden eines günstigeren Pfades wird sichergestellt, dass immer die kostengünstigsten Wege ermittelt wurden.

Bei der Durchführung der Laufwegsuche wird eine $n \times n$ -Matrix erstellt, welche die aktuellen Kosten zwischen jedem Knotenpaar speichert. Als Zeilen- und Spaltenbezeichnungen werden die Knotennamen verwendet. Sollte keine Verbindung zwischen zwei Knoten existieren, so wird von der schlechtmöglichen Gewichtung ausgegangen und die entsprechende Matrixzelle wird mit unendlich deklariert. Während jeder Iterationschleife des Algorithmus wird überprüft, ob eine günstigere Gewichtung, also ein kürzerer Weg gefunden wurde. Ist dies der Fall, so wird der entsprechende Zellenwert der Matrix auf den aktuellen Wert angepasst.

Auch bei dieser Laufwegsuche dürfen keine negativen Kantengewichtungen vorkommen. Negativen Zyklen sind auch bei diesem Algorithmus nicht zugelassen (vgl. Unterabschnitt 3.9.4). Die Laufzeit beträgt beim Floyd-Warshall-Algorithmus $O(n^3)$, mit n als Knotenanzahl [65].

3.10 Zusammenfassung Stand der Wissenschaft

Um die Gesamtleistungsfähigkeit von Eisenbahnnetzen berechnen und bewerten zu können, existiert derzeit kein hinreichendes Verfahren. In der Regel wird das Eisenbahnnetz in Strecken, Fahrstraßenknoten und Gleisgruppen unterteilt. Die Leistungsfähigkeit der jeweiligen Bereiche kann mit konstruktiven Methoden, simulativ oder analytisch berechnet werden. In dieser Arbeit wird für die jeweiligen Teilbereiche des Netzwerks unter Anwendung analytischer Methoden die jeweilige Leistungsfähigkeit bestimmt, da die Analytik einen direkten Rückschluss zwischen der Zuganzahl und Warteschlangenlänge zulässt (vgl. Abschnitt 3.5).

Für die Berechnung der Leistungsfähigkeiten werden Mindestzugfolgezeiten für die einzelnen Elemente benötigt, welche auf Basis von mikroskopischen Berechnungen ermittelt werden. In dieser Arbeit wird für die Mindestzugfolgezeiten der Fahrstraßenknoten der von Nießen beschriebene Ansatz verwendet, indem die Ein- und Ausfahrsperrzeiten der Züge für den Fahrstraßenknoten und für die Gleisgruppen verwendet werden [47].

Der von Nießen in [47] beschriebene Nachteil, dass durch die Verwendung der Sperrzeiten eine Unterschätzung der Bedienzeiten erfolgt, wird folgendermaßen behandelt. Da die maximale Leistungsfähigkeit der einzelnen Infrastrukturbereiche bestimmt werden soll, wird hier davon ausgegangen, dass sobald eine Zugfahrt erfolgt ist, sofort eine weitere Zugfahrt erfolgen kann. Dies erfolgt unabhängig davon, ob durch die Streckenmindestzugfolgezeit die Befahrung zu diesem Zeitpunkt gewährleistet wird. Durch die spätere Optimierung wird das Teilsegment mit der geringeren Leistungsfähigkeit die angrenzenden Elemente limitieren (vgl. Abschnitt 4.5).

Des Weiteren ist die Leistungsfähigkeit unter Berücksichtigung der planmäßigen und außerplanmäßigen Wartezeiten zu berechnen. Hierfür existieren die in den Abschnitten 3.6 bis 3.8 vorgestellten Verfahren, welche in Tabelle 4 noch einmal zusammengefasst werden.

Infrastruktur	planmäßige Wartezeiten	außerplanmäßige Wartezeiten
Strecke	Wakob	Strele (Schwanhäußer)
Gleisgruppe	Hertel	derzeit nicht vorhanden
Fahrstraßenknoten	Gudehus / Verkettungszahl φ	Nießen

Tabelle 4: Vorhandene Verfahren zur Berechnung der Leistungsfähigkeit

Unter der Randbedingung, dass die ermittelten Leistungsfähigkeiten als Grenzwerte der Zugfahrten auf den jeweiligen Infrastrukturbereichen gelten sollen, wird im Anschluss eine Routensuche angestrebt. Durch ein sinnvolles Routen und die Wahl wirtschaftlicher Alternativrouten zwischen einer Quelle und einer Senke des Eisenbahnnetzes, kann die vorhandene Leistungsfähigkeit optimal ausgenutzt werden.

Für die Routensuche mit dem Ziel der kürzesten Wege wurden verschiedene Algorithmen in Abschnitt 3.9 vorgestellt und mit vorhandenen Anwendungen im Eisenbahnwesen abgeglichen. Zu den gängigsten Verfahren der Routensuche im Eisenbahnwesen zählt der Dijkstra-Algorithmus, welcher auch in dieser Arbeit zur Anwendung kommen soll (vgl. Unterabschnitt 3.9.2). Gründe dafür sind, die verhältnismäßig kurze Laufzeit des Algorithmus sowie die einfache Umsetzbarkeit in der Programmierung.

Ein Nachteil des Algorithmus ist es jedoch, dass ausschließlich positive Gewichtungen vorhanden sein dürfen. In der vorliegenden Arbeit stellt dies keinen Nachteil dar, da die anzusetzenden Entfernungen sowie die Fahrzeiten als Kosten gesehen werden können und immer positiv sein müssen. Sollten aber beispielsweise auch Erlöse für die Benutzung eines Laufwegs berücksichtigt werden, so würden diese als negative Kosten angesetzt, was mit dem angedachten Algorithmus nicht umzusetzen ist. In diesem Fall ist beispielsweise der Bellmann-Ford Algorithmus anzusetzen (vgl. Unterabschnitt 3.9.4). Bei der Aufstellung einer Entfernungsmatrix zwischen allen Knoten des Netzwerks kann der Floyd-Warshall-Algorithmus verwendet werden (vgl. Unterabschnitt 3.9.5).

Die Routensuche erfolgt ausschließlich für den Güterverkehr. Im Personenverkehr existieren deutlich mehr Randbedingungen, wie beispielsweise einzuhaltende Verkehrshalte oder Fahrplankontakte. Konanz schreibt in [4], dass der Schienenpersonenverkehr in der Regel priorisiert abgewickelt wird. Hieraus folgt eine Verminderung der Leistungsfähigkeit durch den Anteil der Personenzüge auf den entsprechenden Streckenabschnitten. Die so verbleibende Restkapazität bietet die Grundlage für eine wirtschaftliche Optimierung der Güterzüge im Netzwerk. Im Güterverkehr ist gerade im Nahgüterzugverkehr zu überprüfen, ob eine sinnvolle Routensuche durchgeführt werden kann. Diese Züge besitzen meistens keine langen Laufwege, um eine wirtschaftliche Alternative zu finden.

Den vorhandenen Softwareprogrammen liegen verschiedenste Hauptaufgaben zugrunde. Das Netz-Evaluations-Modell NEMO dient der Identifizierung von Engpässen im Eisenbahnnetz und zeigt einen möglichen Handlungsbedarf bei der langfristigen Infrastrukturplanung auf. Dafür wird *„ein Zugmengengerüst des Güterverkehrs auf Grundlage einer prognostizierten Verflechtungsmatrix ermittelt“* [64]. Mit der Umrechnung des Aufkommens in die benötigten Güterwagen können die entsprechenden Güterzüge gebildet werden. Für diese werden jeweils die kürzesten Laufwege im betrachteten Netz ermittelt. Der Kernprozess des Verfahrens besteht nach Sewcyk in der Überlagerung aller kürzesten Laufwege für den Güter- wie den Personenverkehr. Die daraus resultierende Auslastung des Netzes, über eine vereinfachte Abschätzung des Belegungsgrades und der mittleren Pufferzeiten, zeigt eventuelle Engpässe auf [64].

Das Modell NEMO legt den Fokus ausschließlich auf die streckenbezogenen Engpasserkennung [30]. Die Betrachtung von Engpässen im Knoten erfolgt nicht innerhalb des Tools, es wird lediglich auf eine analytische oder experimentelle Leistungsuntersuchung hingewiesen, welche im Vorfeld der Anwendung erfolgen müsste. Zusätzlich ist es nicht

erkennbar, ob in den durchgeführten Iterationsschleifen der Berechnung eine Anpassung der Messgrößen, z. B. des Mischungsverhältnisses, erfolgt, da das Umrouten eine Veränderung des Belegungsgrades nach sich zieht [64].

Das Programm MOSES und damit auch WiZug verfolgt den Ansatz ein Netzgleichgewicht über Lasten anzustreben. Dafür wird eine Simulation der Nachfrage bzw. des Gesamtaufkommens den verkehrlichen Randbedingungen und der Angebotsqualität der Wettbewerber gegenübergestellt. Im Nachgang wird durch die ermittelten Verkehrsmengen Zugbildungen durchgeführt, welche mit dem Teilalgorithmus WiZug auf die ermittelten Laufwege umgelegt werden. Das Verfahren verfolgt einen Ansatz der Iteration, welcher solange wiederholt wird, bis sich ein Gleichgewicht aus nachgefragter Verkehrs- menge und dem vorhandenen Leistungsangebot ergibt [8, 64].

Das Vorgehen in dieser Programmfamilie ist im Gegensatz zum hier vorgestellten Verfahren auf eine großgranulare Betrachtungssicht ausgerichtet. Wie Konanz in [4] beschreibt, wurden in einer der ersten Programmversionen hierfür standardisierte Wartezeitfunktionen hinterlegt, welche die außerplanmäßige Wartezeit der Güterzüge unter Berücksichtigung der Streckenbelastung abschätzen. Eine genaue Berechnung der Leistungsfähigkeiten mit Berücksichtigung der veränderbaren Mischungsverhältnisse erfolgte zunächst nicht. Eine Weiterentwicklung des Verfahrens berücksichtigte bei der Ermittlung der Leistungsfähigkeiten die unterschiedlichen Mischungsverhältnisse anhand von verschiedenen Wartezeitfunktionen [3]. In [59] stellen die Autoren drei Möglichkeiten vor, um die benötigten Mindestzugfolgezeiten als Eingangsparameter für die Wartezeitfunktionen für das Programm WiZug ermitteln zu können. Demnach besteht die Möglichkeit auf Default-Werte zurück zu greifen, was im Prinzip einer Abschätzung der Mindestzugfolgezeiten entspricht. Als weitere Möglichkeit können die Default-Werte händisch für entsprechende Strecken verändert werden. Schlussendlich wird beschrieben, dass auf eine mikroskopische Berechnung der Mindestzugfolgezeiten zurückgegriffen werden kann. Dabei erfolgt die Berechnung jedoch nicht innerhalb des Programms WiZug. In [73] beschreiben Wendler und Nießen wie die Wartezeitfunktionen makroskopisch berechnet werden können. Dabei werden verschiedene Ansätze unter Berücksichtigung der Anzahl der Streckengleise vorgestellt. Dieser Ansatz wurde nachfolgend in einer Weiterentwicklung des Programms implementiert.

Im Programm MOSES bzw. WiZug erfolgt eine Priorisierung der Modellzüge. Erst nachdem die kompletten Züge einer Kategorie umgeleitet wurden, werden die niederrangigen Zuggruppen betrachtet. Eine solche Priorisierung kann auch in dieser Arbeit betrachtet werden, wobei dies durch eine Gewichtung der Zielfunktion des Gleichungssystems zu berücksichtigen ist. Der Vorteil dieser Betrachtungsweise ist, dass im Netzwerk die Umlegung für alle Züge simultan betrachtet wird [4]. Zusätzlich wird bei der Optimierung für MOSES ein zeitlich exakter Güterzugfahrplan unterstellt, welcher angibt, ob und in

welchem Zeitpunkt die Züge in den Zugbildungsbahnhöfen zusammengestellt werden [64].

Die Hauptaufgabe des Modells VisumCargo stellt die Aufstellung eines Güterzugfahrplans dar, welcher als Wunschzustand der Eisenbahnverkehrsunternehmen bezeichnet wird. Sewcyk merkt bei diesem Verfahren kritisch an, dass das Verfahren nur dann sinnvoll ist, wenn wenige EVU den Markt bedienen: In den meisten EU-Ländern gehört die Monopolstellung jedoch der Vergangenheit an. Weiter ist anzumerken, dass die vereinfachten Verfahren zur Kapazitätsermittlung für die Infrastrukturplanung nicht ausreichend sind [64]. Aus diesem Grund ist das Vorgehen wie es bei VisumCargo beschrieben wird nicht für die in dieser Arbeit vorgestellte Problemstellung zu verwenden.

Als letztes soll das ebenfalls in Hannover von Gille entwickelte Verfahren Net-RS zur Ermittlung der Kapazitätsauslastung von Netzelementen vorgestellt werden [17]. Dabei beschreibt der Autor einen Ansatz zur netzweiten Optimierung. Um die betrieblichen Kapazitäten zu bestimmen, wird ausschließlich die synchrone Simulation verwendet. Die planerische Kapazität ist konstruktiv beziehungsweise analytisch zu berechnen, jedoch wird ausschließlich die konstruktive Methode mit Kompression für die Ermittlung vorgestellt [17].

Für die Strecken wird bei Gille die von der UIC verwendete Methode [67] oder das Verfahren von Pachl in [52] angewendet. In den Gleisgruppen erfolgt die Kapazitätsermittlung mit sogenannten Slot-Belegungszeiten und Slot-Pufferzeiten je Gleis und einer anschließenden Hochrechnung auf die Gleisgruppe. Ebenfalls mittels Kompressionsmethode über den verketteten Belegungsgrad werden die Fahrstraßenknoten kapazitiv bemessen. Allen Infrastrukturelementen liegt bei Gille ein fahrplanabhängiges Verfahren zugrunde. Die analytische Ermittlung der Kapazitäten auf Basis der Warteschlangentheorie wird in [17] nicht näher berücksichtigt.

Keines der in diesem Kapitel vorgestellten Verfahren verwendet somit als Grundlage zur Bestimmung der Leistungsfähigkeiten das analytische Vorgehen mittels Warteschlangentheorie, wie es in dieser Arbeit zur Anwendung kommt.

Ebenfalls stellt eine Neuerung die Ermittlung der netzweiten Leistungsfähigkeiten unter Verwendung von einheitlichen analytischen Berechnungsgrundlagen dar. Um die Verfahren der Leistungsfähigkeitsberechnung vergleichbar zu machen, ist weiterhin eine Unterteilung in einzelne Teilsegmente des Eisenbahnnetzes vorzunehmen. Hierzu sind die Berechnung der Strecken- und Knotenleistungsfähigkeit zu zählen. Es kann dabei unterschiedenen werden, dass die Berechnung der Leistungsfähigkeiten aller Teilelemente des Eisenbahnnetzes entweder mithilfe der planmäßigen oder der außerplanmäßigen Wartezeiten erfolgen kann.

Einen zusätzlichen Fortschritt stellt die Verknüpfung von Routensuchverfahren mit der Analytik dar. Dies geschieht zum einen durch die Bewertung der Verwendung von alternativen Laufwegen, um im Falle einer infrastrukturseitigen Sperrung sinnvolle Ausweichrouten für den Zugverkehr zu finden. Zum anderen können Rückschlüsse von der vorhandenen und durch die Optimierung der Laufwege verbrauchten Kapazitäten gezogen werden, um so kapazitiv hoch ausgelastete Infrastrukturbereiche durch umrouten betrieblich zu entlasten. Die Verknüpfung des Routings und der Analytik bezieht durch notwendige Iterationsschritte eine dynamische Anpassung der Leistungsfähigkeiten bei der Optimierung mit ein.

Im nächsten Teil dieser Arbeit wird ein Verfahren entwickelt, welches die Ermittlung und Bewertung der Gesamtleistungsfähigkeit von Eisenbahnnetzen thematisiert. Dazu ist es notwendig den aktuellen Stand der Forschung zu modifizieren und ein allgemeines Vorgehen des Verfahrens vorzustellen, um eine Gesamtaussage über das Eisenbahnnetz treffen zu können. Einige Aspekte des im nächsten Kapitel beschriebenen Verfahrens sowie Beispielrechnungen (vgl. Kapitel 6) wurden bereits in [42], [43] und [44] veröffentlicht.

4 Aufbau des Grundmodells

Das in diesem Kapitel vorgestellte Verfahren ermittelt, unter der Berücksichtigung der vorhandenen Kapazitäten, die bestmöglichen Laufwege für den Schienengüterverkehr durch ein Eisenbahnnetz, so dass die Anzahl der Güterzüge maximal wird. Dafür wird unter anderem die Grundbelastung des Eisenbahnnetzes anhand der Zugfahrten benötigt. Zu diesem Zweck kann beispielsweise das aktuelle Betriebsprogramm, das Referenzbetriebsprogramm, verwendet werden.

4.1 Strukturierter Ablauf der Berechnung

Das in dieser Arbeit vorgestellte Verfahren kann im Allgemeinen in die in Abbildung 8 dargestellten Themenbereiche unterteilt werden.

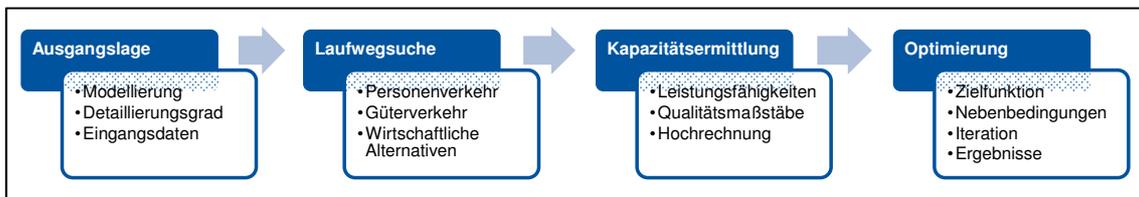


Abbildung 8: Vereinfachtes Ablaufdiagramm

Nachdem in der Ausgangslage ein Teilnetz bzw. Netzwerk definiert und ein sinnvoller Detaillierungsgrad für die Berechnung gewählt wurde, müssen alle weiteren Eingangsdaten vorgehalten werden. Dazu zählen zum Beispiel verschiedene Modellzuggruppen sowie deren Fahr- und Belegungszeiten auf den einzelnen Infrastrukturbereichen. Wie in Unterabschnitt 3.6.2 erläutert wurde, fasst eine Modellzuggruppe die Züge zusammen, welche gleiche oder ähnliche Eigenschaften im Gewicht, der Länge beziehungsweise dem Laufweg aufweisen. Daher werden Züge unter Berücksichtigung ihrer Eigenschaften als Modellzüge verwendet, die die verschiedenen Züge einer Gruppe repräsentativ abbilden können [11].

Im nächsten Schritt ist zu bestimmen, wie die jeweiligen Modellzuggruppen durch das vorher aufgestellte Netz geroutet werden können. Dazu erfolgt eine Unterteilung nach Personen- und Güterverkehr. Durch die Nutzung von Startpunkten, den sogenannten Quellen, in denen die Züge in das Teilnetz einbrechen und den dazugehörigen Senken, den Endpunkten der Zugläufe, kann der für das Netzwerk beste Laufweg in Abhängigkeit der vorhandenen Kapazitäten ermittelt werden. Zusätzlich soll eine Gewichtung der Laufwege in die spätere Optimierung mit einfließen, da beispielsweise die kürzesten Wege auch am ehesten berücksichtigt werden sollen, sofern diese gemäß der Lösung des Optimierungsproblems zielführend sind.

Der dritte Schritt beinhaltet die Ermittlung der Leistungsfähigkeiten getrennt für die Eisenbahnstrecken und die Eisenbahnknoten. Unter der Verwendung von Qualitätsmaßstäben kann die Auslastung der einzelnen Infrastrukturbereiche bewertet werden, indem die ermittelte Anzahl an Zugfahrten denen des Betriebes gegenübergestellt wird (vgl. Abschnitt 3.3). Nachfolgend kann die Leistungsfähigkeit durch die einzelnen Qualitätsstufen (vgl. Abbildung 6) erhöht bzw. verringert werden. So kann auf einem Infrastrukturbereich eine höhere Anzahl an Zugfahrten durchgeführt oder ein überlasteter Bereich durch die Reduktion von Zügen entlastet werden. Zusätzlich kann ermittelt werden, wie viele zusätzliche Zugfahrten auf dem Infrastrukturabschnitt möglich sind. Dies geschieht mithilfe einer Hochrechnung des vorhandenen Betriebsprogramms.

Den letzten Schritt der Bewertung der Gesamtleistungsfähigkeit von Eisenbahnnetzen stellt die Optimierung dar. Die Bewertung erfolgt dabei mit einem linearen Gleichungssystem, bei dem eine Zielfunktion durch eine Anzahl von Nebenbedingungen gelöst wird. Da, wie eingangs beschrieben wurde, die Leistungsfähigkeit abhängig von dem jeweiligen Mischungsverhältnis auf dem Infrastrukturabschnitt ist, müssen Iterationen durchgeführt werden. Die Veränderung des Mischungsverhältnisses nach einem Optimierungsschritt kann durch ein Umrouten des Güterverkehrs auftreten.

Im Folgenden werden die einzelnen Verfahrensschritte detailliert beschrieben.

4.2 Ausgangslage

Zunächst soll ein geeignetes Teilnetz mithilfe eines makroskopischen Ansatzes berechnet werden, welcher in weiteren Betrachtungsschritten zusätzlich verfeinert wird. Dafür ist die Detailtiefe des Netzes von entscheidender Rolle, da beispielsweise eine Unterteilung der Laufwege auf makroskopischer oder mikroskopischer Infrastruktur erfolgen kann. Eine weitere Detaillierung der Betrachtung bietet die Möglichkeit später kleinere Netze auch auf einer mikroskopisch modellierten Basis zu berechnen und hinsichtlich der verkehrlichen Auslastung zu optimieren.

4.2.1 Referenzbetriebsprogramm

In der Analytik werden zur Bestimmung der Leistungsfähigkeiten die real verkehrenden Züge in Form von Modellzügen abgebildet und zusammengefasst. Mindestens müssen die Zugarten, die Laufwege, die häufigsten Höchstgeschwindigkeiten, die Halte sowie die LZB-Fähigkeit differenziert werden. Zusätzlich können auch noch die Fahrdynamik mittels der Zugmassen und die Art des Triebfahrzeugs, die Zuglänge und das Verspätungsverhalten detaillierter unterteilt werden. Das Verspätungsverhalten beschreibt dabei die Wahrscheinlichkeit für das Auftreten einer Verspätung sowie die für diesen Modellzug erwartete mittlere Verspätung in Minuten. Ein Modellzug entspricht demnach einem Zug, der die Gruppe der enthaltenen Züge in einem hohen Maße repräsentiert.

Die Anzahl der Züge in einer Modellzuggruppe, welche auf einem Infrastrukturabschnitt verkehrt und als Grundbelastung aus einem Fahrplan übernommen werden kann, wird als Referenzbetriebsprogramm bezeichnet.

Hierzu ist eine Klassifizierung der Züge in Form der Zugarten notwendig. Neben dem Schienenpersonenfernverkehr (SPFV) kann der Schienenpersonennahverkehr (SPNV) sowie der Schienengüterverkehr (SGV) unterschieden werden. Die nachfolgende Tabelle 5 stellt eine Auflistung der verwendeten Zugarten und der zugehörigen Zuggattungen dar. Jeder Zuggattung ist jeweils ein schneller und ein langsamerer Zug zugeordnet. Es gibt z. B. in der Zuggattung des SPFV die ICE- und die IC-Züge. Einzig der S-Bahnverkehr beschränkt sich auf eine Zugart und verkehrt in der Regel auf betrieblich unabhängigen Strecken, so dass dieser hier keine weitere Berücksichtigung findet.

Das deutsche Eisenbahnnetz kann in Streckenkategorien unterteilt werden. Die Unterteilung geschieht gemäß der auf den Streckenabschnitten überwiegend verkehrenden Zugart und der angestrebten Geschwindigkeit. Die Zugart wird mittels eines Buchstabens dargestellt, wobei durch das P eine Personenverkehrs-, durch das G eine Güterverkehrs- und durch das M eine Mischverkehrsstrecke bezeichnet wird. Die angrenzende Ziffernfolge bezeichnet die Streckengeschwindigkeit in km/h (vgl. Tabelle 5).

Um in der späteren Berechnung eine Priorisierung der Züge bei einer Verrechnung der Leistungsfähigkeiten vornehmen zu können, müssen Ränge vergeben werden. Hierbei wird eine Priorisierung gemäß den Standardrängen auf den entsprechenden Streckenkategorien verwendet, welche ebenfalls in Tabelle 5 aufgelistet sind. Diese Priorisierung wird teilweise bei den Verfahren zur Kapazitätsermittlung benötigt, um die Anteile der gleich- und rangunterschiedlichen Züge zu ermitteln (vgl. Abschnitt 3.6 bis 3.8). Befindet sich keine Ziffer in der Zelle der Matrix, so bedeutet dies, dass diese Zugart auf der Strecke nicht verkehren darf.

Strecke	P300	P230	M230	P160 I	P160 II	M160	G120	R120	R80	G50
SPFV – ICE	2	4	4	4	4	4	12	-	-	-
SPFV – IC	6	4	4	4	4	4	12	10	-	-
SPNV – RE	-	10	10	10	10	10	12	10	10	12
SPNV – RB	-	12	12	12	12	12	12	10	10	12
SGV – FGz	-	14	14	14	14	14	16	16	16	16
SGV – NGz	-	18	18	18	18	18	16	16	16	16

Tabelle 5: Modellzuggruppen und Standardränge (vgl. [73])

Die in Tabelle 5 aufgelisteten Zuggattungen werden auf den entsprechenden Infrastrukturelementen für die Berechnung der Leistungsfähigkeit angesetzt. Dabei wird, wo es

möglich ist, das im aktuellen Fahrplan vorkommende Rollmaterial als Modellzug abgebildet. Für den Algorithmus kann für den Personenverkehr ein Modellzug so realitätsnah wie möglich abgebildet werden, da die tatsächlich auf dem Infrastrukturabschnitt verkehrenden Personenzüge aus dem Fahrplan bekannt sind. Da bei Güterzügen normalerweise unterschiedliche Zugcharakteristiken vorkommen, wird bei diese Zugart jeweils ein repräsentativer Zug als Standardzug benötigt, um die Optimierung durchzuführen. Es wird davon ausgegangen, dass sich diese Züge nicht maßgeblich von den in der Realität verkehrenden Züge auf diesem Infrastrukturabschnitt, insbesondere im Hinblick auf die Mindestzugfolgezeiten, unterscheiden sollen.

4.2.2 Detaillierungsgrad des Eisenbahnnetzes

Die Modellierung eines Eisenbahnnetzes erfolgt anhand der vorhandenen Informationen und wird unterteilt in eine makroskopische beziehungsweise mikroskopische Infrastrukturmodellierung (vgl. Abbildung 2).

In einem ersten makroskopischen Ansatz soll im Rahmen dieser Arbeit die Kapazität eines Teilnetzes ermittelt werden. In diesem Teilnetz existieren dabei ausschließlich Knoten und Kanten in Form von Bahnhöfen und Eisenbahnstrecken. Abzweigstellen werden in diesem ersten Ansatz nicht separat betrachtet, sondern sind unmittelbar an einem Knoten angeknüpft.

Durch eine stark vereinfachte Betrachtung wird davon ausgegangen, dass ausschließlich eine einzelne Modellzuggruppe das Teilnetz befährt. Daraus resultiert, dass alle Züge denselben Rang, also alle die gleiche Priorität aufweisen und in Folge einer Verminderung der Kapazität auf einem Teilsegment keine unterschiedlichen Prioritäten der Züge berücksichtigt werden müssen.

In weiteren (makroskopischen) Ansätzen, soll die oben beschriebene vereinfachte Betrachtung in einzelnen Änderungsschritten detaillierter aufbereitet werden. Dazu können verschiedene Hierarchieebenen definiert werden, wie zum Beispiel eine Gewichtung der Strecken. Mithilfe einer solchen Gewichtung kann eine Priorisierung, also eine Begünstigung bzw. Bestrafung im Fall einer Kapazitätsreduzierung, erfolgen. Den Strecken können sogenannte Ränge zugeordnet werden, wie es bei unterschiedlichen Zugkategorien im Eisenbahnwesen ein gängiges Vorgehen ist. Eine niedrigere Zahl steht in diesem Fall für eine höhere Priorität bzw. für einen höheren Rang. Bei der ersten Betrachtung wird jedoch eine einheitliche Gewichtung der Strecken angesetzt.

Unter demselben Ansatz, wie eine Priorisierung der Strecken, können die Züge anhand ihrer Wichtigkeit kategorisiert werden. Beispielhaft können die Standardränge der Zuggattung (vgl. Tabelle 5) verwendet werden, um eine Gewichtung vorzunehmen. Muss eine Kapazität limitiert werden, kann eine Verringerung dieser Kapazität über die Ränge hierarchisch abgebildet werden. Beispielhaft können höherrangige Züge in diesem Fall

weitestgehend von einer Verringerung ihrer Anzahl ausgeschlossen werden. Im Umkehrschluss würden rangniedrigere Züge pönalisiert.

Während bei zweigleisigen Streckenabschnitten die Kapazitäten bei einem makroskopischen Modell eindeutig der jeweiligen Richtung zugeordnet werden können, erfordert der Fall einer eingleisigen Strecke zwischen zwei Knoten eine detaillierte Betrachtung. Da zweigleisige Strecken normalerweise im Richtungsbetrieb betrieben werden, existiert in der Regel keine Interaktion zwischen den einzelnen Richtungsgleisen. Die Züge auf zweigleisigen Strecken werden entweder dem Zulauf auf einen Knoten oder in der Gegenrichtung dem Ablauf von einem Knoten zugeordnet. Demnach können die Kapazitäten ebenfalls an die Richtung des Streckensegments geknüpft werden und somit separat verringert werden. Bei eingleisigen Strecken ist jedoch zu überprüfen, welche Auswirkungen sich bei einer Reduktion der Züge ergeben und wie die Laufrichtung der Züge diese im Vorfeld bei der Berechnung der Kapazitäten beeinflussen.

Eine weitere Betrachtung ist der Zulauf auf einen Knoten und die daraus resultierende Verrechnung von Kapazitäten von mehreren Streckenelementen in einem Knotenkopf (vgl. Abschnitt 3.1). Hier muss im Besonderen beachtet werden, dass je mehr Strecken im Zulauf an einen Knoten anschließen, daraus auch mehr Abhängigkeiten im Teilnetz resultieren, um eine optimale Ausnutzung zu ermitteln. Dazu ist es notwendig zu ermitteln, welche Fahrmöglichkeiten sich in einem Fahrstraßenknoten ausschließen.

Für die Gleisgruppe eines Knotens wird für die Kapazitätsermittlung auf einer makroskopischen Betrachtung die Gleisanzahl der Gleisgruppe benötigt.

Im Gegenzug zum makroskopischen Ansatz ist es möglich ein Eisenbahnobjekt auch mikroskopisch abzubilden. Hierbei werden alle benötigten Infrastrukturelemente detaillierter abgebildet. Dazu zählen die Lage von Weichenverbindungen oder auch die genauen Standorte der Signale und Halteplätze.

Über einen mikroskopischen Ansatz können die detaillierten Laufwege in einem Knoten und daraus resultierend die räumliche und zeitliche Belegung der Infrastrukturelemente kenntlich gemacht werden. Ein Knoten kann in der Regel sowohl als Gleisgruppe als auch als Fahrstraßenknoten abgebildet werden. Dadurch existieren in einem Knoten verschiedene Laufwege. Der Ansatz einer Gewichtung solcher Laufwege, zum Beispiel die der durchgehenden Hauptgleise in einem Bahnhof, kann ebenfalls analysiert werden, um eine Reduktion von Kapazitäten durchzuführen.

Sollte eine detailreichere Abbildung der Fahrwege gewünscht werden, so kann dies mit einem mikroskopischeren Detaillierungsgrad erfolgen, bei dem jeder Laufweg als Fahrmöglichkeit modelliert werden kann. Dies führt jedoch zu einer erhöhten Daten- und Informationsmenge, welche gehandhabt werden muss.

Über die Analyse der möglichen Laufwege in einem Bahnhof wird eine Vertretbarkeit der Gleise sichtbar, da diese über die Weichenelemente bzw. möglichen Fahrstraßen aufgezeigt werden kann. In der makroskopischen Berechnung kann der Knoten im Allgemeinen als Gleisgruppe mit n Gleisen angesehen werden. Es wird eine Vertretbarkeit aller Gleise untereinander vorausgesetzt. Dies bedeutet, dass von jedem einmündenden Streckengleis jedes Bahnhofsgleis mithilfe von Weichenverbindungen erreicht werden kann. Die Richtlinie 405 der Deutschen Bahn AG setzt die Vertretbarkeit der Gleise einer Gleisgruppe voraus:

Für Leistungsuntersuchungen mit analytischen Methoden wird vorausgesetzt, dass sich die Gleise einer Gleisgruppe gegenseitig vertreten können. Ist dies nicht der Fall, ist eine Unterteilung in Teilgleisgruppen erforderlich [11].

Die Voraussetzungen und Toleranzen für eine gegenseitige Vertretbarkeit wurden bereits in Abschnitt 3.7 vorgestellt. Dabei wird bezüglich der Elektrifizierung eine volle Vertretbarkeit einzelner Gleise gefordert. Bei der Erreichbarkeit genügt beispielsweise eine Übereinstimmung von 80 % aus. Je höher die Vertretbarkeit der Gleise untereinander ist, desto mehr Fahrten können parallel durchgeführt werden. Im weiteren Rückschluss steigt die Kapazität über die Vertretbarkeit an.

Dadurch, dass ein Knoten in Gleisgruppen und Fahrstraßenknoten unterteilt werden kann, muss im Folgenden für eine mikroskopischere Betrachtung der Knotenelemente auch die Modellierung der Fahrstraßenknoten erfolgen.

Die Modellierung der Fahrstraßenknoten gestaltet sich dabei komplizierter. Es ist zu berücksichtigen, dass die Fahrstraßenknoten als Bindeglied zwischen den Gleisgruppen und den Strecken fungieren. Wie oben schon erwähnt wurde, müssen in einem Fahrstraßenknoten alle Verkehrsströme in Form von Zugfahrten berücksichtigt werden, die über einen Teilfahrstraßenknoten verkehren. Der Grund hierfür ist in einer gegenseitigen Behinderung oder Ausschlüssen der Verkehre zu sehen.

Um eine Veränderung des Mischungsverhältnisses auch in Fahrstraßenknoten mit mehreren einmündenden Strecken sinnvoll berücksichtigen zu können, wird folgendes Verfahren angedacht. Es erfolgt eine Unterteilung der Züge in die entsprechenden Gattungen des Personennah- oder -Fernverkehrs sowie des Güterverkehrs. So ist eine Berücksichtigung des Referenzbetriebsprogramms aus den einmündenden Strecken möglich. Dies bedeutet, dass im Fahrstraßenknoten die Summe der Zugfahrten aus den einmündenden Strecken Verwendung findet. Das Mischungsverhältnis wird dann über die vorhandenen Summen der Zugfahrten im Fahrstraßenknoten ermittelt.

4.3 Laufwegsuche und wirtschaftliche Alternativen

Für das angestrebte Verfahren werden die möglichen Laufwege zwischen den Quellen und Senken im Teilnetz als zu optimierende Variablen verwendet. Dabei generieren die Quellen einen Fluss, welcher von der entsprechenden Senke aufgenommen werden muss. Es erfolgt eine Modellierung anhand der Laufwege der einzelnen Modellzüge. Dies bedeutet, dass jede Quelle-Senke-Beziehung eine Zugart und ihre entsprechende Relation zwischen dem Start- und dem Zielknoten repräsentiert. Um einen Laufweg eindeutig zuordnen zu können, wird die Knotenreihung zwischen dem Start- und dem Zielknoten verwendet. Sollen mehrere Laufwege für ein und dieselbe Modellzuggruppe berücksichtigt werden, so wird dies als Alternative betrachtet. Wichtig für einen Laufweg ist, dass kein Knoten doppelt zwischen einer Quelle und Senke auftritt, da ansonsten der Laufweg nicht zyklensfrei ist. Es gilt für die in Abschnitt 3.9 vorgestellten Routensuchalgorithmen die Eingangsbedingung, dass die Laufwege keinen Zyklus aufweisen dürfen.

Wie eingangs in Abschnitt 3.9 dargestellt, ist eine Laufwegsuche für den Schienenpersonenverkehr nur begrenzt möglich. Im Schienenpersonennahverkehr wird ein Umrouten, bedingt durch die Häufigkeit der Halte deutlich erschwert und so durch eine feste Knotenreihung vorgegeben. Da hier ein öffentlicher Fahrplan existiert und die Kommunikation mit dem Fahrgast im Vordergrund steht, sind die Abfahrtszeiten in den entsprechenden Bahnhöfen für das Verkehrsunternehmen bindend. Alternative Laufwege stellen somit im Schienenpersonennahverkehr die Ausnahme dar. Für den Schienenpersonenfernverkehr wäre es jedoch denkbar, zwischen zwei Bahnhöfen mit einem Halt alternative Laufwege zu gewährleisten. Die Möglichkeit der Wahl von Alternativrouten unter Berücksichtigung der Fahrzeiten ist aufgrund einer geringeren Anzahl von Halten gegeben. Ergeben sich durch das Umrouten jedoch längere Fahrzeiten, kann dies zu einer verminderten Akzeptanz des Verkehrsmittels Eisenbahn aus Sicht der Fahrgäste führen.

Die offensichtlichste und am besten umsetzbare Möglichkeit ist jedoch die Anwendung der freien Laufwegwahl im Schienengüterverkehr, welche derzeit schon Anwendung findet. Hier können in der Regel Quelle-Senke-Beziehungen aufgestellt werden und der Güterverkehr ist in der Wahl des Laufwegs (relativ) frei. Insbesondere im Nahgüterverkehr können jedoch auch Einschränkungen in der Laufwegsuche bestehen. Der Grund hierfür ist in den im Vergleich zum Ferngüterverkehr geringeren Transportweiten mit begrenzten wirtschaftlichen Alternativen zwischen den Start- und Zielknoten zu sehen [30].

Durch die gerade vorgestellten Gründe, wird in diesem Verfahren der Schienenpersonenverkehr fixiert. Dies bedeutet, dass die Personenverkehre gemäß ihrem vorgesehenen Laufweg im Modell eingeplant werden. Die durch die Personenverkehre verbrauchten Kapazitäten auf den jeweiligen Infrastrukturabschnitten können folglich nicht durch den Güterverkehr genutzt werden. Daher ist die ermittelte maximale Kapazität auf den

einzelnen Abschnitten im Vorfeld, d. h. vor der Optimierung, um die vorhandene Anzahl der Personenverkehrszüge zu reduzieren (vgl. Abschnitt 4.7).

Entscheidungsgrundlage beim Schienenpersonenfernverkehr und Schienengüterverkehr sind die zusätzliche Distanz bzw. die Verlängerung der Fahrzeit bei der Wahl eines alternativen Laufweges. Des Weiteren ist zu gewährleisten, dass die gewählte Alternativstrecke auch durch die hinterlegte Zugkonfiguration befahrbar ist (vgl. Diesel- oder Elektrotraktion, Traktionsleistung bzw. Längsneigung der Strecke).

Wie in Abschnitt 3.9 aufgeführt wurde, beschreibt Radtke in [56] die Gewichtung der Laufwege. Neben den kürzesten Wegen bezogen auf den Laufweg oder die Fahrzeit, können hierfür auch die preiswertesten oder energiesparendsten Wege mithilfe eines Gewichtungsfaktors mit einbezogen werden. Des Weiteren kann eine Gewichtung anhand der verbrauchten Kapazität auf den jeweiligen Infrastrukturabschnitten vorgenommen werden. Über die Gewichtung mithilfe der Konstanten c ist es zusätzlich auch möglich, jede weitere Begünstigung oder Bestrafung in die Optimierung zu integrieren. Hierzu zählt eine Priorisierung von verschiedenen Laufwegen in Knoten. Auch eine Bewertung der eingesetzten Züge hinsichtlich der Fahrgastwechselzeiten kann vorgenommen werden. Deren Abbildung kann beispielsweise durch verlängerte Haltezeiten vorgenommen werden. Zusätzlich kann eine Bewertung der Leit- und Sicherungstechnik erfolgen und auf diese Weise Infrastrukturbereiche mit modernerer Technik positiver gewichtet werden.

Anschließend erfolgt die Gewichtung und Verrechnung jedes Laufweges im direkten Vergleich mit beispielsweise dem kürzesten Weg der entsprechenden Quelle-Senke-Relation. Es ist möglich verschiedene Kriterien zeitgleich zu gewichten. Dabei sollte wie in Formel 4.1 eine Summenbildung anstelle der Multiplikation angesetzt werden, da sonst die langen Laufwege mehrfach pönalisiert würden.

$$\frac{\sum c_i}{\text{Min}\sum c} = \frac{c_{\text{Krit1}} + c_{\text{Krit2}} + \dots + c_{\text{Kopf}}}{\text{Min}\sum c} \quad 4.1$$

Des Weiteren können die einzelnen Kriterien zusätzlich noch unterschiedlich gewichtet werden.

$$\frac{\sum \alpha_i c_i}{\text{Min}\sum c} = \frac{\alpha_1 \cdot c_{\text{Krit1}} + \alpha_2 \cdot c_{\text{Krit2}} + \dots + \alpha_{\text{Kopf}} \cdot c_{\text{Kopf}}}{\text{Min}\sum c} \quad 4.2$$

- c_i Kosten des Kriteriums i
- c_{Kopf} Kosten für das Kopfmachen in einem Knoten
- α_i Zusätzliche Gewichtung des Kriteriums i
- $\text{Min}\sum c$ Minimale Kosten der Relation

Da eine Maximierung zugrunde gelegt wird, muss der Vorfaktor je Laufweg kleiner oder gleich 1 sein, da ansonsten die unwirtschaftlichsten Relationen bevorzugt würden.

Beginnende und endende Züge im Knoten können mithilfe einer verlängerten Haltezeit im Knoten abgebildet werden, da die Züge meistens nicht sofort in eine Abstell- oder Wendeanlage gefahren werden. Ebenfalls können kopfmachende Züge mittels einer Verlängerung der Haltezeit c_{Kopf} abgebildet werden, bevor diese Züge in entgegengesetzte Richtung den Knoten wieder verlassen.

Die spätere Optimierung erfolgt somit, in Anlehnung an Radtke und Konanz, ausschließlich für den Güterverkehr, wobei der Schienenpersonenverkehr, falls vorhanden priorisiert abgebildet wird.

Bei der folgenden Optimierung soll geprüft werden, wie der Güterverkehr sinnvoll durch das gesamte Teilnetz geroutet werden kann, damit eine maximale Anzahl von Zugfahrten möglich ist. Es ist notwendig vorab die Start- und Zielpunkte für die Güterverkehrsrelationen zu identifizieren, da diese die Ausgangslage für die Routensuche bilden. Verallgemeinert ist jeder Laufweg zwischen diesen Punkten denkbar und kann individuell genutzt werden, solange ausreichende Kapazitäten je befahrenen Teilsegment auf dem Laufweg vorhanden sind.

Da somit, zeitgleich mit der Optimierung der Zugfahrten, auch eine Laufwegsuche angestoßen werden soll, werden mögliche alternative Laufwege benötigt. Es existieren verschiedene Routensuchverfahren, welche die kürzeste oder schnellste Verbindung zwischen zwei Punkten in einem Netz ermitteln können (vgl. Abschnitt 3.9). Eine der bekanntesten ist der aufgeführte Dijkstra-Algorithmus [12]. Hier ist es jedoch notwendig, alle möglichen Routen unter der obersten Randbedingung ausgeben zu lassen. Sämtliche Routen müssen dabei zyklonfrei sein, so dass kein Knoten oder keine Strecke von einem Zug doppelt befahren wird. Damit der oben beschriebene Dijkstra-Algorithmus neben den kürzesten Wegen ebenfalls die in der Regel längeren Alternativen findet, muss dieser folgendermaßen verändert werden.

Der bestehende Shortest-Path-Algorithmus wird erweitert, indem nach Auffinden des kürzesten Weges nacheinander bestehende Strecken zwischen zwei Knoten aus diesem Laufweg entfernt werden. Es wird also der kürzeste Laufweg unterbrochen. Da alle weiteren Laufwege zwischen derselben Quelle und Senke nachweislich länger oder gleich lang sein müssen, können durch weitere Anwendungen des Dijkstra-Algorithmus somit die nächstbesten Wege ermittelt werden.

Die gefundenen Laufwege n_R werden anhand ihrer Knotenreihung in einer Liste abgespeichert. Diese einfache Liste kann als Vektor der Form $\{n_{R_1}; n_{R_2}; \dots; n_{R_i}\}$ dargestellt werden. Dadurch wird jedoch nicht sichergestellt, dass ein gefundener Laufweg nicht doppelt vorkommen kann.

Während in einfachen Listen beispielsweise nur die gefundenen Laufwege abgespeichert werden, bietet eine Map-Datenstruktur den Vorteil, dass zu jedem gefundenen Datenwert ein weiterer eindeutiger Wert, der sogenannte Schlüssel (Key), zugeordnet wird. In der vorliegenden Arbeit können so zu jedem gefundenen Laufweg n_R auch die entsprechenden Kosten c als Datenpaar gespeichert werden. Der schematische Aufbau verändert sich wie folgt $\{(c_1, n_{R_1}); (c_2, n_{R_2}); \dots; (c_i, n_{R_i})\}$. In dieser Struktur werden die gefundenen Laufwege als Keys und die Kosten als Ergebnisse der Laufwegsuche verstanden. Jedes Ergebnis bekommt somit einen eindeutigen Key zugewiesen. Zusätzlich gilt bei der Verwendung von Map-Strukturen, dass jeder Key nur ein einziges Mal vorhanden sein darf. Dies bedeutet folglich, dass in der Liste immer ungleiche Keys vorhanden sind. Sollte ein Laufweg mit exakt den gleichen Kosten gefunden werden wie ein vorheriger Laufweg, so wird zunächst überprüft, ob der zugehörige Key schon existiert, d. h. ob der gefundene Laufweg in beiden Fällen identisch ist. Ist dies nicht der Fall, wird das neue Datenpaar in die Liste aufgenommen. Sollte das Datenpaar schon existieren, wird der entsprechende Wert in der Liste überschrieben. Der doppelte Laufweg wird daher weiterhin nur einmal in der Liste geführt. Über die Verwendung einer Map-Datenstruktur in der Programmierung wird daher sichergestellt, dass keine Laufwege doppelt aufgenommen werden.

Da bei großen Eisenbahnnetzen die Laufwege wirtschaftlich gestaltet sein sollen, muss für die Laufwegsuche ein Abbruchkriterium definiert werden. Zum einen kann eine fixe Anzahl, z. B. die n -besten Pfade, verwendet werden. Zum anderen kann diese Anzahl variabel gehalten und mit einem Prozentsatz als Zuschlag auf den kostengünstigsten Weg ermittelt werden. Wird eine der beiden Grenzen erreicht, werden die bis zu diesem Punkt ermittelten Laufwege anhand ihrer Knotenreihung ausgegeben und können als wirtschaftliche Alternative zum kostengünstigsten Weg mit in das Optimierungsgleichgewicht als Variable aufgenommen werden (vgl. Abschnitt 4.5).

Zeitgleich ist zu prüfen, ob die vorgeschlagene Relation bzw. der alternative Laufweg auch im Sinne des Eisenbahnbetriebs zulässig ist. Traktions- oder streckenbedingte Einschränkungen, wie z. B. eine fehlende Elektrifizierung der Strecke, die maximal mögliche Zugkraft, Achslasten o. ä. sind zu berücksichtigen [56]. Zusätzlich stellt die Laufwegsuche einen dynamischen Prozess dar, welcher unter anderem von der Zuglänge und der vorhandenen Länge der verfügbaren Bahnhofsgleise abhängig ist. Auch diese Bedingungen können berücksichtigt werden, indem bei der Suche nach alternativen Laufwegen nur solche gefunden werden können, bei denen z. B. die Gleislängen eingehalten werden. Anders beschrieben findet die Laufwegsuche nur unter den zuvor definierten Randbedingungen zulässige Alternativen.

Sind die soeben vorgestellten Randbedingungen eingehalten, ist die vorgeschlagene Route zusätzlich auf ihre Wirtschaftlichkeit hin zu überprüfen. Unter anderem sind hier

die entfernungs- oder zeitbezogenen kürzesten Wege zu nennen, da auf dieser Grundlage durch das Eisenbahnverkehrsunternehmen die Trassenpreise zu entrichten sind. Ebenfalls kann im Rahmen der Wirtschaftlichkeitsüberprüfung auch die Wahl des energiesparendsten oder schadstoffreduziertesten Weges relevant sein [56].

In der Literatur wird darauf hingewiesen, dass eine gefundene Alternative ebenfalls nur dann nützlich ist, wenn diese keinen Engpass durch eine zu hohe Grundbelastung aufweist [30]. Die Engpassanalyse findet meistens jedoch ausschließlich streckenbezogen statt. Die Knoten werden in der Regel nicht betrachtet, was somit auch keine Aussage über das gesamte Netz zulässt (vgl. [30, 64]). Dies wäre in der vorliegenden Arbeit nur der Fall, wenn durch den fixierten Personenverkehr schon eine schlechte Qualitätsstufe ausgewiesen wurde. Schlussendlich bedeutet dies, dass der Optimierer keine weitere Zugfahrt über die zugehörigen Laufwege routen wird, sollte im Engpassbereich keine ausreichende Kapazität mehr vorhanden sein.

Ein Nachteil des angewendeten Verfahrens ist darin zu sehen, dass die nächstbesten Pfade sich nicht zwangsweise im Falle eines Kapazitätsengpasses vertreten können. Sollte ein großes Netzwerk betrachtet werden und wird eine Obergrenze der besten Pfade ausgegeben, so kann es sein, dass auch nahezu identische Laufwege ausgewiesen werden, die sich lediglich in einem Teillaufweg unterscheiden. Für diesen Fall ist es möglich, den von Kuby, Zhongyi und Xiadong ermittelten k -best „differentiated“ Path-Algorithmus zu verwenden, welcher mittels einer Minimumbildung der maximalen Abweichungen in der Länge von verschiedenen Laufwegen die bestmöglichen ermittelt [33]. In dieser Arbeit werden jedoch manuell die gefundenen Laufwege kritisch hinterfragt.

Alle gefundenen wirtschaftlichen Laufweg-Alternativen sind der Optimierung zugrunde zu legen. Können keine Alternativen gefunden werden, ist ein Umrouten der Güterzüge für diese Relation nicht möglich.

4.4 Kapazitätsberechnung

Die einzelnen Verfahren zur Berechnung der Kapazitäten können ausschließlich auf Teilbereiche des Eisenbahnnetzes angewendet werden. Ein weiterer Punkt stellt die unterschiedliche Berechnungsgrundlage auf Basis von planmäßigen oder außerplanmäßigen Wartezeiten dar. Zusätzlich existiert nicht für alle Fälle ein wissenschaftlich fundiertes Verfahren zur Ermittlung der Leistungsfähigkeit. Daher werden die bestehenden Verfahren (vgl. Abschnitt 3.6 bis 3.8) teilweise modifiziert, um eine vereinheitlichte Berechnungsgrundlage zu schaffen.

Für die Berechnung der Leistungsfähigkeit auf Eisenbahnstrecken kann das Verfahren nach Schwanhäußer, die Strele-Formel, angewendet werden (vgl. Unterabschnitt 3.6.2). Diese berechnet die Leistungsfähigkeit unter Berücksichtigung der außerplanmäßigen

Wartezeiten. Bei einer Betrachtung von planmäßigen Wartezeiten ist es alternativ möglich, das Verfahren von Wakob zu verwenden (vgl. Unterabschnitt 3.6.1). Für die Leistungsfähigkeit der Gleisgruppe kann das Verfahren nach Hertel verwendet werden, welches planmäßige Wartezeiten zugrunde legt (vgl. Abschnitt 3.7). Für die Fahrstraßenknoten verwendete Schwanhäußer ein Verfahren in Anlehnung an Gudehus zur Bestimmung der planmäßigen Wartezeiten und benutzte eine Verkettungszahl, um ein mehrkanaliges Bediensystem näherungsweise in ein einkanaliges zu überführen (vgl. Abschnitt 3.8).

Da die planmäßigen und außerplanmäßigen Wartezeiten für die Abbildung des Fahrplanverhaltens bzw. des Betriebsverhaltens verwendet werden, können selbige nicht miteinander verrechnet werden. Um jedoch eine einheitliche Betrachtung in dieser Arbeit vorauszusetzen, werden demnach zusätzliche Verfahren zur Berechnung der Leistungsfähigkeiten für die Gleisgruppen sowie die Fahrstraßennoten unter Berücksichtigung der außerplanmäßigen Wartezeiten benötigt.

An dieser Stelle wird noch einmal die Tabelle 4 aufgegriffen und um die Verfahren der Teilfahrstraßenknoten erweitert (vgl. Tabelle 6). Im nächsten Schritt sind die Verfahren so zu erweitern und anzupassen, dass eine einheitliche Berechnung der Leistungsfähigkeiten vorgenommen werden kann.

Infrastruktur	planmäßige Wartezeiten	außerplanmäßige Wartezeiten
Strecke	Wakob	Strele (Schwanhäußer)
Gleisgruppe	Hertel	derzeit nicht vorhanden
Fahrstraßenknoten	Gudehus / Verkettungszahl φ	Nießen
Teilfahrstraßenknoten	Wakob	Strele (Schwanhäußer)

Tabelle 6: Vorhandene Verfahren zur Leistungsfähigkeitsberechnung

Um die Kapazität zu berechnen, muss unterschieden werden, ob eine planmäßige oder eine außerplanmäßige Betrachtung der Wartezeiten erfolgen soll. Für eine planmäßige Betrachtung wird das Verfahren nach Wakob auf Strecken (vgl. Unterabschnitt 3.6.1) und das Verfahren nach Gudehus in Fahrstraßenknoten mithilfe der Verkettungszahl (vgl. Abschnitt 3.8) angewendet. Für die Gleisgruppe findet das Verfahren nach Hertel Anwendung (vgl. Abschnitt 3.7). Für eine außerplanmäßige Betrachtung wird für die Strecken sowie für die Fahrstraßenknoten die Strele-Formel separat verwendet (vgl. Abschnitt 3.6 und Unterabschnitt 4.4.2) [48]. Unter der Annahme, dass ein stark gestörter Betrieb vorliegt, kann die Berechnung der Gleisgruppe ebenfalls mit der Methode von Hertel erfolgen (vgl. Abschnitt 3.7 und Unterabschnitt 4.4.1) [14, 48].

Alle Verfahren zur Kapazitätsermittlung basieren auf Mindestzugfolgezeiten bzw. auf Sperrzeiten welche anhand von mikroskopischen Berechnungstools wie beispielsweise der Software LUKS[®], ermittelt werden können [28, 29]. Anderenfalls ist es möglich die

Mindestzugfolgezeiten anhand von makroskopischen Infrastrukturdaten abzuschätzen, wie dies von Wendler, Nießen und Oetting vorgenommen wurde [50, 72, 74].

4.4.1 Ermittlung der Leistungsfähigkeiten von Gleisgruppen

Um die Leistungsfähigkeit hinsichtlich der maximalen Zuganzahl einer Gleisgruppe berechnen zu können, wird der von Hertel verwendete Ansatz (vgl. Abschnitt 3.7) entsprechend modifiziert. Für die Berechnung der Leistungsfähigkeit nach Hertel muss zunächst die Anzahl der zur Verfügung stehenden Gleise n_G bekannt sein. Mit dem Hintergrund, dass die maximal mögliche Anzahl der Zugfahrten bestimmt werden soll, wird die zulässige Wartewahrscheinlichkeit $p_{W,zul}$ angesetzt, da diese und die vorhandene Wartewahrscheinlichkeit p_W nahezu identisch sein sollen (vgl. Formel 4.3). Für $p_{W,zul}$ können die Werte aus Tabelle 3 angesetzt werden.

Da die zulässigen Wartewahrscheinlichkeiten $p_{W,zul}$ in Tabelle 3 nach Bahnsteig-Gleisgruppen, also vorwiegend für den Personenverkehr, und Ein- bzw. Ausfahrgruppen für den Güterverkehr eingeteilt werden, ist eine Anwendung für die Berücksichtigung von Mischverkehr vorzunehmen. In der Regel ist davon auszugehen, dass in den zu betrachtenden Teilnetzen überwiegend Gleisgruppen, welche Personenverkehr und Güterverkehr zulassen, betrachtet werden. Da zusätzlich das maßgebendere Qualitätskriterium für die Bahnsteig-Gleisgruppen gilt, sind diese Werte auch für die Bedingung in Formel 4.3 anzunehmen. Soll ausschließlich ein Netzwerk für den Güterverkehr betrachtet werden, können jedoch auch die Werte aus Tabelle 3 für die Ein- bzw. Ausfahrgruppen Anwendung finden.

Alternativ ist anzudenken, dass die zulässige Wartewahrscheinlichkeit $p_{W,zul}$ anhand des vorliegenden Mischungsverhältnisses linear zwischen den Werten der Bahnsteig-Gleisgruppen sowie den Ein- bzw. Ausfahrgruppen interpoliert wird. Wie in den nachfolgenden Beispielen (vgl. Kapitel 6) gezeigt wird, stellt in der Regel die ermittelte Obergrenze der Kapazität in den betrachteten Gleisgruppen keinen limitierenden Faktor auf die Optimierung des Gleichungssystems dar. Durch die Veränderung des Mischungsverhältnisses nach jedem Optimierungsschritt würde sich zusätzlich auch die zulässige Wartewahrscheinlichkeit verändern, was eine kontinuierliche Neuberechnung dieser nachsichzieht. Durch den geringen Einfluss der Kapazitäten der Gleisgruppen auf das Gesamtsystem wird in der vorliegenden Arbeit die Auswirkungen einer Interpolation der zulässigen Wartewahrscheinlichkeiten nicht untersucht.

$$p_W \leq p_{W,zul} \quad 4.3$$

Werden beide Wartewahrscheinlichkeiten als identisch angesetzt, können die Formeln 3.31 bis 3.36 (vgl. Abschnitt 3.7) mit dem Belegungsgrad ρ als einzige Unbekannte gelöst werden.

Da der Belegungsgrad identisch mit dem Quotienten der beiden Erwartungswerte ET_B und ET_A ist, kann durch Umstellen der Formel 3.29 der Erwartungswert der Ankunftsabstände ET_A ermittelt werden. Der Kehrwert des Erwartungswertes ET_A liefert die mögliche Anzahl der ankommenden Züge pro Minute λ . Wird dieser Wert mit dem Untersuchungszeitraum t_U multipliziert, ergibt sich die Leistungsfähigkeit der Gleisgruppe $n_{GG,zul}$ im Betrachtungszeitraum (vgl. Formel 4.4).

$$n_{GG,zul} \leq \frac{t_u}{ET_A} = \lambda \cdot t_U \quad 4.4$$

$n_{GG,zul}$	zulässige Anzahl der Züge in der Gleisgruppe
t_U	Untersuchungszeitraum
ET_A	Erwartungswert der Ankunftsabstände
λ	Ankunftsrate der Züge

Das Verfahren nach Hertel wird in der Regel für planmäßige Wartezeiten angewendet.

Es existieren Studien, die sich mit der Entwicklung eines Verfahrens, bei dem außerplanmäßige Wartezeiten zur Bestimmung der Leistungsfähigkeit in Gleisgruppen verwendet werden befassen [76]. Diese sind jedoch noch nicht flächendeckend zur Anwendung gekommen bzw. haben sich noch nicht für die Leistungsfähigkeitsberechnungen etabliert. Da es sich bei Hertel um ein heavy-traffic Modell handelt, ist es grundsätzlich möglich mit diesem Verfahren ebenfalls näherungsweise die außerplanmäßigen Wartezeiten bei stark gestörtem Betrieb und darauf aufbauend die Leistungsfähigkeiten zu bestimmen [14, 76].

4.4.2 Ermittlung der außerplanmäßigen Leistungsfähigkeit von Fahrstraßenknoten

Um die Kapazität für Fahrstraßenknoten im Betriebsablauf außerplanmäßig berechnen zu können, wird hier das schon bekannte Verfahren der Strele-Formel verwendet (vgl. Unterabschnitt 3.6.2). Dafür wird ein Ansatz über die Verkettungszahl φ , wie er schon für die planmäßigen Wartezeiten zur Anwendung kommt, angesetzt. Hierzu wird die Strele-Formel um die Verkettungszahl φ erweitert (vgl. Abschnitt 3.8).

Die mittlere Mindestzugfolgezeit \bar{z} entspricht nach Formel 3.24 dem Erwartungswert der Bedienzeiten (vgl. Formel 4.5).

$$ET_B = \sum p_{ij} \cdot z_{ij} \hat{=} \bar{z} \quad 4.5$$

ET_B	Erwartungswert der Bedienzeiten
p_{ij}	Häufigkeit des Auftretens eines Zugfolgefalls
z_{ij}	Mindestzugfolgezeit der Zugfahrten i und j
\bar{z}	Mittlere Mindestzugfolgezeit

Die mittlere Mindestzugfolgezeit ist für alle Zugfolgefälle \bar{z} , alle gleichrangigen Zugfolgefälle \bar{z}_g sowie alle rangunterschiedlichen Zugfolgefälle \bar{z}_v zu bestimmen.

Für die Berechnung der planmäßigen Wartezeiten in Fahrstraßenknoten ermittelt Schwanhäußer die Verkettungszahl φ mittels der Fahrtenausschlussmatrix A . Dabei werden die einzelnen Einträge der Matrix A für den Zugfolgefall der Züge i und j mit dem Parameter a_{ij} bezeichnet. Dieser Parameter kann entweder den Wert 0 annehmen, wenn die Zugfahrten i und j zeitgleich im Fahrstraßenknoten möglich sind, oder bei Abschluss den Wert 1 (vgl. Abschnitt 3.8.).

Die Verkettungszahl φ bestimmt sich nach Formel 3.42 in Abschnitt 3.8 wie folgt (vgl. Formel 4.6).

$$\varphi = \sum_i \sum_j p_{ij} \cdot a_{ij} \quad 4.6$$

φ	Verkettungszahl
p_{ij}	Häufigkeit des Auftretens eines Zugfolgefalls
a_{ij}	Werte der Fahrtausschlussmatrix

Für die Berechnung der planmäßigen Wartezeiten der Fahrstraßenknoten dividiert Schwanhäußer den Erwartungswert der Bedienzeiten ET_B durch die Verkettungszahl φ (vgl. Formel 3.43).

$$ET_B = \bar{z} = \frac{\sum_i \sum_j p_{ij} \cdot a_{ij} \cdot z_{ij}}{\varphi} \quad 4.7$$

In der Strele-Formel (vgl. Formel 3.22) werden daher die mittlere Mindestzugfolgezeit \bar{z} sowie die Mindestzugfolgezeiten für die gleich- (\bar{z}_g) und rangunterschiedlichen (\bar{z}_v) Zugfolgezeiten durch die entsprechenden Verkettungszahlen φ dividiert (vgl. Formel 4.7). Da die Strele-Formel Anteile für alle verkehrenden Züge besitzt, muss für diese eine global bestimmte Verkettungszahl φ angenommen werden. Die verketteten Zugfahrten müssen jedoch im Detail auch nach Formel 4.6 für die Teilmengen der gleich- und rangunterschiedlichen Zugfolgefälle separat bestimmt und angewendet werden (φ_g bzw. φ_v). Die angepasste Strele-Formel ist in Formel 4.8 dargestellt.

$$\begin{aligned}
 ET_W = ET_{VF} = & \left(p_{VE} - \frac{p_{VE}^2}{2} \right) \cdot \frac{\bar{t}_{VE}^2}{\bar{t}_P + \bar{t}_{VE} \left(1 - e^{-\frac{1}{\bar{t}_{VE}} \bar{z}} \right)} \\
 & \cdot \left[p_g \left(1 - e^{-\frac{1}{\bar{t}_{VE}} \bar{z}_g} \right)^2 + (1 - p_g) \cdot \frac{1}{\bar{t}_{VE}} \cdot \frac{\bar{z}_V}{\varphi_v} \cdot \left(1 - e^{-\frac{2}{\bar{t}_{VE}} \frac{\bar{z}_V}{\varphi_v}} \right) \right. \\
 & \left. + \frac{1}{\bar{t}_P} \cdot \frac{\bar{z}}{\varphi} \cdot \left(1 - e^{-\frac{1}{\bar{t}_{VE}} \frac{\bar{z}}{\varphi}} \right)^2 \right] \quad 4.8
 \end{aligned}$$

- ET_W Erwartungswert der Wartezeit / Folgeverspätungen
- p_{VE} Wahrscheinlichkeit des Auftretens einer Einbruchsverspätung
- \bar{t}_{VE} Mittlere Einbruchsverspätung
- p_g Wahrscheinlichkeit für das Auftreten eines gleichrangigen Zugfolgefalls
- \bar{t}_P Pufferzeit
- \bar{z} Mittlere Mindestzugfolgezeit
- \bar{z}_g Mittlere maßgebende Mindestzugfolgezeit der gleichrangigen Zugfolgefälle
- \bar{z}_v Mittlere maßgebende Mindestzugfolgezeit der rangunterschiedlichen Zugfolgefälle
- φ Verkettungszahl
- φ_g Verkettungszahl für gleichrangige Zugfolgefälle
- φ_v Verkettungszahl für rangunterschiedliche Zugfolgefälle

Um auch hier die mögliche Anzahl der Züge $n_{FK,zul}$ ermitteln zu können, ist dieselbe Formel wie bei der Streckenleistungsfähigkeit anzuwenden (vgl. Formel 3.25) und mit der Verkettungszahl φ über alle Züge, ermittelt nach Formel 4.6, zu multiplizieren.

$$n_{FK,zul} \leq \sum_{i=1}^{n_m} n_{m,i} = \frac{t_U}{\bar{z} + \bar{t}_{P,erf}} \cdot \varphi \quad 4.9$$

- $n_{FK,zul}$ zulässige Anzahl der Züge im Fahrstraßenknoten
- n_m Anzahl der Modellzuggruppen
- t_U Untersuchungszeitraum
- \bar{z} Mittlere Mindestzugfolgezeit
- $\bar{t}_{P,erf}$ Erforderlichen Pufferzeit
- φ Verkettungszahl

4.4.3 Mögliche Verfahren zur Bestimmung der Wartezeiten

Die möglichen Verfahren bzw. die Modifikationen sind im Einzelnen noch einmal in der folgenden Tabelle 7 aufgeführt.

Infrastruktur	planmäßige Wartezeiten	außerplanmäßige Wartezeiten
Strecke	Wakob	Strele (Schwanhäußer)
Gleisgruppe	Hertel	(Hertel)
Fahrstraßenknoten	Gudehus / Verkettungszahl φ	Strele (Schwanhäußer) / Nießen
Teilfahrstraßenknoten	Wakob	Strele (Schwanhäußer)

Tabelle 7: Angewendete Verfahren zur Berechnung der Leistungsfähigkeit

Das Verfahren nach Wakob, welches eigentlich die Leistungsfähigkeiten für Teilfahrstraßenknoten bestimmt, wird ebenfalls auf die Eisenbahnstrecken angewendet, um den Zustand des Fahrplans abbilden zu können. Zur Ermittlung der Streckenleistungsfähigkeit für außerplanmäßige Wartezeiten wird das vom Eisenbahn-Bundesamt zertifizierte Verfahren der Strele-Formel verwendet.

Die Gleisgruppen werden sowohl unter Berücksichtigung der planmäßigen, als auch der außerplanmäßigen Wartezeiten mit dem Verfahren nach Hertel berechnet.

Für die Fahrstraßenknoten wird jeweils ein Verfahren unter Berücksichtigung der Verkettungszahl verwendet. Für die planmäßigen Wartezeiten kommt das Verfahren nach Gudehus und für die außerplanmäßigen Wartezeiten eine Modifizierung der Strele-Formel zur Anwendung.

4.4.4 Lineare und spezifizierte Hochrechnung der Zugfahrten zur Bestimmung der Leistungsfähigkeit

Zur Berechnung der zulässigen Leistungsfähigkeiten kann der zuvor beschriebene Hochrechnungsfaktor oder alternativ der Belegungsgrad verwendet werden (vgl. Abschnitt 3.6 bis 3.8 und Unterabschnitt 4.4.1 bis 4.4.2.). Die vorhandenen und zulässigen Wartezeiten werden iterativ ermittelt. Dabei kann zwischen einer linearen und einer spezifizierten Hochrechnung unterschieden werden.

Bei einer linearen Hochrechnung, werden alle Züge des angesetzten Referenzbetriebsprogramms zu gleichen Anteilen solange stetig erhöht bis die vorhandene der zulässigen Wartezeit entspricht. Schwanhäußer bezeichnet in [62] die lineare Hochrechnung auch als proportionale Hochrechnung, bei der das Mischungsverhältnis proportional, also zu gleichen Teilen, erhöht wird. Es gilt weiterhin, dass die Wahrscheinlichkeit des Auftretens eines Zuges p_i in der Summe über alle Züge den Wert 1 ergeben muss. Das Mischungsverhältnis wird also während der gesamten Iteration konstant gehalten.

Für eine verkettete Hochrechnung, können zusätzlich ausgewählte Modellzuggruppen erhöht werden, während die restlichen Gruppen konstant gehalten werden. Dies geschieht ebenfalls so lange, bis die vorhandene Wartezeit die zulässige Wartezeit übersteigen würde.

In dieser Arbeit sollen ausschließlich die Züge des Güterverkehrs erhöht werden. Es gilt, $p_i = p_{i,SGV}$, und der Anteil des Personenverkehrs $p_{i,SPV}$ wird konstant gehalten.

Die Modifikation der spezifizierten Hochrechnung hat zur Folge, dass für jeden Iterationsschritt zeitgleich das Mischungsverhältnis verändert wird. Dies hat einen direkten Einfluss auf die folgenden Parameter der Berechnung:

- die Anzahl der Zugfahrten auf dem jeweiligen Infrastrukturelement
- die mittlere Mindestzugfolgezeit \bar{z} durch die Veränderung der Häufigkeit des Auftretens eines Zugfolgefalls
- die zulässige Wartezeit infolge der Veränderung des Reisezuganteils p_{RZ}
- die zulässigen Wartewahrscheinlichkeiten in Gleisgruppen

Ein Grund für die Verwendung der spezifizierten Hochrechnung ist die Ermittlung der zusätzlichen Güterzüge je Infrastrukturelement, da der Personenverkehr konstant gehalten wird. Die nach der Optimierung ausgewiesene Anzahl an Güterzügen kann definitiv über das entsprechende Infrastrukturelement geroutet werden.

Die Umsetzung der spezifizierten Hochrechnung ist bei dem hier vorgestellten Verfahren jedoch nur zielführend, wenn eine einzige hochzurechnende Modellzuggruppe, z. B. Ferngüterzüge, betrachtet werden soll oder die Mindestzugfolgezeiten mehrerer Modellzuggruppen nicht stark voneinander abweichen. Der Grund hierfür liegt zum Beispiel in den verschiedenen Geschwindigkeiten. Folgt ein schneller Zug einem langsamen Zug, so ist eine höhere Mindestzugfolgezeit nötig, damit es nicht zu einem Konflikt der beiden Züge kommt. Zusätzlich ist zu bedenken, dass zwei verschiedene Modellzuggruppen mit zum Teil unterschiedlichen Zugcharakteristiken zu große Abweichungen in den Mindestzugfolgezeiten aufweisen können. Die Hochrechnung ist dann nur durchführbar, wenn beide Zuggruppen wieder zu gleichen Teilen iteriert werden.

Die Optimierung kann zur Folge haben, dass die Aufteilung der Anteile beispielsweise bei unterschiedlichen Zugcharakteristiken innerhalb einer Zugkategorie nicht zu gleichen Teilen erfolgt. Dies bedeutet, dass es bei der spezifizierten Hochrechnung zu Abweichungen in der ermittelten Leistungsfähigkeit kommen kann. Um dieses Problem zu umgehen, muss der Algorithmus einen ersten Optimierungslauf durchführen. Nachdem dies passiert ist, muss anhand des neuen Betriebsprogramms überprüft werden, inwiefern die Kapazitäten der Infrastruktur angepasst werden müssen. Dabei kann es zu einer Erhöhung sowie einer Verringerung der Kapazität kommen, da sich das Mischungsverhältnis der Züge geändert haben kann.

4.5 Optimierung von Zugfahrten in Eisenbahnnetzen

Um eine Optimierung der Anzahl der Zugfahrten auf einem Teilsegment der Eisenbahninfrastruktur vorzunehmen und darauf aufbauend eine Kennzahl für das gesamte Teilnetz zu ermitteln, wird ein lineares Gleichungssystem verwendet. Dieses kann im Anschluss mittels eines MIP-Solvers (mixed integer program) gelöst werden. Die eigentliche Optimierung erfolgt mithilfe des kommerziellen Solvers Gurobi, welcher zu den führenden Solvern in der mathematischen Optimierung gehört und zudem die Schnittstellen für die verschiedensten Programmierungssprachen liefert [21]. Die mathematischen Grundlagen des Gleichungssystems werden in diesem Kapitel vorgestellt.

Ein lineares Gleichungssystem wird genutzt, um ganzzrationale (Ziel-)Funktionen zu minimieren oder maximieren. Je Variable der Zielfunktion wird mindestens eine Nebenbedingung benötigt.

In dieser Arbeit ist als Zielfunktion eine Maximierung aller Züge bzw. möglichen Zugfahrten auf z. B. allen vorgegeben wirtschaftlichen Laufwegen im Teilnetz zu formulieren. Da für jede Modellzuggruppe der kürzeste Laufweg sowie alle wirtschaftlichen Alternativen durch das Netz ermittelt wurden, wird mit Formel 4.10 das Maximum der Zugfahrten n , multipliziert mit den jeweiligen Kosten c , ermittelt.

$$\max c^T \cdot n \tag{4.10}$$

mit

$$n_i \geq 0 \forall \text{ Zugfahrten } i \tag{4.11}$$

$$0 < c \leq 1 \tag{4.12}$$

- n Vektor der Anzahl der Zugfahrten
- c Vektor der Kosten für die gewichteten Laufwege

Eine Zugfahrt wird mittels eines Laufwegs definiert, welcher mindestens zwei Knoten beinhaltet. Eine Definition des Laufwegs erfolgt über vorgegebene Quellen und Senken und beinhaltet alle durchfahrenen Knoten auf diesem Weg. Dabei wirkt die Quelle-Senke-Relation über den Flusserhaltungssatz. Die besagten Quellen generieren einen Fluss, hier Zugfahrten n , welche von den dazugehörigen Senken wieder vollständig aufgenommen werden. Dies entspricht der 1. Regel von Kirchhoff:

$$\sum_{n \in n_{K_i}} n_{in} = \sum_{n \in n_{K_i}} n_{out} \tag{4.13}$$

- n_{in} Anzahl der Zugfahrten, welche in der Quelle generiert werden
- n_{out} Anzahl der Zugfahrten, welche in der Senke aufgenommen werden

Alle durchfahrenen Knoten, welche weder der dem Laufweg zugehörige Quelle oder Senke entsprechen, können keinen Fluss speichern.

Zwischen einem Start- und einem Zielknoten können verschiedene Laufwege gegeben sein, vorausgesetzt diese sind für die jeweilige Zugart befahrbar und dienen dem Verkehrsunternehmen als wirtschaftliche Alternative. Als Variablen dienen in der Zielfunktion die Zugfahrten und repräsentieren dadurch die Laufwege. Dies ist möglich, da jede Laufwegvariable einer entsprechenden Modellzuggruppe zugeordnet wird. Ein Laufweg kann also für unterschiedliche Modellzuggruppen auftreten und eindeutig zugeordnet werden. Die Konstante c wird als Gewichtung der Laufwege verwendet (vgl. Formel 4.10). Das weitere Vorgehen für die Wahl der alternativen Laufwege wurde bereits in Abschnitt 4.3 näher beschrieben.

Ford & Fulkerson haben mit ihrem „Max-Flow Min-Cut Theorem“ 1956 bewiesen, dass in jedem Netzwerk die größte Stärke eines Flusses, hier also die Zuganzahl, nur so groß sein kann, wie die geringste zur Verfügung gestellte Kapazität eines Teilsegmentes [16]. Innerhalb eines Laufweges ist dies das Teilsegment mit der niedrigsten Leistungsfähigkeit. Dies bedeutet, dass die maximale Anzahl der Zugfahrten des Laufwegs nicht höher, als diese geringste Leistungsfähigkeit sein kann.

Als Eingangsparameter wird daher für jedes Teilsegment eine Obergrenze n_{max} und bei Bedarf eine Untergrenze n_{min} der Kapazität benötigt. Wenn beispielsweise ein Mindestbedarf an Zugfahrten auf einem Infrastrukturbereich durchgeführt werden soll, wird eine untere Grenze notwendig. Diese Kapazitätsgrenzwerte können mit den in Tabelle 7 und in Unterabschnitt 4.4.3 beschriebenen Verfahren, unterteilt in planmäßige und außerplanmäßige Verfahren, und teilweise mithilfe von entsprechender Software zur Leistungsfähigkeitsermittlung bestimmt werden. Vereinfacht wird die Berechnung ausschließlich mit der Obergrenze vorgestellt. Die Untergrenze kann nicht mit der entsprechenden Software ermittelt werden, sondern würde einem Grenzwert entsprechen, den der Bearbeiter ansetzen muss.

Da derzeit die Kapazitäten als maximale Anzahl an Zugfahrten für ein Teilnetz nicht analytisch bestimmt werden können, werden im Folgenden Kapazitäten der kombinierten Elemente – Strecken, Fahrstraßenknoten und Gleisgruppen – verwendet. Die Interaktion dieser Elemente ist Teil des in dieser Arbeit vorgestellten Ansatzes. Beispielsweise hat ein Knoten, der einen limitierenden Faktor darstellt, einen Einfluss auf die angrenzende Strecke.

Als Nebenbedingung gilt somit für jedes Teilsegment im Eisenbahnnetz eine der nachfolgenden Bedingungen. Für die Anzahl der Zugfahrten auf den Streckenabschnitten $S_{i,j}$ wird Formel 4.14 verwendet. Für Gleisgruppen mit einer Kapazität $n_{GG_{i,max}}$ kann ebenfalls eine allgemeine Nebenbedingung formuliert werden (vgl. Formel 4.15) und die Fahrstraßenknoten $FK_{i,r}$ werden analog mithilfe von Formel 4.16 berechnet.

Strecken: $n_{S_{i,j}} \leq n_{S_{i,j,max}}$ 4.14

Gleisgruppen: $n_{GG_i} \leq n_{GG_i,max}$ 4.15

Fahrstraßenknoten: $n_{FK_{i,r}} \leq n_{FK_{i,r,max}}$ 4.16

$n_{S_{i,j}}$ Zuganzahl auf der Strecke vom Knoten i zum Knoten j

n_{GG_i} Zuganzahl in der Gleisgruppe des Knotens i

$n_{FK_{i,r}}$ Zuganzahl im Fahrstraßenknoten r des Knotens i

In den Formeln 4.14, 4.15 und 4.16 wird die Anzahl der Züge n auf die Zugfahrten bezogen, welche im Untersuchungszeitraum durch den Knoten beziehungsweise auf der Strecke oder im Fahrstraßenknoten verkehren. Die vorliegende Kapazität wird mit $n_{S,max}$ für Strecken (vgl. Formel 4.14) und mit $n_{GG,max}$ für die Gleisgruppen (vgl. Formel 4.15) bezeichnet. $n_{FK,max}$ in Formel 4.16 beschreibt die Kapazität des Fahrstraßenknotens.

Es ist eine eindeutige Benennung und Zuordnung der Strecken und Knoten sowie deren Verknüpfung zu gewährleisten. Gleisgruppen benötigen eine eindeutige Codierung für die Bezeichnung und eine Nummerierung in der Form „ GG_i “. Der Index i ist eine ganzzahlige fortlaufende Ziffer, welche für die Nummer des Knotens im Netz steht ($i \in \mathbb{N}^+$).

Die Indizes beinhalten die Nummer oder Bezeichnung des jeweiligen Ausgangselementes i . Bei Strecken bedeutet der zusätzliche Index j welcher Knoten das Ende dieser Strecke bezeichnet. Der Index r bei den Fahrstraßenknoten beinhaltet zusätzlich die Lage des Fahrstraßenknotens im Verhältnis zur Gleisgruppe (links; rechts; etc.). Dieser kann alternativ aber auch die Lage zum nachfolgenden Knoten beinhalten. Dann würde die Schreibweise $FK_{5,7}$ den Fahrstraßenknoten des Knotens 5 mit Verbindung zum Knoten 7 beschreiben. Dies führt jedoch zu Identifizierungsproblemen, sollten mehrere Fahrstraßenknoten miteinander verknüpft sein.

Zweigleisige Strecken benötigen eine weitere Unterscheidung der jeweiligen Richtung, z. B. im Zulauf auf bzw. in der Fortführung der Strecke von einem Knoten. Eine Möglichkeit ist es, Strecken ebenfalls eine Nummerierung zu vergeben. Zusätzlich muss dann die Information der Richtung integriert werden. Über eine Bezeichnung in der Form $S_{i,j}$ wird diese Benennung abgedeckt. Der Index i steht für die Nummer der Strecke und der Index j für die Richtung. Beispielhaft werden die Hin- und Rückrichtung im Index mit der Bezeichnung 1 bzw. 2 beschrieben. Um eine einheitliche Benennung zu gewährleisten, ist die Richtung 1 immer in aufsteigende und die Richtung 2 in fallende Kilometrierungsrichtung zu definieren. In Deutschland besitzt jede Eisenbahnstrecke eine eindeutige Streckennummer, welche zusätzlich bei mehrgleisigen Strecken um eine Definition der Richtung ergänzt wird. Die Strecke von Köln nach Aachen hat die Streckennummer

2600-1, wobei die letzte Zahl die Richtung beschreibt. Die Gegenrichtung von Aachen nach Köln entspricht der Richtung 2 und wird daher als 2600-2 bezeichnet. Sollten keine Informationen über die Kilometrierungen vorliegen, bezeichnet die Richtung 1 ($S_{i,j}$) immer den Zulauf auf den Knoten mit einer höheren Knotennummer und die Richtung 2 ($S_{j,i}$) der jeweiligen Strecke den Zulauf auf den Knoten mit der niedrigeren Knotennummer. Die Bezifferung bei eingleisigen Strecken benötigt keine Unterscheidung in Hin- und Rückrichtung und wird mit $S_{i,j}$ beziffert. Die zugehörige Rückrichtung $S_{j,i}$ existiert dann jedoch nicht. Auch hier kann eine einheitliche Benennung der Strecke über die zu verknüpfenden Knoten i und j erfolgen.

Alternativ kann die eindeutige Benennung der Strecke anhand der angrenzenden Knoten und deren Nummerierung erfolgen. Sei i der Ausgangsknoten und j der nachfolgenden Zielknoten der Strecke, so beschreibt die Strecke $S_{i,j}$ eindeutig die Lage der Knoten zueinander. Die Gegenrichtung wird analog über die geänderte Knotenreihenfolge beschrieben ($S_{j,i}$). Dieses Vorgehen kommt in den in Kapitel 6 vorgestellten Beispielen zur Anwendung.

Für den Solver müssen, entsprechend der Variablen der Zielfunktion, Nebenbedingungen aufgestellt werden, damit eine Optimierung durchgeführt werden kann. Nebenbedingungen werden sowohl für jeden Knoten sowie jede Streckenrelation als auch für jeden betrachteten Fahrstraßenknoten benötigt. Sie sind abhängig von der jeweiligen Kapazität des Elementes und der auf diesen Elementen verkehrenden Anzahl der Zugfahrten des Betriebsprogramms (vgl. Formel 4.14 bis 4.16). Eine Zugfahrt wird wie oben beschrieben in diesem Verfahren mithilfe ihres Laufweges definiert. Dies bedeutet, dass eine Zugfahrt als Variable ebenfalls je Infrastrukturelement eine Kapazität verbraucht und deshalb auch in den Nebenbedingungen berücksichtigt werden muss.

Für einen Eisenbahnbetrieb, bei dem Züge in einem Startknoten beginnen und in einem anderen Knoten enden, kann mithilfe von Laufwegen der Betrieb modelliert werden (vgl. Abschnitt 4.3). Vorteil der freien Laufwege ist eine Ausnutzung von Restkapazitäten auf Eisenbahnstrecken und in Eisenbahnknoten, um z. B. einen überlasteten, jedoch kürzesten Laufweg zwischen zwei Knotenpunkten zu entlasten.

Möchte ein Eisenbahnverkehrsunternehmen ihr Verkehrsangebot hinsichtlich der Linienerläufe der Züge optimieren, können verschiedene Varianten der Laufwege als Alternative betrachtet und hinsichtlich der definierten Zielfunktion ausgewertet werden.

Bei der Lösung des Gleichungssystems kommt die sogenannte Big-M-Methode zur Anwendung. Dabei steht die Variable M für eine hinreichend große Zahl. Um die Big-M-Methode anwenden zu können, müssen, neben den schon bekannten Bedingungen, zusätzlich ein Binärbefehl (Binary) und eine Komponente des Laufwegs für die Zugfahrten im Solver definiert werden. Unter dem Binärbefehl müssen alle relevanten Laufwege

anhand ihrer Binärvariablen $x_{r,m}$ aufgeführt werden, welche eine Alternative zum bestehenden oder kürzesten Laufweg aufweisen. Der Befehl setzt alle aufgeführten Variablen x einmal auf den Wert 1 und einmal auf den Wert 0 und berechnet die Lösung des Gleichungssystems für die entsprechende Zielfunktion.

Die Komponente des Laufwegs kann über die Zugfahrten $n_{r,m}$ dargestellt werden und bezeichnet an dieser Stelle die verschiedenen Alternativen einer Relation. Über den Index r wird die Quelle-Senke-Relation berücksichtigt, der Index m berücksichtigt eine vorhandene Alternative der Relation r . Zusätzlich muss für jeden Laufweg $n_{r,m}$ eine weitere Nebenbedingung in der folgenden Form aufgestellt werden.

$$n_{r,m} \leq M \cdot x_{r,m} \tag{4.17}$$

- $n_{r,m}$ Anzahl der Zugfahrten auf der Relation r und der Alternative m
- M Konstante M (hinreichend große Zahl)
- $x_{r,m}$ Binärvariable der Relation r und der Alternative m

Die Variable $x_{r,m}$ bezeichnet dabei den Binärbefehl. Im Anschluss wird jeweils für die Zielfunktion der maximale Wert für die Anzahl der entsprechenden Zugfahrten $n_{r,m}$ auf diesem Abschnitt des Laufwegs ermittelt. Unter Berücksichtigung des Binär-Befehls ergibt sich die Bedingung, dass die Anzahl der Züge kleiner oder gleich der Konstanten M sein müssen. Damit eine Lösung gefunden werden kann, muss M ausreichend groß gewählt werden, mindestens jedoch so groß wie die höchste Leistungsfähigkeit der jeweiligen Infrastrukturelemente im Netzwerk. Wird die Konstante M zu gering gewählt, wird die Bedingung in Formel 4.17 nicht eingehalten und das Ergebnis der Zielfunktion kann zu gering ausfallen.

Über die Nebenbedingung aus der Formel 4.18 wird sichergestellt, dass einzig der Lösungswert ausgegeben wird, welcher der besseren Erfüllung der Zielfunktion dient. Wobei jedoch ausschließlich alle Alternativen m einer Relation r mit dieser Formel überprüft werden müssen.

$$\sum_{x \in X_{r,m}} x_{r,m} = 1 \tag{4.18}$$

Durch die Ausführung des Binärbefehls in Verbindung mit Formel 4.18 wird sichergestellt, dass nur ein einziger optimaler Laufweg ausgegeben wird, da alle alternativen Routen entweder die Ziffer 0 oder 1 erhalten können. Dadurch, dass die Summe genau 1 ergeben muss, kann ausschließlich ein Laufweg ausgegeben werden.

Diese Betrachtung, bei der entweder der eine oder der andere alternative Laufweg verwendet wird, ist zum Beispiel beim Einrichten einer neuen Linie im Personenverkehr sinnvoll. Die neue Personenverkehrslinie kann so in das bestehende Fahrplangefüge

eingepasst werden, dass netzoptimal eine hohe Restleistungsfähigkeit vorgehalten werden kann und der Schienenweg nicht überlastet wird.

Zielführend ist es aber das Eisenbahnnetz bestmöglich auszulasten, daher wird die Unterteilung nach einer ausschließlichen Laufwegwahl mittels des Binärbefehls nicht verwendet. Vielmehr ist es notwendig alle möglichen Laufwege vorzuhalten, damit eine höhere Flexibilität gewährleistet ist.

Wird die Optimierung auf eine mikroskopische Ebene und damit auf die einzelnen Laufwege im Knoten heruntergebrochen, also mit einer sehr hohen Detailtiefe, können diese ebenfalls gewichtet werden. Für die Gewichtung können zum Beispiel die kürzesten Wege durch den Knoten verwendet werden. Jedes weitere Gleis, welches anstelle des durchgehenden Hauptgleises verwendet werden kann, muss jedoch als eigenständige Alternative aufgenommen werden. Mehrere Varianten einer Route steigern die Komplexität der Optimierung und führen ggf. zur Einschränkung, dass nicht ausreichend viele wirtschaftliche Alternativen gefunden werden können, da die gefundenen Laufwege sich nicht ausreichend unterscheiden (vgl. Abschnitt 4.3).

Um Zugfahrten und damit auch die Laufwege im Knoten abbilden zu können, wird auf eine Laufwegmatrix L zurückgegriffen, welche mit dem Vektor der vorhandenen Züge n im Knotenbereich multipliziert wird (vgl. Formel 4.19).

$$L \cdot n \leq n_{max} \tag{4.19}$$

Wird die Formel 4.19 weiter aufgegliedert ergibt sich die folgende Schreibweise, wobei die Laufwegmatrix L eine $3 \times n$ -Matrix ist und alle Werte für $L \in \{0,1\}$ sind.

$$\begin{bmatrix} L_{1;FK_l} & \dots & L_{n;FK_l} \\ L_{1;GG} & \dots & L_{n;GG} \\ L_{1;FK_r} & \dots & L_{n;FK_r} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} n_1 \\ \vdots \\ n_n \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} n_{FK_l} \\ n_{GG} \\ n_{FK_r} \end{bmatrix} \tag{4.20}$$

Die Matrix L ist eine Hilfsmatrix, um die Zugfahrten in einem Knoten genauer beschreiben zu können. Dies bedeutet, dass durch diese Matrix angegeben werden kann, ob ein Zug das jeweilige Infrastrukturelement des Knotens befährt oder nicht. Somit können die Zugfahrten im Knoten eindeutig dargestellt werden, indem der entsprechende Wert in der Matrix L_i gleich 1 ist, sofern der Zug den Knotenabschnitt z. B. FK_l befährt. Endet beispielhaft eine Zugfahrt im Knoten und verkehrt der Zug nicht über den Knotenabschnitt FK_r , wird der zugehörige Wert zu 0 gesetzt.

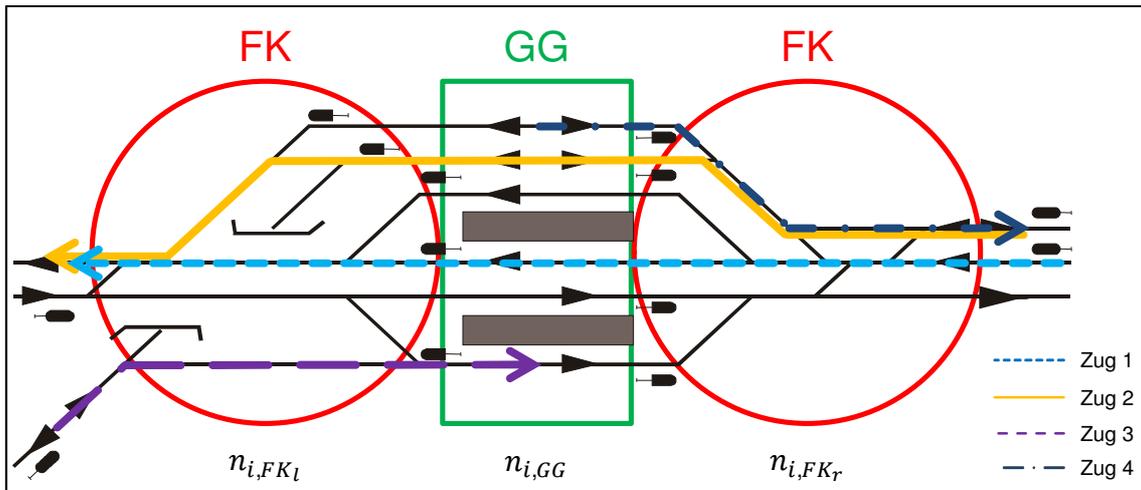


Abbildung 9: Beispielhafte Modellierung von Zugfahrten im Knoten i

In Abbildung 9 sind vier Zugfahrten durch einen Knoten dargestellt. Es werden durch die Züge unterschiedliche Infrastrukturelemente bzw. Bereiche des Knotens befahren. Daraus abgeleitet ergibt sich die nachfolgende Modellierung der Laufwegematrix L (vgl. Formel 4.21).

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} n_1 \\ \vdots \\ n_n \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} n_{FK_l} \\ n_{GG} \\ n_{FK_r} \end{bmatrix} \quad 4.21$$

Zug 3 befährt in diesem Beispiel ausschließlich den linken Fahrstraßenknoten und die Gleisgruppe und würde dann seinen Laufweg beenden (Abbildung 9). Demnach folgt in der dritten Spalte der Laufwegematrix an der Stelle für den rechten Fahrstraßenknoten eine 0 (vgl. Formel 4.21). Die befahrenen Elemente werden wie oben beschrieben mit einer 1 ausgegeben.

Es ist möglich bei der Laufwegwahl die exakten Bahnhofsgleise zu berücksichtigen. Dafür ist der übersichtlichste Ansatz den Knoten mit den entsprechenden Gleisnummern in die Laufwegsuche aufzunehmen. Beispielsweise kann das Gleis 4 im Bahnhof mit der Knotennummer 5 in der Bezeichnung des Knotens mit $K_{5,4}$ berücksichtigt werden. Die Bahnhofsgleise werden somit in der Laufwegsuche als Variable aufgenommen. Die Mikroskopie muss nicht gesondert betrachtet werden, sondern es reicht eine Aussage über die Vertretbarkeit der Bahnhofsgleise, um einen alternativen Laufwege durch einen Knoten zu wählen. Es muss für die Umsetzung also lediglich unterschieden werden, welche Bahnhofsgleise als weitere Alternative der Quelle-Senke-Verbindung verwendet werden können.

Da der Solver am Ende die maximierte Leistungsfähigkeit ermittelt, ist es einfacher den Ansatz mithilfe von einzelnen Modellzügen und deren Laufwegen, also eine Aufteilung nach Verkehrsarten, zu wählen.

Eine Auflistung verschiedener Sonderfälle und deren Modellierungsmöglichkeiten eines Knotens sind in Abbildung 10 dargestellt. Dabei werden vereinfacht für die entsprechenden Kapazitäten der Knoten die Buchstaben x, y, z bzw. a, b, c verwendet.

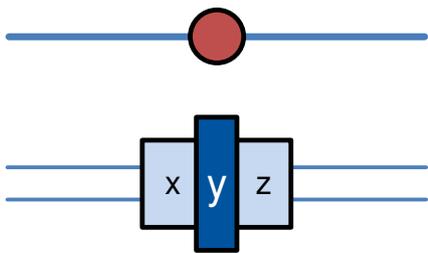
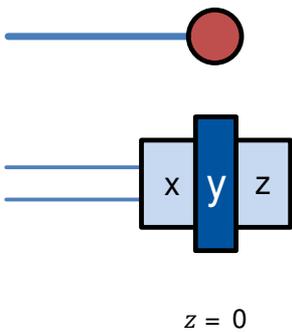
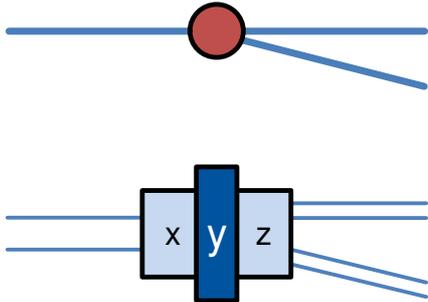
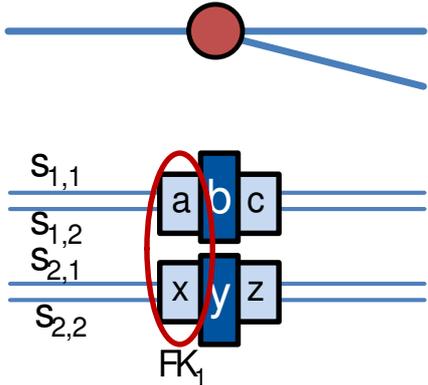
<p>Bezeichnung</p> <p>Schematische Darstellung:</p> <p>Modellierung:</p> <p>Zusätzliche Bedingungen:</p>	<p>1. Durchgangsbahnhof</p> 	<p>2. Kopfbahnhof</p>  <p>$z = 0$</p>
<p>Bezeichnung</p> <p>Schematische Darstellung:</p> <p>Modellierung:</p> <p>Zusätzliche Bedingungen:</p>	<p>3. Abzweigstelle</p>  <p>$x \hat{=} y \hat{=} z$</p>	<p>4. mehrere Gleisgruppen</p>  <p>$a + x \leq FK_1$</p> <p>$s_{1,1} + s_{2,1} \leq S_1$</p> <p>$s_{2,1} + s_{2,2} \leq S_2$</p>

Abbildung 10: Übersicht der Modellierung und zusätzliche Bedingungen

Der einfachste Fall ist der Durchgangsbahnhof (1), welcher je eine Nebenbedingung für die Gleisgruppe, die beiden Fahrstraßenknoten und alle angrenzenden Streckenelemente benötigt. Der Durchgangsbahnhof stellt also den Standardfall der Modellierung dar.

Soll ein Kopfbahnhof (2) betrachtet werden, ist die Kapazität eines Fahrstraßenknotens auf 0 zu setzen, z. B. Fahrstraßenknoten z (vgl. Abbildung 10). Dadurch wird sichergestellt, dass keine Zugfahrt über diesen Fahrstraßenknoten geroutet wird. Über die Angabe, dass dieser Fahrstraßenknoten keinen benachbarten Fahrstraßenknoten besitzt, wird sichergestellt, dass keine Strecke angeschlossen ist und somit ein Laufweg unterbrochen würde.

Da eine Abzweigstelle (3) in der Regel als ein Fahrstraßenknoten betrachtet werden kann (vgl. Abschnitt 3.1), ist es möglich diesen ebenfalls analog zu einem Durchgangsbahnhof zu modellieren. Abzweigstellen bestehen somit ebenfalls aus einer Gleisgruppe und den zwei dazugehörigen Fahrstraßenknoten. Als zusätzliche Bedingung muss jedoch eingeführt werden, dass die drei Elemente der Abzweigstelle die gleiche Kapazität aufweisen ($x \hat{=} y \hat{=} z$).

Als weiterer Sonderfall der Modellierung können Knoten mit mehreren Teilgleisgruppen (4) betrachtet werden. Abbildung 10 zeigt im vierten Fall exemplarisch einen Knoten mit zwei Teilgleisgruppen und auf der linken Seite einen Fahrstraßenknoten über dessen Laufwege jedes Bahnhofsgleis erreicht werden kann. Auf der rechten Seite sind zwei unabhängige Fahrstraßenknoten dargestellt. Die Modellierung erfolgt durch zwei separate Knoten, welche als Durchgangsbahnhöfe abgebildet werden. Die Besonderheit des Aufbaus kann mittels der folgenden Zusatzbedingungen abgebildet werden. Der zusammenhängende Fahrstraßenknoten FK_1 auf der linken Seite besteht aus den Fahrstraßenknoten a und x (vgl. Abbildung 10). Es wird eine weitere Bedingung benötigt, bei der die Kapazitäten dieser Fahrstraßenknoten in der Summe der Gesamtkapazität von FK_1 entsprechen muss ($a + x \leq FK_1$). Zusätzlich müssen bei diesem Sonderfall in der Modellierung für einen zusammenhängenden Fahrstraßenknoten FK_1 weitere Streckenverknüpfungen vorgenommen werden. Wohingegen bei einem einfachen Durchgangsbahnhof je eine Strecke je Richtung angeknüpft wird und damit einen weiteren Fahrstraßenknoten verbindet. Nun muss je zusätzlichem Fahrstraßenknoten die Streckenanzahl verdoppelt werden. Es werden in diesem Beispiel zwei weitere, folglich vier Streckengleise, auf der linken Seite benötigt. Da diese jedoch ausschließlich im Modell existieren, müssen die jeweiligen Gleise der Hin- und Rückrichtung in der Summe der Kapazität des real existierenden Streckenabschnitts entsprechen. Hier müssen die beiden folgenden Bedingungen berücksichtigt werden: $s_{1,1} + s_{2,1} \leq S_1$ und $s_{2,1} + s_{2,2} \leq S_2$.

Die Ausgabe ausschließlich ganzzahliger Ergebnisse muss beim Solver berücksichtigt werden. Dafür müssen alle Variablen gekennzeichnet werden, welche eine ganzzahlige Lösung benötigen. In dem hier vorgestellten Ansatz sind das die Züge, welche das Teilnetz befahren.

Als Ergebnis liefert der Solver eine maximal mögliche Anzahl an Zugfahrten auf dem Teilnetz. Die Lösung enthält dabei auch die gewählten Laufwege, die Anzahl der Zugfahrten pro Laufweg und schlussendlich die zusätzliche Anzahl von Güterzügen auf jedem Infrastrukturelement. Durch die Maximierung ist jedoch nicht zwingend nur ein einzelner Laufweg je Quelle-Senke-Relation zu wählen. Des Weiteren kann die Auslastung jedes einzelnen Infrastrukturelementes ausgegeben werden, womit das neue Mischungsverhältnis auf der Infrastruktur berechnet werden kann.

4.6 Änderung des Mischungsverhältnisses

Nach der im vorherigen Unterkapitel beschriebenen Optimierung muss im Falle der Leistungsfähigkeitsberechnung mittels einer linearen Hochrechnung der Zugfahrten eine oder mehrere Iterationsschleifen durchgeführt werden, um die letztendlich finale Leistungsfähigkeit zu ermitteln.

Unter einer Iteration wird im Allgemeinen der erneute Durchlauf eines oder mehrerer Berechnungsschritte mit veränderten Eingangsgrößen in einem Verfahren verstanden. Das Umrouten der Güterzüge im Teilnetz kann zu verschiedenen Auswirkungen auf den Infrastrukturelementen führen und somit die Eingangsgrößen für die Leistungsfähigkeitsberechnungen verändern. Neben den Veränderungen an der Zuganzahl und der mittleren Mindestzugfolgezeiten kann auch der Reisezuganteil zum ursprünglichen Berechnungsschritt abweichen und damit eine Veränderung bei der zulässigen Wartezeit hervorrufen (vgl. Unterabschnitt 4.4.4). Durch diese Variation der Eingangsgrößen für die Ermittlung der Leistungsfähigkeiten kann es vorkommen, dass die zuvor bestimmte Kapazität auf dem Infrastrukturabschnitt nicht mehr valide ist und entsprechend angepasst werden muss.

In diesem Fall findet infolge eines Umroutens von Zügen eine Überprüfung der Kapazitätsgrenzen durch eine erneute Berechnung der vorgestellten Verfahren, wie sie in den Abschnitten 3.6 bis 3.8 und im Abschnitt 4.4 vorgestellt wurden, statt. Alternativ kann eine Interpolation der Leistungsfähigkeiten anhand von Stützstellen erfolgen. Die Iteration wird solange durchgeführt, bis sich nur noch geringfügige Abweichungen bei den Zuganzahlen und somit auch bei den Leistungsfähigkeiten ergeben.

In diesem Kapitel sollen zunächst die Gründe und Auswirkungen der Veränderung des Mischungsverhältnisses vorgestellt werden. Im Anschluss erfolgt eine ausführliche Beschreibung der Iteration.

4.6.1 Interpolation der Kapazitäten anhand des Mischungsverhältnisses

In Abbildung 7 wurde bereits gezeigt, dass die Zugfahrten beziehungsweise das Mischungsverhältnis einen deutlichen Einfluss auf die Kapazität haben. Da sich durch die Optimierung auf Mischverkehrsstrecken die Anzahl der Güterzüge je Teilsegment verändern kann, wird zwangsweise das Mischungsverhältnis geändert. Sollte auch Personenverkehr die Strecke befahren, kann dies eine Anpassung der Kapazitätsgrenzen zur Folge haben. Daraus resultiert eine mehrstufige Optimierung bei der nach jedem Optimierungsschritt die Auswirkung des Mischungsverhältnisses auf die Kapazität zu analysieren ist. Ein Vorgehen der Kapazitätsüberprüfung durch eine Interpolation wird in diesem Unterkapitel beschrieben.

In der Regel tritt eine Veränderung des Zugmixes nur auf Mischverkehrsstrecken auf. Auf reinen Personen- oder Güterzugstrecken beträgt das Mischungsverhältnis der Reisezüge p_{Rz} auch nach der Optimierung weiterhin 100 % für Personen- bzw. 0 % auf Güterverkehrsstrecken.

Abbildung 11 zeigt beispielhaft den Verlauf der Leistungsfähigkeiten unter prozentualer Anpassung des Mischungsverhältnisses, ermittelt für einen generischen Streckenabschnitt. Es wurde eine Berechnung für verschiedene Stützstellen durchgeführt, wobei diese je einem 20 %-Schritt entsprechen. Dabei wurde die Gesamtzuganzahl der Zugfahrten auf diesem Streckenabschnitt konstant gehalten und ausschließlich das Mischungsverhältnis prozentual verändert. Die obere Kurve stellt den Verlauf der Streckenkapazität dar, wenn ausschließlich nur Personennahverkehr und Güterverkehr fahren würden. Der untere Verlauf betrachtet hingegen den Personenfernverkehr und den Güterverkehr. Ist sowohl Personenfern- und Personennahverkehr vorhanden, so würde die Kapazität zwischen den beiden Kurven liegen. Dargestellt wird die Kapazität in Abhängigkeit des Reisezuganteils. Der Trendlinie liegt ein Polynom 3. Grades zugrunde.

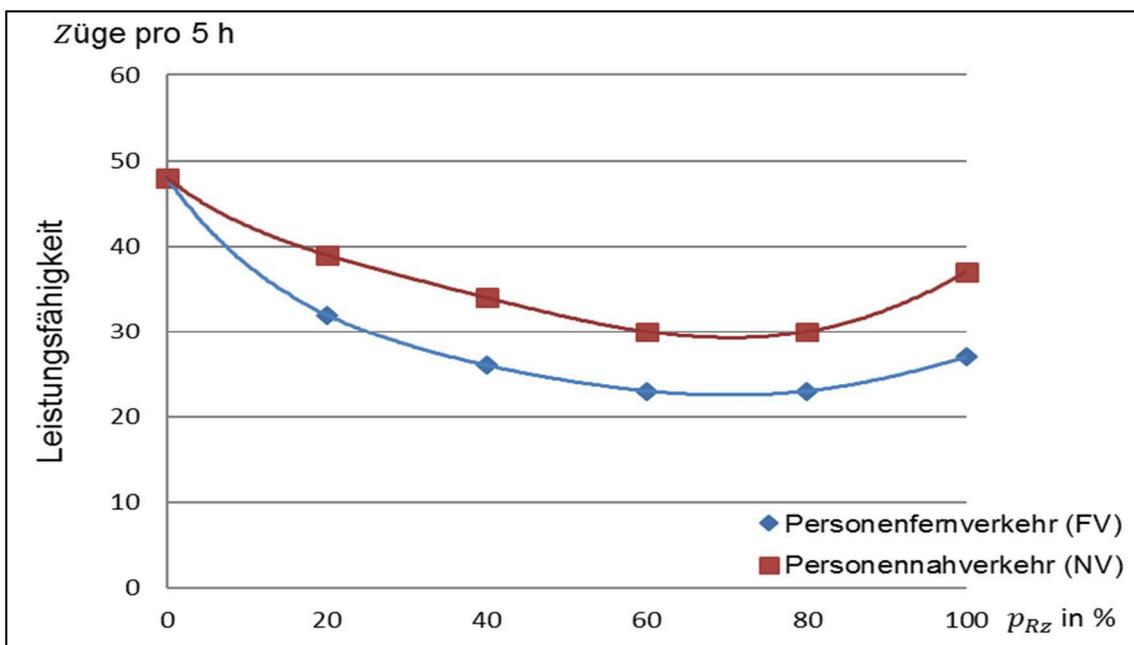


Abbildung 11: Beispielhafte Darstellung der Leistungsfähigkeit in Abhängigkeit des Mischungsverhältnisses

Die genauen Grenzwerte der Kapazität können unter Verwendung der Algorithmen z. B. der Strele-Formel bzw. der Methode nach Hertel erneut berechnet werden, wenn sich das Mischungsverhältnis infolge der Optimierung geändert hat. Zusätzlich ist es möglich durch eine Interpolation der gegebenen Werte die Leistungsfähigkeit unter Berücksichtigung des Mischungsverhältnisses zu ermitteln (vgl. Abbildung 11).

Es wird deutlich, dass sich durch die Durchmischung von schnellen und langsamen Verkehren unterschiedliche Verläufe der Kapazität ergeben. Die Kurven in Abbildung 11

weisen bei einem Reisezuganteil von etwa 70 % ein lokales Minimum auf. Ein Grund hierfür ist in den verschiedenen Geschwindigkeiten der einzelnen Verkehrsarten zu sehen. Diese stellen die Grundlage der Sperrzeitentreppen auf der gegebenen Infrastruktur dar, mit denen wiederum die Mindestzugfolgezeiten ermittelt werden (vgl. Abschnitt 3.2). Für die Ermittlung der Kapazitäten werden diese Mindestzugfolgezeiten als Eingangsgrößen verwendet und im Anschluss daraus beispielsweise die mittlere Mindestzugfolgezeit ermittelt. Durch die Berücksichtigung der Streuung der Mindestzugfolgezeiten der einzelnen Zugpaare zu der mittleren Mindestzugfolgezeit kommt es zu einer Veränderung der Leistungsfähigkeit. Hierbei gilt einerseits, dass je größer die Streuung der einzelnen Mindestzugfolgezeiten ist, desto geringer fällt die Leistungsfähigkeit eines Teilssegmentes aus. Andererseits steht die Homogenität der Betriebsabwicklung in der Regel für eine höhere Leistungsfähigkeit. Durch die Abbildung des Betriebsprogramms mittels Modellzügen, wird die Streuung der Mindestzugfolgezeiten über die Veränderung des vorhandenen Reisezuganteils p_{RZ} berücksichtigt bzw. beeinflusst.

Schlussendlich muss die Summe der zulässigen Wartezeit $\sum T_{W,zul}$, das Level of Service bei der Ermittlung der zulässigen Zuganzahl berücksichtigt werden. Wie in Abschnitt 3.3 beschrieben wurde, geht bei der Berechnung von $\sum T_{W,zul}$ der Anteil der Reisezüge p_{RZ} mit ein, womit der Reisezuganteil einen sehr hohen Einfluss auf die Ermittlung der Leistungsfähigkeiten hat.

Da der Güterverkehr und der Personennahverkehr gemeinsam betrachtet eine homogene Geschwindigkeit aufweisen, liegt diese Kurve über der Kurve mit dem jeweiligen Vergleich dieser Verkehrsarten mit dem Personenfernverkehr (vgl. Abbildung 11). Neben den unterschiedlichen Geschwindigkeiten der einzelnen Verkehrsarten haben bei der Berechnung der Leistungsfähigkeiten die angesetzten mittleren Verspätungsminuten sowie die Wahrscheinlichkeiten für das Auftreten einer Verspätung einen zusätzlichen Einfluss auf das Ergebnis. Als Eingangsgrößen für das Verspätungsverhalten wurden für den Fernverkehr eine Wahrscheinlichkeit für das Auftreten einer Verspätung $p_{VE,FV}$ von 50 % mit einer mittleren Verspätung $t_{VE,FV}$ von 5 Minuten angesetzt. Für den Nahverkehr wurde $p_{VE,NV}$ zu 55 % und $t_{VE,NV}$ zu 3,25 Minuten gewählt. Dem Güterverkehr wurden die folgenden Werte zugrunde gelegt. $p_{VE,FV}$ wurde zu 50 % angenommen und $t_{VE,FV}$ zu 30 Minuten. Diese Werte entsprechen nahezu den Näherungswerten der DB Richtlinie 405 für eine hohe Belastung der Zulaufstrecken. Daher kommt es bei den jeweiligen Ergebnissen für 100 % des Personenverkehrs in Abbildung 11 zu den sichtbaren Abweichungen der Leistungsfähigkeit des Personenfern- und -Nahverkehrs.

Sollten nur zwei Zugarten auf dem Infrastrukturausschnitt verkehren, kann mithilfe der zweidimensionalen Darstellung direkt eine neue Grenze für jedes beliebige Mischungsverhältnis mittels Interpolation ermittelt werden (vgl. Abbildung 11). Sollte noch eine dritte Zugart gleichzeitig Beachtung finden, kann dies ebenfalls interpoliert werden. Dafür ist

die Anschauung um eine weitere Ebene zu erweitern, da die Interpolation nun zusätzlich in der dritten Ebene verläuft.

In einem solchen Fall ist es sinnvoller zu Beginn eine dreidimensionale Darstellung zu wählen (vgl. Abbildung 12). Der Reisezuganteil kann nun in den Anteil der Fernverkehrszüge p_F und den Anteil der Nahverkehrszüge p_N des Personenverkehrs unterteilt werden. Der Anteil der Güterzüge p_G kann nun, wie in der zweidimensionalen Darstellung, zu $1 - p_F - p_N$ ermittelt werden.

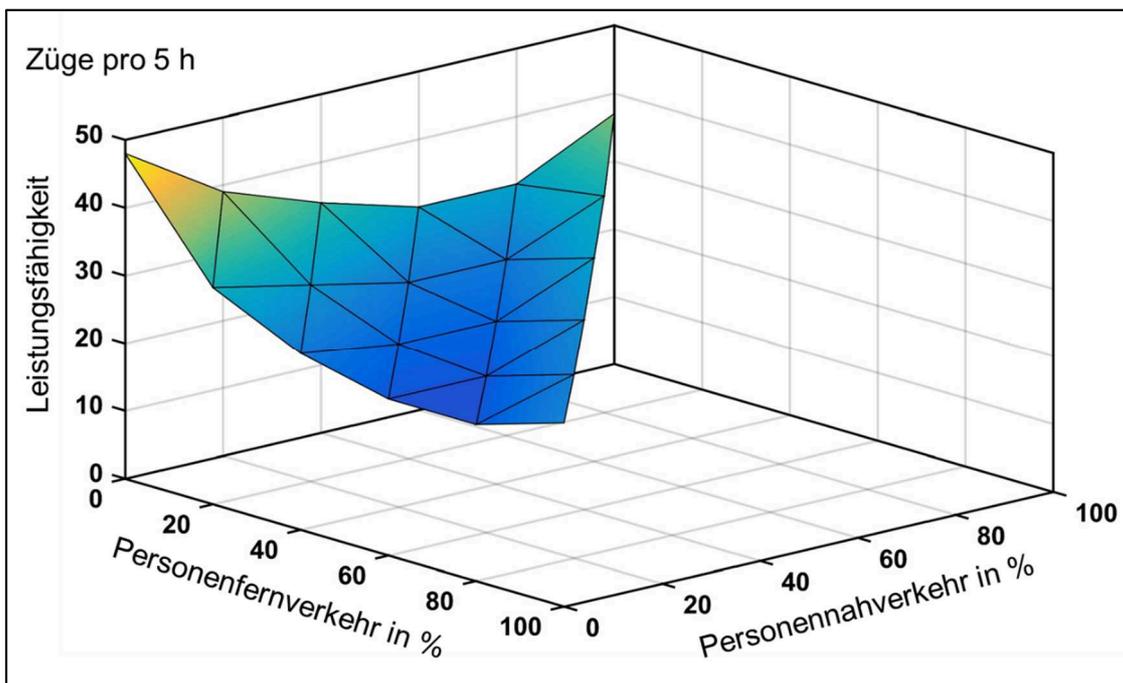


Abbildung 12: Anpassung der Obergrenzen für beliebige Mischungsverhältnisse

Durch diese Aufteilung kann eine Ermittlung der Leistungsfähigkeit mit einer Genauigkeit von mehr als 90 % durchgeführt werden (vgl. Abbildung 13), ohne eine arbeitsintensive Modellierung in bestehenden Tools wie z. B. LUKS[®] anzustoßen. Als Grundlage diene für die Berechnung der Leistungsfähigkeiten mit veränderten Mischungsverhältnissen eine gleichbleibende Zuganzahl von 25 Zügen. Diese bilden anteilig den Fernverkehr als ICE, den Nahverkehr als RE und eine Ferngüterzuggruppe ab. Die Interpolation basiert auf Stützstellen mit einer Schrittweite von 20 %, denen die genauen Berechnungen der Zwischenwerte aus dem Softwaretool LUKS[®] gegenübergestellt werden. Die Zwischenwerte entsprechen einer Schrittweite von 10 %.

Eine solche Darstellung des Verlaufs der Leistungsfähigkeiten in Abhängigkeit der Personenverkehrsanteile, wie in Abbildung 12, liefert für die Gleisgruppen sowie für die Fahrstraßenknoten nahezu identische Verläufe.

Beispielhaft wurden für die vier Qualitätsstufen premium, optimal, risikobehaftet und mangelhaft die prozentuale Abweichung der interpolierten Werte zu denen mithilfe der

Software LUKS[®] berechneten Werten ermittelt. Abbildung 13 zeigt diese Abweichungen. Der Mittelwert der Abweichung aller Stützstellen beträgt dabei weniger als 2 %. Die maximalen Abweichungen sind kleiner 10 %.

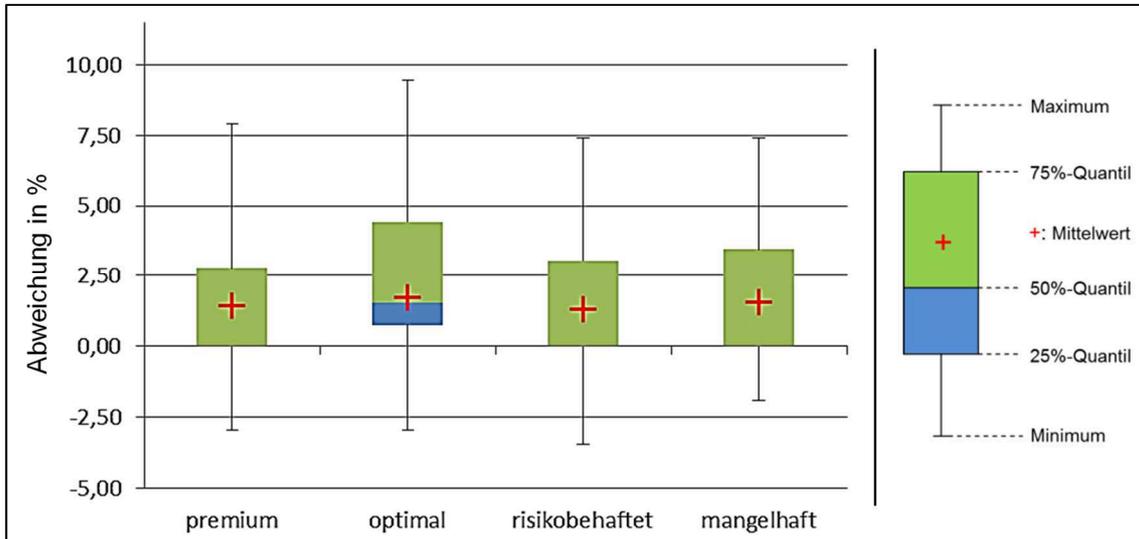


Abbildung 13: Darstellung der prozentualen Abweichungen

Durch Hinzufügen von weiteren Stützstellen könnten die Ergebnisse verfeinert werden, d. h. die Abweichung der interpolierten zu den berechneten Werten würde reduziert. Andererseits wird eine höhere Anzahl von Stützstellen benötigt. Im Folgenden soll erläutert werden, in welchem Verhältnis die Anzahl der benötigten Stützstellen zunimmt.

Es gilt die Annahme, dass eine Strecke als gerichteter Graph betrachtet wird, d. h. Züge können diese Strecke ausschließlich in eine Richtung befahren. Zusätzlich sollen die Stützstellen in 20 %-Schritten auseinanderliegen, so dass sich bei der Betrachtung von zwei Zugarten z. B. Personenfern- und Güterverkehr sechs mögliche Kombinationen der Aufteilung des Betriebsprogramms auf die Schrittweiten ergeben (vgl. Abbildung 11). Wird eine weitere Zugart, z. B. der Nahverkehr, in die Betrachtung aufgenommen, werden bereits 21 Stützstellenwerte benötigt, wie sie beispielsweise in Abbildung 12 angesetzt wurden.

Mittels einer Hilfsgröße für die Anzahl der Kombinationen, welche sich aus der Schrittweite s_W in % ergibt, kann die Anzahl der Stützstellen $n_{s\ddot{U}}$ wie folgt ermittelt werden.

$$n_{s\ddot{U}} = \frac{100}{s_W} + 1 \quad 4.22$$

$n_{s\ddot{U}}$ Anzahl der Stützstellen
 s_W Schrittweite

Bei zwei Zugarten ist die Anzahl der Kombinationen begrenzt. Da ein Stützstellenwert nur einem Zug zugeordnet werden kann, entspricht die Anzahl der Stützstellen der Anzahl der Kombinationen aus 4.22. Demnach ergibt sich für zwei Zugarten mit einer

Schrittweite von 20 % eine benötigte Anzahl von sechs Werten. Wird die Schrittweite auf 10 % verfeinert, so sind im Vorfeld elf Werte für die Interpolation zu bestimmen.

Es ist möglich, verschiedene Betrachtungsfälle zu berücksichtigen, für die sich die Anzahl der Stützstellen verändert:

- Anpassung der Schrittweite s_W
- Veränderung der Anzahl der Zugarten n_{AZ}
- Zusätzliche einmündende Strecken in einen Fahrstraßenknoten n_{SG}

Bei drei Zugarten kann eine quadratische Matrix der Form $n \times n$ mit $n = n_{SÜ}$ zugrunde gelegt werden, bei der die untere Dreiecksmatrix, alle Werte unterhalb der Nebendiagonalen, nicht vorhanden ist. Wird jeder Zeile und Spalte der konkrete Wert der gewählten Schrittweite zugeordnet, so gilt als Nebenbedingung, dass die Summe aus Zeilen- und Spaltenwert kleiner oder gleich 100 % sein muss. Ist die Summe der Anteile des Personenfern- und Personennahverkehrs kleiner 100 %, sind die fehlenden Werte für den Prozentsatz des Güterverkehrs anzusetzen.

Soll neben der Schrittweite s_W zusätzlich die Anzahl der verschiedenen Zugarten berücksichtigt werden, so muss Formel 4.22 folgendermaßen erweitert werden.

$$n_{SÜ} = \frac{\left(n_{AZ} + \frac{100}{s_W} - 1\right)!}{(n_{AZ} - 1)! \cdot \left(\frac{100}{s_W}\right)!} \quad 4.23$$

$n_{SÜ}$ Anzahl der Stützstellen
 n_{AZ} Anzahl der Zugarten
 s_W Schrittweite

Durch die Formel 4.23 können auch die vorherigen Überlegungen für zwei bzw. drei Zugarten abgebildet werden. Tabelle 8 stellt die benötigten Stützweiten in Abhängigkeit der Anzahl der Zugarten und Schrittweiten für eine Richtung dar. Es ist erkenntlich, dass mit Zunahme der Anzahl der Zugarten oder mit Verfeinerung der Schrittweite, die Anzahl der benötigten Stützstellen erheblich zunimmt.

$n_{SG} = 1$	Anzahl Zugarten n_{AZ}		
Schrittweite $n_{SÜ}$	2	3	4
20	6	21	504
10	11	66	4004
5	21	231	42504

Tabelle 8: Kombinationsmöglichkeiten Strecke bzw. Fahrstraßenknoten (eine einmündende Strecke)

Werden zusätzlich in einem Fahrstraßenknoten unterschiedliche einmündende Strecken n_{SG} berücksichtigt, so ist anzudenken, diese ebenfalls als kombinatorische Klasse,

ähnlich den Zugarten oder der Schrittweite, aufzunehmen. Hierzu muss die Formel 4.23 noch einmal um die Anzahl der einmündenden Strecken n_{SG} ergänzt werden.

$$n_{S\ddot{U}} = \frac{\left(n_{AZ} + \frac{100}{s_W} - 1\right)!}{(n_{AZ} - 1)! \cdot \left(\frac{100}{s_W}\right)!} \cdot \frac{\left(n_{SG} + \frac{100}{s_W} - 1\right)!}{(n_{SG} - 1)! \cdot \left(\frac{100}{s_W}\right)!} \quad 4.24$$

- $n_{S\ddot{U}}$ Anzahl der Stützstellen
- n_{AZ} Anzahl der Zugarten
- s_W Schrittweite
- n_{SG} Anzahl der einmündenden Streckengleise

Bei einer zweigleisigen Strecke werden zum Beispiel für eine Schrittweite von 20 % sowie drei Zugarten (Personenfern-; Personennah-; Güterverkehr) 126 Werte benötigt. Sobald eine dreigleisige Strecke zugrunde liegt, werden schon 441 Werte benötigt.

Tabelle 9 zeigt in Anlehnung an Tabelle 8 die benötigte Anzahl an Stützstellen, welche bei zwei einmündenden Streckengleisen in einen Fahrstraßenknoten benötigt werden.

$n_{SG} = 2$	Anzahl Zugarten n_{AZ}		
Schrittweite $n_{S\ddot{U}}$	2	3	4
20	36	126	3024
10	11	396	24024
5	126	1386	255024

Tabelle 9: Kombinationsmöglichkeiten Fahrstraßenknoten (zwei einmündende Strecken)

In Anbetracht der Anzahl der benötigten Stützstellen wird deutlich, dass spätestens ab einer Kombination aus der Genauigkeit von 5 % der Schrittweite, der Anzahl von vier Zugarten und einer Einmündung einer zweigleisigen Strecke in einen Fahrstraßenknoten, die Grenzen der Handhabbarkeit erreicht sind.

Münden noch weitere Streckengleise in den Knoten, steigen auch hier die benötigten Werte schnell an. Deren Anzahl können, wenn immer ein hinreichender Detaillierungsgrad vorhanden sein soll, ebenfalls mit der Formel 4.24 berechnet werden (vgl. Tabelle 9).

Unabhängige, in einen Knoten einmündende, Strecken entsprechen mehreren Fahrstraßenknoten, für die die nötige Anzahl der Stützstellen bestimmt werden muss.

In diesem Kapitel konnte gezeigt werden, dass eine Detaillierung bezüglich der Schrittweite des Mischungsverhältnisses sowie der Anzahl der Zugarten einen hohen Einfluss auf die Anzahl der Stützstellen hat. Bei Einteilung der Züge in mehr als drei Zugarten oder mehreren einmündenden Streckengleisen im Fahrstraßenknoten, ist die Menge an Stützstellen kaum noch handhabbar. Ein mikroskopisches Tool könnte mit

einigen Anpassungen diese Interpolation des Mischungsverhältnisses selbständig berechnen, jedoch ist der benötigte Zeitaufwand hierfür abzuschätzen. Ansonsten müssen sinnvolle Annahmen sowie eine geeignete Einteilung verschiedener Züge in eine Zugart getroffen werden, um eine Handhabung zu ermöglichen und damit die Anzahl der Stützstellen zu reduzieren.

Jedoch wird bei einer hohen geforderten Genauigkeit dieses Verfahrens, auch ein hoher Bearbeitungsaufwand für die Ermittlung der Stützstellen erforderlich. Bei komplexen Verhältnissen, wie sie schon in einem „einfachen“ Fahrstraßenknoten vorliegen, muss für jede Stützstelle $n_{s\ddot{u}}$ eine entsprechende Kapazität ermittelt werden. Das hier vorgestellte Verfahren ist daher nicht zielführend. Demnach wird bei komplexeren Betrachtungen und sich häufig ändernden Eingangsbedingungen die Ermittlung aller benötigten Stützstellen einen hohen Rechenaufwand nach sich ziehen, so dass eine Neuberechnung der Leistungsfähigkeit unter Anpassung des Mischungsverhältnisses nach Abschnitt 3.6 bis 3.8 und Abschnitt 4.4 anzustreben ist.

4.6.2 Iteration der Kapazitäten anhand des Mischungsverhältnisses

Um die Iteration durchzuführen, gibt es verschiedene Möglichkeiten. Einerseits können nach jedem Optimierungsschritt die gesamten Güterzüge neu geroutet werden. Andererseits kann die Auslastung nach der Optimierung bestimmt werden. In dem Fall, dass auf einem Abschnitt die gesamte Kapazität verbraucht wurde, können die verwendeten Laufwege über diesen Abschnitt fixiert werden, bevor ein weiterer Optimierungsschritt durchgeführt wird. Im nachfolgenden Schritt wird überprüft, ob es möglich ist, zusätzliche Züge durch das Netzwerk zu routen. Die vorhandenen Kapazitäten auf den angrenzenden Streckenabschnitten werden durch die fixierten Züge reduziert, damit auf den betroffenen Abschnitten kein neuer Routingprozess stattfindet. Bei einer solchen Approximation für die oberen Kapazitätsgrenzen ist das Abbruchkriterium der Zeitpunkt, bei dem kein weiterer Zug durch das Netzwerk geroutet werden kann.

Der erste Optimierungsschritt berücksichtigt die maximale Anzahl der Güterverkehre, bestimmt durch eine spezifische Hochrechnung der Kapazitäten, welche als Obergrenze angesetzt werden (vgl. Unterabschnitt 4.4.4).

Mithilfe des spezifizierten Ansatzes der Hochrechnung, bei welchem ausschließlich der Güterzuganteil erhöht wird und der Personenzuganteil konstant gehalten wird, ist es möglich, iterativ die Anzahl der Güterzüge zu ermitteln. Durch die Iteration wird die Anzahl der Güterzüge kontinuierlich erhöht, so dass die Veränderung der Zuganzahl in der Berechnung der Leistungsfähigkeit z. B. mithilfe der Strele-Formel einen unmittelbaren Einfluss auf die folgenden Parameter hat. Das Mischungsverhältnis der Züge auf dem Infrastrukturelement, die mittlere Mindestzugfolgezeit dieser Züge durch die Veränderung der Häufigkeit des Auftretens der Zugfolgefälle und die zulässige Wartezeit durch

die Veränderung des Reisezuganteils werden während der Iteration kontinuierlich verändert. Bei Anwendung des spezifizierten Verfahrens erfolgt die Iteration also kontinuierlich während der Kapazitätsberechnung. Schlussendlich wird deutlich, dass die Anzahl, der über die spezifische Hochrechnung ermittelten Güterzüge, definitiv das Infrastrukturelement befahren können (vgl. Unterabschnitt 4.4.4).

Das hier beschriebene Verfahren ist zielführend, wenn ausschließlich eine Modellzuggruppe des Güterverkehrs z. B. Ferngüterzüge mit identischen Eigenschaften verkehrt oder aber die Mindestzugfolgezeiten von unterschiedlichen Modellzuggruppen nicht signifikant voneinander abweichen. Muss zusätzlich eine weitere Güterzugkategorie, mit anderen Zugeigenschaften als die erste Kategorie betrachtet werden, so kommt es zu Abweichungen bei den Mindestzugfolgezeiten. Das beschriebene Vorgehen ist dann nur sinnvoll, wenn diese Kategorien zu selben Teilen iteriert werden. Unter der Berücksichtigung, dass mithilfe der Optimierung ebenfalls eine Laufwegsuche für wirtschaftliche Alternativrouten durchgeführt wird, ist es möglich, dass der Algorithmus eine weitere Zugart auf z. B. einen Streckenabschnitt routet. Es muss jedoch nicht gewährleistet sein, dass dies zu gleichen Anteilen geschieht.

Um mit dem Problem der verschiedenen Zugarten umzugehen, kann der Algorithmus in einem ersten Schritt die Hochrechnung der Zugfahrten des Referenzbetriebsprogramms auf den einzelnen Infrastrukturabschnitten vornehmen. Nach der anschließenden Routensuche muss geprüft werden, auf welchen Infrastrukturbereichen zusätzliche Zugarten, abweichend vom Referenzbetriebsprogramm, geroutet wurden. Dabei können beispielsweise auf einer Strecke mit nur einer Güterzugart im Nachgang der Optimierung auch weitere Güterzüge mit anderen Zugcharakteristiken verkehren, welche von einem anderen Laufweg aufgrund von Kapazitätsengpässen auf diese Strecke umgeroutet wurden. Nach dieser Optimierung wird vom Algorithmus durch eine iterative Neuberechnung der Leistungsfähigkeiten überprüft, ob auf Laufwegen mit mehr als einer Güterzugart die zuvor berechneten Kapazitäten weiterhin mit dem nun gerouteten Betriebsprogramm ausreichen. Ist dies der Fall, so ist die Aufnahme einer weiteren Güterzugart mit abweichenden Zugeigenschaften unkritisch. Andernfalls müssen die jeweiligen Zugarten wieder zu gleichen Teilen reduziert werden, bis die vorhandene Länge der Warteschlange die zulässige Länge nicht überschreitet.

In einem weiteren Schritt wird die Auslastung für jedes betrachtete Teilsegment berechnet, indem die verbrauchte und die vorhandene Kapazität ins Verhältnis gesetzt werden. In dem Fall, dass die vorhandene Kapazität vollständig verbraucht wurde, werden die auf diesem Abschnitt verkehrenden Züge und darauf aufbauend der gesamte Laufweg dieser Züge für einen weiteren Optimierungsschritt fixiert. Es wird im nächsten Optimierungsschritt überprüft, ob die Möglichkeit des Durchführens weiterer Zugfahrten über entsprechend alternative Laufwege besteht. Die gegebenen Obergrenzen der Kapazität

müssen hierfür um die Anzahl der fixierten Zugfahrten reduziert werden, damit kein weiterer Routingprozess über die voll ausgelasteten Infrastrukturbereiche ermöglicht wird.

Der Nachteil bei der Fixierung je Iterationsschritt liegt darin, dass mit jedem zusätzlichen Optimierungsschritt die Randbedingungen je Infrastrukturelement verschärft werden, was mit dem jeweils neuen fixierten Betriebsprogramm beschrieben wird. Um bei der Lösung des Gleichungssystems die für das Gesamtnetz optimalen Ergebnisse zu erzielen, ist daher die Neuberechnung der Kapazitäten mit den entsprechenden Mindestzugfolgezeiten und Mischungsverhältnissen einer Fixierung von Zugfahrten vorzuziehen.

Im Anschluss erfolgt eine Iteration, bis es zu keinen Änderungen bzw. Einschränkungen der Kapazitätsgrenzen in Abhängigkeit des Mischungsverhältnisses auf dem betrachteten Infrastrukturabschnitt kommt. Wenn aus einer marginalen Änderung des Mischungsverhältnisses keine weiteren Auswirkungen auf die Kapazität resultieren, ist die Iteration ebenfalls abzubrechen. Dies kann nach einer bestimmten Anzahl an Iterationsschleifen k oder aber auch mithilfe eines Grenzwertes ε erfolgen, welcher die Änderung der Anzahl der optimierten Güterzüge je Optimierungsschritt beschreibt (vgl. Abschnitt 4.7, Abbildung 14). Ist die Abweichung kleiner als dieser Grenzwert ε , so ist ein Ergebnis auszugeben. Im Gegenzug kann eine Änderung am Mischungsverhältnis natürlich auch zu einer Verbesserung der Kapazität führen. Die durch die Optimierung ermittelte Lösung ist somit akzeptabel und es muss nicht zwingend eine Iteration erfolgen.

4.7 Allgemeines Vorgehen

In diesem Kapitel wird das allgemeine Vorgehen zur Optimierung des Schienengüterverkehrs durch ein Eisenbahnnetz näher erläutert. Die Beschreibung der Laufwegsuche, die Kapazitätsermittlung, die Optimierung inklusive der Möglichkeit das Mischungsverhältnis zu ändern, erfolgte detaillierter in den vorherigen Kapiteln.

Um eine Optimierung in einem Eisenbahnnetz vornehmen zu können, müssen im Vorfeld bestimmte Handlungsschritte durchgeführt werden. Zunächst ist es nötig ein Eisenbahnnetz in einem gewünschten Detaillierungsgrad zu modellieren. Der Detaillierungsgrad ist davon abhängig, ob ein rein makroskopisches Netz, d. h. ausschließlich Knoten und Strecken analysiert werden sollen oder ob eine feinere Modellierungsstufe gewählt werden soll.

In einem weiteren Schritt sind auf Grundlage der Modellzüge des Referenzbetriebsprogramms (vgl. Unterabschnitt 4.2.1), welche auf dem vorher definierten Teilnetz verkehren, die Mischungsverhältnisse und Mindestzugfolgezeiten für jeden Netzabschnitt zu ermitteln. Die Zusammensetzung des Schienenverkehrs ist abhängig von der Art der Züge, welche auf dem Infrastrukturabschnitt verkehren. Des Weiteren dient das Referenzbetriebsprogramm als Basis für den ersten Berechnungsschritt. Diese Kenngrößen

sind im Allgemeinen die Eingangsparameter für eine Ermittlung der möglichen Kapazitäten auf jedem Infrastrukturelement, wie Strecken, Fahrstraßenknoten und Gleisgruppen. Allgemein können die Definition des zu betrachtenden Teilnetzes, der Detaillierungsgrad sowie die Zugcharakteristiken als Ausgangssituation oder Ausgangslage für die angestrebte Optimierung zusammengefasst werden.

Aus den in den Abschnitten 3.9.1 sowie 4.3 beschriebenen Gründen, ist im nächsten Verfahrensschritt die Detektion des Schienenpersonenverkehrs erforderlich. Ist Personenverkehr vorhanden, so wird dieser fixiert und die Grenzwerte der Kapazität um die Anzahl der Personenverkehrszüge n_p reduziert. Eine freie Routensuche ist beim Personenverkehr nicht oder nur bedingt realisierbar, da meist notwendige und (zeitlich) vorgegebenen Halte für diese Verkehrsart vorhanden sind (vgl. Unterabschnitt 3.9.1).

Ziel des vorliegenden Ansatzes zur Optimierung ist es, den Güterverkehr sinnvoll durch das Eisenbahnnetz zu routen, um den maximalen Durchfluss zu ermitteln und so eine Aussage über die Gesamtkapazität des Netzes treffen zu können. Es wird also ein klassisches Maximum-Flow-Problem vorausgesetzt, bei dem die maximale Zuganzahl zwischen mehreren Quellen und Senken zu ermitteln ist. Weiter kann die Auslastung auf überlasteten Schienenwegen durch das Umrouten verringert werden. Ebenso kann auf diese Weise evtl. zusätzlicher Güterverkehr im Netz realisiert werden, wenn auf den herkömmlichen bzw. ursprünglichen Laufwegen keine Kapazität mehr vorhanden ist. Hierfür werden wirtschaftliche Alternativrouten zwischen den Start- und Zielknoten des Güterverkehrs benötigt (vgl. Abschnitt 4.3).

Bedingt durch die unterschiedlichen Ansätze der Kapazitätsermittlung (vgl. Abschnitt 3.5 und 4.4) wird ein analytischer Ansatz verwendet, da ein direkter Vergleich zwischen Kapazität und Qualität erfolgen soll. Zusätzlich soll ein langfristiger Planungshorizont betrachtet werden, weshalb ein makroskopisches Teilnetz die Grundlage bildet und eine fahrplanunabhängige Betrachtung ausreicht.

Mit den Erkenntnissen des Betriebsprogramms auf den entsprechenden Segmenten des Teilnetzes, werden darauf aufbauend anhand vorgegebener Qualitätsstufen die zulässigen Kapazitäten ermittelt. Diese mithilfe des Referenzbetriebsprogramms ermittelten Kapazitäten dienen bei der späteren Optimierung als Obergrenzen (vgl. Abschnitt 4.5).

Anhand der Eingabedaten können bereits weitere Einschränkungen oder Ausnahmen vorgenommen werden. Überlastete Schienenwege können beispielsweise der Bedingung unterliegen, mit einer verschlechterten Qualität, z. B. risikobehaftet oder mangelhaft, befahren zu werden, wohingegen das restliche Netz mit der Vorgabe einer optimalen Qualität zu dimensionieren ist. Hierdurch können vorhandene Engpässe im Vorfeld der Optimierung entlastet werden, da eine schlechtere Qualität mit einer höheren Obergrenze der Kapazität einhergeht (vgl. Abschnitt 3.4).

Das Optimierungsverfahren ermittelt, anhand der in Unterabschnitt 4.4.4 vorgestellten Formeln, die maximale Anzahl der Zugfahrten bzw. Trassen im Teilnetz. Hierbei wird die für die Gesamtkapazität des Teilnetzes sinnvollste Routenwahl für die Güterzüge ermittelt, um eine maximal mögliche Auslastung des Netzes, unter den vorher definierten Qualitätsmaßstäben, gewährleisten zu können.

Im Nachlauf der Optimierung ist zu überprüfen, auf welchen Laufwegen die Güterzüge durch das Teilnetz geroutet wurden. Auf Infrastrukturelementen mit verschiedenen Verkehrsarten beispielsweise Personen- und Güterverkehr kommt es, im Falle einer Veränderung der Anzahl der Güterzüge, zu einer Anpassung des Mischungsverhältnisses in Bezug auf das Referenzbetriebsprogramm. Steigt die Anzahl der Güterzüge auf diesem Infrastrukturelement, so verringert sich der Anteil der Reisezüge. Da ein direkter Zusammenhang zwischen dem Mischungsverhältnis, dem Anteil der Reisezüge und der Leistungsfähigkeit besteht (vgl. Abschnitt 3.4), ist zu überprüfen, ob sich bedingt durch den neuen Zugmix die oberen Grenzen der Kapazität verschlechtert oder verbessert haben. Der kritischere Fall wird durch die Verschlechterung hervorgerufen und im Folgenden exemplarisch weiterverfolgt. Eine Verbesserung der Obergrenze zieht lediglich eine Überprüfung der maximalen Gesamtzugzahl nach sich.

Bei beiden Fällen muss jedoch eine Iterationsschleife für die Ermittlung der Leistungsfähigkeit durchgeführt werden. Auf Infrastrukturbereichen mit reinem Güterverkehr muss keine Iteration erfolgen, da die Kapazitäten im Vorfeld ohne Personenverkehrsanteil ermittelt wurden. Dies gilt ebenfalls für Infrastrukturbereiche, welche weder vor der Optimierung, als auch danach einen Güterzuganteil aufweisen.

Ist auf Mischverkehrsstrecken, durch die Änderung des Mischungsverhältnisses die Obergrenze der Kapazität nicht mehr ausreichend, d. h. die im Iterationsschritt ermittelte Leistungsfähigkeit ist geringer als die im letzten Optimierungsschritt geroutete Anzahl der Güterzüge zuzüglich der fixierten Personenzüge, so muss anhand einer neuen Leistungsfähigkeit eine weitere Optimierungsschleife erfolgen.

Das beschriebene Verfahren ist in nachfolgender Abbildung 14 noch einmal schematisch dargestellt und wurde wie eingangs bereits angemerkt auch in [42], [43] und [44] veröffentlicht.

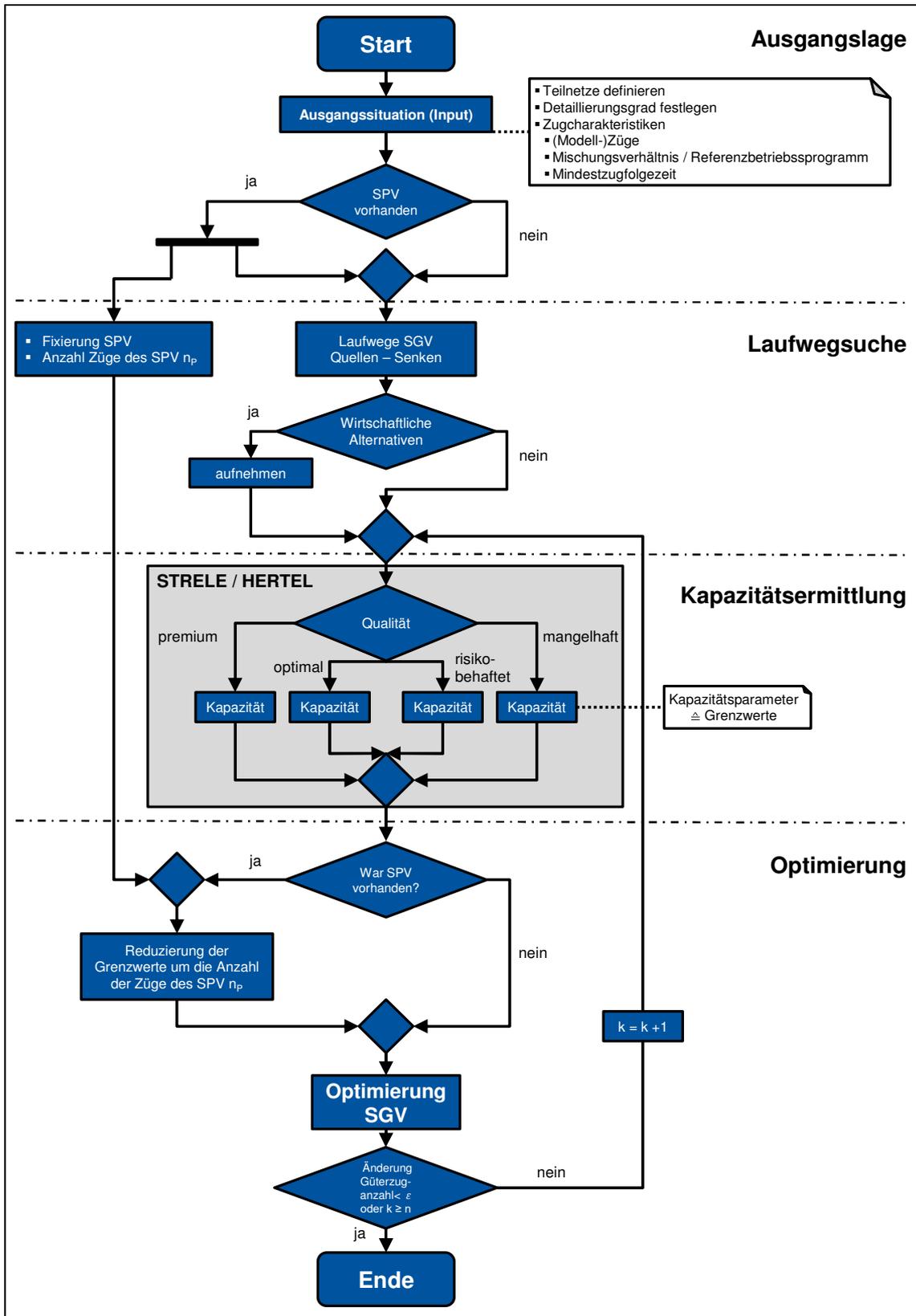


Abbildung 14: Ablaufdiagramm der Optimierung bei einer linearen Hochrechnung der Leistungsfähigkeiten

Als eine Kenngröße des Ergebnisses der Optimierung wird die Anzahl der durchführbaren Zugfahrten bzw. Trassen im Gesamtnetz verwendet. Diese setzt sich aus der optimierten Anzahl der Zugfahrten der Güterzüge sowie der Grundbelastung durch die Personenzüge zusammen. Zudem können die netzoptimalen Laufwege der Güterzüge ermittelt werden, auch wenn diese nicht immer dem kürzesten zeit- bzw. wegabhängigen Laufweg entsprechen müssen.

Mithilfe dieser errechneten Zuganzahl können beispielsweise infrastrukturelle Veränderungen, in Form von Ausbau oder Umbauten, sowie betriebliche Veränderungen, wie Taktverdichtungen der Personenzüge, am Teilnetz vergleichbar gemacht und bewertet werden.

Mit der für die Optimierung vorhandenen und der tatsächlich verbrauchten Kapazität, kann zusätzlich die Auslastung je Teilsegment ermittelt werden. Mithilfe der definierten zulässigen Kenngrößen für die Qualität und den Belegungsgrad können so überlastete Schienenwege aufgezeigt und ebenfalls mit abweichenden Varianten der Infrastruktur oder des Betriebsprogramms vergleichbar gemacht werden.

Als weitere Kenngrößen ist es möglich, die Anzahl der Trassen im Teilnetz mittels Längen- oder Fahrzeitfaktoren vergleich- und bewertbar zu machen. Werden zusätzlich die Teilsegmente des Netzes betrachtet, kann z. B. der anteilmäßige Verbrauch der Kapazität am Gesamtverbrauch des Netzes ausgewiesen werden. Weiter ist es möglich eine gesamtheitliche Aussage über die Auslastung des Netzes zu treffen.

Über diese Möglichkeiten der Ergebnisauswertung kann der längerfristige Aus-, Um- oder Rückbau des Netzes auch über Kosten-Nutzen-Verhältnisse begründet werden und der sinnvolle Mitteleinsatz gewährleistet werden.

Eine ausführliche Beschreibung möglicher Anwendungsgebiete erfolgt im nächsten Kapitel.

5 Anwendungsgebiete

In diesem Kapitel sollen die möglichen Anwendungsgebiete des Verfahrens näher erläutert werden. Diese werden wie folgt unterteilt. Neben der Bewertung einer vorhandenen Infrastruktur bzw. eines Netzes hinsichtlich der verfügbaren Leistungsfähigkeit, ist die Erstellung und Verbesserung von Betriebskonzepten auf dem entsprechenden Netz möglich. Zusätzlich kann mittels der vorliegenden Leistungsfähigkeiten eine Analyse von Engpässen vorgenommen werden. Im darauffolgenden Schritt ist zu untersuchen, welche Möglichkeiten zur Vermeidung und Auflösungen für einen detektierten Engpass bestehen. Dazu zählen unter anderem Aus- und Umbaumaßnahmen, welche ebenso wie eine Rückbaumaßnahme hinsichtlich der Auswirkungen bewertet werden müssen. Als letzte hier vorgestellte Möglichkeit soll die Anwendung der Trassenvermarktung dargestellt werden.

Bei diesen Anwendungsgebieten ist bei der Ermittlung der Kapazitäten eine Unterscheidung anhand der planmäßigen und der außerplanmäßigen Wartezeiten vorzunehmen. Bei allen nachfolgend vorgestellten Verfahren kann eine betriebliche Bewertung der Anwendung mittels der außerplanmäßigen Wartezeit erfolgen. Einzig bei den Anwendungen, bei denen eine Fahrplanerstellung untersucht oder kein vorhandenes, reales Betriebsprogramm angesetzt werden soll, ist auf die Berechnung mit planmäßigen Wartezeiten zurückzugreifen. Dies betrifft zum Beispiel die Neuerstellung von Betriebskonzepten auf einer vorhandenen Infrastruktur ohne Informationen über betriebliche Verspätungskennwerte (vgl. Abschnitt 5.2) oder die Trassenvermarktung um Restkapazitäten optimal ausnutzen zu können (vgl. Abschnitt 5.6).

5.1 Bewertung einer vorhandenen Infrastruktur

Zunächst kann eine Bewertung des vorhandenen Teilnetzes im sogenannten Ist-Zustand vorgenommen werden. Hierfür sind alle Züge relationstreu gemäß ihrem Fahrplan und ihres Laufweges abzubilden. Dies stellt das Referenzbetriebsprogramm des Teilnetzes dar. Werden mit diesem Betriebsprogramm und den daraus resultierenden Mischungsverhältnissen die Leistungsfähigkeiten ermittelt, kann durch den Vergleich der zulässigen und der vorhandenen Wartezeiten das vorliegende Qualitätsniveau für die einzelnen Infrastrukturbereiche ausgewiesen werden. Es findet also, wie es derzeit schon Stand der Technik ist, eine Bewertung der jeweiligen Segmente hinsichtlich ihrer Qualität statt.

In einem nächsten Schritt kann ermittelt werden, wie viel Restkapazität im Teilnetz bei einer vorher definierten, zulässigen Qualität noch vorhanden ist. Darauf aufbauend kann die Anzahl der zusätzlichen Zugfahrten durch das Netz bestimmt werden. Hierfür wird ein weiterer Modellzug modelliert und für diesen Zug eine alternative Laufwegsuche zwischen den benötigten Quellen und Senken angewendet.

Dieser Ansatz kann zum Beispiel für die Langfristplanung verwendet werden, wenn überprüft werden soll, ob ein bestimmter prozentualer Zuwachs des Schienengüterverkehrs auf den analysierten Abschnitten sowie dem gesamten Netz handhabbar ist. Die Bestimmung des zusätzlichen Güterverkehrs kann durch die Ermittlung der Restkapazitäten für das Gesamtnetz durchgeführt werden. Dabei sind die durch eine Hochrechnung ermittelten Leistungsfähigkeiten dem derzeitigen Betriebsprogramm gegenüberzustellen. Die Differenz aus beidem ergibt die zusätzliche Anzahl an Zugfahrten auf der zu überprüfenden Infrastruktur.

Während die Restkapazität derzeit ausschließlich für jedes einzelne Teilsegment ermittelt werden kann (vgl. Kapitel 3) ist es durch das in Kapitel 4 vorgestellte Verfahren möglich, die optimale Ausnutzung der Restkapazität in einem Eisenbahnnetz zu ermitteln. Bei der Betrachtung von einzelnen Infrastrukturabschnitten hinsichtlich der Restkapazität kann der Nachteil auftreten, dass es zu einer Fehleinschätzung hinsichtlich des Verkehrszuwachses kommen kann. Dabei kann entweder eine Unter- oder Überschätzung des möglichen Zuwachses erfolgen, wenn die Infrastrukturabschnitte nicht als zusammenhängendes Netz betrachtet werden. Durch die Berücksichtigung der Gesamtleistungsfähigkeit des Eisenbahnnetzes kann über die ermittelten Laufwege und deren Alternativen sichergestellt werden, dass für die einzelnen Netzabschnitte keine Fehleinschätzung vorgenommen wird.

5.2 Erstellung und Verbesserungen von Betriebskonzepten

Als weiterer Betrachtungsansatz ist die Erstellung beziehungsweise die Verbesserungen von Betriebskonzepten auf einer gegebenen Infrastruktur zu nennen. Hierfür gibt es unterschiedliche Ansätze. Die Erstellung von Betriebskonzepten beinhaltet in diesem Betrachtungsfall die Optimierung von Zugfahrten und Laufwegen. Es wird zunächst die Infrastruktur und die Verknüpfung der einzelnen Knoten untereinander benötigt. Unter bestimmten Vorgaben, z. B. für Pflichthalte einer Verkehrsart oder die Mindestmenge der in einem Knoten haltenden Züge, kann ein optimaler Linienplan auf dem Eisenbahnnetz erstellt werden.

Eine Verbesserung von Betriebskonzepten sieht vor, dass ein bestehendes Betriebskonzept hinsichtlich seiner Optimierungsmöglichkeiten analysiert wird. Es kann überprüft werden, ob die gewählten Zugrouten verändert werden können und somit eine verbesserte Betriebsqualität im Netz, hinsichtlich der Ausnutzung von Restleistungsfähigkeiten für weiteren Verkehr, realisiert werden kann. Dieser Fragestellung ist bei steigendem Schienengüterverkehr, wie er im Bundesverkehrswegeplan 2030 prognostiziert wird, eine große Bedeutung beizumessen [7].

Wird eine detailreichere Betrachtung auf mikroskopischer Ebene angestrebt, ist es sogar möglich, durch die Laufwegsuche innerhalb eines Bahnhofs einen Gleisbelegungsplan

zu erstellen oder einen bestehenden zu analysieren. Dabei müssten jedoch weitere Abhängigkeiten, wie zum Beispiel Umsteigebeziehungen im Personenverkehr berücksichtigt werden. Die Komplexität würde sich so jedoch um ein Vielfaches erhöhen.

Darüber hinaus ist die Erstellung eines Ersatzkonzeptes für den Umleitungsverkehr im Bauzustand oder bei Vollsperrungen möglich. Dabei ist die Kapazität des gesperrten Elements auf null zu setzen. Dieser Bereich ist demnach durch keine weitere Zugfahrt mehr nutzbar. Die Anzahl der Züge je gegebener Umleitungsstrecke kann unter der Ausnutzung der Restkapazitäten und über die Laufwegsuche ermittelt werden.

5.3 Engpassanalyse, -vermeidung und -auflösung

Wie aufgezeigt wurde, kann eine Engpassanalyse als Bewertungsgrundlage eines Eisenbahnnetzes dienen. Dabei sind die stark ausgelasteten oder überlasteten Infrastruktursegmente zu ermitteln. Dies sind in der Regel diejenigen Bereiche, die eine risikobehaftete bzw. mangelhafte Qualität bei der Berechnung der Leistungsfähigkeiten aufweisen. In diesen Fällen besteht eine hohe Wahrscheinlichkeit für eine Verspätungsübertragung zwischen den einzelnen Zügen.

Ein Engpass wird nach Richtlinie 405 der DB Netz AG folgendermaßen definiert:

„Maßgebendes Netzelement für das Leistungsverhalten, dessen Nutzungsgrad der Nennleistung im mangelhaften Bereich der Qualität liegt [11].“

Die Engpassdefinition nach UIC Code 406 wird mittels empfohlener Grenzwerte für den Kapazitätsverbrauch in den Spitzenstunden bzw. im Tagesdurchschnitt vorgenommen. Dabei wird von einem prozentualen Kapazitätsverbrauch zwischen 60 % und 70 % im Tagesdurchschnitt ausgegangen, wobei dieser auf 75 % bis 85 % in der Spitzenstunde angehoben werden kann. Die niedrigeren Werte können für Misch- sowie für Hochgeschwindigkeitsverkehre angenommen werden. Der höhere Wert ist gemäß UIC Code 406 dem Personennahverkehr zuzuordnen [67].

Ist ein solcher Engpass detektiert, sind Strategien für dessen Beseitigung zu finden. Dabei ist zwischen einer Engpassvermeidung und einer Engpassauflösung zu unterscheiden. Die Vermeidung betrifft vermehrt die Infrastrukturabschnitte, welche eine risikobehaftete Qualität aufweisen, wohingegen die Auflösung erst erfolgen kann, wenn es kapazitätsbedingt zu einer Überlastung gekommen ist.

Um langfristig auch bei einem ansteigenden Verkehrsaufkommen Engpässe zu vermeiden oder aufzulösen, kann mit dem hier vorgestellten Verfahren eine verbesserte Lösung gefunden werden. Dabei wird ebenfalls das Umrouten bzw. ein Neorouten angewendet. Der Grund dafür ist die Verbesserung der Qualität eines überlasteten Schienenweges, wenn die Anzahl der auf diesem Weg verkehrenden Zugfahrten reduziert wird. Dies wird

mittels einer neuen Laufwegsuche der Züge erreicht. Zusätzlich kann das Umrouten eine Entmischung der Verkehrsarten nach sich ziehen, was zu einer Verbesserung der vorliegenden Kapazitäten führen kann. Der Grund hierfür ist eine Geschwindigkeitsharmonisierung, bei der alle Züge mit einer nahezu identischen Geschwindigkeit auf dem Streckenabschnitt verkehren. Es stellt sich also eine in etwa gleiche Mindestzugfolgezeit ein, wie sie bei artreinem Verkehr vorliegt. Eine Verbesserung der Kapazität ist die Folge.

Dem Verfahren kann zudem eine geringere ausgewiesene Obergrenze der Kapazität zugrunde gelegt werden. Wurde zum Beispiel ein Streckenabschnitt mit einer mangelhaften Qualität ausgewiesen, kann der in der Optimierung zu verwendende maximale Kapazitätswert nun der optimalen Qualität entsprechen. So wird sichergestellt, dass durch die Optimierung eine geringere Anzahl von möglichen Zugfahrten über diesen Streckenabschnitt geleitet wird und so eine Auflösung des detektierten Engpasses erfolgt.

Zusätzlich muss die Engpassanalyse jedoch berücksichtigen, welches Qualitätsniveau bei der Betrachtung vorliegt. Wird ein Engpass im Schienennetz detektiert, so ist zu überprüfen, mit welcher Qualitätsstufe die Leistungsfähigkeit an dieser Stelle berechnet wurde. Angenommen der Engpass liegt bei der Verwendung einer optimalen Qualitätsstufe vor, so ist zu ermitteln, inwiefern dieser Engpass mit einer Herabsetzung der Qualitätsstufe, durch ein höheres Level of Service, immer noch vorhanden ist. Sollte dies nicht der Fall sein, konnte der Engpass ohne Anpassung des Betriebskonzepts durch das Umrouten von Zügen aufgelöst werden. Voraussetzung für dieses Vorgehen ist es, dass die Veränderung der Qualitätsstufe zulässig und zielführend ist.

Eine weitere Voraussetzung ist, dass im Falle eines Umroutens auf den benötigten Alternativrouten ausreichend ungenutzte Kapazität vorhanden ist. Schlussendlich müssen diese Umleitungen auch für die betroffenen Eisenbahnverkehrsunternehmen eine wirtschaftliche Alternative darstellen.

Eine Anwendung des Vorgehens bei zeitlich begrenzten Kapazitätsengpässe infolge temporärerer Spitzenbelastungen ist ebenfalls denkbar [64]. Dabei können tageszeitliche Schwankungen, wie Haupt- und Nebenverkehrszeiten analysiert werden und ausschließlich für diesen Zeitpunkt der Güterverkehr über eine alternative Route umgeplant werden.

Kann der Engpass mit der Verwendung von alternativen Laufwegen dennoch nicht aufgelöst oder vermieden werden, ist zu überprüfen, ob und wie Ausbau- oder Umbaumaßnahmen realisiert werden können.

5.4 Bewertung von Ausbau-, Umbau- und Rückbaumaßnahmen

Die Optimierung kann ebenfalls verwendet werden, um aufzuzeigen, ob und wie Änderungen an der Infrastruktur oder am Betriebsprogramm eine Auswirkung auf die Leistungsfähigkeit bzw. auf die vorhandene Qualität haben. Dafür kann jeweils der Ist-Zustand mit einem möglichen Planfall oder Soll-Fall verglichen werden. Die Verbesserung oder Verschlechterung wird mittels eines Δ -Vergleichs ermittelt.

Die Begrifflichkeiten Ausbau-, Umbau- und Rückbaumaßnahmen können folgendermaßen voneinander abgegrenzt werden. Ausbaumaßnahmen beschreiben Neubauten oder gravierende Umbauten im Eisenbahnnetz. Umbaumaßnahmen können jedoch auch im kleineren Ausmaß betrachtet werden. Hierzu zählen unter anderem die Änderung eines Signalstandortes bei einer Blockverdichtung oder Verbesserungen an der Leit- und Sicherungstechnik. Zusätzlich können aber auch Umbau- oder Ausbaumaßnahmen in Abstell- und Überholgleisen betrachtet werden [25]. Rückbaumaßnahmen sind unter anderem die Stilllegungen von Infrastrukturelementen.

Abbildung 6 in Abschnitt 3.3 fasst die einzelnen Bereiche der Infrastrukturänderungen ebenfalls noch einmal mit entsprechendem Regelwerk zusammen. Für alle Rückbau- oder Umbaumaßnahmen muss gemäß § 11 des Allgemeinen Eisenbahngesetz (AEG) nachgewiesen werden, dass die Veränderung am Schienennetz keine Einschränkung und negative Auswirkung auf den aktuellen oder den zu erwarteten Betrieb hat. Wenn eine Betriebsqualität der Stufe premium vorliegt, die Kapazitätsreduzierung kleiner als 10 % ist und eine Kapazitätsreserve für Verkehrszuwächse vorhanden bleibt, so ist diese Veränderung ohne Genehmigung zulässig. § 11 des AEG beschreibt für Aus- und Neubauten, dass die Planungsgrundlage der Nennleistung, also einer optimalen Betriebsqualität, entspricht. Jedoch ist eine geringe Überschreitung einer optimalen Betriebsqualität möglich. Sobald aber eine risikobehaftete Qualität ermittelt wurde, gilt ein Verbot von kapazitätsreduzierenden Maßnahmen, wohingegen eine Ertüchtigung der überlasteten Schienenwege bei mangelhafter Qualität durchzuführen ist.

Wird in einem Soll-Ist-Vergleich ein Engpass beseitigt, kann derzeit über die aktuellen Berechnungsverfahren ausschließlich die Veränderung der Leistungsfähigkeit des jeweiligen Infrastruktursegmentes ermittelt werden. Derzeit erfolgt eine netzweite Ausweisung der Synergieeffekte zu anderen Segmenten und damit die Bewertung der Auswirkung überwiegend durch die Erfahrung des jeweiligen Sachbearbeiters.

Das Ziel ist es, die netzweiten Synergieeffekte der Infrastrukturveränderungen aufzuzeigen. Soll zum Beispiel ein Engpass in einem Knoten beseitigt werden, wird deutlich, inwiefern diese Beseitigung eine Auswirkung auf die angrenzenden Strecken und das gesamte betrachtete Netz hat. Im schlimmsten Fall wird ein offensichtlicher Engpass

beseitigt, aber das nachfolgende Infrastrukturelement limitiert im Nachgang die Leistungsfähigkeit so, dass die Beseitigung des Engpasses alleine nicht zielführend ist oder sogar neue Engpässe an anderer Stelle herbeiführt.

Die Optimierung und die daraus resultierende Maximierung der Zugfahrten zeigen die Auswirkungen einer Infrastrukturänderung für das gesamte Netz deutlich auf. Dies beruht auf der Tatsache, dass die Züge so durch das Netz geführt werden, dass die maximale Auslastung der vorhandenen Kapazitäten entsteht. Die Verbesserung oder Verschlechterung kann unmittelbar an der Gesamtanzahl der Züge, welche durch das Netz geroutet werden, gemessen werden.

Um eine leistungsfähige Schieneninfrastruktur vorzuhalten, ist das vorhandene finanzielle Budget sowie mögliche Finanzierungsengpässe zu berücksichtigen. Dadurch folgt als zielführende Strategie, dass die vorhandenen finanziellen Mittel effizient für die Engpassbeseitigung oder alternativ für eine Engpassverhinderung eingesetzt werden sollen.

Wenn ein festes Budget vorhanden ist, kann über einen Vergleich von einzelnen Infrastrukturmaßnahmen der zu erwartende Nutzen der Soll-Varianten verglichen und die zielführendste Variante ermittelt werden. Als vorhandenes Budget können in Deutschland beispielsweise die Mittel angesetzt werden, welche der Bund der DB Netz AG für (Ersatz-)Investitionen im Rahmen der Leistungs- und Finanzierungsvereinbarung (LuFV) jährlich zur Verfügung stellt. Im engeren Sinne können den zusätzlichen Zugfahrten im Vergleich zur Ist-Variante, die eingesetzten Kosten gegenübergestellt werden. Als mögliche Messgröße für einen solchen Vergleich kann somit die Kapazitätsänderung, in Form von zusätzlich möglichen Zugfahrten pro Euro herangezogen werden. Ein ziel- oder ergebnisorientierter Mitteleinsatz kann damit durchgeführt werden.

Auf der anderen Seite kann ebenfalls analysiert werden, inwiefern geplante Rückbaumaßnahmen einen Einfluss auf die Gesamtleistungsfähigkeit des Eisenbahnnetzes haben. Um Bestrebungen gegen einen ungewollten Rückbau vorzubeugen, kann im Rahmen der Optimierung eine Vermeidung von Infrastruktursegmenten ohne Auslastung durch die Einführung einer unteren Grenze der Kapazitäten, also einer Pflichtbelegung von Zugfahrten, erfolgen. Weiter kann überprüft werden, ob Streckenstilllegungen oder -sperrungen mithilfe von Restkapazitäten (vgl. Abschnitt 3.5 und 5.1) des Netzes aufgefangen werden können.

5.5 Baumaßnahmen und Umleitungsverkehre

Für eine Überprüfung eines Störfalles mit den Auswirkungen einer Streckensperrung z. B. in Folge von Baumaßnahmen, kann das Betriebsprogramm auf allen nicht betroffenen Strecken im zu betrachtenden Netz fixiert werden. Im darauffolgenden Schritt kann die Optimierung ebenfalls wieder für den Güterverkehr vorgenommen werden.

Vorausgesetzt ein Umrouten über alternative Laufwege ist möglich, kann eine Optimierung ebenfalls für den Personenverkehr durchgeführt werden. In der Regel ist dieses Vorgehen nur für den Fernverkehr relevant, da im Nahverkehr im Falle von Streckensperrungen häufig ein Schienenersatzverkehr eingerichtet wird. Nach der Optimierung kann die Menge der Züge ausgegeben werden, welche mithilfe von wirtschaftlichen Alternativen bestmöglich durch das Netz geroutet werden können. Um einen besseren Nutzen aus dieser Optimierung zu ziehen, kann auch auf den nicht betroffenen Infrastrukturelementen der Güterverkehr variabel gehalten werden. So können auch Züge auf ihrem ursprünglichen Weg durch das Netz zur Bestimmung des maximalen Optimums auf einen für den einzelnen Zug schlechteren Laufweg gelegt werden.

Als Kenngrößen können nach der Optimierung neben der Anzahl der Züge auch die Summe der verlängerten Fahrzeiten oder die zusätzlichen Streckenkilometer ausgegeben werden. Die Summe der Wartezeiten kann durch die neue Zusammensetzung des Betriebsprogramms auf jedem Infrastrukturelement ebenfalls ermittelt werden und darüber hinaus ist es möglich, die jeweiligen Qualitäten auszuweisen.

Es ist anzudenken, die Qualität und die zusätzlichen Zugfahrten ins Verhältnis zu den zusätzlichen Kosten zu setzen. Dadurch kann eine kostenspezifische Betrachtung von Baumaßnahmen und daraus resultierenden temporären Sperrungen durchgeführt werden. Dies kann als Entscheidungshilfe für die Baustellenplanung und die Baustellendurchführung mit einbezogen werden.

5.6 Trassenvermarktung

Ein weiteres Anwendungsgebiet ist in der Trassenvermarktung zu sehen. Wie in Abschnitt 5.3 beschrieben wurde, kann eine Engpassauflösung mithilfe von alternativen Laufwegen erfolgen. Das Verfahren sieht vor, Züge auf weniger belasteten Ausweichstrecken verkehren zu lassen und dort vorhandene Restkapazitäten auszunutzen.

Das Ziel der Eisenbahninfrastrukturunternehmen (EIU) ist es, die vorhandene Kapazität bestmöglich auszunutzen. Eine Ausweichroute ist für das Eisenbahnverkehrsunternehmen (EVU) hingegen oftmals von finanziellem Nachteil, da diese nicht dem kürzesten Weg zwischen Quelle und Senke entsprechen muss. Eine Verlängerung des Fahrwegs kann ein höheres Trassenentgelt nach sich ziehen. Zusätzlich resultieren daraus eine längere Fahrzeit, damit insbesondere eine längere Bindung des Rollmaterials, ein zusätzlicher Energieverbrauch sowie höhere Lenkzeiten und Personalkosten. Es muss demnach ein Anreizsystem geschaffen werden, so dass Verkehrsunternehmen gewillt sind, alternative Trassen in Betracht zu ziehen, ohne dass ihnen dadurch höhere Kosten entstehen.

Auch hier kann der Kapazitätsgewinn monetär aufgewogen werden, jedoch aus Sicht der Verkehrsunternehmen. Wird jedoch die Seite des Eisenbahninfrastrukturunternehmens beleuchtet, sollte es das Ziel sein, eine Kostenoptimierung anzustreben. Der mögliche Kapazitätsgewinn durch gezieltes Umrouten schafft beispielhaft die Möglichkeit, einen zusätzlichen, höherwertigeren Güterverkehr in einem bestehenden Fahrplangefüge sicherzustellen. Die daraus resultierenden, zusätzlichen Einnahmen können als Förderung für die Trassenpreise der alternativen Laufwege verwendet werden, so dass dem EVU somit keine zusätzlichen Kosten aufgrund der Laufwegwahl entstehen, wie beispielsweise höhere Trassenentgelte oder die höhere Abnutzung des Rollmaterials. Sind alle Eingangsparameter auf Seiten der EIU und EVU bekannt, kann über einen Kosten-Nutzen-Vergleich der Schnittpunkt bestimmt werden, für den dem EVU keine zusätzlichen Kosten entstehen und das EIU mithilfe des Trassenpreissystems zusätzliche Erlöse erwirtschaftet.

Im Gegenzug kann auch hier eine Bewertung stattfinden, inwiefern eine Veränderung der Zuganzahl eine Verschlechterung der Kapazität bedingt. Für die entsprechenden Zugfahrten, welche zu einer Verschlechterung der Qualität mittels eines Qualitätsstufensprungs führen würden, kann ein erhöhtes Trassenentgelt ermittelt werden, wenn das EVU diese nicht umrouten möchte. Als weiterer Anreiz könnte das EIU aber auch günstigerer Trassenpreise für unterausgelastete Bereiche anbieten. Dafür müsste im Vorfeld die Leistungsfähigkeit mithilfe einer Kostenfunktion ins Verhältnis zur Qualität gesetzt werden.

6 Auswertung Beispielrechnung

In diesem Kapitel werden die bis hierhin vorgestellten Methoden und Theorien anhand von Beispielrechnungen näher erläutert. Dafür wird zunächst ein verhältnismäßig kleines Eisenbahnnetz mit 7 Knoten und den dazugehörigen Strecken betrachtet, welches der besseren Nachvollziehbarkeit dienen soll. Im Anschluss wird ein Netz mit einer Größe von 51 Knoten hinsichtlich der Anwendbarkeit des Verfahrens analysiert.

6.1 Auswahl eines geeigneten Teilnetzes und benötigte Eingangsparmeter

Beispielhaft soll für die nachfolgenden Überlegungen zunächst ein vereinfachtes Teilnetz verwendet werden (vgl. Abbildung 15). In späteren Überlegungen wird dieses Netz deutlich verfeinert und angepasst, um die entsprechenden Überlegungen zu vertiefen.

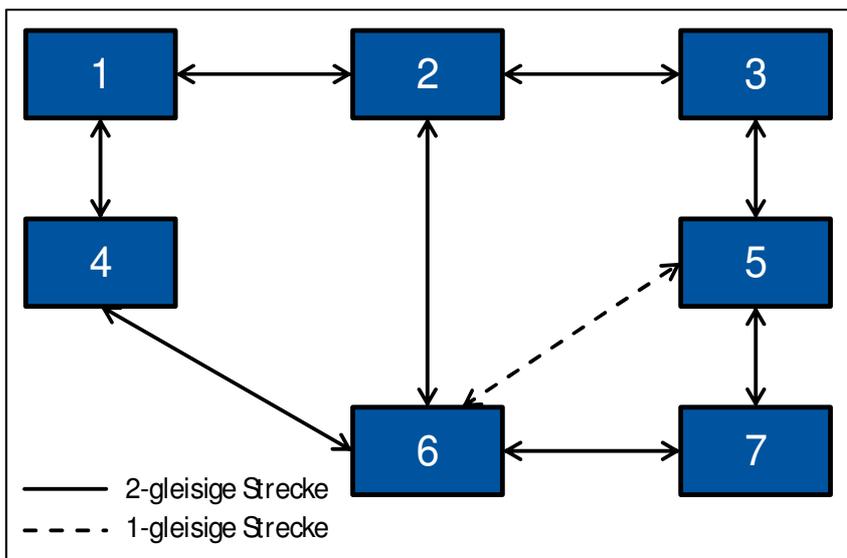


Abbildung 15: Vereinfachtes Teilnetz (7 Knoten)

In dieser Abbildung ist zu sehen, dass das verwendete Teilnetz aus sieben Knoten besteht, welche überwiegend mit zweigleisigen Strecken verknüpft sind. Lediglich die Strecke zwischen den Knoten 5 und 6 ist eingeleisig ausgebildet.

Ein Knoten besteht immer aus einer Gleisgruppe und zwei an diese angrenzenden Fahrstraßenknoten (FK) (vgl. Abbildung 10; Abschnitt 4.5). Zusätzlich werden über die in den Kapiteln 3 und 4 vorgestellten Verfahren zur Kapazitätsermittlung die Kapazitätsobergrenzen für die einzelnen Infrastrukturbereiche ermittelt. Sollten ebenfalls Untergrenzen der Kapazität benötigt werden, können diese von dem Anwender entweder festgesetzt oder ebenfalls ermittelt werden. Dafür wäre dann eine andere Qualitätsstufe zu definieren oder festzulegen. Beispielsweise kann für die Obergrenzen der Kapazität die Qualitätsstufe risikobehaftet gewählt werden, während für die Untergrenze mindestens eine

Auslastung unter der Qualitätsstufe premium verwendet werden soll. Damit würde vom EIU sichergestellt, dass die Infrastruktur zu einer wirtschaftlich optimalen Leitungsfähigkeit betrieben würde.

Nachdem die einzelnen Werte der Kapazitätsober- und Kapazitätsuntergrenzen für die jeweiligen Knotenelemente ermittelt wurden, hat die Verknüpfung der Knoten untereinander zu erfolgen. Dazu ist die Information der benachbarten Fahrstraßenknoten ausreichend. Die Verknüpfung erfolgt durch die angebotenen Strecken bzw. durch die Gleisgruppe des zugehörigen Knotens. Daher ist eine Mehrfachverknüpfung einzelner Fahrstraßenknoten nicht ausgeschlossen. Dies bedeutet, dass z. B. mehrere Strecken zu unterschiedlichen benachbarten Knoten führen können. Es ist andererseits auch möglich, dass ein Fahrstraßenknoten keine Verknüpfung zu einem anderen Knoten besitzt, was beispielsweise am Rande eines untersuchten Teilnetzes auftreten kann.

Die Verfeinerung der Darstellung des Teilnetzes, aus Abbildung 15 bekannt, kann wie folgt abgebildet werden (vgl. Abbildung 16). Hierfür wird der erste Fahrstraßenknoten mit dem Buchstaben *a* abgebildet und steht in diesem Beispiel für die linke Seite des Knotens und der zweite Fahrstraßenknoten mit dem Buchstaben *b*, welcher die rechte Seite des Knotens darstellt.

In einem nächsten Schritt können für das Beispielnetz die jeweiligen Fahrzeiten und Entfernungen zwischen den jeweiligen Knoten angesetzt werden. Der Einfachheit halber wird in diesem Beispiel ausschließlich mit Entfernungen gerechnet. Die Ausdehnung eines Knotens wird den entsprechenden Strecken, welche den Knoten mit seinen Nachbarn verbindet, aufgeschlagen. Dies bedeutet, dass die Entfernungen und Fahrzeiten auf die Bahnhofsmittelpunkte bezogen werden.

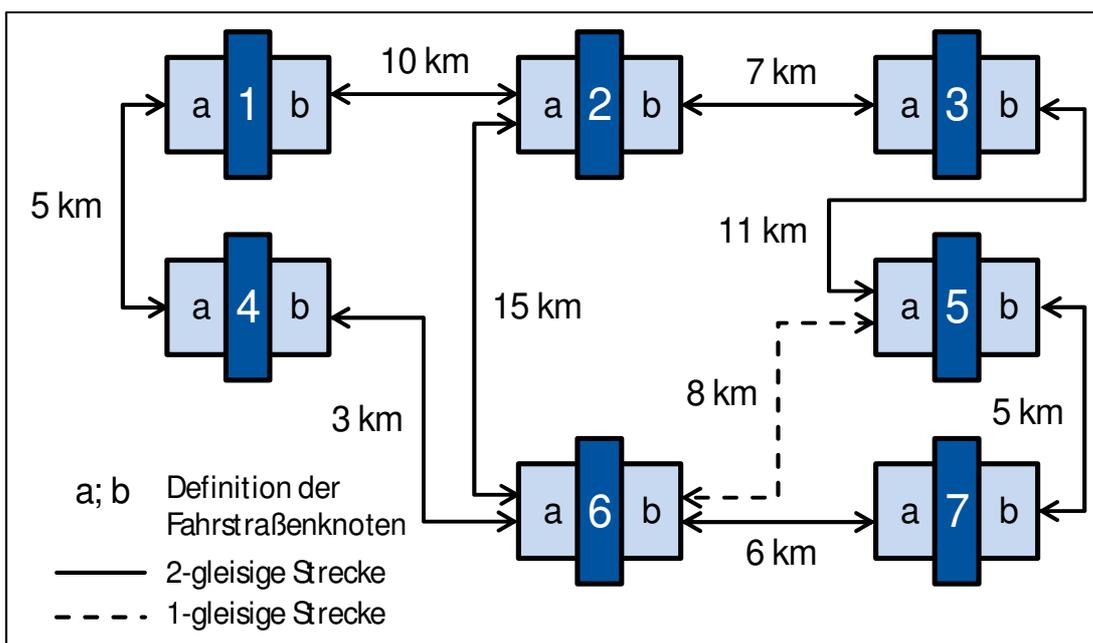


Abbildung 16: Darstellung Teilnetz inkl. Abgrenzung der Fahrstraßenknoten

Um übersichtlich die Zusammenhänge der einzelnen Knoten im Teilnetz programmseitig darstellen zu können, kann eine Verknüpfungsmatrix der einzelnen Knoten untereinander eingeführt werden (vgl. Tabelle 10). Dabei beschreiben die Zeilen die Ausgangsknoten und in den Spalten sind die Zielknoten bzw. nachfolgenden Knoten dargestellt.

Knoten	1	2	3	4	5	6	7
1	-	b	-	a	-	-	-
2	a	-	b	-	-	a	-
3	-	a	-	-	b	-	-
4	a	-	-	-	-	b	-
5	-	-	a	-	-	a	b
6	-	a	-	a	b	-	b
7	-	-	-	-	b	a	-

Tabelle 10: Verknüpfungsmatrix der Fahrstraßenknoten

Es wird tabellarisch beschrieben, welcher Knoten über welchen Fahrstraßenknoten mit einem anderen Knoten verbunden ist (vgl. Tabelle 10). Diese Auflistung kann prinzipiell über eine Adjazenzmatrix dargestellt werden. Eine Adjazenzmatrix ist eine $n \times n$ -Matrix, bei der an der Stelle i, j genau dann eine 1 steht, wenn in diesem Fall ein Knoten i mit einem Knoten j verbunden ist, also eine Kante i, j existiert [66]. Da aber auch die Richtung entscheidend ist, werden nicht die Ziffer der Gleisgruppe, sondern die Buchstaben a und b der Fahrstraßenknoten verwendet. Sollten zusätzliche Fahrstraßenknoten in einem Knoten vorhanden sein, so können weitere fortlaufende Buchstaben hierfür verwendet werden. Wichtig ist lediglich, dass keine Bezeichnung innerhalb eines Knotens mehrfach vorhanden ist. In Tabelle 10 bedeutet die Kennzeichnung „-“, dass zwei Knoten nicht mit einander verbunden sind.

Würde beispielhaft eine Zugfahrt von Knoten 4 über den Knoten 1 bis zum Knoten 2 angenommen, so würde diese Zugfahrt von der Gleisgruppe 4 über den $FK_{4,a}$ zum $FK_{1,a}$ über die Gleisgruppe 1, den $FK_{1,b}$, den $FK_{2,a}$ bis hin zur Gleisgruppe 2 verkehren.

Die durchgezogenen Linien in Abbildung 16 stellen zweigleise Strecken dar, wohingegen die Strecke zwischen dem Knoten 5 und 6 ausschließlich eingleisig befahren werden kann. Die Strecken zwischen den Knoten 2 und 6 sowie den Knoten 5 und 6 stellen reine Güterzugstrecken, d. h. Strecken ohne Personenzüge dar. Alle übrigen Strecken werden als Mischverkehrsstrecken angesehen. Auf diesen Strecken können zeitgleich Zugfahrten für den Personen- sowie den Güterverkehr durchgeführt werden.

Die Modellierung dieser Restriktionen erfolgt über die Nebenbedingungen des Gleichungssystems. Dabei wird bei zweigleisigen Strecken je Streckenrichtung jeweils eine separate Nebenbedingung aufgestellt. Die vorliegenden richtungsbezogenen Kapazitäten können dabei ausschließlich für Zugfahrten in die entsprechende Richtung genutzt

werden. Für die eingleisige Strecke braucht im Gleichungssystem nur eine Nebenbedingung aufgestellt werden, jedoch kann durch die Optimierung eine Laufwegwahl in beide Richtungen erfolgen. Die zur Verfügung stehenden Kapazitäten können also bei eingleisigen Strecken für Zugfahrten in beide Richtungen verwendet werden.

Da der Personenverkehr vorrangig behandelt wird, ist die Grundbelastung auf den jeweiligen Strecken und Knoten vorgeben (vgl. Abschnitt 4.3). Der Laufweg einer Relation setzt sich aus der Knotenreihung zusammen (vgl. Tabelle 11). Die Anzahl der Züge bezieht sich auf den Untersuchungszeitraum, welcher in diesem Beispiel 5 Stunden beträgt.

Fernverkehr			Nahverkehr			Güterverkehr		
Relation	Laufweg	Anzahl Züge	Relation	Laufweg	Anzahl Züge	Relation	Laufweg	Anzahl Züge
1	4,6,7	4	1	7,5,3	7	1	4,6,5,3	12
2	7,6,4	4	2	3,5,7	7	2	4,6,7	4
			3	1,2,6	10	3	7,6,2	13
			4	6,2,1	10			

Tabelle 11: Laufwege der Relationen und Anzahl der Zugfahrten in der Ausgangslage

Die Quelle Q und dazugehörigen Senken S für den Güterverkehr wurden folgendermaßen angesetzt (vgl. Abbildung 17):

- Relation 1: Von Knoten 4 zu Knoten 3 mit 12 Zügen
- Relation 2: Von Knoten 4 zu Knoten 7 mit 4 Zügen
- Relation 3: Von Knoten 7 zu Knoten 2 mit 13 Zügen

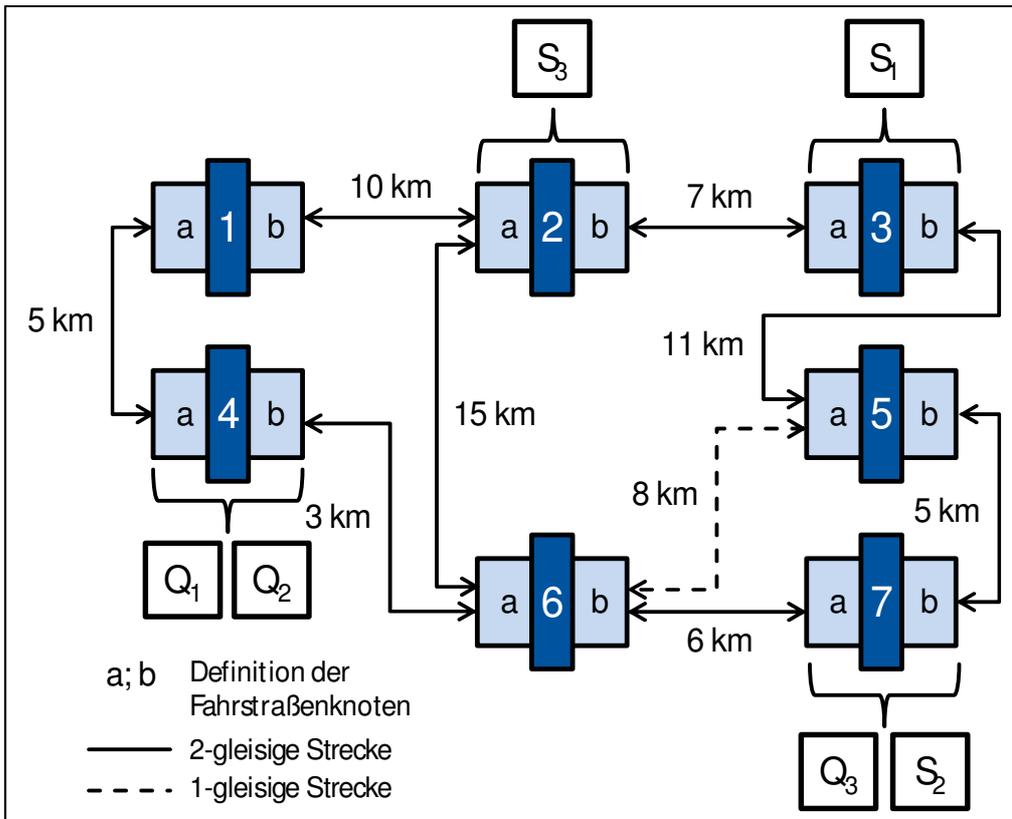


Abbildung 17: Quellen Q und Senken S des Güterverkehrs im Beispielnetz

Die Anzahl der Zugfahrten des Güterverkehrs soll in diesem Teilnetz auf den oben aufgeführten Relationen durchgeführt werden, wobei verschiedene Alternativen je Relation durch die Laufwegsuche ermittelt wurden. Diese sind in Tabelle 12 aufgeführt.

Relation 1			Relation 2			Relation 3		
Alternative	Laufweg	Länge	Alternative	Laufweg	Länge	Alternative	Laufweg	Länge
1	4,1,2,3	22	1	4,6,7	9	1	7,6,2	21
2	4,6,5,3	22	2	4,6,5,7	21	2	7,5,3,2	23
3	4,6,7,5,3	25	3	4,1,2,6,7	36	3	7,6,4,1,2	24
4	4,6,2,3	25	4	4,1,2,3,5,7	43	4	7,5,6,2	28

Tabelle 12: Laufwege der Relationen für den Güterverkehr nach der Routensuche

In diesem Beispiel sind auf drei Relationen r jeweils vier Alternativen m aufgelistet. Dies bedeutet, dass in der Zielfunktion zwölf Variablen $n_{r,m}$ verwendet werden (vgl. Abschnitt 6.3). Die Variablen entsprechen später den möglichen Zugfahrten auf dem jeweiligen Laufweg und werden daher mit dem Buchstaben n gekennzeichnet. Zur Vereinfachung werden jeder Variable n die Indizes der Relation r – hier: 1; 2 oder 3 – und die Nummer der Alternative m – hier: 1; 2; 3 oder 4 – zugeordnet (vgl. Tabelle 12). Ein Zug welcher die Relation $n_{2,1}$ befährt, durchfährt also die Knoten 4, 6 und 7 in eben dieser Reihenfolge.

6.2 Berechnung der Kapazität und Mindestzugfolgezeiten

Wie in Abschnitt 4.2 bereits beschrieben wurde, können die Mindestzugfolgezeiten auf unterschiedliche Arten ermittelt werden. Dabei werden die mikroskopische sowie die makroskopische Ermittlung unterschieden. Die mikroskopische Ermittlung erfolgt durch die Berechnung in EDV-Tools [28]. Mithilfe gängiger Softwaretools zur Ermittlung von Leistungsfähigkeiten wie z. B. der Software LUKS® können die betrachteten Züge als Modellzüge gebildet werden, welche für die analytischen Leistungsfähigkeiten benötigt werden. Im Anschluss sind die Mindestzugfolgezeiten der einzelnen Modellzugpaare zu berechnen [28, 29]. Makroskopisch besteht die Möglichkeit die Mindestzugfolgezeiten anhand der vorliegenden Infrastrukturdaten abzuschätzen [50, 72, 74].

Da im Anschluss die Berechnung der Obergrenzen der Kapazitäten erfolgen soll, werden aus der Software lediglich eine Modellzugliste sowie die oben beschriebenen Mindestzugfolgezeiten benötigt. In der Modellzugliste werden alle im Projekt vorkommenden Züge mit ihren Eigenschaften wie z. B. Längen, Rangziffern, Geschwindigkeiten oder Gewicht aufgelistet. Die Mindestzugfolgezeiten können je Strecke als Matrix ausgegeben werden (vgl. Tabelle 13).

Die Mindestzugfolgezeiten der Strecken werden wie folgt in Minuten angenommen, wobei die vorausfahrenden Züge in den Zeilen und die nachfolgenden Züge in den Spalten abgebildet werden.

			Strecken						
			Nummer	1	2	3	4	5	6
			Richtung	1	1	1	2	2	2
			Gattung	FGz	ICE	RE	FGz	ICE	RE
Nr.	Ri.	Gattung	Zugnummer	FGz_1	ICE_1	RE_1	FGz_2	ICE_2	RE_2
1	1	FGz	FGz_1	3,94	3,94	3,38	---	---	---
2	1	ICE	ICE_1	3,94	3,94	3,58	---	---	---
3	1	RE	RE_1	11,51	11,51	6,90	---	---	---
4	2	FGz	FGz_2	---	---	---	3,94	3,94	3,38
5	2	ICE	ICE_2	---	---	---	3,94	3,94	3,58
6	2	RE	RE_2	---	---	---	11,51	11,51	6,90

Tabelle 13: Mindestzugfolgezeiten für Strecken in Minuten

Für die Berechnung der Fahrstraßenknoten werden ebenfalls Mindestzugfolgezeiten benötigt, diese können wie bei den Mindestzugfolgezeiten der Strecken mikroskopisch oder makroskopisch ermittelt werden. Für jeden ermittelten Fahrstraßenknoten werden alle möglichen auftretenden Modellzugpaare mit der Mindestzugfolgezeit in Minuten gelistet (vgl. Tabelle 14).

Fahrstraßenknoten		
1. Zug	2. Zug	Zeit
FGz_1	FGz_1	4,5
FGz_1	ICE_1	2,5
FGz_1	RE_2	3,5
ICE_1	ICE_1	5,5
ICE_1	RE_1	1,3
...

Tabelle 14: Mindestzugfolgezeiten für Fahrstraßenknoten in Minuten – Auszug

Während die Richtungen der Züge bei der Ermittlung der Mindestzugfolgezeiten für die Strecken bekannt sind (vgl. Tabelle 13), ist eine Zuordnung der Richtungen bei der Exportliste für die Fahrstraßenknoten (vgl. Tabelle 14) nicht ersichtlich. Da mithilfe der Modellzugliste ebenfalls der komplette Laufweg eines Zuges angegeben wird und die Verknüpfung der einzelnen Knoten mittels der Fahrstraßenknoten bekannt ist, kann so auch für die Fahrstraßenknoten ein Richtungsbezug hergestellt werden.

Für die Fahrstraßenknoten werden die nachfolgenden Mindestzugfolgezeiten verwendet (vgl. Tabelle 15). Es findet hierbei eine Unterteilung statt, ob die Züge im Zulauf auf die Gleisgruppe sind (Richtung 1) oder ob diese den Knoten auf die Strecke hin verlassen (Richtung 2). Sollte es zu keinem Fahrtenausschluss zwischen zwei Zügen kommen, so ist die Mindestzugfolgezeit für diesen Zugfolgefall gleich 0.

Zuggattung	ICE ₁	RE ₁	FGz ₁	ICE ₂	RE ₂	FGz ₂
ICE ₁	1,5	1,5	1,5	0,0	1,5	0,0
RE ₁	2,0	2,0	2,0	1,0	1,0	2,0
FGz ₁	2,0	2,0	2,0	0,0	2,0	0,0
ICE ₂	0,0	1,5	0,0	1,5	1,5	1,5
RE ₂	1,0	1,0	2,0	2,0	2,0	2,0
FGz ₂	0,0	2,0	0,0	2,0	2,0	2,0

Tabelle 15: Mindestzugfolgezeiten des Fahrstraßenknotens in Minuten

Die Leistungsfähigkeiten werden mit den analytischen Verfahren unter Berücksichtigung der außerplanmäßigen Wartezeiten ermittelt. Dabei wird für die Gleisgruppe das Verfahren nach Hertel (vgl. Abschnitt 3.7 und 4.4.1) angewendet. Die Gleisanzahl aller sieben Bahnhöfe in diesem Beispiel wird einheitlich zu n_{GG} gleich 6 angenommen.

Des Weiteren muss eine plausible Ein- und Ausfahrsperrzeit für die Fahrt von einem Streckengleis in ein Bahnhofsgleis bzw. von einem Gleis im Bahnhof auf die freie Strecke angenommen werden und die genaue Gleisanzahl des Knotens bekannt sein. Für die Ein- und Ausfahrsperrzeiten werden in diesem Beispiel pauschal die Wert aus Tabelle

16 angesetzt. Alternativ könnten die jeweiligen Zeiten auch mikroskopisch ermittelt werden.

Gleisgruppe	ICE	RE	FGz
Einfahrsperrzeit	2,0	3,5	2,5
Haltezeit	0,0	1,0	0,0
Ausfahrsperrzeit	1,5	2,5	2,0
Einfädeln	0,0	0,0	1,5

Tabelle 16: Sperr- und Haltezeiten der Gleisgruppe in Minuten

Der Variationskoeffizient der Ankunftsabstände wird nach anerkanntem Stand der Technik zu v_A gleich 0,8 angenommen, dies entspricht einer leicht unterzufälligen Zwischenankunftszeit. Bei v_A gleich 0 würden alle Zwischenankunftszeiten getaktet sein, hingegen sind bei v_A gleich 1 die Ankunftszeiten aller Züge zufällig. Zusätzlich wird angenommen, dass sich alle Bahnhofsgleise gegenseitig vertreten können.

Um den Zeitbedarf der einzelnen Zugfahrten im Fahrstraßenknoten zu berücksichtigen, wird auf die Ein- und Ausfahrsperrzeiten der Züge in der Gleisgruppe zurückgegriffen (vgl. Tabelle 16). Dafür wird eine Unterscheidung dahingehend vorgenommen, ob der vorausfahrende Zug in den Bahnhof einfährt und somit die Einfahrsperrzeit relevant wird oder den Bahnhof verlässt und die Ausfahrsperrzeit verwendet wird. Beispielhaft gilt für einen Fahrstraßenknoten für den Ferngüterzug (FGz) eine Mindestzugfolgezeit für alle nachfolgenden Züge von 2,5 Minuten, wenn die Einfahrsperrzeit berücksichtigt werden soll. Verlässt derselbe Zug den Bahnhof, so können die nachfolgenden Züge diesen schon in einem Zeitabstand von 2,0 Minuten folgen.

Es wird ebenfalls davon ausgegangen, dass ausschließlich je ein Modellzug für die Kategorie der Fern- und der Nahverkehrszüge im Personenverkehr (ICE bzw. RE) sowie ein Modellzug für den Güterverkehr verwendet werden (vgl. Tabelle 17). Jedoch ist eine Aufschlüsselung in weitere unterschiedliche Modellzuggruppen möglich.

Zusätzlich sind in Tabelle 17 die verwendeten Ränge, die maximale Geschwindigkeit v_{max} , die Häufigkeit für das Auftreten einer Einbruchsverspätung p_{VE} und die mittlere Einbruchsverspätung \bar{t}_{VE} aufgeführt. Soll die Gewichtung der Laufwege anhand der Fahrzeiten auf den entsprechenden Abschnitten ermittelt werden, so werden zur Bestimmung der Fahrzeiten neben den Streckengeschwindigkeiten auch die maximalen Geschwindigkeiten der jeweiligen Züge benötigt (vgl. Abschnitt 6.3).

Zuggattung	Rang	v_{max} in km/h	p_{VE}	\bar{t}_{VE} in min
ICE	2	300	0,50	5
RE	10	160	0,55	3,25
FGz	20	100	0,50	30

Tabelle 17: Modellzuggruppen und maximale Geschwindigkeiten

Durch die Ermittlung der Leistungsfähigkeiten je Netzelement (vgl. Abbildung 16), ergeben sich die in Tabelle 18 aufgeführten Obergrenzen der Kapazität für den ersten Optimierungsschritt, welche für den Güterverkehr zur Verfügung stehen. Die ermittelten Leistungsfähigkeiten wurden anhand des vorhandenen Betriebsprogramms ermittelt und um die Anzahl der Personenzüge verringert (vgl. Tabelle 11). Dabei wurde jeweils eine optimale Betriebsqualität vorausgesetzt. Für alle zu ermittelnden Leistungsfähigkeiten wird in diesem Beispiel ein Untersuchungszeitraum von 5 Stunden vorausgesetzt.

Strecken				Gleisgruppen		Fahrstraßenknoten	
$S_{i,j}$	K_S	$S_{j,i}$	K_S	K_i	K_{GG}	$K_{FK,a}$	$K_{FK,b}$
$S_{1,2}$	18	$S_{2,1}$	18	K_1	97	67	50
$S_{1,4}$	25	$S_{4,1}$	25	K_2	92	37	67
$S_{2,3}$	25	$S_{3,2}$	25	K_3	99	67	62
$S_{2,6}$	18	$S_{6,2}$	10	K_4	111	67	50
$S_{3,5}$	21	$S_{5,3}$	13	K_5	99	39	54
$S_{4,6}$	18	$S_{6,4}$	24	K_6	77	27	49
$S_{5,6}$	25			K_7	83	49	54
$S_{5,7}$	21	$S_{7,5}$	21				
$S_{6,7}$	16	$S_{7,6}$	18				

Tabelle 18: Obergrenzen der Kapazität für den ersten Optimierungsschritt

6.3 Aufstellen der Zielfunktion

Da hier eine Maximierung der Zugfahrten n_R erfolgen soll, lautet die gewichtete Zielfunktion nach Formel 4.10.

$$\max c^T \cdot n \quad 6.1$$

mit

$$n_i \geq 0 \quad \forall \text{ Zugfahrten } i \quad 6.2$$

$$0 < c \leq 1 \quad 6.3$$

n Vektor der Anzahl der Zugfahrten

c Vektor der Kosten für die gewichteten Laufwege

Je nachdem nach welchen Kriterien die Zielfunktion gewichtet werden soll, werden die Längen der Strecken, die Streckengeschwindigkeiten oder die Verrechnung von beidem zur Ermittlung des Kostenvektors benötigt und als Eingangsgrößen genutzt. Für eine Gewichtung nach den Geschwindigkeiten sind die maximalen Geschwindigkeiten der Züge sowie die zulässigen Streckengeschwindigkeiten notwendig. Der Grundansatz,

dass die Zeit t gleich dem Verhältnis aus Weg s und Geschwindigkeit v ist, wird für eine überschlägige Zeitberechnung verwendet. Darüber kann die Fahrzeit der Züge für jede Alternativroute ermittelt werden.

$$t = \frac{s}{v} \qquad 6.4$$

In diesem einfachen Beispiel soll zur besseren Nachvollziehbarkeit ausschließlich die Länge der Zugläufe für die gewichtete Zielfunktion relevant sein. Die Gewichtungsfaktoren der Formel 6.1 können über die Entfernungen zwischen den jeweiligen Knoten bestimmt werden (vgl. Abbildung 17). Vereinfacht wird in diesem Beispiel davon ausgegangen, dass sich die Entfernungen jeweils auf den Knotenmittelpunkt beziehen. Eine separate Länge der Fahrstraßenknoten und jeder Gleislänge im Bahnhof wird nicht explizit ausgewiesen.

Für jede Alternativroute (vgl. Tabelle 12) zwischen den Quellen und dazugehörigen Senken kann eine Laufweglänge berechnet werden, indem die Summen der Streckenlängen, die Längen der Fahrstraßenknoten und die entsprechenden Gleislängen der Bahnhöfe gebildet werden. Dies entspricht den Entfernungen zwischen den jeweiligen Knoten (vgl. Abbildung 17). Weiterhin ist der kürzeste Laufweg jeder Alternative zu ermitteln. Darauf aufbauend kann das Verhältnis zu jeder Alternative bestimmt werden, welche anteilmäßig größer oder gleich 1 sein muss, da der kürzeste Weg mit sich selbst den Anteil gleich 1 besitzt. Da in diesem Ansatz aber eine Maximierung der Zielfunktion erfolgen soll, ist der Kehrwert dieses Verhältnisses zu bilden, damit die kürzeste Route den höchsten Gewichtungsfaktor erhält. Dieser weist einen Wert von 1 auf. Die jeweiligen Alternativen werden in diesem Fall einen Wert kleiner 1 erhalten.

Um den entsprechenden Kostenfaktor zu ermitteln, wird für jeden Laufweg in diesem Beispiel die Entfernung benötigt. Soll beispielsweise für die erste Güterzugrelation und die dritte Alternative $n_{R_{1,3}}$ (vgl. Tabelle 12) der Kostenfaktor bestimmt werden, wird der Laufweg dieser Alternative benötigt. Der Laufweg startet im Knoten 4 und verkehrt über die Knoten 6 und 2 zum Knoten 3. Wird die Entfernung der Teilstrecken dieses Laufwegs summiert ergibt sich eine Länge von 25 km (vgl. Tabelle 12). Die Länge des kürzesten Laufwegs ergibt sich bei derselben Relation bei der ersten Alternative und beträgt 22 km. Der Kostenfaktor wird durch die Division des kürzesten Laufwegs durch den Wert der jeweiligen Alternative ermittelt. Daher ergibt sich ein Kostenfaktor von $c_{R_{1,2}} = 0,880$. Die Zielfunktion nach Ermittlung aller kürzesten Wege und deren Gewichtung zwischen den Quellen und den zugehörigen Senken (vgl. Abbildung 17) lautet:

$$\begin{aligned} \max c^T \cdot n_{R_{n,m}} = & n_{R_{1,1}} + n_{R_{1,2}} + 0,880 n_{R_{1,3}} + 0,880 n_{R_{1,4}} + n_{R_{2,1}} & 6.5 \\ & + 0,429 n_{R_{2,2}} + 0,250 n_{R_{2,3}} + 0,209 n_{R_{2,4}} + n_{R_{3,1}} \\ & + 0,913 n_{R_{3,2}} + 0,875 n_{R_{3,3}} + 0,750 n_{R_{3,4}} \end{aligned}$$

c Kostenvektor

$n_{R_{n,m}}$ Vektor der Anzahl der Zugfahrten jeder Quelle-Senke-Relation r und der Alternative m (vgl. Tabelle 12)

Für alle Nebenbedingungen muss sichergestellt werden, dass die Summe aller Zugfahrten auf dem jeweiligen Infrastrukturelement geringer ist, als die Obergrenze der Kapazität n_{max} dieses Elementes. Dafür wird die Adjazenzmatrix A eingeführt, mit deren Hilfe erkenntlich ist, ob eine Zugfahrt der Relation $n_{R_{n,m}}$ das jeweilige Infrastrukturelement befährt. Die Nebenbedingungen erhalten die folgende Grundfunktion:

$$A \cdot n_{R_{n,m}} \leq n_{max} \quad 6.6$$

mit

$$n_{R_{n,m}} \geq 0 \quad 6.7$$

$$n_{max} \geq 0 \quad 6.8$$

n_{max} ist definiert als die Obergrenze der Kapazität eines jeden Infrastrukturelements. Für Strecken ist dies $n_{S,max}$, für Gleisgruppen $n_{GG,max}$ und für Fahrstraßenknoten $n_{FK,max}$. Die Matrix A kann in die folgenden Untermatrizen eingeteilt werden.

$$A := \begin{pmatrix} A_S \\ \hline A_{GG} \\ \hline A_{FK} \end{pmatrix} \quad 6.9$$

Diese Untermatrizen beinhalten die Nebenbedingungen für Strecken A_S , für Gleisgruppen A_{GG} und für die Fahrstraßenknoten A_{FK} . Die Matrizen erhalten den Eintrag 1, wenn das Infrastrukturelement durch eine Zugfahrt belegt wird. Bei Kopfbahnhöfen bzw. bei einer Doppelbelegung der Fahrstraßenknoten durch ein und dieselbe Zugfahrt z. B. Kopfmachen eines Zuges im Bahnhof muss als Eintrag eine 2 verwendet werden. Andernfalls, wenn keine Zugfahrt über das Infrastrukturelement verkehrt, wird in die Matrix eine 0 eingetragen. Werden Strecken oder Knoten nicht bei der Laufwegsuche berücksichtigt, also sollte die entsprechende Zeile ausschließlich Nullen aufweisen, so wird dies in den nachfolgenden Matrizen nicht weiter berücksichtigt (vgl. $S_{2,1}$ oder $S_{1,4}$).

Wenn die Laufwege für die Strecken bekannt sind, kann die nachfolgende Ungleichung betrachtet und die Obergrenzen der Kapazitäten (vgl. Tabelle 18) eingesetzt werden.

$$A_S \cdot n_R \leq n_{S,max}$$

6.10

$$\Leftrightarrow \begin{pmatrix} S_{1,2} & | & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ S_{4,1} & | & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ S_{2,3} & | & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ S_{3,2} & | & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ S_{2,6} & | & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ S_{6,2} & | & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ S_{3,5} & | & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ S_{5,3} & | & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ S_{4,6} & | & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ S_{6,4} & | & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ S_{5,6} & | & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ S_{5,7} & | & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ S_{7,5} & | & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ S_{6,7} & | & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ S_{7,6} & | & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} n_{R1,1} \\ n_{R1,2} \\ n_{R1,3} \\ n_{R1,4} \\ n_{R2,1} \\ n_{R2,2} \\ n_{R2,3} \\ n_{R2,4} \\ n_{R3,1} \\ n_{R3,2} \\ n_{R3,3} \\ n_{R3,4} \end{pmatrix} \leq \begin{pmatrix} 18 \\ 25 \\ 25 \\ 25 \\ 18 \\ 10 \\ 21 \\ 13 \\ 18 \\ 24 \\ 25 \\ 21 \\ 21 \\ 16 \\ 18 \end{pmatrix}$$

- $S_{i,j}$ Variablen für die Strecke zwischen den Knoten i und dem Knoten j
- $n_{R_{n,m}}$ Vektor der Anzahl der Zugfahrten jeder Quelle-Senke-Relation n und der Alternative m (vgl. Tabelle 12)

Für die Gleisgruppen in einem Knoten gelten die nachfolgenden Bedingungen für alle Züge, welche diese belegen.

$$A_{GG} \cdot n_R \leq n_{GG,max}$$

6.11

$$\Leftrightarrow \begin{pmatrix} GG_1 & | & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ GG_2 & | & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ GG_3 & | & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ GG_4 & | & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ GG_5 & | & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ GG_6 & | & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ GG_7 & | & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} n_{R1,1} \\ n_{R1,2} \\ n_{R1,3} \\ n_{R1,4} \\ n_{R2,1} \\ n_{R2,2} \\ n_{R2,3} \\ n_{R2,4} \\ n_{R3,1} \\ n_{R3,2} \\ n_{R3,3} \\ n_{R3,4} \end{pmatrix} \leq \begin{pmatrix} 97 \\ 92 \\ 99 \\ 111 \\ 99 \\ 77 \\ 83 \end{pmatrix}$$

- GG_i Variablen für die Gleisgruppe im Knoten i

Für die Betrachtung der Fahrstraßenknoten der Knoten werden die folgenden Bedingungen benötigt.

$$A_{FK} \cdot n_R \leq n_{FK,max}$$

6.12

$$\Leftrightarrow \begin{pmatrix} FK_{1,a} & | & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ FK_{2,a} & | & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 2 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ FK_{3,a} & | & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ FK_{4,a} & | & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ FK_{5,a} & | & 2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ FK_{6,a} & | & 1 & 1 & 2 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ FK_{7,a} & | & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ FK_{1,b} & | & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ FK_{2,b} & | & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ FK_{3,b} & | & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ FK_{4,b} & | & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ FK_{5,b} & | & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ FK_{6,b} & | & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ FK_{7,b} & | & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} n_{R1,1} \\ n_{R1,2} \\ n_{R1,3} \\ n_{R1,4} \\ n_{R2,1} \\ n_{R2,2} \\ n_{R2,3} \\ n_{R2,4} \\ n_{R3,1} \\ n_{R3,2} \\ n_{R3,3} \\ n_{R3,4} \end{pmatrix} \leq \begin{pmatrix} 67 \\ 37 \\ 67 \\ 67 \\ 39 \\ 27 \\ 49 \\ 50 \\ 67 \\ 62 \\ 50 \\ 54 \\ 49 \\ 54 \end{pmatrix}$$

$FK_{i,r}$ Variablen der Fahrstraßenknoten r des Knotens i

Eine weitere Besonderheit, welche über dieses Vorgehen abgebildet werden kann, ist das Kopfmachen von Zugfahrten in einem Bahnhof. Die zusätzliche Bedingung ist dann, dass ein Fahrstraßenknoten (FK) doppelt befahren werden kann. Die oben schon einmal beschriebene Doppelbelegung der Fahrstraßenknoten ist in Gleichung 6.12 dargestellt. Alle Züge welche in die Gleisgruppe des Bahnhofs einfahren, dort kopfmachen und den Bahnhof über denselben Fahrstraßenknoten bzw. dieselbe Richtung wieder verlassen, sind in der Matrix mit dem Wert 2 markiert.

Um eine bessere Übersicht bieten zu können, wird im weiteren Verlauf je eine Nebenbedingung pro Teilsegment exemplarisch dargestellt.

Wird die Strecke von Knoten 1 zum Knoten 2 betrachtet, muss die folgende Nebenbedingung eingehalten werden.

$$\sum_{\{R_{n,m}: S_{1,2} \in R_{n,m}\}} n_{R_{n,m}} \leq n_{S_{1,2,max}} \tag{6.13}$$

$$\Leftrightarrow n_{R1,4} + n_{R2,3} + n_{R2,4} + n_{R3,3} \leq n_{S_{1,2,max}}$$

Die Gleisgruppe des Knotens 3 beinhaltet demnach alle Variablen der Zugfahrten, welche diese durchfahren.

$$\sum_{\{R_{n,m}: GG_3 \in R_{n,m}\}} n_{R_{n,m}} \leq n_{GG3,max} \tag{6.14}$$

$$\Leftrightarrow n_{R1,1} + n_{R1,2} + n_{R1,3} + n_{R1,4} + n_{R2,4} + n_{R3,2} \leq n_{GG3,max}$$

Wird der linke Bahnhofskopf desselben Knotens betrachtet, ist folgende Bedingung einzuhalten.

$$\sum_{\{R_{n,m}: FK_{3,a} \in R_{n,m}\}} n_{R_{n,m}} \leq n_{FK_{3,a,max}} \quad 6.15$$

$$\Leftrightarrow n_{R_{1,3}} + n_{R_{1,4}} + n_{R_{2,4}} + n_{R_{3,2}} \leq n_{FK_{3,a,max}}$$

Mittels dieses Vorgehens können für die Strecken, die Gleisgruppen und die Fahrstraßenknoten alle Nebenbedingungen aufgestellt werden (vgl. 6.10 bis 6.12).

6.4 Kapazitätsgrenzen, Ergebnisse nach Optimierung und Iteration

Wie in den Beziehungen 6.10 bis 6.15 ersichtlich ist, stehen auf der rechten Seite der Ungleichung die oberen Grenzen der Leistungsfähigkeiten. Diese wurden analytisch bestimmt und durch die Grundbelastung des Personenverkehrs vermindert. Die auf dem Teilsegment verkehrenden Güterzüge müssen anzahlmäßig kleiner oder gleich der vorhandenen Kapazität sein, was über die linke Seite der Ungleichungen abgebildet wird (vgl. Formel 6.15). Neben den kapazitiven Obergrenzen können für jede Strecke, jeden Knoten und jeden Fahrstraßenknoten auch die Ergebnisse nach der Optimierung aus den entsprechenden Tabellen entnommen werden (vgl. Tabelle 19 bis Tabelle 21).

Strecken																	
S_{ij}	$S_{1,2}$	$S_{2,1}$	$S_{1,4}$	$S_{4,1}$	$S_{2,3}$	$S_{3,2}$	$S_{2,6}$	$S_{6,2}$	$S_{3,5}$	$S_{5,3}$	$S_{4,6}$	$S_{6,4}$	$S_{5,6}^*$	$S_{5,7}$	$S_{7,5}$	$S_{6,7}$	$S_{7,6}$
$n_{S_{ij,max}}$	18	18	25	25	25	25	18	10	21	13	18	24	25	21	21	16	18
$n_{S_{ij,verb}}$	18	0	0	18	18	13	0	10	0	13	17	0	1	1	13	16	10
*eingleisig, gilt für beide Richtungen zusammen																	
S_{ij} ...Strecke von Knoten i zum Knoten j																	
$n_{S_{ij,max}}$...vorhandene Kapazität der Strecke																	
$n_{S_{ij,verb}}$...verbrauchte Kapazität der Strecke nach Optimierung																	

Tabelle 19: Obergrenzen der Kapazität und Ergebnisse der Optimierung auf Strecken

Gleisgruppen							
GG_i	GG_1	GG_2	GG_3	GG_4	GG_5	GG_6	GG_7
$n_{GG_i,max}$	97	92	99	111	99	77	83
$n_{GG_i,verb}$	18	41	31	35	14	27	18
GG_i ...Gleisgruppe i							
$n_{GG_i,max}$...vorhandene Kapazität der Gleisgruppe							
$n_{GG_i,verb}$...verbrauchte Kapazität der Gleisgruppe nach Optimierung							

Tabelle 20: Obergrenzen der Kapazität und Ergebnisse der Optimierung in Gleisgruppen

Fahrstraßenknoten														
$FK_{i,r}$	$FK_{1,a}$	$FK_{2,a}$	$FK_{3,a}$	$FK_{4,a}$	$FK_{5,a}$	$FK_{6,a}$	$FK_{7,a}$	$FK_{1,b}$	$FK_{2,b}$	$FK_{3,b}$	$FK_{4,b}$	$FK_{5,b}$	$FK_{6,b}$	$FK_{7,b}$
$n_{FK_{i,r,max}}$	67	37	67	67	39	27	49	50	67	62	50	54	49	54
$n_{FK_{i,r,verb.}}$	18	28	31	18	15	27	26	18	31	13	17	1	28	14
$FK_{i,r}$...Fahrstraßenknoten i und Lage zur Gleisgruppe (a / b)													
$n_{FK_{i,r,max}}$...vorhandene Kapazität des Fahrstraßenknotens													
$n_{FK_{i,r,verb.}}$...verbrauchte Kapazität des Fahrstraßenknotens nach Optimierung													

Tabelle 21: Obergrenzen der Kapazität und Ergebnisse der Optimierung in Fahrstraßenknoten

Das Gleichungssystem soll ganzzahlig gelöst werden, da dies für die Lösung den komplizierteren Fall darstellt. Wenn der Solver eine ganzzahlige Lösung findet, wird dieser in einer geringeren Zeit auch eine kontinuierliche Lösung finden. Es ist jedoch auch möglich, dass keine ganzzahlige Lösung gefunden werden kann. In der Realität sind in Abhängigkeit des Untersuchungsraums auch kontinuierliche Lösungen möglich. Bei einem zwei Stundentakt kann es sein, dass über die einzelnen Stundenscheiben ein Zug in der einen Stunde verkehrt, in der nächsten Stunde jedoch nicht.

Beispielhaft kann also für die im vorherigen Kapitel dargestellten Beziehungen für die Strecke vom Knoten 1 zum Knoten 2 eine vorhandene Kapazität von 18 Zügen pro Untersuchungszeitraum angesetzt werden. In der Gleisgruppe von Knoten 3 können im Untersuchungszeitraum 99 Züge bzw. Zugfahrten abgewickelt werden und im dazugehörigen Fahrstraßenknoten $FK_{3,a}$ auf der linken Seite 67 Zugfahrten.

In der jeweils dritten Zeile einer Kategorie (Strecken, Gleisgruppe, Fahrstraßenknoten) werden die Ergebnisse bzw. die verbrauchten Kapazitäten nach der Optimierung dargestellt (vgl. Tabelle 19 bis Tabelle 21). Insgesamt sind durch die vorgegebenen Obergrenzen der Infrastruktur nach dem ersten Optimierungsschritt 58 Zugfahrten des Güterverkehrs im Teilnetz möglich.

Während der Optimierung besteht die Möglichkeit, dass keine Lösung gefunden werden kann. Dies bedeutet, dass keine Möglichkeit existiert, weitere Güterzüge auf den Teilsegmenten oder im gesamten Netz zu verarbeiten. Alle Einträge in der Matrix A , die Anzahl der Zugfahrten n sowie die Obergrenzen der Kapazität sind größer oder gleich 0 (vgl. Formeln 6.10 bis 6.12). In dem Fall, dass eine lineare Abhängigkeit existiert, ist das Gleichungssystem unterbestimmt und der Solver kann keine geeignete Lösung finden.

Da in der vorliegenden Arbeit für jedes Teilsegment eine Obergrenze der Kapazität vorliegt und die Kanten- und Knotenrelationen über einzelne Zugfahrten abgebildet werden, ist das Gleichungssystem nach oben hin beschränkt. Die maximale Anzahl der Zugfahrten würde in diesem Fall der Summe der einzelnen maßgebenden Kapazitäten der Einzelelemente entsprechen. Im hier illustrierten Beispiel sind die Spalten der Matrix linear unabhängig, so dass das Gleichungssystem lösbar ist. Es wäre jedoch auch möglich,

dass das Gleichungssystem nicht lösbar ist, wenn keine zusätzlichen Güterzugfahrten durch das Teilnetz geroutet werden können.

Im nächsten Schritt ist für jedes Teilsegment zu überprüfen, ob das Mischungsverhältnis verändert wurde. Unter der Annahme, dass Abbildung 11 beispielhaft die Leistungsfähigkeit der unterschiedlichen Mischungsverhältnisse für den Streckenabschnitt $S_{4,6}$ widerspiegelt und auf diesem Abschnitt, neben den optimierten Zugfahrten des Güterverkehrs auch eine Grundbelastung des Fernverkehrs vorhanden ist, muss überprüft werden, welche Auswirkungen auf die Kapazitätsgrenzen eintreten. Wie aus Tabelle 11 ersichtlich wird, verkehren vier Fernverkehrszüge auf diesem Streckenabschnitt. Für das Referenzbetriebsprogramm auf dieser Strecke wurden zusätzlich 16 Güterzüge ermittelt, welche sich anhand von Tabelle 11 auf die Güterzugrelation 1 mit zwölf Zügen und die Güterzugrelation 2 mit vier Zügen aufteilen. Dies bedeutet, dass der vorhandene Anteil der Personenzüge $p_{Rz,vorh.} = 20\%$ beträgt. Insgesamt werden 20 Trassen bzw. Zugfahrten auf diesem Abschnitt durchgeführt, wobei mittels einer Kapazitätsberechnung 22 Zugfahrten bei diesem Referenzmischungsverhältnis möglich wären (vgl. Tabelle 11 und Tabelle 19). Basierend auf dieser Berechnung wird angenommen, dass insgesamt 18 Trassen für die Optimierung des Güterverkehrs zur Verfügung stehen (vgl. Tabelle 19; $S_{4,6}$). Nach der Optimierung wurden 17 von den möglichen 18 Trassen für den Güterverkehr benötigt. Durch die Grundbelastung des Fernverkehrs verkehren nun insgesamt 21 Züge auf dem Streckenabschnitt $S_{4,6}$. Das Mischungsverhältnis beträgt jetzt $p_{Rz,neu} = 19\%$ (vgl. Tabelle 22).

Da der neue Reisezuganteil geringer ist als der des Referenzbetriebsprogramms, ist aus dem Kurvenverlauf in Abbildung 11 ersichtlich, dass kein Konflikt mit der Kapazitätsgrenze vorliegt, da der Kurvenverlauf in Richtung Nullpunkt ansteigt. Wird die dazugehörige Leistungsfähigkeit ausgelesen bzw. berechnet, so ergibt sich ebenfalls gerundet wieder ein Wert von 22 Zugfahrten (ungerundet 22,16 Zugfahrten) auf diesem Abschnitt, was diese Annahme bestätigt.

Werden zugunsten der netzweiten Gesamtleistungsfähigkeit, Güterzüge so geroutet, dass der Anteil der Güterzüge auf Mischverkehrsstrecken geringer wird, kann es jedoch auch zu einer Verschlechterung der Kapazitätsgrenzen kommen. Vergleichsweise kann die Strecke $S_{7,6}$ zwischen dem Knoten 7 und dem Knoten 6 betrachtet werden. Wird das entsprechende Referenzbetriebsprogramm angesetzt, was vier Fernverkehrszügen und 17 Güterzügen entspricht, ergibt sich damit ein vorhandener Reisezuganteil von $p_{Rz,vorh.} = 19\%$. Nach der Optimierung werden jedoch nur 10 Güterzüge über diesen Streckenabschnitt geroutet (vgl. Tabelle 19). Dies bedeutet, es verkehren insgesamt 14 Züge über die Strecke und der neue Anteil der Reisezüge $p_{Rz,neu}$ beträgt jetzt 29%. Die Leistungsfähigkeit der Strecke verschiebt sich somit in die entgegengesetzte Richtung und es können insgesamt nur 20 Zugfahrten durchgeführt werden. Da nach der Optimierung jedoch nur 14 Züge über diesen Abschnitt verkehren, stellt dies in diesem Beispiel

ebenfalls kein Hindernis dar. Es muss jedoch ein Iterationsprozess für das gesamte Netzwerk durchgeführt werden.

Tabelle 23 zeigt die Ergebnisse nach der ersten Optimierung für die im Teilnetz vorkommenden Strecken. Zusätzlich wurden auch die iterativ ermittelten Leistungsfähigkeiten für die nächsten Optimierungsschritte sowie die dazugehörigen Ergebnisse nach der Optimierung aufgeführt. Hervorgehoben sind die Werte der zuvor beschriebenen Strecken, für die eine Anpassung des Mischungsverhältnisses stattfinden musste.

Nach jedem Optimierungsschritt veränderte sich das Mischungsverhältnis des Personenverkehrs p_{RZ} auf den Strecken wie folgt.

Strecken																	
p_{RZ}	$S_{1,2}$	$S_{2,1}$	$S_{1,4}$	$S_{4,1}$	$S_{2,3}$	$S_{3,2}$	$S_{2,6}$	$S_{6,2}$	$S_{3,5}$	$S_{5,3}$	$S_{4,6}$	$S_{6,4}$	$S_{5,6}^*$	$S_{5,7}$	$S_{7,5}$	$S_{6,7}$	$S_{7,6}$
$p_{RZ,0}$	100	100	-	-	-	-	100	37	100	37	20	100	0	100	100	50	19
$p_{RZ,1}$	36	100	-	0	0	0	100	50	100	35	19	100	0	88	35	20	29
$p_{RZ,2}$	48	100	-	0	0	0	100	50	100	33	18	100	-	100	33	18	29
$p_{RZ,3}$	50	100	-	0	0	0	100	50	100	33	18	100	-	100	33	18	29
$p_{RZ,4}$	50	100	-	0	0	0	100	50	100	33	18	100	-	100	33	18	29

Tabelle 22: Anpassung des Reisezuganteils auf Strecken nach jedem Optimierungsschritt in %

Die in Tabelle 22 dargestellten Mischungsverhältnisse sind die Ergebnisse nach jedem Optimierungsschritt und können auf Basis der verbrauchten Kapazitäten des Güterverkehrs (vgl. Tabelle 23) zuzüglich den auf den Strecken vorhandenen Personenzüge ermittelt werden (vgl. Tabelle 11). Die Mischungsverhältnisse in Tabelle 22 werden verwendet, um die Kapazitäten für die nachfolgenden Iterationsschleifen der Optimierung anzupassen. Tabelle 23 zeigt die Ergebnisse nach den verschiedenen Iterationen. Nach dem zweiten Berechnungsschritt kann gezeigt werden, dass der Solver einige Güterzüge über andere Strecken als im ersten Berechnungsschritt geroutet hat. Dies ist beispielsweise auf der Strecke $S_{2,6}$ zu erkennen.

Strecken																	
S_{ij}	$S_{1,2}$	$S_{2,1}$	$S_{1,4}$	$S_{4,1}$	$S_{2,3}$	$S_{3,2}$	$S_{2,6}$	$S_{6,2}$	$S_{3,5}$	$S_{5,3}$	$S_{4,6}$	$S_{6,4}$	$S_{5,6}^*$	$S_{5,7}$	$S_{7,5}$	$S_{6,7}$	$S_{7,6}$
$n_{S_{max}_0}$	18	18	25	25	25	25	18	10	21	13	18	24	25	21	21	16	18
$n_{S_{verb}_0}$	18	0	0	18	18	13	0	10	0	13	17	0	1	1	13	16	10
$n_{S_{max}_1}$	11	18	25	25	25	25	18	10	21	14	18	24	25	15	14	18	17
$n_{S_{verb}_1}$	11	0	0	11	11	14	0	10	0	14	18	0	0	0	14	18	10
$n_{S_{max}_2}$	10	18	25	25	25	25	18	10	21	14	18	24	25	21	14	18	17
$n_{S_{verb}_2}$	10	0	0	10	10	14	0	10	0	14	18	0	0	0	14	18	10
$n_{S_{max}_3}$	10	18	25	25	25	25	18	10	21	14	18	24	25	21	14	18	17
$n_{S_{verb}_3}$	10	0	0	10	10	14	0	10	0	14	18	0	0	0	14	18	10

*eingleisig, gilt für beide Richtungen zusammen
 S_{ij} ...Strecke von Knoten i zum Knoten j
 $n_{S_{ij,max}}$...vorhandene Kapazität der Strecke
 $n_{S_{ij,verb}}$...verbrauchte Kapazität der Strecke nach Optimierung

Tabelle 23: Obergrenzen der Kapazität und Ergebnisse der Optimierung für Strecken nach weiteren Iterationsschleifen

Nach der dritten Berechnung wurden in diesem Beispiel die Züge nicht mehr umgeroutet. Dies bedeutet, dass die verbrauchten Kapazitäten nun auf jedem Streckenabschnitt denen aus der vorherigen Berechnung entsprechen, vgl. $n_{S_{verb}_2}$ und $n_{S_{verb}_3}$ in Tabelle 23. Die Ergebnisse der verbrauchten Kapazitäten wurden in Tabelle 23 zwischen den hervorgehobenen Bereichen dargestellt. Treten keine Veränderung der verbrauchten Leistungsfähigkeiten mehr auf, kann der Iterationsschritt beendet werden.

Zusätzlich ist erkennbar, dass die Güterzüge nicht nur umgeroutet wurden, sondern auch abgewiesen wurden. Dies ist überall dort erkennbar, wo eine höhere Kapazität zur Optimierung vorliegt, diese jedoch nicht voll ausgenutzt werden kann, da ein anderer Infrastrukturabschnitt eines Laufweges maßgeblich wird. Beispielhaft kann dies für die Strecken am Laufweg $n_{R_{3,2}}$ dargestellt werden (vgl. Tabelle 12). Nach Tabelle 23 können für diesen Laufweg auf dem Streckenabschnitt $S_{3,2}$ im letzten Optimierungsschritt 25 Güterzugfahrten durchgeführt werden. Es werden jedoch nur 14 Fahrten auf diesem Abschnitt durchgeführt, da die Streckenabschnitte $S_{5,3}$ bzw. $S_{7,5}$ die Anzahl der Zugfahrten auf diesem Laufweg kapazitiv auf 14 mögliche Zugfahrten limitiert.

Dieses Vorgehen ist nach der Optimierung für jede Strecke, Gleisgruppe und jeden Fahrstraßenknoten zu überprüfen. Die Änderungen des Mischungsverhältnisses in Form des Reisezuganteils im Knoten ist in Tabelle 24 dargestellt. Hier ist ersichtlich, dass in den Gleisgruppen für jeden Optimierungsschritt eine Anpassung der Zuganzahl der Reisezüge erfolgte.

Gleisgruppen							
p_{Rz}	GG_1	GG_2	GG_3	GG_4	GG_5	GG_6	GG_7
$p_{Rz,0}$	100	61	54	33	54	49	63
$p_{Rz,1}$	53	33	31	19	50	51	35
$p_{Rz,2}$	65	36	36	22	50	50	34
$p_{Rz,3}$	67	37	37	22	50	50	34
$p_{Rz,4}$	67	37	37	22	50	50	34

Tabelle 24: Anpassung des Reisezuganteils in Gleisgruppen nach jedem Optimierungsschritt in %

Die zu den Gleisgruppen zugehörigen vorhandenen Kapazitäten sowie die Verbräuche durch Zugfahrten sind wie folgt berechnet und angesetzt worden.

Gleisgruppen							
GG_i	GG_1	GG_2	GG_3	GG_4	GG_5	GG_6	GG_7
$n_{GG_{max,0}}$	97	92	99	111	99	77	83
$n_{GG_{verb,0}}$	18	41	31	35	14	27	40
$n_{GG_{max,1}}$	93	97	103	107	99	77	86
$n_{GG_{verb,1}}$	11	35	25	29	14	28	42
$n_{GG_{max,2}}$	92	96	102	107	99	77	87
$n_{GG_{verb,2}}$	10	34	24	28	14	28	42
$n_{GG_{max,3}}$	92	96	102	107	99	77	87
$n_{GG_{verb,3}}$	10	34	24	28	14	28	42
GG_i	...Gleisgruppe i						
$n_{GG_{i,max}}$...vorhandene Kapazität der Gleisgruppe						
$n_{GG_{i,verb}}$...verbrauchte Kapazität der Gleisgruppe nach Optimierung						

Tabelle 25: Obergrenzen der Kapazität und Ergebnisse der Optimierung für Gleisgruppen nach weiteren Iterationsschleifen

Auch hier wird ersichtlich, dass nach der dritten Berechnung die Grenzwerte für die Optimierung identisch bleiben. Der Optimierer wird unter den vorgegebenen Randbedingungen ab nun keine bessere Lösung für das Routing im Netzwerk finden.

Im Nachfolgenden werden der Vollständigkeit halber die angepassten Reisezuganteile sowie die Kapazitäten für die Fahrstraßenknoten angegeben (vgl. Tabelle 26 und Tabelle 27).

Fahrstraßenknoten														
p_{Rz}	$FK_{1,a}$	$FK_{2,a}$	$FK_{3,a}$	$FK_{4,a}$	$FK_{5,a}$	$FK_{6,a}$	$FK_{7,a}$	$FK_{1,b}$	$FK_{2,b}$	$FK_{3,b}$	$FK_{4,b}$	$FK_{5,b}$	$FK_{6,b}$	$FK_{7,b}$
$p_{Rz,0}$	0	54	0	0	28	46	28	100	0	0	33	100	15	100
$p_{Rz,1}$	0	42	0	0	48	51	24	53	0	0	32	93	22	50
$p_{Rz,2}$	0	49	0	0	50	50	22	65	0	0	31	100	22	50
$p_{Rz,3}$	0	50	0	0	50	50	22	67	0	0	31	100	22	50
$p_{Rz,4}$	0	50	0	0	50	50	22	67	0	0	31	100	22	50

Tabelle 26: Anpassung des Reisezuganteils in den Fahrstraßenknoten nach jedem Optimierungsschritt in %

Fahrstraßenknoten														
$FK_{i,r}$	$FK_{1,a}$	$FK_{2,a}$	$FK_{3,a}$	$FK_{4,a}$	$FK_{5,a}$	$FK_{6,a}$	$FK_{7,a}$	$FK_{1,b}$	$FK_{2,b}$	$FK_{3,b}$	$FK_{4,b}$	$FK_{5,b}$	$FK_{6,b}$	$FK_{7,b}$
$n_{FK_{max,0}}$	67	37	67	67	39	27	49	50	67	62	50	54	49	54
$n_{FK_{verb,0}}$	18	28	31	18	15	27	26	18	31	13	17	1	28	14
$n_{FK_{max,1}}$	61	36	67	61	42	28	49	36	67	62	50	54	49	42
$n_{FK_{verb,1}}$	11	21	25	11	14	28	28	11	25	14	18	0	28	14
$n_{FK_{max,2}}$	62	36	67	62	42	28	49	38	67	62	50	54	49	42
$n_{FK_{verb,2}}$	10	20	24	10	14	28	28	10	24	14	18	0	28	14
$n_{FK_{max,3}}$	62	36	67	62	42	28	49	39	67	62	50	54	49	42
$n_{FK_{verb,3}}$	10	20	24	10	14	28	28	10	24	14	18	0	28	14
$FK_{i,r}$... Fahrstraßenknoten i und Lage zur Gleisgruppe (a / b)													
$n_{FK_{i,r,max}}$...vorhandene Kapazität des Fahrstraßenknotens													
$n_{FK_{i,r,verb}}$...verbrauchte Kapazität des Fahrstraßenknotens nach Optimierung													

Tabelle 27: Obergrenzen der Kapazität und Ergebnisse der Optimierung in Fahrstraßenknoten nach weiteren Iterationsschleifen

Für jedes Teilsegment konvergiert das hier vorgestellte Beispiel im letzten aufgezeigten Berechnungsschritt der Optimierung so, dass eine eindeutige Lösung gefunden wurde. Die Lösungen der Zielfunktion, die Anzahl der Zugfahrten je Laufweg $n_{R_{i,j}}$ sowie die Anzahl aller Zugfahrten im Teilnetz je Berechnungsschritt sind in nachfolgender Tabelle 28 dargestellt. Die Lösung für die Zielfunktion erfolgte mittels oben vorgestellter Formel 6.5.

Optimierung	1. Schritt	2. Schritt	3. Schritt	4. Schritt
Zielfunktion	54,138	50,462	49,582	49,582
$n_{R1,1}$	18	11	10	10
$n_{R1,2}$	0	0	0	0
$n_{R1,3}$	0	0	0	0
$n_{R1,4}$	0	0	0	0
$n_{R2,1}$	16	18	18	18
$n_{R2,2}$	1	0	0	0
$n_{R2,3}$	0	0	0	0
$n_{R2,4}$	0	0	0	0
$n_{R3,1}$	10	10	10	10
$n_{R3,2}$	13	14	14	14
$n_{R3,3}$	0	0	0	0
$n_{R3,4}$	0	0	0	0
Summe	58	53	52	52
Abweichung ε in %	8,62	1,89	0	

Tabelle 28: Anzahl Güterzugfahrten je Laufweg und Ergebnis der Zielfunktion – lineare Hochrechnung

Im Falle einer geringeren oder höheren Kapazität ist, wie es in diesem Beispiel erfolgte, eine Iteration mit den neuen Obergrenzen durchzuführen. Hierbei ist zu analysieren, ob eine Lösung des Gleichungssystems gegen einen Wert konvergiert oder nach welcher erreichten Genauigkeit ε die Iteration beendet werden kann (vgl. Abbildung 14).

Dieses Beispiel konvergierte nach dem dritten Berechnungsschritt. Die Anzahl der erforderlichen Berechnungsschritte kann jedoch bei anders aufgebauten Netzen oder anderen Laufwegen nicht ausreichend sein. Wird die Abweichung ε der Änderung der Güterzuganzahl aus Tabelle 28 betrachtet, so liegt diese zwischen den ersten beiden Optimierungsschritten bei 8,62 % und zwischen den nachfolgenden Schritten nur noch bei 1,89 %. Nach dem dritten Optimierungsschritt ändert sich die ermittelte Zuganzahl nicht mehr, demzufolge ist $\varepsilon = 0$ %.

Daher wird als Vorschlag zunächst eine Durchführung von 5 Iterationsschleifen oder eine Abweichung des Mischungsverhältnisses zum vorherigen Berechnungsschritt kleiner 2 %, also $\varepsilon < 2$ angesetzt (vgl. Unterabschnitt 4.6.2).

Alternativ kann eine Analyse der Kapazitätsgrenzen erfolgen und wenn möglich eine schlechtere Qualitätsstufe zugelassen werden (vgl. Abbildung 6 in Abschnitt 3.3). Es kann beispielhaft anstelle einer optimalen Betriebsqualität eine risikobehaftete Qualität angenommen werden. Durch die Veränderung der Qualitätsfaktoren auf eine schlechtere Stufe, wird, wie in Abschnitt 3.3, die zulässige Summe der Wartezeit prozentual

verbessert. Auf diese Weise wird in der Regel eine erhöhte Anzahl an Zugfahrten über den Infrastrukturbereich ermöglicht und es kann eine höhere Obergrenze ausgewiesen werden.

Wird im Gegenzug zur bisher linearen Hochrechnung der Mischungsverhältnisse eine spezifizierte Hochrechnung auf das Beispiel angewendet (vgl. Unterabschnitt 4.4.4), so entfällt die Iteration. Der Personenverkehr wird bei der spezifizierten Hochrechnung fixiert und ausschließlich der Güterverkehr wird iterativ solange erhöht, bis die vorhandene Summe der Wartezeiten der zulässigen Summe der Wartezeit entspricht. Die Iteration erfolgt somit indirekt während der Berechnung der vorhandenen Summe der Wartezeiten. Die so ermittelte Leistungsfähigkeit kann demnach, unter Abzug der vorhandenen Personenzüge, vollständig für den Güterverkehr verwendet werden. Die anschließende Optimierung routet die Güterzüge demnach unter den zur Verfügung stehenden Leistungsfähigkeiten durch das Eisenbahnnetz.

Durch die Anwendung der spezifizierten Hochrechnung ergeben sich die folgenden vorhandenen Leistungsfähigkeiten und Ergebnisse der Optimierung für die Strecken. Die Grundbelastung für den Personenverkehr sowie die Relationen für den Güterverkehr und damit die Laufwegsuche bleiben identisch. Die Zielfunktion für die Optimierung ändert sich demnach ebenfalls nicht.

Strecken – spezifizierte Hochrechnung																	
S_{ij}	$S_{1,2}$	$S_{2,1}$	$S_{1,4}$	$S_{4,1}$	$S_{2,3}$	$S_{3,2}$	$S_{2,6}$	$S_{6,2}$	$S_{3,5}$	$S_{5,3}$	$S_{4,6}$	$S_{6,4}$	$S_{5,6}^*$	$S_{5,7}$	$S_{7,5}$	$S_{6,7}$	$S_{7,6}$
$n_{S_{max}}$	10	10	25	25	25	25	12	10	14	14	19	19	25	14	14	19	19
$n_{S_{verb}}$	10	0	0	10	10	14	0	10	0	14	19	0	0	0	14	19	10
*eingleisig, gilt für beide Richtungen zusammen																	
S_{ij}	...Strecke von Knoten i zum Knoten j																
$n_{S_{ij,max}}$...vorhandene Kapazität der Strecke																
$n_{S_{ij,verb}}$...verbrauchte Kapazität der Strecke nach Optimierung																

Tabelle 29: Obergrenzen der Kapazität und Ergebnisse der Optimierung für Strecken nach der spezifizierten Hochrechnung

Die entsprechenden Werte der Leistungsfähigkeiten für die Gleisgruppen ergeben sich zu:

Gleisgruppen – spezifizierte Hochrechnung							
GG_i	GG_1	GG_2	GG_3	GG_4	GG_5	GG_6	GG_7
$n_{GG_{max,s}}$	97	97	104	106	104	82	84
$n_{GG_{verb,s}}$	10	34	24	29	14	29	43
GG_i	...Gleisgruppe i						
$n_{GG_{i,max}}$...vorhandene Kapazität der Gleisgruppe						
$n_{GG_{i,verb}}$...verbrauchte Kapazität der Gleisgruppe nach Optimierung						

Tabelle 30: Obergrenzen der Kapazität und Ergebnisse der Optimierung für Gleisgruppen nach der spezifizierten Hochrechnung

Die Ergebnisse nach der Optimierung und die zugehörigen Grenzen für die spezifizierte Hochrechnung der Mischungsverhältnisse für die Fahrstraßenknoten sind nachfolgender Tabelle 31 zu entnehmen.

Fahrstraßenknoten – spezifizierte Hochrechnung														
$FK_{i,r}$	$FK_{1,a}$	$FK_{2,a}$	$FK_{3,a}$	$FK_{4,a}$	$FK_{5,a}$	$FK_{6,a}$	$FK_{7,a}$	$FK_{1,b}$	$FK_{2,b}$	$FK_{3,b}$	$FK_{4,b}$	$FK_{5,b}$	$FK_{6,b}$	$FK_{7,b}$
$n_{FK_{max,s}}$	89	51	89	89	56	37	69	47	89	86	69	56	70	56
$n_{FK_{verb,s}}$	10	20	24	10	14	29	29	10	24	14	19	14	29	14
$FK_{i,r}$...Fahrstraßenknoten i und Lage zur Gleisgruppe (a / b)													
$n_{FK_{i,r,max}}$...vorhandene Kapazität des Fahrstraßenknotens													
$n_{FK_{i,r,verb}}$...verbrauchte Kapazität des Fahrstraßenknotens nach Optimierung													

Tabelle 31: Obergrenzen der Kapazität und Ergebnisse der Optimierung in Fahrstraßenknoten nach der spezifizierten Hochrechnung

Die Aufteilung der Güterzüge auf die entsprechenden Relationen und deren Alternativen ergeben sich nach der Optimierung wie folgt.

Optimierung	lineare Hochrechnung	spezifizierte Hochrechnung
Zielfunktion	49,582	50,582
$n_{R_{1,1}}$	10	10
$n_{R_{1,2}}$	0	0
$n_{R_{1,3}}$	0	0
$n_{R_{1,4}}$	0	0
$n_{R_{2,1}}$	18	19
$n_{R_{2,2}}$	0	0
$n_{R_{2,3}}$	0	0
$n_{R_{2,4}}$	0	0
$n_{R_{3,1}}$	10	10
$n_{R_{3,2}}$	14	14
$n_{R_{3,3}}$	0	0
$n_{R_{3,4}}$	0	0
Summe	52	53

Tabelle 32: Vergleich der linearen und spezifizierten Berechnungen anhand der Güterzugfahrten

In Tabelle 32 wurde zudem noch einmal das Ergebnis des letzten Iterationsschrittes der linearen Hochrechnung dargestellt. Im Vergleich zur linearen Hochrechnung kann bei der spezifizierten Berechnung auf der Laufwegrelation $n_{R_{2,1}}$ ein zusätzlicher Zug verkehren. Daraus folgt eine Gesamtzuganzahl von 53 Zugfahrten bei der spezifizierten und 52 Zugfahrten bei der linearen Hochrechnung im vorgestellten Beispielnetz. Wird die

Grundbelastung des Personenverkehrs (vgl. Tabelle 11) zu den Ergebnissen des Güterverkehrs aus Tabelle 32 berücksichtigt, ergibt sich eine Gesamtbelastung des Beispielnetzes zu 73 Zugfahrten, wenn spezifiziert optimiert wurde, und 72 Zugfahrten, wenn eine lineare Optimierung zugrunde liegt.

Nachfolgende Abbildung 18 stellt die Ergebnisse aus Tabelle 32 noch einmal visuell dar. Dabei ist zu erkennen, dass auf allen verwendeten Relationen die Zuganzahl identisch ist. Ausnahme bildet die Relation $n_{R_{2,1}}$ bei der bei der spezifizierten Hochrechnung ein Zug zusätzlich ermittelt wurde.

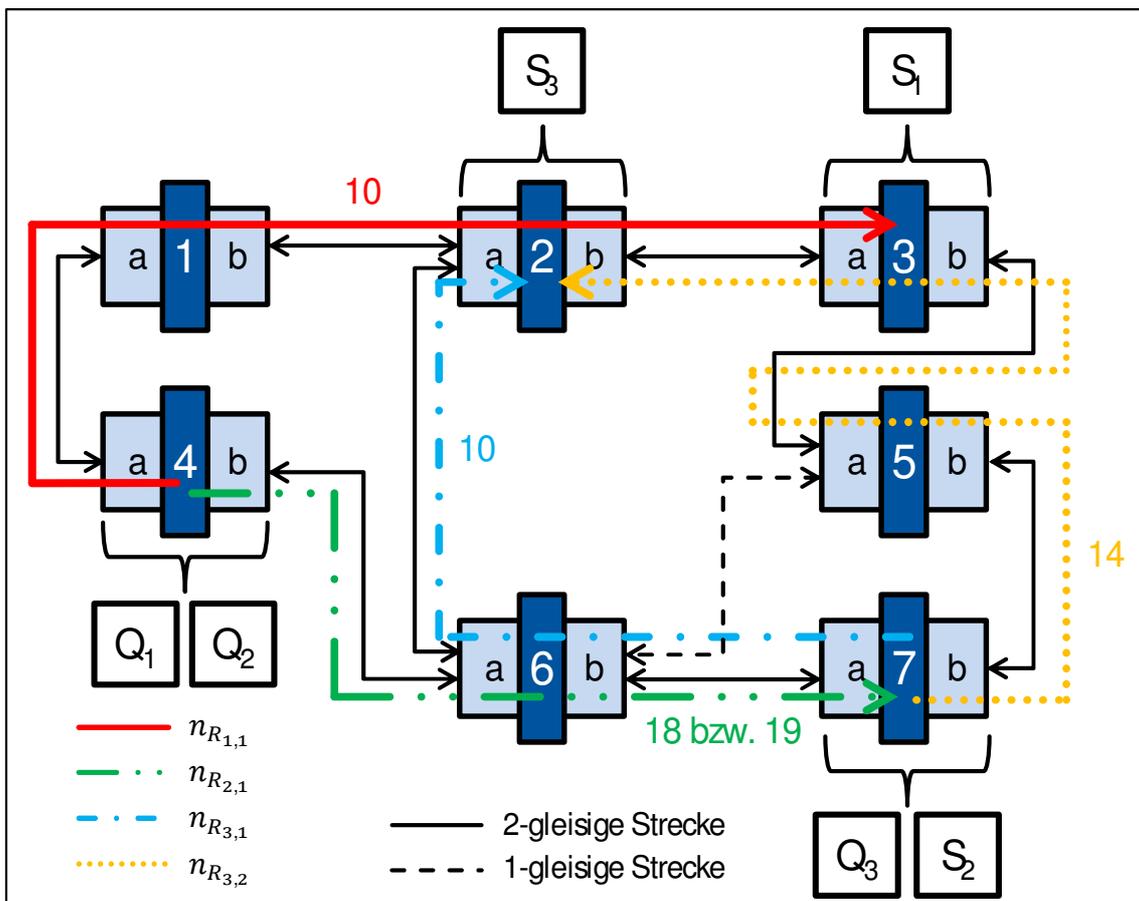


Abbildung 18: Routing der Güterzüge nach der Optimierung

Weitere Beispielberechnungen für dieses Netzwerk wurden ebenfalls in [42], [43] und [44] veröffentlicht.

6.5 Großes Beispielnetz

Das Vorgehen aus den vorherigen Unterkapiteln soll an dieser Stelle auf ein weiteres Eisenbahnnetz mit 51 Knoten angewandt werden. Die Netzgröße entspricht in etwa dem makroskopischen Streckennetz von Nordrhein-Westfalen, wenn das Netz ausschließlich auf Knoten mit einem planmäßigen Fernverkehrshalt reduziert wird. Zusätzlich sollten

alle Knoten berücksichtig werden, in denen Personen- und Güterzüge beginnen und enden und die Knoten bzw. Abzweigstellen, an denen eine Durchmischung der Verkehre stattfinden kann.

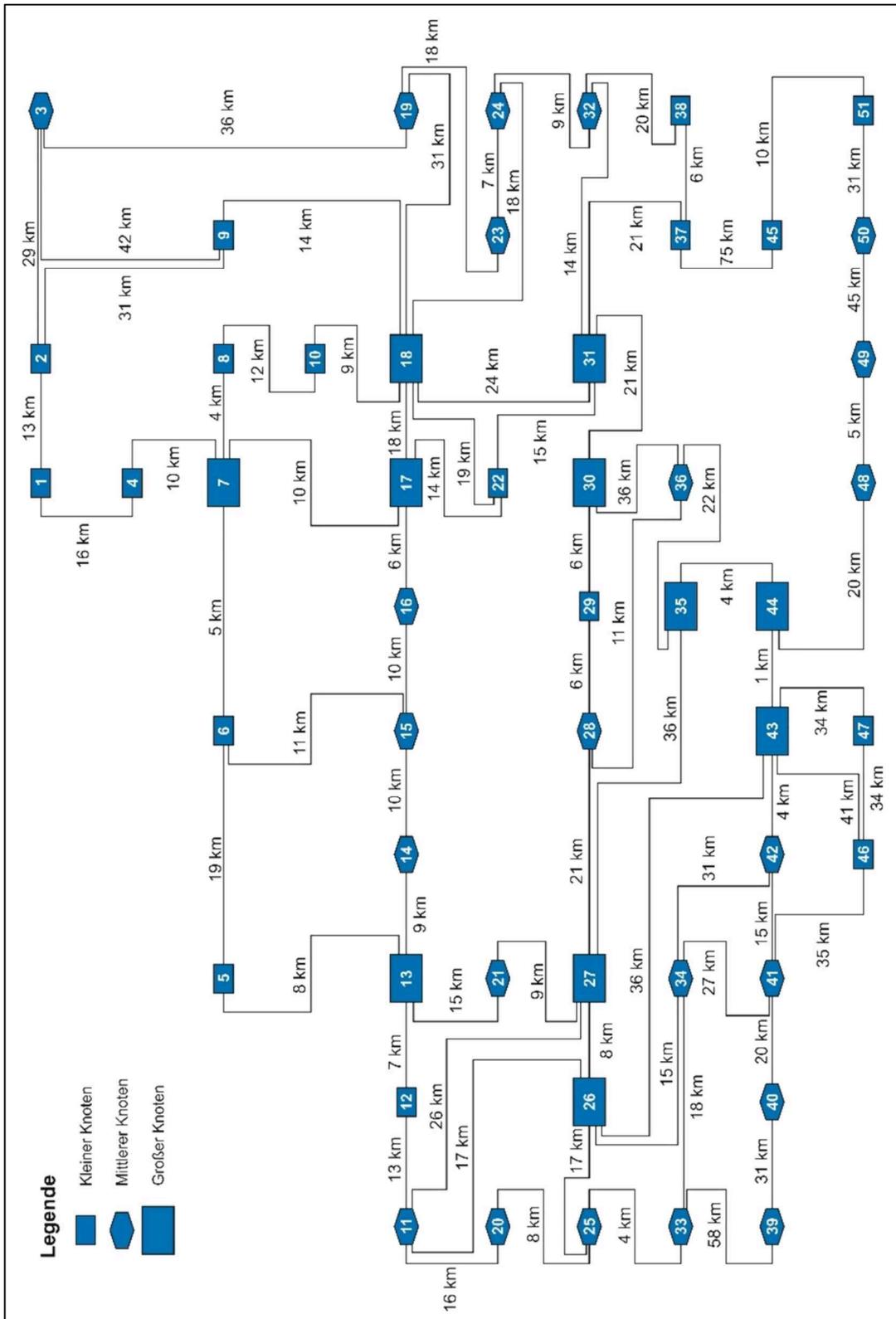


Abbildung 19: Darstellung großes Beispielnetz (51 Knoten)

Als Voraussetzungen gilt ebenfalls, dass ein Knoten aus einer Gleisgruppe und zwei Fahrstraßenknoten besteht. Sollte ein Kopfbahnhof vorliegen oder ein Bahnhof einen Endpunkt im Teilnetz darstellen ohne Anknüpfung einer weiteren Strecke, so ist ein Fahrstraßenknoten mit der Kapazität 0 zu versehen. Dies stellt sicher, dass der Solver keine Zugfahrt über diesen fiktiven zweiten Fahrstraßenknoten routen würde.

Des Weiteren gilt als Annahme, dass alle vorliegenden Strecken zweigleisig ausgebaut sind. Die zweigleisigen Strecken werden als Kanten mit Richtungsbezug angelegt. Alle Strecken und Gleise in einer Gleisgruppe sollen sich in diesem Beispiel gegenseitig vertreten können, insofern die Grundbelastung durch die Personenzüge noch weitere Fahrpläne für die Güterzüge zulassen sollten. Dies bedeutet, dass die Laufwegsuche im betrachteten Netz alle möglichen Alternativen findet, ohne dass eine Strecke beispielsweise aufgrund fehlender Elektrifizierung von der Routensuche ausgeschlossen werden muss. Für die Gleisgruppe bedeutet die gegenseitige Vertretbarkeit der Gleise, dass die ermittelte Kapazität als Obergrenze angesetzt werden kann, ohne dass eine genaue Laufwegsuche im Knoten benötigt wird.

Die in Abbildung 19 aufgeführten Knoten werden hinsichtlich der Anzahl der Gleise n_{GG} in der Gleisgruppe wie folgt unterschieden.

n_{GG}	Knotennummern mit entsprechender Gleisanzahl																		
2	8	10	38	45	46	47													
3	1	2	4	9	37	51													
4	5	6	12	22	29														
6	3	14	15	19	20	21	23	24	28	32	34	36	39	40	41	42	48	49	50
8	11	16	25	33															
10	7	13	17	18	26	30	35	43	44										
12	27	31																	

Tabelle 33: Einteilung der Knoten hinsichtlich ihrer Gleisanzahl n_{GG}

Die jeweils linken Fahrstraßenknoten in der Abbildung 19 werden nachfolgend als $FK_{i,a}$ und die rechten als $FK_{i,b}$ bezeichnet, wobei der Index i der Knotennummer entspricht.

Die Bezeichnung der Strecken $S_{i,j}$ erfolgt auch hier durch die Nummerierung der angrenzenden Knoten i und j . Die Entfernungen zwischen den jeweiligen Knoten sowie die Einteilung der Strecken durch die Streckengeschwindigkeiten sind in Abbildung 19 bzw. in nachfolgender Tabelle 34 dargestellt.

100 km/h	120 km/h		140 km/h		160 km/h		200 km/h	250 km/h
$S_{18,31}$	$S_{6,15}$	$S_{15,6}$	$S_{2,9}$	$S_{9,2}$	$S_{1,2}$	$S_{2,1}$	$S_{40,41}$	$S_{41,42}$
$S_{31,18}$	$S_{11,20}$	$S_{20,11}$	$S_{7,6}$	$S_{6,7}$	$S_{3,2}$	$S_{2,3}$	$S_{41,40}$	$S_{42,41}$
$S_{26,34}$	$S_{11,12}$	$S_{12,11}$	$S_{5,6}$	$S_{6,5}$	$S_{3,9}$	$S_{9,3}$	$S_{48,49}$	
$S_{34,26}$	$S_{12,13}$	$S_{13,12}$	$S_{5,13}$	$S_{13,5}$	$S_{1,4}$	$S_{4,1}$	$S_{49,48}$	
$S_{30,36}$	$S_{20,25}$	$S_{25,20}$	$S_{7,8}$	$S_{8,7}$	$S_{3,19}$	$S_{19,3}$		
$S_{36,30}$	$S_{33,34}$	$S_{34,33}$	$S_{8,10}$	$S_{10,8}$	$S_{4,7}$	$S_{7,4}$		
$S_{32,38}$	$S_{34,41}$	$S_{41,34}$	$S_{10,18}$	$S_{18,10}$	$S_{7,17}$	$S_{17,7}$		
$S_{38,32}$	$S_{34,42}$	$S_{42,34}$	$S_{9,18}$	$S_{18,9}$	$S_{11,26}$	$S_{26,11}$		
$S_{37,38}$	$S_{31,37}$	$S_{37,31}$	$S_{11,27}$	$S_{27,11}$	$S_{15,16}$	$S_{16,15}$		
$S_{38,37}$	$S_{37,45}$	$S_{45,37}$	$S_{13,14}$	$S_{14,13}$	$S_{16,17}$	$S_{17,16}$		
$S_{43,44}$	$S_{46,47}$	$S_{47,46}$	$S_{13,21}$	$S_{21,13}$	$S_{17,18}$	$S_{18,17}$		
$S_{44,43}$	$S_{49,50}$	$S_{50,49}$	$S_{21,27}$	$S_{27,21}$	$S_{17,22}$	$S_{22,17}$		
	$S_{50,51}$	$S_{51,50}$	$S_{14,15}$	$S_{15,14}$	$S_{18,22}$	$S_{22,18}$		
	$S_{51,45}$	$S_{45,51}$	$S_{18,19}$	$S_{19,18}$	$S_{22,31}$	$S_{31,22}$		
	$S_{46,41}$	$S_{41,46}$	$S_{25,26}$	$S_{26,25}$	$S_{19,23}$	$S_{23,19}$		
			$S_{25,33}$	$S_{33,25}$	$S_{23,24}$	$S_{24,23}$		
			$S_{26,27}$	$S_{27,26}$	$S_{24,18}$	$S_{18,24}$		
			$S_{27,28}$	$S_{28,27}$	$S_{24,32}$	$S_{32,24}$		
			$S_{27,35}$	$S_{35,27}$	$S_{26,43}$	$S_{43,26}$		
			$S_{28,29}$	$S_{29,28}$	$S_{28,36}$	$S_{36,28}$		
			$S_{29,30}$	$S_{30,29}$	$S_{35,36}$	$S_{36,35}$		
			$S_{30,31}$	$S_{31,30}$	$S_{42,43}$	$S_{43,42}$		
			$S_{31,32}$	$S_{32,31}$	$S_{44,46}$	$S_{46,44}$		
			$S_{33,39}$	$S_{39,33}$	$S_{44,48}$	$S_{48,44}$		
			$S_{35,44}$	$S_{44,35}$	$S_{43,47}$	$S_{47,43}$		
			$S_{39,40}$	$S_{40,39}$				

Tabelle 34: Zuordnung der Streckengeschwindigkeiten

6.5.1 Eingangsgrößen zur Berechnung der Leistungsfähigkeiten im großen Beispielnetz

Für alle zu ermittelnden Leistungsfähigkeiten in diesem Beispiel wird wie schon im kleinen Beispielnetz ein Untersuchungszeitraum von 5 Stunden vorausgesetzt.

Es wird ebenfalls davon ausgegangen, dass ausschließlich je ein Modellzug für die Kategorie der Fernverkehrszüge und der Nahverkehrszüge im Personenverkehr sowie ein Modellzug für den Güterverkehr verwendet wird (vgl. Tabelle 17). Jedoch ist eine Aufschlüsselung in weitere unterschiedliche Modellzuggruppen möglich.

Zusätzlich sind die in Tabelle 17 verwendeten Ränge, die maximale Geschwindigkeit v_{max} , die Häufigkeit für das Auftreten einer Einbruchsverspätung p_{VE} und die mittlere Einbruchsverspätung \bar{t}_{VE} auch für dieses Beispielnetz anzunehmen.

Für das Teilnetz aus Abbildung 19 werden hinsichtlich der Strecken, Fahrstraßenknoten und Gleisgruppen verschiedene Mindestzugfolgezeiten beziehungsweise entsprechende Ein- und Ausfahrsperrzeiten sowie die benötigten Haltezeiten angesetzt. Diese werden aufgrund der Geschwindigkeiten der Strecken und der Größe des Knotens in Abhängigkeit der Gleisanzahl geschätzt. Alternativ ist es möglich diese Zeiten nach [74] zu ermitteln.

Für die Strecken werden die folgenden Mindestzugfolgezeiten verwendet. Sollte die Höchstgeschwindigkeit des Zuges über der Streckengeschwindigkeit liegen, so wird für den Zug die Streckengeschwindigkeit verwendet. Andersherum gilt, sollte ein Zug eine geringere Höchstgeschwindigkeit als die Streckengeschwindigkeit aufweisen, wird die geringere Geschwindigkeit maßgeblich.

Beispielhaft sind in Tabelle 35 die Mindestzugfolgezeiten für eine zweigleisige Strecke mit einer Streckengeschwindigkeit von 160 km/h dargestellt. Diese Mindestzugfolgezeiten entsprechen den Werten aus dem kleinen Beispielnetz. Sollten Unterschiede zwischen der Richtungen 1 und der Richtung 2 auftreten, sind diese zum Beispiel mit der Länge der Blockabschnitte oder der Neigungen in der Trassierung zu begründen. Alle weiteren verwendeten Mindestzugfolgezeiten in Minuten in Abhängigkeit der Streckengeschwindigkeit sind im Anhang aufgeführt. Da von einer zweigleisigen Strecke ausgegangen wird, indem sich Fahrten in der Gegenrichtung ausschließen, sind für die Mindestzugfolgezeiten der Züge in Richtung 1 mit den Zügen der Richtung 2 keine Zeiten hinterlegt.

Zuggattung	ICE ₁	RE ₁	IRC ₁	ICE ₂	RE ₂	IRC ₂
ICE ₁	3,94	3,94	3,38	---	---	---
RE ₁	3,94	3,94	3,58	---	---	---
IRC ₁	11,5	11,5	6,90	---	---	---
ICE ₂	---	---	---	3,94	3,94	3,38
RE ₂	---	---	---	3,94	3,94	3,58
IRC ₂	---	---	---	11,5	11,5	6,90

Tabelle 35: Mindestzugfolgezeiten Strecke mit $v = 160$ km/h

Die Bahnhöfe werden gemäß ihrer Gleisanzahl in die Kategorien klein, mittel und groß eingeteilt. Dabei zählen zu den kleinen Bahnhöfen die Knoten mit einer Gleisanzahl kleiner 5. Die Bahnhöfe mit 5 bis 8 Gleisen gehören zur mittleren Kategorie und alle Knoten mit mehr als 8 Gleisen gehören zur großen Kategorie.

Gleisgruppe	ICE			RE			FGz		
Kategorie	klein	mittel	groß	klein	mittel	groß	klein	mittel	groß
Einfahrtsperrzeit	1,5	2,0	2,0	2,0	3,5	3,5	2,5	2,5	2,5
Haltezeit	0,0	0,0	2,0	1,0	1,0	1,0	0,0	0,0	0,0
Ausfahrtsperrzeit	1,5	1,5	2	2	2,5	2,5	2,0	2,0	2,5
Einfädeln	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	1,5	3,0

Tabelle 36: Sperr- und Haltezeiten für die Berechnung der Gleisgruppen

Für die Berechnung der Kapazitäten in den Gleisgruppen, werden die Werte aus Tabelle 36 verwendet, wobei lediglich eine Unterscheidung der Bahnhöfe in die Kategorien klein, mittel oder groß vorgenommen wird.

Wie in Abschnitt 6.2 bereits beschrieben wurde, werden für die Abschätzung des Zeitbedarfs der einzelnen Zugfahrten im Fahrstraßenknoten die Ein- und Ausfahrtsperrzeiten der Züge in der Gleisgruppe berücksichtigt (vgl. Tabelle 36).

Sollte es auch hier zu keinem Fahrtenausschluss zwischen zwei Zügen kommen, so ist die Mindestzugfolgezeit für diesen Zugfolgefall entsprechend gleich 0.

Zuggattung	ICE ₁	RE ₁	FGz ₁	ICE ₂	RE ₂	FGz ₂
ICE ₁	1,5	1,5	1,5	0,0	1,5	0,0
RE ₁	2,0	2,0	2,0	2,0	2,0	2,0
FGz ₁	2,5	2,0	2,0	0,0	2,0	0,0
ICE ₂	0,0	1,5	0,0	1,5	1,5	1,5
RE ₂	2,0	2,0	2,0	2,0	2,0	2,0
FGz ₂	0,0	2,0	0,0	2,0	2,0	2,0

Tabelle 37: Mindestzugfolgezeiten des kleinen Fahrstraßenknotens in Minuten

Tabelle 37 kann ebenso für die mittleren und großen Fahrstraßenknoten aufgestellt werden. Jedoch wurden hier einige Anpassung hinsichtlich der Mindestzugfolgezeiten im Gegenzug zu den Ein- und Ausfahrtsperrzeiten aus Tabelle 36 vorgenommen. Der Grund hierfür liegt in der Annahme, dass der gemeinsame Laufweg der Zugfahrten in einem größeren Fahrstraßenknoten geringer ist und somit nach Durchführung der Zugfahrt der Laufweg schneller wieder frei gegeben werden kann. Auch die sich kreuzenden Zugfahrten werden vereinfachend als geringer angesehen, da die Voraussetzung besteht, dass sich alle Gleise der Gleisgruppe gegenseitig vertreten können.

Somit werden die nachfolgenden Mindestzugfolgezeiten für die mittlere und größte Kategorie der Fahrstraßenknoten angenommen.

Zuggattung	ICE ₁	RE ₁	FGz ₁	ICE ₂	RE ₂	FGz ₂
ICE ₁	1,5	1,5	1,5	0,0	1,5	0,0
RE ₁	2,0	2,0	2,0	1,0	1,0	2,0
FGz ₁	2,0	2,0	2,0	0,0	2,0	0,0
ICE ₂	0,0	1,5	0,0	1,5	1,5	1,5
RE ₂	1,0	1,0	2,0	2,0	2,0	2,0
FGz ₂	0,0	2,0	0,0	2,0	2,0	2,0

Tabelle 38: Mindestzugfolgezeiten des mittleren Fahrstraßenknotens in Minuten

Zuggattung	ICE ₁	RE ₁	FGz ₁	ICE ₂	RE ₂	FGz ₂
ICE ₁	1,5	1,0	2,0	0,0	0,0	0,0
RE ₁	1,0	1,5	2,0	0,0	0,0	0,0
FGz ₁	1,0	1,0	2,0	0,0	0,0	0,0
ICE ₂	0,0	0,0	0,0	1,5	1,0	2,0
RE ₂	0,0	0,0	0,0	1,0	1,5	2,0
FGz ₂	0,0	0,0	0,0	1,0	1,0	2,0

Tabelle 39: Mindestzugfolgezeiten des großen Fahrstraßenknotens in Minuten

Würde in den Fahrstraßenknoten die Mindestzugfolgezeit der einmündenden Strecken verwendet, so wird oftmals die Leistungsfähigkeit des Fahrstraßenknotens unterschätzt. Der gewählte Ansatz birgt jedoch das Risiko, dass die Leistungsfähigkeit überschätzt wird, da ein Zug nicht in der angegebenen Mindestzugfolgezeit einem vorausfahrenden Zug folgen kann, da die Zugfolgezeit auf der Strecke höher ist [47]. Es liegt dadurch eine Abhängigkeit zwischen den einzelnen Elementen der Infrastruktur vor, für die es derzeit keine Verrechnungsmöglichkeit gibt. Diese Abhängigkeit, soll jedoch nicht durch die Mindestzugfolgezeiten abgebildet werden, sondern jedes Teilsegment soll hinsichtlich der Leistungsfähigkeit separat betrachtet werden.

Es wird also davon ausgegangen, dass vor jedem Element eine unendliche Warteschlange existiert und, sobald der nächste Zug dem vorausfahrenden Zug folgen kann, dieser auch bedient wird. Eine Abhängigkeit der einzelnen Netzsegmente wird im Nachgang mithilfe der Optimierung abgebildet, da nur maximal so viele Züge einen Abschnitt belegen können, wie es die Kapazität des Abschnittes zulässt.

Zusätzlich muss eine Fahrtenausschlussmatrix für jeden Bahnhof aufgestellt werden. Darin wird eine Einteilung vorgenommen, welche Fahrten sich im Fahrstraßenknoten gegenseitig ausschließen und welche parallel durchgeführt werden können. Über die Fahrtenausschlussmatrix kann später die Verkettungszahl φ bestimmt werden.

Um die Kapazitäten für die Gleisgruppe ermitteln zu können wird neben der Gleisanzahl n_G des Bahnhofs auch das zulässige Qualitätsniveau $p_{W,zul}$ benötigt. Die Gleisanzahl ist

in Tabelle 33 aufgeführt. Für $p_{W,zul}$ werden die Regelwerte aus Tabelle 3 in Abschnitt 3.7 für die Bahnsteiggleise verwendet. Für die Variationskoeffizienten der Ankunftsabstände wird $v_A = 0,8$ angenommen, da so die Ankünfte als teilweise zufällig abgebildet werden können.

Die Grundbelastung des Teilnetzes ist anhand der vorhandenen Laufwege und die Anzahl der Zugfahrten in den beiden nachfolgenden Tabellen dargestellt (vgl. Tabelle 40 und Tabelle 41).

Personennahverkehr					
Laufweg	Anz.	Laufweg	Anz.	Laufweg	Anz.
3,2,1,4,7	6	39,33,25,20,11,12,13,14,15,16	9	43,44,35,36,30	6
7,4,1,2,3	6	16,15,14,13,12,11,20,25,33,39	9	30,36,35,44,43	6
2,9,18,17,7	3	11,26,43	3	32,31,30	3
7,17,18,9,2	3	43,26,11	3	30,31,32	3
3,9	6	25,26,27,28	6	44,48,49,50,51	6
9,3	6	28,27,26,25	6	51,50,49,48,44	6
9,18,22,31	3	11,27,35	6	31,37,45,51	6
31,22,18,9	3	35,27,11	6	51,45,37,31	6
3,19,23,24,32,38,37	6	26,34,41,46	3	18,19	6
37,38,32,24,23,19,3	6	46,41,34,26	3	19,18	6
8,7,6,5,13	6	33,34,42,43	3	13,21,27,35	6
13,5,6,7,8	6	43,42,34,33	3	35,27,21,13	6
8,10,18	3	39,40,41,42,43,44	6	16,17	3
18,10,8	3	44,43,42,41,40,39	6	17,16	3
17,22,31,30	6	46,43	3	27,28	3
30,31,22,17	6	43,46	3	28,27	3
18,17,16,15,14,13	3	46,47	3	35,44	3
13,14,15,16,17,18	3	47,46	3	44,35	3
5,6,7,17,18,24	3	28,29,30	12		
24,18,17,7,6,5	3	30,29,28	12		

Tabelle 40: Referenzbetriebsprogramm der Personennahverkehrszüge im großen Beispielnetz

Personenfernverkehr		Güterverkehr			
Laufweg	Anz.	Laufweg	Anz.	Laufweg	Anz.
11,12,13	1	3,2,1	1	11,20,25,33,39	5
13,12,11	1	1,2,3	1	39,33,25,20,11	8
11,20,25,33,39	2	1,4,7	1	11,26,34,42	4
39,33,25,20,11	2	7,4,1	1	42,34,26,11	4
39,40,41,42,43	2	1,4,7,6,15	3	13,21,27,26,34	4
43,42,41,40,39	2	15,6,7,4,1	2	34,26,27,21,13	5
43,26,27,21,13,14,15,16,17,18,19,3	1	5,13,14,15	4	26,27,35,44	2
3,19,18,17,16,15,14,13,21,27,26,43	1	15,14,13,5	5	44,35,27,26	2
17,18,19	2	3,9,18,31	1	33,34	5
19,18,17	2	31,18,9,3	2	34,33	4
13,21,27,35,44	1	19,18,17,16,15	3	39,40,41,42	7
44,35,27,21,13	1	15,16,17,18,19	3	42,41,40,39	6
44,35,36,30,31,32,24,23,19	3	7,17,22,31	1	31,37,45,51	1
19,23,24,32,31,30,36,35,44	3	31,22,17,7	1	51,45,37,31	1
44,48,49,50,51	3	19,23,24,32,31,30,36	2		
51,50,49,48,44	3	36,30,31,32,24,23,19	4		
47,43	3	28,36,35,44,48,49,50,51	2		
43,47	3	51,50,49,48,44,35,36,28	2		

Tabelle 41: Referenzbetriebsprogramm für den Personenfern- und Güterverkehr im großen Beispielnetz

Die in Tabelle 41 aufgeführten Laufwege und Anzahlen des Güterverkehrs werden ausschließlich für die Kapazitätsbestimmung des ersten Optimierungsschrittes benötigt. Im Folgenden sind die im nachfolgenden Unterabschnitt erläuterten Laufwege zu optimieren.

6.5.2 Laufwege und Zielfunktion im großen Beispielnetz

Für das Eisenbahnnetz mit 51 Knoten werden zur Aufstellung der Zielfunktion ebenfalls die Quellen und Senken für den Güterverkehr benötigt. Hierfür wurden jeweils die folgenden Relationen und deren Gegenrichtungen analysiert.

- Relation 1: von Knoten 11 zum Knoten 46
- Relation 2: von Knoten 46 zum Knoten 11
- Relation 3: von Knoten 5 zum Knoten 18
- Relation 4: von Knoten 18 zum Knoten 5
- Relation 5: von Knoten 1 zum Knoten 51
- Relation 6: von Knoten 51 zum Knoten 1

Für jede Relation sollen die zehn wirtschaftlichsten Alternativen (Alt.) in Bezug auf die Länge der Laufwege gefunden werden. Dadurch ergeben sich die nachfolgenden Laufwege und die daraus resultierenden Längen der jeweiligen Laufwege (vgl. Tabelle 42).

Relation 1			Relation 2		
Alt.	Laufweg	Länge	Alt.	Laufweg	Länge
1	11,26,43,46	94	1	46,43,26,11	94
2	11,26,34,41,46	94	2	46,41,34,26,11	94
3	11,26,43,42,41,46	107	3	46,41,42,43,26,11	107
4	11,20,25,33,34,41,46	108	4	46,43,44,35,27,26,11	108
5	11,26,34,42,46	108	5	46,42,34,26,11	108
6	11,27,26,43,46	111	6	46,43,26,27,11	111
7	11,27,26,34,41,46	111	7	46,41,34,26,27,11	111
8	11,26,34,42,41,46	113	8	46,41,42,34,26,11	113
9	11,20,25,26,43,46	118	9	46,43,26,25,20,11	118
10	11,26,43,47,46	121	10	46,47,43,26,11	121
Relation 3			Relation 4		
Alt.	Laufweg	Länge	Alt.	Laufweg	Länge
1	5,6,1,7,8,10,18	49	1	18,10,8,7,1,6,5	49
2	5,6,7,17,18	52	2	18,17,7,6,5	52
3	5,6,15,16,17,18	64	3	18,17,16,15,6,5	64
4	5,6,7,17,22,18	67	4	18,22,17,7,6,5	67
5	5,6,15,16,17,7,8,10,18	79	5	18,10,8,7,17,16,15,6,5	79
6	5,6,15,16,17,7,8,10,18	81	6	18,10,8,7,17,16,15,6,5	81
7	5,6,7,4,1,2,9,18	108	7	18,9,2,1,4,7,6,5	108
8	5,13,21,27,28,29,30,31,18	110	8	18,31,30,29,28,27,21,13,5	110
9	5,13,21,27,28,29,30,31,22,18	120	9	18,22,31,30,29,28,27,21,13,5	120
10	5,13,12,11,26,27,28,29,30,31,18	131	10	18,31,30,29,28,27,26,11,12,13,5	131
Relation 5			Relation 6		
Alt.	Laufweg	Länge	Alt.	Laufweg	Länge
1	1,4,7,17,22,31,37,45,51	171	1	51,45,37,31,22,17,7,4,1	171
2	1,4,7,8,10,18,31,37,45,51	181	2	51,45,37,31,18,10,8,7,4,1	181
3	1,4,7,17,18,31,37,45,51	184	3	51,45,37,31,18,17,7,4,1	184
4	1,2,9,18,31,37,45,51	188	4	51,45,37,31,18,9,2,1	188
5	1,4,7,8,10,18,24,32,38,37,45,51	189	5	51,45,37,38,32,24,18,10,8,7,4,1	189
6	1,4,7,17,22,31,32,38,37,45,51	190	6	51,45,37,38,32,31,22,17,7,4,1	190
7	1,4,7,17,18,24,32,38,37,45,51	192	7	51,45,37,38,32,24,18,17,7,4,1	192
8	1,2,9,18,24,32,38,37,45,51	196	8	51,45,37,38,32,24,18,9,2,1	196
9	1,4,7,8,10,18,31,32,38,37,45,51	200	9	51,45,37,38,32,31,18,10,8,7,4,1	200
10	1,2,9,18,24,32,31,37,45,51	205	10	51,45,37,31,32,24,18,9,2,1	205

Tabelle 42: Laufwege der Relationen für den Güterverkehr nach der Routensuche im großen Beispielnetz

Die dazugehörige Zielfunktion ist in Formel 6.16 dargestellt.

$$\begin{aligned}
 \max c^T \cdot n_{R_{n,m}} = & n_{R_{1,1}} + n_{R_{1,2}} + 0,878 n_{R_{1,3}} + 0,87 n_{R_{1,4}} + 0,87 n_{R_{1,5}} & 6.16 \\
 & + 0,846 n_{R_{1,6}} + 0,846 n_{R_{1,7}} + 0,831 n_{R_{1,8}} + 0,796 n_{R_{1,9}} \\
 & + 0,776 n_{R_{1,10}} + n_{R_{2,1}} + n_{R_{2,2}} + 0,878 n_{R_{2,3}} + 0,87 n_{R_{2,4}} \\
 & + 0,87 n_{R_{2,5}} + 0,846 n_{R_{2,6}} + 0,846 n_{R_{2,7}} + 0,831 n_{R_{2,8}} \\
 & + 0,796 n_{R_{2,9}} + 0,776 n_{R_{2,10}} + n_{R_{3,1}} + 0,942 n_{R_{3,2}} \\
 & + 0,765 n_{R_{3,3}} + 0,731 n_{R_{3,4}} + 0,62 n_{R_{3,5}} + 0,604 n_{R_{3,6}} \\
 & + 0,453 n_{R_{3,7}} + 0,445 n_{R_{3,8}} + 0,408 n_{R_{3,9}} + 0,374 n_{R_{3,10}} \\
 & + n_{R_{4,1}} + 0,942 n_{R_{4,2}} + 0,765 n_{R_{4,3}} + 0,731 n_{R_{4,4}} + 0,62 n_{R_{4,5}} \\
 & + 0,604 n_{R_{4,6}} + 0,453 n_{R_{4,7}} + 0,445 n_{R_{4,8}} + 0,408 n_{R_{4,9}} \\
 & + 0,374 n_{R_{4,10}} + n_{R_{5,1}} + 0,944 n_{R_{5,2}} + 0,929 n_{R_{5,3}} \\
 & + 0,909 n_{R_{5,4}} + 0,904 n_{R_{5,5}} + 0,9 n_{R_{5,6}} + 0,89 n_{R_{5,7}} \\
 & + 0,872 n_{R_{5,8}} + 0,855 n_{R_{5,9}} + 0,834 n_{R_{5,10}} + n_{R_{6,1}} \\
 & + 0,944 n_{R_{6,2}} + 0,929 n_{R_{6,3}} + 0,909 n_{R_{6,4}} + 0,904 n_{R_{6,5}} \\
 & + 0,9 n_{R_{6,6}} + 0,89 n_{R_{6,7}} + 0,872 n_{R_{6,8}} + 0,855 n_{R_{6,9}} \\
 & + 0,834 n_{R_{6,10}}
 \end{aligned}$$

c Kostenvektor

$n_{R_{n,m}}$ Vektor der Anzahl der Zugfahrten jeder Quelle-Senke-Relation r und der Alternative m (vgl. Tabelle 12)

6.5.3 Kapazitätsermittlung und Ergebnisse im großen Beispielnetz

Um für das große Beispielnetz die notwendigen Kapazitätsgrenzen zu ermitteln, werden ebenfalls wie im vorherigen Beispielnetz die Ansätze verwendet, denen die außerplanmäßigen Wartezeiten zugrunde liegen. Dafür werden die in Unterabschnitt 6.5.1 bereits vorgestellten Mindestzugfolgezeiten sowie die Ein- und Ausfahrsperrzeiten als Input benutzt. Im Anschluss wird die Anzahl der Güterzüge zunächst anhand der linearen Hochrechnung bestimmt und den Werten der spezifizierten Hochrechnung gegenübergestellt (vgl. Unterabschnitt 4.4.4).

Die Kapazitätsgrenzen entsprechen, wenn möglich einer optimalen Leistungsfähigkeit des Infrastruktursegmentes. Sollte durch die Anzahl der Reisezüge im Referenzbetriebsprogramm die optimale Kapazität schon beansprucht werden, so wird in diesem Beispiel für das entsprechende Element kein Güterzugverkehr verkehren. Alternativ könnten aber auch die Werte des nächst schlechteren Qualitätsniveaus angesetzt werden. Dies bedeutet, dass wenn möglich eine risikobehaftete Qualität angenommen wird. Reicht auch diese nicht aus, muss von einem mangelhaften Wert ausgegangen werden. In diesem Beispiel wird jedoch stets mit der optimalen Leistungsfähigkeit gerechnet.

Nachdem die Leistungsfähigkeit um die vorhandene Anzahl der Personenzüge auf dem jeweiligen Infrastrukturelement verringert wurde, ergeben sich die nachfolgenden Kapazitätsreserven. Diese Reserven können durch die Optimierung bestmöglich für den Güterzugverkehr ausgenutzt werden. In Tabelle 43 werden die möglichen Restkapazitäten der Knoten K_i durch die Gleisgruppen GG_i sowie der zum Knoten zugehörigen Fahrstraßenknoten $FK_{i,a}$ bzw. $FK_{i,b}$ dargestellt.

K_i	GG_i	$FK_{i,a}$	$FK_{i,b}$	K_i	GG_i	$FK_{i,a}$	$FK_{i,b}$	K_i	GG_i	$FK_{i,a}$	$FK_{i,b}$
K_1	36	42	45	K_{18}	134	36	33	K_{35}	131	26	42
K_2	31	45	40	K_{19}	45	52	14	K_{36}	63	67	16
K_3	64	30	0	K_{20}	56	36	34	K_{37}	26	45	34
K_4	36	42	42	K_{21}	71	42	42	K_{38}	12	34	67
K_5	61	41	40	K_{22}	56	40	40	K_{39}	61	34	39
K_6	55	37	37	K_{23}	63	37	37	K_{40}	69	39	39
K_7	159	49	32	K_{24}	56	37	32	K_{41}	54	34	34
K_8	18	45	49	K_{25}	99	24	34	K_{42}	54	32	43
K_9	31	39	44	K_{26}	152	40	44	K_{43}	152	41	47
K_{10}	24	49	49	K_{27}	179	25	29	K_{44}	136	31	42
K_{11}	97	28	39	K_{28}	71	45	47	K_{45}	10	45	45
K_{12}	35	37	37	K_{29}	46	34	34	K_{46}	18	45	49
K_{13}	135	36	29	K_{30}	137	28	44	K_{47}	5	49	50
K_{14}	50	35	35	K_{31}	192	49	16	K_{48}	64	40	40
K_{15}	51	35	34	K_{32}	56	37	32	K_{49}	64	40	40
K_{16}	117	38	45	K_{33}	108	34	27	K_{50}	64	40	40
K_{17}	149	43	37	K_{34}	91	41	45	K_{51}	9	34	45

Tabelle 43: Restkapazitäten der Knoten des großen Beispielnetzes – lineare Berechnung – Ausgangslage

Die ermittelten Leistungsfähigkeiten für die jeweilige Strecke zwischen den Knoten i und dem Knoten j sind in Tabelle 44 aufgeführt.

Strecke	Kap.								
$S_{1,2}$	16	$S_{9,18}$	15	$S_{22,31}$	15	$S_{28,36}$	25	$S_{37,45}$	14
$S_{2,1}$	16	$S_{10,8}$	14	$S_{31,22}$	14	$S_{36,28}$	25	$S_{45,37}$	14
$S_{2,9}$	22	$S_{11,20}$	9	$S_{18,31}$	9	$S_{28,29}$	13	$S_{39,40}$	11
$S_{9,2}$	22	$S_{20,11}$	9	$S_{31,18}$	9	$S_{29,28}$	13	$S_{40,39}$	11
$S_{3,2}$	16	$S_{11,26}$	17	$S_{18,19}$	17	$S_{29,30}$	13	$S_{40,41}$	10
$S_{2,3}$	16	$S_{26,11}$	17	$S_{19,18}$	17	$S_{30,29}$	13	$S_{41,40}$	10
$S_{3,9}$	16	$S_{11,27}$	19	$S_{19,23}$	19	$S_{30,36}$	6	$S_{41,42}$	10
$S_{9,3}$	14	$S_{27,11}$	19	$S_{23,19}$	19	$S_{36,30}$	7	$S_{42,41}$	10
$S_{1,4}$	14	$S_{11,12}$	10	$S_{23,24}$	10	$S_{30,31}$	6	$S_{42,43}$	14
$S_{4,1}$	14	$S_{12,11}$	10	$S_{24,23}$	10	$S_{31,30}$	6	$S_{43,42}$	14
$S_{3,19}$	19	$S_{12,13}$	10	$S_{24,18}$	10	$S_{31,32}$	12	$S_{43,46}$	25
$S_{19,3}$	19	$S_{13,12}$	10	$S_{18,24}$	10	$S_{32,31}$	12	$S_{46,43}$	25
$S_{4,7}$	14	$S_{13,14}$	7	$S_{24,32}$	7	$S_{32,38}$	11	$S_{43,44}$	5
$S_{7,4}$	14	$S_{14,13}$	7	$S_{32,24}$	7	$S_{38,32}$	11	$S_{44,43}$	5
$S_{7,6}$	11	$S_{13,21}$	12	$S_{20,25}$	12	$S_{33,39}$	8	$S_{44,48}$	9
$S_{6,7}$	12	$S_{21,13}$	12	$S_{25,20}$	12	$S_{39,33}$	8	$S_{48,44}$	10
$S_{5,6}$	16	$S_{21,27}$	12	$S_{25,26}$	12	$S_{33,34}$	19	$S_{48,49}$	9
$S_{6,5}$	16	$S_{27,21}$	12	$S_{26,25}$	12	$S_{34,33}$	19	$S_{49,48}$	9
$S_{5,13}$	14	$S_{14,15}$	7	$S_{25,33}$	7	$S_{34,41}$	18	$S_{46,47}$	18
$S_{13,5}$	14	$S_{15,14}$	7	$S_{33,25}$	7	$S_{41,34}$	18	$S_{47,46}$	18
$S_{6,15}$	25	$S_{15,16}$	8	$S_{26,27}$	8	$S_{34,42}$	19	$S_{43,47}$	23
$S_{15,6}$	25	$S_{16,15}$	8	$S_{27,26}$	8	$S_{42,34}$	19	$S_{47,43}$	23
$S_{7,17}$	16	$S_{16,17}$	13	$S_{26,34}$	13	$S_{35,44}$	4	$S_{49,50}$	8
$S_{17,7}$	16	$S_{17,16}$	13	$S_{34,26}$	13	$S_{44,35}$	4	$S_{50,49}$	8
$S_{7,8}$	19	$S_{17,18}$	8	$S_{26,43}$	8	$S_{35,36}$	10	$S_{50,51}$	8
$S_{8,7}$	19	$S_{18,17}$	8	$S_{43,26}$	8	$S_{36,35}$	9	$S_{51,50}$	8
$S_{8,10}$	22	$S_{17,22}$	16	$S_{27,28}$	16	$S_{31,37}$	14	$S_{51,45}$	14
$S_{10,8}$	22	$S_{22,17}$	16	$S_{28,27}$	16	$S_{37,31}$	14	$S_{45,51}$	14
$S_{10,18}$	22	$S_{18,22}$	25	$S_{27,35}$	25	$S_{37,38}$	11	$S_{46,41}$	18
$S_{18,10}$	22	$S_{22,18}$	25	$S_{35,27}$	25	$S_{38,37}$	11	$S_{41,46}$	18

Tabelle 44: Restkapazitäten der Strecken des großen Beispielnetzes – lineare Berechnung – Ausgangslage

Die Zwischenschritte der Iteration der Leistungsfähigkeiten und die entsprechenden Kapazitätsverbräuche für die lineare Berechnung des großen Beispielnetzes sind im Anhang aufgeführt.

Die Ausgangskapazitäten für die spezifizierte Hochrechnung für die Knoten sind in der nachfolgenden Tabelle 45 und die dazugehörigen Kapazitäten für die Strecken in Tabelle 46 dargestellt.

K_i	GG_i	$FK_{i,a}$	$FK_{i,b}$	K_i	GG_i	$FK_{i,a}$	$FK_{i,b}$	K_i	GG_i	$FK_{i,a}$	$FK_{i,b}$
K_1	36	46	46	K_{18}	121	38	34	K_{35}	117	26	44
K_2	31	46	38	K_{19}	46	52	17	K_{36}	64	89	18
K_3	65	29	0	K_{20}	60	41	39	K_{37}	25	46	34
K_4	36	46	46	K_{21}	74	47	47	K_{38}	12	34	89
K_5	61	46	38	K_{22}	56	38	38	K_{39}	64	39	45
K_6	55	38	38	K_{23}	64	41	41	K_{40}	71	45	45
K_7	147	51	33	K_{24}	56	41	35	K_{41}	58	39	39
K_8	16	46	51	K_{25}	106	27	39	K_{42}	57	39	39
K_9	31	38	46	K_{26}	146	46	54	K_{43}	152	39	45
K_{10}	22	51	51	K_{27}	162	30	28	K_{44}	122	29	44
K_{11}	105	35	38	K_{28}	70	46	46	K_{45}	12	46	46
K_{12}	35	37	37	K_{29}	46	34	34	K_{46}	16	46	51
K_{13}	124	38	34	K_{30}	124	29	48	K_{47}	20	51	51
K_{14}	54	37	37	K_{31}	176	51	20	K_{48}	63	41	41
K_{15}	54	37	37	K_{32}	56	41	35	K_{49}	63	41	41
K_{16}	124	37	52	K_{33}	116	39	33	K_{50}	63	41	41
K_{17}	137	46	38	K_{34}	97	55	55	K_{51}	9	34	46

Tabelle 45: Restkapazitäten der Knoten des großen Beispielnetzes – spezifizierte Berechnung – Ausgangslage

Strecke	Kap.								
S _{1,2}	15	S _{9,18}	16	S _{22,31}	14	S _{28,36}	25	S _{37,45}	17
S _{2,1}	15	S _{10,8}	16	S _{31,22}	14	S _{36,28}	25	S _{45,37}	17
S _{2,9}	21	S _{11,20}	10	S _{18,31}	25	S _{28,29}	13	S _{39,40}	14
S _{9,2}	21	S _{20,11}	12	S _{31,18}	25	S _{29,28}	13	S _{40,39}	12
S _{3,2}	15	S _{11,26}	20	S _{18,19}	10	S _{29,30}	13	S _{40,41}	12
S _{2,3}	15	S _{26,11}	20	S _{19,18}	10	S _{30,29}	13	S _{41,40}	11
S _{3,9}	15	S _{11,27}	16	S _{19,23}	12	S _{30,36}	10	S _{41,42}	11
S _{9,3}	18	S _{27,11}	16	S _{23,19}	9	S _{36,30}	14	S _{42,41}	10
S _{1,4}	15	S _{11,12}	12	S _{23,24}	12	S _{30,31}	7	S _{42,43}	8
S _{4,1}	15	S _{12,11}	12	S _{24,23}	9	S _{31,30}	10	S _{43,42}	8
S _{3,19}	14	S _{12,13}	12	S _{24,18}	20	S _{31,32}	13	S _{43,46}	20
S _{19,3}	14	S _{13,12}	12	S _{18,24}	20	S _{32,31}	13	S _{46,43}	20
S _{4,7}	15	S _{13,14}	9	S _{24,32}	12	S _{32,38}	16	S _{43,44}	8
S _{7,4}	15	S _{14,13}	9	S _{32,24}	9	S _{38,32}	16	S _{44,43}	8
S _{7,6}	12	S _{13,21}	15	S _{20,25}	9	S _{33,39}	9	S _{44,48}	9
S _{6,7}	12	S _{21,13}	13	S _{25,20}	12	S _{39,33}	10	S _{48,44}	15
S _{5,6}	12	S _{21,27}	15	S _{25,26}	16	S _{33,34}	21	S _{48,49}	9
S _{6,5}	12	S _{27,21}	13	S _{26,25}	16	S _{34,33}	21	S _{49,48}	9
S _{5,13}	15	S _{14,15}	9	S _{25,33}	9	S _{34,41}	21	S _{46,47}	21
S _{13,5}	16	S _{15,14}	9	S _{33,25}	10	S _{41,34}	21	S _{47,46}	21
S _{6,15}	25	S _{15,16}	8	S _{26,27}	13	S _{34,42}	21	S _{43,47}	17
S _{15,6}	25	S _{16,15}	8	S _{27,26}	13	S _{42,34}	21	S _{47,43}	17
S _{7,17}	15	S _{16,17}	14	S _{26,34}	20	S _{35,44}	8	S _{49,50}	10
S _{17,7}	15	S _{17,16}	14	S _{34,26}	20	S _{44,35}	7	S _{50,49}	12
S _{7,8}	16	S _{17,18}	9	S _{26,43}	17	S _{35,36}	15	S _{50,51}	10
S _{8,7}	16	S _{18,17}	9	S _{43,26}	17	S _{36,35}	9	S _{51,50}	12
S _{8,10}	21	S _{17,22}	15	S _{27,28}	12	S _{31,37}	17	S _{51,45}	17
S _{10,8}	21	S _{22,17}	15	S _{28,27}	12	S _{37,31}	17	S _{45,51}	17
S _{10,18}	21	S _{18,22}	20	S _{27,35}	8	S _{37,38}	16	S _{46,41}	21
S _{18,10}	21	S _{22,18}	20	S _{35,27}	8	S _{38,37}	16	S _{41,46}	21

Tabelle 46: Restkapazitäten der Strecken des großen Beispielnetzes – spezifizierte Berechnung – Ausgangslage

Das Endergebnis nach der linearen Optimierung, sowie die Lösung nach der spezifizierten Hochrechnung der Güterzüge sind in Tabelle 47 dargestellt.

Optimierungsergebnisse									
Laufweg	linear			spez.	Laufweg	linear			spez.
	6. Schritt	7. Schritt	8. Schritt	1. Schritt		6. Schritt	7. Schritt	8. Schritt	1. Schritt
$n_{R1,1}$	0	0	0	16	$n_{R4,1}$	12	3	12	4
$n_{R1,2}$	14	0	14	0	$n_{R4,2}$	0	9	0	8
$n_{R1,3}$	0	0	0	0	$n_{R4,3}$	0	0	0	0
$n_{R1,4}$	0	0	0	0	$n_{R4,4}$	0	0	0	0
$n_{R1,5}$	0	0	0	0	$n_{R4,5}$	0	0	0	0
$n_{R1,6}$	0	0	0	0	$n_{R4,6}$	0	0	0	0
$n_{R1,7}$	0	0	0	0	$n_{R4,7}$	0	0	0	0
$n_{R1,8}$	0	0	0	0	$n_{R4,8}$	6	0	6	10
$n_{R1,9}$	0	0	0	0	$n_{R4,9}$	0	0	0	0
$n_{R1,10}$	0	0	0	0	$n_{R4,10}$	0	0	0	0
$n_{R2,1}$	0	15	0	0	$n_{R5,1}$	2	0	2	0
$n_{R2,2}$	1	0	1	0	$n_{R5,2}$	0	0	0	0
$n_{R2,3}$	0	0	0	0	$n_{R5,3}$	0	0	0	0
$n_{R2,4}$	0	0	0	0	$n_{R5,4}$	0	0	0	0
$n_{R2,5}$	0	0	0	0	$n_{R5,5}$	0	0	0	0
$n_{R2,6}$	0	0	0	0	$n_{R5,6}$	0	0	0	0
$n_{R2,7}$	0	0	0	0	$n_{R5,7}$	0	0	0	0
$n_{R2,8}$	0	0	0	0	$n_{R5,8}$	7	7	7	5
$n_{R2,9}$	0	0	0	0	$n_{R5,9}$	0	0	0	0
$n_{R2,10}$	0	0	0	0	$n_{R5,10}$	0	0	0	0
$n_{R3,1}$	3	12	3	12	$n_{R6,1}$	0	2	0	4
$n_{R3,2}$	9	0	9	0	$n_{R6,2}$	0	0	0	0
$n_{R3,3}$	0	0	0	0	$n_{R6,3}$	0	0	0	0
$n_{R3,4}$	0	0	0	0	$n_{R6,4}$	0	0	0	0
$n_{R3,5}$	0	0	0	0	$n_{R6,5}$	0	0	0	0
$n_{R3,6}$	0	0	0	0	$n_{R6,6}$	0	0	0	0
$n_{R3,7}$	0	0	0	0	$n_{R6,7}$	0	0	0	0
$n_{R3,8}$	0	6	0	4	$n_{R6,8}$	0	0	0	0
$n_{R3,9}$	0	0	0	0	$n_{R6,9}$	0	0	0	0
$n_{R3,10}$	0	0	0	0	$n_{R6,10}$	0	0	0	0
Ziel-funktion	49,252	49,252	49,252	54,126					
Summe	54	54	54	63					

Tabelle 47: Ergebnisse des großen Beispielnetzes für die lineare und spezifizierte Hochrechnung

Das Gleichungssystem mit der Lösung aus Tabelle 47 ermittelt im 8. Schritt der linearen Berechnung die gleichen Werte wie sie schon im 6. Optimierungsschritt vorlagen. Ebenso sind die Werte des 9. Schritts identisch mit denen aus dem 7. Schritt. Das Gleichungssystem liefert demnach also keine eindeutige Lösung bei der Ermittlung durch

eine linearere Hochrechnung der Zugfahrten, vielmehr kommt es zu einer Schleife zwischen den drei in Tabelle 47 dargestellten Lösungsschritten. Es ergibt sich in diesem Fall jedoch im 6. und 7. Schritt ausschließlich bei der Wahl der Laufwege eine Abweichung. Die mögliche Güterzugzahl bleibt in beiden Schritten identisch.

Es ergeben sich 54 zusätzliche Güterzugfahrten im gesamten Netz, wenn die Lösung über die lineare Hochrechnung und die Iterationsschleifen ermittelt wurde. Wird die spezifizierte Hochrechnung betrachtet, können 63 zusätzliche Güterzüge durch das Netz geroutet werden. Insgesamt wurde eine Grundbelastung von 282 Personenzügen auf dem betrachteten Eisenbahnnetz angesetzt. Die mögliche Gesamtzuganzahl auf diesem Netz ergibt bei der linearen Hochrechnung 336 Züge und bei der spezifizierten Hochrechnung 345 Züge. Dies entspricht einem Zuwachs von zusätzlichen Zugfahrten von ca. 16 % bei der linearen und ca. 18 % bei der spezifizierten Hochrechnung.

Dieses Beispiel liefert, wie oben bereits beschrieben wurde, keine eindeutige Lösung, da ab dem 6. Berechnungsschritt das Gleichungssystem zwischen zwei Lösungen alterniert. Wird die Abweichung ε als Abbruchkriterium herangezogen, so ergeben sich die nachfolgenden Abweichungen der Güterzugfahrten des jeweiligen Berechnungsschritts bezogen auf die vorherige Lösung des Gleichungssystems.

Optimierung	1. Schritt	2. Schritt	3. Schritt	4. Schritt	5. Schritt	6. Schritt	7. Schritt	8. Schritt
Summe	63	54	54	54	54	54	54	54
Abweichung ε in %	14,286	0	0	0	0	0	0	0

Tabelle 48: Abbruchkriterium ε im großen Beispielnetz – lineare Hochrechnung

Es wird deutlich, dass die mögliche Anzahl der Güterzüge bereits im 2. Berechnungsschritt ermittelt wurde. Jedoch liegt die Abweichung ε der Güterzuganzahl bei 14,286 %. Die in Abschnitt 6.4 angesetzte Grenze von 2 % für ε ist demnach noch nicht eingehalten. Ab dem 3. Berechnungsschritt ist die ermittelte Zuganzahl und damit die Abweichung identisch, es kommt ausschließlich zu einer Veränderung in der Wahl der Laufwege.

Daher wird der in Abschnitt 6.4 aufgestellte Vorschlag für eine Durchführung von 5 Iterationsschleifen oder eine Abweichung des Mischungsverhältnisses zum vorherigen Berechnungsschritt kleiner 2 %, also $\varepsilon < 2\%$ beibehalten (vgl. Unterabschnitt 4.6.2).

Im Anhang wird für das vorgestellte Teilnetz noch ein weiteres Beispiel aufgeführt, welches die aufgeführten Vorschläge der Abbruchkriterien bestätigen (vgl. Tabelle 69 bis Tabelle 90).

7 Abbruchkriterien, Konvergenz und Laufzeit des Verfahrens

Die Ermittlung der optimalen Ausnutzung der Restkapazitäten eines Eisenbahnnetzes kann, wie im Unterabschnitt 4.4.4 beschrieben, mittels einer linearen und einer spezifizierten Hochrechnung erfolgen.

Bei der Berechnung der Leistungsfähigkeiten durch eine lineare Hochrechnung ergibt sich die Problematik, dass nach jedem Optimierungsschritt eine Überprüfung dieser Kapazitäten erfolgen muss. Für die Laufzeit beziehungsweise das Konvergenzverhalten kann es so zu den folgenden Einschränkungen kommen.

Ist k die Anzahl der durchgeführten Optimierungsschritte, so wird im besten Fall im Optimierungsschritt k , wie es im kleinen Beispielnetz gezeigt wurde, eine identische Lösung zum Optimierungsschritt $k - 1$ gefunden (vgl. Abschnitt 6.4). Dies bedeutet, dass die Lösung gegen diesen Lösungswert der Zielfunktion konvergiert. Im idealen Fall ist die Anzahl der Zugfahrten je Laufweg im Schritt k ebenfalls identisch zum Schritt $k - 1$. Andernfalls bedeutet eine identische Lösung der Zielfunktion bei abweichender Zuganzahl der Laufwegrelationen, dass eine gleichwertige Lösung des Gleichungssystems gefunden wurde.

Ein weiterer Fall, welcher während der Optimierung auftreten kann, ist das Vorliegen einer Berechnungsschleife. Dies bedeutet, dass im k -ten Optimierungsschritt eine identische Lösung zu einem vorherigen Schritt l gefunden wurde. Dabei gilt, dass die beiden Schritte k und l nicht aufeinander folgen, da ansonsten der im vorherigen Absatz beschriebene Fall eintreten würde. Gemäß der Annahme, dass Schritt k und Schritt l nicht benachbart sind, ergibt sich die folgende Abhängigkeit. Schritt $k + 1$ und Schritt $l + 1$ sowie eventuelle Schritte $k + 2$ und $l + 2$ bis $k + i$ und $l + i$ werden ebenfalls eine identische Lösung liefern.

So muss, sollte weiterhin eine lineare Hochrechnung der Zugfahrten erfolgen, ein weiteres Abbruchkriterium definiert werden. Dafür ist zu unterscheiden, in wie weit die einzelnen Ergebnisse des jeweiligen Optimierungsschritts voneinander abweichen. Im besten Fall kann durch die Auswertung dieser Ergebnisse eine Zuganzahl ermittelt werden, gegen die die Iteration konvergiert. Gegebenenfalls ist hierfür der geringere Lösungswert zu akzeptieren.

Sollten die Lösungen aber zu weit voneinander entfernt liegen, ist zu überlegen, ob eine Minimumbildung der jeweiligen Ergebnisse vorgenommen werden soll. Der Vorteil für die Verwendung der Lösung mit der geringsten Zuganzahl ist, dass diese Anzahl der Zugfahrten in der Regel auch das Teilnetz befahren können. Das Ergebnis würde also

nicht überschätzt. Andererseits ist es in Realität aber möglich, dass die jeweiligen Strecken und Knoten nicht wirtschaftlich ausgelastet sind und noch weitere Zugfahrten durchgeführt werden könnten.

Durch die in den Abschnitten 4.7, 6.4 und 6.5.3 beschriebenen und benötigten Iterationsschleifen, wurde im Ablaufdiagramm in Abbildung 14 das Abbruchkriterium $k \geq n$, mit k gleich der Anzahl der Iterationsschleifen und n gleich einer maximalen Anzahl an Iterationsdurchläufen, definiert. Durch die Auswertung der Beispielrechnungen ist zu empfehlen, die Berechnung mittels linearer Hochrechnung für $n = 5$ abubrechen. Zusätzlich ist nach jedem Iterationsschritt die Anzahl der Güterzugfahrten zu überprüfen. Durch die Bestimmung der prozentualen Abweichung ε der Güterzuganzahl nach jedem Optimierungsschritt, wird bei einer Abweichung $\varepsilon \leq 2\%$ empfohlen, die Optimierung ebenfalls zu beenden. Für die spezifizierte Hochrechnung erfolgt die Iteration während der Ermittlung der Leistungsfähigkeiten, so dass die Optimierung daher nur einmal durchzuführen ist (vgl. Unterabschnitt 4.4.4).

Um das Konvergenzverhalten abbilden zu können, kann auf die Darstellung der Auswirkung des Mischungsverhältnisses aus Abbildung 11 in Unterabschnitt 4.6.1 verwiesen werden. Hemminki untersuchte in [26] die Auswirkung verschiedener Mischungsverhältnisse auf die Leistungsfähigkeit von Mischverkehrsstrecken, wie sie in Abbildung 11 und Abbildung 12 schon für eine alternative Strecke vorgestellt wurden. Ebenfalls mit einer fixen Zuganzahl wurde in [26] das Mischungsverhältnis mit einer Schrittweite von 20 % permutiert und die entsprechenden Leistungsfähigkeiten auf den analysierten Strecken analytisch ermittelt.

Mithilfe der in [26] ermittelten Daten wurden für diese Arbeit die Bereiche der lokalen Minima ermittelt, welche sich jeweils im Zweidimensionalen auf die Veränderung des Mischungsverhältnisses zwischen zwei Verkehrsarten ergeben (vgl. Abbildung 11).

In den nachfolgenden Abbildungen wurden für alle in [26] betrachteten Streckenkategorien die lokalen Minima der Leistungsfähigkeiten ermittelt und in Form eines Boxplot-Diagramms für die jeweiligen Qualitätsstufen aufgetragen. Dabei wurden jeweils der Median, das 25 %-Quantil sowie das 75 %-Quantil ausgegeben. Mit einem „+“ wurde der Mittelwert gekennzeichnet.

Es wird zunächst ausschließlich das Verhalten der Leistungsfähigkeit zwischen dem Personenfernverkehr und dem Güterverkehr über alle Streckenkategorien betrachtet (vgl. Abbildung 20).

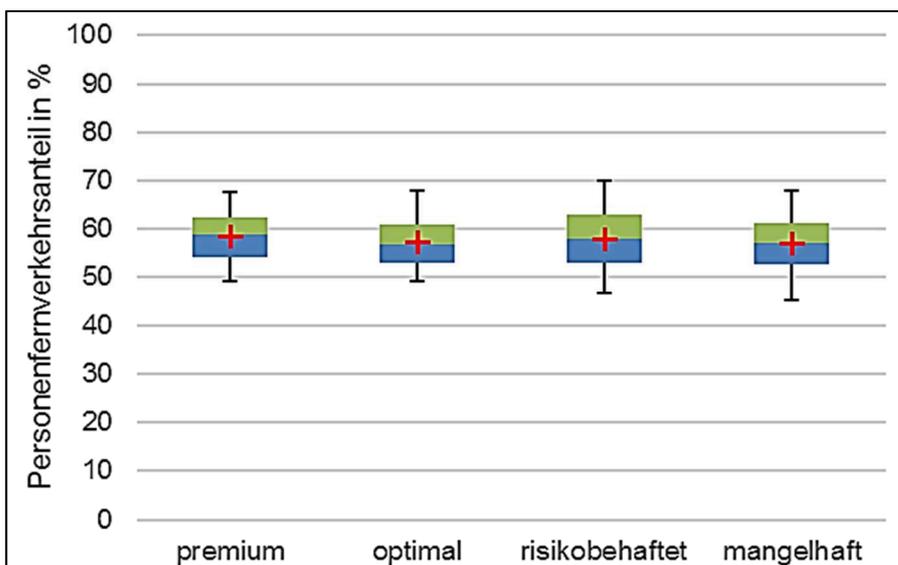


Abbildung 20: Lokalen Minima der Leistungsfähigkeiten im Vergleich Personenfernverkehr zu Güterverkehr über alle Streckenkategorien

Bei dieser Auswertung ist ersichtlich, dass die Bereiche der lokalen Minima in den einzelnen Qualitätsstufen sehr nah beieinanderliegen. Der jeweils kleinste Wert bei den betrachteten Strecken liegt bei allen Qualitätsstufen in dem Bereich zwischen 45 und 50 %. Die maximalen Werte liegen in einem Bereich zwischen 67 und 70 %. Der Mittelwert ist im Bereich zwischen 57 und 59 %.

Werden im Anschluss für dieselben Verkehrsarten ausschließlich die in [26] betrachteten Mischverkehrsstrecken näher beleuchtet, so ergibt sich nahezu dieselbe Aufteilung (vgl. Abbildung 21). Die kleinsten Werte befinden sich ebenfalls im Bereich zwischen 45 und 50 % und die maximalen Werte in einem Bereich zwischen 64 und 70 %. Der Mittelwert liegt in etwa bei 47,5 %.

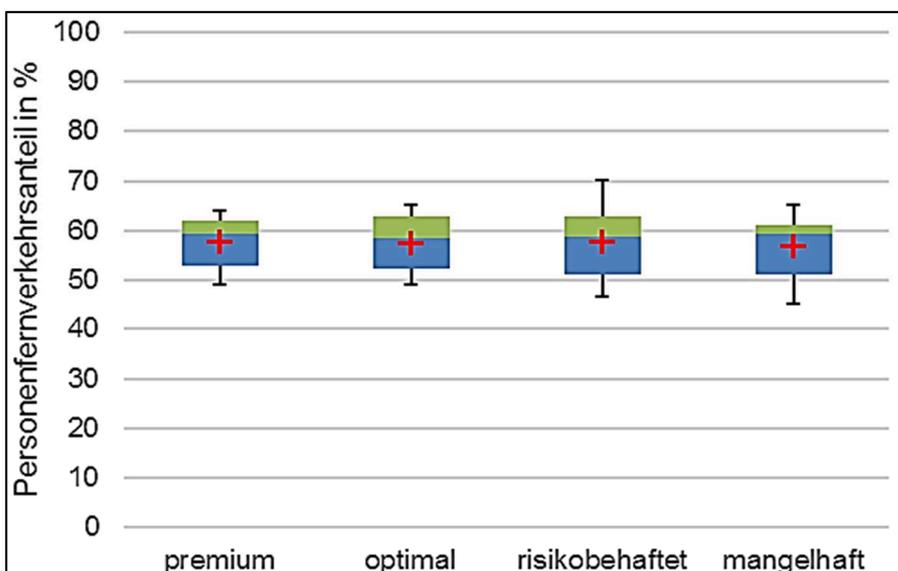


Abbildung 21: Lokalen Minima der Leistungsfähigkeiten im Vergleich Personenfernverkehr zu Güterverkehr über alle Mischverkehrsstrecken

Eine identische Auswertung wurde für die Unterteilung zwischen dem Personennahverkehr und dem Güterverkehr erstellt. Dort liegen die Bereiche für die Betrachtung aller Streckenkategorien für die geringsten Werte zwischen 52 und 56 % und für die größten Werte bei genau 100 % Personennahverkehrsanteil. Der Mittelwert des lokalen Minimums liegt bei ungefähr 80 %. Werden auch hier nur die Mischverkehrsstrecken betrachtet, bleiben die Grenzen für die minimalen und maximalen Bereiche identisch. Der Mittelwert befindet sich nun in einem Bereich zwischen 75 und 80 %. Die entsprechenden Boxplot-Diagramme sind im Anhang dargestellt.

Um zusätzlich eine Aussage für Strecken treffen zu können, bei denen alle drei Verkehrsarten (Personenfern-, Personennahverkehr und Güterverkehr) fahren, wurde zusätzlich eine Auswertung für die lokalen Minima für die dreidimensionale Darstellung vorgenommen (vgl. Abbildung 12, Unterabschnitt 4.6.1). Hierfür wurden, für die von Hemminki analysierten Strecken, die lokalen Minima in Abhängigkeit des Personenfern- und des Personennahverkehrsanteils bestimmt. Die jeweiligen Datenpunkte des Mischungsverhältnisses dieser beiden Verkehrsarten sind in nachfolgender Abbildung 22 für eine optimale Betriebsqualität der Strecken dargestellt.

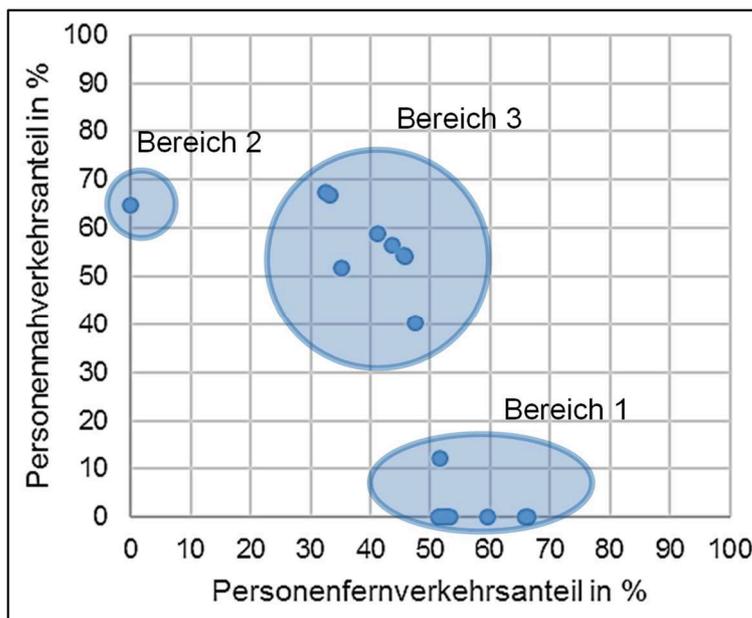


Abbildung 22: Lokale Minima in Abhängigkeit des Personenfern- und Personennahverkehrsanteils

Es wird deutlich, dass in Abbildung 22 drei Wertebereiche für die lokalen Minima vorliegen. Der erste sowie der zweite Wertebereich besitzen nahezu keinen Personenfern- oder Personennahverkehrsanteil. Der erste Bereich enthält in Abbildung 22 nahezu keinen Personennahverkehrsanteil. Die Werte des Personenfernverkehrs liegen demnach in einem Bereich zwischen 50 und 67 %. Der Personennahverkehr liegt in der Regel bei 0 %, zumindest aber kleiner als 15 %. Der zweite Bereich besitzt keinen Personenfernverkehrsanteil und der Nahverkehrsanteil liegt bei 65 %. Im dritten Bereich befinden sich

die Werte für den Personenfernverkehr zwischen 30 und 50 % und für den Personennahverkehr zwischen 40 und 70 %. Die entsprechenden Auswertungen für die anderen Qualitätsbereiche premium, risikobehaftet und mangelhaft sind im Anhang aufgeführt.

Um die Konvergenz des angewendeten Verfahrens zu beweisen, muss die zweidimensionale Darstellung der Parabel aus Abbildung 11 in die beiden Betrachtungen links und rechts der minimalen Kapazität unterteilt werden. Dafür wird der Reisezuganteil des lokalen Minimums benötigt und mit $p_{Rz,min}$ gekennzeichnet. Der erste zu betrachtende Fall soll den Bereich links des Kapazitätsminimums beschreiben, d. h. der Reisezuganteil p_{Rz} ist geringer als oder gleich dem lokalen Minimum mit dem Reisezuganteil $p_{Rz,min}$. Der zweite Fall beschreibt den rechten Parabelast, bei dem der Reisezuganteil größer als $p_{Rz,min}$ ist.

Zunächst ist die oberste Bedingung für beide Betrachtungsfälle, dass die Grundbelastung, also das Referenzbetriebsprogramm zum Beginn der Optimierung, zulässig ist. Die für die Optimierung vorhandenen Restkapazitäten müssen demnach einen Wert größer oder gleich null besitzen.

Als erstes wird der Fall betrachtet, bei dem in der Ausgangslage der Reisezuganteil links des lokalen Minimums der Kapazität liegt ($p_{Rz} < p_{Rz,min}$). Werden nach der Ermittlung der Leistungsfähigkeiten die Güterzüge auf den entsprechenden Teilsegmenten geroutet, so nimmt der Reisezuganteil durch die Erhöhung der Güterzüge auf dem entsprechenden Segment ab. Dies bedeutet, dass die Überprüfung der Kapazität im nächsten Iterationsschritt eingehalten wird, da mit diesem neuen Mischungsverhältnis eine höhere Kapazität errechnet wird. Die neue Kapazität liegt demnach über der alten. Die Iteration kann solange wiederholt werden, bis es zum Abbruch durch das Erreichen der zulässigen Wartezeit durch die vorhandene Wartezeit kommt. Die Kapazität ist sowohl bei der linearen als auch bei der spezifizierten Hochrechnung grundsätzlich durch die (monoton) steigenden Güterzugzahlen beschränkt. Die Iteration konvergiert.

Im zweiten Betrachtungsfall, bei dem der Reisezuganteil p_{Rz} höher als der Reisezuganteil des Minimums $p_{Rz,min}$ ist, ist eine Unterteilung für die spezifizierten und die lineare Hochrechnung vorzunehmen. Für die spezifizierte Ermittlung der maximal möglichen Kapazitäten und damit der zulässigen Anzahl der Güterzugfahrten wird im Algorithmus zunächst von einem Reisezuganteil von 100 % ausgegangen. Die Güterzuganzahl wird iterativ erhöht und damit sowohl das Mischungsverhältnis als auch die vorhandene und zulässige Wartezeit kontinuierlich angepasst. Erreicht die vorhandene die zulässige Wartezeit, konvergiert die Iteration ebenfalls.

Wird der zweite Betrachtungsfall für eine lineare Hochrechnung analysiert, so liefert im Allgemeinen der vorherige Iterationsschritt eine zu hohe Kapazität, da durch das Routen der Güterzüge eine Verringerung des Reisezuganteils einhergeht. Sind die neuen Kapazitäten deutlich geringer als die vorherigen Kapazitäten, so dass alle im vorherigen

Schritt gerouteten Güterzüge auf dem Teilsegment wieder entfernt werden müssen, ist eine Konvergenz nicht mehr sichergestellt. Da dies durch das Vorgehen der spezifizierten Hochrechnung verhindert werden kann, ist letztgenanntes Verfahren zu befürworten.

Da die Leistungsfähigkeitsberechnung im Eisenbahnwesen in Deutschland, auf einer Unterteilung des Netzwerks in unabhängige Teilsegmente basieren, skaliert der Aufwand für die Ermittlung dieser Leistungsfähigkeit des Netzwerks linear mit der Anzahl der jeweiligen Segmente. Die Laufzeit der Optimierung für das große Beispielnetz kann mit weniger als einer Sekunde angegeben werden.

8 Ergebnisdarstellung

Als Ergebnis der Optimierung kann, wie in den Abschnitten 6.4 und 6.5.3 dargestellt wurde, eine Kennzahl für das gesamte Eisenbahnnetz ausgewiesen werden. Dafür ist die maximale mögliche Anzahl der Güterzüge unmittelbar nach der Optimierung oder die Gesamtanzahl inklusive des zuvor fixierten Personenverkehrs auszuweisen.

Zusätzlich ist aber auch die maximale Anzahl der Zugfahrten pro Streckenabschnitt, in einem Fahrstraßenknoten oder in den Gleisgruppen darstellbar. Anhand dieser Detaillierung kann für jedes Teilsegment die Auslastung ermittelt werden. Dafür sind die nach der Optimierung verbrauchten Kapazitäten im Vergleich der möglichen Kapazitäten dieses Segmentes gegenüberzustellen. Damit ist auch die Ausweisung der vorhandenen Restkapazitäten des Teilnetzes möglich.

Die Detaillierung der Ergebnisse kann beliebig verfeinert werden. Durch die Optimierung kann abgeleitet werden, wie der Anteil der Zeit- oder Wegverbräuche ist. Zusätzlich können die einzelnen Qualitätsstufen der jeweiligen Teilsegmente ermittelt werden. Die Qualitätsstufen können beispielsweise im Nachgang zu einer Qualität des gesamten Teilnetzes aggregiert werden.

Anhand der eindeutigen Zuordnung einer Modellzuggruppe auf einen Laufweg zwischen einer Quelle und der dazugehörigen Senke, ist die Ermittlung der möglichen Zugfahrten pro Zuggattung und Zugart im Netz durchführbar.

Über die Ermittlung der optimalen Lösung des Gleichungssystems wird jedoch nicht sichergestellt, dass diese Anzahl der Güterzüge auch der Nachfrage auf der jeweiligen Relation entsprechen muss. Jedoch ist über eine Anpassung der Nebenbedingung des Gleichungssystems auch hier eine maximale Obergrenze der Anzahl an Zugfahrten auf einer entsprechenden Relation vorzunehmen. So wird sichergestellt, dass eine wenig nachgefragte Quelle-Senke-Verbindung nicht überproportional mittels Optimierung ausgelastet wird. Im Gegenzug können untere Grenzen für die definitiv verkehrenden Zugfahrten des Güterverkehrs angenommen werden. Alternativ sind diese Verkehre, sollten sie auf einen einzigen Laufweg festgelegt sein, zu fixieren.

Das Optimierungsverfahren in dieser Arbeit unterstellt eine Konstruierbarkeit der gefundenen Zugfahrten, für den Übergang zwischen den Teilsegmenten Strecken, Fahrstraßenknoten und Gleisgruppen. Da bei der Optimierung auf eine optimale Qualitätsstufe bei der Betriebsauslastung geachtet wurde, ist die Konstruierbarkeit in der Regel möglich.

9 Zusammenfassung

Die bisher noch nicht mögliche Ermittlung einer netzweiten Kapazität stellt ein wesentliches Entwicklungsziel der strategischen Netzplanung dar. Ziel dieser Arbeit ist, die sinnvolle Optimierung von Laufwegen und Kapazitätsverbräuchen für Eisenbahnnetze, unter Berücksichtigung der Kapazitäten von Eisenbahnstrecken und -knoten, automatisiert vorzunehmen.

Um dieses Ziel zu erreichen, wurden in der vorliegenden Arbeit die Verfahren zur Leistungsfähigkeitsberechnung unter Berücksichtigung von planmäßigen und außerplanmäßigen Wartezeiten beschrieben und teilweise erweitert. Dafür wurde unter anderem für die Fahrstraßenknoten die Strele-Formel durch die Verkettungszahl φ erweitert, wie es für die Berechnung der planmäßigen Wartezeiten und in dem Verfahren nach Gudehus derzeit Anwendung findet [47]. Zusätzlich wurde das Verfahren nach Hertel für die Gleisgruppen so angepasst, dass es erstmalig möglich ist, anhand einer vorgegeben Gleisanzahl auf die Leistungsfähigkeit zu schließen und nicht wie sonst üblich, die vorhandene Anzahl der Gleise mithilfe der zulässigen Wartewahrscheinlichkeit zu überprüfen [14, 48]. Die in dieser Arbeit durchgeführten Anpassungen an den Berechnungsverfahren garantieren erstmalig eine konsistente Ermittlung der Leistungsfähigkeiten auf Basis einer identischen Datengrundlage.

Da die vorhandenen Leistungsfähigkeiten der einzelnen Teilsegmente des Eisenbahnnetzes die maximale Anzahl der Zugfahrten auf diesem Netz begrenzen, können auf einer makroskopischen Ebene linearer Gleichungssysteme aufgestellt und die Zielfunktionen mithilfe eines MIP-Solvers bezüglich ihres Maximums gelöst werden. Gemäß vorher definierten Randbedingungen, werden im vorgestellten Verfahren alternative Laufwege des Güterverkehrs zwischen den Quellen und Senken durch das Teilnetz, beispielsweise aufgrund der zeitlichen oder räumlichen Entfernungen, ausgegeben. Diese Laufwege werden von der Optimierung als Parameter verwendet, um das Netz hinsichtlich der Zielfunktion und damit anhand der Zugfahrten global zu maximieren.

Die Optimierung liefert eine Aussage über die Anzahl der möglichen Zugfahrten innerhalb des betrachteten Eisenbahnnetzes. Darauf aufbauend ist es möglich, den Trassenverbrauch, die Auslastung einzelner Infrastrukturelemente sowie der sinnvollsten Laufwege durch das Teilnetz auszuwerten. Über die Möglichkeit des Vergleiches von verschiedenen Infrastruktur- oder Betriebsprogramm szenarien können Aussagen über derzeitige oder zukünftige Engpässe und deren Beseitigungen bzw. Verhinderungen getroffen werden. Das Optimierungsverfahren in dieser Arbeit unterstellte ein Konstruierbarkeit bei der Anzahl der ermittelten Zugfahrten. Da in der vorliegenden Arbeit ausschließlich unter einer optimalen Qualitätsstufe der Betriebsauslastung die Leistungsfähigkeiten berechnet wurden, ist in der Regel die Konstruierbarkeit möglich.

Als Anwendungsgebiet des vorgestellten Optimierungsverfahrens ist unter anderem die Bewertung und Verbesserung der Eisenbahninfrastruktur zu nennen. Da in den meisten Fällen der Mitteleinsatz für Baumaßnahmen begrenzt ist, können mit dem hier vorgestellten Ansatz Rückschlüsse über den sinnvollen Einsatz dieser Mittel getroffen werden. Es existiert direkte Abhängigkeiten von Aus-, Um- oder Rückbaumaßnahmen auf die Gesamtleistungsfähigkeit des Eisenbahnnetzes. Über den vorgestellten Ansatz besteht die Möglichkeit diese Abhängigkeiten analytisch aufzuzeigen. Beispielsweise kann die Leistungsfähigkeit einerseits lokal durch einen Streckenausbau verbessert werden, andererseits kann sich für das Gesamtnetz unter Umständen kein Vorteil ergeben, falls ein angrenzender Knoten die Anzahl der Zugfahrten weiterhin limitiert.

Als zusätzliches Anwendungsgebiet kann unter anderem eine Erweiterung des Trassenpreissystems genannt werden, bei dem unattraktivere Laufwege für das Eisenbahnverkehrsunternehmen vom Eisenbahninfrastrukturunternehmen soweit subventioniert werden, bis Alternativrouten auch eine wirtschaftliche Alternative für das EVU darstellen. Dafür ist zu überprüfen, wie der Zeitpunkt für die Anwendung des Verfahrens zu wählen ist. Die Anwendung der Optimierung kann vor den Trassenanmeldungen erfolgen, um die zu vermarktenden Trassen zu ermitteln oder im Anschluss, wenn alle Anmeldungen vorliegen. Auch ein Zwischenschritt für die Durchführung der Optimierung je Anmeldung ist denkbar, wobei jede bereits vermarktete Trasse im nächsten Optimierungsschritt zu fixieren wäre.

Die vorliegende Arbeit unterliegt einem modularen Aufbau, damit das Grundsystem jederzeit um weitere Randbedingungen und Auswertungen erweitert werden kann. Darunter können weitere Verfahren zur Leistungsfähigkeitsermittlung, wie beispielsweise eine analytische Ermittlung der Leistungsfähigkeiten von Gleisgruppen unter Berücksichtigung der außerplanmäßigen Wartezeiten genannt werden. Zusätzlich sind auch die Anwendung anderer Laufwegsuchverfahren möglich, welche zum Beispiel Trasseneinnahmen berücksichtigen können.

Die Abbildung mehrerer Modellzüge ist in der Optimierung möglich, indem für jede Modellzuggruppe eine separate Quelle-Senke-Verbindung angelegt wird. Weiterführend ist eine eventuelle Priorisierung der verschiedenen Modellzuggruppen vorzunehmen und diese anhand der Gewichtungsfaktoren in der Zielfunktion der Optimierung abzubilden und im Anschluss zu validieren.

Schlussendlich ist es mit dieser Arbeit gelungen, eine Abhängigkeit der einzelnen Teilsegmente, wie Strecken, Fahrstraßenknoten und Gleisgruppen, aufgrund der vorhandenen Leistungsfähigkeiten analytisch herzustellen und eine Gesamtaussage hinsichtlich der Gesamtleistungsfähigkeit eines Eisenbahnnetzes zu liefern.

10 Literaturverzeichnis

- [1] ABRIL, M. ; BARBER, F. ; INGOLOTTI, L. ; SALIDO, M. A. ; TORMOS, P. ; LOVA, A.: *An assessment of railway capacity*. In: *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review* 44 (2008), Nr. 5, S. 774–806
- [2] ADLER, G.: *Die Verkettung der Streckenbelegung und der Belegungsgrad einer Gesamtstrecke*. Dresden. Dissertation. 1967
- [3] BERATERGRUPPE VERKEHR+UMWELT GMBH: *Programmsystem WIZUG (unveröffentlicht)*
- [4] BREIMEIER, Rudolf ; KONANZ, Walter: Die Wirtschaftliche Zugführung als Instrument der langfristigen Infrastrukturplanung, Bd. 178. In: *Schriftenreihe der Deutschen Verkehrswissenschaftliche Gesellschaft e. V. (DVWG)*, S. 168–185
- [5] BUNDESAMT FÜR RAUMENTWICKLUNG: *Verkehrsmodellierung im UVEK: Evaluierung der nationalen Güterverkehrsmodellierung*. Schweiz, 11.04.2014
- [6] BUNDESMINISTERIUM FÜR VERKEHR UND DIGITALE INFRASTRUKTUR: *Bundesverkehrswegeplan 2030 : Gesamtplan - Entwurf März 2016*. März 2016
- [7] BUNDESMINISTERIUM FÜR VERKEHR UND DIGITALE INFRASTRUKTUR: *Bundesverkehrswegeplan 2030 : Gesamtplan - Entwurf März 2016*. März 2016
- [8] BUTZ, Bernd: *Angebotsoptimierung mit Moses: Strategisches Modellierungs- und Simulationstool fuer den Gueterverkehr auf der Schiene*. In: *Der Nahverkehr* Volume 20 (2002), Nr. 5, S. 54–58
- [9] BVU BERATERGRUPPE VERKEHR + UMWELT GMBH: *Kompetenzen, Optimierung, Schienenverkehr*. URL <http://www.bvu.de/kompetenzen-optimierung-schienenverkehr.html> – Überprüfungsdatum 2014-09-24
- [10] BVU BERATERGRUPPE VERKEHR + UMWELT GMBH: *Optimierung des Streckennetz der Deutschen Bundesbahn : Teil I und II*. Freiburg, 1990
- [11] DB NETZ AG (Hrsg.): *Richtlinie Fahrwegkapazität* (idF v. 13. 2. 2009) (2009-02-13)
- [12] DIJKSTRA, E. W.: *A note on two problems in connexion with graphs*. In: *Numerische Mathematik* 1 (1959), Nr. 1, S. 269–271
- [13] DUVIGNEAU, Maurice: *Kürzeste Wege in Graphen* (Vorlesung Fuzzy-Systeme) – Überprüfungsdatum 2016-09-08
- [14] FISCHER, Klaus ; HERTEL, Günter: *Bedienungsprozesse im Transportwesen : Grundlagen und Anwendungen der Bedienungstheorie*. 1. Aufl. Berlin : Transpress-Verl.-Ges., 1990
- [15] FLOYD, Robert W.: *Algorithm 97: Shortest path*. In: *Communications of the ACM* 5 (1962), Nr. 6, S. 345

-
- [16] FORD, L. R. ; FULKERSON, D. R.: *Maximal flow through a network*. In: *Canadian Journal of Mathematics* 8 (1956), Nr. 0, S. 399–404
- [17] GILLE, Andreas: *Ein neuer Ansatz zur Kapazitätsbestimmung von Bahnsystemen : Dissertation*. neue Ausg. Hamburg : Eurailpress in DVV Media Group, 2013 (EurailScienceEdition Nr. 75)
- [18] GNEDENKO, B. W.; KÖNIG, D. (Mitarb.): *Handbuch der Bedienungstheorie. Vols I and II* : Akademie-Verlag Berlin, 1983
- [19] GROßMANN, Peter ; WEIß, Reyk ; OPITZ, Jens ; NACHTIGALL, Karl: *Automated Generation and optimization of Public Railway and Rail Freight Transport Time Tables*. In: *Machines Technologies Materials (MTM)* (2012), Nr. 5, S. 23–26
- [20] GUDEHUS, T.: *Grenzleistungen bei absoluter Vorfahrt*. In: *Zeitschrift für Operations Research* 20 (1976), Nr. 4, B127-B160
- [21] GUROBI OPTIMIZATION, Inc.: *Gurobi Optimizer*. URL <http://www.gurobi.com/documentation/5.6/example-tour/examples.pdf> – Überprüfungsdatum 2017-01-26
- [22] HANSEN, Ingo A. (Hrsg.); PACHL, Jörn (Hrsg.): *Railway timetabling & operations : Analysis - modelling - optimisation - simulation - performance evaluation*. 2nd revised and extended edition 2014. Hamburg : Eurailpress, 2014
- [23] HAPPEL, O.: *Sperrzeiten als Grundlage der Fahrplankonstruktion*. In: *Eisenbahntechnische Rundschau* 8 (1959), H.2, S. 79–80
- [24] HART, P. E. ; NILSSON, N. J. ; RAPHAEL, B.: A formal basis for the heuristic determination of minimum cost paths, SSC4 (2). In: *IEEE Transactions on Systems, Science, and Cybernetics*, S. 100–107
- [25] HARTWIG, Karl-Hans: *Fahrplan 2025 für das Schienennetz NRW : Korridorbetrachtung und Engpassanalyse für den Regierungsbezirk Düsseldorf*. Düsseldorf, 06.09.2012
- [26] HEMMINKI, Emma: *Analyse der Auswirkung des Mischungsverhältnisses auf die Leistungsfähigkeit von Mischverkehrsstrecken*. Aachen, RWTH Aachen, Verkehrswissenschaftliches Institut. Bachelorarbeit (unveröffentlicht). 2016-09-19
- [27] HERTEL, Günter: Die maximale Verkehrsleistung und die minimale Fahrplanempfindlichkeit auf Eisenbahnstrecken, 41 (1992) H. 10 - Oktober. In: *Eisenbahntechnische Rundschau (ETR)*, S. 665–672
- [28] JANECEK, David ; WEYMANN, Frédéric: LUKS - Analysis of lines and junctions. In: *Proc. of the 12th World Conference on Transport Research (WCTR), July 11-15, Lissabon, Session C2.15*.

- [29] JANECEK, David ; WEYMANN, Frédéric ; SCHAER, Thorsten: *LUKS - integriertes Werkzeug zur Leistungsuntersuchung von Eisenbahnknoten und -strecken*. In: *Eisenbahntechnische Rundschau* (2010), 1+2, S. 25–32
- [30] KETTNER, Michael: *Netz-Evaluation und Engpassbehandlung mit makroskopischen Modellen des Eisenbahnbetriebs*. Hamburg : Eurailpress, 2005 (Wissenschaftliche Arbeiten für den Schienenverkehr 65)
- [31] KLEINROCK, Leonard ; GAIL, Richard: *Queueing systems : Problems and solutions*. New York : Wiley, 1996
- [32] KOGEL, Bastian ; NIEBEN, Nils: *Eisenbahninfrastruktur ökonomisch planen*. In: *Zeitschrift für Verkehrswissenschaft* 85. (2014-06-27), Nr. 3, S. 194–213
- [33] KUBY, Michael ; ZHONGYI, Xu ; XIAODONG, Xie: *A Minimax Method for Finding the k Best Differentiated Paths*. In: *Geographical Analysis* 29 (1997), Nr. 4, S. 298–313 – Überprüfungsdatum 2016-09-13
- [34] KUCKELBERG, Alexander ; JANECEK, David ; NIEBEN, Nils: *Grundlagen zur Simulation der Fahrplanerstellung und Betriebsabwicklung*. In: *Eisenbahntechnische Rundschau* (2013), 7+8, S. 50–55
- [35] KUHLE, Michael E. (Hrsg.); STEIGER, Natalie M. (Hrsg.); ARMSTRONG, F. Brad (Hrsg.); JOINES, Jeffrey A. (Hrsg.): *Proceedings of the 2005 Winter Simulation Conference, 2005*
- [36] KÜMMLING, Michael ; GROßMANN, Peter: Maximierung von Güterverkehrsstrassen unter Beachtung einer homogenen Qualität : In: 25. Verkehrswissenschaftliche Tage; 16.-17.03.2016 in Dresden. DVWG (Hg.)
- [37] KÜMMLING, Michael ; GROßMANN, Peter ; NACHTIGALL, Karl ; OPITZ, Jens ; WEIß, Reyk: *A State-of-the-art Realization of Cyclic Railway Timetable Computation*. In: *Public Transport* (2015), Nr. 3, S. 281–293
- [38] KÜMMLING, Michael ; GROßMANN, Peter ; OPITZ, Jens: *Maximisation of homogeneous rail freight train paths at a given level of quality* (27th European Conference on Operational Research). Glasgow, 2015 – Überprüfungsdatum 2017-01-26
- [39] LINDNER, Tobias: Empfehlungen zur Weiterentwicklung der UIC-Richtlinie 406 - Probleme, Lösungsmöglichkeiten und Grenzen des analytischen Kompressionsverfahrens zur Leistungsuntersuchung, 133 (2009). In: *ZEVrail Glasers Annalen, Sonderheft Fahrweg*, S. 510–519
- [40] MARTIN, Ullrich ; CHU, Zifu: *Direkte experimentelle Bestimmung der maximalen Leistungsfähigkeit bei Leistungsuntersuchungen im spurgeführten Verkehr*. Norderstedt : Books on Demand, 2013 (Neues verkehrswissenschaftliches Journal - NVJ 7)

-
- [41] MARTIN, Ullrich: Performance Evaluation. In: HANSEN, Ingo A.; PACHL, Jörn (Hrsg.): *Railway timetabling & operations : Analysis - modelling - optimisation - simulation - performance evaluation*. 2nd revised and extended edition 2014. Hamburg : Eurailpress, op. 2014, S. 275–293
- [42] MEIRICH, Christian ; NIEBEN, Nils: *Calculating the maximal number of additional freight trains in a railway network*. In: *Journal of Rail Transport Planning & Management* 6 (2016), Nr. 3, S. 200–217
- [43] MEIRICH, Christian ; NIEBEN, Nils: *Maximizing Freight Traffic By Re-routing*. In: *International Journal of Transport Development and Integration* 1 (2017), Nr. 3, S. 392–402
- [44] MEIRICH, Christian ; NIEBEN, Nils: *Maximizing Freight Traffic By Re-Routing*. In: In: *Brebbia, C. A.; Mera, J. M.; Tomii, N.; Tzieropoulos, P. (Hrsg.): Proc. of the 15th International Conference on Railway Engineering, Design and Operation (COM-PRAIL)* (2017), S. 86–96
- [45] MUTHMANN ; THILO: *Ein neues Verfahren zur rechnerischen Bestimmung der Leistungsfähigkeit von Eisenbahnstrecken*. Darmstadt, Technische Universität Darmstadt. Dissertation. 2004-09-27
- [46] NIEBEN, Nils: Waiting and loss probabilities for route nodes. In: *Proc. of the 5th International Seminar on Railway Operations Modelling and Analysis, Copenhagen, 13.-15.05.2013*.
- [47] NIEBEN, Nils: *Leistungskenngrößen für Gesamtfahrstraßenknoten : Veröffentlichung des Verkehrswissenschaftlichen Instituts der RWTH Aachen; Heft Nr. 63* (2016). Aachen, RWTH Aachen, Verkehrswissenschaftliches Institut. Dissertation. 2008-05-08
- [48] NIEBEN, Nils: Queueing. In: HANSEN, Ingo A.; PACHL, Jörn (Hrsg.): *Railway timetabling & operations : Analysis - modelling - optimisation - simulation - performance evaluation*. 2nd revised and extended edition 2014. Hamburg : Eurailpress, 2014, S. 117–131
- [49] NÖKEL, Klaus: *Planungsmodelle fuer die Optimierung des Schienengueterverkehrs*. In: *V+T Verkehr und Technik* Band 55 (2002), Nr. 4, S. 127–137
- [50] OETTING, Andreas ; NIEBEN, Nils: Eisenbahnbetriebswissenschaftliches Werkzeug für die mittel- und langfristige Infrastrukturplanung, Bd. 98. In: Technische Universität Dresden (Hrsg.): *19. Verkehrswissenschaftliche Tage*, 2003, S. 1–8
- [51] PACHL, Jörn: *Railway operation and control*. Mountlake Terrace, WA : VTD Rail Pub., 2009
- [52] PACHL, Jörn: *Systemtechnik des Schienenverkehrs : Bahnbetrieb planen, steuern und sichern*. 6. Aufl. Wiesbaden : Vieweg+Teubner, 2011
-

- [53] POTTHOFF, Gerhart: *Verkehrsströmungslehre Band 1: Zugfolge auf Strecken und Bahnhöfen*. Berlin : Transpress,, 1962
- [54] POURYOUSEF, Hamed ; LAUTALA, Pasi ; WHITE, Thomas: *Railroad capacity tools and methodologies in the U.S. and Europe*. In: *Journal of Modern Transportation* 23 (2015), Nr. 1, S. 30–42
- [55] PRINZ, Robert ; SEWCYK, Bernd ; KETTNER, Michael: *NEMO - Netz-Evaluations-Modell bei der ÖBB*. In: *Eisenbahntechnische Rundschau* 50 (2001), Nr. 03, S. 117–121 – Überprüfungsdatum 2015-06-30
- [56] RADTKE, Alfons: *EDV-Verfahren zur Modellierung des Eisenbahnbetriebs*. Hanover : Institut für Verkehrswesen, Eisenbahnbau und -betrieb Universität Hanover; Eu-railpress, 2005
- [57] SAMENI, Melody Khadem ; DINGLER, Mark ; PRESTON, Jhon M. ; BARKAN, Christopher P.L.: Profit-generating capacity for a freight railroad. In: *TRB 90th Annual Meeting, TRB, Washington DC*.
- [58] SCHMIDT, Christine: *Beitrag zur experimentellen Bestimmung der Wartezeitfunktion bei Leistungsuntersuchungen im spurgeführten Verkehr*. Stuttgart, Universität Stuttgart, Institut für Eisenbahn- und Verkehrswesen. Dissertation. 2009. URL http://elib.uni-stuttgart.de/bitstream/11682/315/1/Dissertation_Schmidt.pdf – Überprüfungsdatum 2017-01-26
- [59] SCHNEIDER, Walter ; NIEBEN, Nils ; OETTING, Andreas: Moses / Wizug - Strategic modelling and simulation tool for rail freight transportation. In: *Proc. of ETC 2003*, 2003
- [60] SCHWANHÄÜBER, Wulf: *Der Fahrstraßenknoten als Wartesystem*. In: *Veröffentlichung des Verkehrswissenschaftlichen Instituts der RWTH Aachen* 1975, Nr. 21, S. 164–175
- [61] SCHWANHÄÜBER, Wulf: *Die Bemessung von Pufferzeiten im Fahrplangefüge der Eisenbahn*. Aachen, RWTH Aachen, Verkehrswissenschaftliches Institut der RWTH Aachen. Dissertation. 1973
- [62] SCHWANHÄÜBER, Wulf: *Die Ermittlung der Leistungsfähigkeit von großen Fahrstraßenknoten und von Teilen des Eisenbahnnetzes*. In: *Archiv für Eisenbahntechnik* (1978), Nr. 33, S. 7–18
- [63] SCHWANHÄÜBER, Wulf ; SCHULTZE, Kurt: *Ermittlung von Qualitätsmaßstäben für die Berechnung der Leistungsfähigkeit eines Streckenabschnittes und Entwicklung eines Rechenverfahrens zur Ermittlung von Endverspätungen : Forschungsarbeit für die Deutsche Bundesbahn*. (unveröffentlicht). Aachen, 1982

-
- [64] SEWCYK, Bernd: *Makroskopische Abbildung des Eisenbahnbetriebs in Modellen zur langfristigen Infrastrukturplanung*. Hanover, Universität Hannover, Verkehrswesen, Eisenbahnbau und -betrieb. Dissertation. 1971-08-20
- [65] SUHL, Leena ; MELLOULI, Taïeb: *Optimierungssysteme : Modelle, Verfahren, Software, Anwendungen*. 3., korr. u. aktual. Aufl. 2013. Berlin, Heidelberg : Springer Gabler, 2013
- [66] TESCHL, Gerald ; TESCHL, Susanne: *Mathematik für Informatiker : Band 1: Diskrete Mathematik und Lineare Algebra*. 2. Aufl. Berlin, Heidelberg : Springer, 2006 (EXamen.press)
- [67] UNION OF RAILWAYS: *UIC Code 406 : 2nd edition*. Paris, 01.06.2013
- [68] VAKHTEL, Sergej: *Rechnerunterstützte analytische Ermittlung der Kapazität von Eisenbahnnetzen : Veröffentlichung des Verkehrswissenschaftlichen Institutes der RWTH Aachen Heft 59 (2002)*. Aachen, RWTH Aachen, Verkehrswissenschaftlichen Institut. Dissertation. 2002
- [69] VELDEN, Lisa: *Graphalgorithmen : Kürzeste-Wege - Algorithmen*. IDP Projekt. URL <http://www-m9.ma.tum.de/Allgemeines/GraphAlgorithmen> – Überprüfungsdatum 2017-04-06
- [70] WAKOB, Helmut: *Ableitung eines generellen Wartemodells zur Ermittlung der planmäßigen Wartezeiten im Eisenbahnbetrieb unter besonderer Berücksichtigung der Aspekte Leistungsfähigkeit und Anlagenbelastung*. Aachen, RWTH Aachen, Verkehrswissenschaftliches Institut der RWTH Aachen. Dissertation. 1985
- [71] WARSHALL, Stephen: *A Theorem on Boolean Matrices*. In: *Journal of the ACM* 9 (1962), Nr. 1, S. 11–12
- [72] WENDLER, Ekkehard ; NIEßEN, Nils: *Infrastrukturmodellierung für die strategische Netzplanung*. In: *Proc. 20. Verkehrswissenschaftliche Tage, Dresden (2005), Session 4b*
- [73] WENDLER, Ekkehard ; NIEßEN, Nils: *Weiterentwicklung der belastungsabhängigen Wartezeitfunktion der Strecken in WIZUG : Methodenhandbuch*. überarbeitete Version. (unveröffentlicht), 2003. – überarbeitete Version
- [74] WENDLER, Ekkehard ; NIEßEN, Nils: *Modellierung des Leistungsverhaltens von Eisenbahnknoten in einem strategischen Infrastrukturmodell*. Aachen, 06/2005
- [75] WENDLER, Ekkehard: *The scheduled waiting time on railway lines*. In: *Transp. Res. Part B, vol. 41* (2007), S. 148–158
- [76] WENDLER, Ekkehard ; JANECEK, David: *NetCap : Verspätungen in Bahnsteiggleisen*. (unveröffentlicht), 30.10.2011

11 Variablenverzeichnis

α_i	Zusätzliche Gewichtung des Kriteriums i
A	Matrix A / Fahrtenausschlussmatrix
A_{FK}	Nebenbedingungsmatrix für Fahrstraßenknoten
A_{GG}	Nebenbedingungsmatrix für Gleisgruppen
A_S	Nebenbedingungsmatrix für Strecken
c	Vektor der Kosten für die gewichteten Laufwege
c_i	Kosten des Kriteriums i
c_{Kopf}	Kosten für das Kopfmachen in einem Knoten
EL_W	Mittlere Warteschlangenlänge
ET_A	Erwartungskoeffizient der Ankunftsabstände
ET_B	Erwartungskoeffizient der Bedienzeiten
ET_B^2	2. Moment der Erwartungswerte der Bedienzeiten
ET_W	Erwartungswert der Wartezeit / Folgeverspätungen ET_{VF}
$ET_{W,plan}$	Erwartungswert der planmäßigen Wartezeit / Folgeverspätungen
ϵ	Abbruchkriterium der Iteration
$FK_{i,r}$	Variablen der Fahrstraßenknoten r des Knotens i
GG_i	Variablen für die Gleisgruppe im Knoten i
h_{FK}	Hochrechnungsfaktor des Fahrstraßenknotens
h_S	Hochrechnungsfaktor der Strecke
L	Laufwegmatrix
λ	Ankunftsrate der Züge
M	Konstante M (hinreichend große Zahl)
$Min\sum c$	Minimale Kosten der Relation
n	Anzahl der Züge / Vektor der Anzahl der Zugfahrten
n_{AZ}	Anzahl der Zugarten
$n_{FK_{i,r}}$	Zuganzahl im Fahrstraßenknoten r des Knotens i
$n_{FK,max}$	Vorhandene Kapazität des Fahrstraßenknotens
$n_{FK_{i,r,verb.}}$	Verbrauchte Kapazität des Fahrstraßenknotens nach Optimierung
$n_{FK,zul}$	Zulässige Anzahl der Züge im Fahrstraßenknoten
n_{GG}	Anzahl der Bahnsteiggleise in der Gleisgruppe
n_{GG_i}	Zuganzahl in der Gleisgruppe des Knotens i
$n_{GG,max}$	Vorhandene Kapazität der Gleisgruppe
$n_{GG_{i,verb.}}$	Verbrauchte Kapazität der Gleisgruppe nach Optimierung
$n_{GG,zul}$	Zulässige Anzahl der Züge in der Gleisgruppe
n_i	Anzahl der (Referenz-)Züge in der Zuggruppe i
n_{in}	Anzahl der Zugfahrten, welche in der Quelle generiert werden
n_m	Anzahl der Modellzuggruppen

n_{out}	Anzahl der Zugfahrten, welche in der Senke aufgenommen werden
n_{φ}	Zuganzahl in der Verkettung
$n_{r,m}$	Anzahl der Zugfahrten auf der Relation r und der Alternative m
n_{Ref}	Anzahl der Züge des Referenzbetriebsprogramms
n_s	Anzahl der Züge auf dem Streckenabschnitt
$n_{S_{i,j}}$	Zuganzahl auf der Strecke vom Knoten i zum Knoten j
$n_{S,max}$	Vorhandene Kapazität der Strecke
$n_{S_{i,j,verb.}}$	Verbrauchte Kapazität der Strecke nach Optimierung
$n_{S,zul}$	Zulässige Anzahl der Züge auf dem Streckenabschnitt
n_{SG}	Anzahl der einmündenden Streckengleise
$n_{S\ddot{U}}$	Anzahl der Stützstellen
p_0	Leerwahrscheinlichkeit des Systems
p_F	Anteil der Personenfernverkehrszüge
p_G	Anteil der Güterzüge
p_g	Wahrscheinlichkeit für das Auftreten eines gleichrangigen Zugfolgefalls
p_{ij}	Häufigkeit des Auftretens eines Zugfolgefalls
p_N	Anteil der Personennahverkehrszüge
p_{RZ}	Reisezuganteil
$p_{VE,FV}$	Wahrscheinlichkeit für das Auftreten einer Verspätung der Personenfernverkehrszüge
$p_{VE,GV}$	Wahrscheinlichkeit für das Auftreten einer Verspätung der Güterzüge
$p_{VE,NV}$	Wahrscheinlichkeit für das Auftreten einer Verspätung der Personennahverkehrszüge
p_{VE}	Wahrscheinlichkeit des Auftretens einer Einbruchsverspätung
$p_{W,vorh}$	Vorhandene Wartewahrscheinlichkeit in der Gleisgruppe
$p_{W,zul}$	Zulässige Wartewahrscheinlichkeit in der Gleisgruppe
φ	Verkettungszahl
φ_g	Verkettungszahl für gleichrangige Zugfolgefälle
φ_v	Verkettungszahl für rangunterschiedliche Zugfolgefälle
q	Qualitätsfaktor
Rg_i	Rangziffer des Zuges i
Rg_j	Rangziffer des Zuges j
ρ	(verketteter) Belegungsgrad
$\tilde{\rho}$	Ersatzbelegungsgrad
s	Weg
$S_{i,j}$	Variablen für die Strecke zwischen den Knoten i und dem Knoten j
s_W	Schrittweite
σ_A	Standardabweichung der Ankunftszeiten
σ_B	Standardabweichung der Bedienzeiten

ΣT_W	Wartezeitensumme
$\Sigma T_{W_{zul}}$	Zulässige Wartezeitensumme
$\Sigma ET_{W,au\beta erplan}$	Summe der au\beta erplanm\beta igen Wartezeiten
$\Sigma T_{W,au\beta erplan_{zul}}$	Zulässige au\beta erplanm\beta ige Wartezeitensumme
$\Sigma ET_{W,plan}$	Summe der planm\beta igen Wartezeiten
$\Sigma T_{W,plan_{zul}}$	Zulässige planm\beta ige Wartezeitensumme
t	Zeit
t_B	Belegungszeitraum
$t_{d,ij}$	Dispositionsbelegungszeiten
\bar{t}_P	Pufferzeit
$\bar{t}_{P,erf}$	Erforderlichen Pufferzeit
t_U	Untersuchungszeitraum
\bar{t}_{VE}	Mittlere Einbruchsverspätung
$t_{VE,FV}$	Mittleren Verspätung der Personenfernverkehrszüge
$t_{VE,GV}$	Mittleren Verspätung der Güterzüge
$t_{VE,NV}$	Mittleren Verspätung der Personennahverkehrszüge
v	Geschwindigkeit
v_A	Variationskoeffizient der Ankunftszeiten
v_B	Variationskoeffizient der Bedienzeiten
W_k	Kürzester Weg
$x_{r,m}$	Binärvariable der Relation r und der Alternative m
z_{ij}	Mindestzugfolgezeit der Zugfahrten i und j
\bar{z}	Mittlere Mindestzugfolgezeit
\bar{z}_g	Mittlere Mindestzugfolgezeit der gleichrangigen Zugfolgefälle
\bar{z}_v	Mittlere Mindestzugfolgezeit der rangunterschiedlichen Zugfolgefälle

Anhang

<i>v = 100 km/ h</i>							<i>v = 120 km/ h</i>						
	ICE ₁	RE ₁	IRC ₁	ICE ₂	RE ₂	IRC ₂		ICE ₁	RE ₁	IRC ₁	ICE ₂	RE ₂	IRC ₂
ICE ₁	6,50	6,50	6,50	---	---	---	ICE ₁	5,25	5,25	4,03	---	---	---
RE ₁	6,50	6,50	6,50	---	---	---	RE ₁	5,25	5,25	4,03	---	---	---
IRC ₁	7,33	7,33	6,90	---	---	---	IRC ₁	8,63	8,63	6,90	---	---	---
ICE ₂	---	---	---	6,5	6,5	6,5	ICE ₂	---	---	---	5,25	5,25	4,03
RE ₂	---	---	---	6,5	6,5	6,5	RE ₂	---	---	---	5,25	5,25	4,03
IRC ₂	---	---	---	7,0	7,0	7,0	IRC ₂	---	---	---	8,63	8,63	6,90
<i>v = 140 km/ h</i>							<i>v = 160 km/ h</i>						
	ICE ₁	RE ₁	IRC ₁	ICE ₂	RE ₂	IRC ₂		ICE ₁	RE ₁	IRC ₁	ICE ₂	RE ₂	IRC ₂
ICE ₁	4,50	4,50	3,67	---	---	---	ICE ₁	3,94	3,94	3,38	---	---	---
RE ₁	4,50	4,50	3,67	---	---	---	RE ₁	3,94	3,94	3,58	---	---	---
IRC ₁	10,1	10,1	6,90	---	---	---	IRC ₁	11,5	11,5	6,90	---	---	---
ICE ₂	---	---	---	4,50	4,50	3,67	ICE ₂	---	---	---	3,94	3,94	3,38
RE ₂	---	---	---	4,50	4,50	3,67	RE ₂	---	---	---	3,94	3,94	3,58
IRC ₂	---	---	---	10,1	10,1	6,90	IRC ₂	---	---	---	11,5	11,5	6,90
<i>v = 200 km/ h</i>							<i>v = 250 km/ h</i>						
	ICE ₁	RE ₁	IRC ₁	ICE ₂	RE ₂	IRC ₂		ICE ₁	RE ₁	IRC ₁	ICE ₂	RE ₂	IRC ₂
ICE ₁	3,15	3,15	2,72	---	---	---	ICE ₁	2,52	2,52	2,33	---	---	---
RE ₁	4,92	3,93	3,42	---	---	---	RE ₁	6,15	3,93	2,50	---	---	---
IRC ₁	14,4	11,5	6,90	---	---	---	IRC ₁	18,0	11,5	6,90	---	---	---
ICE ₂	---	---	---	3,15	3,15	2,72	ICE ₂	---	---	---	2,52	2,52	2,33
RE ₂	---	---	---	4,92	3,93	3,42	RE ₂	---	---	---	6,15	3,93	2,50
IRC ₂	---	---	---	14,4	11,5	6,90	IRC ₂	---	---	---	18,0	11,5	6,90

Tabelle 49: Mindestzugfolgezeiten für das große Beispielnetz in Abhängigkeit der Geschwindigkeit

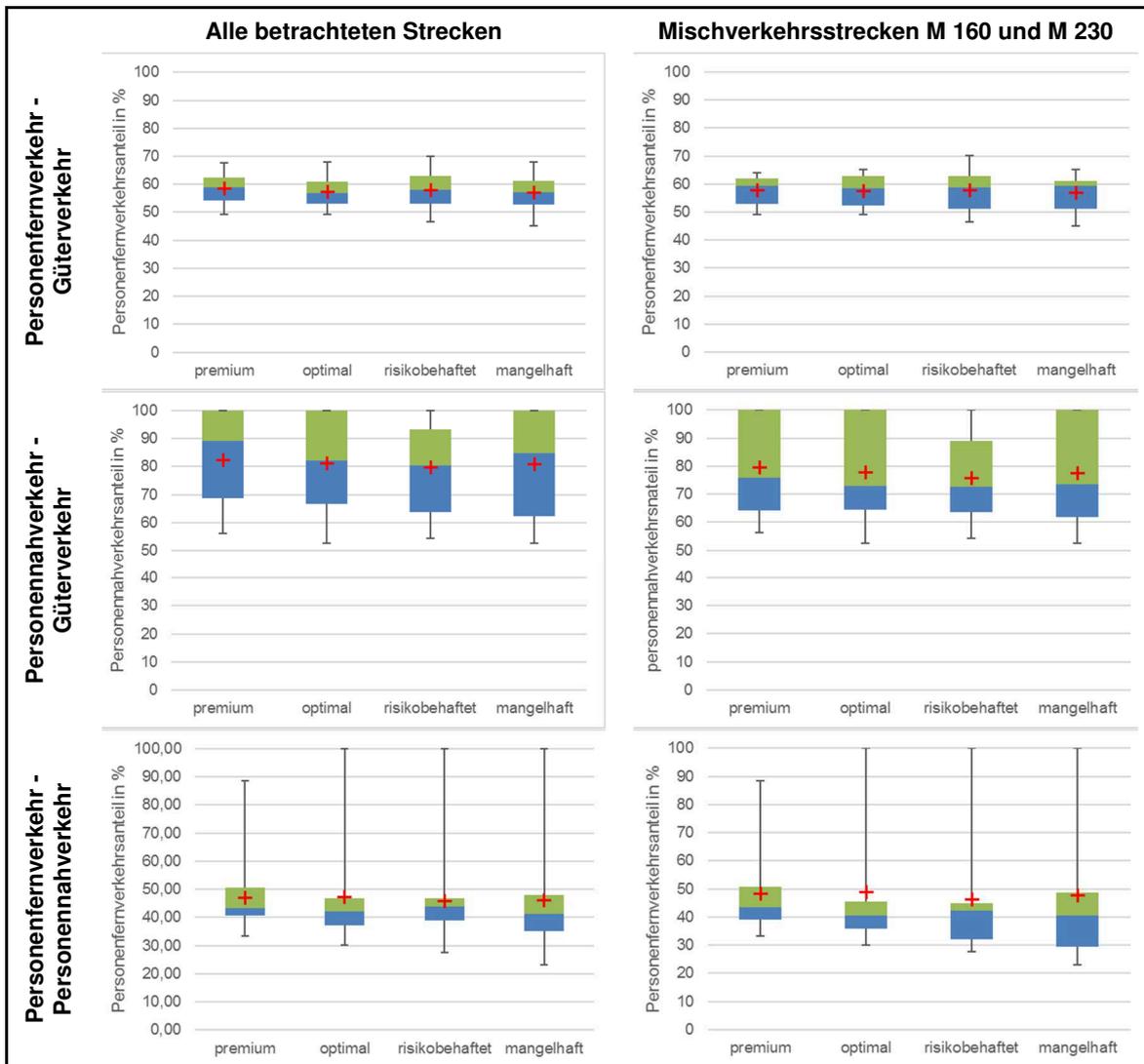


Abbildung 23: Lokalen Minima der Leistungsfähigkeiten im Vergleich der einzelnen Verkehrsträger

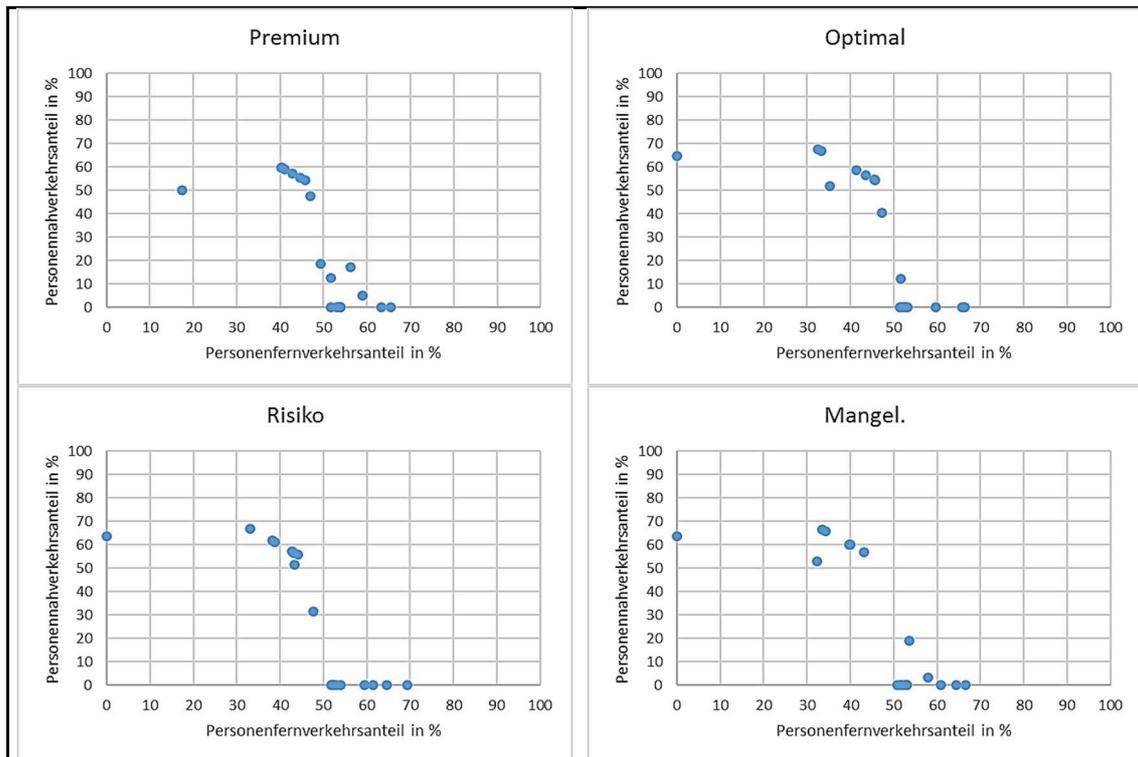


Abbildung 24: Lokale Minima in Abhängigkeit des Personenfern- und Personennahverkehrsanteil für die jeweiligen Qualitätsstufen

Gleichungssystem großes Beispielnetz:**Zielfunktion:**

$$\begin{aligned}
\text{Maximize } & n_{R_{1,1}} + n_{R_{1,2}} + 0,878 n_{R_{1,3}} + 0,87 n_{R_{1,4}} + 0,87 n_{R_{1,5}} + 0,846 n_{R_{1,6}} \\
& + 0,846 n_{R_{1,7}} + 0,831 n_{R_{1,8}} + 0,796 n_{R_{1,9}} + 0,776 n_{R_{1,10}} + n_{R_{2,1}} + n_{R_{2,2}} \\
& + 0,878 n_{R_{2,3}} + 0,87 n_{R_{2,4}} + 0,87 n_{R_{2,5}} + 0,846 n_{R_{2,6}} + 0,846 n_{R_{2,7}} \\
& + 0,831 n_{R_{2,8}} + 0,796 n_{R_{2,9}} + 0,776 n_{R_{2,10}} + n_{R_{3,1}} + 0,942 n_{R_{3,2}} \\
& + 0,765 n_{R_{3,3}} + 0,731 n_{R_{3,4}} + 0,62 n_{R_{3,5}} + 0,604 n_{R_{3,6}} + 0,453 n_{R_{3,7}} \\
& + 0,445 n_{R_{3,8}} + 0,408 n_{R_{3,9}} + 0,374 n_{R_{3,10}} + n_{R_{4,1}} + 0,942 n_{R_{4,2}} \\
& + 0,765 n_{R_{4,3}} + 0,731 n_{R_{4,4}} + 0,62 n_{R_{4,5}} + 0,604 n_{R_{4,6}} + 0,453 n_{R_{4,7}} \\
& + 0,445 n_{R_{4,8}} + 0,408 n_{R_{4,9}} + 0,374 n_{R_{4,10}} + n_{R_{5,1}} + 0,944 n_{R_{5,2}} \\
& + 0,929 n_{R_{5,3}} + 0,909 n_{R_{5,4}} + 0,904 n_{R_{5,5}} + 0,9 n_{R_{5,6}} + 0,89 n_{R_{5,7}} \\
& + 0,872 n_{R_{5,8}} + 0,855 n_{R_{5,9}} + 0,834 n_{R_{5,10}} + n_{R_{6,1}} + 0,944 n_{R_{6,2}} \\
& + 0,929 n_{R_{6,3}} + 0,909 n_{R_{6,4}} + 0,904 n_{R_{6,5}} + 0,9 n_{R_{6,6}} + 0,89 n_{R_{6,7}} \\
& + 0,872 n_{R_{6,8}} + 0,855 n_{R_{6,9}} + 0,834 n_{R_{6,10}}
\end{aligned}$$

Bei der derzeitigen Netzgröße ist die Laufzeit noch unkritisch, daher wurden die Infrastrukturelemente über die aufgrund der Laufwegsuche keine Güterzüge geroutet werden zu Null gesetzt.

Nebenbedingungen Gleisgruppen:

$$\begin{aligned}
GG_1: & n_{R_{3,7}} + n_{R_{4,7}} + n_{R_{5,1}} + n_{R_{5,2}} + n_{R_{5,3}} + n_{R_{5,4}} + n_{R_{5,5}} + n_{R_{5,6}} + n_{R_{5,7}} + n_{R_{5,8}} + n_{R_{5,9}} \\
& + n_{R_{5,10}} + n_{R_{6,1}} + n_{R_{6,2}} + n_{R_{6,3}} + n_{R_{6,4}} + n_{R_{6,5}} + n_{R_{6,6}} + n_{R_{6,7}} + n_{R_{6,8}} + n_{R_{6,9}} \\
& + n_{R_{6,10}} \leq GG_1
\end{aligned}$$

$$GG_2: n_{R_{3,7}} + n_{R_{4,7}} + n_{R_{5,4}} + n_{R_{5,8}} + n_{R_{5,10}} + n_{R_{6,4}} + n_{R_{6,8}} + n_{R_{6,10}} \leq GG_2$$

$$GG_3: GG_3 = 0$$

$$\begin{aligned}
GG_4: & n_{R_{3,7}} + n_{R_{4,7}} + n_{R_{5,1}} + n_{R_{5,2}} + n_{R_{5,3}} + n_{R_{5,5}} + n_{R_{5,6}} + n_{R_{5,7}} + n_{R_{5,9}} + n_{R_{6,1}} + n_{R_{6,2}} \\
& + n_{R_{6,3}} + n_{R_{6,5}} + n_{R_{6,6}} + n_{R_{6,7}} + n_{R_{6,9}} \leq GG_4
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
GG_5: & n_{R_{3,1}} + n_{R_{3,2}} + n_{R_{3,3}} + n_{R_{3,4}} + n_{R_{3,5}} + n_{R_{3,6}} + n_{R_{3,7}} + n_{R_{3,8}} + n_{R_{3,9}} + n_{R_{3,10}} + n_{R_{4,1}} \\
& + n_{R_{4,2}} + n_{R_{4,3}} + n_{R_{4,4}} + n_{R_{4,5}} + n_{R_{4,6}} + n_{R_{4,7}} + n_{R_{4,8}} + n_{R_{4,9}} + n_{R_{4,10}} \leq GG_5
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
GG_6: & n_{R_{3,1}} + n_{R_{3,2}} + n_{R_{3,3}} + n_{R_{3,4}} + n_{R_{3,5}} + n_{R_{3,6}} + n_{R_{3,7}} + n_{R_{4,1}} + n_{R_{4,2}} + n_{R_{4,3}} + n_{R_{4,4}} \\
& + n_{R_{4,5}} + n_{R_{4,6}} + n_{R_{4,7}} \leq GG_6
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
GG_7: & n_{R_{3,1}} + n_{R_{3,2}} + n_{R_{3,4}} + n_{R_{3,6}} + n_{R_{3,7}} + n_{R_{4,1}} + n_{R_{4,2}} + n_{R_{4,4}} + n_{R_{4,6}} + n_{R_{4,7}} + n_{R_{5,1}} \\
& + n_{R_{5,2}} + n_{R_{5,3}} + n_{R_{5,5}} + n_{R_{5,6}} + n_{R_{5,7}} + n_{R_{5,9}} + n_{R_{6,1}} + n_{R_{6,2}} + n_{R_{6,3}} + n_{R_{6,5}} \\
& + n_{R_{6,6}} + n_{R_{6,7}} + n_{R_{6,9}} \leq GG_7
\end{aligned}$$

$$GG_8: n_{R_{3,1}} + n_{R_{3,6}} + n_{R_{4,1}} + n_{R_{4,6}} + n_{R_{5,2}} + n_{R_{5,5}} + n_{R_{5,9}} + n_{R_{6,2}} + n_{R_{6,5}} + n_{R_{6,9}} \leq GG_8$$

$$GG_9: n_{R_{3,7}} + n_{R_{4,7}} + n_{R_{5,4}} + n_{R_{5,8}} + n_{R_{5,10}} + n_{R_{6,4}} + n_{R_{6,8}} + n_{R_{6,10}} \leq GG_9$$

$$GG_{10}: n_{R_{3,1}} + n_{R_{3,6}} + n_{R_{4,1}} + n_{R_{4,6}} + n_{R_{5,2}} + n_{R_{5,5}} + n_{R_{5,9}} + n_{R_{6,2}} + n_{R_{6,5}} + n_{R_{6,9}} \leq GG_{10}$$

$$\begin{aligned}
GG_{11}: & n_{R_{1,1}} + n_{R_{1,2}} + n_{R_{1,3}} + n_{R_{1,4}} + n_{R_{1,5}} + n_{R_{1,6}} + n_{R_{1,7}} + n_{R_{1,8}} + n_{R_{1,9}} + n_{R_{1,10}} + n_{R_{2,1}} \\
& + n_{R_{2,2}} + n_{R_{2,3}} + n_{R_{2,4}} + n_{R_{2,5}} + n_{R_{2,6}} + n_{R_{2,7}} + n_{R_{2,8}} + n_{R_{2,9}} + n_{R_{2,10}} + n_{R_{3,10}}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + n_{R_{4,10}} \leq GG_{11} \\
GG_{12}: n_{R_{3,10}} + n_{R_{4,10}} & \leq GG_{12} \\
GG_{13}: n_{R_{3,8}} + n_{R_{3,9}} + n_{R_{3,10}} + n_{R_{4,8}} + n_{R_{4,9}} + n_{R_{4,10}} & \leq GG_{13} \\
GG_{14}: GG_{14} & = 0 \\
GG_{15}: n_{R_{3,3}} + n_{R_{3,5}} + n_{R_{3,6}} + n_{R_{4,3}} + n_{R_{4,5}} + n_{R_{4,6}} & \leq GG_{15} \\
GG_{16}: n_{R_{3,3}} + n_{R_{3,5}} + n_{R_{3,6}} + n_{R_{4,3}} + n_{R_{4,5}} + n_{R_{4,6}} & \leq GG_{16} \\
GG_{17}: n_{R_{3,2}} + n_{R_{3,3}} + n_{R_{3,4}} + n_{R_{3,5}} + n_{R_{3,6}} + n_{R_{4,2}} + n_{R_{4,3}} + n_{R_{4,4}} + n_{R_{4,5}} + n_{R_{4,6}} + n_{R_{5,1}} \\
& + n_{R_{5,3}} + n_{R_{5,6}} + n_{R_{5,7}} + n_{R_{6,1}} + n_{R_{6,3}} + n_{R_{6,6}} + n_{R_{6,7}} \leq GG_{17} \\
GG_{18}: n_{R_{3,1}} + n_{R_{3,2}} + n_{R_{3,3}} + n_{R_{3,4}} + n_{R_{3,5}} + n_{R_{3,6}} + n_{R_{3,7}} + n_{R_{3,8}} + n_{R_{3,9}} + n_{R_{3,10}} + n_{R_{4,1}} \\
& + n_{R_{4,2}} + n_{R_{4,3}} + n_{R_{4,4}} + n_{R_{4,5}} + n_{R_{4,6}} + n_{R_{4,7}} + n_{R_{4,8}} + n_{R_{4,9}} + n_{R_{4,10}} + n_{R_{5,2}} \\
& + n_{R_{5,3}} + n_{R_{5,4}} + n_{R_{5,5}} + n_{R_{5,7}} + n_{R_{5,8}} + n_{R_{5,9}} + n_{R_{5,10}} + n_{R_{6,2}} + n_{R_{6,3}} + n_{R_{6,4}} \\
& + n_{R_{6,5}} + n_{R_{6,7}} + n_{R_{6,8}} + n_{R_{6,9}} + n_{R_{6,10}} \leq GG_{18} \\
GG_{19}: GG_{19} & = 0 \\
GG_{20}: n_{R_{1,4}} + n_{R_{1,9}} + n_{R_{2,4}} + n_{R_{2,9}} & \leq GG_{20} \\
GG_{21}: n_{R_{3,8}} + n_{R_{3,9}} + n_{R_{4,8}} + n_{R_{4,9}} & \leq GG_{21} \\
GG_{22}: n_{R_{3,4}} + n_{R_{3,5}} + n_{R_{3,9}} + n_{R_{4,4}} + n_{R_{4,5}} + n_{R_{4,9}} + n_{R_{5,1}} + n_{R_{5,6}} + n_{R_{6,1}} + n_{R_{6,6}} & \leq GG_{22} \\
GG_{23}: GG_{23} & = 0 \\
GG_{24}: n_{R_{5,5}} + n_{R_{5,7}} + n_{R_{5,8}} + n_{R_{5,10}} + n_{R_{6,5}} + n_{R_{6,7}} + n_{R_{6,8}} + n_{R_{6,10}} & \leq GG_{24} \\
GG_{25}: n_{R_{1,4}} + n_{R_{1,9}} + n_{R_{2,4}} + n_{R_{2,9}} & \leq GG_{25} \\
GG_{26}: n_{R_{1,1}} + n_{R_{1,2}} + n_{R_{1,3}} + n_{R_{1,5}} + n_{R_{1,6}} + n_{R_{1,7}} + n_{R_{1,8}} + n_{R_{1,9}} + n_{R_{1,10}} + n_{R_{2,1}} + n_{R_{2,2}} \\
& + n_{R_{2,3}} + n_{R_{2,5}} + n_{R_{2,6}} + n_{R_{2,7}} + n_{R_{2,8}} + n_{R_{2,9}} + n_{R_{2,10}} + n_{R_{3,10}} + n_{R_{4,10}} \leq GG_{26} \\
GG_{27}: n_{R_{1,6}} + n_{R_{1,7}} + n_{R_{2,6}} + n_{R_{2,7}} + n_{R_{3,8}} + n_{R_{3,9}} + n_{R_{3,10}} + n_{R_{4,8}} + n_{R_{4,9}} + n_{R_{4,10}} & \leq GG_{27} \\
GG_{28}: n_{R_{3,8}} + n_{R_{3,9}} + n_{R_{3,10}} + n_{R_{4,8}} + n_{R_{4,9}} + n_{R_{4,10}} & \leq GG_{28} \\
GG_{29}: n_{R_{3,8}} + n_{R_{3,9}} + n_{R_{3,10}} + n_{R_{4,8}} + n_{R_{4,9}} + n_{R_{4,10}} & \leq GG_{29} \\
GG_{30}: n_{R_{3,8}} + n_{R_{3,9}} + n_{R_{3,10}} + n_{R_{4,8}} + n_{R_{4,9}} + n_{R_{4,10}} & \leq GG_{30} \\
GG_{31}: n_{R_{3,8}} + n_{R_{3,9}} + n_{R_{3,10}} + n_{R_{4,8}} + n_{R_{4,9}} + n_{R_{4,10}} + n_{R_{5,1}} + n_{R_{5,2}} + n_{R_{5,3}} + n_{R_{5,4}} + n_{R_{5,6}} \\
& + n_{R_{5,9}} + n_{R_{5,10}} + n_{R_{6,1}} + n_{R_{6,2}} + n_{R_{6,3}} + n_{R_{6,4}} + n_{R_{6,6}} + n_{R_{6,9}} + n_{R_{6,10}} \leq GG_{31} \\
GG_{32}: n_{R_{5,5}} + n_{R_{5,6}} + n_{R_{5,7}} + n_{R_{5,8}} + n_{R_{5,9}} + n_{R_{5,10}} + n_{R_{6,5}} + n_{R_{6,6}} + n_{R_{6,7}} + n_{R_{6,8}} + n_{R_{6,9}} \\
& + n_{R_{6,10}} \leq GG_{32} \\
GG_{33}: n_{R_{1,4}} + n_{R_{2,4}} & \leq GG_{33} \\
GG_{34}: n_{R_{1,2}} + n_{R_{1,4}} + n_{R_{1,5}} + n_{R_{1,7}} + n_{R_{1,8}} + n_{R_{2,2}} + n_{R_{2,4}} + n_{R_{2,5}} + n_{R_{2,7}} + n_{R_{2,8}} & \leq GG_{34} \\
GG_{35}: GG_{35} & = 0 \\
GG_{36}: GG_{36} & = 0 \\
GG_{37}: n_{R_{5,1}} + n_{R_{5,2}} + n_{R_{5,3}} + n_{R_{5,4}} + n_{R_{5,5}} + n_{R_{5,6}} + n_{R_{5,7}} + n_{R_{5,8}} + n_{R_{5,9}} + n_{R_{5,10}} + n_{R_{6,1}} \\
& + n_{R_{6,2}} + n_{R_{6,3}} + n_{R_{6,4}} + n_{R_{6,5}} + n_{R_{6,6}} + n_{R_{6,7}} + n_{R_{6,8}} + n_{R_{6,9}} + n_{R_{6,10}} \leq GG_{37} \\
GG_{38}: n_{R_{5,5}} + n_{R_{5,6}} + n_{R_{5,7}} + n_{R_{5,8}} + n_{R_{5,9}} + n_{R_{6,5}} + n_{R_{6,6}} + n_{R_{6,7}} + n_{R_{6,8}} + n_{R_{6,9}} & \leq GG_{38} \\
GG_{39}: GG_{39} & = 0 \\
GG_{40}: GG_{40} & = 0 \\
GG_{41}: n_{R_{1,2}} + n_{R_{1,3}} + n_{R_{1,4}} + n_{R_{1,7}} + n_{R_{1,8}} + n_{R_{2,2}} + n_{R_{2,3}} + n_{R_{2,4}} + n_{R_{2,7}} + n_{R_{2,8}} & \leq GG_{41} \\
GG_{42}: n_{R_{1,3}} + n_{R_{1,5}} + n_{R_{1,8}} + n_{R_{2,3}} + n_{R_{2,5}} + n_{R_{2,8}} & \leq GG_{42}
\end{aligned}$$

$$GG_{43}: n_{R_{1,1}} + n_{R_{1,3}} + n_{R_{1,5}} + n_{R_{1,6}} + n_{R_{1,9}} + n_{R_{1,10}} + n_{R_{2,1}} + n_{R_{2,3}} + n_{R_{2,5}} + n_{R_{2,6}} + n_{R_{2,9}} + n_{R_{2,10}} \leq GG_{43}$$

$$GG_{44}: GG_{44} = 0$$

$$GG_{45}: n_{R_{5,1}} + n_{R_{5,2}} + n_{R_{5,3}} + n_{R_{5,4}} + n_{R_{5,5}} + n_{R_{5,6}} + n_{R_{5,7}} + n_{R_{5,8}} + n_{R_{5,9}} + n_{R_{5,10}} + n_{R_{6,1}} + n_{R_{6,2}} + n_{R_{6,3}} + n_{R_{6,4}} + n_{R_{6,5}} + n_{R_{6,6}} + n_{R_{6,7}} + n_{R_{6,8}} + n_{R_{6,9}} + n_{R_{6,10}} \leq GG_{45}$$

$$GG_{46}: n_{R_{1,1}} + n_{R_{1,2}} + n_{R_{1,3}} + n_{R_{1,4}} + n_{R_{1,5}} + n_{R_{1,6}} + n_{R_{1,7}} + n_{R_{1,8}} + n_{R_{1,9}} + n_{R_{1,10}} + n_{R_{2,1}} + n_{R_{2,2}} + n_{R_{2,3}} + n_{R_{2,4}} + n_{R_{2,5}} + n_{R_{2,6}} + n_{R_{2,7}} + n_{R_{2,8}} + n_{R_{2,9}} + n_{R_{2,10}} \leq GG_{46}$$

$$GG_{47}: n_{R_{1,10}} + n_{R_{2,10}} \leq GG_{47}$$

$$GG_{48}: GG_{48} = 0$$

$$GG_{49}: GG_{49} = 0$$

$$GG_{50}: GG_{50} = 0$$

$$GG_{51}: n_{R_{5,1}} + n_{R_{5,2}} + n_{R_{5,3}} + n_{R_{5,4}} + n_{R_{5,5}} + n_{R_{5,6}} + n_{R_{5,7}} + n_{R_{5,8}} + n_{R_{5,9}} + n_{R_{5,10}} + n_{R_{6,1}} + n_{R_{6,2}} + n_{R_{6,3}} + n_{R_{6,4}} + n_{R_{6,5}} + n_{R_{6,6}} + n_{R_{6,7}} + n_{R_{6,8}} + n_{R_{6,9}} + n_{R_{6,10}} \leq GG_{51}$$

Nebenbedingungen Strecken:

$$S_{1,2}: n_{R_{3,7}} + n_{R_{5,4}} + n_{R_{5,8}} + n_{R_{5,10}} \leq S_{1,2}$$

$$S_{2,1}: n_{R_{4,7}} + n_{R_{6,4}} + n_{R_{6,8}} + n_{R_{6,10}} \leq S_{2,1}$$

$$S_{2,9}: n_{R_{3,7}} + n_{R_{5,4}} + n_{R_{5,8}} + n_{R_{5,10}} \leq S_{2,9}$$

$$S_{9,2}: n_{R_{4,7}} + n_{R_{6,4}} + n_{R_{6,8}} + n_{R_{6,10}} \leq S_{9,2}$$

$$S_{3,2}: S_{3,2} = 0$$

$$S_{2,3}: S_{2,3} = 0$$

$$S_{3,9}: S_{3,9} = 0$$

$$S_{9,3}: S_{9,3} = 0$$

$$S_{1,4}: n_{R_{4,7}} + n_{R_{5,1}} + n_{R_{5,2}} + n_{R_{5,3}} + n_{R_{5,5}} + n_{R_{5,6}} + n_{R_{5,7}} + n_{R_{5,9}} \leq S_{1,4}$$

$$S_{4,1}: n_{R_{3,7}} + n_{R_{6,1}} + n_{R_{6,2}} + n_{R_{6,3}} + n_{R_{6,5}} + n_{R_{6,6}} + n_{R_{6,7}} + n_{R_{6,9}} \leq S_{4,1}$$

$$S_{3,19}: S_{3,19} = 0$$

$$S_{19,3}: S_{19,3} = 0$$

$$S_{4,7}: n_{R_{4,7}} + n_{R_{5,1}} + n_{R_{5,2}} + n_{R_{5,3}} + n_{R_{5,5}} + n_{R_{5,6}} + n_{R_{5,7}} + n_{R_{5,9}} \leq S_{4,7}$$

$$S_{7,4}: n_{R_{3,7}} + n_{R_{6,1}} + n_{R_{6,2}} + n_{R_{6,3}} + n_{R_{6,5}} + n_{R_{6,6}} + n_{R_{6,7}} + n_{R_{6,9}} \leq S_{7,4}$$

$$S_{7,6}: n_{R_{4,1}} + n_{R_{4,2}} + n_{R_{4,4}} + n_{R_{4,7}} \leq S_{7,6}$$

$$S_{6,7}: n_{R_{3,1}} + n_{R_{3,2}} + n_{R_{3,4}} + n_{R_{3,7}} \leq S_{6,7}$$

$$S_{5,6}: n_{R_{3,1}} + n_{R_{3,2}} + n_{R_{3,3}} + n_{R_{3,4}} + n_{R_{3,5}} + n_{R_{3,6}} + n_{R_{3,7}} \leq S_{5,6}$$

$$S_{6,5}: n_{R_{4,1}} + n_{R_{4,2}} + n_{R_{4,3}} + n_{R_{4,4}} + n_{R_{4,5}} + n_{R_{4,6}} + n_{R_{4,7}} \leq S_{6,5}$$

$$S_{5,13}: n_{R_{3,8}} + n_{R_{3,9}} + n_{R_{3,10}} \leq S_{5,13}$$

$$S_{13,5}: n_{R_{4,8}} + n_{R_{4,9}} + n_{R_{4,10}} \leq S_{13,5}$$

$$S_{6,15}: n_{R_{3,3}} + n_{R_{3,5}} + n_{R_{3,6}} \leq S_{6,15}$$

$$S_{15,6}: n_{R_{4,3}} + n_{R_{4,5}} + n_{R_{4,6}} \leq S_{15,6}$$

$$S_{7,17}: n_{R_{3,2}} + n_{R_{3,4}} + n_{R_{4,6}} + n_{R_{5,1}} + n_{R_{5,3}} + n_{R_{5,6}} + n_{R_{5,7}} \leq S_{7,17}$$

$$S_{17,7}: n_{R_{3,6}} + n_{R_{4,2}} + n_{R_{4,4}} + n_{R_{6,1}} + n_{R_{6,3}} + n_{R_{6,6}} + n_{R_{6,7}} \leq S_{17,7}$$

$$S_{7,8}: n_{R_{3,1}} + n_{R_{3,6}} + n_{R_{5,2}} + n_{R_{5,5}} + n_{R_{5,9}} \leq S_{7,8}$$

$$\begin{aligned}
S_{8,7}: n_{R_{4,1}} + n_{R_{4,6}} + n_{R_{6,2}} + n_{R_{6,5}} + n_{R_{6,9}} &\leq S_{8,7} \\
S_{8,10}: n_{R_{3,1}} + n_{R_{3,6}} + n_{R_{5,2}} + n_{R_{5,5}} + n_{R_{5,9}} &\leq S_{8,10} \\
S_{10,8}: n_{R_{4,1}} + n_{R_{4,6}} + n_{R_{6,2}} + n_{R_{6,5}} + n_{R_{6,9}} &\leq S_{10,8} \\
S_{10,18}: n_{R_{3,1}} + n_{R_{3,6}} + n_{R_{5,2}} + n_{R_{5,5}} + n_{R_{5,9}} &\leq S_{10,18} \\
S_{18,10}: n_{R_{4,1}} + n_{R_{4,6}} + n_{R_{6,2}} + n_{R_{6,5}} + n_{R_{6,9}} &\leq S_{18,10} \\
S_{9,18}: n_{R_{3,7}} + n_{R_{5,4}} + n_{R_{5,8}} + n_{R_{5,10}} &\leq S_{9,18} \\
S_{18,9}: n_{R_{4,7}} + n_{R_{6,4}} + n_{R_{6,8}} + n_{R_{6,10}} &\leq S_{18,9} \\
S_{11,20}: n_{R_{1,4}} + n_{R_{1,9}} &\leq S_{11,20} \\
S_{20,11}: n_{R_{2,4}} + n_{R_{2,9}} &\leq S_{20,11} \\
S_{11,26}: n_{R_{1,1}} + n_{R_{1,2}} + n_{R_{1,3}} + n_{R_{1,5}} + n_{R_{1,8}} + n_{R_{1,10}} + n_{R_{3,10}} &\leq S_{11,26} \\
S_{26,11}: n_{R_{2,1}} + n_{R_{2,2}} + n_{R_{2,3}} + n_{R_{2,5}} + n_{R_{2,8}} + n_{R_{2,10}} + n_{R_{4,10}} &\leq S_{26,11} \\
S_{11,27}: n_{R_{1,6}} + n_{R_{1,7}} &\leq S_{11,27} \\
S_{27,11}: n_{R_{2,6}} + n_{R_{2,7}} &\leq S_{27,11} \\
S_{11,12}: n_{R_{4,10}} &\leq S_{11,12} \\
S_{12,11}: n_{R_{3,10}} &\leq S_{12,11} \\
S_{12,13}: n_{R_{4,10}} &\leq S_{12,13} \\
S_{13,12}: n_{R_{3,10}} &\leq S_{13,12} \\
S_{13,14}: S_{13,14} &= 0 \\
S_{14,13}: S_{14,13} &= 0 \\
S_{13,21}: n_{R_{3,8}} + n_{R_{3,9}} &\leq S_{13,21} \\
S_{21,13}: n_{R_{4,8}} + n_{R_{4,9}} &\leq S_{21,13} \\
S_{21,27}: n_{R_{3,8}} + n_{R_{3,9}} &\leq S_{21,27} \\
S_{27,21}: n_{R_{4,8}} + n_{R_{4,9}} &\leq S_{27,21} \\
S_{14,15}: S_{14,15} &= 0 \\
S_{15,14}: S_{15,14} &= 0 \\
S_{15,16}: n_{R_{3,3}} + n_{R_{3,5}} + n_{R_{3,6}} &\leq S_{15,16} \\
S_{16,15}: n_{R_{4,3}} + n_{R_{4,5}} + n_{R_{4,6}} &\leq S_{16,15} \\
S_{16,17}: n_{R_{3,3}} + n_{R_{3,5}} + n_{R_{3,6}} &\leq S_{16,17} \\
S_{17,16}: n_{R_{4,3}} + n_{R_{4,5}} + n_{R_{4,6}} &\leq S_{17,16} \\
S_{17,18}: n_{R_{3,2}} + n_{R_{3,3}} + n_{R_{5,3}} + n_{R_{5,7}} &\leq S_{17,18} \\
S_{18,17}: n_{R_{4,2}} + n_{R_{4,3}} + n_{R_{6,3}} + n_{R_{6,7}} &\leq S_{18,17} \\
S_{17,22}: n_{R_{3,4}} + n_{R_{3,5}} + n_{R_{5,1}} + n_{R_{5,6}} &\leq S_{17,22} \\
S_{22,17}: n_{R_{4,4}} + n_{R_{4,5}} + n_{R_{6,1}} + n_{R_{6,6}} &\leq S_{22,17} \\
S_{18,22}: n_{R_{4,4}} + n_{R_{4,5}} + n_{R_{4,9}} &\leq S_{18,22} \\
S_{22,18}: n_{R_{3,4}} + n_{R_{3,5}} + n_{R_{3,9}} &\leq S_{22,18} \\
S_{22,31}: n_{R_{4,9}} + n_{R_{5,1}} + n_{R_{5,6}} &\leq S_{22,31} \\
S_{31,22}: n_{R_{3,9}} + n_{R_{6,1}} + n_{R_{6,6}} &\leq S_{31,22} \\
S_{18,31}: n_{R_{4,8}} + n_{R_{4,10}} + n_{R_{5,2}} + n_{R_{5,3}} + n_{R_{5,4}} + n_{R_{5,9}} &\leq S_{18,31} \\
S_{31,18}: n_{R_{3,8}} + n_{R_{3,10}} + n_{R_{6,2}} + n_{R_{6,3}} + n_{R_{6,4}} + n_{R_{6,9}} &\leq S_{31,18}
\end{aligned}$$

$$S_{18,19}: S_{18,19} = 0$$

$$S_{19,18}: S_{19,18} = 0$$

$$S_{19,23}: S_{19,23} = 0$$

$$S_{23,19}: S_{23,19} = 0$$

$$S_{23,24}: S_{23,24} = 0$$

$$S_{24,23}: S_{24,23} = 0$$

$$S_{24,18}: n_{R_{6,5}} + n_{R_{6,7}} + n_{R_{6,8}} + n_{R_{6,10}} \leq S_{24,18}$$

$$S_{18,24}: n_{R_{5,5}} + n_{R_{5,7}} + n_{R_{5,8}} + n_{R_{5,10}} \leq S_{18,24}$$

$$S_{24,32}: n_{R_{5,5}} + n_{R_{5,7}} + n_{R_{5,8}} + n_{R_{5,10}} \leq S_{24,32}$$

$$S_{32,24}: n_{R_{6,5}} + n_{R_{6,7}} + n_{R_{6,8}} + n_{R_{6,10}} \leq S_{32,24}$$

$$S_{20,25}: n_{R_{1,4}} + n_{R_{1,9}} \leq S_{20,25}$$

$$S_{25,20}: n_{R_{2,4}} + n_{R_{2,9}} \leq S_{25,20}$$

$$S_{25,26}: n_{R_{1,9}} \leq S_{25,26}$$

$$S_{26,25}: n_{R_{2,9}} \leq S_{26,25}$$

$$S_{25,33}: n_{R_{1,4}} \leq S_{25,33}$$

$$S_{33,25}: n_{R_{2,4}} \leq S_{33,25}$$

$$S_{26,27}: n_{R_{2,6}} + n_{R_{2,7}} + n_{R_{3,10}} \leq S_{26,27}$$

$$S_{27,26}: n_{R_{1,6}} + n_{R_{1,7}} + n_{R_{4,10}} \leq S_{27,26}$$

$$S_{26,34}: n_{R_{1,2}} + n_{R_{1,5}} + n_{R_{1,7}} + n_{R_{1,8}} \leq S_{26,34}$$

$$S_{34,26}: n_{R_{2,2}} + n_{R_{2,5}} + n_{R_{2,7}} + n_{R_{2,8}} \leq S_{34,26}$$

$$S_{26,43}: n_{R_{1,1}} + n_{R_{1,3}} + n_{R_{1,6}} + n_{R_{1,9}} + n_{R_{1,10}} \leq S_{26,43}$$

$$S_{43,26}: n_{R_{2,1}} + n_{R_{2,3}} + n_{R_{2,6}} + n_{R_{2,9}} + n_{R_{2,10}} \leq S_{43,26}$$

$$S_{27,28}: n_{R_{3,8}} + n_{R_{3,9}} + n_{R_{3,10}} \leq S_{27,28}$$

$$S_{28,27}: n_{R_{4,8}} + n_{R_{4,9}} + n_{R_{4,10}} \leq S_{28,27}$$

$$S_{27,35}: S_{27,35} = 0$$

$$S_{35,27}: S_{35,27} = 0$$

$$S_{28,36}: S_{28,36} = 0$$

$$S_{36,28}: S_{36,28} = 0$$

$$S_{28,29}: n_{R_{3,8}} + n_{R_{3,9}} + n_{R_{3,10}} \leq S_{28,29}$$

$$S_{29,28}: n_{R_{4,8}} + n_{R_{4,9}} + n_{R_{4,10}} \leq S_{29,28}$$

$$S_{29,30}: n_{R_{3,8}} + n_{R_{3,9}} + n_{R_{3,10}} \leq S_{29,30}$$

$$S_{30,29}: n_{R_{4,8}} + n_{R_{4,9}} + n_{R_{4,10}} \leq S_{30,29}$$

$$S_{30,36}: S_{30,36} = 0$$

$$S_{36,30}: S_{36,30} = 0$$

$$S_{30,31}: n_{R_{3,8}} + n_{R_{3,9}} + n_{R_{3,10}} \leq S_{30,31}$$

$$S_{31,30}: n_{R_{4,8}} + n_{R_{4,9}} + n_{R_{4,10}} \leq S_{31,30}$$

$$S_{31,32}: n_{R_{5,6}} + n_{R_{5,9}} + n_{R_{6,10}} \leq S_{31,32}$$

$$S_{32,31}: n_{R_{5,10}} + n_{R_{6,6}} + n_{R_{6,9}} \leq S_{32,31}$$

$$S_{32,38}: n_{R_{5,5}} + n_{R_{5,6}} + n_{R_{5,7}} + n_{R_{5,8}} + n_{R_{5,9}} \leq S_{32,38}$$

$$S_{38,32}: n_{R_{6,5}} + n_{R_{6,6}} + n_{R_{6,7}} + n_{R_{6,8}} + n_{R_{6,9}} \leq S_{38,32}$$

$$S_{33,39}: S_{33,39} = 0$$

$$S_{39,33}: S_{39,33} = 0$$

$$S_{33,34}: n_{R_{1,4}} \leq S_{33,34}$$

$$S_{34,33}: n_{R_{2,4}} \leq S_{34,33}$$

$$S_{34,41}: n_{R_{1,2}} + n_{R_{1,4}} + n_{R_{1,7}} \leq S_{34,41}$$

$$S_{41,34}: n_{R_{2,2}} + n_{R_{2,4}} + n_{R_{2,7}} \leq S_{41,34}$$

$$S_{34,42}: n_{R_{1,5}} + n_{R_{1,8}} \leq S_{34,42}$$

$$S_{42,34}: n_{R_{2,5}} + n_{R_{2,8}} \leq S_{42,34}$$

$$S_{35,44}: S_{35,44} = 0$$

$$S_{44,35}: S_{44,35} = 0$$

$$S_{35,36}: S_{35,36} = 0$$

$$S_{36,35}: S_{36,35} = 0$$

$$S_{31,37}: n_{R_{5,1}} + n_{R_{5,2}} + n_{R_{5,3}} + n_{R_{5,4}} + n_{R_{5,10}} \leq S_{31,37}$$

$$S_{37,31}: n_{R_{6,1}} + n_{R_{6,2}} + n_{R_{6,3}} + n_{R_{6,4}} + n_{R_{6,10}} \leq S_{37,31}$$

$$S_{37,38}: n_{R_{6,5}} + n_{R_{6,6}} + n_{R_{6,7}} + n_{R_{6,8}} + n_{R_{6,9}} \leq S_{37,38}$$

$$S_{38,37}: n_{R_{5,5}} + n_{R_{5,6}} + n_{R_{5,7}} + n_{R_{5,8}} + n_{R_{5,9}} \leq S_{38,37}$$

$$S_{37,45}: n_{R_{5,1}} + n_{R_{5,2}} + n_{R_{5,3}} + n_{R_{5,4}} + n_{R_{5,5}} + n_{R_{5,6}} + n_{R_{5,7}} + n_{R_{5,8}} + n_{R_{5,9}} + n_{R_{5,10}} \leq S_{37,45}$$

$$S_{45,37}: n_{R_{6,1}} + n_{R_{6,2}} + n_{R_{6,3}} + n_{R_{6,4}} + n_{R_{6,5}} + n_{R_{6,6}} + n_{R_{6,7}} + n_{R_{6,8}} + n_{R_{6,9}} + n_{R_{6,10}} \leq S_{45,37}$$

$$S_{39,40}: S_{39,40} = 0$$

$$S_{40,39}: S_{40,39} = 0$$

$$S_{40,41}: S_{40,41} = 0$$

$$S_{41,40}: S_{41,40} = 0$$

$$S_{41,42}: n_{R_{2,3}} + n_{R_{2,8}} \leq S_{41,42}$$

$$S_{42,41}: n_{R_{1,3}} + n_{R_{1,8}} \leq S_{42,41}$$

$$S_{42,43}: n_{R_{1,5}} + n_{R_{2,3}} \leq S_{42,43}$$

$$S_{43,42}: n_{R_{1,3}} + n_{R_{2,5}} \leq S_{43,42}$$

$$S_{43,46}: n_{R_{1,1}} + n_{R_{1,5}} + n_{R_{1,6}} + n_{R_{1,9}} \leq S_{43,46}$$

$$S_{46,43}: n_{R_{2,1}} + n_{R_{2,5}} + n_{R_{2,6}} + n_{R_{2,9}} \leq S_{46,43}$$

$$S_{43,44}: S_{43,44} = 0$$

$$S_{44,43}: S_{44,43} = 0$$

$$S_{44,48}: S_{44,48} = 0$$

$$S_{48,44}: S_{48,44} = 0$$

$$S_{48,49}: S_{48,49} = 0$$

$$S_{49,48}: S_{49,48} = 0$$

$$S_{46,47}: n_{R_{2,10}} \leq S_{46,47}$$

$$S_{47,46}: n_{R_{1,10}} \leq S_{47,46}$$

$$S_{43,47}: n_{R_{1,10}} \leq S_{43,47}$$

$$S_{47,43}: n_{R_{2,10}} \leq S_{47,43}$$

$$S_{49,50}: S_{49,50} = 0$$

$$S_{50,49}: S_{50,49} = 0$$

$$S_{50,51}: S_{50,51} = 0$$

$$S_{51,50}: S_{51,50} = 0$$

$$S_{51,45}: n_{R_{6,1}} + n_{R_{6,2}} + n_{R_{6,3}} + n_{R_{6,4}} + n_{R_{6,5}} + n_{R_{6,6}} + n_{R_{6,7}} + n_{R_{6,8}} + n_{R_{6,9}} + n_{R_{6,10}} \leq S_{51,45}$$

$$S_{45,51}: n_{R_{5,1}} + n_{R_{5,2}} + n_{R_{5,3}} + n_{R_{5,4}} + n_{R_{5,5}} + n_{R_{5,6}} + n_{R_{5,7}} + n_{R_{5,8}} + n_{R_{5,9}} + n_{R_{5,10}} \leq S_{45,51}$$

$$S_{46,41}: n_{R_{2,2}} + n_{R_{2,3}} + n_{R_{2,4}} + n_{R_{2,7}} + n_{R_{2,8}} \leq S_{46,41}$$

$$S_{41,46}: n_{R_{1,2}} + n_{R_{1,3}} + n_{R_{1,4}} + n_{R_{1,7}} + n_{R_{1,8}} \leq S_{41,46}$$

Nebenbedingungen Fahrstraßenknoten:

$$FK_{1,a}: n_{R_{3,7}} + n_{R_{4,7}} + n_{R_{5,1}} + n_{R_{5,2}} + n_{R_{5,3}} + n_{R_{5,5}} + n_{R_{5,6}} + n_{R_{5,7}} + n_{R_{5,9}} + n_{R_{6,1}} + n_{R_{6,2}} + n_{R_{6,3}} + n_{R_{6,5}} + n_{R_{6,6}} + n_{R_{6,7}} + n_{R_{6,9}} \leq FK_{1,a}$$

$$FK_{2,a}: n_{R_{3,7}} + n_{R_{4,7}} + n_{R_{5,4}} + n_{R_{5,8}} + n_{R_{5,10}} + n_{R_{6,4}} + n_{R_{6,8}} + n_{R_{6,10}} \leq FK_{2,a}$$

$$FK_{3,a}: FK_{3,a} = 0$$

$$FK_{4,a}: n_{R_{3,7}} + n_{R_{4,7}} + n_{R_{5,1}} + n_{R_{5,2}} + n_{R_{5,3}} + n_{R_{5,5}} + n_{R_{5,6}} + n_{R_{5,7}} + n_{R_{5,9}} + n_{R_{6,1}} + n_{R_{6,2}} + n_{R_{6,3}} + n_{R_{6,5}} + n_{R_{6,6}} + n_{R_{6,7}} + n_{R_{6,9}} \leq FK_{4,a}$$

$$FK_{5,a}: n_{R_{3,8}} + n_{R_{3,9}} + n_{R_{3,10}} + n_{R_{4,8}} + n_{R_{4,9}} + n_{R_{4,10}} \leq FK_{5,a}$$

$$FK_{6,a}: n_{R_{3,1}} + n_{R_{3,2}} + 2n_{R_{3,3}} + n_{R_{3,4}} + 2n_{R_{3,5}} + 2n_{R_{3,6}} + n_{R_{3,7}} + n_{R_{4,1}} + n_{R_{4,2}} + 2n_{R_{4,3}} + n_{R_{4,4}} + 2n_{R_{4,5}} + 2n_{R_{4,6}} + n_{R_{4,7}} \leq FK_{6,a}$$

$$FK_{7,a}: n_{R_{3,1}} + n_{R_{3,2}} + n_{R_{3,4}} + n_{R_{3,7}} + n_{R_{4,1}} + n_{R_{4,2}} + n_{R_{4,4}} + n_{R_{4,7}} \leq FK_{7,a}$$

$$FK_{8,a}: n_{R_{3,1}} + n_{R_{3,6}} + n_{R_{4,1}} + n_{R_{4,6}} + n_{R_{5,2}} + n_{R_{5,5}} + n_{R_{5,9}} + n_{R_{6,2}} + n_{R_{6,5}} + n_{R_{6,9}} \leq FK_{8,a}$$

$$FK_{9,a}: n_{R_{3,7}} + n_{R_{4,7}} + n_{R_{5,4}} + n_{R_{5,8}} + n_{R_{5,10}} + n_{R_{6,4}} + n_{R_{6,8}} + n_{R_{6,10}} \leq FK_{9,a}$$

$$FK_{10,a}: n_{R_{3,1}} + n_{R_{3,6}} + n_{R_{4,1}} + n_{R_{4,6}} + n_{R_{5,2}} + n_{R_{5,5}} + n_{R_{5,9}} + n_{R_{6,2}} + n_{R_{6,5}} + n_{R_{6,9}} \leq FK_{10,a}$$

$$FK_{11,a}: n_{R_{1,1}} + n_{R_{1,2}} + n_{R_{1,3}} + n_{R_{1,4}} + n_{R_{1,5}} + n_{R_{1,8}} + n_{R_{1,9}} + n_{R_{1,10}} + n_{R_{2,1}} + n_{R_{2,2}} + n_{R_{2,3}} + n_{R_{2,4}} + n_{R_{2,5}} + n_{R_{2,7}} + n_{R_{2,8}} + n_{R_{2,9}} + n_{R_{2,10}} + n_{R_{3,10}} + n_{R_{4,10}} \leq FK_{11,a}$$

$$FK_{12,a}: n_{R_{3,10}} + n_{R_{4,10}} \leq FK_{12,a}$$

$$FK_{13,a}: n_{R_{3,8}} + n_{R_{3,9}} + n_{R_{3,10}} + n_{R_{4,8}} + n_{R_{4,9}} + n_{R_{4,10}} \leq FK_{13,a}$$

$$FK_{14,a}: FK_{14,a} = 0$$

$$FK_{15,a}: FK_{15,a} = 0$$

$$FK_{16,a}: n_{R_{3,3}} + n_{R_{3,5}} + n_{R_{3,6}} + n_{R_{4,3}} + n_{R_{4,5}} + n_{R_{4,6}} \leq FK_{16,a}$$

$$FK_{17,a}: n_{R_{3,2}} + n_{R_{3,3}} + n_{R_{3,4}} + n_{R_{3,5}} + 2n_{R_{3,6}} + n_{R_{4,2}} + n_{R_{4,3}} + n_{R_{4,4}} + n_{R_{4,5}} + 2n_{R_{4,6}} + n_{R_{5,1}} + n_{R_{5,3}} + n_{R_{5,6}} + n_{R_{5,7}} + n_{R_{6,1}} + n_{R_{6,3}} + n_{R_{6,6}} + n_{R_{6,7}} \leq FK_{17,a}$$

$$FK_{18,a}: n_{R_{3,1}} + n_{R_{3,2}} + n_{R_{3,3}} + n_{R_{3,4}} + n_{R_{3,5}} + n_{R_{3,6}} + n_{R_{3,8}} + n_{R_{3,9}} + n_{R_{3,10}} + n_{R_{4,1}} + n_{R_{4,2}} + n_{R_{4,3}} + n_{R_{4,4}} + n_{R_{4,5}} + n_{R_{4,6}} + n_{R_{4,8}} + n_{R_{4,9}} + n_{R_{4,10}} + 2n_{R_{5,2}} + 2n_{R_{5,3}} + n_{R_{5,4}} + n_{R_{5,5}} + n_{R_{5,7}} + 2n_{R_{5,9}} + 2n_{R_{6,2}} + 2n_{R_{6,3}} + n_{R_{6,4}} + n_{R_{6,5}} + n_{R_{6,7}} + 2n_{R_{6,9}} \leq FK_{18,a}$$

$$FK_{19,a}: FK_{19,a} = 0$$

$$FK_{20,a}: n_{R_{1,4}} + n_{R_{1,9}} + n_{R_{2,4}} + n_{R_{2,9}} \leq FK_{20,a}$$

$$FK_{21,a}: n_{R_{3,8}} + n_{R_{3,9}} + n_{R_{4,8}} + n_{R_{4,9}} \leq FK_{21,a}$$

$$FK_{22,a}: 2n_{R_{3,4}} + 2n_{R_{3,5}} + n_{R_{3,9}} + 2n_{R_{4,4}} + 2n_{R_{4,5}} + n_{R_{4,9}} + n_{R_{5,1}} + n_{R_{5,6}} + n_{R_{6,1}} + n_{R_{6,6}} \leq FK_{22,a}$$

$$FK_{23,a}: FK_{23,a} = 0$$

$$FK_{24,a}: FK_{24,a} = 0$$

$$\begin{aligned}
FK_{25,a}: n_{R_{1,4}} + 2n_{R_{1,9}} + n_{R_{2,4}} + 2n_{R_{2,9}} &\leq FK_{25,a} \\
FK_{26,a}: n_{R_{1,1}} + n_{R_{1,2}} + n_{R_{1,3}} + n_{R_{1,5}} + n_{R_{1,6}} + n_{R_{1,7}} + n_{R_{1,8}} + 2n_{R_{1,9}} + n_{R_{1,10}} + n_{R_{2,1}} + n_{R_{2,2}} \\
&\quad + n_{R_{2,3}} + n_{R_{2,5}} + n_{R_{2,6}} + n_{R_{2,7}} + n_{R_{2,8}} + 2n_{R_{2,9}} + n_{R_{2,10}} \leq FK_{26,a} \\
FK_{27,a}: 2n_{R_{1,6}} + 2n_{R_{1,7}} + 2n_{R_{2,6}} + 2n_{R_{2,7}} + n_{R_{3,8}} + n_{R_{3,9}} + n_{R_{3,10}} + n_{R_{4,8}} + n_{R_{4,9}} + n_{R_{4,10}} \\
&\leq FK_{27,a} \\
FK_{28,a}: n_{R_{3,8}} + n_{R_{3,9}} + n_{R_{3,10}} + n_{R_{4,8}} + n_{R_{4,9}} + n_{R_{4,10}} &\leq FK_{28,a} \\
FK_{29,a}: n_{R_{3,8}} + n_{R_{3,9}} + n_{R_{3,10}} + n_{R_{4,8}} + n_{R_{4,9}} + n_{R_{4,10}} &\leq FK_{29,a} \\
FK_{30,a}: n_{R_{3,8}} + n_{R_{3,9}} + n_{R_{3,10}} + n_{R_{4,8}} + n_{R_{4,9}} + n_{R_{4,10}} &\leq FK_{30,a} \\
FK_{31,a}: n_{R_{3,8}} + n_{R_{3,9}} + n_{R_{3,10}} + n_{R_{4,8}} + n_{R_{4,9}} + n_{R_{4,10}} + n_{R_{5,1}} + n_{R_{5,2}} + n_{R_{5,3}} + n_{R_{5,4}} + 2n_{R_{5,6}} \\
&\quad + 2n_{R_{5,9}} + n_{R_{5,10}} + n_{R_{6,1}} + n_{R_{6,2}} + n_{R_{6,3}} + n_{R_{6,4}} + 2n_{R_{6,6}} + 2n_{R_{6,9}} + n_{R_{6,10}} \leq FK_{31,a} \\
FK_{32,a}: n_{R_{5,5}} + n_{R_{5,7}} + n_{R_{5,8}} + n_{R_{5,10}} + n_{R_{6,5}} + n_{R_{6,7}} + n_{R_{6,8}} + n_{R_{6,10}} &\leq FK_{32,a} \\
FK_{33,a}: n_{R_{1,4}} + n_{R_{2,4}} &\leq FK_{33,a} \\
FK_{34,a}: n_{R_{1,2}} + n_{R_{1,4}} + n_{R_{1,5}} + n_{R_{1,7}} + n_{R_{1,8}} + n_{R_{2,2}} + n_{R_{2,4}} + n_{R_{2,5}} + n_{R_{2,7}} + n_{R_{2,8}} &\leq FK_{34,a} \\
FK_{35,a}: FK_{35,a} &= 0 \\
FK_{36,a}: FK_{36,a} &= 0 \\
FK_{37,a}: n_{R_{5,1}} + n_{R_{5,2}} + n_{R_{5,3}} + n_{R_{5,4}} + n_{R_{5,5}} + n_{R_{5,6}} + n_{R_{5,7}} + n_{R_{5,8}} + n_{R_{5,9}} + n_{R_{5,10}} + n_{R_{6,1}} + n_{R_{6,2}} \\
&\quad + n_{R_{6,3}} + n_{R_{6,4}} + n_{R_{6,5}} + n_{R_{6,6}} + n_{R_{6,7}} + n_{R_{6,8}} + n_{R_{6,9}} + n_{R_{6,10}} \leq FK_{37,a} \\
FK_{38,a}: 2n_{R_{5,5}} + 2n_{R_{5,6}} + 2n_{R_{5,7}} + 2n_{R_{5,8}} + 2n_{R_{5,9}} + 2n_{R_{6,5}} + 2n_{R_{6,6}} + 2n_{R_{6,7}} + 2n_{R_{6,8}} \\
&\quad + 2n_{R_{6,9}} \leq FK_{38,a} \\
FK_{39,a}: FK_{39,a} &= 0 \\
FK_{40,a}: FK_{40,a} &= 0 \\
FK_{41,a}: n_{R_{1,2}} + n_{R_{1,4}} + n_{R_{1,7}} + n_{R_{2,2}} + n_{R_{2,4}} + n_{R_{2,7}} &\leq FK_{41,a} \\
FK_{42,a}: n_{R_{1,3}} + n_{R_{1,5}} + 2n_{R_{1,8}} + n_{R_{2,3}} + n_{R_{2,5}} + 2n_{R_{2,8}} &\leq FK_{42,a} \\
FK_{43,a}: 2n_{R_{1,1}} + 2n_{R_{1,3}} + 2n_{R_{1,5}} + 2n_{R_{1,6}} + 2n_{R_{1,9}} + n_{R_{1,10}} + 2n_{R_{2,1}} + 2n_{R_{2,3}} + 2n_{R_{2,5}} + 2n_{R_{2,6}} \\
&\quad + 2n_{R_{2,9}} + n_{R_{2,10}} \leq FK_{43,a} \\
FK_{44,a}: FK_{44,a} &= 0 \\
FK_{45,a}: n_{R_{5,1}} + n_{R_{5,2}} + n_{R_{5,3}} + n_{R_{5,4}} + n_{R_{5,5}} + n_{R_{5,6}} + n_{R_{5,7}} + n_{R_{5,8}} + n_{R_{5,9}} + n_{R_{5,10}} + n_{R_{6,1}} + n_{R_{6,2}} \\
&\quad + n_{R_{6,3}} + n_{R_{6,4}} + n_{R_{6,5}} + n_{R_{6,6}} + n_{R_{6,7}} + n_{R_{6,8}} + n_{R_{6,9}} + n_{R_{6,10}} \leq FK_{45,a} \\
FK_{46,a}: n_{R_{1,1}} + n_{R_{1,2}} + n_{R_{1,3}} + n_{R_{1,4}} + n_{R_{1,5}} + n_{R_{1,6}} + n_{R_{1,7}} + n_{R_{1,8}} + n_{R_{1,9}} + n_{R_{2,1}} + n_{R_{2,2}} + n_{R_{2,3}} \\
&\quad + n_{R_{2,4}} + n_{R_{2,5}} + n_{R_{2,6}} + n_{R_{2,7}} + n_{R_{2,8}} + n_{R_{2,9}} \leq FK_{46,a} \\
FK_{47,a}: n_{R_{1,10}} + n_{R_{2,10}} &\leq FK_{47,a} \\
FK_{48,a}: FK_{48,a} &= 0 \\
FK_{49,a}: FK_{49,a} &= 0 \\
FK_{50,a}: FK_{50,a} &= 0 \\
FK_{51,a}: FK_{51,a} &= 0 \\
FK_{1,b}: n_{R_{3,7}} + n_{R_{4,7}} + n_{R_{5,4}} + n_{R_{5,8}} + n_{R_{5,10}} + n_{R_{6,4}} + n_{R_{6,8}} + n_{R_{6,10}} &\leq FK_{1,b} \\
FK_{2,b}: n_{R_{3,7}} + n_{R_{4,7}} + n_{R_{5,4}} + n_{R_{5,8}} + n_{R_{5,10}} + n_{R_{6,4}} + n_{R_{6,8}} + n_{R_{6,10}} &\leq FK_{2,b} \\
FK_{3,b}: FK_{3,b} &= 0 \\
FK_{4,b}: n_{R_{3,7}} + n_{R_{4,7}} + n_{R_{5,1}} + n_{R_{5,2}} + n_{R_{5,3}} + n_{R_{5,5}} + n_{R_{5,6}} + n_{R_{5,7}} + n_{R_{5,9}} + n_{R_{6,1}} + n_{R_{6,2}} + n_{R_{6,3}} \\
&\quad + n_{R_{6,5}} + n_{R_{6,6}} + n_{R_{6,7}} + n_{R_{6,9}} \leq FK_{4,b}
\end{aligned}$$

$$FK_{5,b}: n_{R_{3,1}} + n_{R_{3,2}} + n_{R_{3,3}} + n_{R_{3,4}} + n_{R_{3,5}} + n_{R_{3,6}} + n_{R_{3,7}} + n_{R_{4,1}} + n_{R_{4,2}} + n_{R_{4,3}} + n_{R_{4,4}} + n_{R_{4,5}} + n_{R_{4,6}} + n_{R_{4,7}} \leq FK_{5,b}$$

$$FK_{6,b}: n_{R_{3,1}} + n_{R_{3,2}} + n_{R_{3,4}} + n_{R_{3,7}} + n_{R_{4,1}} + n_{R_{4,2}} + n_{R_{4,4}} + n_{R_{4,7}} \leq FK_{6,b}$$

$$FK_{7,b}: n_{R_{3,1}} + n_{R_{3,2}} + n_{R_{3,4}} + 2n_{R_{3,6}} + n_{R_{3,7}} + n_{R_{4,1}} + n_{R_{4,2}} + n_{R_{4,4}} + 2n_{R_{4,6}} + n_{R_{4,7}} + 2n_{R_{5,1}} + 2n_{R_{5,2}} + 2n_{R_{5,3}} + 2n_{R_{5,5}} + 2n_{R_{5,6}} + 2n_{R_{5,7}} + 2n_{R_{5,9}} + 2n_{R_{6,1}} + 2n_{R_{6,2}} + 2n_{R_{6,3}} + 2n_{R_{6,5}} + 2n_{R_{6,6}} + 2n_{R_{6,7}} + 2n_{R_{6,9}} \leq FK_{7,b}$$

$$FK_{8,b}: n_{R_{3,1}} + n_{R_{3,6}} + n_{R_{4,1}} + n_{R_{4,6}} + n_{R_{5,2}} + n_{R_{5,5}} + n_{R_{5,9}} + n_{R_{6,2}} + n_{R_{6,5}} + n_{R_{6,9}} \leq FK_{8,b}$$

$$FK_{9,b}: n_{R_{3,7}} + n_{R_{4,7}} + n_{R_{5,4}} + n_{R_{5,8}} + n_{R_{5,10}} + n_{R_{6,4}} + n_{R_{6,8}} + n_{R_{6,10}} \leq FK_{9,b}$$

$$FK_{10,b}: n_{R_{3,1}} + n_{R_{3,6}} + n_{R_{4,1}} + n_{R_{4,6}} + n_{R_{5,2}} + n_{R_{5,5}} + n_{R_{5,9}} + n_{R_{6,2}} + n_{R_{6,5}} + n_{R_{6,9}} \leq FK_{10,b}$$

$$FK_{11,b}: n_{R_{1,6}} + n_{R_{1,7}} + n_{R_{2,6}} + n_{R_{3,10}} + n_{R_{4,10}} \leq FK_{11,b}$$

$$FK_{12,b}: n_{R_{3,10}} + n_{R_{4,10}} \leq FK_{12,b}$$

$$FK_{13,b}: n_{R_{3,8}} + n_{R_{3,9}} + n_{R_{3,10}} + n_{R_{4,8}} + n_{R_{4,9}} + n_{R_{4,10}} \leq FK_{13,b}$$

$$FK_{14,b}: FK_{14,b} = 0$$

$$FK_{15,b}: 2n_{R_{3,3}} + 2n_{R_{3,5}} + 2n_{R_{3,6}} + 2n_{R_{4,3}} + 2n_{R_{4,5}} + 2n_{R_{4,6}} \leq FK_{15,b}$$

$$FK_{16,b}: n_{R_{3,3}} + n_{R_{3,5}} + n_{R_{3,6}} + n_{R_{4,3}} + n_{R_{4,5}} + n_{R_{4,6}} \leq FK_{16,b}$$

$$FK_{17,b}: n_{R_{3,2}} + n_{R_{3,3}} + n_{R_{3,4}} + n_{R_{3,5}} + n_{R_{4,2}} + n_{R_{4,3}} + n_{R_{4,4}} + n_{R_{4,5}} + n_{R_{5,1}} + n_{R_{5,3}} + n_{R_{5,6}} + n_{R_{5,7}} + n_{R_{6,1}} + n_{R_{6,3}} + n_{R_{6,6}} + n_{R_{6,7}} \leq FK_{17,b}$$

$$FK_{18,b}: n_{R_{3,7}} + n_{R_{4,7}} + n_{R_{5,4}} + n_{R_{5,5}} + n_{R_{5,7}} + 2n_{R_{5,8}} + 2n_{R_{5,10}} + n_{R_{6,4}} + n_{R_{6,5}} + n_{R_{6,7}} + 2n_{R_{6,8}} + 2n_{R_{6,10}} \leq FK_{18,b}$$

$$FK_{19,b}: FK_{19,b} = 0$$

$$FK_{20,b}: n_{R_{1,4}} + n_{R_{1,9}} + n_{R_{2,4}} + n_{R_{2,9}} \leq FK_{20,b}$$

$$FK_{21,b}: n_{R_{3,8}} + n_{R_{3,9}} + n_{R_{4,8}} + n_{R_{4,9}} \leq FK_{21,b}$$

$$FK_{22,b}: n_{R_{3,9}} + n_{R_{4,9}} + n_{R_{5,1}} + n_{R_{5,6}} + n_{R_{6,1}} + n_{R_{6,6}} \leq FK_{22,b}$$

$$FK_{23,b}: FK_{23,b} = 0$$

$$FK_{24,b}: 2n_{R_{5,5}} + 2n_{R_{5,7}} + 2n_{R_{5,8}} + 2n_{R_{5,10}} + 2n_{R_{6,5}} + 2n_{R_{6,7}} + 2n_{R_{6,8}} + 2n_{R_{6,10}} \leq FK_{24,b}$$

$$FK_{25,b}: n_{R_{1,4}} + n_{R_{2,4}} \leq FK_{25,b}$$

$$FK_{26,b}: n_{R_{1,1}} + n_{R_{1,2}} + n_{R_{1,3}} + n_{R_{1,5}} + n_{R_{1,6}} + n_{R_{1,7}} + n_{R_{1,8}} + n_{R_{1,10}} + n_{R_{2,1}} + n_{R_{2,2}} + n_{R_{2,3}} + n_{R_{2,5}} + n_{R_{2,6}} + n_{R_{2,7}} + n_{R_{2,8}} + n_{R_{2,10}} + 2n_{R_{3,10}} + 2n_{R_{4,10}} \leq FK_{26,b}$$

$$FK_{27,b}: n_{R_{3,8}} + n_{R_{3,9}} + n_{R_{3,10}} + n_{R_{4,8}} + n_{R_{4,9}} + n_{R_{4,10}} \leq FK_{27,b}$$

$$FK_{28,b}: n_{R_{3,8}} + n_{R_{3,9}} + n_{R_{3,10}} + n_{R_{4,8}} + n_{R_{4,9}} + n_{R_{4,10}} \leq FK_{28,b}$$

$$FK_{29,b}: n_{R_{3,8}} + n_{R_{3,9}} + n_{R_{3,10}} + n_{R_{4,8}} + n_{R_{4,9}} + n_{R_{4,10}} \leq FK_{29,b}$$

$$FK_{30,b}: n_{R_{3,8}} + n_{R_{3,9}} + n_{R_{3,10}} + n_{R_{4,8}} + n_{R_{4,9}} + n_{R_{4,10}} \leq FK_{30,b}$$

$$FK_{31,b}: n_{R_{3,8}} + n_{R_{3,9}} + n_{R_{3,10}} + n_{R_{4,8}} + n_{R_{4,9}} + n_{R_{4,10}} + n_{R_{5,1}} + n_{R_{5,2}} + n_{R_{5,3}} + n_{R_{5,4}} + n_{R_{5,10}} + n_{R_{6,1}} + n_{R_{6,2}} + n_{R_{6,3}} + n_{R_{6,4}} + n_{R_{6,10}} \leq FK_{31,b}$$

$$FK_{32,b}: n_{R_{5,5}} + 2n_{R_{5,6}} + n_{R_{5,7}} + n_{R_{5,8}} + 2n_{R_{5,9}} + n_{R_{5,10}} + n_{R_{6,5}} + 2n_{R_{6,6}} + n_{R_{6,7}} + n_{R_{6,8}} + 2n_{R_{6,9}} + n_{R_{6,10}} \leq FK_{32,b}$$

$$FK_{33,b}: n_{R_{1,4}} + n_{R_{2,4}} \leq FK_{33,b}$$

$$FK_{34,b}: n_{R_{1,2}} + n_{R_{1,4}} + n_{R_{1,5}} + n_{R_{1,7}} + n_{R_{1,8}} + n_{R_{2,2}} + n_{R_{2,4}} + n_{R_{2,5}} + n_{R_{2,7}} + n_{R_{2,8}} \leq FK_{34,b}$$

$$FK_{35,b}: FK_{35,b} = 0$$

$$FK_{36,b}: FK_{36,b} = 0$$

$$FK_{37,b}: n_{R_{5,1}} + n_{R_{5,2}} + n_{R_{5,3}} + n_{R_{5,4}} + n_{R_{5,5}} + n_{R_{5,6}} + n_{R_{5,7}} + n_{R_{5,8}} + n_{R_{5,9}} + n_{R_{5,10}} + n_{R_{6,1}} + n_{R_{6,2}} \\ + n_{R_{6,3}} + n_{R_{6,4}} + n_{R_{6,5}} + n_{R_{6,6}} + n_{R_{6,7}} + n_{R_{6,8}} + n_{R_{6,9}} + n_{R_{6,10}} \leq FK_{37,b}$$

$$FK_{38,b}: FK_{38,b} = 0$$

$$FK_{39,b}: FK_{39,b} = 0$$

$$FK_{40,b}: FK_{40,b} = 0$$

$$FK_{41,b}: n_{R_{1,2}} + 2n_{R_{1,3}} + n_{R_{1,4}} + n_{R_{1,7}} + 2n_{R_{1,8}} + n_{R_{2,2}} + 2n_{R_{2,3}} + n_{R_{2,4}} + n_{R_{2,7}} + 2n_{R_{2,8}} \leq FK_{41,b}$$

$$FK_{42,b}: n_{R_{1,3}} + n_{R_{1,5}} + n_{R_{2,3}} + n_{R_{2,5}} \leq FK_{42,b}$$

$$FK_{43,b}: n_{R_{1,10}} + n_{R_{2,10}} \leq FK_{43,b}$$

$$FK_{44,b}: FK_{44,b} = 0$$

$$FK_{45,b}: n_{R_{5,1}} + n_{R_{5,2}} + n_{R_{5,3}} + n_{R_{5,4}} + n_{R_{5,5}} + n_{R_{5,6}} + n_{R_{5,7}} + n_{R_{5,8}} + n_{R_{5,9}} + n_{R_{5,10}} + n_{R_{6,1}} + n_{R_{6,2}} \\ + n_{R_{6,3}} + n_{R_{6,4}} + n_{R_{6,5}} + n_{R_{6,6}} + n_{R_{6,7}} + n_{R_{6,8}} + n_{R_{6,9}} + n_{R_{6,10}} \leq FK_{45,b}$$

$$FK_{46,b}: n_{R_{1,10}} + n_{R_{2,10}} \leq FK_{46,b}$$

$$FK_{47,b}: n_{R_{1,10}} + n_{R_{2,10}} \leq FK_{47,b}$$

$$FK_{48,b}: FK_{48,b} = 0$$

$$FK_{49,b}: FK_{49,b} = 0$$

$$FK_{50,b}: FK_{50,b} = 0$$

$$FK_{51,b}: n_{R_{5,1}} + n_{R_{5,2}} + n_{R_{5,3}} + n_{R_{5,4}} + n_{R_{5,5}} + n_{R_{5,6}} + n_{R_{5,7}} + n_{R_{5,8}} + n_{R_{5,9}} + n_{R_{5,10}} + n_{R_{6,1}} + n_{R_{6,2}} \\ + n_{R_{6,3}} + n_{R_{6,4}} + n_{R_{6,5}} + n_{R_{6,6}} + n_{R_{6,7}} + n_{R_{6,8}} + n_{R_{6,9}} + n_{R_{6,10}} \leq FK_{51,b}$$

Im nachfolgenden werden die Kapazitäten der einzelnen Berechnungsschritte der linearen Optimierung noch einmal angegeben.

Strecke	Kap.								
$S_{1,2}$	14	$S_{9,18}$	14	$S_{22,31}$	11	$S_{28,36}$	25	$S_{37,45}$	16
$S_{2,1}$	22	$S_{10,8}$	19	$S_{31,22}$	19	$S_{36,28}$	25	$S_{45,37}$	15
$S_{2,9}$	18	$S_{11,20}$	9	$S_{18,31}$	25	$S_{28,29}$	13	$S_{39,40}$	13
$S_{9,2}$	22	$S_{20,11}$	9	$S_{31,18}$	25	$S_{29,28}$	8	$S_{40,39}$	13
$S_{3,2}$	22	$S_{11,26}$	17	$S_{18,19}$	10	$S_{29,30}$	13	$S_{40,41}$	16
$S_{2,3}$	22	$S_{26,11}$	20	$S_{19,18}$	10	$S_{30,29}$	8	$S_{41,40}$	16
$S_{3,9}$	22	$S_{11,27}$	19	$S_{19,23}$	14	$S_{30,36}$	5	$S_{41,42}$	16
$S_{9,3}$	22	$S_{27,11}$	19	$S_{23,19}$	14	$S_{36,30}$	5	$S_{42,41}$	16
$S_{1,4}$	14	$S_{11,12}$	10	$S_{23,24}$	14	$S_{30,31}$	8	$S_{42,43}$	14
$S_{4,1}$	22	$S_{12,11}$	10	$S_{24,23}$	14	$S_{31,30}$	6	$S_{43,42}$	14
$S_{3,19}$	19	$S_{12,13}$	10	$S_{24,18}$	25	$S_{31,32}$	14	$S_{43,46}$	17
$S_{19,3}$	19	$S_{13,12}$	10	$S_{18,24}$	17	$S_{32,31}$	14	$S_{46,43}$	20
$S_{4,7}$	14	$S_{13,14}$	11	$S_{24,32}$	9	$S_{32,38}$	13	$S_{43,44}$	5
$S_{7,4}$	22	$S_{14,13}$	11	$S_{32,24}$	14	$S_{38,32}$	11	$S_{44,43}$	5
$S_{7,6}$	12	$S_{13,21}$	15	$S_{20,25}$	8	$S_{33,39}$	11	$S_{44,48}$	14
$S_{6,7}$	12	$S_{21,13}$	12	$S_{25,20}$	8	$S_{39,33}$	11	$S_{48,44}$	14
$S_{5,6}$	12	$S_{21,27}$	15	$S_{25,26}$	19	$S_{33,34}$	18	$S_{48,49}$	14
$S_{6,5}$	12	$S_{27,21}$	12	$S_{26,25}$	19	$S_{34,33}$	18	$S_{49,48}$	14
$S_{5,13}$	19	$S_{14,15}$	11	$S_{25,33}$	11	$S_{34,41}$	18	$S_{46,47}$	18
$S_{13,5}$	15	$S_{15,14}$	11	$S_{33,25}$	11	$S_{41,34}$	18	$S_{47,46}$	18
$S_{6,15}$	25	$S_{15,16}$	7	$S_{26,27}$	15	$S_{34,42}$	18	$S_{43,47}$	23
$S_{15,6}$	25	$S_{16,15}$	8	$S_{27,26}$	15	$S_{42,34}$	18	$S_{47,43}$	23
$S_{7,17}$	14	$S_{16,17}$	13	$S_{26,34}$	14	$S_{35,44}$	6	$S_{49,50}$	8
$S_{17,7}$	14	$S_{17,16}$	13	$S_{34,26}$	14	$S_{44,35}$	6	$S_{50,49}$	8
$S_{7,8}$	16	$S_{17,18}$	8	$S_{26,43}$	16	$S_{35,36}$	14	$S_{50,51}$	8
$S_{8,7}$	15	$S_{18,17}$	7	$S_{43,26}$	17	$S_{36,35}$	14	$S_{51,50}$	8
$S_{8,10}$	20	$S_{17,22}$	14	$S_{27,28}$	16	$S_{31,37}$	15	$S_{51,45}$	15
$S_{10,8}$	19	$S_{22,17}$	22	$S_{28,27}$	11	$S_{37,31}$	15	$S_{45,51}$	16
$S_{10,18}$	20	$S_{18,22}$	25	$S_{27,35}$	9	$S_{37,38}$	11	$S_{46,41}$	18
$S_{18,10}$	19	$S_{22,18}$	25	$S_{35,27}$	9	$S_{38,37}$	13	$S_{41,46}$	18

Tabelle 50: Kapazitäten der Strecken im großen Beispiel – lineare Berechnung – 1. Schritt

K_i	GG_i	$FK_{i,a}$	$FK_{i,b}$	K_i	GG_i	$FK_{i,a}$	$FK_{i,b}$	K_i	GG_i	$FK_{i,a}$	$FK_{i,b}$
K_1	36	43	42	K_{18}	127	30	32	K_{35}	145	32	50
K_2	31	42	37	K_{19}	46	52	21	K_{36}	65	67	23
K_3	63	34	0	K_{20}	52	46	43	K_{37}	24	42	31
K_4	37	43	43	K_{21}	68	43	43	K_{38}	10	30	67
K_5	62	42	34	K_{22}	56	38	38	K_{39}	58	43	47
K_6	55	34	34	K_{23}	65	43	43	K_{40}	66	47	47
K_7	154	46	29	K_{24}	55	43	32	K_{41}	51	43	43
K_8	15	40	47	K_{25}	95	34	43	K_{42}	51	43	43
K_9	31	37	42	K_{26}	158	39	44	K_{43}	137	27	47
K_{10}	22	47	47	K_{27}	190	31	27	K_{44}	148	35	50
K_{11}	97	30	39	K_{28}	71	43	39	K_{45}	9	42	42
K_{12}	35	37	37	K_{29}	44	31	31	K_{46}	15	42	49
K_{13}	146	37	33	K_{30}	145	30	46	K_{47}	5	49	50
K_{14}	47	44	44	K_{31}	202	47	20	K_{48}	65	43	43
K_{15}	48	44	32	K_{32}	55	39	34	K_{49}	65	43	43
K_{16}	115	37	45	K_{33}	102	43	39	K_{50}	65	43	43
K_{17}	149	41	33	K_{34}	93	55	55	K_{51}	9	35	42

Tabelle 51: Kapazitäten der Knoten im großen Beispiel – lineare Berechnung – 1. Schritt

Strecke	Kap.								
$S_{1,2}$	14	$S_{9,18}$	15	$S_{22,31}$	19	$S_{28,36}$	25	$S_{37,45}$	15
$S_{2,1}$	22	$S_{10,8}$	19	$S_{31,22}$	12	$S_{36,28}$	25	$S_{45,37}$	14
$S_{2,9}$	19	$S_{11,20}$	9	$S_{18,31}$	25	$S_{28,29}$	13	$S_{39,40}$	13
$S_{9,2}$	22	$S_{20,11}$	9	$S_{31,18}$	25	$S_{29,28}$	8	$S_{40,39}$	13
$S_{3,2}$	22	$S_{11,26}$	19	$S_{18,19}$	10	$S_{29,30}$	13	$S_{40,41}$	16
$S_{2,3}$	22	$S_{26,11}$	17	$S_{19,18}$	10	$S_{30,29}$	8	$S_{41,40}$	16
$S_{3,9}$	22	$S_{11,27}$	19	$S_{19,23}$	14	$S_{30,36}$	5	$S_{41,42}$	16
$S_{9,3}$	22	$S_{27,11}$	19	$S_{23,19}$	14	$S_{36,30}$	5	$S_{42,41}$	16
$S_{1,4}$	22	$S_{11,12}$	10	$S_{23,24}$	14	$S_{30,31}$	8	$S_{42,43}$	14
$S_{4,1}$	14	$S_{12,11}$	10	$S_{24,23}$	14	$S_{31,30}$	6	$S_{43,42}$	14
$S_{3,19}$	19	$S_{12,13}$	10	$S_{24,18}$	25	$S_{31,32}$	14	$S_{43,46}$	25
$S_{19,3}$	19	$S_{13,12}$	10	$S_{18,24}$	18	$S_{32,31}$	14	$S_{46,43}$	25
$S_{4,7}$	22	$S_{13,14}$	11	$S_{24,32}$	8	$S_{32,38}$	14	$S_{43,44}$	5
$S_{7,4}$	14	$S_{14,13}$	11	$S_{32,24}$	14	$S_{38,32}$	11	$S_{44,43}$	5
$S_{7,6}$	12	$S_{13,21}$	15	$S_{20,25}$	8	$S_{33,39}$	11	$S_{44,48}$	14
$S_{6,7}$	12	$S_{21,13}$	12	$S_{25,20}$	8	$S_{39,33}$	11	$S_{48,44}$	14
$S_{5,6}$	12	$S_{21,27}$	15	$S_{25,26}$	19	$S_{33,34}$	18	$S_{48,49}$	14
$S_{6,5}$	12	$S_{27,21}$	12	$S_{26,25}$	19	$S_{34,33}$	18	$S_{49,48}$	14
$S_{5,13}$	19	$S_{14,15}$	11	$S_{25,33}$	11	$S_{34,41}$	21	$S_{46,47}$	18
$S_{13,5}$	15	$S_{15,14}$	11	$S_{33,25}$	11	$S_{41,34}$	17	$S_{47,46}$	18
$S_{6,15}$	25	$S_{15,16}$	14	$S_{26,27}$	15	$S_{34,42}$	18	$S_{43,47}$	23
$S_{15,6}$	25	$S_{16,15}$	14	$S_{27,26}$	15	$S_{42,34}$	18	$S_{47,43}$	23
$S_{7,17}$	14	$S_{16,17}$	19	$S_{26,34}$	20	$S_{35,44}$	6	$S_{49,50}$	8
$S_{17,7}$	14	$S_{17,16}$	19	$S_{34,26}$	15	$S_{44,35}$	6	$S_{50,49}$	8
$S_{7,8}$	15	$S_{17,18}$	9	$S_{26,43}$	20	$S_{35,36}$	14	$S_{50,51}$	8
$S_{8,7}$	14	$S_{18,17}$	8	$S_{43,26}$	20	$S_{36,35}$	14	$S_{51,50}$	8
$S_{8,10}$	20	$S_{17,22}$	22	$S_{27,28}$	16	$S_{31,37}$	15	$S_{51,45}$	14
$S_{10,8}$	18	$S_{22,17}$	14	$S_{28,27}$	11	$S_{37,31}$	14	$S_{45,51}$	15
$S_{10,18}$	20	$S_{18,22}$	25	$S_{27,35}$	9	$S_{37,38}$	11	$S_{46,41}$	17
$S_{18,10}$	18	$S_{22,18}$	25	$S_{35,27}$	9	$S_{38,37}$	14	$S_{41,46}$	21

Tabelle 52: Kapazitäten der Strecken im großen Beispiel – lineare Berechnung – 2. Schritt

K_i	GG_i	$FK_{i,a}$	$FK_{i,b}$	K_i	GG_i	$FK_{i,a}$	$FK_{i,b}$	K_i	GG_i	$FK_{i,a}$	$FK_{i,b}$
K_1	36	44	42	K_{18}	128	30	30	K_{35}	145	32	50
K_2	31	42	36	K_{19}	46	52	21	K_{36}	65	67	23
K_3	63	34	0	K_{20}	52	46	43	K_{37}	24	41	31
K_4	38	44	44	K_{21}	68	43	43	K_{38}	9	30	67
K_5	61	42	34	K_{22}	57	39	39	K_{39}	58	43	47
K_6	55	34	34	K_{23}	65	43	43	K_{40}	66	47	47
K_7	154	45	29	K_{24}	55	43	30	K_{41}	53	34	34
K_8	15	41	47	K_{25}	95	34	43	K_{42}	51	43	43
K_9	31	36	42	K_{26}	160	40	45	K_{43}	152	41	47
K_{10}	21	47	47	K_{27}	190	31	27	K_{44}	148	35	50
K_{11}	96	31	39	K_{28}	71	43	39	K_{45}	9	41	41
K_{12}	35	37	37	K_{29}	44	31	31	K_{46}	15	42	49
K_{13}	146	37	33	K_{30}	145	30	46	K_{47}	5	49	50
K_{14}	47	44	44	K_{31}	204	48	22	K_{48}	65	43	43
K_{15}	47	44	44	K_{32}	55	38	33	K_{49}	65	43	43
K_{16}	112	44	52	K_{33}	102	43	39	K_{50}	65	43	43
K_{17}	152	42	35	K_{34}	88	44	44	K_{51}	9	35	41

Tabelle 53: Kapazitäten der Knoten im großen Beispiel – lineare Berechnung – 2. Schritt

Strecke	Kap.								
$S_{1,2}$	14	$S_{9,18}$	15	$S_{22,31}$	12	$S_{28,36}$	25	$S_{37,45}$	16
$S_{2,1}$	22	$S_{10,8}$	19	$S_{31,22}$	19	$S_{36,28}$	25	$S_{45,37}$	15
$S_{2,9}$	19	$S_{11,20}$	9	$S_{18,31}$	25	$S_{28,29}$	8	$S_{39,40}$	13
$S_{9,2}$	22	$S_{20,11}$	9	$S_{31,18}$	25	$S_{29,28}$	13	$S_{40,39}$	13
$S_{3,2}$	22	$S_{11,26}$	25	$S_{18,19}$	10	$S_{29,30}$	8	$S_{40,41}$	16
$S_{2,3}$	22	$S_{26,11}$	20	$S_{19,18}$	10	$S_{30,29}$	13	$S_{41,40}$	16
$S_{3,9}$	22	$S_{11,27}$	19	$S_{19,23}$	14	$S_{30,36}$	5	$S_{41,42}$	16
$S_{9,3}$	22	$S_{27,11}$	19	$S_{23,19}$	14	$S_{36,30}$	5	$S_{42,41}$	16
$S_{1,4}$	14	$S_{11,12}$	10	$S_{23,24}$	14	$S_{30,31}$	6	$S_{42,43}$	14
$S_{4,1}$	22	$S_{12,11}$	10	$S_{24,23}$	14	$S_{31,30}$	8	$S_{43,42}$	14
$S_{3,19}$	19	$S_{12,13}$	10	$S_{24,18}$	25	$S_{31,32}$	14	$S_{43,46}$	25
$S_{19,3}$	19	$S_{13,12}$	10	$S_{18,24}$	18	$S_{32,31}$	14	$S_{46,43}$	20
$S_{4,7}$	14	$S_{13,14}$	11	$S_{24,32}$	8	$S_{32,38}$	14	$S_{43,44}$	5
$S_{7,4}$	22	$S_{14,13}$	11	$S_{32,24}$	14	$S_{38,32}$	11	$S_{44,43}$	5
$S_{7,6}$	12	$S_{13,21}$	12	$S_{20,25}$	8	$S_{33,39}$	11	$S_{44,48}$	14
$S_{6,7}$	12	$S_{21,13}$	15	$S_{25,20}$	8	$S_{39,33}$	11	$S_{48,44}$	14
$S_{5,6}$	12	$S_{21,27}$	12	$S_{25,26}$	19	$S_{33,34}$	18	$S_{48,49}$	14
$S_{6,5}$	12	$S_{27,21}$	15	$S_{26,25}$	19	$S_{34,33}$	18	$S_{49,48}$	14
$S_{5,13}$	15	$S_{14,15}$	11	$S_{25,33}$	11	$S_{34,41}$	18	$S_{46,47}$	18
$S_{13,5}$	19	$S_{15,14}$	11	$S_{33,25}$	11	$S_{41,34}$	18	$S_{47,46}$	18
$S_{6,15}$	25	$S_{15,16}$	14	$S_{26,27}$	15	$S_{34,42}$	18	$S_{43,47}$	23
$S_{15,6}$	25	$S_{16,15}$	14	$S_{27,26}$	15	$S_{42,34}$	18	$S_{47,43}$	23
$S_{7,17}$	15	$S_{16,17}$	19	$S_{26,34}$	14	$S_{35,44}$	6	$S_{49,50}$	8
$S_{17,7}$	22	$S_{17,16}$	19	$S_{34,26}$	14	$S_{44,35}$	6	$S_{50,49}$	8
$S_{7,8}$	14	$S_{17,18}$	8	$S_{26,43}$	20	$S_{35,36}$	14	$S_{50,51}$	8
$S_{8,7}$	16	$S_{18,17}$	14	$S_{43,26}$	17	$S_{36,35}$	14	$S_{51,50}$	8
$S_{8,10}$	18	$S_{17,22}$	14	$S_{27,28}$	11	$S_{31,37}$	14	$S_{51,45}$	15
$S_{10,8}$	20	$S_{22,17}$	22	$S_{28,27}$	16	$S_{37,31}$	15	$S_{45,51}$	16
$S_{10,18}$	18	$S_{18,22}$	25	$S_{27,35}$	9	$S_{37,38}$	11	$S_{46,41}$	18
$S_{18,10}$	20	$S_{22,18}$	25	$S_{35,27}$	9	$S_{38,37}$	14	$S_{41,46}$	18

Tabelle 54: Kapazitäten der Strecken im großen Beispiel – lineare Berechnung – 3. Schritt

K_i	GG_i	$FK_{i,a}$	$FK_{i,b}$	K_i	GG_i	$FK_{i,a}$	$FK_{i,b}$	K_i	GG_i	$FK_{i,a}$	$FK_{i,b}$
K_1	36	44	42	K_{18}	128	30	30	K_{35}	145	32	50
K_2	31	42	36	K_{19}	46	52	21	K_{36}	65	67	23
K_3	63	34	0	K_{20}	52	46	43	K_{37}	24	42	31
K_4	38	44	44	K_{21}	68	43	43	K_{38}	9	30	67
K_5	61	42	34	K_{22}	57	39	39	K_{39}	58	43	47
K_6	55	34	34	K_{23}	65	43	43	K_{40}	66	47	47
K_7	154	45	29	K_{24}	55	43	30	K_{41}	51	43	43
K_8	15	41	47	K_{25}	95	34	43	K_{42}	51	43	43
K_9	31	36	42	K_{26}	160	39	44	K_{43}	139	27	47
K_{10}	21	47	47	K_{27}	190	31	27	K_{44}	148	35	50
K_{11}	96	30	39	K_{28}	71	43	39	K_{45}	9	42	42
K_{12}	35	37	37	K_{29}	44	31	31	K_{46}	15	42	49
K_{13}	146	37	33	K_{30}	145	30	46	K_{47}	5	49	50
K_{14}	47	44	44	K_{31}	204	48	22	K_{48}	65	43	43
K_{15}	47	44	44	K_{32}	55	38	33	K_{49}	65	43	43
K_{16}	112	44	52	K_{33}	102	43	39	K_{50}	65	43	43
K_{17}	152	41	34	K_{34}	93	55	55	K_{51}	9	35	42

Tabelle 55: Kapazitäten der Knoten im großen Beispiel – lineare Berechnung – 3. Schritt

Strecke	Kap.								
$S_{1,2}$	14	$S_{9,18}$	15	$S_{22,31}$	12	$S_{28,36}$	25	$S_{37,45}$	16
$S_{2,1}$	22	$S_{10,8}$	19	$S_{31,22}$	19	$S_{36,28}$	25	$S_{45,37}$	15
$S_{2,9}$	19	$S_{11,20}$	9	$S_{18,31}$	25	$S_{28,29}$	13	$S_{39,40}$	13
$S_{9,2}$	22	$S_{20,11}$	9	$S_{31,18}$	25	$S_{29,28}$	8	$S_{40,39}$	13
$S_{3,2}$	22	$S_{11,26}$	19	$S_{18,19}$	10	$S_{29,30}$	13	$S_{40,41}$	16
$S_{2,3}$	22	$S_{26,11}$	17	$S_{19,18}$	10	$S_{30,29}$	8	$S_{41,40}$	16
$S_{3,9}$	22	$S_{11,27}$	19	$S_{19,23}$	14	$S_{30,36}$	5	$S_{41,42}$	16
$S_{9,3}$	22	$S_{27,11}$	19	$S_{23,19}$	14	$S_{36,30}$	5	$S_{42,41}$	16
$S_{1,4}$	14	$S_{11,12}$	10	$S_{23,24}$	14	$S_{30,31}$	8	$S_{42,43}$	14
$S_{4,1}$	22	$S_{12,11}$	10	$S_{24,23}$	14	$S_{31,30}$	6	$S_{43,42}$	14
$S_{3,19}$	19	$S_{12,13}$	10	$S_{24,18}$	25	$S_{31,32}$	14	$S_{43,46}$	25
$S_{19,3}$	19	$S_{13,12}$	10	$S_{18,24}$	18	$S_{32,31}$	14	$S_{46,43}$	25
$S_{4,7}$	14	$S_{13,14}$	11	$S_{24,32}$	8	$S_{32,38}$	14	$S_{43,44}$	5
$S_{7,4}$	22	$S_{14,13}$	11	$S_{32,24}$	14	$S_{38,32}$	11	$S_{44,43}$	5
$S_{7,6}$	12	$S_{13,21}$	15	$S_{20,25}$	8	$S_{33,39}$	11	$S_{44,48}$	14
$S_{6,7}$	12	$S_{21,13}$	12	$S_{25,20}$	8	$S_{39,33}$	11	$S_{48,44}$	14
$S_{5,6}$	12	$S_{21,27}$	15	$S_{25,26}$	19	$S_{33,34}$	18	$S_{48,49}$	14
$S_{6,5}$	12	$S_{27,21}$	12	$S_{26,25}$	19	$S_{34,33}$	18	$S_{49,48}$	14
$S_{5,13}$	19	$S_{14,15}$	11	$S_{25,33}$	11	$S_{34,41}$	21	$S_{46,47}$	18
$S_{13,5}$	15	$S_{15,14}$	11	$S_{33,25}$	11	$S_{41,34}$	17	$S_{47,46}$	18
$S_{6,15}$	25	$S_{15,16}$	14	$S_{26,27}$	15	$S_{34,42}$	18	$S_{43,47}$	23
$S_{15,6}$	25	$S_{16,15}$	14	$S_{27,26}$	15	$S_{42,34}$	18	$S_{47,43}$	23
$S_{7,17}$	14	$S_{16,17}$	19	$S_{26,34}$	20	$S_{35,44}$	6	$S_{49,50}$	8
$S_{17,7}$	14	$S_{17,16}$	19	$S_{34,26}$	15	$S_{44,35}$	6	$S_{50,49}$	8
$S_{7,8}$	16	$S_{17,18}$	14	$S_{26,43}$	20	$S_{35,36}$	14	$S_{50,51}$	8
$S_{8,7}$	14	$S_{18,17}$	8	$S_{43,26}$	20	$S_{36,35}$	14	$S_{51,50}$	8
$S_{8,10}$	20	$S_{17,22}$	14	$S_{27,28}$	16	$S_{31,37}$	14	$S_{51,45}$	15
$S_{10,8}$	18	$S_{22,17}$	22	$S_{28,27}$	11	$S_{37,31}$	15	$S_{45,51}$	16
$S_{10,18}$	20	$S_{18,22}$	25	$S_{27,35}$	9	$S_{37,38}$	11	$S_{46,41}$	17
$S_{18,10}$	18	$S_{22,18}$	25	$S_{35,27}$	9	$S_{38,37}$	14	$S_{41,46}$	21

Tabelle 56: Kapazitäten der Strecken im großen Beispiel – lineare Berechnung – 4. Schritt

K_i	GG_i	$FK_{i,a}$	$FK_{i,b}$	K_i	GG_i	$FK_{i,a}$	$FK_{i,b}$	K_i	GG_i	$FK_{i,a}$	$FK_{i,b}$
K_1	36	44	42	K_{18}	128	30	30	K_{35}	145	32	50
K_2	31	42	36	K_{19}	46	52	21	K_{36}	65	67	23
K_3	63	34	0	K_{20}	52	46	43	K_{37}	24	42	31
K_4	38	44	44	K_{21}	68	43	43	K_{38}	9	30	67
K_5	61	42	34	K_{22}	57	39	39	K_{39}	58	43	47
K_6	55	34	34	K_{23}	65	43	43	K_{40}	66	47	47
K_7	154	45	29	K_{24}	55	43	30	K_{41}	53	34	34
K_8	15	41	47	K_{25}	95	34	43	K_{42}	51	43	43
K_9	31	36	42	K_{26}	160	40	45	K_{43}	152	41	47
K_{10}	21	47	47	K_{27}	190	31	27	K_{44}	148	35	50
K_{11}	96	31	39	K_{28}	71	43	39	K_{45}	9	42	42
K_{12}	35	37	37	K_{29}	44	31	31	K_{46}	15	42	49
K_{13}	146	37	33	K_{30}	145	30	46	K_{47}	5	49	50
K_{14}	47	44	44	K_{31}	204	48	21	K_{48}	65	43	43
K_{15}	47	44	44	K_{32}	55	38	33	K_{49}	65	43	43
K_{16}	112	44	52	K_{33}	102	43	39	K_{50}	65	43	43
K_{17}	152	42	35	K_{34}	88	44	44	K_{51}	9	35	42

Tabelle 57: Kapazitäten der Knoten im großen Beispiel – lineare Berechnung – 4. Schritt

Strecke	Kap.								
$S_{1,2}$	14	$S_{9,18}$	15	$S_{22,31}$	19	$S_{28,36}$	25	$S_{37,45}$	15
$S_{2,1}$	22	$S_{10,8}$	19	$S_{31,22}$	12	$S_{36,28}$	25	$S_{45,37}$	14
$S_{2,9}$	19	$S_{11,20}$	9	$S_{18,31}$	25	$S_{28,29}$	8	$S_{39,40}$	13
$S_{9,2}$	22	$S_{20,11}$	9	$S_{31,18}$	25	$S_{29,28}$	13	$S_{40,39}$	13
$S_{3,2}$	22	$S_{11,26}$	25	$S_{18,19}$	10	$S_{29,30}$	8	$S_{40,41}$	16
$S_{2,3}$	22	$S_{26,11}$	20	$S_{19,18}$	10	$S_{30,29}$	13	$S_{41,40}$	16
$S_{3,9}$	22	$S_{11,27}$	19	$S_{19,23}$	14	$S_{30,36}$	5	$S_{41,42}$	16
$S_{9,3}$	22	$S_{27,11}$	19	$S_{23,19}$	14	$S_{36,30}$	5	$S_{42,41}$	16
$S_{1,4}$	22	$S_{11,12}$	10	$S_{23,24}$	14	$S_{30,31}$	6	$S_{42,43}$	14
$S_{4,1}$	14	$S_{12,11}$	10	$S_{24,23}$	14	$S_{31,30}$	8	$S_{43,42}$	14
$S_{3,19}$	19	$S_{12,13}$	10	$S_{24,18}$	25	$S_{31,32}$	14	$S_{43,46}$	25
$S_{19,3}$	19	$S_{13,12}$	10	$S_{18,24}$	18	$S_{32,31}$	14	$S_{46,43}$	20
$S_{4,7}$	22	$S_{13,14}$	11	$S_{24,32}$	8	$S_{32,38}$	14	$S_{43,44}$	5
$S_{7,4}$	14	$S_{14,13}$	11	$S_{32,24}$	14	$S_{38,32}$	11	$S_{44,43}$	5
$S_{7,6}$	12	$S_{13,21}$	12	$S_{20,25}$	8	$S_{33,39}$	11	$S_{44,48}$	14
$S_{6,7}$	12	$S_{21,13}$	15	$S_{25,20}$	8	$S_{39,33}$	11	$S_{48,44}$	14
$S_{5,6}$	12	$S_{21,27}$	12	$S_{25,26}$	19	$S_{33,34}$	18	$S_{48,49}$	14
$S_{6,5}$	12	$S_{27,21}$	15	$S_{26,25}$	19	$S_{34,33}$	18	$S_{49,48}$	14
$S_{5,13}$	15	$S_{14,15}$	11	$S_{25,33}$	11	$S_{34,41}$	18	$S_{46,47}$	18
$S_{13,5}$	19	$S_{15,14}$	11	$S_{33,25}$	11	$S_{41,34}$	18	$S_{47,46}$	18
$S_{6,15}$	25	$S_{15,16}$	14	$S_{26,27}$	15	$S_{34,42}$	18	$S_{43,47}$	23
$S_{15,6}$	25	$S_{16,15}$	14	$S_{27,26}$	15	$S_{42,34}$	18	$S_{47,43}$	23
$S_{7,17}$	16	$S_{16,17}$	19	$S_{26,34}$	14	$S_{35,44}$	6	$S_{49,50}$	8
$S_{17,7}$	14	$S_{17,16}$	19	$S_{34,26}$	14	$S_{44,35}$	6	$S_{50,49}$	8
$S_{7,8}$	15	$S_{17,18}$	11	$S_{26,43}$	20	$S_{35,36}$	14	$S_{50,51}$	8
$S_{8,7}$	14	$S_{18,17}$	7	$S_{43,26}$	17	$S_{36,35}$	14	$S_{51,50}$	8
$S_{8,10}$	20	$S_{17,22}$	22	$S_{27,28}$	11	$S_{31,37}$	15	$S_{51,45}$	14
$S_{10,8}$	18	$S_{22,17}$	14	$S_{28,27}$	16	$S_{37,31}$	14	$S_{45,51}$	15
$S_{10,18}$	20	$S_{18,22}$	25	$S_{27,35}$	9	$S_{37,38}$	11	$S_{46,41}$	18
$S_{18,10}$	18	$S_{22,18}$	25	$S_{35,27}$	9	$S_{38,37}$	14	$S_{41,46}$	18

Tabelle 58: Kapazitäten der Strecken im großen Beispiel – lineare Berechnung – 5. Schritt

K_i	GG_i	$FK_{i,a}$	$FK_{i,b}$	K_i	GG_i	$FK_{i,a}$	$FK_{i,b}$	K_i	GG_i	$FK_{i,a}$	$FK_{i,b}$
K_1	36	44	42	K_{18}	128	30	30	K_{35}	145	32	50
K_2	31	42	36	K_{19}	46	52	21	K_{36}	65	67	23
K_3	63	34	0	K_{20}	52	46	43	K_{37}	24	41	31
K_4	38	44	44	K_{21}	68	43	43	K_{38}	9	30	67
K_5	61	42	34	K_{22}	57	39	39	K_{39}	58	43	47
K_6	55	34	34	K_{23}	65	43	43	K_{40}	66	47	47
K_7	154	45	29	K_{24}	55	43	30	K_{41}	51	43	43
K_8	15	41	47	K_{25}	95	34	43	K_{42}	51	43	43
K_9	31	36	42	K_{26}	160	39	44	K_{43}	139	27	47
K_{10}	21	47	47	K_{27}	190	31	27	K_{44}	148	35	50
K_{11}	96	30	39	K_{28}	71	43	39	K_{45}	9	41	41
K_{12}	35	37	37	K_{29}	44	31	31	K_{46}	15	42	49
K_{13}	146	37	33	K_{30}	145	30	46	K_{47}	5	49	50
K_{14}	47	44	44	K_{31}	204	48	21	K_{48}	65	43	43
K_{15}	47	44	44	K_{32}	55	38	33	K_{49}	65	43	43
K_{16}	112	44	52	K_{33}	102	43	39	K_{50}	65	43	43
K_{17}	152	42	35	K_{34}	93	55	55	K_{51}	9	35	41

Tabelle 59: Kapazitäten der Knoten im großen Beispiel – lineare Berechnung – 5. Schritt

Strecke	Kap.								
S _{1,2}	14	S _{9,18}	15	S _{22,31}	12	S _{28,36}	25	S _{37,45}	16
S _{2,1}	22	S _{10,8}	19	S _{31,22}	19	S _{36,28}	25	S _{45,37}	15
S _{2,9}	19	S _{11,20}	9	S _{18,31}	25	S _{28,29}	13	S _{39,40}	13
S _{9,2}	22	S _{20,11}	9	S _{31,18}	25	S _{29,28}	8	S _{40,39}	13
S _{3,2}	22	S _{11,26}	19	S _{18,19}	10	S _{29,30}	13	S _{40,41}	16
S _{2,3}	22	S _{26,11}	17	S _{19,18}	10	S _{30,29}	8	S _{41,40}	16
S _{3,9}	22	S _{11,27}	19	S _{19,23}	14	S _{30,36}	5	S _{41,42}	16
S _{9,3}	22	S _{27,11}	19	S _{23,19}	14	S _{36,30}	5	S _{42,41}	16
S _{1,4}	14	S _{11,12}	10	S _{23,24}	14	S _{30,31}	8	S _{42,43}	14
S _{4,1}	22	S _{12,11}	10	S _{24,23}	14	S _{31,30}	6	S _{43,42}	14
S _{3,19}	19	S _{12,13}	10	S _{24,18}	25	S _{31,32}	14	S _{43,46}	25
S _{19,3}	19	S _{13,12}	10	S _{18,24}	18	S _{32,31}	14	S _{46,43}	25
S _{4,7}	14	S _{13,14}	11	S _{24,32}	8	S _{32,38}	14	S _{43,44}	5
S _{7,4}	22	S _{14,13}	11	S _{32,24}	14	S _{38,32}	11	S _{44,43}	5
S _{7,6}	12	S _{13,21}	15	S _{20,25}	8	S _{33,39}	11	S _{44,48}	14
S _{6,7}	12	S _{21,13}	12	S _{25,20}	8	S _{39,33}	11	S _{48,44}	14
S _{5,6}	12	S _{21,27}	15	S _{25,26}	19	S _{33,34}	18	S _{48,49}	14
S _{6,5}	12	S _{27,21}	12	S _{26,25}	19	S _{34,33}	18	S _{49,48}	14
S _{5,13}	19	S _{14,15}	11	S _{25,33}	11	S _{34,41}	21	S _{46,47}	18
S _{13,5}	15	S _{15,14}	11	S _{33,25}	11	S _{41,34}	17	S _{47,46}	18
S _{6,15}	25	S _{15,16}	14	S _{26,27}	15	S _{34,42}	18	S _{43,47}	23
S _{15,6}	25	S _{16,15}	14	S _{27,26}	15	S _{42,34}	18	S _{47,43}	23
S _{7,17}	15	S _{16,17}	19	S _{26,34}	20	S _{35,44}	6	S _{49,50}	8
S _{17,7}	22	S _{17,16}	19	S _{34,26}	15	S _{44,35}	6	S _{50,49}	8
S _{7,8}	14	S _{17,18}	8	S _{26,43}	20	S _{35,36}	14	S _{50,51}	8
S _{8,7}	16	S _{18,17}	14	S _{43,26}	20	S _{36,35}	14	S _{51,50}	8
S _{8,10}	18	S _{17,22}	14	S _{27,28}	16	S _{31,37}	14	S _{51,45}	15
S _{10,8}	20	S _{22,17}	22	S _{28,27}	11	S _{37,31}	15	S _{45,51}	16
S _{10,18}	18	S _{18,22}	25	S _{27,35}	9	S _{37,38}	11	S _{46,41}	17
S _{18,10}	20	S _{22,18}	25	S _{35,27}	9	S _{38,37}	14	S _{41,46}	21

Tabelle 60: Kapazitäten der Strecken im großen Beispiel – lineare Berechnung – 6. Schritt

K_i	GG_i	$FK_{i,a}$	$FK_{i,b}$	K_i	GG_i	$FK_{i,a}$	$FK_{i,b}$	K_i	GG_i	$FK_{i,a}$	$FK_{i,b}$
K_1	36	44	42	K_{18}	128	30	30	K_{35}	145	32	50
K_2	31	42	36	K_{19}	46	52	21	K_{36}	65	67	23
K_3	63	34	0	K_{20}	52	46	43	K_{37}	24	42	31
K_4	38	44	44	K_{21}	68	43	43	K_{38}	9	30	67
K_5	61	42	34	K_{22}	57	39	39	K_{39}	58	43	47
K_6	55	34	34	K_{23}	65	43	43	K_{40}	66	47	47
K_7	154	45	29	K_{24}	55	43	30	K_{41}	53	34	34
K_8	15	41	47	K_{25}	95	34	43	K_{42}	51	43	43
K_9	31	36	42	K_{26}	160	40	45	K_{43}	152	41	47
K_{10}	21	47	47	K_{27}	190	31	27	K_{44}	148	35	50
K_{11}	96	31	39	K_{28}	71	43	39	K_{45}	9	42	42
K_{12}	35	37	37	K_{29}	44	31	31	K_{46}	15	42	49
K_{13}	146	37	33	K_{30}	145	30	46	K_{47}	5	49	50
K_{14}	47	44	44	K_{31}	204	48	21	K_{48}	65	43	43
K_{15}	47	44	44	K_{32}	55	38	33	K_{49}	65	43	43
K_{16}	112	44	52	K_{33}	102	43	39	K_{50}	65	43	43
K_{17}	152	41	34	K_{34}	88	44	44	K_{51}	9	35	42

Tabelle 61: Kapazitäten der Knoten im großen Beispiel – lineare Berechnung – 6. Schritt

Strecke	Kap.								
$S_{1,2}$	14	$S_{9,18}$	15	$S_{22,31}$	19	$S_{28,36}$	25	$S_{37,45}$	15
$S_{2,1}$	22	$S_{10,8}$	19	$S_{31,22}$	12	$S_{36,28}$	25	$S_{45,37}$	14
$S_{2,9}$	19	$S_{11,20}$	9	$S_{18,31}$	25	$S_{28,29}$	8	$S_{39,40}$	13
$S_{9,2}$	22	$S_{20,11}$	9	$S_{31,18}$	25	$S_{29,28}$	13	$S_{40,39}$	13
$S_{3,2}$	22	$S_{11,26}$	25	$S_{18,19}$	10	$S_{29,30}$	8	$S_{40,41}$	16
$S_{2,3}$	22	$S_{26,11}$	20	$S_{19,18}$	10	$S_{30,29}$	13	$S_{41,40}$	16
$S_{3,9}$	22	$S_{11,27}$	19	$S_{19,23}$	14	$S_{30,36}$	5	$S_{41,42}$	16
$S_{9,3}$	22	$S_{27,11}$	19	$S_{23,19}$	14	$S_{36,30}$	5	$S_{42,41}$	16
$S_{1,4}$	22	$S_{11,12}$	10	$S_{23,24}$	14	$S_{30,31}$	6	$S_{42,43}$	14
$S_{4,1}$	14	$S_{12,11}$	10	$S_{24,23}$	14	$S_{31,30}$	8	$S_{43,42}$	14
$S_{3,19}$	19	$S_{12,13}$	10	$S_{24,18}$	25	$S_{31,32}$	14	$S_{43,46}$	25
$S_{19,3}$	19	$S_{13,12}$	10	$S_{18,24}$	18	$S_{32,31}$	14	$S_{46,43}$	20
$S_{4,7}$	22	$S_{13,14}$	11	$S_{24,32}$	8	$S_{32,38}$	14	$S_{43,44}$	5
$S_{7,4}$	14	$S_{14,13}$	11	$S_{32,24}$	14	$S_{38,32}$	11	$S_{44,43}$	5
$S_{7,6}$	12	$S_{13,21}$	12	$S_{20,25}$	8	$S_{33,39}$	11	$S_{44,48}$	14
$S_{6,7}$	12	$S_{21,13}$	15	$S_{25,20}$	8	$S_{39,33}$	11	$S_{48,44}$	14
$S_{5,6}$	12	$S_{21,27}$	12	$S_{25,26}$	19	$S_{33,34}$	18	$S_{48,49}$	14
$S_{6,5}$	12	$S_{27,21}$	15	$S_{26,25}$	19	$S_{34,33}$	18	$S_{49,48}$	14
$S_{5,13}$	15	$S_{14,15}$	11	$S_{25,33}$	11	$S_{34,41}$	18	$S_{46,47}$	18
$S_{13,5}$	19	$S_{15,14}$	11	$S_{33,25}$	11	$S_{41,34}$	18	$S_{47,46}$	18
$S_{6,15}$	25	$S_{15,16}$	14	$S_{26,27}$	15	$S_{34,42}$	18	$S_{43,47}$	23
$S_{15,6}$	25	$S_{16,15}$	14	$S_{27,26}$	15	$S_{42,34}$	18	$S_{47,43}$	23
$S_{7,17}$	22	$S_{16,17}$	19	$S_{26,34}$	14	$S_{35,44}$	6	$S_{49,50}$	8
$S_{17,7}$	15	$S_{17,16}$	19	$S_{34,26}$	14	$S_{44,35}$	6	$S_{50,49}$	8
$S_{7,8}$	16	$S_{17,18}$	14	$S_{26,43}$	20	$S_{35,36}$	14	$S_{50,51}$	8
$S_{8,7}$	14	$S_{18,17}$	8	$S_{43,26}$	17	$S_{36,35}$	14	$S_{51,50}$	8
$S_{8,10}$	20	$S_{17,22}$	22	$S_{27,28}$	11	$S_{31,37}$	15	$S_{51,45}$	14
$S_{10,8}$	18	$S_{22,17}$	14	$S_{28,27}$	16	$S_{37,31}$	14	$S_{45,51}$	15
$S_{10,18}$	20	$S_{18,22}$	25	$S_{27,35}$	9	$S_{37,38}$	11	$S_{46,41}$	18
$S_{18,10}$	18	$S_{22,18}$	25	$S_{35,27}$	9	$S_{38,37}$	14	$S_{41,46}$	18

Tabelle 62: Kapazitäten der Knoten im großen Beispiel – lineare Berechnung – 7. Schritt

K_i	GG_i	$FK_{i,a}$	$FK_{i,b}$	K_i	GG_i	$FK_{i,a}$	$FK_{i,b}$	K_i	GG_i	$FK_{i,a}$	$FK_{i,b}$
K_1	36	44	42	K_{18}	128	30	30	K_{35}	145	32	50
K_2	31	42	36	K_{19}	46	52	21	K_{36}	65	67	23
K_3	63	34	0	K_{20}	52	46	43	K_{37}	24	41	31
K_4	38	44	44	K_{21}	68	43	43	K_{38}	9	30	67
K_5	61	42	34	K_{22}	57	39	39	K_{39}	58	43	47
K_6	55	34	34	K_{23}	65	43	43	K_{40}	66	47	47
K_7	154	45	29	K_{24}	55	43	30	K_{41}	51	43	43
K_8	15	41	47	K_{25}	95	34	43	K_{42}	51	43	43
K_9	31	36	42	K_{26}	160	39	44	K_{43}	139	27	47
K_{10}	21	47	47	K_{27}	190	31	27	K_{44}	148	35	50
K_{11}	96	30	39	K_{28}	71	43	39	K_{45}	9	41	41
K_{12}	35	37	37	K_{29}	44	31	31	K_{46}	15	42	49
K_{13}	146	37	33	K_{30}	145	30	46	K_{47}	5	49	50
K_{14}	47	44	44	K_{31}	204	48	21	K_{48}	65	43	43
K_{15}	47	44	44	K_{32}	55	38	33	K_{49}	65	43	43
K_{16}	112	44	52	K_{33}	102	43	39	K_{50}	65	43	43
K_{17}	152	41	34	K_{34}	93	55	55	K_{51}	9	35	41

Tabelle 63: Kapazitäten der Knoten im großen Beispiel – lineare Berechnung – 7. Schritt

Strecke	Kap.								
$S_{1,2}$	14	$S_{9,18}$	15	$S_{22,31}$	12	$S_{28,36}$	25	$S_{37,45}$	16
$S_{2,1}$	22	$S_{10,8}$	19	$S_{31,22}$	19	$S_{36,28}$	25	$S_{45,37}$	15
$S_{2,9}$	19	$S_{11,20}$	9	$S_{18,31}$	25	$S_{28,29}$	13	$S_{39,40}$	13
$S_{9,2}$	22	$S_{20,11}$	9	$S_{31,18}$	25	$S_{29,28}$	8	$S_{40,39}$	13
$S_{3,2}$	22	$S_{11,26}$	19	$S_{18,19}$	10	$S_{29,30}$	13	$S_{40,41}$	16
$S_{2,3}$	22	$S_{26,11}$	17	$S_{19,18}$	10	$S_{30,29}$	8	$S_{41,40}$	16
$S_{3,9}$	22	$S_{11,27}$	19	$S_{19,23}$	14	$S_{30,36}$	5	$S_{41,42}$	16
$S_{9,3}$	22	$S_{27,11}$	19	$S_{23,19}$	14	$S_{36,30}$	5	$S_{42,41}$	16
$S_{1,4}$	14	$S_{11,12}$	10	$S_{23,24}$	14	$S_{30,31}$	8	$S_{42,43}$	14
$S_{4,1}$	22	$S_{12,11}$	10	$S_{24,23}$	14	$S_{31,30}$	6	$S_{43,42}$	14
$S_{3,19}$	19	$S_{12,13}$	10	$S_{24,18}$	25	$S_{31,32}$	14	$S_{43,46}$	25
$S_{19,3}$	19	$S_{13,12}$	10	$S_{18,24}$	18	$S_{32,31}$	14	$S_{46,43}$	25
$S_{4,7}$	14	$S_{13,14}$	11	$S_{24,32}$	8	$S_{32,38}$	14	$S_{43,44}$	5
$S_{7,4}$	22	$S_{14,13}$	11	$S_{32,24}$	14	$S_{38,32}$	11	$S_{44,43}$	5
$S_{7,6}$	12	$S_{13,21}$	15	$S_{20,25}$	8	$S_{33,39}$	11	$S_{44,48}$	14
$S_{6,7}$	12	$S_{21,13}$	12	$S_{25,20}$	8	$S_{39,33}$	11	$S_{48,44}$	14
$S_{5,6}$	12	$S_{21,27}$	15	$S_{25,26}$	19	$S_{33,34}$	18	$S_{48,49}$	14
$S_{6,5}$	12	$S_{27,21}$	12	$S_{26,25}$	19	$S_{34,33}$	18	$S_{49,48}$	14
$S_{5,13}$	19	$S_{14,15}$	11	$S_{25,33}$	11	$S_{34,41}$	21	$S_{46,47}$	18
$S_{13,5}$	15	$S_{15,14}$	11	$S_{33,25}$	11	$S_{41,34}$	17	$S_{47,46}$	18
$S_{6,15}$	25	$S_{15,16}$	14	$S_{26,27}$	15	$S_{34,42}$	18	$S_{43,47}$	23
$S_{15,6}$	25	$S_{16,15}$	14	$S_{27,26}$	15	$S_{42,34}$	18	$S_{47,43}$	23
$S_{7,17}$	15	$S_{16,17}$	19	$S_{26,34}$	20	$S_{35,44}$	6	$S_{49,50}$	8
$S_{17,7}$	22	$S_{17,16}$	19	$S_{34,26}$	15	$S_{44,35}$	6	$S_{50,49}$	8
$S_{7,8}$	14	$S_{17,18}$	8	$S_{26,43}$	20	$S_{35,36}$	14	$S_{50,51}$	8
$S_{8,7}$	16	$S_{18,17}$	14	$S_{43,26}$	20	$S_{36,35}$	14	$S_{51,50}$	8
$S_{8,10}$	18	$S_{17,22}$	14	$S_{27,28}$	16	$S_{31,37}$	14	$S_{51,45}$	15
$S_{10,8}$	20	$S_{22,17}$	22	$S_{28,27}$	11	$S_{37,31}$	15	$S_{45,51}$	16
$S_{10,18}$	18	$S_{18,22}$	25	$S_{27,35}$	9	$S_{37,38}$	11	$S_{46,41}$	17
$S_{18,10}$	20	$S_{22,18}$	25	$S_{35,27}$	9	$S_{38,37}$	14	$S_{41,46}$	21

Tabelle 64: Kapazitäten der Strecken im großen Beispiel – lineare Berechnung – 8. Schritt

K_i	GG_i	$FK_{i,a}$	$FK_{i,b}$	K_i	GG_i	$FK_{i,a}$	$FK_{i,b}$	K_i	GG_i	$FK_{i,a}$	$FK_{i,b}$
K_1	36	44	42	K_{18}	128	30	30	K_{35}	145	32	50
K_2	31	42	36	K_{19}	46	52	21	K_{36}	65	67	23
K_3	63	34	0	K_{20}	52	46	43	K_{37}	24	42	31
K_4	38	44	44	K_{21}	68	43	43	K_{38}	9	30	67
K_5	61	42	34	K_{22}	57	39	39	K_{39}	58	43	47
K_6	55	34	34	K_{23}	65	43	43	K_{40}	66	47	47
K_7	154	45	29	K_{24}	55	43	30	K_{41}	53	34	34
K_8	15	41	47	K_{25}	95	34	43	K_{42}	51	43	43
K_9	31	36	42	K_{26}	160	40	45	K_{43}	152	41	47
K_{10}	21	47	47	K_{27}	190	31	27	K_{44}	148	35	50
K_{11}	96	31	39	K_{28}	71	43	39	K_{45}	9	42	42
K_{12}	35	37	37	K_{29}	44	31	31	K_{46}	15	42	49
K_{13}	146	37	33	K_{30}	145	30	46	K_{47}	5	49	50
K_{14}	47	44	44	K_{31}	204	48	21	K_{48}	65	43	43
K_{15}	47	44	44	K_{32}	55	38	33	K_{49}	65	43	43
K_{16}	112	44	52	K_{33}	102	43	39	K_{50}	65	43	43
K_{17}	152	41	34	K_{34}	88	44	44	K_{51}	9	35	42

Tabelle 65: Kapazitäten der Knoten im großen Beispiel – lineare Berechnung – 8. Schritt

Die Ergebnisse der jeweiligen Optimierungsschritte des großen Teilnetzes sind in den nachfolgenden Tabellen gegeben.

Optimierungsergebnisse							
Laufweg	1. Schritt	2. Schritt	3. Schritt	Laufweg	1. Schritt	2. Schritt	3. Schritt
$n_{R1,1}$	1	0	0	$n_{R4,1}$	6	5	12
$n_{R1,2}$	0	14	0	$n_{R4,2}$	5	7	0
$n_{R1,3}$	0	0	0	$n_{R4,3}$	3	0	0
$n_{R1,4}$	0	0	0	$n_{R4,4}$	0	0	0
$n_{R1,5}$	0	0	0	$n_{R4,5}$	0	0	0
$n_{R1,6}$	0	0	0	$n_{R4,6}$	0	0	0
$n_{R1,7}$	0	0	0	$n_{R4,7}$	0	0	0
$n_{R1,8}$	0	0	0	$n_{R4,8}$	6	6	0
$n_{R1,9}$	0	0	0	$n_{R4,9}$	0	0	0
$n_{R1,10}$	0	0	0	$n_{R4,10}$	0	0	0
$n_{R2,1}$	17	0	15	$n_{R5,1}$	4	0	2
$n_{R2,2}$	0	1	0	$n_{R5,2}$	0	0	0
$n_{R2,3}$	0	0	0	$n_{R5,3}$	0	0	0
$n_{R2,4}$	0	0	0	$n_{R5,4}$	0	0	0
$n_{R2,5}$	0	0	0	$n_{R5,5}$	0	0	0
$n_{R2,6}$	0	0	0	$n_{R5,6}$	0	0	0
$n_{R2,7}$	0	0	0	$n_{R5,7}$	0	0	0
$n_{R2,8}$	0	0	0	$n_{R5,8}$	5	7	7
$n_{R2,9}$	0	0	0	$n_{R5,9}$	0	0	0
$n_{R2,10}$	0	0	0	$n_{R5,10}$	0	0	0
$n_{R3,1}$	12	10	3	$n_{R6,1}$	0	2	0
$n_{R3,2}$	0	2	9	$n_{R6,2}$	0	0	0
$n_{R3,3}$	4	0	0	$n_{R6,3}$	0	0	0
$n_{R3,4}$	0	0	0	$n_{R6,4}$	0	0	0
$n_{R3,5}$	0	0	0	$n_{R6,5}$	0	0	0
$n_{R3,6}$	0	0	0	$n_{R6,6}$	0	0	0
$n_{R3,7}$	0	0	0	$n_{R6,7}$	0	0	0
$n_{R3,8}$	0	0	6	$n_{R6,8}$	0	0	0
$n_{R3,9}$	0	0	0	$n_{R6,9}$	0	0	0
$n_{R3,10}$	0	0	0	$n_{R6,10}$	0	0	0
Zielfunktion	57,095	49,252	49,252				
Summe	63	54	54				

Tabelle 66: Optimierungsergebnisse im großen Beispiel – lineare Berechnung – Schritt 1 – 3

Optimierungsergebnisse							
Laufweg	4. Schritt	5. Schritt	6.Schritt	Laufweg	4. Schritt	5. Schritt	6.Schritt
$n_{R1,1}$	0	0	0	$n_{R4,1}$	3	4	12
$n_{R1,2}$	14	0	14	$n_{R4,2}$	9	8	0
$n_{R1,3}$	0	0	0	$n_{R4,3}$	0	0	0
$n_{R1,4}$	0	0	0	$n_{R4,4}$	0	0	0
$n_{R1,5}$	0	0	0	$n_{R4,5}$	0	0	0
$n_{R1,6}$	0	0	0	$n_{R4,6}$	0	0	0
$n_{R1,7}$	0	0	0	$n_{R4,7}$	0	0	0
$n_{R1,8}$	0	0	0	$n_{R4,8}$	6	0	6
$n_{R1,9}$	0	0	0	$n_{R4,9}$	0	0	0
$n_{R1,10}$	0	0	0	$n_{R4,10}$	0	0	0
$n_{R2,1}$	0	15	0	$n_{R5,1}$	2	0	2
$n_{R2,2}$	1	0	1	$n_{R5,2}$	0	0	0
$n_{R2,3}$	0	0	0	$n_{R5,3}$	0	0	0
$n_{R2,4}$	0	0	0	$n_{R5,4}$	0	0	0
$n_{R2,5}$	0	0	0	$n_{R5,5}$	0	0	0
$n_{R2,6}$	0	0	0	$n_{R5,6}$	0	0	0
$n_{R2,7}$	0	0	0	$n_{R5,7}$	0	0	0
$n_{R2,8}$	0	0	0	$n_{R5,8}$	7	7	7
$n_{R2,9}$	0	0	0	$n_{R5,9}$	0	0	0
$n_{R2,10}$	0	0	0	$n_{R5,10}$	0	0	0
$n_{R3,1}$	12	11	3	$n_{R6,1}$	0	2	0
$n_{R3,2}$	0	1	9	$n_{R6,2}$	0	0	0
$n_{R3,3}$	0	0	0	$n_{R6,3}$	0	0	0
$n_{R3,4}$	0	0	0	$n_{R6,4}$	0	0	0
$n_{R3,5}$	0	0	0	$n_{R6,5}$	0	0	0
$n_{R3,6}$	0	0	0	$n_{R6,6}$	0	0	0
$n_{R3,7}$	0	0	0	$n_{R6,7}$	0	0	0
$n_{R3,8}$	0	6	0	$n_{R6,8}$	0	0	0
$n_{R3,9}$	0	0	0	$n_{R6,9}$	0	0	0
$n_{R3,10}$	0	0	0	$n_{R6,10}$	0	0	0
Zielfunktion	49,252	49,252	49,252				
Summe	54	54	54				

Tabelle 67: Optimierungsergebnisse im großen Beispiel – lineare Berechnung – Schritt 4 – 6

Optimierungsergebnisse					
Laufweg	7. Schritt	8. Schritt	Laufweg	7. Schritt	8. Schritt
$n_{R1,1}$	0	0	$n_{R4,1}$	3	12
$n_{R1,2}$	0	14	$n_{R4,2}$	9	0
$n_{R1,3}$	0	0	$n_{R4,3}$	0	0
$n_{R1,4}$	0	0	$n_{R4,4}$	0	0
$n_{R1,5}$	0	0	$n_{R4,5}$	0	0
$n_{R1,6}$	0	0	$n_{R4,6}$	0	0
$n_{R1,7}$	0	0	$n_{R4,7}$	0	0
$n_{R1,8}$	0	0	$n_{R4,8}$	0	6
$n_{R1,9}$	0	0	$n_{R4,9}$	0	0
$n_{R1,10}$	0	0	$n_{R4,10}$	0	0
$n_{R2,1}$	15	0	$n_{R5,1}$	0	2
$n_{R2,2}$	0	1	$n_{R5,2}$	0	0
$n_{R2,3}$	0	0	$n_{R5,3}$	0	0
$n_{R2,4}$	0	0	$n_{R5,4}$	0	0
$n_{R2,5}$	0	0	$n_{R5,5}$	0	0
$n_{R2,6}$	0	0	$n_{R5,6}$	0	0
$n_{R2,7}$	0	0	$n_{R5,7}$	0	0
$n_{R2,8}$	0	0	$n_{R5,8}$	7	7
$n_{R2,9}$	0	0	$n_{R5,9}$	0	0
$n_{R2,10}$	0	0	$n_{R5,10}$	0	0
$n_{R3,1}$	12	3	$n_{R6,1}$	2	0
$n_{R3,2}$	0	9	$n_{R6,2}$	0	0
$n_{R3,3}$	0	0	$n_{R6,3}$	0	0
$n_{R3,4}$	0	0	$n_{R6,4}$	0	0
$n_{R3,5}$	0	0	$n_{R6,5}$	0	0
$n_{R3,6}$	0	0	$n_{R6,6}$	0	0
$n_{R3,7}$	0	0	$n_{R6,7}$	0	0
$n_{R3,8}$	6	0	$n_{R6,8}$	0	0
$n_{R3,9}$	0	0	$n_{R6,9}$	0	0
$n_{R3,10}$	0	0	$n_{R6,10}$	0	0
Zielfunktion	49,252	49,252			
Summe	54	54			

Tabelle 68: Optimierungsergebnisse im großen Beispiel – lineare Berechnung – Schritt 7 – 8

Weitere Beispielrechnung

Das große Teilnetz aus Unterkapitel 6.5 wurde zusätzlich mit einem erhöhten Personenverkehrsaufkommen berechnet. Dabei wurde die Grundbelastung der Personenzüge um 40 % zum bisher vorgestellten Beispiel erhöht.

Die Eingangsbedingungen sowie die ermittelten vorhandenen Kapazitäten für die lineare und die spezifizierte Berechnung werden im Folgenden dargestellt. Alle weiteren Eingangsbedingungen, wie die Zielfunktion, die Mindestzugfolgezeiten, die vorgegebenen Laufwege oder der Aufbau des Teilnetzes bleiben identisch zu Unterkapitel 6.5.

Personennahverkehr					
Laufweg	Anz.	Laufweg	Anz.	Laufweg	Anz.
3,2,1,4,7	10	39,33,25,20,11,12,13,14,15,16	15	43,44,35,36,30	10
7,4,1,2,3	10	16,15,14,13,12,11,20,25,33,39	15	30,36,35,44,43	10
2,9,18,17,7	5	11,26,43	5	32,31,30	5
7,17,18,9,2	5	43,26,11	5	30,31,32	5
3,9	10	25,26,27,28	10	44,48,49,50,51	10
9,3	10	28,27,26,25	10	51,50,49,48,44	10
9,18,22,31	5	11,27,35	10	31,37,45,51	10
31,22,18,9	5	35,27,11	10	51,45,37,31	10
3,19,23,24,32,38,37	10	26,34,41,46	5	18,19	10
37,38,32,24,23,19,3	10	46,41,34,26	5	19,18	10
8,7,6,5,13	10	33,34,42,43	5	13,21,27,35	10
13,5,6,7,8	10	43,42,34,33	5	35,27,21,13	10
8,10,18	5	39,40,41,42,43,44	10	16,17	5
18,10,8	5	44,43,42,41,40,39	10	17,16	5
17,22,31,30	10	46,43	5	27,28	5
30,31,22,17	10	43,46	5	28,27	5
18,17,16,15,14,13	5	46,47	5	35,44	5
13,14,15,16,17,18	5	47,46	5	44,35	5
5,6,7,17,18,24	5	28,29,30	20		
24,18,17,7,6,5	5	30,29,28	20		

Tabelle 69: Referenzbetriebsprogramm der Personennahverkehrszüge im weiteren Beispiel

Personenfernverkehr		Güterverkehr			
Laufweg	Anz.	Laufweg	Anz.	Laufweg	Anz.
11,12,13	2	3,2,1	1	11,20,25,33,39	8
13,12,11	2	1,2,3	2	39,33,25,20,11	14
11,20,25,33,39	3	1,4,7	2	11,26,34,42	7
39,33,25,20,11	3	7,4,1	2	42,34,26,11	7
39,40,41,42,43	3	1,4,7,6,15	5	13,21,27,26,34	7
43,42,41,40,39	3	15,6,7,4,1	3	34,26,27,21,13	9
43,26,27,21,13,14,15,16,17,18,19,3	2	5,13,14,15	7	26,27,35,44	3
3,19,18,17,16,15,14,13,21,27,26,43	2	15,14,13,5	9	44,35,27,26	3
17,18,19	4	3,9,18,31	2	33,34	9
19,18,17	4	31,18,9,3	3	34,33	7
13,21,27,35,44	2	19,18,17,16,15	5	39,40,41,42	12
44,35,27,21,13	2	15,16,17,18,19	5	42,41,40,39	10
44,35,36,30,31,32,24,23,19	5	7,17,22,31	2	31,37,45,51	2
19,23,24,32,31,30,36,35,44	5	31,22,17,7	2	51,45,37,31	2
44,48,49,50,51	5	19,23,24,32,31,30,36	7		
51,50,49,48,44	5	36,30,31,32,24,23,19	10		
47,43	5	28,36,35,44,48,49,50,51	5		
43,47	5	51,50,49,48,44,35,36,28	4		

Tabelle 70: Referenzbetriebsprogramm für den Personenfern- und Güterverkehr im weiteren Beispiel

Strecke	Kap.								
S _{1,2}	18	S _{9,18}	15	S _{22,31}	13	S _{28,36}	25	S _{37,45}	11
S _{2,1}	13	S _{10,8}	12	S _{31,22}	13	S _{36,28}	25	S _{45,37}	10
S _{2,9}	20	S _{11,20}	2	S _{18,31}	25	S _{28,29}	5	S _{39,40}	10
S _{9,2}	16	S _{20,11}	2	S _{31,18}	25	S _{29,28}	5	S _{40,39}	10
S _{3,2}	18	S _{11,26}	16	S _{18,19}	6	S _{29,30}	5	S _{40,41}	13
S _{2,3}	18	S _{26,11}	23	S _{19,18}	6	S _{30,29}	5	S _{41,40}	13
S _{3,9}	18	S _{11,27}	15	S _{19,23}	10	S _{30,36}	1	S _{41,42}	12
S _{9,3}	18	S _{27,11}	15	S _{23,19}	10	S _{36,30}	1	S _{42,41}	12
S _{1,4}	18	S _{11,12}	3	S _{23,24}	10	S _{30,31}	3	S _{42,43}	8
S _{4,1}	18	S _{12,11}	3	S _{24,23}	10	S _{31,30}	3	S _{43,42}	8
S _{3,19}	14	S _{12,13}	3	S _{24,18}	16	S _{31,32}	12	S _{43,46}	16
S _{19,3}	14	S _{13,12}	3	S _{18,24}	23	S _{32,31}	12	S _{46,43}	23
S _{4,7}	18	S _{13,14}	2	S _{24,32}	10	S _{32,38}	7	S _{43,44}	0
S _{7,4}	18	S _{14,13}	2	S _{32,24}	8	S _{38,32}	7	S _{44,43}	0
S _{7,6}	5	S _{13,21}	8	S _{20,25}	2	S _{33,39}	5	S _{44,48}	10
S _{6,7}	6	S _{21,13}	8	S _{25,20}	2	S _{39,33}	5	S _{48,44}	10
S _{5,6}	6	S _{21,27}	8	S _{25,26}	15	S _{33,34}	16	S _{48,49}	10
S _{6,5}	5	S _{27,21}	8	S _{26,25}	15	S _{34,33}	16	S _{49,48}	10
S _{5,13}	15	S _{14,15}	2	S _{25,33}	5	S _{34,41}	16	S _{46,47}	16
S _{13,5}	15	S _{15,14}	2	S _{33,25}	5	S _{41,34}	16	S _{47,46}	16
S _{6,15}	25	S _{15,16}	5	S _{26,27}	11	S _{34,42}	16	S _{43,47}	23
S _{15,6}	25	S _{16,15}	5	S _{27,26}	11	S _{42,34}	16	S _{47,43}	23
S _{7,17}	18	S _{16,17}	14	S _{26,34}	12	S _{35,44}	0	S _{49,50}	4
S _{17,7}	18	S _{17,16}	14	S _{34,26}	12	S _{44,35}	0	S _{50,49}	4
S _{7,8}	10	S _{17,18}	4	S _{26,43}	13	S _{35,36}	10	S _{50,51}	4
S _{8,7}	10	S _{18,17}	4	S _{43,26}	18	S _{36,35}	10	S _{51,50}	4
S _{8,10}	15	S _{17,22}	18	S _{27,28}	10	S _{31,37}	11	S _{51,45}	10
S _{10,8}	16	S _{22,17}	18	S _{28,27}	10	S _{37,31}	11	S _{45,51}	11
S _{10,18}	15	S _{18,22}	23	S _{27,35}	2	S _{37,38}	7	S _{46,41}	16
S _{18,10}	16	S _{22,18}	23	S _{35,27}	2	S _{38,37}	7	S _{41,46}	16

Tabelle 71: Restkapazitäten der Strecken im weiteren Beispiel – lineare Berechnung – Ausgangslage

K_i	GG_i	$FK_{i,a}$	$FK_{i,b}$	K_i	GG_i	$FK_{i,a}$	$FK_{i,b}$	K_i	GG_i	$FK_{i,a}$	$FK_{i,b}$
K_1	40	34	37	K_{18}	149	11	11	K_{35}	152	0	28
K_2	36	37	28	K_{19}	59	44	0	K_{36}	74	67	0
K_3	69	4	0	K_{20}	67	21	21	K_{37}	31	36	18
K_4	40	34	34	K_{21}	75	30	30	K_{38}	16	19	67
K_5	66	33	28	K_{22}	62	27	27	K_{39}	73	21	30
K_6	61	26	26	K_{23}	74	28	28	K_{40}	78	30	30
K_7	168	38	8	K_{24}	68	28	19	K_{41}	67	21	21
K_8	21	38	46	K_{25}	113	4	21	K_{42}	66	19	34
K_9	36	27	36	K_{26}	163	23	31	K_{43}	170	20	30
K_{10}	26	46	46	K_{27}	194	0	0	K_{44}	156	5	28
K_{11}	108	10	19	K_{28}	77	32	34	K_{45}	1	36	36
K_{12}	39	24	24	K_{29}	54	19	19	K_{46}	21	38	46
K_{13}	145	11	3	K_{30}	154	2	31	K_{47}	10	46	50
K_{14}	58	17	17	K_{31}	209	37	0	K_{48}	73	31	31
K_{15}	58	17	16	K_{32}	68	28	19	K_{49}	73	31	31
K_{16}	122	20	35	K_{33}	120	21	10	K_{50}	73	31	31
K_{17}	158	26	11	K_{34}	95	33	37	K_{51}	20	25	36

Tabelle 72: Restkapazitäten der Knoten im weiteren Beispiel – lineare Berechnung – Ausgangslage

Strecke	Kap.								
$S_{1,2}$	18	$S_{9,18}$	15	$S_{22,31}$	13	$S_{28,36}$	25	$S_{37,45}$	11
$S_{2,1}$	13	$S_{10,8}$	12	$S_{31,22}$	13	$S_{36,28}$	25	$S_{45,37}$	10
$S_{2,9}$	20	$S_{11,20}$	2	$S_{18,31}$	25	$S_{28,29}$	5	$S_{39,40}$	10
$S_{9,2}$	16	$S_{20,11}$	2	$S_{31,18}$	25	$S_{29,28}$	5	$S_{40,39}$	10
$S_{3,2}$	18	$S_{11,26}$	16	$S_{18,19}$	6	$S_{29,30}$	5	$S_{40,41}$	13
$S_{2,3}$	18	$S_{26,11}$	23	$S_{19,18}$	6	$S_{30,29}$	5	$S_{41,40}$	13
$S_{3,9}$	18	$S_{11,27}$	15	$S_{19,23}$	10	$S_{30,36}$	1	$S_{41,42}$	12
$S_{9,3}$	18	$S_{27,11}$	15	$S_{23,19}$	10	$S_{36,30}$	1	$S_{42,41}$	12
$S_{1,4}$	18	$S_{11,12}$	3	$S_{23,24}$	10	$S_{30,31}$	3	$S_{42,43}$	8
$S_{4,1}$	18	$S_{12,11}$	3	$S_{24,23}$	10	$S_{31,30}$	3	$S_{43,42}$	8
$S_{3,19}$	14	$S_{12,13}$	3	$S_{24,18}$	16	$S_{31,32}$	12	$S_{43,46}$	16
$S_{19,3}$	14	$S_{13,12}$	3	$S_{18,24}$	23	$S_{32,31}$	12	$S_{46,43}$	23
$S_{4,7}$	18	$S_{13,14}$	2	$S_{24,32}$	10	$S_{32,38}$	7	$S_{43,44}$	0
$S_{7,4}$	18	$S_{14,13}$	2	$S_{32,24}$	8	$S_{38,32}$	7	$S_{44,43}$	0
$S_{7,6}$	5	$S_{13,21}$	8	$S_{20,25}$	2	$S_{33,39}$	5	$S_{44,48}$	10
$S_{6,7}$	6	$S_{21,13}$	8	$S_{25,20}$	2	$S_{39,33}$	5	$S_{48,44}$	10
$S_{5,6}$	6	$S_{21,27}$	8	$S_{25,26}$	15	$S_{33,34}$	16	$S_{48,49}$	10
$S_{6,5}$	5	$S_{27,21}$	8	$S_{26,25}$	15	$S_{34,33}$	16	$S_{49,48}$	10
$S_{5,13}$	15	$S_{14,15}$	2	$S_{25,33}$	5	$S_{34,41}$	16	$S_{46,47}$	16
$S_{13,5}$	15	$S_{15,14}$	2	$S_{33,25}$	5	$S_{41,34}$	16	$S_{47,46}$	16
$S_{6,15}$	25	$S_{15,16}$	5	$S_{26,27}$	11	$S_{34,42}$	16	$S_{43,47}$	23
$S_{15,6}$	25	$S_{16,15}$	5	$S_{27,26}$	11	$S_{42,34}$	16	$S_{47,43}$	23
$S_{7,17}$	18	$S_{16,17}$	14	$S_{26,34}$	12	$S_{35,44}$	0	$S_{49,50}$	4
$S_{17,7}$	18	$S_{17,16}$	14	$S_{34,26}$	12	$S_{44,35}$	0	$S_{50,49}$	4
$S_{7,8}$	10	$S_{17,18}$	4	$S_{26,43}$	13	$S_{35,36}$	10	$S_{50,51}$	4
$S_{8,7}$	10	$S_{18,17}$	4	$S_{43,26}$	18	$S_{36,35}$	10	$S_{51,50}$	4
$S_{8,10}$	15	$S_{17,22}$	18	$S_{27,28}$	10	$S_{31,37}$	11	$S_{51,45}$	10
$S_{10,8}$	16	$S_{22,17}$	18	$S_{28,27}$	10	$S_{37,31}$	11	$S_{45,51}$	11
$S_{10,18}$	15	$S_{18,22}$	23	$S_{27,35}$	2	$S_{37,38}$	7	$S_{46,41}$	16
$S_{18,10}$	16	$S_{22,18}$	23	$S_{35,27}$	2	$S_{38,37}$	7	$S_{41,46}$	16

Tabelle 73: Kapazitäten der Strecken im weiteren Beispiel – lineare Berechnung – 1. Schritt

K_i	GG_i	$FK_{i,a}$	$FK_{i,b}$	K_i	GG_i	$FK_{i,a}$	$FK_{i,b}$	K_i	GG_i	$FK_{i,a}$	$FK_{i,b}$
K_1	42	38	38	K_{18}	153	14	19	K_{35}	167	7	38
K_2	37	38	28	K_{19}	58	44	6	K_{36}	72	67	9
K_3	68	10	0	K_{20}	61	34	34	K_{37}	33	38	19
K_4	43	38	38	K_{21}	72	39	39	K_{38}	15	19	67
K_5	66	38	26	K_{22}	64	28	28	K_{39}	66	34	42
K_6	61	26	26	K_{23}	72	37	37	K_{40}	72	42	42
K_7	172	38	9	K_{24}	65	37	29	K_{41}	61	34	34
K_8	18	34	43	K_{25}	106	16	34	K_{42}	61	34	34
K_9	37	28	38	K_{26}	173	26	36	K_{43}	159	11	30
K_{10}	23	43	43	K_{27}	213	9	3	K_{44}	168	10	38
K_{11}	105	17	19	K_{28}	81	42	34	K_{45}	1	38	38
K_{12}	39	24	24	K_{29}	54	19	19	K_{46}	18	34	46
K_{13}	163	19	13	K_{30}	170	10	41	K_{47}	10	46	50
K_{14}	54	28	28	K_{31}	232	39	2	K_{48}	72	37	37
K_{15}	54	28	28	K_{32}	65	37	29	K_{49}	72	37	37
K_{16}	118	28	44	K_{33}	111	34	25	K_{50}	72	37	37
K_{17}	173	33	19	K_{34}	97	50	50	K_{51}	18	27	38

Tabelle 74: Kapazitäten der Knoten im weiteren Beispiel – lineare Berechnung – 1. Schritt

Strecke	Kap.								
$S_{1,2}$	13	$S_{9,18}$	12	$S_{22,31}$	13	$S_{28,36}$	25	$S_{37,45}$	10
$S_{2,1}$	18	$S_{10,8}$	15	$S_{31,22}$	13	$S_{36,28}$	25	$S_{45,37}$	11
$S_{2,9}$	16	$S_{11,20}$	2	$S_{18,31}$	25	$S_{28,29}$	2	$S_{39,40}$	10
$S_{9,2}$	20	$S_{20,11}$	2	$S_{31,18}$	25	$S_{29,28}$	5	$S_{40,39}$	10
$S_{3,2}$	18	$S_{11,26}$	16	$S_{18,19}$	6	$S_{29,30}$	2	$S_{40,41}$	13
$S_{2,3}$	18	$S_{26,11}$	15	$S_{19,18}$	6	$S_{30,29}$	5	$S_{41,40}$	13
$S_{3,9}$	18	$S_{11,27}$	15	$S_{19,23}$	10	$S_{30,36}$	1	$S_{41,42}$	12
$S_{9,3}$	18	$S_{27,11}$	12	$S_{23,19}$	10	$S_{36,30}$	1	$S_{42,41}$	12
$S_{1,4}$	18	$S_{11,12}$	3	$S_{23,24}$	10	$S_{30,31}$	1	$S_{42,43}$	8
$S_{4,1}$	18	$S_{12,11}$	3	$S_{24,23}$	10	$S_{31,30}$	3	$S_{43,42}$	8
$S_{3,19}$	14	$S_{12,13}$	3	$S_{24,18}$	23	$S_{31,32}$	12	$S_{43,46}$	23
$S_{19,3}$	14	$S_{13,12}$	3	$S_{18,24}$	16	$S_{32,31}$	12	$S_{46,43}$	16
$S_{4,7}$	18	$S_{13,14}$	2	$S_{24,32}$	8	$S_{32,38}$	7	$S_{43,44}$	0
$S_{7,4}$	18	$S_{14,13}$	2	$S_{32,24}$	10	$S_{38,32}$	7	$S_{44,43}$	0
$S_{7,6}$	5	$S_{13,21}$	7	$S_{20,25}$	2	$S_{33,39}$	5	$S_{44,48}$	10
$S_{6,7}$	6	$S_{21,13}$	8	$S_{25,20}$	2	$S_{39,33}$	5	$S_{48,44}$	10
$S_{5,6}$	5	$S_{21,27}$	7	$S_{25,26}$	15	$S_{33,34}$	16	$S_{48,49}$	10
$S_{6,5}$	5	$S_{27,21}$	8	$S_{26,25}$	15	$S_{34,33}$	16	$S_{49,48}$	10
$S_{5,13}$	11	$S_{14,15}$	2	$S_{25,33}$	5	$S_{34,41}$	18	$S_{46,47}$	16
$S_{13,5}$	15	$S_{15,14}$	2	$S_{33,25}$	5	$S_{41,34}$	16	$S_{47,46}$	16
$S_{6,15}$	25	$S_{15,16}$	1	$S_{26,27}$	10	$S_{34,42}$	16	$S_{43,47}$	23
$S_{15,6}$	25	$S_{16,15}$	5	$S_{27,26}$	11	$S_{42,34}$	16	$S_{47,43}$	23
$S_{7,17}$	18	$S_{16,17}$	9	$S_{26,34}$	16	$S_{35,44}$	0	$S_{49,50}$	4
$S_{17,7}$	18	$S_{17,16}$	14	$S_{34,26}$	14	$S_{44,35}$	0	$S_{50,49}$	4
$S_{7,8}$	10	$S_{17,18}$	1	$S_{26,43}$	18	$S_{35,36}$	10	$S_{50,51}$	4
$S_{8,7}$	10	$S_{18,17}$	4	$S_{43,26}$	14	$S_{36,35}$	10	$S_{51,50}$	4
$S_{8,10}$	15	$S_{17,22}$	18	$S_{27,28}$	7	$S_{31,37}$	11	$S_{51,45}$	11
$S_{10,8}$	16	$S_{22,17}$	18	$S_{28,27}$	10	$S_{37,31}$	11	$S_{45,51}$	10
$S_{10,18}$	15	$S_{18,22}$	23	$S_{27,35}$	2	$S_{37,38}$	7	$S_{46,41}$	16
$S_{18,10}$	16	$S_{22,18}$	23	$S_{35,27}$	2	$S_{38,37}$	7	$S_{41,46}$	18

Tabelle 75: Kapazitäten der Strecken im weiteren Beispiel – lineare Berechnung – 2. Schritt

K_i	GG_i	$FK_{i,a}$	$FK_{i,b}$	K_i	GG_i	$FK_{i,a}$	$FK_{i,b}$	K_i	GG_i	$FK_{i,a}$	$FK_{i,b}$
K_1	42	38	38	K_{18}	150	12	19	K_{35}	167	7	38
K_2	37	38	28	K_{19}	58	44	6	K_{36}	72	67	9
K_3	68	10	0	K_{20}	61	34	34	K_{37}	33	38	19
K_4	43	38	38	K_{21}	73	38	38	K_{38}	15	19	67
K_5	66	37	25	K_{22}	64	28	28	K_{39}	66	34	42
K_6	61	24	25	K_{23}	72	37	37	K_{40}	72	42	42
K_7	171	37	9	K_{24}	65	37	29	K_{41}	65	23	23
K_8	18	34	43	K_{25}	106	16	34	K_{42}	61	34	34
K_9	37	28	38	K_{26}	168	25	34	K_{43}	169	20	30
K_{10}	23	43	43	K_{27}	209	7	2	K_{44}	168	10	38
K_{11}	107	14	19	K_{28}	79	40	32	K_{45}	1	38	38
K_{12}	39	24	24	K_{29}	53	18	18	K_{46}	18	33	46
K_{13}	160	18	12	K_{30}	167	9	39	K_{47}	10	46	50
K_{14}	54	28	28	K_{31}	228	39	2	K_{48}	72	37	37
K_{15}	54	28	25	K_{32}	65	37	29	K_{49}	72	37	37
K_{16}	119	26	42	K_{33}	111	34	25	K_{50}	72	37	37
K_{17}	169	32	18	K_{34}	93	36	36	K_{51}	18	27	38

Tabelle 76: Kapazitäten der Knoten im weitere Beispiel – lineare Berechnung – 2. Schritt

Strecke	Kap.								
S _{1,2}	18	S _{9,18}	15	S _{22,31}	13	S _{28,36}	25	S _{37,45}	11
S _{2,1}	13	S _{10,8}	12	S _{31,22}	13	S _{36,28}	25	S _{45,37}	10
S _{2,9}	20	S _{11,20}	2	S _{18,31}	25	S _{28,29}	5	S _{39,40}	10
S _{9,2}	16	S _{20,11}	2	S _{31,18}	25	S _{29,28}	3	S _{40,39}	10
S _{3,2}	18	S _{11,26}	23	S _{18,19}	6	S _{29,30}	5	S _{40,41}	13
S _{2,3}	18	S _{26,11}	16	S _{19,18}	6	S _{30,29}	3	S _{41,40}	13
S _{3,9}	18	S _{11,27}	10	S _{19,23}	10	S _{30,36}	1	S _{41,42}	12
S _{9,3}	18	S _{27,11}	15	S _{23,19}	10	S _{36,30}	1	S _{42,41}	12
S _{1,4}	18	S _{11,12}	3	S _{23,24}	10	S _{30,31}	3	S _{42,43}	8
S _{4,1}	18	S _{12,11}	3	S _{24,23}	10	S _{31,30}	2	S _{43,42}	8
S _{3,19}	14	S _{12,13}	3	S _{24,18}	23	S _{31,32}	12	S _{43,46}	23
S _{19,3}	14	S _{13,12}	3	S _{18,24}	23	S _{32,31}	12	S _{46,43}	23
S _{4,7}	18	S _{13,14}	2	S _{24,32}	10	S _{32,38}	7	S _{43,44}	0
S _{7,4}	18	S _{14,13}	2	S _{32,24}	10	S _{38,32}	7	S _{44,43}	0
S _{7,6}	6	S _{13,21}	8	S _{20,25}	2	S _{33,39}	5	S _{44,48}	10
S _{6,7}	5	S _{21,13}	7	S _{25,20}	2	S _{39,33}	5	S _{48,44}	10
S _{5,6}	5	S _{21,27}	8	S _{25,26}	15	S _{33,34}	16	S _{48,49}	10
S _{6,5}	5	S _{27,21}	7	S _{26,25}	15	S _{34,33}	16	S _{49,48}	10
S _{5,13}	15	S _{14,15}	2	S _{25,33}	5	S _{34,41}	15	S _{46,47}	16
S _{13,5}	12	S _{15,14}	2	S _{33,25}	5	S _{41,34}	18	S _{47,46}	16
S _{6,15}	25	S _{15,16}	5	S _{26,27}	11	S _{34,42}	16	S _{43,47}	23
S _{15,6}	25	S _{16,15}	3	S _{27,26}	8	S _{42,34}	16	S _{47,43}	23
S _{7,17}	18	S _{16,17}	14	S _{26,34}	13	S _{35,44}	0	S _{49,50}	4
S _{17,7}	18	S _{17,16}	11	S _{34,26}	17	S _{44,35}	0	S _{50,49}	4
S _{7,8}	10	S _{17,18}	4	S _{26,43}	18	S _{35,36}	10	S _{50,51}	4
S _{8,7}	10	S _{18,17}	3	S _{43,26}	18	S _{36,35}	10	S _{51,50}	4
S _{8,10}	16	S _{17,22}	18	S _{27,28}	10	S _{31,37}	11	S _{51,45}	10
S _{10,8}	15	S _{22,17}	18	S _{28,27}	8	S _{37,31}	10	S _{45,51}	11
S _{10,18}	16	S _{18,22}	23	S _{27,35}	2	S _{37,38}	7	S _{46,41}	18
S _{18,10}	15	S _{22,18}	23	S _{35,27}	2	S _{38,37}	7	S _{41,46}	15

Tabelle 77: Kapazitäten der Strecken im weiteren Beispiel – lineare Berechnung – 3. Schritt

K_i	GG_i	$FK_{i,a}$	$FK_{i,b}$	K_i	GG_i	$FK_{i,a}$	$FK_{i,b}$	K_i	GG_i	$FK_{i,a}$	$FK_{i,b}$
K_1	42	38	38	K_{18}	151	12	19	K_{35}	167	7	38
K_2	37	38	28	K_{19}	58	44	6	K_{36}	72	67	9
K_3	68	10	0	K_{20}	61	34	34	K_{37}	33	38	19
K_4	43	38	38	K_{21}	72	39	39	K_{38}	16	19	67
K_5	66	38	25	K_{22}	64	28	28	K_{39}	66	34	42
K_6	61	25	25	K_{23}	72	37	37	K_{40}	72	42	42
K_7	171	37	9	K_{24}	65	37	29	K_{41}	65	23	23
K_8	18	34	43	K_{25}	106	16	34	K_{42}	61	34	34
K_9	37	28	38	K_{26}	168	25	34	K_{43}	170	20	30
K_{10}	23	43	43	K_{27}	207	5	3	K_{44}	168	10	38
K_{11}	107	15	16	K_{28}	80	42	34	K_{45}	1	38	38
K_{12}	39	24	24	K_{29}	54	19	19	K_{46}	18	33	46
K_{13}	161	19	13	K_{30}	169	10	41	K_{47}	10	46	50
K_{14}	54	28	28	K_{31}	228	39	2	K_{48}	72	37	37
K_{15}	54	28	28	K_{32}	65	37	29	K_{49}	72	37	37
K_{16}	118	28	44	K_{33}	111	34	25	K_{50}	72	37	37
K_{17}	171	33	19	K_{34}	93	36	36	K_{51}	18	27	38

Tabelle 78: Kapazitäten der Knoten im weiteren Beispiel – lineare Berechnung – 3. Schritt

Strecke	Kap.								
$S_{1,2}$	13	$S_{9,18}$	12	$S_{22,31}$	13	$S_{28,36}$	25	$S_{37,45}$	10
$S_{2,1}$	18	$S_{10,8}$	15	$S_{31,22}$	13	$S_{36,28}$	25	$S_{45,37}$	11
$S_{2,9}$	16	$S_{11,20}$	2	$S_{18,31}$	25	$S_{28,29}$	5	$S_{39,40}$	10
$S_{9,2}$	20	$S_{20,11}$	2	$S_{31,18}$	25	$S_{29,28}$	3	$S_{40,39}$	10
$S_{3,2}$	18	$S_{11,26}$	23	$S_{18,19}$	6	$S_{29,30}$	5	$S_{40,41}$	13
$S_{2,3}$	18	$S_{26,11}$	17	$S_{19,18}$	6	$S_{30,29}$	3	$S_{41,40}$	13
$S_{3,9}$	18	$S_{11,27}$	11	$S_{19,23}$	10	$S_{30,36}$	1	$S_{41,42}$	12
$S_{9,3}$	18	$S_{27,11}$	15	$S_{23,19}$	10	$S_{36,30}$	1	$S_{42,41}$	12
$S_{1,4}$	18	$S_{11,12}$	3	$S_{23,24}$	10	$S_{30,31}$	3	$S_{42,43}$	8
$S_{4,1}$	18	$S_{12,11}$	3	$S_{24,23}$	10	$S_{31,30}$	2	$S_{43,42}$	8
$S_{3,19}$	14	$S_{12,13}$	3	$S_{24,18}$	23	$S_{31,32}$	12	$S_{43,46}$	23
$S_{19,3}$	14	$S_{13,12}$	3	$S_{18,24}$	23	$S_{32,31}$	12	$S_{46,43}$	23
$S_{4,7}$	18	$S_{13,14}$	2	$S_{24,32}$	10	$S_{32,38}$	7	$S_{43,44}$	0
$S_{7,4}$	18	$S_{14,13}$	2	$S_{32,24}$	10	$S_{38,32}$	7	$S_{44,43}$	0
$S_{7,6}$	6	$S_{13,21}$	8	$S_{20,25}$	2	$S_{33,39}$	5	$S_{44,48}$	10
$S_{6,7}$	5	$S_{21,13}$	7	$S_{25,20}$	2	$S_{39,33}$	5	$S_{48,44}$	10
$S_{5,6}$	5	$S_{21,27}$	8	$S_{25,26}$	15	$S_{33,34}$	16	$S_{48,49}$	10
$S_{6,5}$	5	$S_{27,21}$	7	$S_{26,25}$	15	$S_{34,33}$	16	$S_{49,48}$	10
$S_{5,13}$	15	$S_{14,15}$	2	$S_{25,33}$	5	$S_{34,41}$	15	$S_{46,47}$	16
$S_{13,5}$	12	$S_{15,14}$	2	$S_{33,25}$	5	$S_{41,34}$	18	$S_{47,46}$	16
$S_{6,15}$	25	$S_{15,16}$	5	$S_{26,27}$	11	$S_{34,42}$	16	$S_{43,47}$	23
$S_{15,6}$	25	$S_{16,15}$	3	$S_{27,26}$	9	$S_{42,34}$	16	$S_{47,43}$	23
$S_{7,17}$	18	$S_{16,17}$	14	$S_{26,34}$	13	$S_{35,44}$	0	$S_{49,50}$	4
$S_{17,7}$	18	$S_{17,16}$	11	$S_{34,26}$	17	$S_{44,35}$	0	$S_{50,49}$	4
$S_{7,8}$	10	$S_{17,18}$	4	$S_{26,43}$	18	$S_{35,36}$	10	$S_{50,51}$	4
$S_{8,7}$	10	$S_{18,17}$	3	$S_{43,26}$	18	$S_{36,35}$	10	$S_{51,50}$	4
$S_{8,10}$	16	$S_{17,22}$	18	$S_{27,28}$	10	$S_{31,37}$	10	$S_{51,45}$	11
$S_{10,8}$	15	$S_{22,17}$	18	$S_{28,27}$	8	$S_{37,31}$	11	$S_{45,51}$	10
$S_{10,18}$	16	$S_{18,22}$	23	$S_{27,35}$	2	$S_{37,38}$	7	$S_{46,41}$	18
$S_{18,10}$	15	$S_{22,18}$	23	$S_{35,27}$	2	$S_{38,37}$	7	$S_{41,46}$	15

Tabelle 79: Kapazitäten der Strecken im weiteren Beispiel – lineare Berechnung – 4. Schritt

K_i	GG_i	$FK_{i,a}$	$FK_{i,b}$	K_i	GG_i	$FK_{i,a}$	$FK_{i,b}$	K_i	GG_i	$FK_{i,a}$	$FK_{i,b}$
K_1	42	38	38	K_{18}	151	12	19	K_{35}	167	7	38
K_2	37	38	28	K_{19}	58	44	6	K_{36}	72	67	9
K_3	68	10	0	K_{20}	61	34	34	K_{37}	33	38	19
K_4	43	38	38	K_{21}	72	39	39	K_{38}	16	19	67
K_5	66	38	25	K_{22}	64	28	28	K_{39}	66	34	42
K_6	61	25	25	K_{23}	72	37	37	K_{40}	72	42	42
K_7	171	37	9	K_{24}	65	37	29	K_{41}	65	23	23
K_8	18	34	43	K_{25}	106	16	34	K_{42}	61	34	34
K_9	37	28	38	K_{26}	168	25	34	K_{43}	170	20	30
K_{10}	23	43	43	K_{27}	209	6	3	K_{44}	168	10	38
K_{11}	107	15	18	K_{28}	80	42	34	K_{45}	1	38	38
K_{12}	39	24	24	K_{29}	54	19	19	K_{46}	18	33	46
K_{13}	161	19	13	K_{30}	169	10	41	K_{47}	10	46	50
K_{14}	54	28	28	K_{31}	228	39	2	K_{48}	72	37	37
K_{15}	54	28	28	K_{32}	65	37	29	K_{49}	72	37	37
K_{16}	118	28	44	K_{33}	111	34	25	K_{50}	72	37	37
K_{17}	171	33	19	K_{34}	93	37	37	K_{51}	18	27	38

Tabelle 80: Kapazitäten der Knoten im weiteren Beispiel – lineare Berechnung – 4. Schritt

Strecke	Kap.								
$S_{1,2}$	13	$S_{9,18}$	12	$S_{22,31}$	13	$S_{28,36}$	25	$S_{37,45}$	10
$S_{2,1}$	18	$S_{10,8}$	15	$S_{31,22}$	13	$S_{36,28}$	25	$S_{45,37}$	11
$S_{2,9}$	16	$S_{11,20}$	2	$S_{18,31}$	25	$S_{28,29}$	3	$S_{39,40}$	10
$S_{9,2}$	20	$S_{20,11}$	2	$S_{31,18}$	25	$S_{29,28}$	5	$S_{40,39}$	10
$S_{3,2}$	18	$S_{11,26}$	23	$S_{18,19}$	6	$S_{29,30}$	3	$S_{40,41}$	13
$S_{2,3}$	18	$S_{26,11}$	17	$S_{19,18}$	6	$S_{30,29}$	5	$S_{41,40}$	13
$S_{3,9}$	18	$S_{11,27}$	11	$S_{19,23}$	10	$S_{30,36}$	1	$S_{41,42}$	12
$S_{9,3}$	18	$S_{27,11}$	15	$S_{23,19}$	10	$S_{36,30}$	1	$S_{42,41}$	12
$S_{1,4}$	18	$S_{11,12}$	3	$S_{23,24}$	10	$S_{30,31}$	2	$S_{42,43}$	8
$S_{4,1}$	18	$S_{12,11}$	3	$S_{24,23}$	10	$S_{31,30}$	3	$S_{43,42}$	8
$S_{3,19}$	14	$S_{12,13}$	3	$S_{24,18}$	23	$S_{31,32}$	12	$S_{43,46}$	23
$S_{19,3}$	14	$S_{13,12}$	3	$S_{18,24}$	23	$S_{32,31}$	12	$S_{46,43}$	23
$S_{4,7}$	18	$S_{13,14}$	2	$S_{24,32}$	10	$S_{32,38}$	7	$S_{43,44}$	0
$S_{7,4}$	18	$S_{14,13}$	2	$S_{32,24}$	10	$S_{38,32}$	7	$S_{44,43}$	0
$S_{7,6}$	6	$S_{13,21}$	7	$S_{20,25}$	2	$S_{33,39}$	5	$S_{44,48}$	10
$S_{6,7}$	5	$S_{21,13}$	8	$S_{25,20}$	2	$S_{39,33}$	5	$S_{48,44}$	10
$S_{5,6}$	5	$S_{21,27}$	7	$S_{25,26}$	15	$S_{33,34}$	16	$S_{48,49}$	10
$S_{6,5}$	5	$S_{27,21}$	8	$S_{26,25}$	15	$S_{34,33}$	16	$S_{49,48}$	10
$S_{5,13}$	12	$S_{14,15}$	2	$S_{25,33}$	5	$S_{34,41}$	15	$S_{46,47}$	16
$S_{13,5}$	15	$S_{15,14}$	2	$S_{33,25}$	5	$S_{41,34}$	18	$S_{47,46}$	16
$S_{6,15}$	25	$S_{15,16}$	5	$S_{26,27}$	11	$S_{34,42}$	16	$S_{43,47}$	23
$S_{15,6}$	25	$S_{16,15}$	3	$S_{27,26}$	9	$S_{42,34}$	16	$S_{47,43}$	23
$S_{7,17}$	18	$S_{16,17}$	14	$S_{26,34}$	13	$S_{35,44}$	0	$S_{49,50}$	4
$S_{17,7}$	18	$S_{17,16}$	11	$S_{34,26}$	17	$S_{44,35}$	0	$S_{50,49}$	4
$S_{7,8}$	10	$S_{17,18}$	4	$S_{26,43}$	18	$S_{35,36}$	10	$S_{50,51}$	4
$S_{8,7}$	10	$S_{18,17}$	3	$S_{43,26}$	18	$S_{36,35}$	10	$S_{51,50}$	4
$S_{8,10}$	16	$S_{17,22}$	18	$S_{27,28}$	8	$S_{31,37}$	10	$S_{51,45}$	11
$S_{10,8}$	15	$S_{22,17}$	18	$S_{28,27}$	10	$S_{37,31}$	11	$S_{45,51}$	10
$S_{10,18}$	16	$S_{18,22}$	23	$S_{27,35}$	2	$S_{37,38}$	7	$S_{46,41}$	18
$S_{18,10}$	15	$S_{22,18}$	23	$S_{35,27}$	2	$S_{38,37}$	7	$S_{41,46}$	15

Tabelle 81: Kapazitäten der Strecken im weiteren Beispiel – lineare Berechnung – 5. Schritt

K_i	GG_i	$FK_{i,a}$	$FK_{i,b}$	K_i	GG_i	$FK_{i,a}$	$FK_{i,b}$	K_i	GG_i	$FK_{i,a}$	$FK_{i,b}$
K_1	42	38	38	K_{18}	151	12	19	K_{35}	167	7	38
K_2	37	38	28	K_{19}	58	44	6	K_{36}	72	67	9
K_3	68	10	0	K_{20}	61	34	34	K_{37}	33	38	19
K_4	43	38	38	K_{21}	72	39	39	K_{38}	16	19	67
K_5	66	38	25	K_{22}	64	28	28	K_{39}	66	34	42
K_6	61	25	25	K_{23}	72	37	37	K_{40}	72	42	42
K_7	171	37	9	K_{24}	65	37	29	K_{41}	65	23	23
K_8	18	34	43	K_{25}	106	16	34	K_{42}	61	34	34
K_9	37	28	38	K_{26}	168	25	34	K_{43}	170	20	30
K_{10}	23	43	43	K_{27}	209	6	3	K_{44}	168	10	38
K_{11}	107	15	18	K_{28}	80	42	34	K_{45}	1	38	38
K_{12}	39	24	24	K_{29}	54	19	19	K_{46}	18	33	46
K_{13}	161	19	13	K_{30}	169	10	41	K_{47}	10	46	50
K_{14}	54	28	28	K_{31}	228	39	2	K_{48}	72	37	37
K_{15}	54	28	28	K_{32}	65	37	29	K_{49}	72	37	37
K_{16}	118	28	44	K_{33}	111	34	25	K_{50}	72	37	37
K_{17}	171	33	19	K_{34}	93	37	37	K_{51}	18	27	38

Tabelle 82: Kapazitäten der Knoten im weiteren Beispiel – lineare Berechnung – 5. Schritt

Strecke	Kap.								
$S_{1,2}$	13	$S_{9,18}$	12	$S_{22,31}$	13	$S_{28,36}$	25	$S_{37,45}$	10
$S_{2,1}$	18	$S_{10,8}$	15	$S_{31,22}$	13	$S_{36,28}$	25	$S_{45,37}$	11
$S_{2,9}$	16	$S_{11,20}$	2	$S_{18,31}$	25	$S_{28,29}$	5	$S_{39,40}$	10
$S_{9,2}$	20	$S_{20,11}$	2	$S_{31,18}$	25	$S_{29,28}$	2	$S_{40,39}$	10
$S_{3,2}$	18	$S_{11,26}$	23	$S_{18,19}$	6	$S_{29,30}$	5	$S_{40,41}$	13
$S_{2,3}$	18	$S_{26,11}$	17	$S_{19,18}$	6	$S_{30,29}$	2	$S_{41,40}$	13
$S_{3,9}$	18	$S_{11,27}$	11	$S_{19,23}$	10	$S_{30,36}$	1	$S_{41,42}$	12
$S_{9,3}$	18	$S_{27,11}$	15	$S_{23,19}$	10	$S_{36,30}$	1	$S_{42,41}$	12
$S_{1,4}$	18	$S_{11,12}$	3	$S_{23,24}$	10	$S_{30,31}$	3	$S_{42,43}$	8
$S_{4,1}$	18	$S_{12,11}$	3	$S_{24,23}$	10	$S_{31,30}$	1	$S_{43,42}$	8
$S_{3,19}$	14	$S_{12,13}$	3	$S_{24,18}$	23	$S_{31,32}$	12	$S_{43,46}$	23
$S_{19,3}$	14	$S_{13,12}$	3	$S_{18,24}$	16	$S_{32,31}$	12	$S_{46,43}$	23
$S_{4,7}$	18	$S_{13,14}$	2	$S_{24,32}$	8	$S_{32,38}$	7	$S_{43,44}$	0
$S_{7,4}$	18	$S_{14,13}$	2	$S_{32,24}$	10	$S_{38,32}$	7	$S_{44,43}$	0
$S_{7,6}$	6	$S_{13,21}$	8	$S_{20,25}$	2	$S_{33,39}$	5	$S_{44,48}$	10
$S_{6,7}$	5	$S_{21,13}$	7	$S_{25,20}$	2	$S_{39,33}$	5	$S_{48,44}$	10
$S_{5,6}$	5	$S_{21,27}$	8	$S_{25,26}$	15	$S_{33,34}$	16	$S_{48,49}$	10
$S_{6,5}$	5	$S_{27,21}$	7	$S_{26,25}$	15	$S_{34,33}$	16	$S_{49,48}$	10
$S_{5,13}$	15	$S_{14,15}$	2	$S_{25,33}$	5	$S_{34,41}$	15	$S_{46,47}$	16
$S_{13,5}$	11	$S_{15,14}$	2	$S_{33,25}$	5	$S_{41,34}$	18	$S_{47,46}$	16
$S_{6,15}$	25	$S_{15,16}$	5	$S_{26,27}$	11	$S_{34,42}$	16	$S_{43,47}$	23
$S_{15,6}$	25	$S_{16,15}$	3	$S_{27,26}$	9	$S_{42,34}$	16	$S_{47,43}$	23
$S_{7,17}$	18	$S_{16,17}$	14	$S_{26,34}$	13	$S_{35,44}$	0	$S_{49,50}$	4
$S_{17,7}$	18	$S_{17,16}$	11	$S_{34,26}$	17	$S_{44,35}$	0	$S_{50,49}$	4
$S_{7,8}$	10	$S_{17,18}$	4	$S_{26,43}$	18	$S_{35,36}$	10	$S_{50,51}$	4
$S_{8,7}$	10	$S_{18,17}$	3	$S_{43,26}$	18	$S_{36,35}$	10	$S_{51,50}$	4
$S_{8,10}$	16	$S_{17,22}$	18	$S_{27,28}$	10	$S_{31,37}$	11	$S_{51,45}$	11
$S_{10,8}$	15	$S_{22,17}$	18	$S_{28,27}$	7	$S_{37,31}$	11	$S_{45,51}$	10
$S_{10,18}$	16	$S_{18,22}$	23	$S_{27,35}$	2	$S_{37,38}$	7	$S_{46,41}$	18
$S_{18,10}$	15	$S_{22,18}$	23	$S_{35,27}$	2	$S_{38,37}$	7	$S_{41,46}$	15

Tabelle 83: Kapazitäten der Strecken im weiteren Beispiel – lineare Berechnung – 6. Schritt

K_i	GG_i	$FK_{i,a}$	$FK_{i,b}$	K_i	GG_i	$FK_{i,a}$	$FK_{i,b}$	K_i	GG_i	$FK_{i,a}$	$FK_{i,b}$
K_1	42	38	38	K_{18}	151	12	19	K_{35}	167	7	38
K_2	37	38	28	K_{19}	58	44	6	K_{36}	72	67	9
K_3	68	10	0	K_{20}	61	34	34	K_{37}	33	38	19
K_4	43	38	38	K_{21}	73	38	38	K_{38}	15	19	67
K_5	66	37	25	K_{22}	64	28	28	K_{39}	66	34	42
K_6	61	25	25	K_{23}	72	37	37	K_{40}	72	42	42
K_7	171	37	9	K_{24}	65	37	29	K_{41}	65	23	23
K_8	18	34	43	K_{25}	106	16	34	K_{42}	61	34	34
K_9	37	28	38	K_{26}	168	25	34	K_{43}	170	20	30
K_{10}	23	43	43	K_{27}	207	5	2	K_{44}	168	10	38
K_{11}	107	15	18	K_{28}	79	40	32	K_{45}	1	38	38
K_{12}	39	24	24	K_{29}	53	18	18	K_{46}	18	33	46
K_{13}	160	18	12	K_{30}	167	9	39	K_{47}	10	46	50
K_{14}	54	28	28	K_{31}	228	39	2	K_{48}	72	37	37
K_{15}	54	28	28	K_{32}	65	37	29	K_{49}	72	37	37
K_{16}	118	28	44	K_{33}	111	34	25	K_{50}	72	37	37
K_{17}	171	33	19	K_{34}	93	37	37	K_{51}	18	27	38

Tabelle 84: Kapazitäten der Knoten im weiteren Beispiel – lineare Berechnung – 6. Schritt

Optimierungsergebnisse							
Laufweg	1. Schritt	2. Schritt	3.Schritt	Laufweg	1. Schritt	2. Schritt	3.Schritt
$n_{R1,1}$	10	0	0	$n_{R4,1}$	5	5	4
$n_{R1,2}$	0	12	0	$n_{R4,2}$	0	0	0
$n_{R1,3}$	0	0	0	$n_{R4,3}$	0	0	1
$n_{R1,4}$	0	0	0	$n_{R4,4}$	0	0	0
$n_{R1,5}$	0	0	0	$n_{R4,5}$	0	0	0
$n_{R1,6}$	0	0	0	$n_{R4,6}$	0	0	0
$n_{R1,7}$	0	0	3	$n_{R4,7}$	0	0	0
$n_{R1,8}$	0	0	0	$n_{R4,8}$	0	0	1
$n_{R1,9}$	0	0	0	$n_{R4,9}$	0	0	0
$n_{R1,10}$	0	0	0	$n_{R4,10}$	0	0	0
$n_{R2,1}$	0	0	0	$n_{R5,1}$	0	0	0
$n_{R2,2}$	0	5	14	$n_{R5,2}$	0	0	0
$n_{R2,3}$	0	0	0	$n_{R5,3}$	0	0	0
$n_{R2,4}$	0	0	0	$n_{R5,4}$	0	0	0
$n_{R2,5}$	0	0	0	$n_{R5,5}$	0	0	0
$n_{R2,6}$	0	1	0	$n_{R5,6}$	0	0	0
$n_{R2,7}$	0	0	0	$n_{R5,7}$	0	0	0
$n_{R2,8}$	0	0	0	$n_{R5,8}$	0	1	0
$n_{R2,9}$	0	0	0	$n_{R5,9}$	0	0	0
$n_{R2,10}$	0	0	0	$n_{R5,10}$	0	0	0
$n_{R3,1}$	3	4	5	$n_{R6,1}$	0	0	0
$n_{R3,2}$	0	0	0	$n_{R6,2}$	0	0	0
$n_{R3,3}$	0	2	0	$n_{R6,3}$	0	0	0
$n_{R3,4}$	0	0	0	$n_{R6,4}$	0	0	1
$n_{R3,5}$	0	0	0	$n_{R6,5}$	0	0	0
$n_{R3,6}$	0	0	0	$n_{R6,6}$	0	0	0
$n_{R3,7}$	0	0	0	$n_{R6,7}$	0	0	0
$n_{R3,8}$	0	2	0	$n_{R6,8}$	1	0	0
$n_{R3,9}$	0	0	0	$n_{R6,9}$	0	0	0
$n_{R3,10}$	0	0	0	$n_{R6,10}$	0	0	0
Zielfunktion	18,872	30,138	27,657				
Summe	19	32	29				

Tabelle 85: Optimierungsergebnisse im weiteren Beispiel – lineare Hochrechnung – Schritt 1 – 3

Optimierungsergebnisse							
Laufweg	4. Schritt & 7. Schritt	5. Schritt & 8. Schritt	6.Schritt & 9. Schritt	Laufweg	4. Schritt & 7. Schritt	5. Schritt & 8. Schritt	6.Schritt & 9. Schritt
$n_{R1,1}$	0	0	0	$n_{R4,1}$	4	4	4
$n_{R1,2}$	0	0	0	$n_{R4,2}$	0	0	0
$n_{R1,3}$	0	0	0	$n_{R4,3}$	1	1	1
$n_{R1,4}$	0	0	0	$n_{R4,4}$	0	0	0
$n_{R1,5}$	0	0	0	$n_{R4,5}$	0	0	0
$n_{R1,6}$	0	0	0	$n_{R4,6}$	0	0	0
$n_{R1,7}$	2	2	2	$n_{R4,7}$	0	0	0
$n_{R1,8}$	0	0	0	$n_{R4,8}$	1	0	2
$n_{R1,9}$	0	0	0	$n_{R4,9}$	0	0	0
$n_{R1,10}$	0	0	0	$n_{R4,10}$	0	0	0
$n_{R2,1}$	0	0	0	$n_{R5,1}$	0	0	0
$n_{R2,2}$	15	15	15	$n_{R5,2}$	0	0	0
$n_{R2,3}$	0	0	0	$n_{R5,3}$	0	0	0
$n_{R2,4}$	0	0	0	$n_{R5,4}$	1	1	0
$n_{R2,5}$	0	0	0	$n_{R5,5}$	0	0	0
$n_{R2,6}$	0	0	0	$n_{R5,6}$	0	0	0
$n_{R2,7}$	0	0	0	$n_{R5,7}$	0	0	0
$n_{R2,8}$	0	0	0	$n_{R5,8}$	0	0	1
$n_{R2,9}$	0	0	0	$n_{R5,9}$	0	0	0
$n_{R2,10}$	0	0	0	$n_{R5,10}$	0	0	0
$n_{R3,1}$	5	5	5	$n_{R6,1}$	0	0	0
$n_{R3,2}$	0	0	0	$n_{R6,2}$	0	0	0
$n_{R3,3}$	0	0	0	$n_{R6,3}$	0	0	0
$n_{R3,4}$	0	0	0	$n_{R6,4}$	0	0	0
$n_{R3,5}$	0	0	0	$n_{R6,5}$	0	0	0
$n_{R3,6}$	0	0	0	$n_{R6,6}$	0	0	0
$n_{R3,7}$	0	0	0	$n_{R6,7}$	0	0	0
$n_{R3,8}$	0	1	0	$n_{R6,8}$	0	0	0
$n_{R3,9}$	0	0	0	$n_{R6,9}$	0	0	0
$n_{R3,10}$	0	0	0	$n_{R6,10}$	0	0	0
Zielfunktion	27,811	27,811	28,219				
Summe	29	29	30				

Tabelle 86: Optimierungsergebnisse im weiteren Beispiel – lineare Hochrechnung – Schritt 4 – 9

Strecke	Kap.								
S _{1,2}	18	S _{9,18}	15	S _{22,31}	13	S _{28,36}	25	S _{37,45}	11
S _{2,1}	13	S _{10,8}	12	S _{31,22}	13	S _{36,28}	25	S _{45,37}	10
S _{2,9}	20	S _{11,20}	2	S _{18,31}	25	S _{28,29}	5	S _{39,40}	10
S _{9,2}	16	S _{20,11}	2	S _{31,18}	25	S _{29,28}	5	S _{40,39}	10
S _{3,2}	18	S _{11,26}	16	S _{18,19}	6	S _{29,30}	5	S _{40,41}	13
S _{2,3}	18	S _{26,11}	23	S _{19,18}	6	S _{30,29}	5	S _{41,40}	13
S _{3,9}	18	S _{11,27}	15	S _{19,23}	10	S _{30,36}	1	S _{41,42}	12
S _{9,3}	18	S _{27,11}	15	S _{23,19}	10	S _{36,30}	1	S _{42,41}	12
S _{1,4}	18	S _{11,12}	3	S _{23,24}	10	S _{30,31}	3	S _{42,43}	8
S _{4,1}	18	S _{12,11}	3	S _{24,23}	10	S _{31,30}	3	S _{43,42}	8
S _{3,19}	14	S _{12,13}	3	S _{24,18}	16	S _{31,32}	12	S _{43,46}	16
S _{19,3}	14	S _{13,12}	3	S _{18,24}	23	S _{32,31}	12	S _{46,43}	23
S _{4,7}	18	S _{13,14}	2	S _{24,32}	10	S _{32,38}	7	S _{43,44}	0
S _{7,4}	18	S _{14,13}	2	S _{32,24}	8	S _{38,32}	7	S _{44,43}	0
S _{7,6}	5	S _{13,21}	8	S _{20,25}	2	S _{33,39}	5	S _{44,48}	10
S _{6,7}	6	S _{21,13}	8	S _{25,20}	2	S _{39,33}	5	S _{48,44}	10
S _{5,6}	6	S _{21,27}	8	S _{25,26}	15	S _{33,34}	16	S _{48,49}	10
S _{6,5}	5	S _{27,21}	8	S _{26,25}	15	S _{34,33}	16	S _{49,48}	10
S _{5,13}	15	S _{14,15}	2	S _{25,33}	5	S _{34,41}	16	S _{46,47}	16
S _{13,5}	15	S _{15,14}	2	S _{33,25}	5	S _{41,34}	16	S _{47,46}	16
S _{6,15}	25	S _{15,16}	5	S _{26,27}	11	S _{34,42}	16	S _{43,47}	23
S _{15,6}	25	S _{16,15}	5	S _{27,26}	11	S _{42,34}	16	S _{47,43}	23
S _{7,17}	18	S _{16,17}	14	S _{26,34}	12	S _{35,44}	0	S _{49,50}	4
S _{17,7}	18	S _{17,16}	14	S _{34,26}	12	S _{44,35}	0	S _{50,49}	4
S _{7,8}	10	S _{17,18}	4	S _{26,43}	13	S _{35,36}	10	S _{50,51}	4
S _{8,7}	10	S _{18,17}	4	S _{43,26}	18	S _{36,35}	10	S _{51,50}	4
S _{8,10}	15	S _{17,22}	18	S _{27,28}	10	S _{31,37}	11	S _{51,45}	10
S _{10,8}	16	S _{22,17}	18	S _{28,27}	10	S _{37,31}	11	S _{45,51}	11
S _{10,18}	15	S _{18,22}	23	S _{27,35}	2	S _{37,38}	7	S _{46,41}	16
S _{18,10}	16	S _{22,18}	23	S _{35,27}	2	S _{38,37}	7	S _{41,46}	16

Tabelle 87: Restkapazitäten der Strecken im weiteren Beispiel – spezifizierte Berechnung – Ausgangslage

K_i	GG_i	$FK_{i,a}$	$FK_{i,b}$	K_i	GG_i	$FK_{i,a}$	$FK_{i,b}$	K_i	GG_i	$FK_{i,a}$	$FK_{i,b}$
K_1	40	70	45	K_{18}	137	12	12	K_{35}	139	4	32
K_2	36	46	35	K_{19}	61	42	4	K_{36}	77	78	16
K_3	71	5	0	K_{20}	71	30	30	K_{37}	31	45	20
K_4	40	49	70	K_{21}	78	37	38	K_{38}	16	24	89
K_5	66	46	59	K_{22}	62	35	35	K_{39}	77	30	63
K_6	61	36	31	K_{23}	76	35	35	K_{40}	83	40	63
K_7	156	46	8	K_{24}	70	35	23	K_{41}	72	30	27
K_8	19	56	50	K_{25}	122	9	30	K_{42}	70	27	27
K_9	36	30	48	K_{26}	158	30	42	K_{43}	170	14	24
K_{10}	24	50	50	K_{27}	178	2	2	K_{44}	143	4	30
K_{11}	117	17	11	K_{28}	76	34	36	K_{45}	15	45	45
K_{12}	39	29	29	K_{29}	54	24	24	K_{46}	19	56	50
K_{13}	134	12	8	K_{30}	143	6	36	K_{47}	25	50	64
K_{14}	62	30	28	K_{31}	195	46	0	K_{48}	74	35	35
K_{15}	62	30	19	K_{32}	70	35	23	K_{49}	74	35	35
K_{16}	130	19	39	K_{33}	131	30	34	K_{50}	74	35	35
K_{17}	146	30	12	K_{34}	101	47	47	K_{51}	19	35	45

Tabelle 88: Restkapazitäten der Knoten im weiteren Beispiel – spezifizierte Berechnung – Ausgangslage

Es ergeben sich 29 bzw. 30 zusätzliche Güterzugfahrten im Netz, wenn die Lösung über die lineare Hochrechnung verwendet wurde. Wird die spezifizierte Hochrechnung betrachtet, können 37 zusätzliche Güterzüge durch das Netz geroutet werden. Insgesamt wurde in diesem Beispiel eine Grundbelastung von 470 Personenzügen auf dem betrachteten Eisenbahnnetz angesetzt. Die mögliche Gesamtzuganzahl auf diesem Netz ergibt somit bei der linearen Hochrechnung 499 bzw. 500 Züge und bei der spezifizierten Hochrechnung 507 Züge.

Optimierungsergebnisse									
Laufweg	linear			spez.	Laufweg	linear			spez.
	5. Schritt	6. Schritt	7. Schritt	1. Schritt		5. Schritt	6. Schritt	7. Schritt	1. Schritt
$n_{R1,1}$	0	0	0	0	$n_{R4,1}$	4	4	4	5
$n_{R1,2}$	0	0	0	0	$n_{R4,2}$	0	0	0	0
$n_{R1,3}$	0	0	0	0	$n_{R4,3}$	1	1	1	0
$n_{R1,4}$	0	0	0	0	$n_{R4,4}$	0	0	0	0
$n_{R1,5}$	0	0	0	0	$n_{R4,5}$	0	0	0	3
$n_{R1,6}$	0	0	0	0	$n_{R4,6}$	0	0	0	0
$n_{R1,7}$	2	2	2	1	$n_{R4,7}$	0	0	0	0
$n_{R1,8}$	0	0	0	0	$n_{R4,8}$	0	1	0	0
$n_{R1,9}$	0	0	0	0	$n_{R4,9}$	0	0	0	0
$n_{R1,10}$	0	0	0	0	$n_{R4,10}$	0	0	0	0
$n_{R2,1}$	0	0	0	0	$n_{R5,1}$	0	0	0	0
$n_{R2,2}$	15	15	15	17	$n_{R5,2}$	0	0	0	0
$n_{R2,3}$	0	0	0	0	$n_{R5,3}$	0	0	0	0
$n_{R2,4}$	0	0	0	0	$n_{R5,4}$	1	1	1	0
$n_{R2,5}$	0	0	0	0	$n_{R5,5}$	0	0	0	0
$n_{R2,6}$	0	0	0	0	$n_{R5,6}$	0	0	0	1
$n_{R2,7}$	0	0	0	0	$n_{R5,7}$	0	0	0	0
$n_{R2,8}$	0	0	0	0	$n_{R5,8}$	0	0	0	6
$n_{R2,9}$	0	0	0	0	$n_{R5,9}$	0	0	0	0
$n_{R2,10}$	0	0	0	0	$n_{R5,10}$	0	0	0	0
$n_{R3,1}$	5	5	5	1	$n_{R6,1}$	0	0	0	0
$n_{R3,2}$	0	0	0	0	$n_{R6,2}$	0	0	0	0
$n_{R3,3}$	0	0	0	0	$n_{R6,3}$	0	0	0	0
$n_{R3,4}$	0	0	0	0	$n_{R6,4}$	0	0	0	0
$n_{R3,5}$	0	0	0	3	$n_{R6,5}$	0	0	0	0
$n_{R3,6}$	0	0	0	0	$n_{R6,6}$	0	0	0	0
$n_{R3,7}$	0	0	0	0	$n_{R6,7}$	0	0	0	0
$n_{R3,8}$	1	0	1	0	$n_{R6,8}$	0	0	0	0
$n_{R3,9}$	0	0	0	0	$n_{R6,9}$	0	0	0	0
$n_{R3,10}$	0	0	0	0	$n_{R6,10}$	0	0	0	0
Ziel-funktion	27,811	28,219	27,811	33,698					
Summe	29	30	29	37					

Tabelle 89: Ergebnisse des weiteren Beispiels für die lineare und spezifizierte Hochrechnung

Optimierung	1. Schritt	2. Schritt	3. Schritt	4. Schritt	5. Schritt	6. Schritt	7. Schritt
Summe	19	32	29	29	29	30	29
Abweichung ε in %	68,42	9,375	0	0	3,333	3,333	

Tabelle 90: Abbruchkriterium ε im weiteren Beispiel – lineare Hochrechnung