



**Berichte aus dem
Institut für Eisenhüttenkunde**

Karl Gillner

**Ermittlung der Zeitfestigkeit und
zyklischen Rissfortschritts-
geschwindigkeit eines AFP-Stahls
aus Mikrostruktursimulationen**

**Ermittlung der Zeitfestigkeit und zyklischen Rissfortschrittsgeschwindigkeit
eines AFP-Stahls aus Mikrostruktursimulationen**

Von der Fakultät für Georessourcen und Materialtechnik
der Rheinisch-Westfälischen Technischen Hochschule Aachen

zur Erlangung des akademischen Grades eines
Doktors der Ingenieurwissenschaften

genehmigte Dissertation

vorgelegt von **M.Sc.**

Karl Gillner

aus Gliwice, Polen

Berichter: Univ.-Prof. Dr.-Ing. Wolfgang Bleck
Univ.-Prof. Dr.-Ing. Hans-Jürgen Christ
Univ.-Prof. Dr.-Ing. Sebastian Münstermann

Tag der mündlichen Prüfung: 08. Juni 2018

Diese Dissertation ist auf den Internetseiten der Universitätsbibliothek online verfügbar



**Berichte aus dem
Institut für Eisenhüttenkunde**

Karl Gillner

**Ermittlung der Zeitfestigkeit und zyklischen
Rissfortschrittsgeschwindigkeit eines AFP-Stahls
aus Mikrostruktursimulationen**

Herausgeber:

Prof. Dr.-Ing. W. Bleck
Prof. Dr.rer.nat. Dr.-Ing.e.h. W. Dahl
Prof. Dr.-Ing. H.W. Gudenau
Prof. Dr.-Ing. D. Senk

Band 8/2018

Shaker Verlag

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

Zugl.: D 82 (Diss. RWTH Aachen University, 2018)

Copyright Shaker Verlag 2018

Alle Rechte, auch das des auszugsweisen Nachdruckes, der auszugsweisen oder vollständigen Wiedergabe, der Speicherung in Datenverarbeitungsanlagen und der Übersetzung, vorbehalten.

Printed in Germany.

ISBN 978-3-8440-6232-8

ISSN 0943-4631

Shaker Verlag GmbH • Postfach 101818 • 52018 Aachen

Telefon: 02407 / 95 96 - 0 • Telefax: 02407 / 95 96 - 9

Internet: www.shaker.de • E-Mail: info@shaker.de

Danksagung

Zwischen Weihnachten und Neujahr im Jahr 2015 erlebte ich die entscheidenden Tage in meiner wissenschaftlichen Tätigkeit am Institut für Eisenhüttenkunde an der RWTH Aachen. Über mehrere Tage hinweg simulierte ich an verschiedenen Berechnungsmodellen eine zyklische Belastung an einem repräsentativen Volumenelement der Mikrostruktur und extrahierte aus den Ausgabedaten spezifische Parameter, mit welchen ich in den unterschiedlichsten Kombinationen Berechnungen vornahm. Ich wusste, dass diese spezifischen Parameter entscheidend sein würden. Alle Daten waren wild durcheinander gewürfelt in einem Tabellenkalkulationsprogramm aufgelistet. Ein provisorisches Diagramm war dort abgebildet, das die typische Skalierung eines Wöhlerdiagramms aufwies. Der eine Parameter des Modells wurde mal mit dem anderen addiert, dividiert und schließlich multipliziert. Und dann geschah es: Die Datenpunkte im Diagramm bewegten sich in die richtige Richtung und kamen in ihrem Verlauf einer Wöhlerkurve nahe. Ich erinnere mich gut daran, dass ich für einige Minuten in Stille im Büro vor dem Bildschirm meines Arbeitsrechners saß. Die Frage, die in mir nach einer Weile aufkam, war getragen von Unsicherheit und Unglauben, allem voran Skepsis: „Wo ist der Fehler?“. Ich machte mich daran die Formel auf Herz und Nieren zu prüfen. Je engagierter ich dies tat, umso mehr wichen die Zweifel. In der Prüfung verschoben sich die Datenpunkte so wie sie sich verändern sollten. Ich wusste, dass dies mein persönlicher Durchbruch war. Diesen Moment werde ich nie vergessen.

Jeder vergangene Moment ist umschlossen von einer Vor- und einer nachfolgenden Geschichte, die von Personen und Situationen gekennzeichnet ist, die zu diesem Moment beigetragen haben. Ein herzlicher Dank geht an Herrn Prof. Bleck für die Möglichkeit an seinem Institut angestellt gewesen zu sein und dafür, dass er als Doktorvater fungiert hat. Seine Vorschläge haben sehr dazu beigetragen die Arbeit in einer ordentlichen Qualität abzuliefern. Gleiches gilt für meinen Dritprüfer Herrn Prof. Christ, dem ich ebenfalls sehr dankbar für seine Korrektur- und Verbesserungsvorschläge bin. Herrn Prof. Münstermann bin ich zu tiefstem Dank verpflichtet. Er ermöglichte mir, damals noch als Gruppenleiter der Werkstoffmechanik, die Teilnahme am RFCS-Projekt „Frequig“, aus welchem diese Arbeit entsprungen ist und stand mir mit Rat und Tat zur Seite. Ohne ihn wäre die Vollen- dung der Doktorarbeit nicht möglich gewesen. Ein überaus herzlicher Dank geht an die lieben Kollegen, die über ihre fachliche Kompetenz hinaus, menschlich dazu beigetragen haben, dass die manchmal mühsamen Tage mit einem Lächeln zu ertragen waren. Zum Schluss geht noch ein lieber Dank an meine Familie und meine Partnerin Victoria.

Kurzfassung

Die experimentelle Bestimmung von Ermüdungseigenschaften ist sehr aufwendig. Eine Lösung für die Reduktion des Aufwands kann durch numerische Modelle gegeben sein. Hier in dieser Studie wird ein skalenübergreifender numerischer Ansatz für die Bestimmung von Ermüdungseigenschaften vorgestellt. Der Ansatz korreliert die statistische Verteilung von Mikrostruktureigenschaften und deren Mikrodeformationsverhalten mit den makroskopischen Ermüdungseigenschaften des Materials. Die Lösung wird verwendet, um die Zeitfestigkeit und die zyklische Rissfortschrittsgeschwindigkeit bei unterschiedlichen Spannungsverhältnissen zu berechnen.

Das Gefüge wird mit statistisch äquivalenten repräsentativen Volumenelementen (RVEs) der Mikrostruktur modelliert. Ihre Erzeugung erfordert statistische Verteilungsfunktionen der Korngröße und Kornform sowie die Anteile der verschiedenen Phasen. Das mechanische Verhalten wird für jede Phase separat modelliert. Ein konstitutives Materialmodell für Kristallplastizität (CP) mit kombinierter isotroper und kinematischer Verfestigung wird verwendet, um die mechanische Reaktion jedes Kornes in Abhängigkeit seiner kristallographischen Orientierung zu berechnen. Der CP-Parametersatz wird invers mit Hilfe von dehnungskontrollierten Kurzzeitfestigkeitsversuchen kalibriert. Simulationen von nur wenigen Belastungszyklen mit den RVEs in Kombination mit dem CP-Modell sind erforderlich, um lokale Dehnungsfelder zu berechnen. Diese Felder werden hinsichtlich des höchsten Werts der korngroßengemittelten akkumulierten plastischen Dehnung ausgewertet. Der Punkt, an dem der höchste Wert dieses Indikators auftritt, wird am wahrscheinlichsten den lebensdauerbestimmenden Ermüdungsriss initiieren. Die Simulation einer großen Anzahl statistisch äquivalenter RVEs, die sich jedoch im Detail unterscheiden, führt zu einer hohen Anzahl extrahierter Indikatoren, die nach einer Extremwertverteilungsfunktion verteilt sind. Der Indikator und die Parameter der Extremwertverteilungsfunktion werden verwendet, um die Basisgleichung zu lösen, die die Anzahl der Zyklen für die Rissinitiierung berechnet. Anschließend folgt die Berechnung der Extrapolationsgleichung, die die Basisgleichung extrapoliert, um die numerischen Ergebnisse an die jeweiligen Experimente anzupassen.

In dieser Arbeit wurde der ferritisch-perlitische Stahl 38MnSiV5 für die Erzeugung der RVEs und die Kalibrierung des CP-Modells verwendet. Die Validierung der Ergebnisse des Modells der Zeitfestigkeit und der zyklischen Rissfortschrittsgeschwindigkeit wurde an den korrespondierenden Experimenten bei unterschiedlichen Spannungsverhältnissen durchgeführt. Die numerischen Ergebnisse stimmen sehr gut mit jenen aus den Experimenten überein.

Abstract

The experimental determination of fatigue material properties is elaborate. A solution might be given by numerical models. Here in this study, a multiscale numerical approach is presented. The approach correlates the statistical distribution of microstructural properties and their microdeformation behavior with the material's macroscopic fatigue behavior. The solution is used to calculate the high cycle fatigue strength and the cyclic crack propagation rate at different loading ratios.

The microstructural properties are modeled with statistically equivalent representative volume elements (RVEs) of the microstructure. Their generation requires statistical distribution functions of the grain size and grain shape as well as the phase fraction of the different phases. The mechanical behavior is modeled for each phase separately. A crystal plasticity (CP) constitutive material model with combined isotropic and kinematic hardening is used to calculate the mechanical response of each grain in dependency of its crystallographic orientation. The crystal plasticity parameter set is inversely calibrated on strain controlled low cycle fatigue tests. The simulation of only few loading cycles with the RVEs and the CP-model are required to obtain local strain fields which can be evaluated for the highest value of grain size averaged accumulated plastic strain. The spot where the highest value of this indicator occurs is evaluated to be the most likely to initiate a lifetime determining fatigue crack. Simulating a large number of these statistically equivalent, although, in detail different RVEs, the indicators are distributed after an extreme value distribution function. The indicator and the parameters of the function are then used to calculate the basis equation, which calculates the number of cycles for crack initiation, and the extrapolation equation, which extrapolates the basis equation to match experimental findings of fatigue properties.

In this thesis, the ferritic-pearlitic steel 38MnSiV5 has been used for the generation of the RVEs and the calibration of the CP-model. The validation of the model's outcome has been conducted on high cycle fatigue properties and cyclic crack propagation rates at different loading ratios. The numerically obtained results match the experiments in a very good agreement.

Inhaltsverzeichnis

Danksagung	i
Kurzfassung	iii
Abstract	v
Abbildungsverzeichnis	xi
Tabellenverzeichnis	xv
Symbole und Abkürzungen	xvii
1 Einleitung	1
2 Grundlagen	5
2.1 Definition zyklischer Belastung	5
2.2 Stadien der Ermüdungsrissausbreitung	6
2.3 Ermittlung einer Wöhlerkurve	11
2.3.1 Zeitfestigkeit	13
2.3.2 Dauerfestigkeit	14
2.3.3 Darstellung einer Wöhlerkurve	17
2.4 Ermittlung einer Rissfortschrittskurve	18
2.4.1 Riss-schließeffekt	21
2.5 Einflussfaktoren der Materialermüdung	24
2.5.1 Mikrostrukturelle Beeinflussung	25
2.5.2 Geometrische Beeinflussung	28
2.5.3 Belastungseinfluss	29
2.6 Materialmodelle zur Beschreibung von Kristallplastizität	31
2.7 Simulationsmodelle zur Beschreibung von Mikrostrukturen	35
2.8 Numerische Modelle zur Vorhersage von Ermüdung	38
3 Werkstoff	41

4	Modell der Berechnung von Ermüdungseigenschaften	45
4.1	Erstellung eines repräsentativen Volumenelements der Mikrostruktur	47
4.2	Ermittlung der Inputparameter für die Erstellung der RVEs	52
4.2.1	Ferritische Phase	52
4.2.2	Perlitkolonien	54
4.3	Konstitutives Materialverhalten	57
4.3.1	Isotrope Fließkurve des Perlits	58
4.3.2	Kristallplastizitätsmodell mit kinematischer Verfestigung	60
4.3.3	Kalibrierung des konstitutiven Kristallplastizitätsmodells	64
4.4	Generierung der Input-Parameter des Extrapolationsansatzes	69
4.4.1	Extremwerte des Ermüdungsindikators	70
4.4.2	Ermittlung statistischer Indikatorparameter	75
4.5	Modellierung der Ermüdungsrissinkubation	86
4.6	Extrapolationsansatz zur Berechnung der Zeitfestigkeit	89
4.6.1	Herleitung des Ansatzes	89
4.6.2	Kalibrierung der Skalierungskonstanten	93
4.6.3	Sensitivität des Zeitfestigkeitsmodells	97
4.7	Extrapolationsansatz zur Berechnung der Rissfortschritts­geschwindigkeit	99
4.7.1	Herleitung des Ansatzes	100
4.7.2	Kalibrierung der Skalierungskonstanten	102
4.7.3	Sensitivität des zyklischen Rissfortschrittsmodells	108
5	Modellvalidierung	111
5.1	Validierung des Zeitfestigkeitsmodells	111
5.2	Validierung des zyklischen Rissfortschrittsmodells	116
5.3	Untersuchung kritischer Modellbereiche	119
5.3.1	Univozität des kalibrierten Kristallplastizitätsparametersatzes	119
5.3.2	Validierung der integralen Form der Extrapolationsgleichung	121
5.3.3	Extrinsische Sensitivität der Skalierungskonstanten	123
6	Diskussion	127
6.1	Simulationstechnik	127
6.1.1	Repräsentative Volumenelemente der Mikrostruktur	127
6.1.2	Konstitutives Kristallplastizitätsmodell	129
6.2	Vorhersagemodell	131
6.2.1	Basisgleichung	131
6.2.2	Extrapolationsgleichung	132

6.2.3 Kalibrierung der Skalierungskonstanten	134
6.3 Ausblick	135
7 Zusammenfassung	137
Literaturverzeichnis	139

Abbildungsverzeichnis

1.1	Box-Whisker-Plot der Zeitfestigkeit	2
2.1	Kennwerte eines sinusförmigen Spannungsverlaufs	6
2.2	Stadien der Ermüdungsrisseentwicklung	7
2.3	Schematische Darstellung der Ermüdungsrisseentwicklung	8
2.4	REM-Aufnahmen der Ermüdungsrissebildung	9
2.5	Untersuchung des Wachstums eines mikrostrukturell kurzen Risses	10
2.6	Schematische Darstellung einer Wöhlerkurve	12
2.7	Gauss'sches Wahrscheinlichkeitsnetz zur Bestimmung der Bruchwahrscheinlichkeit	15
2.8	Wöhlerkurve des Stahls 38MnSiV5 mit $R=-1$	17
2.9	Schematische Darstellung einer zyklischen Rissfortschrittskurve	19
2.10	Kennwerte der zyklischen Spannungsintensität	22
2.11	Schematische Darstellung eines Kraft-Rissaufweitungsverlaufs	23
2.12	Schematische Darstellung einer Kerbe zur Bestimmung des Kerbfaktors	29
2.13	Schematisches Smith-Diagramm	30
2.14	Schematische Darstellung der Iteration eines Berechnungsschritts nach der strukturmechanischen Theorie großer Dehnungen	34
2.15	Vergleich einer Mikrostruktur mit einem korrespondierenden RVE	35
2.16	Vergleich einer Mikrostruktur mit einem statistisch äquivalenten RVE	36
3.1	Schliffbild des Stahls 38MnSiV5	41
3.2	Spannungs-Dehnungsdiagramm des Stahls 38MnSiV5	42
4.1	Ablaufdiagramm der Erstellung des Mikrostrukturmodells	45
4.2	Ablaufdiagramm der Berechnung der Zeitfestigkeit bzw. zyklischen Rissfortschrittsgeschwindigkeit	47
4.3	Darstellung eines RVEs nach dem RSA-Algorithmus	49
4.4	Darstellung eines RVEs nach der Voronoi-Mosaik-Methode	50
4.5	Histogramm und Wahrscheinlichkeitsdichteverteilungen der Ferritkörner des Stahls 38MnSiV5	53
4.6	EBSD-Aufnahmen des Stahls 38MnSiV5	54

4.7	Polfiguren des Stahls 38MnSiV5	55
4.8	Bestimmung der Wahrscheinlichkeitsdichteverteilungen der Perlitkolonien des Stahls 38MnSiV5	56
4.9	REM-Aufnahme des Stahls 38MnSiV5	59
4.10	Isotrope Fließkurven der perlitischen Phase	60
4.11	LCF-Probengeometrie	65
4.12	Spannungsverläufe der LCF-Versuche	66
4.13	Stabilisierte Spannungs-Dehnungs-Hysteresekurven der LCF-Versuche	67
4.14	Sensitivität der Extremwertverteilungsdichtefunktion	71
4.15	Darstellung einer Auswahl von RVEs des Stahls 38MnSiV5	73
4.16	Verläufe der FIPs aus den RVEs in Abhängigkeit der Zyklenzahl	74
4.17	Multiplikatoren aus den FIP-Verläufen der RVEs	75
4.18	Histogramm zur Ermittlung statistischer FIPs	76
4.19	Statistische Auswertung von Ermüdungsversuchen des Stahls CP 1000	79
4.20	Berechnung normierter Variationskoeffizienten aus Ermüdungsversuchen des Stahls CP 1000	80
4.21	Berechnung normierter Variationskoeffizienten des Stahls 38MnSiV5 aus Experimenten und Simulationen	81
4.22	Berechnung normierter Variationskoeffizienten des Stahls 38MnSiV5 aus Experimenten und Simulationen: Vergrößerung	82
4.23	Berechnung normierter Variationskoeffizienten des Stahls 38MnSiV5 aus Experimenten und Simulationen: Abwandlung	84
4.24	Probengeometrie mit $K_t= 1,45$ für Ermüdungsversuche	94
4.25	Darstellung des Einflusses der Skalierungskonstanten auf die Kalibrierung des numerischen Modells der Zeitfestigkeit	96
4.26	Sensitivitätsanalyse des Extrapolationsansatzes zur Bestimmung der Zeit- festigkeit	98
4.27	Probengeometrie zur Ermittlung der zyklischen Rissfortschrittsgeschwin- digkeit	103
4.28	Potentialverläufe der Rissfortschrittsexperimente mit $R= 0,1$ für den Stahl 38MnSiV5	104
4.29	Zyklische Rissfortschrittskurve des Stahls 38MnSiV5 bei $R= 0,1$	106
4.30	Vergleich numerisch und experimentell ermittelter Paris-Erdogan Geraden	108
4.31	Sensitivitätsanalyse des Extrapolationsansatzes zur Berechnung der zykli- schen Rissfortschrittsgeschwindigkeit	109
5.1	Probengeometrie mit $K_t= 1,02$ für Ermüdungsexperimente	112

5.2	Validierung des Extrapolationsansatzes für die Zeitfestigkeit	114
5.3	Numerische Vorhersage der Zeitfestigkeit für arbiträre R -Werte	116
5.4	Potentialverläufe der Rissfortschrittexperimente mit $R = -1$ für den Stahl 38MnSiV5	117
5.5	Validierung des Extrapolationsansatzes für die Bestimmung der zyklischen Rissfortschrittgeschwindigkeit	118
5.6	Vergleich der numerischen Lösungen unterschiedlicher CP-Parametersätze	121
5.7	Validierung der integralen Form der Extrapolationsgleichung	122
5.8	Vergleich der numerischen Ergebnisse unterschiedlicher kalibrierter Sets von Skalierungskonstanten	124

Tabellenverzeichnis

2.1	Parameter und Definitionen eines sinusförmigen Spannungsverlaufs	5
2.2	Auswertung des Lasthorizontverfahrens zur Bestimmung der Zeitfestigkeit	14
2.3	Auswertungstableau des Treppenstufenverfahrens zur Bestimmung der Dauerfestigkeit	16
3.1	Chemische Zusammensetzung des Stahls 38MnSiV5	42
3.2	Quasi-statische mechanische Eigenschaften des Stahls 38MnSiV5	43
4.1	Parameter der Verteilungsfunktionen der Ferritkörner	54
4.2	Parameter der Verteilungsfunktionen der Perlitkolonien	56
4.3	Parametersätze des CP-Modells	69
4.4	Tabelle der berechneten statistischen FIPs	78
4.5	Tabelle mit FIPs unterschiedlicher Simulationssets des Stahls 38MnSiV5 .	88
4.6	Ausgewertete Versuchsergebnisse für die Zeitfestigkeitsbestimmung bei $R=-1$ des Stahls 38MnSiV5	94
4.7	Berechnung statistischer FIPs für 38MnSiV5	95
4.8	Tabelle numerisch bestimmter Zyklenzahlen mit unterschiedlichen Skalierungskonstanten	95
4.9	Numerisch bestimmte FIPs für die Berechnung der zyklischen Rissfortschrittsgeschwindigkeit	107
4.10	Tabelle numerisch bestimmter Rissfortschrittsgeschwindigkeiten mit unterschiedlichen Skalierungskonstanten	107
5.1	Auswertung der Zeitfestigkeit für $R= 0,1$ des Stahls 38MnSiV5	113
5.2	Auswertungstableau für die Bestimmung der Dauerfestigkeit bei $R= 0,1$ des Stahls 38MnSiV5	113
5.3	Numerische Vorhersage der Zeitfestigkeit für $R= 0,1$	114
5.4	Numerische Berechnung der zyklischen Rissfortschrittsgeschwindigkeit für $R= -1$	118
5.5	Berechnung numerischer FIPs mit unterschiedlichen CP-Parametersätzen	120

Verzeichnis der verwendeten Symbole und Abkürzungen

Griechische Symbole

α_p	$[\frac{\mu\text{m}}{\text{Zyklus}}]$	Skalierungskonstante
$\Delta\Gamma_{max}$	[-]	Extremwert des Fatemi-Socie Ermüdungsindicators
$\Delta\gamma^\beta$	[-]	Plastisches Scherinkrement des Gleitsystems β
$\dot{\gamma}^\alpha$	[-]	Scherrate des Gleitsystems α
$\dot{\gamma}_0$	[-]	Anfangsscherrate
Γ	[-]	Eulersche Gammafunktion
ε_p	[%]	Plastische Dehnung
$\Delta\varepsilon_p$	[%]	Plastische Dehnung pro Zyklus
μ_N	[-]	Mittelwert der log-Normalverteilung
μ	[GPa]	Schubmodul
ξ	[-]	Formparameter
ρ	[Ω]	Materialspezifischer elektrischer Widerstand
σ_N	[-]	Standardabweichung der log-Normalverteilung
$\Delta\sigma$	[MPa]	Spannungsschwingspielbreite
σ	[MPa]	Spannungstensor
σ_0^p	[MPa]	Reibspannung
σ_a	[MPa]	Spannungsamplitude
$\sigma_{a,i}$	[MPa]	Spannungsamplitude des Simulationssets i
σ_D	[MPa]	Dauerfestigkeit
$\sigma_{D,P_B=10\%}$	[MPa]	Dauerfestigkeit mit 10 % Bruchwahrscheinlichkeit
$\sigma_{D,P_B=50\%}$	[MPa]	Dauerfestigkeit mit 50 % Bruchwahrscheinlichkeit
$\sigma_{D,P_B=90\%}$	[MPa]	Dauerfestigkeit mit 90 % Bruchwahrscheinlichkeit
σ_m	[MPa]	Mittelspannung
σ_{max}	[MPa]	Maximalspannung im Kerbgrund
σ_n	[MPa]	Nominalspannung im Querschnitt eines Bauteils
σ_o	[MPa]	Oberspannung
σ_{op}	[MPa]	Rissöffnungsspannung
σ_u	[MPa]	Unterspannung
τ^α	[MPa]	Resultierende Scherspannung

τ_c^α	[MPa]	Kritische resultierende Scherspannung des Gleitsystems α
τ_c^β	[MPa]	Kritische resultierende Scherspannung des Gleitsystems β
τ_i	[MPa]	Ausgangswert der kritischen resultierenden Scherspannung
τ_{av}	[MPa]	Durchschnittliche resultierende Scherspannung
τ_s	[MPa]	Isotrope Verfestigungskonstante
τ_y	[MPa]	Kritische resultierende Schubspannung polykristalliner Materialien
χ^α	[MPa]	Rückspannung des Gleitsystems α
$\dot{\chi}^\alpha$	[MPa]	Rückspannungsrate des Gleitsystems α
χ^α	[MPa]	Rückspannungstensor des Gleitsystems α

Lateinische Symbole

A	[mm ²]	Querschnittsfläche
A	[%]	Bruchdehnung
A_i	[-]	Skalenparameter der Extremwertverteilung des Simulationssets i
A_{FS}	[-]	Fatemi-Socie Fitting-Konstante
A_g	[%]	Gleichmaßdehnung
a_1, a_2	[-]	Parameter der Potenzfunktion der Skalenparameter A_i
a	[mm]	Risslänge
a_c	[-]	Isotrope Verfestigungskonstante
a_Γ	[-]	Formparameter der Gammaverteilung
a_0	[mm]	Ausgangsrislänge
a_i	[mm]	Korrespondierende Risslänge zum Potentialoutput V_i
B	[mm]	Breite einer Probengeometrie
B_i	[-]	Ortsparameter der Extremwertverteilung des Simulationssets i
b_1, b_2	[-]	Parameter der Potenzfunktion der Ortsparameter B_i
b	[μ m]	Burgers-Vektor
b_Γ	[-]	Skalierungsparameter der Gammaverteilung
C	[$\frac{\text{mm}}{\text{Zyklus}}$]	Y-Achsenabschnitt der Paris-Erdogan Gerade
C_{11}, C_{12}, C_{44}	[GPa]	Elastische Konstanten
\mathbb{C}	[-]	Steifigkeitsmatrix
d	[μ m]	Korngröße
d_{gr}	[μ m]	Mittlere Korngröße

E	[-]	Erwartungswert
E	[GPa]	Elastizitätsmodul
\mathbf{E}_e	[-]	Elastischer Dehnungstensor
\mathbf{F}	[-]	Deformationsgradient
$\dot{\mathbf{F}}$	[-]	Rate des Deformationsgradienten
F_a	[kN]	Kraftamplitude
\mathbf{F}_e	[-]	Elastischer Deformationsgradient
$\dot{\mathbf{F}}_e$	[-]	Rate des elastischen Deformationsgradienten
\mathbf{F}_p	[-]	Plastischer Deformationsgradient
$\dot{\mathbf{F}}_p$	[-]	Rate des plastischen Deformationsgradienten
f	[Hz]	Frequenz
G_1	[-]	Kinematische Verfestigungskonstante
G_2	[-]	Kinematische Verfestigungskonstante
g	[-]	Empirische Konstante
h_0	[MPa]	Isotrope Verfestigungskonstante
I	[mA]	Stromstärke
\mathbf{I}	[-]	Identitätsmatrix
ΔK	[MPa $\sqrt{\text{m}}$]	Zyklischer Spannungsintensitätsfaktor
ΔK_0	[MPa $\sqrt{\text{m}}$]	Zyklischer Spannungsintensitätsfaktor für Risswachstum
ΔK_{cl}	[MPa $\sqrt{\text{m}}$]	Zyklischer Spannungsintensitätsfaktor bei σ_{cl}
ΔK_{eff}	[MPa $\sqrt{\text{m}}$]	Effektiver zyklischer Spannungsintensitätsfaktor
$\Delta K_{eff,0}$	[MPa $\sqrt{\text{m}}$]	Extrinsischer Schwellenwert
$\Delta K_{RVE,i}$	[MPa $\sqrt{\text{m}}$]	Zyklischer Spannungsintensitätsfaktor der RVEs des Simulationssets i
$\Delta K_{RVE,eff,i}$	[MPa $\sqrt{\text{m}}$]	Effektiver zyklischer Spannungsintensitätsfaktor der RVEs des Simulationssets i
K	[MPa]	Empirische Konstante
K_0	[MPa $\sqrt{\text{m}}$]	Spannungsintensitätsfaktor für Risswachstum
K_{max}	[MPa $\sqrt{\text{m}}$]	Maximaler Spannungsintensitätsfaktor
K_{min}	[MPa $\sqrt{\text{m}}$]	Minimaler Spannungsintensitätsfaktor
K_{op}	[MPa $\sqrt{\text{m}}$]	Spannungsintensitätsfaktor bei σ_{op}
K_t	[-]	Kerbfaktor
k	[MPa $\sqrt{\mu\text{m}}$]	Hall-Petch-Konstante
L	[mm]	Länge
\mathbf{L}_p	[-]	Plastischer Geschwindigkeitsgradient
M	[-]	Taylor-Faktor

m	[-]	Steigung der Paris-Erdogan Gerade
$1/m$	[-]	Dehnratensensitivitätsfaktor
m	[-]	Gleitrichtungstensor
m_0	[-]	Geradensteigung im Compliance-Verfahren
N	[-]	Schwingspiel (Zyklus)
N	[-]	Anzahl an Gleitsystemen
N_E^{Gr}	[-]	Anzahl finiter Elemente des Korns Gr
N_G	[-]	Grenzschwingspielzahl
N_{inc}	[-]	Zyklenzahl der Ermüdungsrisssinkubation
$N_{inc,i}$	[-]	Zyklenzahl der Ermüdungsrisssinkubation des Simulationssets i
N_{lc}	[-]	Zyklenzahl Langrisswachstum
N_{msc}	[-]	Zyklenzahl mikrostrukturelles Risswachstum
N_{tot}	[-]	Gesamtzyklenzahl bis zum Bruch
$N_{tot,i}$	[-]	Gesamtzyklenzahl bis zum Bruch des Simulationssets i
n	[-]	Gleitebenennormalentensor
ΔP	[kN]	Kraftschwingspielweite
$\Delta P_{mps,mv,i}$	[-]	Mittelwert des korngößengemittelten Extremwerts der akkumulierten plastischen Dehnung des Simulationssets i
P_B	[-]	Bruchwahrscheinlichkeit
P_{max}	[kN]	Kraftmaximum
P_{min}	[kN]	Kraftminimum
$P_{mps,n}$	[-]	Korngößengemittelter Extremwert der akkumulierten plastischen Dehnung des RVEs n
p	[-]	Akkumulierte plastische Dehnung
p_i	[-]	Akkumulierte plastische Dehnung des finiten Elements i
p_1, p_2	[-]	Parameter der Potenzfunktion von $\Delta P_{mps,mv,i}$
q_1, q_2	[-]	Parameter der Potenzfunktion
$q^{\alpha\beta}$	[-]	Latente Verfestigungskonstante
R	[Ω]	Elektrischer Widerstand
R	[-]	Spannungsverhältnis
R_e	[MPa]	Streckgrenze
R_m	[MPa]	Zugfestigkeit
S	[MPa]	Spannungstensor
s	[μm]	Lamellenabstand des Perlits
U	[mV]	Elektrische Spannung
U	[-]	Rissöffnungsverhältnis

u	[-]	Skalierungskonstante
\mathbf{u}	[-]	Verschiebung
V_0	[mV]	Angelegtes Potential
V_i^{Gr}	[-]	Volumen des i ten finiten Elements des Korns Gr
VAR	[-]	Varianz
$\sqrt{\text{VAR}_{\text{nor},i}}$	[-]	Normierter Variationskoeffizient des Simulationssets i
V_i	[mV]	Gemessenes Potential
W	[mm]	Weite einer Probengeometrie
\mathbf{x}	[-]	Ausgangszustand einer Deformation
Y_0	[mm]	Abstand der Potentialabgriffe vom Ligament
\mathbf{y}	[-]	Endzustand einer Deformation

Abkürzungen

2D	Zweidimensional
3D	Dreidimensional
CP	Crystal plasticity
EBS	Electron backscatter diffraction
FIB	Focused ion beam
FIP	Fatigue indicator parameter
HCF	High cycle fatigue
LCF	Low cycle fatigue
REM	Rasterelektronenmikroskop
RSA	Random sequential addition
RVE	Repräsentatives Volumenelement
VHCF	Very high cycle fatigue

1 Einleitung

Das Versagen mechanisch beanspruchter Bauteile infolge von Materialermüdung kann katastrophale Folgen haben. In der Vergangenheit haben verschiedene Ereignisse auf tragische Weise gezeigt, dass die Integrität eines Fortbewegungsmittels oder eines Bauwerks nicht als selbstverständlich angesehen werden kann.

Gesamtgesellschaftlich ist die Wahrnehmung solcher Ereignisse zurückgegangen. Hierzu tragen konservative Auslegungsvorschriften, gewissenhaftere Kontrollen bei der Herstellung und Verarbeitung von Bauteilen, aber auch bessere Materialien bei. Fachkreise gehen jedoch weiterhin davon aus, dass zwischen 50 bis 90 % aller Schadensfälle auf Materialermüdung zurückzuführen seien [1]. Auch wenn die Anteilsangabe kritisch hinterfragt werden sollte, ist unmittelbar ersichtlich, dass eine Verringerung des Anteils ein enormes wirtschaftliches Einsparpotential aufweist.

Konzepte für die Verbesserung von Ermüdungseigenschaften bewegen sich in einem sensiblen Spannungsfeld aus Wirtschaftlichkeit und Sicherheit. Selbst metallische Konstruktionen, die nicht für Mobilitätsanwendungen genutzt werden, sollen ein geringes Gewicht aufweisen, um die aufzuwendenden Materialkosten zu senken. Dies führt dazu, dass Qualitätsanforderungen an das Material steigen. Materialtechnische Potentiale von Legierungskonzepten müssen identifiziert, ihre metallurgische Machbarkeit geprüft und schließlich ihre Eigenschaften in Experimenten charakterisiert werden. Allein die Bestimmung von Ermüdungseigenschaften ist hinsichtlich Zeit- und Ressourceneinsatz sehr aufwendig. Beispielsweise kann die Bestimmung einer Wöhlerlinie mehrere Wochen in Anspruch nehmen. Eine Studie über die Variation schon einzelner materialtechnischer oder metallurgischer Parameter führt zu hohen Aufwendungen, welche natürlich die Entwicklung verbesserter Materialien sehr kostspielig machen. Eine Lösung hierfür könnte durch Simulationsmodelle gegeben sein, die die Auswirkungen von metallurgischen bzw. materi-

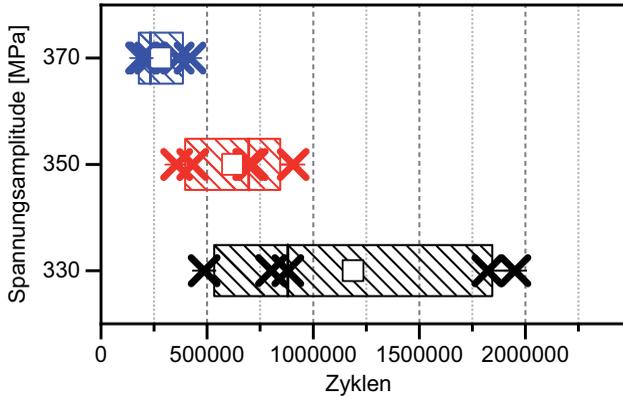


Abbildung 1.1: Ergebnisse der Zeitfestigkeit aus Untersuchungen an einem ferritisch-perlitischen Stahl nach dem Lasthorizontverfahren dargestellt in einem Box-Whisker-Plot

altechnischen Änderungen auf die zyklischen Eigenschaften eines Materials berechnen. Als Grundlage für ein solches Modell kann die folgende Überlegung dienen. Abbildung 1.1 zeigt die Zyklenzahlen bis zum Bruch einer Versuchsreihe für die Ermittlung der Zeitfestigkeit eines ferritisch-perlitischen Stahls. Auf der Ordinate ist die Spannungsamplitude abgetragen. Die x-Symbole sind die Zyklenzahlen der einzelnen Versuche bis zum Bruch der Proben. Die vollen Quadrate sind die mittleren Lebensdauern. Die Enden der quadratischen Umrandung geben die Standardabweichung und die vertikale Linie im Rechteck den Median an. Eine solche Darstellung wird als „Box-Whisker-Plot“ bezeichnet und enthält die wichtigsten Kennwerte statistisch verteilter Ergebnismengen. Aus dieser Darstellung kann die entscheidende Motivation für das Modell abgeleitet werden: Unter sonst gleichbleibenden Testbedingungen nimmt die Streuung der Zyklenzahlen bis zum Bruch mit abnehmender Spannungsamplitude zu. Wenn sowohl die Herstellung der Probe, die Oberflächenqualität, der Einbau der Probe in die Prüfmaschine und die Einleitung der Kraft für alle Proben identisch war, muss der Grund für die Zunahme der Streuung in der Mikrostruktur des Stahls zu finden sein [2]. Die Streuung der Ergebnisse kann sich von

Forschungseinrichtung zu Forschungseinrichtung ändern und ist durch die Sorgfalt bei der Planung und Durchführung der Versuche beeinflussbar. Eine solche Einflussnahme ist von äußeren Faktoren kontrolliert und kann als materialextrinsisch bezeichnet werden. Der Streuungsbeitrag, der durch die Mikrostruktur des Materials hervorgerufen wird, also materialintrinsisch wirkt, ist auf die statistische Variation von Gefügeparametern, wie Korngröße, -form, -orientierung und Einschlüsse, zurückzuführen. Sie kann nur durch materialtechnische bzw. metallurgische Maßnahmen verändert werden und stellt jene Stellschrauben dar, die die Ermüdungseigenschaften eines Materials festlegen. Simulationsmodelle, die Ermüdungseigenschaften vorhersagen sollen, müssen in der Lage sein sowohl die extrinsischen als auch intrinsischen Einflussfaktoren auf die Lebensdauer abbilden zu können. Ein solches Modell soll in dieser Arbeit vorgestellt und validiert werden, das sensitiv die Variation der Mikrostruktur berücksichtigt, um Lebensdauern zyklisch belasteter Materialien zu berechnen.

Die Arbeit ist in sieben Kapitel aufgeteilt. Dieser Einleitung folgt das Kapitel Grundlagen, in welchem die Faktenreproduktion mit einer Rekapitulation des Stands der Technik abgeschlossen wird. In ihm werden die verwendeten Simulationsmodelle erläutert und in ihrer Relevanz eingeordnet. Als Basis für die Modellentwicklung und seiner Validierung wird im anschließenden Kapitel das Material vorgestellt. Auf dieser Grundlage folgt das Kapitel der Beschreibung des Modellansatzes zur Berechnung der Zeitfestigkeit und der zyklischen Rissfortschrittsgeschwindigkeit. Anschließend folgt das Kapitel der Validierung anhand des Vergleichs von numerisch generierten und im Experiment ermittelten Daten eines zur Erprobung des in dieser Arbeit entwickelten Modells exemplarisch ausgesuchten ferritisch-perlitischen Stahls. Alle Ergebnisse werden schließlich kritisch diskutiert. Aus den daraus gezogenen Schlussfolgerungen wird ein Ausblick formuliert, der den Beitrag dieser Arbeit hinsichtlich werkstofftechnischer Forschungsschwerpunkte einordnet. Zum Schluss erfolgt eine Zusammenfassung der wichtigsten Ergebnisse.

Das hier vorgestellte Modell kann als Grundlage zur numerischen Identifikation der Zusammenhänge von Gefügeparametern auf die Zeitfestigkeit und der zyklischen Rissfortschrittsgeschwindigkeit verstanden werden.

2 Grundlagen

In diesem Kapitel sollen Grundlagen für das Verständnis erläutert und verwendete Modelle hinsichtlich der Relevanz in ihrem wissenschaftlichen Umfeld eingeordnet werden. Hierdurch soll eine Wissensbasis geschaffen werden, die das weitere Lesen der Arbeit erleichtert.

2.1 Definition zyklischer Belastung

Unter einer zyklischen Belastung wird hier eine zyklisch aufgebrachte Kraft auf ein Bauteil oder eine Probe verstanden. Wirkt diese Kraft auf eine Querschnittsfläche, die sich nicht in Belastungsrichtung verschieben kann, resultiert dies im Material in einer Spannung. Die zyklische Belastung kann hinsichtlich ihres Belastungsverlaufs und ihrer Höhe variieren, sodass für die eindeutige Beschreibung Parameter definiert werden müssen [3]. Abbildung 2.1 zeigt einen sinusförmigen Spannungsverlauf. Die in dieser Abbildung verwendeten Variablen sind in Tabelle 2.1 aufgelistet und kurz erläutert. Für die eindeutige Bestimmung eines zyklischen Spannungsverlaufs sind ausschließlich zwei Spannungsparameter notwendig. Alle weiteren Parameter können aus ihnen hergeleitet werden.

Tabelle 2.1: Parameter und wichtige Definitionen eines sinusförmigen, zyklischen Spannungsverlaufs

σ_o	–	Oberspannung:	Maximale Spannung in einem Spannungszyklus,
σ_u	–	Unterspannung:	Minimale Spannung in einem Spannungszyklus,
σ_m	–	Mittelspannung:	Mittelwert der Summe von Ober- und Unterspannung,
σ_a	–	Spannungsamplitude:	Mittelwert der Differenz von Ober- und Unterspannung,
$\Delta\sigma$	–	Spannungsschwingspielbreite:	Differenz zwischen Ober- und Unterspannung
N	–	Schwingspiel:	Durchlauf eines Belastungszyklus
f	–	Frequenz:	Anzahl Zyklen pro Sekunde,
R	–	Spannungsverhältnis:	Division von Unterspannung durch Oberspannung.

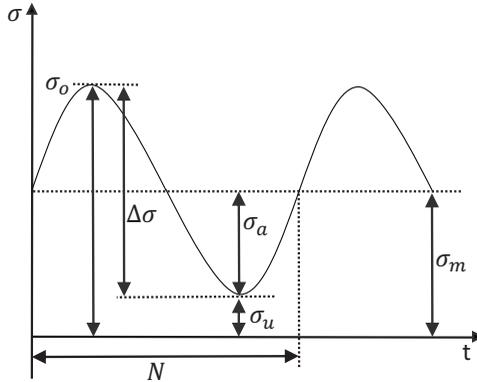


Abbildung 2.1: Schematische Darstellung der Parameter für die Definition eines sinusförmigen Spannungsverlaufs: Die Symbole sind in Tabelle 2.1 aufgelistet und erläutert.

2.2 Stadien der Ermüdungsrissausbreitung

Die Ausbildung und das Wachstum eines Ermüdungsrisses kann zum katastrophalen Versagen eines Bauteils unter zyklischer Belastung führen. Die Entwicklung eines solchen Risses ist gekennzeichnet von verschiedenen Stadien, die von unterschiedlichen Faktoren beeinflusst werden. Schijve [4] teilt die entscheidenden Vorgänge in fünf Phasen ein, die in Abbildung 2.2 übergeordnet abgebildet sind und die gesamte Lebensdauer des zyklisch belasteten Bauteils bis zum Bruch abdecken. Abbildung 2.3 zeigt vier der fünf Phasen in einem Schaubild einer schematisch dargestellten Mikrostruktur.

Phänomenologisch beginnt nach Schijve die erste Phase mit dem Auftreten von lokalen plastischen Reaktionen im Gefüge des Materials. Versetzungen bewegen sich entlang von Gleitsystemen von Körnern, die in einer Vorzugsrichtung zur Belastung orientiert sind [5]. Die Akkumulation dieser Versetzungen führt zur Entwicklung von persistenten Gleitbändern, welche für die Initiierung von Ermüdungsrissen notwendig sind.

Die zweite Phase ist die Ermüdungsrissinitiierung. Bei reversibler Belastung kommt es zum Abgleiten von Versetzungen und somit zur Verfestigung des Materials an den Gren-

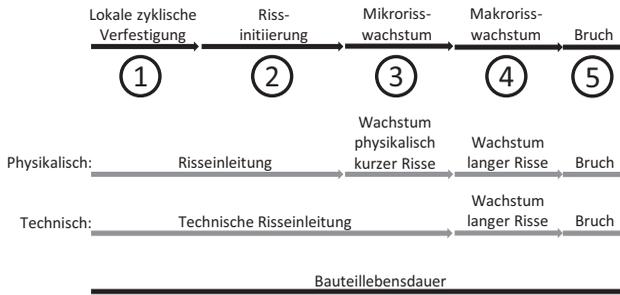


Abbildung 2.2: Stadien der Ermüdungsrissentwicklung in Abhängigkeit der Betrachtungsebene

zen der Gleitbänder, sodass Ex- und Intrusionen an Oberflächen gebildet werden [6]. Solche Oberflächen werden durch Korngrenzen oder Einschlüsse in der Matrix gebildet. Freie Oberflächen an der Materialoberfläche oder an Poren sind jene, die für die Initiierung eines Risses am geeignetsten sind, da dort die Ausbildung der notwendigen Strukturen am wenigsten Energie benötigt [7]. Polák et al. [8] zeigten in aufwendigen Aufnahmen am Rasterelektronenmikroskop (REM) Ex- und Intrusionen, an welchen Ermüdungsrisse initiierten. Abbildung 2.4 zeigt REM-Aufnahmen der Oberfläche eines rostfreien Stahls nach (a) 300 und (b) 600 Zyklen. Ein konzentrierter, starker Gallium-Ionenstrahl wurde verwendet, um nach 300 Zyklen das Material aus der Tiefe im rechten Winkel zur Oberfläche zu entfernen. Es sind deutlich die persistenten Gleitbänder und die ersten Ex- und Intrusionscluster an der Oberfläche zu sehen, die in (a) mit der Positionsnummerierung 3 bis 6 markiert wurden. In (b) weisen die Positionen 3 bis 5 bereits Risse entlang der persistenten Gleitbänder auf. Position 7 zeigt ein persistentes Gleitband, das einen Übergang an einer Korngrenze aufweist und bezüglich seiner Richtung variiert. Dies lässt auf eine andere Orientierung des angrenzenden Korn schließen, da hierdurch andere kritische Gleitsysteme bei Belastung aktiviert werden, die das Wachstum des Risses beeinflussen und in die Richtung der höchsten Scherspannung des aktivierten Gleitsystems im Korn lenken.

Anschließend folgt das Wachstum mikrostrukturell kurzer Risse, die in ihrer Geschwindig-

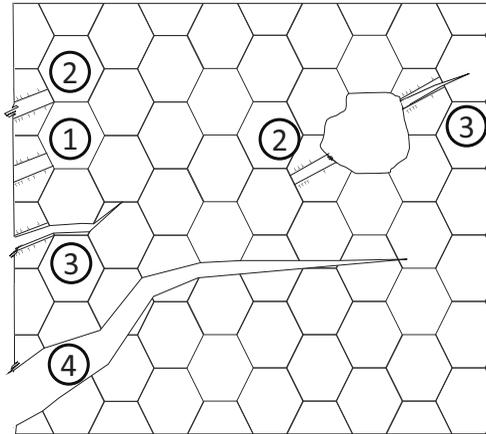


Abbildung 2.3: Schematische Darstellung einer Mikrostruktur mit den unterschiedlichen Phasen der Ermüdungsrissinitiation und -ausbreitung an der Materialoberfläche und an einem Einschluss: Die Nummerierung der einzelnen Rissstadien korrespondiert mit der Zuordnung in Abbildung 2.2 nach Schijve [4].

keit und Richtung von der Mikrostruktur bestimmt werden [9]. Ein solcher Riss wächst entlang des kritisch belasteten Gleitsystems eines Kornes [10], an welchem über Versetzungsakkumulation das Material durch lokale plastische Reaktionen verfestigt wurde. Dementsprechend ist ein mikrostrukturell kurzer Riss im Verhältnis zu seiner Länge von einer großen plastischen Zone umgeben. Die Abhängigkeit des Wachstums eines solchen Risses von der Kornorientierung zeigt, dass die lokale Plastizität die treibende Kraft für seine Entwicklung ist. An Korngrenzen oder anderer Barrieren kann er in seinem Wachstum gehemmt werden [11, 12]. Der Übergang von einem Korn zum anderen ist von der Misorientierung abhängig [13]. Je weniger gemeinsame Gleitebenenscharen am Übergang, der Korngrenze, vorhanden sind, umso mehr Energie benötigt ein mikrostrukturell kurzer Riss, um eine solche Barriere zu überwinden. Ein wachstumsfähiger kurzer Riss kann in Abhängigkeit der Orientierung der Körner, die er durchläuft, in seiner Richtung und seiner Geschwindigkeit variieren. Abbildung 2.5 zeigt eine Zeichnung einer realen ferritisch-perlitischen Mikrostruktur. Sie weist einen mikrostrukturellen kurzen Riss auf, der sich in

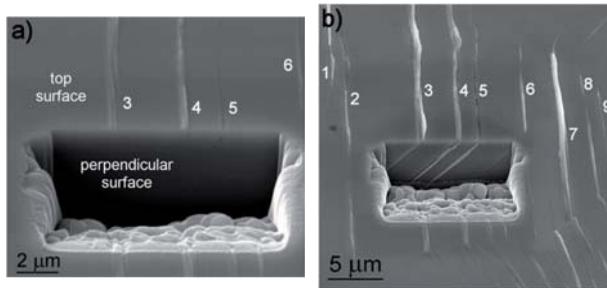


Abbildung 2.4: REM-Aufnahmen der Phasen der Ermüdungsrissbildung in einem rostfreien Stahl nach (a) 300 und (b) 600 Zyklen von Polák et al.[8]: Die Positionennummern 1 bis 9 dienen der Identifikation interessanter Stellen in unterschiedlichen Aufnahmen.

einer Biegeprobe bei einer Spannungsamplitude von 310 MPa an der Probenoberfläche gebildet hat und gewachsen ist. Tokaji et al. [12], die diese Studie durchgeführt haben, untersuchten die Rissfortschrittsgeschwindigkeit und konnten experimentell zeigen, dass die Körner die Richtung und die Korngrenzen die Geschwindigkeit des Risses beeinflusst haben.

Mit der Länge des Risses nimmt die Tendenz zu, orthogonal zur Belastungsrichtung zu verlaufen. Ein solcher Langriss hat eine Mindestlänge von drei bis acht Korndurchmessern [12] und zeichnet sich durch eine plastische Zone vor der Rissspitze aus, die im Verhältnis zur Risslänge sehr klein ist. Mit dieser Länge ist der Riss von der resultierenden Spannungsintensität abhängig, die eine Funktion der angelegten Spannungsspielbreite und der Risslänge selbst ist. Die Hemmung des Übergangs von Kurzriss- zu Langrisswachstum wird als Erklärung für das Auftreten einer Dauerfestigkeit in einigen Materialien verstanden.

Schlussendlich separiert ein wachsender, langer Riss das Material vollständig in zwei Hälften. Dies stellt die letzte Phase der Rissentwicklung dar, die Phase des Bruchs. Dieser erfolgt in den meisten Fällen instabil durch Überschreitung einer materialspezifischen kritischen Spannungsintensität.

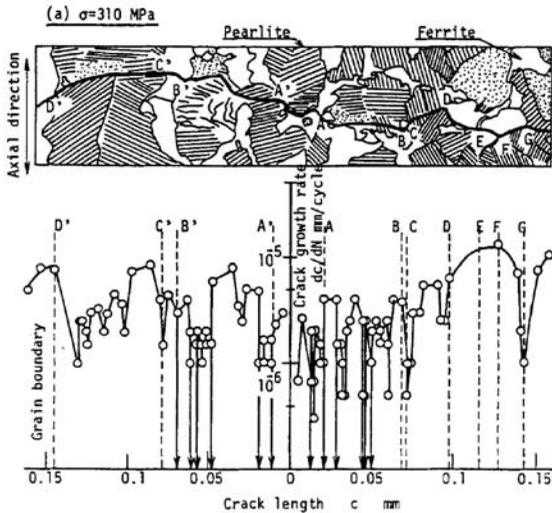


Abbildung 2.5: Darstellung der Rissfortschrittsgeschwindigkeit eines mikrostrukturell kurzen Risses in Abhängigkeit der Mikrostruktur eines ferritisch-perlitischen Stahls (Tokaji et al. [12]): Im oberen Teil des Bildes ist eine Zeichnung der rissbehafteten Mikrostruktur zu sehen. Im unteren Teil des Bildes ist die zum Riss korrespondierende Fortschrittsgeschwindigkeit in Abhängigkeit der Risslänge zum Initiierungsort des Risses aufgetragen.

Auf verschiedenen Betrachtungsebenen werden die Phasen der Rissentwicklung, anders als hier dargestellt, unterschiedlich eingeteilt. Abbildung 2.2 zeigt zwei weitere Einteilungen der Bauteillebensdauer. Auf der physikalischen Betrachtungsebene ist der Mechanismus entscheidend, sodass sowohl die Verfestigung als auch das Ausbilden von Ex- und Intrusionen ein und demselben Effekt zuzuordnen sind. Beide Phasen werden als Risseinleitung verstanden. Die weiteren Phasen entsprechen denen nach Schijve. Auf der technischen Betrachtungsebene ist die praktische Relevanz für die Einteilung entscheidend. Da nach Schijve die ersten drei Phasen von der Mikrostruktur abhängig und im realen Gebrauchsalltag von Bauteilen kaum zu identifizieren sind, werden sie als technische Risseinleitung zusammengefasst. Die Relevanz dieser Aufteilung äußert sich allein schon im Sprachgebrauch der Fachausdrücke und auch in der Entwicklung unterschied-

licher Modelle. Technisch wird angenommen, dass ein Bauteil einen Anriss aufweist und sich somit gemäß bruchmechanischer Modelle linear elastisch verhält. Hingegen setzen sich physikalische Modelle mit der lokalen Schädigung des Materials unter zyklischer Belastung auf Korngrößenebene auseinander. Eine Verflechtung beider Betrachtungsweisen ist äußerst schwierig und erfordert manchmal die Aufhebung von gültigen Annahmen.

2.3 Ermittlung einer Wöhlerkurve

In Anerkennung der herausragenden, systematischen Erforschung von schwingend belasteten Bauteilen durch den Wissenschaftler August Wöhler [14], der hierdurch das Forschungsfeld der Materialermüdung begründete, ist die typische Darstellungsweise von ertragbaren Spannungsamplituden in Abhängigkeit der Belastungszyklenzahl nach ihm benannt worden. In einem Diagramm, in welchem die Abszisse zwingend logarithmisch skaliert ist, werden die Anzahl an Belastungszyklen in Abhängigkeit der Belastungs- bzw. Spannungsamplitude einer zyklisch getesteten Probenserie aufgetragen. Die ausgewerteten Ergebnisse führen zu einem charakteristischen Kurvenverlauf. Dieser Verlauf wird Wöhlerkurve genannt. Abbildung 2.6 zeigt die schematische Darstellung einer Wöhlerkurve in einer doppelt-logarithmischen Skalierung. Auf der Ordinate ist die Spannungsamplitude und auf der Abszisse die Zyklenzahl abgetragen. Der schematische Verlauf der Kurve lässt drei Bereiche erkennen. Mit „K“ ist der Kurzzeitfestigkeitsbereich [15] (kurz LCF für engl. „low cycle fatigue“) bezeichnet. In der Regel werden hierbei einige wenige Proben im plastischen Bereich mit einer zyklischen Oberspannung zwischen der Zugfestigkeit R_m und der Streckgrenze R_e des Materials belastet. Diese versagen schon nach wenigen hundert Belastungszyklen und die Streuung der Ergebnisse ist gering. Der Verlauf der Kurve ist degressiv fallend und geht nach dem Unterschreiten der Streckgrenze in den Zeitfestigkeitsbereich „Z“ (HCF für engl. „high cycle fatigue“) über. Die Zeitfestigkeit zeichnet sich im Kurvenverlauf durch eine fallende Gerade aus. Der Zyklbereich kann einige Millionen Schwingungen umfassen. Die Belastung unterhalb der Streckgrenze führt zu einer makroskopisch elastischen Verformung des Materials. Für die Ermittlung

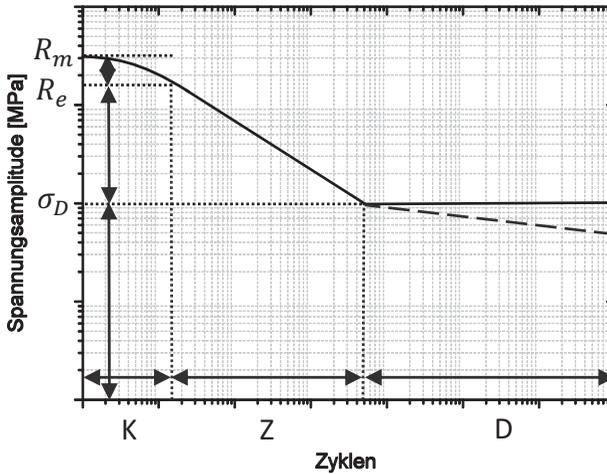


Abbildung 2.6: Schematische Darstellung einer Wöhlerkurve für die Beschreibung der Zyklenzahl bis zum Versagen eines schwingend belasteten Bauteils in Abhängigkeit der Spannungsamplitude; gestrichelte Linie–Verlauf bei kubisch flächenzentrierten Materialien; R_m –Zugfestigkeit, R_e –Streckgrenze, σ_D –Dauerfestigkeit; K–Kurzzeitfestigkeitsbereich, Z–Zeitfestigkeitsbereich, D–Dauerfestigkeitsbereich

der Zeitfestigkeit nach dem Lasthorizontverfahren werden mehrere Proben auf mindestens zwei Spannungshorizonten bis zum Versagen getestet. Sie versagen in der Regel bei unterschiedlichen Zyklenzahlen und bilden dadurch ein Streuband, das mit sinkender Spannungsamplitude immer größer wird. Dementsprechend erfordert die Bestimmung der Zeitfestigkeit eine statistische Auswertung, welche als Resultat die Wahrscheinlichkeit des Versagens bei einer Zyklenzahl und Belastung wiedergibt. Üblicherweise initiiert ein Ermüdungsriss im Bereich der Zeitfestigkeit an Rillen und Riefen der Oberfläche, da durch sie eine lokale Spannungserhöhung hervorgerufen wird. Je niedriger die aufgebrachte Spannungsamplitude ist, umso mehr verschiebt sich der Initiationsort in das Materialvolumen hin zu Ungängen des Gefüges, wie Poren, Einschlüsse oder Trippelpunkte. Auch sie führen zu einer Erhöhung der lokalen Spannung, die materialschädigend wirkt. Die Zeit-

festigkeitsgerade wird durch den Dauerfestigkeitsbereich „D“ abgegrenzt. Hierbei nimmt die Wöhlerkurve einen horizontalen Verlauf an und verharrt auf einem Spannungsniveau. Der Schnittpunkt der horizontalen Gerade mit der Ordinate ergibt einen Kennwert, der als Dauerfestigkeit σ_D bezeichnet wird. Dieser Wert wird üblicherweise nach dem Treppenstufenverfahren ermittelt [16]. Auch hier bedarf die Bestimmung der Dauerfestigkeit einer statistischen Ermittlung, da das Streuband der Ergebnisse sehr groß sein kann. Abhängig von der Kristallstruktur oder anderer Einflüsse, wie einer korrosiven Umgebung, kann eine stetige Reduzierung der ertragbaren Spannungen auch im Dauerfestigkeitsbereich beobachtet werden. Dies ist im Schaubild durch die gestrichelte Linie dargestellt.

Da die getesteten Proben in ihrer Zyklenzahl stark streuen können, ist die Angabe der Bruchwahrscheinlichkeit zwingend erforderlich. Üblicherweise werden in einem Wöhlerdiagramm der Mittelwert als auch die Streuung über einzelne Wöhlerkurven abgebildet, die für die jeweilige Wahrscheinlichkeit des Versagens oder des Überlebens einer Probe definiert sind. Nachfolgend werden die angesprochenen Ermittlungsverfahren für die Zeit- und Dauerfestigkeit detailliert erläutert und über Beispielrechnungen die Zyklenzahlen bei unterschiedlichen Bruchwahrscheinlichkeiten bestimmt.

2.3.1 Zeitfestigkeit

Die Ermittlung der Zeitfestigkeit kann mit dem Lasthorizontverfahren durchgeführt werden. Über die geringste Querschnittsfläche der getesteten Probe wird die induzierte Spannungsamplitude berechnet. Üblich ist das Testen von jeweils fünf Proben bei einer Spannungsamplitude. Dies wird bei mindestens drei unterschiedlichen Spannungsamplituden durchgeführt. Tabelle 2.2 zeigt exemplarisch die Zyklenzahlen einer Testreihe eines bis zum Bruch getesteten Stahls. Das Spannungsverhältnis ist $R = -1$. Die Zyklenzahlen der Tests eines jeden Spannungshorizonts sind absteigend sortiert und einer Bruchwahrscheinlichkeit [17] zugeordnet. Nach Hück wird angenommen, dass die Wahrscheinlichkeit der Lebensdauern bis zum Bruch mit einer Normalverteilungsfunktion beschrieben

werden kann, die sich nach der folgenden Gleichung berechnen lässt:

$$P_B = \frac{3j - 1}{3n + 1}, \quad (2.1)$$

der Parameter j entspricht der Positionierung des entsprechenden Versuchs in der sortierten Sequenz. Der Parameter n entspricht der Anzahl an durchgeführten Versuchen auf einem Lasthorizont. Die Zyklenzahlen werden mit ihren zugehörigen Bruchwahrschein-

Tabelle 2.2: Sortierte Zyklenzahlen nach dem Lasthorizontverfahren für die Bestimmung der Zeitfestigkeit

Lasthorizont: $F_a = 16,6$ kN Spannungsamplitude: $\sigma_a = 330$ MPa			
Versuchsnummer	Zyklenzahl	j	P_B in %
7	1.949.800	$n = 5$	87,50
2	1.829.300	4	68,75
6	880.000	3	50,00
5	803.800	2	31,25
15	486.000	1	12,50

Lasthorizont: $F_a = 17,6$ kN Spannungsamplitude: $\sigma_a = 350$ MPa			
Versuchsnummer	Zyklenzahl	j	P_B in %
10	905.400	$n = 5$	87,50
9	712.200	4	68,75
1	695.400	3	50,00
13	432.200	2	31,25
12	356.600	1	12,50

Lasthorizont: $F_a = 18,6$ kN Spannungsamplitude: $\sigma_a = 370$ MPa			
Versuchsnummer	Zyklenzahl	j	P_B in %
14	420.000	$n = 5$	87,50
4	363.800	4	68,75
3	232.696	3	50,00
8	202.200	2	31,25
11	191.200	1	12,50

lichkeiten im logarithmischen Gauss'schen Wahrscheinlichkeitsnetz eingetragen. Abbildung 2.7 zeigt das Wahrscheinlichkeitsnetz, welchem die Daten aus dem Experiment zugrunde liegen. Die Datenpunkte jedes Spannungshorizonts werden interpoliert und hinsichtlich höherer und geringerer Bruchwahrscheinlichkeiten extrapoliert. Schließlich kann für jeden Spannungshorizont die 10, 50 und 90 %ige Bruchwahrscheinlichkeit bestimmt werden. Diese Daten werden für die Bestimmung der Zeitfestigkeit in das Wöhlerdiagramm eingetragen.

2.3.2 Dauerfestigkeit

Die Ermittlung der Dauerfestigkeit ist in dieser Arbeit mit dem Treppenstufenverfahren nach Dixon und Mood [18] durchgeführt worden. Dieses Verfahren ist in der Bestimmung

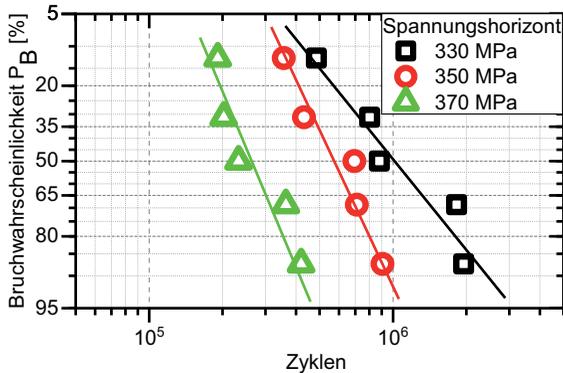


Abbildung 2.7: Gauss'sches Wahrscheinlichkeitsnetz mit den Daten aus den Experimenten bei $\sigma_a = [330, 350, 370]$ MPa mit den zugehörigen interpolierten Geraden für die Bestimmung korrespondierender Bruchwahrscheinlichkeiten mit Zyklenzahlen

der Dauerfestigkeit sehr etabliert [19], jedoch mit hohem experimentellen Aufwand verbunden. Hierfür werden aus einer statistisch hohen Anzahl an zyklisch belasteten Proben der Mittelwert und die Standardabweichung für eine Spannungsamplitude bei einer Grenzschwingspielzahl N_G nach der Maximum-Likelihood-Methode ermittelt.

Das Treppenstufenverfahren basiert darauf, dass eine Abfolge von Versuchen durchgeführt wird, die einer festgelegten Systematik folgt. Hierbei wird eine erste Probe mit einer Spannungsamplitude schwingend getestet, die im Bereich der Dauerfestigkeit liegt. Der Test endet, wenn entweder die Probe bricht oder die Probe ohne zu versagen die Grenzschwingspielzahl erreicht hat. Für Stähle liegt sie üblicherweise zwischen $N_G = 5$ -10 Millionen Belastungszyklen. Versagt die Probe vor dem Erreichen von N_G , wird beim folgenden Versuch die Spannungsamplitude um einen äquidistanten Spannungsbetrag reduziert. Liegt ein sogenannter Durchläufer vor, d.h. eine Probe, die ohne zu versagen N_G überschritten hat, wird beim folgenden Versuch die Spannungsamplitude um den äquidistanten Spannungsbeitrag erhöht. Tabelle 2.3 zeigt ein typisches Auswertungstableau des Treppenstufenverfahrens nach Dixon und Mood, das bereits mit Versuchsergebnissen

eines zyklisch getesteten Stahls ausgefüllt worden ist. In der Tabelle sind die Durchläu-

Tabelle 2.3: Ergebnisse der zyklischen Tests für die Ermittlung der Dauerfestigkeit nach dem Treppenstufenverfahren

Spannungsstufe	Spannungsamplitude [nominal]	Zyklenzahl														Anzahl		Wenn $\Sigma X < \Sigma O$, dann $F = \Sigma X$, andernfalls $F = \Sigma O$									
		X: Bruch, O: Durchläufer														X	O										
<i>i</i>	σ_a	5 Mio.	5 Mio.	284.400	5 Mio.	1.036.800	378.000	5 Mio.	1.338.800	1.462.800	5 Mio.	1.610.400	5 Mio.	1.440.800	5 Mio.				f_i	$i \cdot f_i$	$i^2 \cdot f_i$						
3	330			X														2	0	0							
2	320		O			X		X										2	2	8							
1	310	O					O		X		X		X					2	2	2							
0	300											O		O				3	0	0							
Summe: $\Sigma =$																	7	7	F=	7	A=	6	B=	10			

fer mit einem „O“ und die gebrochenen Proben mit einem „X“ markiert. Anschließend werden die jeweiligen Ereignisse gezählt. Um den Effekt zu hoher oder zu niedriger Ausgangsspannungsamplituden zu kompensieren, werden die Ereignisse mit der insgesamt niedrigsten Anzahl für die weitere Berechnung verwendet. Bei Gleichheit werden immer die Ergebnisse der Durchläufer verwendet, wie auch in diesem Beispiel. Die Summen F, A und B werden gebildet und in die folgende Gleichung für die 50 % Bruchwahrscheinlichkeit eingesetzt:

$$\sigma_{D,P_{B=50\%}} = \sigma_{i=0} + d \left(\frac{A}{F} + 0,5 \right), \text{ für } \Sigma X \geq \Sigma O \text{ oder} \quad (2.2)$$

$$\sigma_{D,P_{B=50\%}} = \sigma_{i=0} + d \left(\frac{A}{F} - 0,5 \right), \text{ für } \Sigma X < \Sigma O. \quad (2.3)$$

Der Parameter $\sigma_{i=0}$ ist die Spannungsamplitude der Spannungsstufe 0 und d ist der äquidistante Spannungsbetrag, um welchen die Spannungsamplitude von Stufe zu Stufe verändert wird. Wird die Standardabweichung miteinbezogen, können die übrigen Bruchwahrscheinlichkeiten berechnet werden:

$$\sigma_{D,P_{B=10\%}} = \sigma_{D,P_{B=50\%}} - 1,28 \cdot 1,62 \cdot d \left(\frac{B}{F} - \frac{A^2}{F^2} + 0,029 \right), \quad (2.4)$$

$$\sigma_{D,P_{B=90\%}} = \sigma_{D,P_{B=50\%}} + 1,28 \cdot 1,62 \cdot d \left(\frac{B}{F} - \frac{A^2}{F^2} + 0,029 \right). \quad (2.5)$$

Daraus ergibt sich die Bruchwahrscheinlichkeit $\sigma_{D,P_{B=10\%}}$ zu 298,4 MPa, $\sigma_{D,P_{B=50\%}}$ zu 313,6 MPa und $\sigma_{D,P_{B=90\%}}$ zu 328,8 MPa Spannungsamplitude.

2.3.3 Darstellung einer Wöhlerkurve

Die Ergebnisse aus der Zeitfestigkeits- und Dauerfestigkeitsermittlung können nun in ein Wöhlerdiagramm in Abhängigkeit ihrer Bruchwahrscheinlichkeit aufgetragen und interpoliert werden. Die Interpolation führt zu den Wöhlerkurven. Abbildung 2.8 zeigt die unterschiedlichen Kurven. Die schwarze Linie stellt die Wöhlerkurve mit 50 % Bruchwahrscheinlichkeit dar. Die obere rote Linie ist entsprechend die Wöhlerkurve mit 90 % und die untere grüne Linie mit 10 % Bruchwahrscheinlichkeit. Es ist der typische Verlauf der Kurve zu erkennen, der in der Einleitung dieses Abschnitts erläutert worden ist. Die Kurven für die Bruchwahrscheinlichkeiten von 10 und 90 % bilden die äußeren Grenzen eines Streubands, das mit abnehmender Spannungsamplitude in der Zeitfestigkeit immer größer wird.

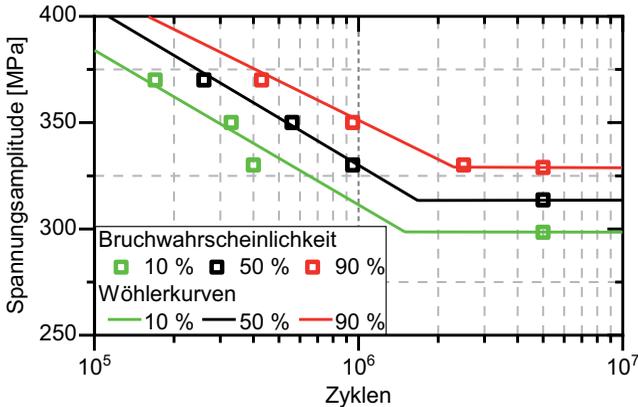


Abbildung 2.8: Wöhlerkurven des Stahls 38MnSiV5 mit einem R -Wert von -1 für unterschiedliche Bruchwahrscheinlichkeiten

2.4 Ermittlung einer Rissfortschrittskurve

Es wurde erläutert, dass für Abschätzungen der Lebensdauer die Wöhlerkurve einen Hinweis darauf geben kann, unter welchen Belastungen die Integrität eines Bauteils gewährleistet ist. Konstruktionen sind jedoch realen Belastungen ausgesetzt, die häufig nicht den Belastungen im Laborexperiment entsprechen bzw. nicht exakt abgeschätzt werden können. Dies liegt daran, dass eine Wöhlerkurve keinerlei Aussagen zur Risswachstumsrate, also zum Risswachstum je Schwingenspiel, machen kann. Deshalb wird in diesen Fällen mit einer Rissfortschrittskurve eine technische Restlebensdauerabschätzung vorgenommen. Hierfür müssen kritische Risslängen und die Belastung in dem betroffenen Volumen an der Konstruktion identifiziert werden. Über regelmäßige Inspektionen wird die Verlängerung des Risses registriert. Daraus kann der zyklische Spannungsintensitätsfaktor ΔK ermittelt werden, welcher mit einer Rissfortschrittskurve des Materials aus einer Datenbank verglichen werden kann. So kann eine Abschätzung über die Wachstumsgeschwindigkeit des kritischen Risses und die Restlebensdauer der betroffenen Konstruktion getroffen werden.

Die Ermittlung einer Rissfortschrittskurve ist nach ASTM E647 [20] genormt. Abbildung 2.9 zeigt einen typischen Verlauf einer Rissfortschrittskurve. Auf der Ordinate ist die Rissfortschrittsgeschwindigkeit in mm pro Zyklus in einer logarithmischen Skalierung aufgetragen. Auf der Abszisse ist der zyklische Spannungsintensitätsfaktor ebenfalls auf einer logarithmischen Skala aufgetragen. Es können drei Bereiche unterschieden werden. Der erste Bereich zeichnet sich durch eine sehr niedrige Rissfortschrittsrate aus, die bei 1×10^{-8} mm/Zyklus und einem niedrigen einstelligen ΔK -Wert beginnt. Nach ASTM ist dies der definierte Schwellenwert für Langrisswachstum und determiniert den Übergang von technischer Rissbildung zum Wachstum langer Risse. Mit zunehmenden ΔK steigt die Rissfortschrittsrate fast vertikal an, flacht anschließend ab und geht in einen linearen Bereich über. Dieser zweite Bereich ist durch stetiges Risswachstum gekennzeichnet und kann durch eine Kurve angenähert werden, die Paris-Erdogan [21] Gerade genannt wird.

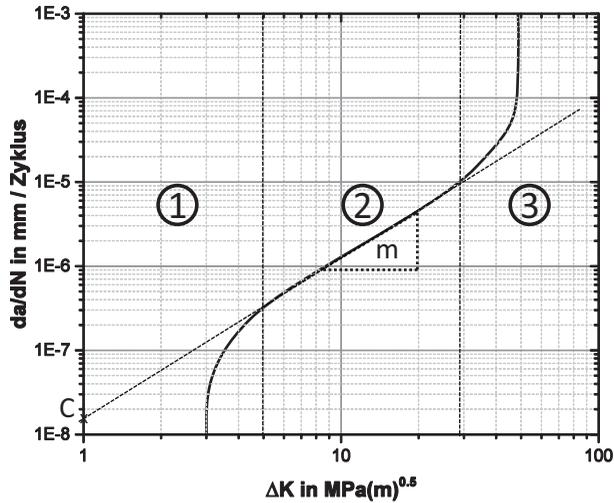


Abbildung 2.9: Schematische doppelt-logarithmische Darstellung einer Rissfortschrittskurve in Abhängigkeit des zyklischen Spannungsintensitätsfaktors ΔK . Sie kann in drei Bereiche aufgeteilt werden. Im zweiten Bereich entspricht die gestrichelte Linie der Steigung der Kurve und wird als Paris-Erdogan Gerade bezeichnet.

Durch die folgende Gleichung wird diese Gerade beschrieben:

$$\frac{da}{dN} = C \Delta K^m, \quad (2.6)$$

$$\log \left(\frac{da}{dN} \right) = \log(C) + m \log(\Delta K). \quad (2.7)$$

Die logarithmierte Form, Gleichung 2.7, entspricht einer linearen Funktion im doppelt-logarithmischen Diagramm. Der Y-Achsenabschnitt wird durch den Parameter C und die Steigung der Geraden durch m angegeben.

Der Ermittlung der Geraden liegen die Konzepte der linear elastischen Bruchmechanik zu

Grunde, welche auf Überlegungen von Griffith [22] basieren.

$$\Delta K = \Delta\sigma\sqrt{\pi a}f\left(\frac{a}{W}\right). \quad (2.8)$$

Es wird ein wachstumsfähiger, technischer Anriss postuliert, der mit dem zyklischen Spannungsintensitätsfaktor charakterisiert werden kann. Hierfür ist es notwendig die Risslänge und die in einem Volumen aufgebrachte Spannung für das Fortschreiten des Risses zu bestimmen. Für die Berechnung der sogenannten aufgebrachten Spannung wird nach Norm die Kraftschwingspielbreite durch die Fläche der ungekerbten und anrissfreien Probe geteilt. Über eine Geometriefunktion f können Rissfortschrittsversuche, die mit unterschiedlichen Probengeometrien ermittelt wurden, miteinander vergleichbar gemacht werden. In der Praxis werden Rissfortschrittsraten nach dem ΔK -Steigerungsverfahren bestimmt. Hierbei wird eine Probe bei einer konstanten Kraftamplitude zyklisch belastet, sodass die aufgebrachte Spannung zwar gleich bleibt, aber die Risslänge ansteigt, was zu einem Anstieg der aufgebrachten zyklischen Spannungsintensität ΔK führt.

Die Rate der Rissverlängerung kann sowohl optisch als auch mit der Potentialmessmethode durchgeführt werden. Optisch wird die Länge und die zugehörige Zyklenzahl in definierten Intervallen gemessen. Über die Division von Längen- durch die Zyklenzahländerung wird die Rissfortschrittsgeschwindigkeit berechnet.

Nach Norm ist eine optische Messvorrichtung erforderlich, die während des Versuchs in der Lage ist, Längenänderungen von 0,1 mm aufzulösen, was bei spröden Materialien mit spiegelnden Oberflächen schwierig zu gewährleisten ist. In solchen Fällen ist die Messung der elektrischen Potentialänderung aufgrund der Verringerung des Ligaments bei fortschreitendem Risswachstum die geeignetere Methode. Das Ohmsche Gesetz lautet:

$$U = RI = \rho \frac{L}{A} I, \quad (2.9)$$

U ist die elektrische Spannung, R der Widerstand und I die Stromstärke. Der Widerstand eines elektrischen Leiters setzt sich aus dem spezifischen Widerstand ρ des Materials, der Länge L und der Querschnittsfläche A des Leiters zusammen. Nimmt die Fläche ab,

durch welche der Strom fließt, so steigt die elektrische Spannung. Wird die Änderung der elektrischen Spannung mit der Länge des fortschreitenden Risses kalibriert, kann unmittelbar über die Spannungsmessung die Risslänge ermittelt werden. Zu einigen genormten Probengeometrien für Rissfortschrittsuntersuchungen existieren analytische Lösungen für die Umrechnung von Spannung in Risslänge, sodass eine Kalibrierung in diesen Fällen nicht notwendig ist.

2.4.1 Riss-schließeffekt

Bei einer elastischen, reversiblen Belastung mit einem präexisten-ten Riss kann es zum Berühren der Rissflanken kommen, sodass der Riss im Wachstum gehemmt wird [23]. Diese Hemmung wird Riss-schließeffekt genannt und kann auf drei Mechanismen zurückgeführt werden [24]. Der erste und wichtigste Mechanismus ist die Ausbildung von Druck-eigenspannungen an den Rissflanken durch die Penetration der Flanken während der reversiblen Belastung. Dies gilt insbesondere für duktile Werkstoffe. Bei spröden Werkstoffen ist die Rissflankenoberfläche sehr rau, sodass diese sich bei der reversiblen Belastung bevorzugt verzahnen und so den Riss im Wachstum hemmen. Schließlich ist der letzte Mechanismus bedingt durch die Oxidation der Oberfläche an der Riss-spitze, die zu einem Abstumpfen der Rissfront führt, was die Kerbwirkung eines scharfen Risses stark reduziert. Die Wirkung, die jeder Mechanismus entfalten kann, hängt von der Mittelspannung, dem R -Wert, ab, und ist umso ausgeprägter, je niedriger der R -Wert ist.

Der Riss-schließeffekt wird über eine Angleichung der aufgetragenen Spannungsschwing-spielbreite $\Delta\sigma$ bei der Berechnung des zyklischen Spannungsintensitätsfaktors erfasst. Hierfür wird $\Delta\sigma$ in Gleichung 2.8 um die Rissöffnungsspannung σ_{op} korrigiert, sodass daraus die effektive, zyklische Spannungsintensität ΔK_{eff} berechnet werden kann. Ab-bildung 2.10 zeigt, aus welchen Anteilen ΔK_{eff} besteht. Ist die Längenänderung eines Risses während eines Belastungszyklus marginal klein, so korrespondiert der Kurvenver-lauf der Spannungsintensität K mit dem des Spannungszyklus in Abbildung 2.1. Der Pa-rameter ΔK wird mit Gleichung 2.8 aus der aufgetragenen Spannungsschwing-spielbreite $\Delta\sigma$ berechnet. Nicht der gesamte Spannungsbeitrag steht dem Risswachstum zur Ver-

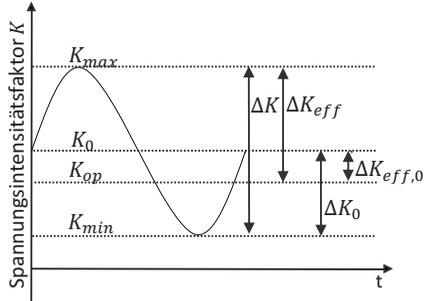


Abbildung 2.10: Schematische Darstellung einer K versus Zeit Kurve: Abgebildet sind alle wichtigen Kennwerte, die für die Definition von ΔK_{eff} erforderlich sind.

fügung. Ein Teil muss für das Öffnen der Rissflanken verwendet werden. Es muss eine Spannung ermittelt werden, bei welcher der Riss geöffnet ist, und mit welcher K_{op} bestimmt werden kann. Es wird angenommen, dass die Spannung zum Öffnen eines Risses die gleiche Höhe hat wie die Spannung für das Schließen des Risses, sodass $K_{op} = K_{cl}$ („op: open“ engl. für offen; „cl: closed“ engl. für geschlossen) gilt. Der Parameter K_0 ist der Spannungsintensitätsanteil, der überwunden werden muss, um ein Risswachstum herbei zu führen. Die Differenz von K_0 und K_{op} wird extrinsischer Schwellenwert genannt und umfasst mikrostrukturelle Einflussnahmen auf das Rissöffnen, wie beispielsweise durch das Blockieren von Versetzungsbewegung an mikrostrukturellen Barrieren. Dies ist der Grund dafür, warum sowohl die Ermittlung von ΔK_0 und ΔK_{eff} so schwierig ist, und stattdessen ΔK_{eff} über die Rissöffnungsspannung mit K_{op} bestimmt wird.

Die Rissöffnungsspannung σ_{op} kann mit Hilfe eines Rissaufweitungsgebers (engl. „clip gauge“) nach dem Compliance-Verfahren während eines Rissfortschrittsversuchs ermittelt werden. Die Vorgehensweise ist hierbei im Standard ASTM E647 beschrieben. Dabei wird die Steifigkeit der Probe und die Rissspitzenaufweitung gemessen [25]. Abbildung 2.11 zeigt einen Kraft-Rissaufweitungsverlauf eines Zyklus. Die gestrichelte Linie mit der Steigung m_0 zeigt den idealen Verlauf der Aufweitung des Risses bei steigender Kraft, wenn sich das Material ausschließlich elastisch verhält. Die volle Linie ist die gemessene

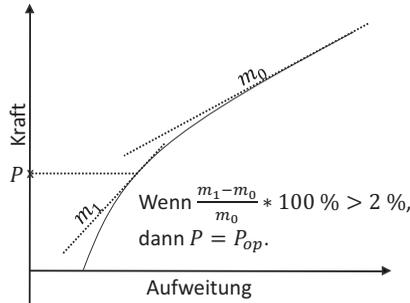


Abbildung 2.11: Schematische Darstellung eines Kraft-Rissaufweitungsverlaufs nach dem Compliance-Verfahren aus ASTM E647 für die Bestimmung der Rissöffnungsspannung σ_{op}

ne Aufweitung, die sich durch ein Öffnen auszeichnet, das zu einem nicht proportionalen Kraftverlauf führt. Dies ist das Resultat einer erhöhten Steifigkeit an der Riss Spitze und dementsprechend erhöhter Plastizität. Für einen finiten Aufweitungsbeitrag muss bei einem geschlossenen Riss ein höherer Kraftbetrag für das Öffnen aufgewendet werden als für das weitere Öffnen eines nicht geschlossenen Risses. Eine 2%ige Abweichung der Steigung von der idealen Linie wird als Rissöffnungskraft P_{op} definiert, welche für die Berechnung von ΔK_{eff} verwendet wird.

Ein Zusammenhang zwischen ΔK_{eff} und ΔK kann über das Rissöffnungsverhältnis U definiert werden:

$$U = \frac{\Delta K_{eff}}{\Delta K}. \quad (2.10)$$

Es hat sich herausgestellt, dass dieses Verhältnis empirisch, jedoch materialspezifisch, für unterschiedliche R -Werte definiert werden kann. Für Bau- und mittelfeste Stähle kann folgende Formulierung verwendet werden [26]:

$$U = \frac{1}{1,5 - R}. \quad (2.11)$$

Die Relevanz des Risserschließeffekts ergibt sich beim Versuch, mehrere Rissfortschrittskurven miteinander vergleichen zu wollen. Wird eine Rissfortschrittskurve des gleichen Materials um ΔK_{eff} korrigiert, führt dies unweigerlich zu höheren Rissfortschrittsraten. Somit kann eine konservativere Abschätzung der Lebensdauer eines rissbehafteten Bauteils durchgeführt werden. Der Vergleich von Kurven, die nicht eindeutig hinsichtlich ihrer Ermittlung deklariert sind, kann zu fatalen Fehlern bei der Bestimmung der Restlebensdauer führen.

2.5 Einflussfaktoren der Materialermüdung

Einflussfaktoren auf Ermüdungseigenschaften werden nach Radaj [27] in drei Gruppen eingeteilt. Hierzu gehören metallurgische, geometrische und Belastungskerbene. Der Ausdruck „Kerbe“ ist sinnbildlich zu verstehen. Eine Kerbe ist im alltäglichen Sprachgebrauch eine Vertiefung an einer ansonsten glatten Oberfläche. Aus der strukturellen Sicht führt eine solche Kerbe bei einer aufgetragenen Belastung zu einer Spannungserhöhung, die sich unmittelbar unter der Oberfläche der Kerbe befindet. Radaj benutzt den Ausdruck „Kerbe“ zur Charakterisierung von Einflüssen, die zu einer lokalen Spannungserhöhung im Material führen. In der Reihenfolge der Attribute ist eine logische Sequenz zu erkennen.

Metallurgische Kerben bezeichnen materialintrinsische Potentiale, die sich aus den vier Typen der Gitterfehler ergeben [28]. Hierzu gehören Punktdefekte, Versetzungen, Korngrenzen, Stapelfehler und schlussendlich Poren, Ausscheidungen und Einschlüsse. Alle diese Ungänzen besitzen ein quantifizierbares Potential der Beeinflussung der Lebensdauer unter zyklischer Belastung.

Nach der Materialherstellung folgt bei Stählen die Formgebung. Die geometrische Kerbe hat einen erheblichen Einfluss auf die Lebensdauer bei zyklischer Beanspruchung. Die Oberflächenbeschaffenheit eines Bauteils kann ebenfalls dieser Kategorie zugeordnet werden.

Schlussendlich folgt der Herstellung des Bauteils sein Gebrauch unter zyklischen Lastän-

derungen. Belastungen können sich hinsichtlich der Höhe, des Spannungsverhältnisses, der Richtung und Signalform unterscheiden. Dies wird unter dem Sammelbegriff Belastungskurve zusammengefasst. Der Begriff „Belastungskurve“ kann um den Einfluss der Umgebung erweitert werden. Auch ein korrosives Umgebungsmedium oder auch die Umgebungstemperatur haben einen nicht zu verachtenden Einfluss auf die Lebensdauer.

Es ist zu erahnen, dass eine vollständige Auseinandersetzung mit den Einflussfaktoren den Rahmen dieser Arbeit sprengen würde, sodass nur ausgewählte Parameter erläutert werden, die als Grundlage für das Verständnis der in dieser Arbeit angesprochenen Phänomene dienen sollen.

2.5.1 Mikrostrukturelle Beeinflussung

Als Mikrostruktur wird die Morphologie von kristallinen Strukturen in den Materialwissenschaften bezeichnet. Sie ist Träger wichtiger physikalischer Eigenschaften. Die Mikrostruktur kann hinsichtlich ihrer Gitterfehler charakterisiert werden [29]. Zum einen treten in Mikrostrukturen nulldimensionale Störungen auf, die auch Punktfehler genannt werden. In der periodischen Abfolge der Atome in einem Kristall kann sich ein Atom mit einem unterschiedlichen Radius auf einem Gitterplatz in der Matrix oder auch zwischen den Matrixatomen befinden. Aber auch fehlende Atome in der periodischen Abfolge stellen als sogenannte Leerstellen eine Störung dar. Alle drei Auftretensformen führen zu einer Verzerrung des Matrixgitters und erhöhen so die notwendige Energie für den Ablauf plastischer Deformationen. Plastische Deformation ist definiert als Bewegung von Versetzungen entlang von Gleitebenen in einer kristallinen Vorzugsrichtung. Die Versetzungen selbst sind eindimensionale Gitterfehler. Sie bestehen aus einer Aneinanderreihung von Leerstellen. Versetzungen umgeben Kraftfelder, die in der Interaktion mit weiteren Versetzungen dazu führen, dass diese sich gegenseitig anziehen oder abstoßen und sich in der Bewegung durch den Kristall blockieren. Eine hohe Versetzungsdichte in einem Kristall führt zu einem hohen Widerstand gegen plastische Deformation. Zweidimensionale Gitterstörungen sind Korngrenzen. Sie grenzen Kristallteile unterschiedlicher Orientierung voneinander ab. Sie bestehen aus einer Vielzahl an Leerstellen, die den sequenziellen Unterschied

der angeordneten Atome von Kristallteil zu Kristallteil ausgleichen. Der von einer Korngrenze umfasste Kristallteil wird Korn genannt, wobei die Agglomeration von Körnern als Gefüge bezeichnet wird. Über Korngrenzen hinweg ist die Versetzungsbewegung massiv eingeschränkt. Sie haben somit eine Barrierewirkung. Dreidimensionale Gitterfehler sind Fehler, die aufgrund innerer Oberflächen resultieren. Diese können durch Poren oder Einschlüsse gebildet werden. Auch hier ist die Versetzungsbewegung eingeschränkt.

Alle vier Gitterfehlertypen tragen mit unterschiedlichen Mechanismen, aber mit gleichem Resultat zu den mechanischen Eigenschaften des Materials bei. Die festigkeitssteigernden Mechanismen basieren auf der Erhöhung des jeweiligen Gitterfehleranteils im Material, d.h. der Erhöhung des Widerstands gegen Versetzungsbewegung, und können somit die Streckgrenze und Zugfestigkeit zu höheren Spannungen hin verschieben.

In diversen Studien [30, 31] wurde gezeigt, dass die Streckgrenze und die Zugfestigkeit mit der Dauerfestigkeit positiv korreliert ist. Eine Erhöhung der jeweiligen Parameter führt zu einer Erhöhung der Dauerfestigkeit. Dementsprechend liegt es nahe, dass sich eine festigkeitssteigernde Modifikation der Mikrostruktur positiv auf die Ermüdungseigenschaften auswirkt.

Kitano et al. [32] zeigten an kohlenstoffarmen Stahl, dass sowohl eine Mischkristallverfestigung als auch eine Ausscheidungshärtung neben den quasistatischen Eigenschaften auch die Dauerfestigkeit erhöhen konnte.

Die Auswirkung der Versetzungsverfestigung auf die Ermüdungseigenschaften kann mit Hilfe von verformtem Material identifiziert werden. Die plastische Verformung ist ein Resultat von Versetzungsbewegung. Hindern sich Versetzungen in der Bewegung, wird von Versetzungsverfestigung gesprochen. Ein kaltverformtes Material weist eine höhere Versetzungsdichte auf, sodass die Wahrscheinlichkeit des gegenseitigen Blockierens ansteigt. Gerin et al. [33] haben ein kaltverformtes, geschmiedetes Bauteil aus Stahl hinsichtlich seiner Ermüdungseigenschaften untersucht. Das Referenzmaterial wurde mit zwei unterschiedlichen Umformgraden gezogen und hinsichtlich quasistatischer und dynamischer Parameter experimentell untersucht. Werden die mechanischen Kennwerte über die Querschnittsreduktion aufgetragen, kann ein linearer Anstieg der ertragbaren Spannungen so-

wohl für die Streckgrenze als auch für die Dauerfestigkeit festgestellt werden.

Der Korngrößeneinfluss auf die Ermüdungseigenschaften [34, 35] wird in der Studie von Clemens et al. [36] deutlich. Es wurden Ermüdungsbrüche in Hüftgelenkprothesen aus rostfreiem Stahl untersucht, die an den Bruchstellen besonders große Körner aufwiesen. Über unterschiedliche Glühungen wurde austenitischer Stahl mit variierenden mittleren Korngrößen hergestellt und anschließend zyklisch getestet. Das Material mit dem größeren Gefüge wies eine geringere Dauerfestigkeit auf als das mit dem feineren. Eine andere Studie an Kupfer [37] beleuchtete die mikromechanischen Vorgänge bei einer hochgradigen plastischen Umformung durch „Equal channel angular pressing“ mit ähnlichen Auswirkungen auf die Zeitfestigkeit des Materials. Untersuchungen an einer Aluminiumlegierung zeigten [38], dass die Ausbildung von persistenten Scherbändern entscheidend für die Initiierung von Ermüdungsrissen ist, da diese eine hohe Akkumulation an Versetzungen und somit plastischer Deformation aufweisen. Diese Ausbildung von persistenten Scherbändern ist Korngrößenkontrolliert. Je kleiner das Korn ist, umso geringer ist die Ausbildung der Bänder. Bei gleicher Versetzungsdichte haben Versetzungen in einem kleineren Kristallvolumen eine geringere Wahrscheinlichkeit sich zu bewegen als in einem großen Volumen, da ihre dreidimensionalen Kraftfelder mit einer geringeren Wahrscheinlichkeit interagieren und somit nicht zu einer gegenseitigen Bewegungshinderung führen. Die Ausbildung dieser persistenten Scherbänder wurde von Mughrabi [39] eingehend erläutert. Aufgrund der Irreversibilität der Versetzungsbewegung unter zyklischer Belastung können über die Ausbildung von Extrusionen und Intrusionen an äußeren und inneren Oberflächen des Materials somit Initiierungsorte für Ermüdungsrisse entstehen.

Einschlüsse haben hinsichtlich ihrer Größe, Form und Interaktion mit der Matrix einen entscheidenden Einfluss auf die Ermüdungseigenschaften des Materials. Umfassende Studien zu diesen einzelnen Faktoren wurden von Murakami [40] zusammengefasst. Einschlüsse bilden innere Oberflächen im Material und führen zu einer Spannungsüberhöhung in der angrenzenden Matrix. Für die Verbesserung der Ermüdungseigenschaften ist eine Verringerung des Einschlussanteils und der maximalen Einschlussgröße schon seit langem bekannt [41]. Der Einfluss der Einschlussform auf die Lebensdauer ist abhängig

von der Lage des Einschlusses zur Belastungsrichtung. Im ungünstigsten Fall reduziert ein ellipsoider Einschluss die Lebensdauer, wenn dieser orthogonal mit seiner Längsachse zur Belastungsrichtung im zyklischen Versuch ausgerichtet ist [42]. Als Interaktion mit dem umgebenden Matrixmaterial wird der Unterschied ihrer elastischen Eigenschaften und der Adhäsion des Einschlusses an der Matrix verstanden. Theoretische Berechnungen zeigten, dass die realisierte Spannungsüberhöhung in der Matrix an einem Einschluss vom Unterschied des E-Moduls des Einschlusses zur Matrix abhängt. Je niedriger der E-Modul des Einschlusses ist, umso höher ist die Spannungsüberhöhung an seiner Grenze. Eine Pore, die als ein Volumen mit einem theoretischen E-Modul von null GPa angesehen werden kann, erzeugt die größte Spannungsüberhöhung [43]. Dies führt auf der einen Seite dazu, dass ein sehr harter Einschluss wie Al_2O_3 eine geringere Spannungsüberhöhung verursacht als ein weicher MnS Einschluss. Auf der anderen Seite tendiert ein solcher harter Einschluss dazu, sich von der Matrix zu lösen oder spröde zu brechen und dadurch einen Hohlraum zu bilden, der zu einer dominierenden Spannungsüberhöhung führt [44].

2.5.2 Geometrische Beeinflussung

Einen der wichtigsten extrinsischen Einflussfaktoren auf die Lebensdauer stellt die Geometrie des zyklisch belasteten Bauteils dar. Über die Form des Bauteils kann es an bestimmten Orten zu lokalen Spannungsüberhöhungen kommen, wie beispielsweise an Löchern oder Kerben. Diese lokale Spannungsüberhöhung wird in rissfreien Bauteilen über den Kerbfaktor charakterisiert.

Der Kerbfaktor K_t beschreibt die Spannungserhöhung im Kerbgrund. In einigen Lehrbüchern wird K_t auch als Kerbformzahl, oder auch kurz Formzahl, α_k bezeichnet [45]. Schaubild 2.12 verdeutlicht anschaulich, aus welchen Spannungswerten der Kerbfaktor berechnet wird. Hierbei ist σ_{max} die Maximal- und σ_n die Nominalspannung im Kerbgrund. Die Nominalspannung ergibt sich aus der aufgebrachten Kraft und der Querschnittsfläche im Kerbgrund. Die Maximalspannung ist die Spannung in der äußersten Faser des Bauteils im Kerbgrund. Im elastischen Belastungsfall wird der Kerbfaktor wie folgt berechnet:

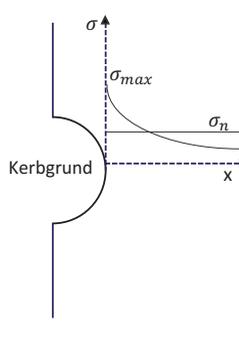


Abbildung 2.12: Schematische Darstellung einer Kerbe mit den zugehörigen Parametern zur Charakterisierung der Spannungsüberhöhung im Kerbgrund

$$K_t = \frac{\sigma_{max}}{\sigma_n}. \quad (2.12)$$

Für komplexe Bauteile werden über Hilfsgeometrien die Kerbfaktoren aus analytischen Gleichungen berechnet [43]. Unter der Voraussetzung ideal elastischen Materialverhaltens können alternativ über eine FEM-Simulation beide Spannungswerte berechnet und der zugehörige Kerbfaktor bestimmt werden. Unter sonst gleichen Bedingungen ist sowohl die Zeit- als auch die Dauerfestigkeit in einem gekerbten Bauteil geringer als im ungekerbten Fall [1].

2.5.3 Belastungseinfluss

Der offensichtlichste Fall der Einflussnahme einer zyklischen Belastung auf die Lebensdauer ist die Belastungshöhe gegeben. Unter sonst gleichen Bedingungen ist bei einer geringen Spannungsamplitude in einem zyklisch belasteten Bauteil im Vergleich zu einer höheren Spannungsamplitude eine längere Lebensdauer zu erwarten.

Jedoch spielt nicht nur die Höhe, sondern auch die Belastungsart, wie Biege-, Torsions- und Axialbelastung, als auch die Mittelspannung eine entscheidende Rolle. Abbildung 2.13 zeigt ein Dauerfestigkeitsschaubild nach Smith [46]. Auf der Ordinate ist die Ober- und

Unterspannung und auf der Abszisse die Mittelspannung abgetragen. Die von den vollen

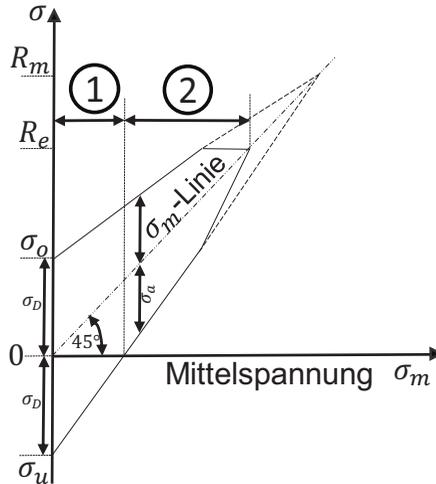


Abbildung 2.13: Schematische Darstellung eines Dauerfestigkeitsschaubild nach Smith. Der mit 1 gekennzeichnete Bereich wird als Wechselbeanspruchung und mit 2 als Zugschwellbeanspruchung bezeichnet

Linien eingefasste Fläche ist jene, in welcher ein zyklisch belastetes Bauteil unterhalb der Dauerfestigkeit belastet wird. Mit zunehmenden σ_m steigt sowohl σ_o als auch σ_u an, wobei die Spannungsamplitude σ_a stetig kleiner wird. Ist σ_u negativ, wird die Belastungsart als Wechselbeanspruchung bezeichnet. Charakteristisch ist hierfür die Belastung bei einem R -Wert von -1 , die als Wechselfestigkeit bezeichnet wird und das größte ertragbare σ_a aufweist. Ist σ_u positiv, wird die Belastung als Zugschwellbeanspruchung bezeichnet. Mit steigendem σ_m steigt die ertragbare Oberspannung σ_o bis zur Streckgrenze R_e an und verläuft anschließend horizontal zur Abszisse, obgleich die ertragbare Spannungsamplitude stetig kleiner wird. Das Abschneiden auf Höhe der Streckgrenze ist mit dem Übergang von makroskopisch elastischem zu plastischem Materialverhalten zu begründen. Die plastische Verfestigung ist nicht mehr reversibel und makroskopische Schädigungsprozesse stehen im Vordergrund, die den Geltungsbereich der Definition der Dauerfestigkeit über-

schreiten. Schlussendlich zeigt das Dauerfestigkeitsschaubild nach Smith, dass die Dauerfestigkeit, definiert als Spannungsamplitude σ_a , mit zunehmender Mittelspannung und dementsprechend zunehmenden R -Wert abnimmt [47].

2.6 Materialmodelle zur Beschreibung von Kristallplastizität

Im vorherigen Abschnitt wurde erläutert und aufgezeigt, dass materialintrinsische Einflussfaktoren auf verschiedenen Skalenebenen die Ermüdungseigenschaften mitbestimmen. Die numerische Berechnung von Lebensdauern zyklisch belasteter Materialien bedarf Modelle, die in der Lage sind, die Wirkungsweisen dieser Fehlertypen abzubilden. Mit Hilfe von Kristallplastizitätsmodellen können Punkt- und Liniendefekte in Abhängigkeit des Kristallgitters und der Kristallorientierung für die Berechnung der lokalen Verformungsreaktion berücksichtigt werden.

Obwohl das Wissen über die plastische Deformation von Kristallen seit 1934 vorhanden ist [5, 48–50], wurde die erste Finite-Elemente-Methode (FEM)-Simulation mit einem Kristallplastizitätsmodell in den achtziger Jahren des vergangenen Jahrhunderts von Peirce et al. [51] durchgeführt. Erst zu diesem Zeitpunkt wurde die Lösung entwickelt, um auf Basis eines Materialmodells Versetzungsbewegung entlang von diskreten Gleitsystemen in einem Einkristall abzubilden und so Verfestigung entlang von zwei symmetrischen Gleitebenen zu berechnen. Die Berücksichtigung der Interaktion der Versetzungen, die auf ihrer geometrischen Konstellation beruht, war hierbei das herausragende Problem, das gelöst werden musste. Vier Jahre später wurde das erste zweidimensionale Modell vorgestellt, das Reaktionen auf drei Gleitsystemen berechnen konnte [52, 53]. Der Durchbruch wurde erst im Jahr 1991 erlangt. Es wurde ein Plastizitätsmodell vorgestellt, das alle 12 Gleitsysteme eines kubischflächenzentrierten Kristalls, wie beispielsweise Kupfer und Aluminium, mitberücksichtigt [54]. Alle bislang durchgeführten Berechnungen waren auf die Abbildung des Verhaltens eines Einkristalls begrenzt. Erst mit einer Erweiterung zum Polykristall konnten Gefügeeigenschaften, wie Korngrößeneffekte oder Anisotropie, abgebildet werden [55–59].

Diese kurze Abhandlung der historischen Entwicklung von der Theorie bis zur rechnergestützten Kristallplastizitätssimulation soll aufzeigen, dass dieses Forschungsgebiet noch relativ jung ist und sich vieles hierzu erst in den letzten zwei Dekaden entwickelt hat.

Als entscheidend für die Verwendung von Kristallplastizitätsmodellen hat sich nicht die Formulierung der Modelle selbst erwiesen. Vielmehr ist ihre Einbettung in die strukturemechanische Theorie großer Dehnungen jener Entwicklungsschritt gewesen, welcher explizite Lösungen, wie beispielsweise für die Steifigkeitsmatrix, ermöglichte. Im Gegensatz zur Theorie kleiner Dehnungen basiert sie auf der multiplikativen Dekomposition des Deformationsgradienten. Der Gradient \mathbf{F} ist wie folgt definiert:

$$d\mathbf{y} = \left(\frac{\delta \mathbf{y}}{\delta \mathbf{x}} \right) d\mathbf{x} = \left(\mathbf{I} + \frac{\delta \mathbf{u}}{\delta \mathbf{x}} \right) d\mathbf{x} = \mathbf{F} d\mathbf{x}. \quad (2.13)$$

Der Deformationsgradient erfasst die Änderungen ausgehend von einem Ausgangszustand \mathbf{x} , um ihn in den Zustand \mathbf{y} zu überführen. Der Tensor \mathbf{u} beschreibt die Verschiebung der beiden Punkte zueinander mit $\mathbf{u} = \mathbf{y} - \mathbf{x}$. Seine partielle Ableitung wird als Verzerrungstensor bezeichnet.

Die Dekomposition von \mathbf{F} ergibt sich nach:

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_e \mathbf{F}_p, \quad (2.14)$$

\mathbf{F}_e ist der elastische und \mathbf{F}_p ist der plastische Deformationsgradient.

Die Ableitung des Deformationsgradienten wird als Rate des Deformationsgradienten $\dot{\mathbf{F}}$ bezeichnet, welcher die aktuelle Veränderung der Deformation in einem Zeitintervall erfasst.

$$\dot{\mathbf{F}} = \dot{\mathbf{F}}_e \mathbf{F}_p + \mathbf{F}_e \dot{\mathbf{F}}_p, \quad (2.15)$$

Die Rate des plastischen Deformationsgradienten kann aus dem plastischen Geschwindigkeitsgradient \mathbf{L}_p und dem plastischen Deformationsgradienten berechnet werden:

$$\dot{\mathbf{F}}_p = \mathbf{L}_p \mathbf{F}_p. \quad (2.16)$$

Nach einem Vorschlag von Rice [60], kann der plastische Geschwindigkeitgradient über die Aufsummierung der Scherraten des aktuellen Berechnungssinkrements über alle aktivierte Gleitsysteme α mit der Gleitrichtung \mathbf{m}^α und der Gleitebenennormalen \mathbf{n}^α berechnet werden. Hierbei wird davon ausgegangen, dass die Scherung nicht aufgrund einer elastischen Verzerrung des Kristallgitters hervorgerufen wird, sondern über das Abgleiten von Kristallteilen:

$$\mathbf{L}_p = \sum_{\alpha=1}^N \dot{\gamma}^\alpha \mathbf{m}^\alpha \otimes \mathbf{n}^\alpha. \quad (2.17)$$

Über die Scherrate $\dot{\gamma}^\alpha$ wird die Schnittstelle geschaffen, mit welcher unterschiedliche Kristallplastizitätsmodelle implementiert werden können. Sowohl phänomenologische Modelle als auch Modelle, die auf der Abbildung von physikalischen Vorgängen basieren, liefern eine Lösung für $\dot{\gamma}^\alpha$. Selbst komplexes Materialverhalten, wie das zeitunabhängige Abscheren von Zwillingen im Gefüge, kann mit wenig Aufwand abgebildet werden.

Der elastische Deformationsgradient \mathbf{F}_e kann mit einer Näherungsgleichung in den elastischen Dehnungstensor und in den Spannungstensor umgerechnet werden.

$$\mathbf{E}_e \approx \frac{1}{2} (\mathbf{F}_e^T \mathbf{F}_e - \mathbf{I}), \quad (2.18)$$

$$\mathbf{S} \approx \frac{\mathbf{C}}{2} (\mathbf{F}_e^T \mathbf{F}_e - \mathbf{I}), \quad (2.19)$$

\mathbf{I} ist die Identitätsmatrix und \mathbf{C} ist die Steifigkeitsmatrix. Sowohl der Dehnungs- als auch der Spannungstensor werden in kommerzieller FEM-Software benötigt, um die Verschiebung der Knoten der finiten Elemente des geometrischen Modells in Abhängigkeit einer aufgetragenen Belastung zu berechnen.

Abbildung 2.14 zeigt den Ablauf eines Berechnungsschrittes, in welchem aus einer Ausgangsdehnung die plastische und elastische Dehnung und die daraus resultierende Spannung bestimmt wird. Sowohl der Ausgangszustand \mathbf{x} als auch der inkrementelle Endzustand \mathbf{y} sind in einer Iteration vorgegeben, sodass der Deformationsgradient \mathbf{F} daraus ermittelt werden kann. Im ersten Schritt wird aus dem Unterschied zwischen \mathbf{x} und \mathbf{y} und der daraus resultierenden Dehnung der Spannungstensor \mathbf{S} berechnet, der die Ausgangs-

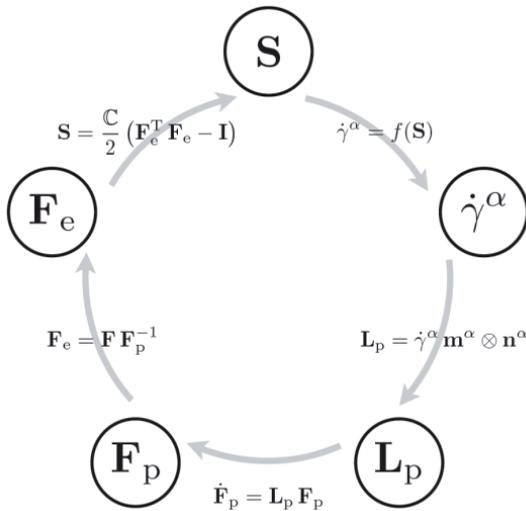


Abbildung 2.14: Ablauf eines Berechnungszyklus in einem FEM-Simulationsprogramm mit einem CP-Materialmodell, das auf der strukturmechanischen Basis der „large strain theory“ aufgebaut ist [61]

konfiguration vorgibt. Mit diesem Spannungstensor wird die plastische Reaktion in den unterschiedlich orientierten Körnern der Mikrostruktur bestimmt, die in der Berechnung der Scherrate $\dot{\gamma}_\alpha$ mündet. Mit der Scherrate kann über den plastischen Geschwindigkeitsgradienten der plastische Deformationsgradient F_p berechnet werden. Über die multiplikative Dekomposition ist schlussendlich auch der elastische Deformationsgradient F_e zu bestimmen. Dieser wird dazu verwendet die elastische Dehnung nach Gleichung 2.18 und die resultierende Spannung nach Gleichung 2.19 mit Hilfe der Steifigkeitsmatrix C zu berechnen. Somit werden alle relevanten mechanischen Informationen, die mit der Verformung von x nach y verbunden sind, berechnet. In der nachfolgenden Iteration entspricht der Ausgangszustand dem Endzustand des vorherigen Berechnungsschrittes und es wird ein neuer inkrementeller Endzustand y definiert. Iterativ werden so viele Schritte berechnet bis der finale Endzustand erreicht ist.

2.7 Simulationsmodelle zur Beschreibung von Mikrostrukturen

Das volle Potential von Kristallplastizitätsmodellen wird in FEM-Software mit der geometrischen Abbildung der Mikrostruktur ausgeschöpft. So können über die Darstellung von Gefügeparametern zweidimensionale als auch dreidimensionale Gitterstörungen in das Modell mit eingebracht werden. Dazu gehören Kornform, -orientierung und -größe sowie die Darstellung von Einschlüssen und Poren.

Für die Erstellung eines solchen geometrischen Modells ist der naheliegende Ansatz, dass unmittelbar aus einem metallographischen Schlibbild ein FEM-Modell erstellt wird, das bezüglich seiner Gefügeausprägung dem realen Schlibbild entspricht [62]. Abbildung 2.15 zeigt eine solche direkte Überführung eines Schlibbildes in ein FEM-Modell. Diese Möglichkeit wird durch Weiterentwicklungen in Soft- und Hardware getrieben, die die notwendigen Details aus den Aufnahmen detektieren und interpretieren können, so dass das Resultat der Simulation unmittelbar dem Ergebnis aus dem Experiment entspricht [63]. Dieses Verfahren besitzt jedoch einen entscheidenden Nachteil. Aufgrund der

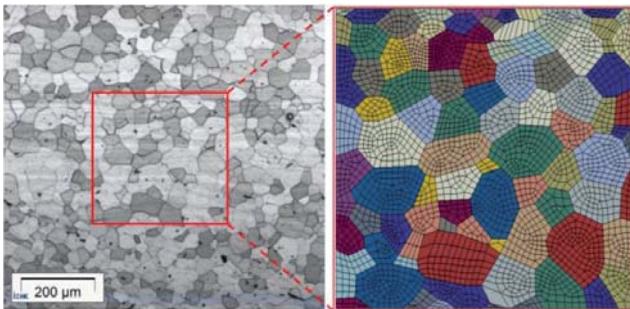


Abbildung 2.15: Darstellung eines Mikrostrukturmodells für eine FEM-Simulation, das einen Ausschnitt eines Schlibbildes der Mikrostruktur eines ferritischen Stahls wiedergibt [64]

Erstellung des FEM-Modells aus einem metallographischen Schliff, der nur einen Bruchteil

des Kontinuums des Materials darstellt, ist das daraus gewonnene numerische Ergebnis, beispielsweise ein Kraft-Weg-Schrieb, streng genommen nur für diesen Materialausschnitt gültig. Das Ergebnis kann nicht als repräsentativ für das Kontinuum des Materials angesehen werden. Schon geringe Abweichungen, wie beispielsweise das lokale Auftreten von großen Körnern in dem metallographischen Bild, können in der numerischen Berechnung zu Ergebnissen führen, aus welchen falsche Schlussfolgerungen gezogen werden können.

Eine Alternative stellt die Generierung eines FEM-Modells der Mikrostruktur aus statistischen Gefügedaten dar. Hierbei werden Gefügeparameter aus beliebig vielen metallographischen Bildern statistisch erhoben. Körner und Einschlüsse werden vermessen und aus ihrer Auftrittshäufigkeit Verteilungsdichtefunktionen bestimmt, die über geeignete Algorithmen zu einem sogenannten künstlichen, repräsentativen Volumenelement (RVE) der Mikrostruktur führen. Abbildung 2.16 zeigt ein solches RVE eines ferrit-perlitischen Stahls aus einer Studie von Wu et al. [65]. Die schwarze Fläche stellt die Perlitkolonien und die bunten Flächen stellen die Ferritkörner da. Ein direkter Vergleich mit der realen Mikrostruktur im Schlibbild veranschaulicht den Unterschied. Dass ein derartiges RVE je-

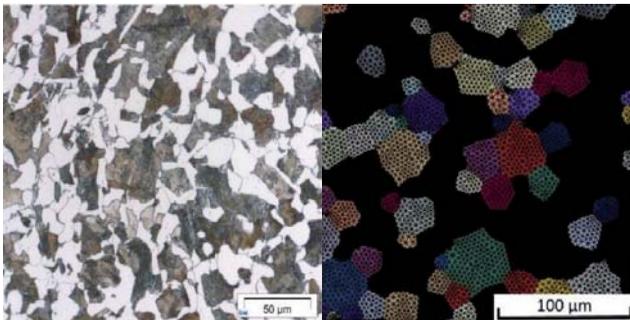


Abbildung 2.16: Schlibbild des ferritisch-perlitischen Stahls C45 E+N und des korrespondierenden RVEs, das über statistische Verteilungsdichtefunktionen der Gefügeparameter aus dem Schlib erstellt wurde [65]

mals einer in der Realität existierenden Mikrostruktur entspricht, ist sehr unwahrscheinlich, jedoch können über ein solches FEM-Modell die mittleren Eigenschaften eines Materials abgebildet werden.

Für die numerische Berechnung von Ermüdungseigenschaften auf Basis einer mikrostrukturellen Betrachtungsebene ist das Erstellen von FEM-Modellen nach der direkten Abbildungstechnik nicht sinnvoll. Es müsste gewährleistet sein, dass der kritische Ermüdungsinitiatiionsort vorab bekannt ist, was jedoch aufgrund der extrinsischen und vor allem der intrinsischen Einflussfaktoren zu statistischen Schwankungen führt, die nicht nur die Lebensdauer, sondern auch den Versagensinitiatiionsort beeinflussen. Hingegen erweist sich die Erstellung von künstlichen RVEs auf Basis statistischer Verteilungsfunktionen als geeignet, um zumindest die intrinsische Einflussnahme der Mikrostruktur abzubilden.

Die Erstellung solcher künstlichen RVEs kann hinsichtlich ihrer zugrunde liegenden Algorithmen und dementsprechend in ihren Ergebnissen stark variieren. Der fundamentalste Ansatz ist durch die Voronoi-Zellen-Technik gegeben, mit welcher die Konstruktion einer zellförmigen Struktur, wie die einer Mikrostruktur, durch einfache Bedingungen erstellt werden kann. Jedoch entspricht eine solche Zellstruktur nur in unzureichender Weise natürlich existenten Gefügestrukturen [66].

Eine verbesserte Formulierung stellt beispielsweise die „Power-Tessellation“- , die Johnson-Mehl- oder die gewichtete Voronoi-Mosaik-Technik dar. Diese Ansätze werden nicht nur für die Abbildung kristalliner Strukturen verwendet, sondern finden auch Anwendung in unterschiedlichsten Bereichen für die Beschreibung von Telekommunikationsnetzwerken, Zellkulturen in der Medizin, aber auch Sozialforschung und Astronomie [67, 68].

Die Basis der gewichteten Ansätze bildet eine degenerierte Struktur aus Zellen unterschiedlicher Größe. In den meisten Fällen ist diese Struktur durch runde Zellen gekennzeichnet, die freie Flächen oder Volumina zwischen sich aufweisen. Die Gewichtungsfunktionen der Algorithmen beschreibt die Tendenz einer jeden runden Zelle in den freien Raum hineinzuwachsen.

Hinsichtlich der Erstellung von künstlichen RVEs hat sich die gewichtete Voronoi-Mosaik-Technik für die Erstellung von statistisch äquivalenten Mikrostrukturen als geeignet erwie-

sen [69]. Werden solche RVEs hinsichtlich ihrer abgebildeten Gefügeparameter ausgewertet, entsprechen sie den Verteilungsfunktionen der Parameter, die aus den metallographischen Schliffen erstellt wurden. Ein direkter Vergleich der realen mit der numerischen Mikrostruktur zeigt jedoch, dass sie im Detail sehr unterschiedlich sein können.

Das erste dreidimensionale Modell einer Mikrostruktur ist von Franklin et al. [70] erstellt worden. Aus einem zweidimensionalen metallographischen Schliff eines Schienenstahls wurde mit Hilfe der gewichteten Voronoi-Mosaik-Technik erstmalig ein Modell zur Simulation von Rissfortschritt in der Mikrostruktur generiert.

Nygårds und Gudmundson [71] haben mit der gleichen Technik ein dreidimensionales Modell eines ferritisch-perlitischen Stahls erstellt, wobei sie die zwei unterschiedlichen Phasen nicht mit individuellen Verteilungsfunktionen getrennt voneinander berechnen konnten. Dieses Problem wurde von Wu et al. [72] gelöst, indem der Voronoi-Ansatz durch die „Power-Tessellation“-Technik ersetzt wurde. Dadurch konnten zwei unterschiedliche Phasen mit individuellen Verteilungsfunktionen für die Generierung des Gefüges verwendet werden. Dies öffnete die Tür für die Modellierung von mehrphasigen Mikrostrukturen. Vajragupta et al. [62] haben gezeigt, dass nicht nur die Korngröße, sondern auch die Kornform über Verteilungsfunktionen für die Erstellung eines RVEs Verwendung findet. Seitdem können über die Nutzung von elliptischen Geometrien Kristallstrukturen generiert werden, die deformiertem Gefüge entsprechen.

2.8 Numerische Modelle zur Vorhersage von Ermüdung

Ein Charakteristikum bei der Vorhersage von Ermüdungseigenschaften zyklisch belasteter Strukturen ist durch die statistische Streuung der Ergebnisse gegeben. Weibull [73] hat als Erster ein probabilistisches Lebensdauermodell vorgestellt, das die Bruchwahrscheinlichkeit in Abhängigkeit der aufgetragenen Belastung berechnete. Sein Spannungsansatz diente als Fundament für die Verwendung von Extremwertverteilungsfunktionen für Lebensdauer Vorhersagen und wurde bezüglich unterschiedlicher Motivationen und Theorien modifiziert bzw. erweitert.

Aktuelle Modelle greifen die Abhängigkeit der Ergebnisse zur Extremwertverteilung mit auf, wobei die Spannungsbasis durch andere Parameter wie beispielsweise Dehnung [74], Dehnungsenergiegedichte [75] oder den Spannungszustand [76–78] ersetzt wurde. Diese Weiterentwicklungen wurden in FEM-Modellen mit makroskopischen konstitutiven Materialmodellen, wie beispielsweise von Mises Plastizität, verwendet, um die angesprochenen Parameter für komplexe Bauteile bestimmen zu können.

In Abschnitt 2.5.1 wurde gezeigt, dass die Modellierung von Ermüdung der Abbildung intrinsischer Einflussfaktoren bedarf, sodass Vorhersagemodelle auf Basis makroskopisch konstitutiver Materialmodelle alleine nicht die notwendigen Ergebnisse liefern können. Ein geeignetes Modell muss eine lokale Spannung auf der Mikrostrukturebene auflösen können. Hierfür kommen ausschließlich Kristallplastizitätsmodelle in Frage. Um die lokale Spannung auf der mikrostrukturellen Betrachtungsebene mit der makroskopischen Komponentenebene zu verbinden, sind zu diesem Zweck Ermüdungsindikatorparameter, kurz FIP (eng. „fatigue indicator parameter“), definiert worden. Die meisten dieser FIPs basieren auf plastischen Dehnungsparametern, die die Versetzungsakkumulation in kritisch belasteten Körnern unter zyklischer Belastung abbilden sollen.

Ein erster Ansatz mit diesem Konzept ist von Tanaka und Mura [79] im Jahre 1981 publiziert worden. Darin nutzten sie die akkumulierte plastische Dehnung pro Belastungszyklus, um die Irreversibilität der Versetzungsbewegung zu quantifizieren. Ihr Ansatz diente zur Berechnung der Ermüdungsrissinkubation an Oberflächen durch die Ausbildung von Ex- und Intrusionen an persistenten Gleitbändern. Fast 30 Jahre später konnte ihr Ansatz erfolgreich validiert werden, da FEM-Modelle der Mikrostruktur in Kombination mit konstitutiven Kristallplastizitätsmodellen zur Verfügung standen. Shenoy et al. [80] untersuchten mit Hilfe des Modells die Sensitivität der Ermüdungsrissinitiierung von Variationen der Mikrostruktur einer Superlegierung.

Wen und Zabaraz [81] entwickelten einen Ansatz, über welchen Initiierungsorte in der Mikrostruktur berechnet werden können, indem nur ein gewisser Teil der akkumulierten plastischen Dehnung pro Belastungszyklus ausgewertet wird.

Um das Kurzrischwachstum nach der Initiierung quantifizieren zu können, haben Fatemi

und Socie [82] einen dehnungs- und spannungszustandsabhängigen Parameter definiert, der in unterschiedlichen Berechnungsbeispielen verwendet wurde und zu den etablierten FIPs gehört.

3 Werkstoff

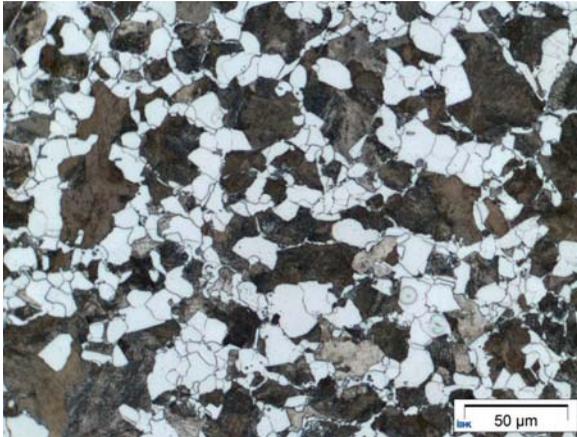


Abbildung 3.1: Metallographisches Schlichtbild des Stahls 38MnSiV5; zehnfache Vergrößerung; Nital-Ätzung

Für die Erstellung und Validierung des Modells wurde der ferritisch-perlitische, ausscheidungshärtende Vergütungsstahl 38MnSiV5 (1.5231) verwendet. Dieser Stahl wird hauptsächlich im Schmiedeprozess warmumgeformt und für Bauteile verwendet, die hohen mechanischen und vibrierenden Belastungen ausgesetzt sind. Im Motorbau wird dieser Stahl beispielsweise für die Herstellung von Kurbelwellen eingesetzt. Die mechanischen Anforderungen und der Massenherstellungsprozess der Bauteile definieren sein Konzept der Legierungszusammenstellung. Die hohe Festigkeit und Zähigkeit des Materials muss kostengünstig für komplexe Produkte, wie eine Kurbelwelle, gewährleistet werden. Mikrolegiert mit Vanadium wird das Material aus der Schmiedehitze kontrolliert an der Luft abgekühlt und erreicht so mit geringem monetären Aufwand seine mechanischen Eigen-

schaften. Das Material wurde vom Stahlhersteller Sidenor aus Spanien in Rundstäben mit einem Durchmesser von 60 mm und einer Länge von 500 mm zur Verfügung gestellt.

Die chemische Zusammensetzung des Stahls 38MnSiV5 wurde mit Hilfe von Lichtemissionsspektroskopie ermittelt und kann Tabelle 3.1 entnommen werden. Das gleichgewichts-

Tabelle 3.1: Chemische Zusammensetzung des mit Vanadium mikrolegierten Stahls 38MnSiV5 in Gew.-%

C	Si	Mn	P	S	Cr	Mo	Ni	V	Al	N [ppm]
0,39	0,67	1,46	0,011	0,055	0,15	0,03	0,10	0,10	0,014	128

nah abgekühlte Material weist einen Phasenanteil von 52,5 % Ferrit und von 47,5 % Perlitkolonien auf. Abbildung 3.1 zeigt einen mit Nital-Lösung geätzten metallographischen Schliff des Stahls bei zehnfacher Vergrößerung, welcher aus der Radiusmitte des Rundstabs entnommen wurde. Zu erkennen ist der Ferrit in heller Farbe und die Perlitkolonien in verschiedenen Brauntönen.

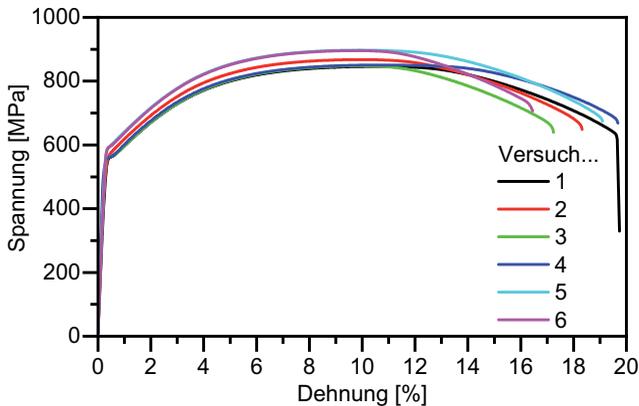


Abbildung 3.2: Technisches Spannungs-Dehnungsdiagramm von Zugversuchen des Materials 38MnSiV5

Die Bestimmung der quasi-statischen monotonen Eigenschaften ist für die Abschätzung der Ermüdungseigenschaften notwendig. Hierfür wurden sechs Zugversuche normgerecht nach ISO 10113 in der 100 kN Prüfmaschine Zwick Z100 mit Videoextensometer

durchgeführt. Die Ergebnisse der Zugversuche sind in Abbildung 3.2 dargestellt. Die Mittelwerte und Standardabweichungen der mechanischen Kennwerte können Tabelle 3.2 entnommen werden.

Tabelle 3.2: Quasi-statische mechanische Eigenschaften des Stahls 38MnSiV5

	E	R_e	R_m	A_g	A
Mittelwert	213 GPa	574 MPa	867 MPa	10 %	19 %
Standardabw.	18,2 GPa	17,0 MPa	23,8 MPa	0,4 %	0,9 %

4 Modell der Berechnung von Ermüdungseigenschaften

Das Modell für die Berechnung der Zeitfestigkeit und der zyklischen Rissfortschritts-
geschwindigkeit basiert auf der Ermittlung der lokalen Plastizität in Körnern aus Mikrostruk-
tursimulationen. Erst auf dieser Grundlage ist es möglich über einen Extrapolationsansatz
die Lebensdauer eines zyklisch belasteten Volumenelements zu berechnen.

Schaubild 4.1 zeigt die einzelnen Arbeitsschritte und Meilensteine, die für die Erstellung
eines RVEs mit dem zugehörigen konstitutiven Materialverhalten notwendig sind. In die-

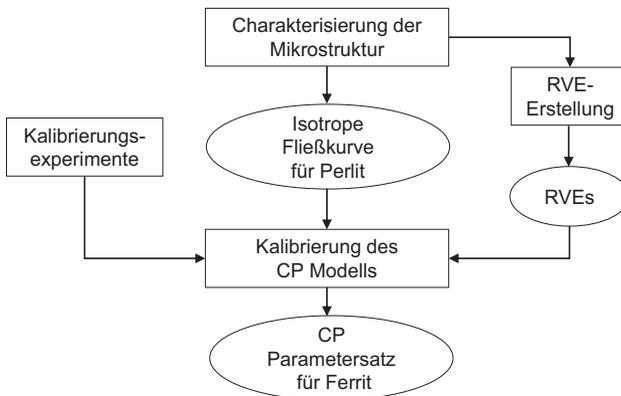


Abbildung 4.1: Ablaufdiagramm der Erstellung des Mikrostrukturmodells: Arbeitsschritte sind eckig, Meilensteine sind elliptisch umrandet.

sem Schaubild ist eine sequentielle Abfolge zu erkennen, die mit der Charakterisierung der Mikrostruktur beginnt. Dazu werden auf Grundlage von metallographischen Untersuchungen Gefügeparameter bestimmt. Mit diesen Daten werden computergestützt die

zugehörigen RVEs generiert. Spätestens auf dieser Ebene im Ablaufprozess sollten die notwendigen Kalibrierungsexperimente durchgeführt werden. Aufgrund des vorliegenden Materials, das sowohl aus einer ferritischen Phase als auch Perlit besteht, muss auf dieser Ebene das mechanische Verhalten des Perlits bestimmt werden. Es werden Annahmen getroffen, die es ermöglichen, die mechanischen Eigenschaften des Perlits mit metallographischen und chemischen Eigenschaften zu korrelieren. Daran anschließend können mit Hilfe von Kalibrierungsexperimenten die Parameter des konstitutiven Materialmodells bestimmt werden. Das Resultat der durchgeführten Arbeitsschritte sind RVEs der zu untersuchenden Mikrostruktur mit ihrem korrespondierenden konstitutiven Materialverhalten. Auf dieser Grundlage können die Mikrostruktursimulationen durchgeführt werden.

Hierauf aufbauend kann nun der Extrapolationsansatz verwendet werden, der den Kern der Arbeit darstellt. Schaubild 4.2 zeigt den Ablauf des Extrapolationsansatzes für die Berechnung beider Ermüdungseigenschaften. Als Voraussetzung muss eine Vielzahl an RVEs des untersuchten Materials erstellt werden. Die vielen RVEs werden in Sets zusammengefasst, um eine eindeutige Zuordnung der durchgeführten Simulationen zu gewährleisten. Die lokale plastische Reaktion der RVEs in einem Set wird bei unterschiedlichen zyklischen Spannungsamplituden berechnet. Der Wert der höchsten plastischen Reaktion wird aus jedem RVE extrahiert und anschließend in unterschiedliche Parameter für den Extrapolationsansatz umgerechnet. Abhängig davon welche Ermüdungseigenschaften numerisch bestimmt werden sollen, müssen auf dieser Prozessebene zur Ermittlung korrespondierende Zeitfestigkeits- oder Rissfortschrittsuntersuchungen durchgeführt werden, da sie für die anschließende Kalibrierung sogenannter Skalierungskonstanten des Extrapolationsansatzes notwendig sind. Mit dem kalibrierten Modell können anschließend die jeweiligen Eigenschaften für verschiedene Spannungsverhältnisse berechnet werden. Nachfolgend werden beide Teile des Modellansatzes detailliert beschrieben, erklärt und ihre zugehörigen Materialuntersuchungen erläutert.

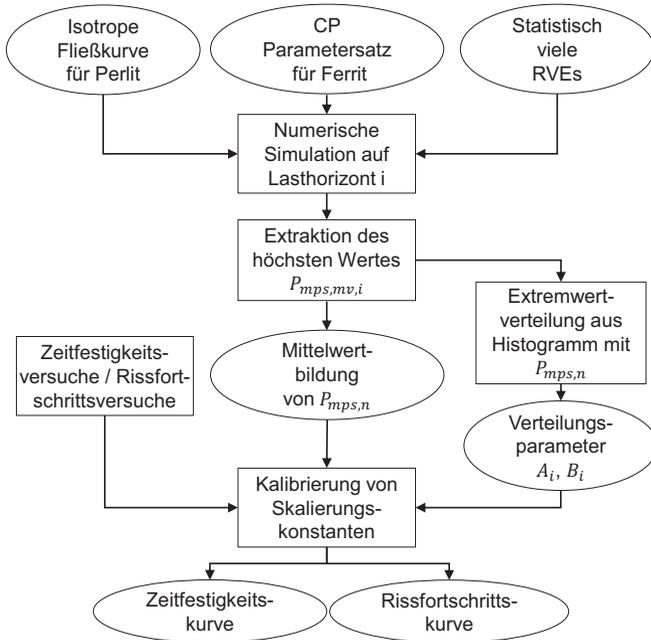


Abbildung 4.2: Ablaufdiagramm des Extrapolationsansatzes für die Berechnung der Zeitfestigkeit bzw. der zyklischen Rissfortschrittsgeschwindigkeit aus Mikrostrukturmodellen: Arbeitsschritte sind eckig, Meilensteine sind elliptisch umrandet.

4.1 Erstellung eines repräsentativen Volumenelements der Mikrostruktur

Ein RVE soll die Gefügebestandteile einer Mikrostruktur geometrisch abbilden, um mit ihm numerische Berechnungen durchführen zu können. Die in dieser Arbeit verwendeten RVEs sind mit der Berechnungssoftware MATLAB^{®1} für das FEM-Simulationsprogramm

¹Version: R2011b (7.13.0.564), 64-bit (win64), 14.08.2011

ABAQUS™² erstellt worden. Der Programmcode wurde von Vajragupta et al. [62] entwickelt und ist für die Anwendung konstitutiver Kristallplastizitätsmodelle konzipiert worden. Der Programmcode enthält Algorithmen, die dem Volumenelement besondere Eigenschaften verleihen, welche nachfolgend sukzessiv benannt und erläutert werden.

Im ersten Schritt der Erstellung eines RVEs wird eine vorgegebene Fläche mit Kreisen und Ellipsen gefüllt, die sich in ihrer Größe und Form gemäß zugrundeliegender Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen verteilen. Werden die Korngrößen aus metallographischen Schläfen ermittelt, sind sie im Allgemeinen nach einer log-Normalverteilungsfunktion 4.1 verteilt:

$$y = f(x|\mu_N, \sigma_N) = \frac{1}{x\sigma_N\sqrt{2\pi}} \exp\left(\frac{-(\ln x - \mu_N)^2}{2\sigma_N^2}\right). \quad (4.1)$$

Dabei ist μ_N der Mittelwert und σ_N die Standardabweichung in einer doppelt-logarithmischen Auftragung.

Die Kennzahl für die Festlegung der Kornform ist das Aspektverhältnis. Die Berechnung erfolgt durch die Division der Breite durch die Höhe des Kornes. Die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion der Kornform kann durch die Gammaverteilung angenähert werden. Die Dichtefunktion ist die folgende Gleichung 4.2:

$$y = f(x|a_\Gamma, b_\Gamma) = \frac{1}{b_\Gamma^{a_\Gamma} \Gamma(a_\Gamma)} x^{a_\Gamma-1} \exp\left(\frac{-x}{b_\Gamma}\right). \quad (4.2)$$

Hierbei ist a_Γ der Form- und b_Γ der Skalierungsparameter. Die Funktion $\Gamma()$ ist die Eulerische Gammafunktion.

Das Füllen der Fläche erfolgt nach dem „Random Sequential Addition“ (RSA)-Algorithmus in Abhängigkeit von der Korngröße [83]. Der Algorithmus beginnt mit der zufälligen Positionierung des größtmöglichen Kornes, das in der vordefinierten Fläche gemäß der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion auftreten kann. Anschließend folgt die Positionierung der nächst kleineren Körner, bis die gesamte Fläche bezogen auf einen Zielwert der Flächenausnutzung bestmöglich mit Körnern ausgefüllt ist. Dabei dürfen die Körner sich nur in

²Version: 6.13.1 mit Intel® Visual Fortran Compiler v. 11.1.067

einem geringen Maße überschneiden. Das Überschneiden dient der Effizienzsteigerung des Algorithmus, da ansonsten die Iterationen sehr zeitaufwendig wären. Abbildung 4.3 zeigt eine Zwischenstufe des RVEs während seiner Erstellung unmittelbar nach dem erfolgreichen Durchführen des RSA-Algorithmus.

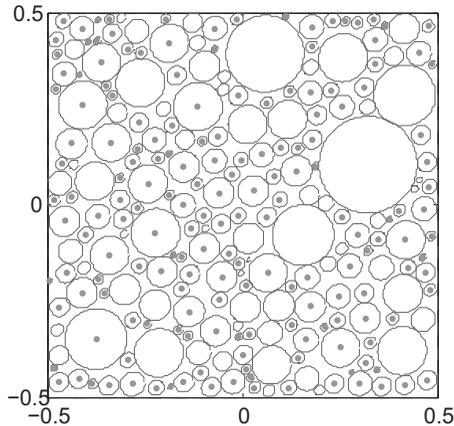


Abbildung 4.3: Vorstufe eines RVEs des Stahls 38MnSiV5: Füllung der Fläche mit Körnern nach dem RSA-Algorithmus gemäß Verteilungsdichtefunktionen für Größe und Form der Körner

Die Abbildung zeigt, dass die runde Form der Körner zu Zwischenräumen führt, die aufgebraucht und einzelnen Körnern zugewiesen werden müssen, um ein porenfreies Volumenelement zu erhalten. Dies geschieht durch die gewichtete Voronoi-Mosaik-Methode [69]. Dabei wird die freie Fläche von den angrenzenden Körnern entsprechend ihrer Größe aufgezehrt. Große Körner tendieren dazu, mehr freie Fläche zu konsumieren, als kleine Körner. Dadurch bleiben kleine Körner tendenziell rund, wohingegen große Körner eine polygonale Form annehmen. Abbildung 4.4 zeigt ein RVE nach der Durchführung der gewichteten Voronoi-Mosaik-Methode. Im Positionsintervall $x = [-50, 50]$ und $y = [-50, 50]$ der Abbildung 4.4 ist das originäre RVE nach dem RSA-Algorithmus aus Abbildung 4.3 zu erkennen. Diese Abbildung verdeutlicht die Entwicklung der Körner nahe den Abmessun-

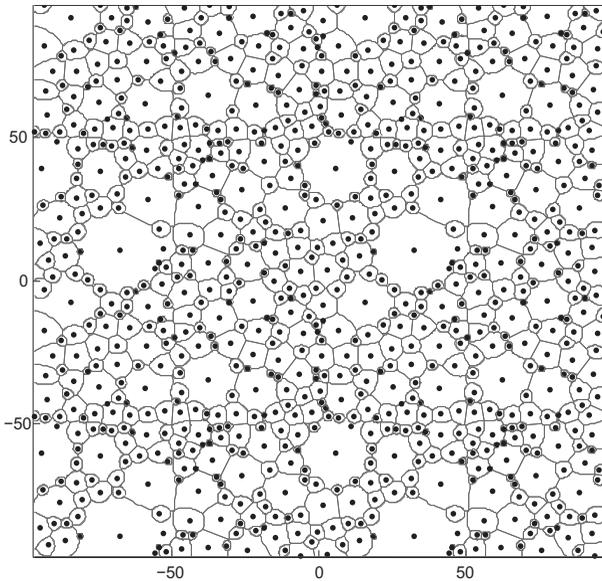


Abbildung 4.4: Erstellung eines RVEs des Stahle 38MnSiV5: Füllung der RVE-Fläche nach der Durchführung der gewichteten Voronoi-Mosaik-Methode. Das originäre RVE befindet sich im Positionsintervall $x = [-50, 50]$ und $y = [-50, 50]$.

gen des RVEs. Noch bevor die gewichtete Voronoi-Mosaik-Methode durchgeführt wird, werden an jeder Seite und auch an jeder Ecke Kopien des RVEs aus der Vorstufe platziert. Wird die Voronoi-Mosaik-Methode ausgeführt, entwickelt sich jeder Grenzbereich unter der Einflussnahme der Vorstufenkörnerkonstellation der gegenüberliegenden Seite. Anschließend werden die RVE-Kopien gelöscht, sodass nur das originäre aber vollständig gefüllte Volumenelement übrigbleibt.

Sowohl Anzahl und Position der gesetzten Körner als auch die Entwicklung der Randbereiche des RVEs erfüllen wichtige Eigenschaften, sodass das Volumenelement sein Attribut der Repräsentativität erhält.

Die erste Eigenschaft betrifft die Anzahl der Körner in dem RVE. Wenn mit Hilfe ei-

nes konstitutiven Kristallplastizitätsmodells lokale mechanische Reaktionen auf Basis von Kornorientierungen berechnet werden, muss die Gesamtreaktion des Volumenelements unabhängig von der Anzahl an Körnern in ihm sein [84]. Dies gilt im besonderen Maße für Polykristalle mit regelloser Kristallorientierung und weniger für Werkstoffe mit einer ausgeprägten Textur. Die mechanische Reaktion weniger Körner kann im polykristallinen Fall unter der Annahme einer zufälligen Kornorientierungsverteilung bei gleicher von Außen auf das Volumenelement aufgebracht Belastung von Fall zu Fall zu unterschiedlichen Ergebnissen führen. Über Modellstudien an Volumenelementen unterschiedlicher Abmessungen konnte eine Mindestanzahl an Körnern ermittelt werden, die bei zufälliger Orientierungsverteilung und unter einer determiniert aufgetragenen Belastung an den Rändern mit sehr hoher Wahrscheinlichkeit zu jeweils gleichen Reaktionen an den Rändern führt. In einem quadratischen Volumenelement mit der Seitenlänge von 100 μm und einer mittleren Korngröße von 5 μm haben sich 130 Körner mit zufälliger Orientierungsverteilung als ausreichend erwiesen.

Die zweite Eigenschaft betrifft das zufällige Setzen der unterschiedlich großen Körner nach der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion in die vorgegebene Fläche. Wird eine solche virtuelle Mikrostruktur mit realen Mikrostrukturen aus metallographischen Untersuchungen verglichen, ist es sehr unwahrscheinlich, dass die virtuelle der realen im Detail entspricht. Werden jedoch die statistischen Verteilungsparameter betrachtet, entsprechen sich beide Mikrostrukturen. So führt der RSA-Algorithmus dazu, dass viele im Detail unterschiedliche Mikrostrukturen gebildet werden können, die statistisch ausgewertet identisch sind. Über diese Methode können in der Realität vorhandene statistische Variationen von Gefügeausprägungen virtuell umgesetzt werden.

Die dritte Eigenschaft betrifft die Ausbildung der Randbereiche des Volumenelements nach der Durchführung der gewichteten Voronoi-Mosaik-Methode. Das Durchführen unter der Einflussnahme der Kopien des Volumenelements aus der Vorstufe führt dazu, dass sich der Randbereich des RVEs periodisch entwickelt. So ist es nach diesem Schritt möglich, das Volumenelement an eine der angrenzenden Seiten zu duplizieren, ohne dass es zu Überschneidungsfehlern der Körner im Randbereich des originären zum duplizierten

Volumenelement kommt. Abbildung 4.4 zeigt die vollentwickelten Duplikate an den Randbereichen des originären Volumenelements. Das Modell kann dadurch theoretisch unendlich groß über die Replikation des RVEs erweitert werden. Unter dem Ausschluss von Oberflächenbetrachtungen kann somit das Volumenelement stellvertretend für das Kontinuum des zugrundeliegenden Materials betrachtet werden.

Alle drei Eigenschaften in Kombination, die Unabhängigkeit von der Kornanzahl, die statistische Äquivalenz zur realen Mikrostruktur und die geometrische Periodizität führen dazu, dass dem Volumenelement das Attribut der Repräsentativität innewohnt.

4.2 Ermittlung der Inputparameter für die Erstellung der RVEs

Für die Erstellung der FEM-Modelle der Mikrostruktur sind neben der Phasenanteile Informationen über Korngrößenverteilung, Kornformverteilung und Orientierung der Körner notwendig. Die Bestimmung dieser Parameter wird nachfolgend erläutert.

4.2.1 Ferritische Phase

Die Vermessung der hellen ferritischen Körner in Bild 3.1 wurde über die Bestimmung der Länge der Diagonalen durchgeführt. Diagramm 4.5a zeigt die ausgewerteten Ferritkorngrößen in einem Histogramm. Auf der Ordinate ist die Anzahl an Körnern abgetragen, die bezogen auf ihre Größe in festgelegten Intervallen entlang der Abszisse aufgetragen werden. Es ist ein deutlicher Schwerpunkt im Größenbereich von 1 bis 5 μm zu erkennen. Die rote Kurve ist die angenäherte logarithmische Normalverteilungsdichtefunktion. Die Parameter μ_N und σ_N der Kurve haben im logarithmierten Raum die Werte 1,2956 und 0,5271.

Die Kennzahl für die Festlegung der Kornform ist das Aspektverhältnis. Es ist die Division des großen durch den kleinen Durchmesser eines Korns. Abbildung 4.5b zeigt das Histogramm der Kornform der ferritischen Phase als graue Balken dargestellt. Die Abszisse ist das Aspektverhältnis und die Ordinate ist die Anzahl an Körnern, die den festgelegten Intervallen zugeordnet werden können. Es ist ein deutlicher Schwerpunkt des Aspektver-

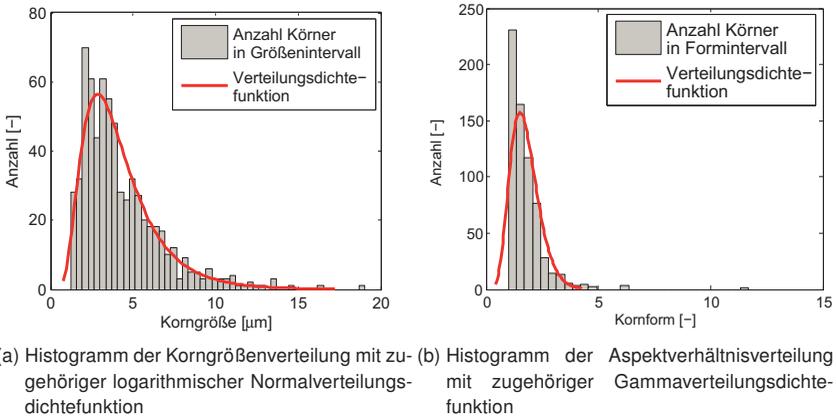


Abbildung 4.5: Histogramm und Wahrscheinlichkeitsdichteverteilungen der Ferritkörner des Stahls 38MnSiV5

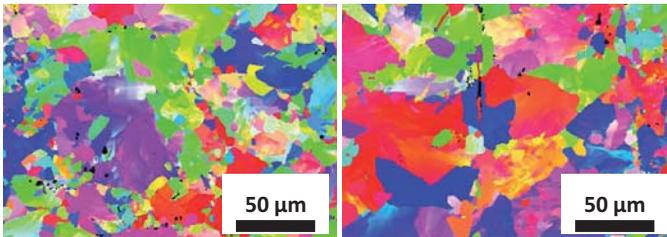
hältnisses bei 1 zu erkennen. Als rote Kurve ist die angenäherte Gammaverteilungsdichtefunktion abgebildet. Sie hat die Parameter $a_{\Gamma} = 10,7926$ und $b_{\Gamma} = 0,1456$. Auf den ersten Blick bildet die Kurve die Auftrittshäufigkeit der Kornformzahl im Histogramm bis zum Wert von eins nur unzureichend genau ab. Dies ist auf die Definition der Kornformzahl zurückzuführen. Die Division vom größten durch den kleinsten Durchmesser des Korns führt zu Werten, die zwingend größer gleich eins sind. Die hohe Differenz der gemessenen Werte von den angenäherten Werten nahe eins muss jedoch in Kauf genommen werden, da andere Verteilungsfunktionen in weitaus höheren Abweichungen resultieren. Es muss jedoch festgehalten werden, dass die verwendete Gammaverteilungsfunktion die Auftrittshäufigkeit runder Körner unterschätzt. In Tabelle 4.1 sind die Werte der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen für Korngröße und -form des Ferrits zusammengestellt.

Die Analyse der Kristallorientierung des Ferrits ist wichtig für die Festlegung der Orientierungszuweisung der Körner im RVE. Es ist davon auszugehen, dass der Warmumformprozess in die Grundform des Rundstabes nicht dazu führt, dass das Material eine Vorzugsrichtung der Kornorientierung ausbildet. Um diese Annahme zu verifizieren, wurden Elektronenrückstreubeugungsaufnahmen (engl. „electron backscatter diffraction“ kurz EBSD)

Tabelle 4.1: Parameter der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen für Korngröße und Kornform des Ferrits

Korngröße des Ferrits	
Wahrscheinlichkeitsdichte: Log-Normal	
Log. Mittelwert μ_N	Log. Standardabweichung σ_N
1,2956	0,5271

Kornform des Ferrits	
Wahrscheinlichkeitsdichte: Gamma	
Formparameter a_Γ	Skalierungsparameter b_Γ
10,7926	0,1456



(a) EBSD-Aufnahme von 38MnSiV5 im Querschliff (b) EBSD-Aufnahme von 38MnSiV5 im Längsschliff

Abbildung 4.6: EBSD-Aufnahmen von 38MnSiV5; Probenentnahme aus der Radiusmitte des Rundstabes

gemacht und hinsichtlich einer kristallographischen Vorzugsrichtung analysiert. Die metallographischen Proben wurden aus der Radiusmitte entnommen. Abbildung 4.6 zeigt EBSD-Aufnahmen 4.6a im Quer- und 4.6b im Längsschliff. Die zugehörigen Polfiguren in Abbildung 4.7 lassen keine Vorzugsrichtung erkennen.

4.2.2 Perlitkolonien

Der Perlit ist aus lamellar angeordnetem Ferrit und Zementit aufgebaut. Aufgrund der selektiven Wirkung des Anätzmittels lässt der Schattenwurf des Zementits den Perlit flächig dunkel bis braun unter einem Lichtmikroskop, wie in Abbildung 3.1 dargestellt, wirken. Seine farbige Erscheinung, die bei unterschiedlicher Lichteinstrahlung variiert, erinnert an

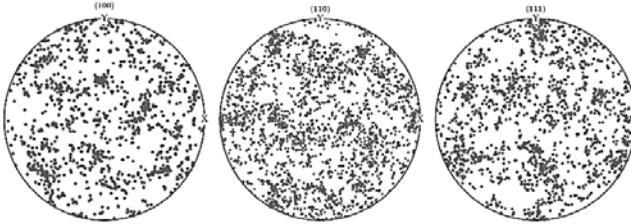
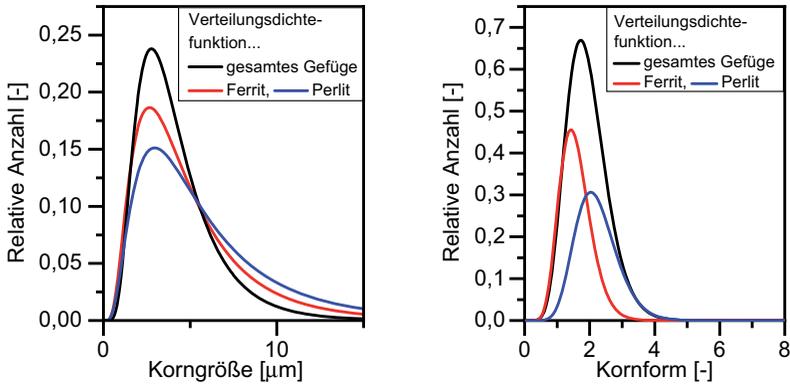


Abbildung 4.7: Polfigurprojektionen in (100), (110) und (111) Richtung ermittelt aus den EBSD-Aufnahmen 4.6 des Stahls 38MnSiV5

die schimmernde Oberfläche einer Perlmuttermuschel. Aufgrund seines Aufbaus ist es nicht richtig von Perlit als einer Phase und von seinen Kristallteilen als Körnern zu sprechen, vielmehr werden seine kristallographischen Abmessungen als Kolonien bezeichnet. Die Wahrscheinlichkeitsdichteparameter der Perlitkolonien kann nicht unmittelbar aus lichtmikroskopischen Aufnahmen entnommen werden. Eine Bestimmung der Abmessungen der Kolonien ist sehr schwierig, da interperlische Grenzen nicht eindeutig festgelegt werden können. Eine geeignete Abschätzung kann über die Analyse von EBSD-Aufnahmen des Materials durchgeführt werden. Die interperlischen Koloniegrenzen zeichnen sich durch unterschiedliche Lamellenorientierungen aus. Dadurch werden Orte gleicher Lamellenorientierung in der Aufnahme farblich abschätzbar. Die Analyse der EBSD-Aufnahme resultiert in Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen, die Form und Größe sowohl des Perlits als auch des Ferrits miteinbeziehen. Über einen inversen Annäherungsansatz kann die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion der Perlitparameter bestimmt werden. Abbildung 4.8 zeigt die Resultate des inversen Ansatzes. In Abbildung 4.8a ist die relative Anzahl als Ordinate und die Korngröße als Abszisse abgetragen. Als schwarze Linie ist die nach Phasen ungefilterte Wahrscheinlichkeitsdichteverteilung der Größe der Kristallite des Materials abgebildet. Die rote Linie ist die Verteilungsfunktion für Ferrit, die vorab aus metallographischen Untersuchungen am Lichtmikroskop ermittelt wurde (siehe Abschnitt 4.2.1). Als blaue Linie ist die invers ermittelte Funktion für Perlit abgebildet. Sind die Ferrit- und Perlit-Wahrscheinlichkeitsdichteverteilungsfunktion unabhängig voneinander, dann sind sie un-



(a) Bestimmung der logarithmischen Normalverteilungsdichtefunktion der Größe (b) Bestimmung der Gammaverteilungsdichtefunktion der Form

Abbildung 4.8: Bestimmung der Parameter der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen für Perlit

ter Einbezug ihrer Phasenanteile additiv. Wird nun die Funktion für Ferrit von der ungefilterten Wahrscheinlichkeitsdichteverteilung subtrahiert, resultiert daraus die verwendete Funktion der Koloniegröße des Perlits. In entsprechender Weise ist die Funktion für die Kolonieform des Perlits ermittelt worden, die in Abbildung 4.8b ebenfalls als blaue Linie dargestellt ist. Die Parameter der einzelnen Funktionen für Perlit können Tabelle 4.2 entnommen werden.

Tabelle 4.2: Parameter der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion für Koloniegröße und -form des Perlits

Koloniegröße des Perlits	
Wahrscheinlichkeitsdichte: Log-Normal	
Log. Mittelwert μ_N	Log. Standardabweichung σ_N
1,5720	0,6997

Kolonieform des Perlits	
Wahrscheinlichkeitsdichte: Gamma	
Formparameter a_Γ	Skalierungsparameter b_Γ
12,001	0,1853

4.3 Konstitutives Materialverhalten

Für die Modellierung mechanischen Materialverhaltens ist die Definition von Gleichungen und die Festlegung von Bedingungen notwendig, die einen Materialausgangszustand unter Lastannahmen in einen Endzustand überführen. Solche Gleichungen und Bedingungen werden in einem konstitutiven Materialgesetz definiert. Im Bereich der Struktur- und Bauteilmodellierung ist für viele Anwendungsfälle die Berechnung des mechanischen Materialverhaltens von Interesse. Etablierte Materialgesetze wurden beispielsweise von Tresca und von Mises formuliert [85]. Diese nutzen Einträge des Spannungstensors eines belasteten Volumenelements, um das mechanische Verhalten zu berechnen. Unzählige Abwandlungen und Weiterentwicklungen dieser Materialgesetze sind mittlerweile für die unterschiedlichsten Anwendungsfälle nutzbar.

Um Ermüdungsvorgänge bei zyklischer Belastung mittels konstitutiver Gesetze abbilden zu können, bedarf es eines Skalensprungs von der Betrachtungsebene der Komponente auf die Ebene der Mikrostruktur. Im typischen Ermüdungsschwingversuch unterhalb der Streckgrenze reagiert das Material auf der makroskopischen Komponentenebene elastisch, das heißt durch eine reversible Verformung des Materialvolumens. Unter der Annahme, dass plastische Verformung notwendig für die Schädigung und schließlich für das Versagen der Komponente ist, kann ein makroskopisches Materialmodell unter diesen Voraussetzungen nicht für die Vorhersage des zyklischen Versagens herangezogen werden. Vielmehr bedarf es einer lokalen, d.h. mikrostrukturellen Modellierungsebene. Auf dieser können mit Hilfe von repräsentativen Volumenelementen der Mikrostruktur und der Anwendung konstitutiver Gesetze, die Kristallplastizität abbilden, lokale plastische Reaktionen berechnet werden. In Abhängigkeit unterschiedlicher Kristallorientierungen der Körner können Versetzungsakkumulationen berechnet werden, obwohl das Volumenelement selbst sich makroskopisch elastisch verhält. Diese Versetzungsakkumulation kann mit materialschädigenden Reaktionen unter zyklischer Belastung korreliert werden.

Da das Material aus zwei Phasen besteht, muss das konstitutive Materialgesetz in der Lage sein die mechanischen Eigenschaften beider unterschiedlichen Bestandteile abzubilden. Kucharczyk et al. [86] haben in zyklischen in-situ Biegeversuchen an ferritisch-

perlitischem Baustahl festgestellt, dass die lebensdauerbestimmende, kritische Ermüdungsrissinitiierung ausschließlich in der ferritischen Phase stattfindet. Dies führt zu einer entscheidenden Vereinfachung bei der Bestimmung des konstitutiven Materialverhaltens. Während für die Abbildung von Schädigungsvorgängen im Ferrit lokale plastische Reaktionen berechnet werden müssen, kann der Perlit als isotrop angenommen werden. Daraus folgt, dass im FEM-Modell für den Perlit eine Fließkurve hinterlegt wird, wohingegen für den Ferrit ein Kristallplastizitätsmodell verwendet wird, das einen Parametersatz aufweist, der an Ergebnissen aus Experimenten kalibriert werden muss.

4.3.1 Isotrope Fließkurve des Perlits

Die Bestimmung der isotropen Fließkurve des Perlits in dem ferritisch-perlitischen Gefüge erfolgt nach einem phänomenologischen Ansatz, der sowohl den mittleren Lamellenabstand des Perlits als auch die chemische Zusammensetzung des Werkstoffes verwendet [87]. Allain und Bouaziz [88] formulierten für die Fließkurve eine Abwandlung der Voce-Gleichung:

$$\sigma_p(\varepsilon_p) = \sigma_0^p + \frac{\mu M b}{s} + \frac{K}{g} \left(1 - \exp\left(-\frac{g \varepsilon_p}{2}\right) \right). \quad (4.3)$$

Der Parameter σ_0^p ist die kritische Reibspannung der Ferritlamellen im Perlit, μ ist der Schubmodul des Ferrits und hat einen Wert von 80 GPa, M ist der Taylor-Faktor und hat einen Wert von 3,06 für polykristalline Werkstoffe, b ist der Burgers Vektor mit einem Wert von $2,5 \times 10^{-4} \mu\text{m}$, s ist der Lamellenabstand, K und g sind empirische Konstanten, die die Werte 38 GPa und 70 haben. Für die Berechnung der kritischen Reibspannung der Ferritlamellen σ_0^p muss die chemische Zusammensetzung des Werkstoffs in Gewichts-% verwendet werden und hat die folgende Gleichung [89]:

$$\begin{aligned} \sigma_0^p = & 77 + 80(\% \text{Mn}) + 750(\% \text{P}) + 60(\% \text{Si}) + 80(\% \text{Cu}) \\ & + 45(\% \text{Ni}) + 60(\% \text{Cr}) + 11(\% \text{Mo}). \end{aligned} \quad (4.4)$$

Wird die chemische Zusammensetzung aus Tabelle 3.1 in Gleichung 4.4 eingesetzt, ergibt sich ein Wert für die kritische Reibspannung σ_0^p von 256,1 MPa.

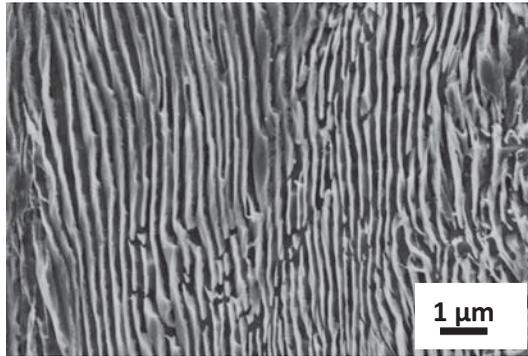


Abbildung 4.9: REM-Aufnahme des Stahls 38MnSiV5 für die Bestimmung des Perlitlamellenabstands, 5000x Vergrößerung, Ätzung mit Nital-Lösung, Zementitlamellen sind weiß dargestellt

Abbildung 4.9 zeigt eine REM-Aufnahme einer Perlitkolonie des untersuchten Stahls, die den kleinsten Lamellenabstand aufweist. Für die Visualisierung ist eine Oberflächenätzung des metallographischen Schiffs mit einer Nital-Lösung notwendig. Dadurch wird selektiv der interlamellare Ferrit abgetragen, sodass die Zementitlamellen palisadenartig aus der Fläche herausstehen und unter dem REM einen Schatten auf das umgebende Material werfen. Die Breite des Schattens und der Zementitlamelle ist dabei entscheidend für die Identifikation des geringsten Abstands. Sind die Zementitlamellen nicht orthogonal zur Schliffoberfläche orientiert, erscheinen diese besonders breit, wobei der Schatten besonders klein ausfällt. Im orthogonalen Fall sind die Zementitlamellen minimal klein und der Schattenwurf maximal breit. Nach der Auswertung einer Fläche von $800 \mu\text{m}^2$ ergibt sich in den Perlitkolonien ein minimaler durchschnittlicher Lamellenabstand von $0,2 \mu\text{m}$ mit einer Lamellenbreite von $0,1 \mu\text{m}$. Unter Berücksichtigung des Lamellenabstands und der kritischen Reibspannung des Ferrits kann mit Gleichung 4.3 die isotrope Fließkurve des Perlits berechnet werden. Diagramm 4.10 zeigt Perlit-Fließkurven für unterschiedliche Lamellenabstände. Es ist gut zu erkennen, dass mit geringerem Lamellenabstand die

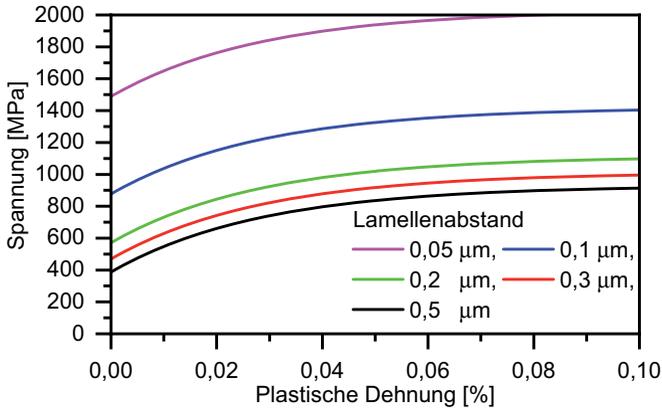


Abbildung 4.10: Isotrope Fließkurven der Perlitkolonien in Abhängigkeit des Lamellenabstands

Fließkurve parallel in Richtung höherer Spannungen verschoben wird. Dies entspricht experimentellen Untersuchungen an Stählen mit unterschiedlichen Lamellenabständen [90]. Die aus den Untersuchungen resultierende Fließkurve für Perlit ist als grüne Linie dargestellt und hat eine Fließspannung von 600 MPa bei 0% plastischer Dehnung. Bei 0,1% plastischer Dehnung erreicht die Kurve einen Grenzwert von 1100 MPa. Der E-Modul und die Querkontraktionszahl wird mit 210 GPa und 0,3 angenommen.

4.3.2 Kristallplastizitätsmodell mit kinematischer Verfestigung

Für die Bestimmung des konstitutiven Verhaltens der ferritischen Körner wird ein Kristallplastizitätsmodell verwendet. Dieses Modell bildet Versetzungsreaktionen entlang von Gleitsystemen eines Kristalls ab. Die Kristallstruktur kann für viele Materialien unterschiedlich sein. Kubisch-flächenzentrierte Kristalle, wie beispielsweise Aluminium, haben 12 Gleitsysteme. Kubisch-raumzentrierte Kristalle haben 48 Gleitsysteme, wie beispielsweise rein ferritischer Stahl. Die lokale plastische Reaktion findet in Körnern statt, die Gleitsysteme aktivieren können, die in einer günstigen Konstellation zur Belastung ausgerichtet sind. Die Formulierung des konstitutiven Materialmodells basiert strukturmechanisch auf

der Theorie großer Dehnungen. Die lokale plastische Reaktion wird auf Grundlage der Scherrate mit folgender Gleichung 4.5 berechnet:

$$\dot{\gamma}^\alpha = \dot{\gamma}_0 \left| \frac{\tau^\alpha - \chi^\alpha}{\tau_c^\alpha} \right|^{1/m} \operatorname{sgn}(\tau^\alpha - \chi^\alpha), \quad (4.5)$$

$\dot{\gamma}^\alpha$ ist die Scherrate auf dem Gleitsystem α , $\dot{\gamma}_0$ ist die Anfangsscherrate, welche im Ausgangszustand Verwendung findet, wenn das Gleitsystem noch keiner Belastung ausgesetzt wurde. Der Parameter τ^α ist die resultierende Scherspannung auf dem Gleitsystem α , die von der aufgebrachtten Belastung, von der Gleitrichtung und von der Gleitebenenormalen abhängt. Der Parameter χ^α ist die Rückspannung. Sie quantifiziert die Irreversibilität der Versetzungsbewegung entlang des Gleitsystems α und wird für die Berechnung der kinematischen Verfestigung benötigt. Der Parameter τ_c^α ist die kritische resultierende Scherspannung des Gleitsystems α . Sie definiert den Widerstand gegen das Abgleiten von Kristallteilen bzw. gegen Versetzungsbewegung entlang der spezifischen Gleitebene. Die Dehnratesensitivität wird durch den Parameter $1/m$ definiert.

Die resultierende Scherspannung auf dem Gleitsystem α wird aus dem Spannungstensor σ , der Gleitebenenormalen n^α und der Gleitrichtung m^α berechnet. Sie beinhaltet die Dekomposition der auf das Volumenelement aufgebrachtten Spannung in die resultierende Scherspannung in Abhängigkeit der kristallographischen Orientierung des betroffenen Korns.

$$\tau^\alpha = n^\alpha \sigma m^\alpha. \quad (4.6)$$

In die kritische resultierende Scherspannung des Gleitsystems α ist die lokale Versetzungsverfestigung auf dem Gleitsystem miteinbezogen. Dass Versetzungsakkumulation zu einer Widerstandserhöhung für die Versetzungsbewegung auf einem Gleitsystem führt, kann durch das folgende Verfestigungsgesetz ausgedrückt werden:

$$\tau_c^\alpha = \tau_i + q^{\alpha\beta} \left[h_0 \left(1 - \frac{\tau_c^\beta}{\tau_s} \right)^{a_c} \right] \left| \Delta\gamma^\beta \right|, \quad (4.7)$$

τ_i ist der Ausgangswert der resultierenden, kritischen Scherspannung. Über den Parameter $q^{\alpha\beta}$ wird die latente Verfestigung abgebildet, die die Interaktion der Gleitsysteme α und β umfasst. Für co-planare Gleitsysteme ist der Parameter üblicherweise 1,0. In allen anderen Fällen nimmt dieser Parameter einen Wert von 1,4 an. Die Parameter h_0 , τ_s und a_c sind Verfestigungsparameter, die an Experimenten kalibriert werden müssen. Der Parameter $\Delta\gamma^\beta$ ist das plastische Scherinkrement des Gleitsystems β . Dieser Parameter bildet die plastische Scherung aller anderen aktivierten Gleitsysteme in einem Integrationspunkt des FEM-Modells ab.

Der Einfluss der Korngröße auf das Verfestigungsverhalten der Gleitsysteme wird mit der Hall-Petch-Gleichung berechnet. Dabei ist τ_{av} die durchschnittliche, resultierende Scherspannung. Der Parameter k ist die Hall-Petch-Konstante. In Abhängigkeit der Korngröße d wird der Einfluss wie folgt berechnet:

$$\tau_i = \tau_{av} + \frac{k}{\sqrt{d}}. \quad (4.8)$$

Die Entwicklung der kinematischen Verfestigung wird mit einer Armstrong-Frederick Gleichung [91] berechnet:

$$\dot{\chi}^\alpha = G_1 \dot{\gamma}^\alpha - G_2 |\dot{\gamma}^\alpha| \chi^\alpha. \quad (4.9)$$

G_1 und G_2 sind kinematische Verfestigungskonstanten, die an Daten aus zyklischen Experimenten kalibriert werden müssen. Der Parameter χ^α ist der Rückspannungstensor des Gleitsystems α . In dieser kinematischen Gleichung stellt $\dot{\gamma}^\alpha$ eine Besonderheit dar. Die Scherrate des Gleitsystems α wird sowohl hier als auch gleichzeitig für die Berechnung von Gleichung 4.5 benötigt. Dies stellt für die exakte Lösung beider Gleichungen ein Problem dar, das mathematisch nicht zu lösen ist, da beide Gleichungen einander bedingen. Eine akzeptable Lösung des Problems wird dadurch ermöglicht, dass die Scherrate des vorherigen Berechnungsschritts für die Lösung der Armstrong-Frederick Gleichung 4.9 verwendet wird. Es wird angenommen, dass der Unterschied zwischen der aktuellen und zuvor berechneten Scherrate so gering ist, dass dieser tolerierbare Fehler nur zu geringen Abweichungen führt, die über die kinematischen Verfestigungskonstanten kompen-

siert werden können.

Mit den vorgestellten Gleichungen umfasst die Scherrate sowohl die monotone als auch die kinematische Verfestigung einer belasteten Gleitebene α . Um die lokale Plastizität eines inkrementellen Volumenelements zu berechnen, müssen die Beiträge zur Scherung aller Gleitebenen in einem Integrationspunkt des FEM-Netzes mitberücksichtigt werden. Dies wird durch die Berechnung des plastischen Geschwindigkeitsgradienten \mathbf{L}_p ermöglicht, der sich aus dem Deformationstensor \mathbf{F} (siehe Abschnitt 2.6) herleiten lässt.

$$\mathbf{L}_p = \sum_{\alpha=1}^N \dot{\gamma}^\alpha \mathbf{m}^\alpha \otimes \mathbf{n}^\alpha. \quad (4.10)$$

Die zeitliche Integration des plastischen Geschwindigkeitsgradienten ist nichts anderes als die Aufsummierung aller plastischen Scherreaktionen im Verlauf der aufgebrachten Belastung in einem Integrationspunkt des FEM-Netzes. Mit anderen Worten, es ist die äquivalente plastische Dehnung aufgrund von Scherreaktionen entlang aktivierter Gleitsysteme und kann als Parameter für die Schädigungsidentifikation auf mikrostruktureller Basis verwendet werden:

$$p = \int_0^t \left(\frac{2}{3} \mathbf{L}_p : \mathbf{L}_p \right)^{1/2} dt. \quad (4.11)$$

Der Parameter p umfasst alle lokalen, plastischen Reaktionen in Abhängigkeit der Kornorientierung in einem Integrationspunkt einer FEM-Simulation aufgrund einer makroskopisch aufgebrachten zyklischen Belastung unterhalb der Streckgrenze des zugrundeliegenden Materials. Die Änderung des Parameters stellt die Grundlage für die Berechnung zyklischer Materialermüdung dar, da er für die Berechnung der Ermüdungsrissinkubation und statistischer FIPs verwendet wird.

Die Parameter $\dot{\gamma}_0$, $1/m$, h_0 , τ_s , a_c , τ_{av} , G_1 , G_2 und zusätzliche elastische Konstanten C_{11} , C_{12} , C_{44} müssen entweder an zyklischen Nano-Indentationsexperimenten oder an dehnungsgesteuerten LCF-Versuchen bestimmt werden. Die Parameterbestimmung wurde mit Hilfe von LCF-Versuchen durchgeführt und wird im folgenden Abschnitt erläutert.

4.3.3 Kalibrierung des konstitutiven Kristallplastizitätsmodells

Für das Durchführen der Parameterkalibrierung des konstitutiven CP-Modells muss sowohl das RVE generiert als auch die isotrope Fließkurve des Perlits vorab bestimmt worden sein. Die Kalibrierung kann als inverse Bestimmungsprozedur angesehen werden. Bei diesem Ansatz werden Daten aus dem Experiment mit den Daten aus einer korrespondierenden Simulation verglichen. Über die Änderung des Parametersatzes des Modells können die Simulationsergebnisse an die Daten aus dem Experiment angenähert werden. Ist die Kalibrierung des Parametersatzes abgeschlossen, können die vorgesehenen Simulationen mit diesem Parametersatz durchgeführt werden.

Für die Kalibrierung eines mikro-mechanischen, konstitutiven Materialmodells unter zyklischer Belastung haben sich dehnungsgesteuerte LCF-Versuche als geeignet erwiesen. LCF zeichnet sich durch eine zyklische Belastung aus, die die Streckgrenze des Materials überschreitet. Üblicherweise ist hierbei die Lebensdauer einer Probe auf einige hundert bis ein paar tausend Belastungszyklen beschränkt, wobei eine makroskopisch plastische Deformation im Bereich der kritischen Belastung zu finden ist. Diese Tests werden für die Kalibrierung verwendet, da alle Ferritkörner im kritischen Querschnitt der Probe kinematisch verfestigt werden. Somit können sie für die Bestimmung von irreversibler Versetzungsbewegung aufgrund von zyklischen Belastungen herangezogen werden. Die Irreversibilität der Versetzungsbewegung ist der Schlüssel für die Modellierung lokaler, zyklisch induzierter plastischer Verformung.

Für die Kalibrierung des CP-Modells wurden drei dehnungsgesteuerte LCF-Versuche bei unterschiedlichen Dehnungsamplituden durchgeführt. Die Probengeometrie kann der technischen Zeichnung 4.11 entnommen werden. Der stetige Bereich in der Mitte der Probe ist für das Anbringen des Dehnungswertaufnehmers für die Maschinensteuerung vorgesehen. Die Versuche sind in einer servo-hydraulischen 60 kN Prüfmaschine der Firma Schenck durchgeführt worden. Der Dehnungswertaufnehmer der Firma Instron hat eine maximale Dehnungsaufnahme von 5 % bei einer Ausgangsmesslänge von 10 mm. Die Tests sind mit einer geringen Dehnrates von 0,25 %/s durchgeführt worden. Die maximalen Dehnungsamplituden wurden jeweils auf 0,7 %, 1,0 % und 1,3 % festgelegt. Ab-

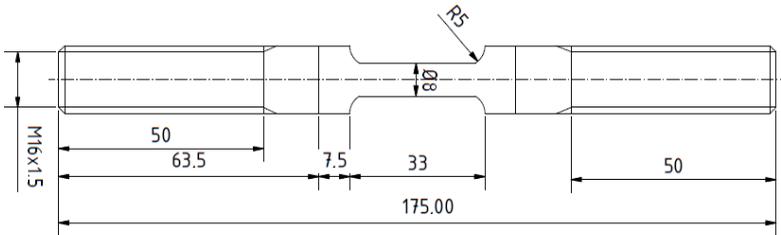


Abbildung 4.11: LCF-Probengeometrie mit einem stetigen, freien Messbereich für das Anbringen des Dehnungswertaufnehmers für die Maschinensteuerung

Abbildung 4.12 zeigt für jeden dehnungsgesteuerten Versuch die maximale und minimale Spannung im Messbereich jedes Belastungszykluses bis zum Abbruch des Versuchs. Die Versuche bei 0,7 % und 1,0 % Dehnungsamplitude wurden nach circa zwei Stunden abgebrochen, da für die Kalibrierung des Parametersatzes lediglich stabilisierte zyklische Spannungshysteresekurven notwendig sind und es während des Versuches zu einem Abknicken der Probe unter Stauchung gekommen ist. Ab circa 250 respektive 350 Zyklen wird dies durch ein erhöhtes Abknicken der jeweiligen roten und grünen Kurven deutlich. Aufgrund dieser durch die aufgetretene Instabilität hervorgerufenen Plastifizierung ist anschließend im Zugbereich eine sehr ausgeprägte Verfestigung zu sehen. Hierbei kann nicht mehr davon ausgegangen werden, dass die maximale Dehnungsamplitude ihren vorgegebenen Wert für die Dehnungssteuerung einhalten konnte. Der Versuch mit 1,3 % Dehnungsamplitude wurde bis zum Versagen der Probe zyklisch belastet. Hier wurde kein Abknicken der Probe beobachtet, sodass der Verlauf der Belastung auf einem stabilisierten Spannungsniveau verlief, bis anschließend aufgrund von Schädigungsvorgängen die Spannung sowohl in Zug als auch in Druckrichtung abfiel und die Probe zyklisch entfestigte. Alle drei Kurven weisen in den ersten 20 Zyklen eine zyklische Verfestigung auf, bis sie anschließend für mehrere hundert Zyklen auf einem konstanten Spannungsniveau stabil weiter verlaufen. Für die Kalibrierung sind zyklische Spannungshysteresekurven aus dem stabilisierten Bereich notwendig. Der Grund hierfür ist in der Argumentation der Vereinbarkeit der Kalibrierung von Kristallplastizität an makroskopischen Experimenten zu finden.

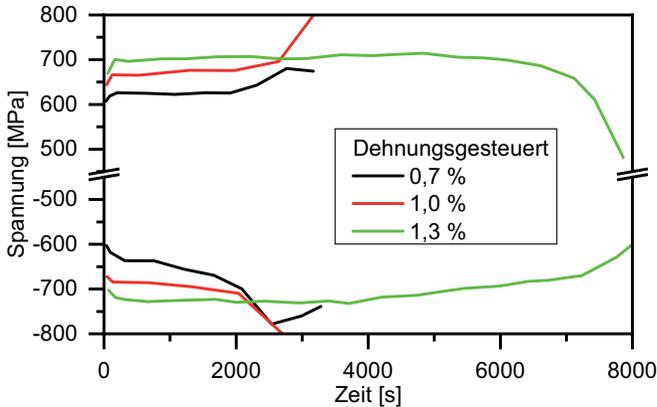


Abbildung 4.12: Maximale und minimale Spannung im Messbereich der dehnungsgesteuerten LCF-Versuche mit 0,7 %, 1,0 % und 1,3 % Dehnungsamplitude und einer Dehnrate von $0,25 \frac{\%}{s}$

Im Verlauf der ersten 100 Zyklen in einem dehnungsgesteuerten LCF-Versuchs wird mit steigender Zyklenzahl der Anteil an Körnern größer, die plastifiziert werden. Wird der stabilisierte Bereich erreicht, kann davon ausgegangen werden, dass alle Körner sich an der Plastifizierung beteiligt haben. Ausgehend von dieser Erkenntnis muss die Kalibrierung der Kristallplastizität an einem polykristallinen FEM-Modell, wie dem hier erstellten RVE der Mikrostruktur, erfolgen. In Abschnitt 4.1 wurde erläutert, dass das RVE aufgrund der Anzahl an ausreichend vielen Körnern die Eigenschaft besitzt, bei einer makroskopisch aufgetragenen Belastung unterhalb der Streckgrenze eine makroskopisch elastische Dehnung auszugeben, wobei sich lokal ein inhomogenes Spannungs- und Dehnungsfeld entwickelt. Entsprechen sich durch die Kalibrierung der Parameter des konstitutiven CP-Modells die makroskopische Antwort des RVEs der experimentell ermittelten stabilisierten Spannungs-Dehnungs-Hysteresekurve bei gleicher Dehnungsamplitude, können diese ermittelten Parameter für die Bestimmung der lokalen Plastizität bei zyklischer Belastung herangezogen werden.

Abbildung 4.13 zeigt sowohl die stabilisierten Spannungs-Dehnungs-Hysteresekurven aus

den Experimenten als auch die korrespondierenden numerischen Kurven für jede Dehnungsamplitude. Es wurden zwei CP-Parametersätze ermittelt, die die besten Näherungen an die Daten aus dem Experiment liefern. Die CP-Modellparametersätze können Tabelle 4.3 entnommen werden. Beide Parametersätze stimmen sehr gut mit den Daten aus

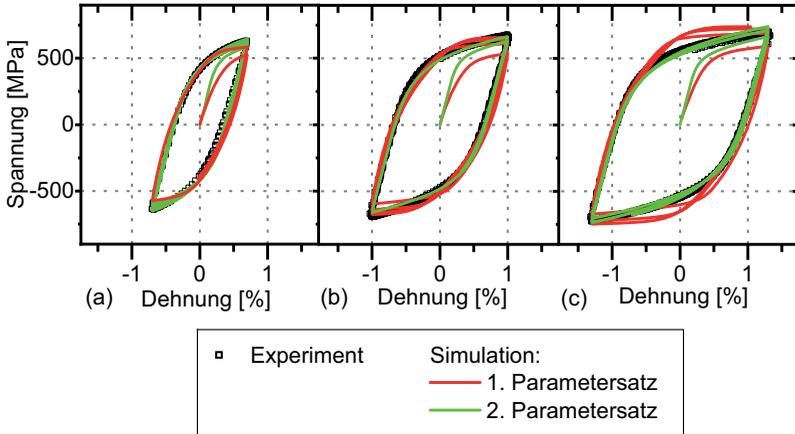


Abbildung 4.13: Stabilisierte Spannungs-Dehnungs-Hysteresekurven aus dehnungsge- steuerten LCF-Versuchen mit (a) 0,7 %, (b) 1,0 % und (c) 1,3 % Dehnungsamplitude mit zugehörigen Ergebnissen aus den Kalibrierungssi- mulationen; Daten aus dem Experiment sind mit schwarzen, quadrati- schen Symbolen, die Simulationsergebnisse des ersten Parametersatzes als rote Linie und des zweiten als grüne Linie dargestellt.

dem Experiment überein, wobei der zweite CP-Parametersatz zu Ergebnissen führt, die sowohl im elastischen als auch im plastischen Bereich in Zug- und Druckrichtung eine bessere Übereinstimmung mit den Daten aus dem Experiment aufweist als der erste Pa- rametersatz. Werden beide Parametersätze miteinander verglichen, so kann festgestellt werden, dass der zweite CP-Parametersatz eine um den Faktor 10^7 höhere Anfangsscher- rate $\dot{\gamma}_0$ aufweist. Die durchschnittliche, resultierende Scherspannung τ_{av} ist um das Vier- zigfache größer. Jedoch weisen die kinematischen Parameter eine erhebliche Verringe- rung ihrer Werte auf. Die Verfestigungsparameter a_c und τ_s sind ebenfalls unterschiedlich. Der Grund für die starke Abweichung dieser vielen Parameter ist mit der Erhöhung der

Dehnratensensitivität $1/m$ verbunden. In der Literatur ist dieser Parameter in einem Wertintervall von 1,75 bis 105,0 zu finden. Ist sein Wert sehr hoch, so reagiert das Material auf hohe Verformungsgeschwindigkeiten weniger sensitiv. Vieles spricht für die Verwendung des zweiten Parametersatzes. Der hohe Wert von $\dot{\gamma}_0$ kann theoretisch mit der Orowan Gleichung für die Berechnung der Geschwindigkeit der Versetzungsbewegung begründet werden [92]. Auch der hohe τ_{av} Wert entspricht theoretischen Berechnungen. Über die Hall-Petch Gleichung und das Schmid'sche Schubspannungsgesetz kann die Streckgrenze des Materials mit $\tau_{av} = 92,8$ MPa bis auf 50 MPa genau berechnet werden [28]. Die Berechnung mit dem Wert aus dem ersten Parametersatz hat eine Abweichung der Streckgrenze von 250 MPa zur Folge. Die Erhöhung des Dehnratensensitivitätsfaktors hat jedoch einen entscheidenden Einfluss auf die Rechnerlaufzeit. Unter sonst gleichen Bedingungen ist die Rechenzeit der Simulation von sechs Belastungszyklen mit dem zweiten Parametersatz um fast das Hundertfache höher als mit dem ersten Parametersatz. Der aus dem ersten Parametersatz zu entnehmende Wert von 1,0 in Tabelle 4.3 ist der niedrigste in einer Literaturrecherche gefundene Wert, die 50 Publikationen umfasste, in welchen gleiche oder ähnliche konstitutive Materialmodelle verwendet wurden. Dementsprechend muss dieser Parameter als kritisch angesehen werden. Seine weitere Verwendung wird nur für den Fall dehnratenäquivalenter Simulationen empfohlen. Alle weiteren sich unterscheidenden Parameter mussten in Folge dieser starken Auswirkung von der Erhöhung von $1/m$ ebenfalls angeglichen werden, wobei eine materialphysikalische Einordnung und Klärung hier nicht gefunden werden konnte, da es sich bei den isotropen und kinematischen Verfestigungsgesetzen um phänomenologische Modelle handelt.

Dieses Beispiel zeigt, dass mit zwei unterschiedlichen CP-Parametersätzen die gleichen numerischen Ergebnisse erzielt werden können, wobei der rechnerische Aufwand unterschiedlich ist. Der Gebrauch niedriger $1/m$ -Werte kann unter der Annahme gerechtfertigt werden, dass die Dehnraten in der Simulation als quasi-statisch angenommen werden kann, wenn im Bereich der Anwendung des Simulationsmodells keine Dehnrateneffekte zu erwarten sind. So gilt dieser Parametersatz nur für Simulationen, in welchen die gleiche Dehnraten wie in den Kalibrierungssimulationen verwendet wird. Für die nachfol-

genden Simulationen ist dies der Fall, sodass hierdurch der Gebrauch des ersten CP-Parametersatzes begründet und der Vorteil der kurzen Rechenzeit ausgenutzt werden kann.

Tabelle 4.3: Parametersätze des CP-Modells, die an dehnungsgesteuerten LCF-Versuchen am Stahl 38MnSiV5 invers kalibriert wurden.

1. Parametersatz:

C_{11} 112,2 GPa	C_{12} 42 GPa	C_{44} 131 GPa	$\dot{\gamma}_0$ 0,015 1/s	$1/m$ 1
τ_{av} 2,28 MPa	G_1 8000 MPa	G_2 2000	N 12	h_0 180 MPa
a_c 2,25	τ_s 1480 MPa	k 241,96 $\frac{\text{MPa}}{\sqrt{\mu\text{m}}}$		

2. Parametersatz:

C_{11} 112,2 GPa	C_{12} 42 GPa	C_{44} 131 GPa	$\dot{\gamma}_0$ 150000 1/s	$1/m$ 100
τ_{av} 92,8 MPa	G_1 0,008 MPa	G_2 500	N 12	h_0 180 MPa
a_c 3,0	τ_s 380 MPa	k 241,96 $\frac{\text{MPa}}{\sqrt{\mu\text{m}}}$		

Zur Verifikation der vorangegangenen Annahme wird nach der erfolgten Validierung der numerischen Ermittlung der Zeitfestigkeit auf Basis des ersten Parametersatzes der zweite dafür verwendet die gleichen Ergebnisse zu reproduzieren.

4.4 Generierung der Input-Parameter des Extrapolationsansatzes

Auf Basis der vorangegangenen Abschnitte zur Erstellung der RVEs und der Kalibrierung des konstitutiven Materialverhaltens befasst sich dieser Abschnitt mit der Generierung der Input-Parameter des Extrapolationsansatzes. Zunächst wird erläutert, welche Daten aus den RVE-Simulationen extrahiert werden. Anschließend werden die statistischen Indikatorparameter für die Verwendung des Extrapolationsansatzes eingeführt und erläutert.

4.4.1 Extremwerte des Ermüdungsindikators

Als Grundlage für die Bestimmung der Zyklenzahl bis zum Bruch unter mechanischer Belastung wurde festgestellt, dass die Streuung der Lebensdauern charakteristisch mit geringer werdender Belastungsamplitude zunimmt. Diese Streuung kann mit der sogenannten „weakest link theory“ erklärt werden [73]. Diese Theorie besagt, dass eine einzige kritische Singularität im Material ausreicht, die über die Integrität des Bauteils entscheidet. Das Bild, mit welchem diese Theorie im Allgemeinen veranschaulicht wird, bezieht sich auf eine geschlossene Perlenkette, in welcher nur ein Kettenglied eine Schwachstelle bildet. Das Versagen dieses Kettenglieds führt dazu, dass die Kette nicht mehr geschlossen ist, sodass sie ihre fundamentale Eigenschaft verliert.

Die Auftrittshäufigkeit einer solchen Singularität im Material wurde von Murakami und Peterson [93, 94] ausgiebig untersucht. Dabei haben sie festgestellt, dass der Initiierungsort des kritischen Ermüdungsrisses nicht von der Anzahl, sondern von der Größe der Singularität abhängt, die im untersuchten Fall Poren oder Einschlüsse waren. Werden die kritischen Einschlüsse oder Poren in den Bruchflächen bereits getesteter Proben identifiziert und vermessen, so kann festgestellt werden, dass sie in ihrer Größe nach einer Extremwertverteilungsfunktion verteilt sind. Experimentelle Untersuchungen haben dies bestätigt [95]. Bekannte Extremwertverteilungsfunktionen gehen auf Gumbel [96], Fréchet und Weibull [73] zurück, welche aus der generalisierten Form der Extremwertverteilungsfunktion hergeleitet werden können. Die generalisierte Form ist in Gleichung 4.12 dargestellt.

$$f(x; A; B; \xi) = \exp \left\{ - \left[1 + \xi \left(\frac{x - B}{A} \right) \right]^{-1/\xi} \right\}. \quad (4.12)$$

Dabei ist A der Skalenparameter, B ist der Ortsparameter und ξ ist der Formparameter. Unter der Voraussetzung, dass der Formparameter null entspricht, ergibt sich für die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion folgende Gleichung:

$$f(x; A; B) = \frac{1}{A} \exp \left[- \left(\frac{x - B}{A} \right) \right] \exp \left\{ - \exp \left[\left(\frac{x - B}{A} \right) \right] \right\}. \quad (4.13)$$

Die Dichtefunktion gibt die Häufigkeit an, mit welcher eine Ereignisausprägung in einer Menge an Ereignissen in Erscheinung tritt. In Abbildung 4.14 sind Dichtefunktionen mit unterschiedlichen Parametern der generalisierten Form abgebildet. Die Ordinate bildet die

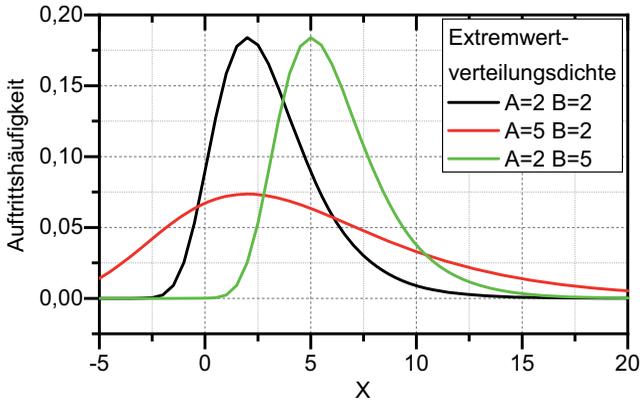


Abbildung 4.14: Sensitivität der Extremwertverteilungsdichtefunktion nach Gleichung 4.13 bei Veränderung des Skalenparameters A und des Ortsparameters B .

Auftretshäufigkeit der dimensionslosen, virtuellen Ereignisse x ab, die in ihrer Ausprägung auf der Abszisse abgetragen sind. Mit Erhöhung des Skalenparameters A verbreitert sich die Kurve. Bei einer Erhöhung des Ortsparameters B verschiebt sich die Kurve in Richtung höherer x -Werte.

Jegliche Singularität im Gefüge, die die lokale Spannung und die akkumulierte plastische Dehnung erhöht, kann sich kritisch auf die Lebensdauer auswirken. Initiierungsorte für den Ermüdungsriss können dementsprechend an Poren, Tripelpunkten, an der Probenoberfläche oder an ungünstig orientierten Körnern zu finden sein [97]. Versuche mit dem Stahl 38MnSiV5 im Bereich der Zeitfestigkeit haben gezeigt, dass der Initiierungsort des Ermüdungsrisses an der Materialoberfläche zu finden ist. Meistens führen feine Rillen aus der mechanischen Oberflächenbearbeitung zu einer Spannungserhöhung an der Oberfläche im kritischen Bereich der Probe. Dieser Fall wird durch die hier verwendeten RVEs der Mikrostruktur jedoch nicht abgebildet. Es wird angenommen, dass sich das RVE nicht im

Volumen, sondern auf der Oberfläche im Bereich der höchsten zyklischen Belastung des Bauteils befindet. Dementsprechend kann das RVE als infinitesimales Volumenelement betrachtet werden, das als makroskopisch aufgebrachte Spannung in der Simulation jene aufweist, die an der Oberfläche am Ort der maximalen geometrischen Spannungsüberhöhung resultiert.

Der Indikator für die zyklische Schädigungsentwicklung ist die akkumulierte plastische Dehnung p , die aus dem Geschwindigkeitsgradienten L_p des konstitutiven CP-Materialmodells hervorgeht. Sie umfasst alle plastischen Reaktionen entlang von Gleitebenen eines Integrationspunktes in Abhängigkeit der Kornorientierung. Für die Anwendung des Parameters in einer FEM-Rechnung muss der Einfluss der Größe der finiten Elemente auf diesen Parameter kompensiert werden. Nach einem Vorschlag von Musinski et al. [98] wird p mit der Korngröße des jeweiligen Kornes gemittelt, in welchem es sich entwickelt. Der größte Wert wird anschließend in jedem Korn des RVEs gesucht und extrahiert. Dieser Extremwert wird korngößengemittelter Maximalwert der akkumulierten plastischen Dehnung des RVEs n genannt und mit $P_{mps,n}$ bezeichnet. Er kann nach Gleichung 4.14 berechnet werden:

$$P_{mps,n} = \max \left(\frac{1}{\sum_{i=1}^{N_E^{Gr}} V_i^{Gr}} \sum_{i=1}^{N_E^{Gr}} p_i V_i^{Gr} \right). \quad (4.14)$$

Aufgrund der Vielzahl an RVEs, die für das Modell eine schwingende Belastung simulieren sollen, wird der Index n benötigt, der die Ordnungsnummer des analysierten RVEs darstellt. Der Index i ist die Identifikationsnummer des finiten Elements des Kornes, aus welchem die Daten für die Berechnung herangezogen werden. Das Volumen eines finiten Elements in diesem Korn wird mit V_i^{Gr} abgekürzt. Die Anzahl finiter Elemente des Kornes ist durch N_E^{Gr} gegeben. Der Parameter p_i ist schließlich die akkumulierte plastische Dehnung des finiten Elements i . Der Ort, an welchem $P_{mps,n}$ nach einer zyklischen Belastung identifiziert wird, ist jener, an welchem sich ein kritischer Riss ausbilden wird, der zum zyklischen Versagen führt.

Abbildung 4.15 zeigt sechs statistisch äquivalente RVEs des Stahls 38MnSiV5, die jedoch

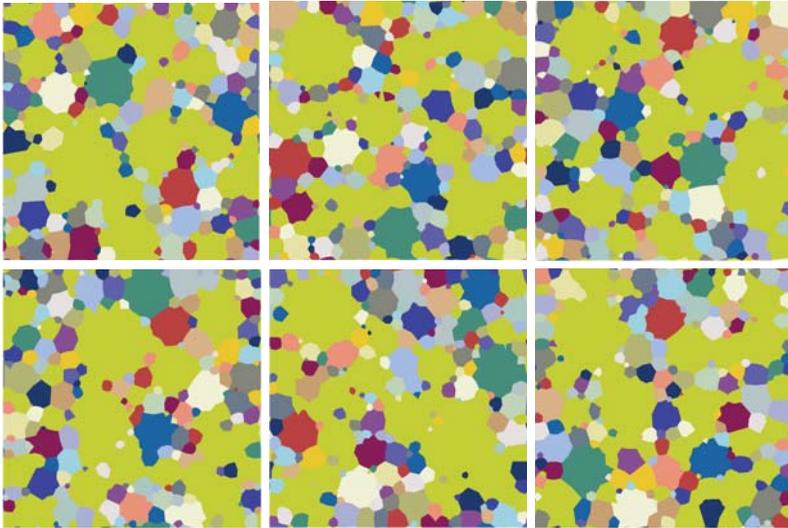


Abbildung 4.15: Sechs statistisch äquivalente RVEs des ferritisch-perlitischen Stahls 38MnSiV5: Von links oben nach rechts unten sind die RVEs mit den Ordnungsnummern n von 1 bis 6 versehen.

im Detail unterschiedlich sind. Der Perlit ist gelb dargestellt. Die ferritischen Körner sind in unterschiedlichen Farben dargestellt, die ihre kristallographischen Orientierungen widerspiegeln. Jedem RVE ist eine Ordnungsnummer von 1 bis 6 zugeordnet. Jedes RVE wurde mit einer Spannungsamplitude von $\sigma_a = 402$ MPa und einem Spannungsverhältnis von $R = -1$ bei einer Schwingfrequenz von $f = 25$ Hz für sechs Belastungszyklen berechnet. Anschließend wurde in jedem RVE $P_{mps,n}$ identifiziert und extrahiert. Die Verläufe von $P_{mps,n}$ aus allen sechs RVEs können Abbildung 4.16 entnommen werden. Die Verläufe der Parameter in den jeweiligen RVEs weisen Gemeinsamkeiten auf. Es wechseln sich Bereiche ohne Zuwachs mit Bereichen des Zuwachses an akkumulierter plastischer Dehnung ab. Sie führen zu Kurven, die dem Verlauf einer Treppe gleichen. Die Bereiche, in welchen der Parameter auf einem Niveau konstant ist, sind jene Abschnitte in der lokalen Spannungs-Dehnungs-Hysteresekurve der zyklischen Belastung, in welchen sich das Korn nur elastisch verformt. Die Bereiche, die eine Erhöhung des Parameters auf-

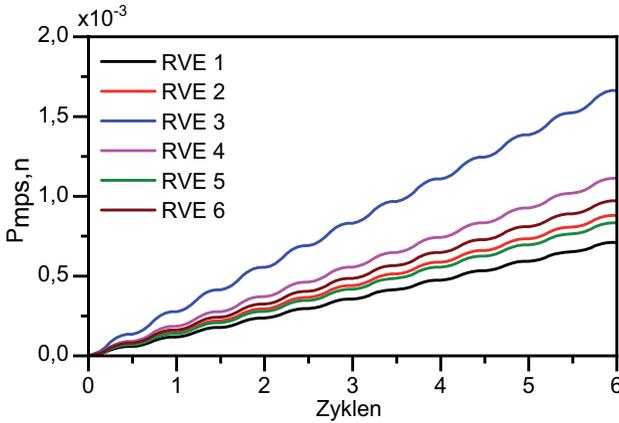


Abbildung 4.16: Verlauf der korngößengemittelten maximalen akkumulierten plastischen Dehnung innerhalb der ersten sechs Belastungszyklen der RVEs aus Abbildung 4.15

weisen, sind Abschnitte der Hysteresekurve, die eine plastische Verformung aufweisen. Die Treppenstufenhöhe ist in jedem RVE konstant, jedoch im Vergleich zu den anderen RVEs individuell, was zu den unterschiedlichen Steigungen der Kurven führt. Dieses Diagramm zeigt, dass die Entwicklung des lebensdauerbestimmenden Parameters $P_{mps,n}$ von RVE zu RVE unterschiedlich sein kann, obwohl die RVEs statistisch äquivalent sind. Beispielsweise kann bereits hier qualitativ festgestellt werden, dass aufgrund der Steigung von $P_{mps,n}$ das RVE $n=3$ die kürzeste und $n=1$ die höchste zu erwartende Lebensdauer aufweisen müsste.

Die individuelle Entwicklung von $P_{mps,n}$ jedes RVEs weist eine entscheidende Besonderheit auf. Werden die Werte von $P_{mps,n}$ einzelner RVEs paarweise durcheinander dividiert, so ergibt sich schon nach wenigen Zyklen ein konstanter Wert, der hier als Multiplikator bezeichnet wird. Abbildung 4.17 zeigt Multiplikatoren unterschiedlicher Kombinationen aus RVEs, die bezüglich ihres $P_{mps,n}$ -Verlaufs durcheinander geteilt wurden. Beispielsweise ist die schwarze Linie die Division des Verlaufs von $P_{mps,n}$ der RVEs $n=2$ mit $n=1$. Dieser Multiplikator verläuft schon nach zwei Belastungszyklen auf einem konstan-

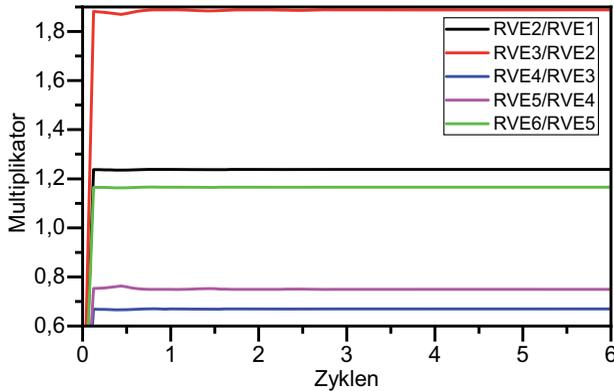


Abbildung 4.17: Multiplikatoren einzelner Divisionen unterschiedlicher $P_{mps,n}$ -Verläufe aus Abbildung 4.16

ten Niveau. Über den Multiplikator kann der Verlauf von $P_{mps,n}$ eines RVEs so berechnet werden, dass dieser mit dem eines anderen RVEs übereinstimmt. Das bedeutet, dass die unterschiedlichen Verläufe von $P_{mps,n}$ von vielen RVEs über Skalare miteinander in Verbindung gebracht werden können, die sich per Annahme über viele Belastungszyklen nicht ändern. Demnach ist es nicht nötig für die Ermittlung des Einflusses einer Singularität im Gefüge über die Auswertung von $P_{mps,n}$ viele Belastungszyklen zu simulieren, da über die Multiplikatoren und über die Treppenstufenhöhe die Entwicklung von $P_{mps,n}$ extrapoliert werden kann.

Auf dieser Grundlage werden alle hier erstellten RVEs in Simulationen verwendet, in welchen nur sechs Belastungszyklen berechnet werden, um die Extremwertverteilung von $P_{mps,n}$ zu quantifizieren, welche nachfolgend erläutert wird.

4.4.2 Ermittlung statistischer Indikatorparameter

Unter sonst gleichen Rahmenbedingungen sind die extrahierten Ergebnisse von $P_{mps,n}$ aus RVEs des gleichen Materials nach einer Extremwertverteilungsfunktion verteilt. Für die Bestimmung einer solchen Verteilungsfunktion sind statistisch ausreichend viele RVE-

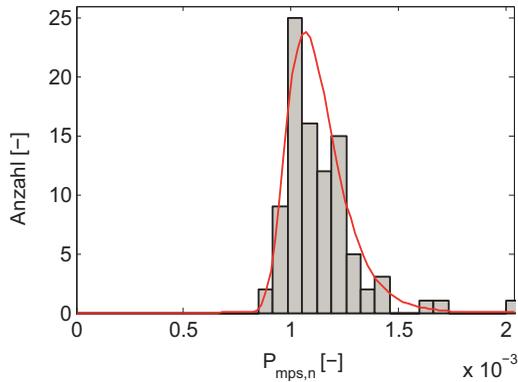


Abbildung 4.18: Histogramm der extrahierten $P_{mps,n}$ -Werte aus 94 RVEs des Simulationssets $i= 402$ MPa mit $R= -1$: Als graue Balken sind die Anzahl der $P_{mps,n}$ -Werte in dem entsprechenden Werteintervall abgetragen. Als rote Linie ist die zugehörige Extremwertverteilungsdichtefunktion dargestellt.

Simulationen notwendig. In dieser Arbeit werden stets Ergebnisse aus 94 RVE-Simulationen für die Ermittlung der statistischen Indikatorparameter verwendet. Die Rahmenbedingungen werden durch die Höhe und Richtung der aufgetragenen Spannung und das Spannungsverhältnis definiert. Sind sie für die Berechnung aller generierten RVEs identisch, bilden sie ein sogenanntes Set, das mit dem Index i identifiziert werden kann und als Wert die Höhe der aufgetragenen Spannungsamplitude hat. Ein Set kann im übertragenen Sinne mit der Durchführung von vielen Ermüdungsexperimenten auf einer Laststufe bei der Ermittlung der Zeitfestigkeit verstanden werden. Abbildung 4.18 zeigt die extrahierten $P_{mps,n}$ -Werte für das Set $i= 402$ MPa bei einem Spannungsverhältnis von $R= -1$. Die Ordinate zeigt die Anzahl von extrahierten $P_{mps,n}$ -Werten an, welche den Werteintervallen auf der Abszisse zugeordnet werden können. Die rote Linie ist die angenäherte allgemeine Extremwertverteilungsdichtefunktion nach Gleichung 4.13, welche mit den Parametern $A= 0,002320$ und $B= 0,0028982$ beschrieben werden kann.

Um das Verhalten von A und B und ihrer korrespondierenden Erwartungs- und Varianzwerte unter verschiedenen Set-Definitionen analysieren zu können, werden weitere Sets mit

verschiedenen Spannungsamplituden i und Spannungsverhältnissen R berechnet. Der Erwartungswert wird aus A_i und B_i über folgende Gleichung berechnet [99]:

$$E(P_{mps,n,i}) = B_i + A_i\gamma. \quad (4.15)$$

Darin entspricht γ der Euler-Mascheroni-Konstante und hat einen gerundeten Wert von 0,5772. Die Varianz berechnet sich nach:

$$\text{VAR}(P_{mps,n,i}) = A_i^2 \frac{\pi^2}{6} \quad (4.16)$$

Tabelle 4.4 zeigt für unterschiedliche Sets die Extremwertverteilungsfunktionsparameter und ihre Erwartungs- und Varianzwerte. Es ist zu erkennen, dass die Parameter A_i und $\text{VAR}(P_{mps,n,i})$ proportional zueinander sind und sich mit steigender Spannungsamplitude abhängig vom Spannungsverhältnis R erhöhen. Dies steht offenbar im Widerspruch zur Erkenntnis, die aus zyklischen Untersuchungen von vielen Proben auf unterschiedlichen Lasthorizonten gezogen werden kann. Die Streuung der Zyklenzahlen bis zum Bruch von zyklisch belasteten Proben bei sonst gleichen Bedingungen ist bei Versuchen mit kleiner Spannungsamplitude höher als bei großer Spannungsamplitude. Der Verlauf des Ortsparmeters B_i und des Parameters $E(P_{mps,n,i})$ entspricht hingegen der Erwartung: Je höher die aufgebrauchte Spannungsamplitude bei einem gegebenen Spannungsverhältnis ist, umso höher ist $P_{mps,n,i}$ und desto geringer ist die zu erwartende Zyklenzahl bis zum Bruch.

Die Variationsbreite einer gestreuten Zufallsvariable wie $P_{mps,n,i}$ hängt vom Belastungsniveau i ab. Ein Vergleich der Streuungsparameter kann dementsprechend nicht unmittelbar durchgeführt werden, da die Niveaus nicht identisch sind. Eine Lösung bietet hier der normierte Variationskoeffizient, welcher auch die normierte, relative Standardabweichung genannt wird:

$$\sqrt{\text{VAR}_{nor,i}} = \frac{\sqrt{\text{VAR}(P_{mps,n,i})}}{E(P_{mps,n,i})} = \frac{\sigma_{a,i}}{\sigma_{a,i}}. \quad (4.17)$$

Tabelle 4.4: Ergebnisse der Extremwertverteilungsparameter der RVE-Simulationen unterschiedlicher Sets mit ihren korrespondierenden Erwartungs- und Varianzwerten einschließlich der Parameter der interpolierten Potenzfunktionen

$i = \sigma_{a,i}$	A_i	B_i	$E(P_{mps,n,i})$	$VAR(P_{mps,n,i})$
$R=-1$	$\times 10^{-3}$	$\times 10^{-3}$	$\times 10^{-3}$	$\times 10^{-5}$
402,00	2,3210	1,8982	3,2379	0,8861
440,00	2,5403	2,0731	3,5394	1,0615
450,00	2,5981	2,1226	3,6222	1,1104
460,00	2,6561	2,1593	3,6924	1,1605
$q_1 =$ $q_2 =$	$a_1 = 5,7592 \times 10^{-6}$ $a_2 = 1,0004$	$b_1 = 5,7727 \times 10^{-6}$ $b_2 = 0,9666$		
$R=-0,1$	$\times 10^{-3}$	$\times 10^{-3}$	$\times 10^{-3}$	$\times 10^{-5}$
66,00	0,6000	0,4840	0,8303	0,0059
220,00	2,0082	1,6149	2,7740	0,6634
275,00	2,5124	2,0187	3,4689	1,0383
330,00	3,0171	2,4225	4,1640	1,4974
$q_1 =$ $q_2 =$	$a_1 = 4,9108 \times 10^{-6}$ $a_2 = 1,0004$	$b_1 = 4,0224 \times 10^{-6}$ $b_2 = 1,0006$		
$R = 0,1$	$\times 10^{-3}$	$\times 10^{-3}$	$\times 10^{-3}$	$\times 10^{-5}$
259,65	2,6261	2,1128	3,6286	1,1344
265,50	2,6855	2,1604	3,7105	1,1863
270,00	2,7312	2,1970	3,7735	1,2270
283,50	3,1341	2,5160	4,3250	1,6158
$q_1 =$ $q_2 =$	$a_1 = 3,4211 \times 10^{-9}$ $a_2 = 2,1283$	$b_1 = 3,4426 \times 10^{-9}$ $b_2 = 2,0932$		
$R = 0,9$	$\times 10^{-3}$	$\times 10^{-3}$	$\times 10^{-3}$	$\times 10^{-5}$
15,00	3,0470	2,4332	4,1919	1,5272
20,00	4,0803	3,2449	5,6001	2,7386
25,00	5,1052	4,0565	7,0032	4,2872
30,00	6,1320	4,8679	8,4073	6,1852
$q_1 =$ $q_2 =$	$a_1 = 9,7311 \times 10^{-6}$ $a_2 = 1,0077$	$b_1 = 8,0926 \times 10^{-6}$ $b_2 = 1,0004$		

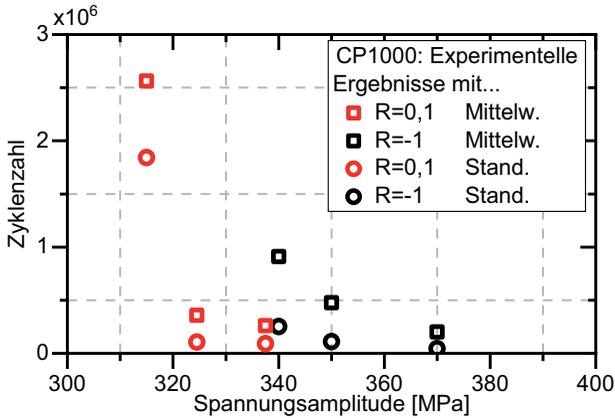


Abbildung 4.19: Mittelwert und Standardabweichung der Zykluszahlen bis zum Bruch des Stahls CP 1000

Dass der normierte Variationskoeffizient als Indikator für die Streuung der Extremwertparameter verwendet werden kann, soll mit Hilfe der Abbildungen 4.19 und 4.20 erläutert werden. Diese Abbildungen beinhalten Ergebnisse aus dem RFCS-Projekt „Frequig“. Abbildung 4.19 zeigt die statistische Auswertung von zyklischen Versuchen an drei Lasthorizonten des Komplexphasenstahls CP 1000. Der Mittelwert der Zykluszahlen bis zum Bruch ist mit Quadraten und die Standardabweichung mit Kreisen dargestellt. Durch die Farbe wird das Spannungsverhältnis unterschieden. Dabei ist $R = -1$ schwarz und $R = 0,1$ rot kodiert. Die Resultate entsprechen den Erkenntnissen aus der Literatur [27]. Bei gleichem Spannungsverhältnis nimmt mit geringerer Spannungsamplitude die mittlere Lebensdauer einer schwingend belasteten Probe zu, wobei die Standardabweichung ebenfalls ansteigt. Werden zyklische Ergebnisse bei unterschiedlichen Spannungsverhältnissen miteinander verglichen, so verhält sich die ertragbare Zykluszahl bei konstanter Spannungsamplitude antiproportional zu den R -Werten.

Eine Kontraktion der beiden statistischen Parameter kann in Abbildung 4.20 entnommen werden. Es ist darauf der normierte Variationskoeffizient für die verschiedenen Spannungshorizonte und -verhältnisse in Abhängigkeit der Spannungsamplitude zu sehen. Der

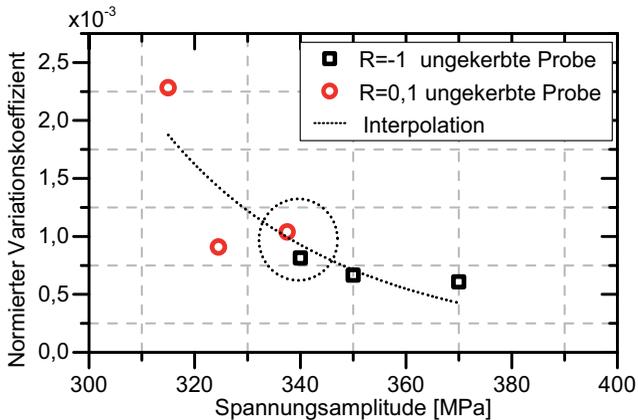


Abbildung 4.20: Normierte Variationskoeffizienten aus den experimentellen Daten des Stahls CP 1000 aus Abbildung 4.19

Parameter gibt das Verhältnis von Standardabweichung zu Mittelwert pro Spannungseinheit an. Die Datenpunkte nehmen mit zunehmender Spannungsamplitude degressiv ab. In Abbildung 4.20 ist eine gepunktete Kurve zu sehen, welche die Datenpunkte interpoliert. Sie lässt vermuten, dass eine charakteristische Funktion existiert, auf welcher alle Werte des normierten Variationskoeffizienten liegen müssen, die aus Versuchsreihen unter gleichen Bedingungen, jedoch unterschiedlichen R -Werten, ermittelt wurden. Zwei Datenpunkte bei circa 340 MPa sind mit einem Kreis umrandet worden. Sie sollen die Aussagekraft des normierten Variationskoeffizienten verdeutlichen. Es ist zu erkennen, dass die relative Streuung bei dieser Spannungsamplitude für den R -Wert von -1 geringer ist als bei 0,1. Werden die korrespondierenden Ergebnisse in Abbildung 4.19 betrachtet, kann festgestellt werden, dass der Vergleich der absoluten Streuung zu einem umgekehrten Schluss kommt. Hierbei wird außer Acht gelassen, dass der Mittelwert der Lebensdauer bei $R = -1$ wesentlich größer ist. Die Aussage der Streuungszunahme bei Verringerung der Spannungsamplitude gilt auf Grundlage der Standardabweichung nur für Ergebnisse bei einem R -Wert. Wird der normierte Variationskoeffizient herangezogen, kann unabhängig vom R -Wert qualitativ die Streuung verglichen werden. Dementsprechend eignet sich der

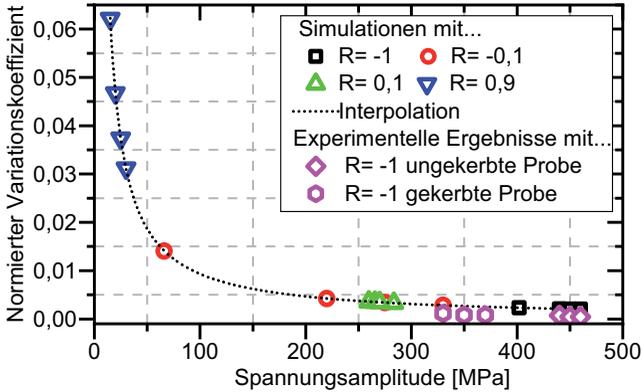


Abbildung 4.21: Normierte Variationskoeffizienten unterschiedlicher Sets aus den numerischen Simulationen der RVEs und Daten aus zyklischen Experimenten des Stahls 38MnSiV5

normierte Variationskoeffizient besonders gut für den Vergleich statistisch gestreuter Lebensdauern, da in der relativen Betrachtung die teilweise sehr unterschiedlichen Höhen der mittleren Lebensdauern mit einbezogen werden.

Abbildung 4.21 zeigt normierte Variationskoeffizienten der Simulationsergebnisse für den Stahl 38MnSiV5, die aus den Daten aus Tabelle 4.4 berechnet wurden. Zusätzlich sind normierte Variationskoeffizienten des gleichen Stahls aus Zyklenzahlen berechnet worden, die im Experiment bestimmt wurden. Diese sind an sanduhrförmigen Rundzugproben mit einem sehr geringen Kerbfaktor von $K_t = 1,02$ und an gekerbten Rundzugproben mit $K_t = 1,45$ durchgeführt worden. Es wurden an jedem Belastungshorizont jeweils fünf Proben bei einem Spannungsverhältnis von $R = -1$ mit einer Belastungsfrequenz von 20 Hz getestet. Wird eine Potenzfunktion der Form

$$\sqrt{\text{VAR}_{nor,i}} = a * \sigma_a^b \quad (4.18)$$

über die numerisch generierten Werte interpoliert, so hat der Parameter a der Funktion einen Wert von 0,93401 und b einen von -1,00053. Im Verlauf der gepunkteten Kurve wird

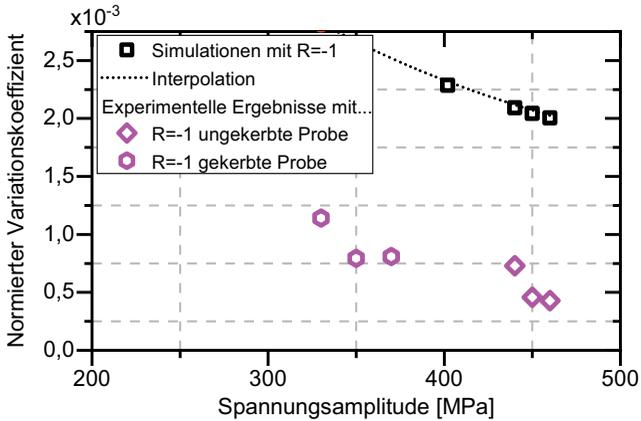


Abbildung 4.22: Vergrößerung von Abbildung 4.21 der normierten Variationskoeffizienten von Simulationssets und experimentellen Zyklenzahlen

etwas Bemerkenswertes sichtbar. Mit geringer werdender Spannungsamplitude wird der Wert des normierten Variationskoeffizienten immer größer. Unabhängig vom Spannungsverhältnis liegen alle Werte auf dieser Kurve. Dies unterstützt die Vermutung der Existenz einer charakteristischen Funktion des normierten Variationskoeffizienten für ein zyklisch belastetes Material. Wenn diese Annahme der charakteristischen Funktion stimmt, sind für ihre Ermittlung nur wenige Ergebnisse aus Simulationssets notwendig, um die relative Streuung für unterschiedliche Spannungsamplituden und Spannungsverhältnisse bestimmen zu können.

In der gleichen Abbildung sind normierte Variationskoeffizienten dargestellt, die experimentell bestimmt wurden. Auf den ersten Blick scheinen die Werte sehr gut mit der charakteristischen Kurve übereinzustimmen. Wird jedoch Abbildung 4.21 in den Intervallen $x=[200; 500]$ MPa und $y=[0,0; 0,0025]$ vergrößert, so wird ein Unterschied zwischen den Daten aus dem Experiment und aus der Simulation sichtbar. Dies ist in Abbildung 4.22 abgebildet. Die rautenförmigen Symbole stehen für Ergebnisse, die mit der sanduhrförmigen Probengeometrie ermittelt wurden, die auch als ungekerbt anzusehen ist. Die sechseckigen Symbole repräsentieren Werte, die mit einer gekerbten Probengeometrie ermit-

telt wurden. Die simulierten Ergebnisse haben normierte Variationskoeffizienten zwischen 0,002 bis 0,0025. Die experimentellen Ergebnisse weisen Werte um 0,0005 beziehungsweise 0,0012 auf. Es ist zu erkennen, dass auch hier der normierte Variationskoeffizient mit geringerer Spannungsamplitude zunimmt. Hierdurch wird der qualitative Verlauf der simulierten Berechnungen bestätigt. Das geringere Niveau der experimentellen Daten zeigt, dass die Streuung der Lebensdauern bei gleicher Belastung niedriger ist als die Streuung von $P_{mps,n}$ in den Simulationen. Wenn die Streuung als Maß für die Lebensdauer verwendet wird, ist die zu erwartende Lebensdauer im Experiment niedriger als in der Simulation. Es stellt sich die Frage, warum die Streuung aus den Mikrostruktursimulationen höher ist als die Streuung der Ergebnisse im Experiment.

Der aus den experimentellen Daten ermittelte normierte Variationskoeffizient stellt eine makroskopische Entität dar, die von unterschiedlichen Einflussfaktoren, wie Oberflächenbeschaffenheit, Eigenspannungen, Maschinensteuerung usw., bestimmt werden kann. Diese Einflussfaktoren überlagern den Einfluss der Mikrostruktur und reduzieren dadurch den normierten Variationskoeffizienten. Hingegen beziehen sich die Simulationsergebnisse auf infinitesimale Volumenelemente der Mikrostruktur, die ausschließlich die aufgebrachte Belastung und das Spannungsverhältnis als makroskopische Entität aufweisen, also unabhängig von weiteren Einflüssen sind.

Ein direkter Vergleich der normierten Variationskoeffizienten aus den Experimenten miteinander ist nicht sinnvoll, da für die unterschiedlichen Untersuchungsreihen die Lasthorizonte im Experiment unterschiedlich waren. Der Vergleich kann vielmehr über die Differenz der Daten aus dem Experiment zu der charakteristischen Kurve der simulierten normierten Variationskoeffizienten gemacht werden. Unter der Voraussetzung, dass alle makroskopischen Einflüsse für alle getesteten Proben im Experiment identisch waren, muss der lebensdauerverkürzende, relative Beitrag zur Streuung für alle Lasthorizonte identisch sein, sodass über eine Addition eines fixen Betrags diese makroskopischen Einflüsse allesamt theoretisch kompensiert werden können. Werden auf die normierten Variationskoeffizienten der Ergebnisse der ungekehrten Proben ein fixer Betrag von 0,00145 hinzu addiert, so überschneiden sich die Datenpunkte mit der charakteristischen Kurve,

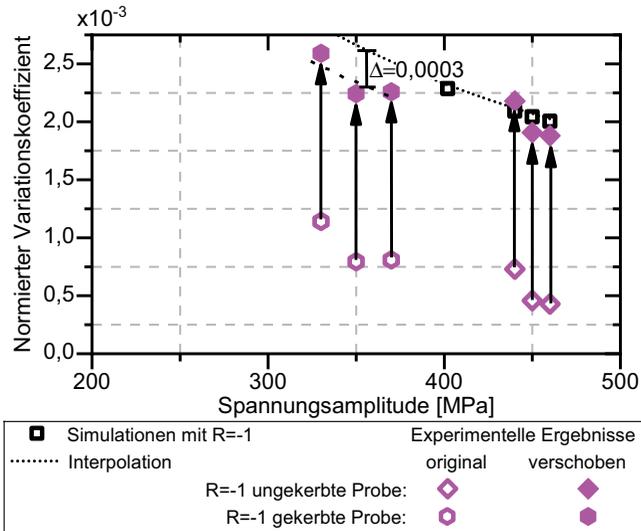


Abbildung 4.23: Abwandlung von Abbildung 4.22 mit angeglichenen Daten des normierten Variationskoeffizienten aus Experimenten

wie es in Abbildung 4.23 dargestellt ist. Wird dieser Betrag nun auf die Ergebnisse der gekerbten Probengeometrie hinzu addiert, so liegen diese Werte weiterhin mit einer Differenz von 0,0003 unterhalb der charakteristischen Kurve. Durch den aufaddierten Betrag sind alle makroskopischen Einflüsse der experimentellen Ergebnisse für die ungekerbte Probenreihe theoretisch kompensiert worden. Für die gekerbte Probengeometrie ist dies nicht der Fall, sondern es fehlt ein zusätzlicher Beitrag für einen Einfluss, der bei der anderen Probengeometrie nicht kompensiert werden musste. Unter sonst gleichen Prüfbedingungen muss diese Differenz auf den Einfluss der Probengeometrie auf die Lebensdauer zurückzuführen sein. Nach der Berechnungsformel 4.17 für den normierten Variationskoeffizienten kann eine Steigerung des Wertes nur über eine Erhöhung der Varianz oder Verringerung des Erwartungswerts realisiert werden. So müssten die Ergebnisse für die gekerbte Probe eine höhere Streuung der Lebensdauern und/oder eine niedrigere durchschnittliche Lebensdauer aufweisen, um ebenfalls auf der charakteristischen Kurve zu

liegen. Laut Radaj [27] weisen gekerbte Proben im Vergleich zu ungekerbten Proben bei sonst gleichen Randbedingungen zwar eine geringere Lebensdauer auf, jedoch sind die Ergebnisse auch mit einer geringeren Streuung verbunden. Aufgrund dieses Unterschieds reicht die Kompensation der extrinsischen Faktoren der ungekerbten Proben für die Kompensation der gekerbten Proben nicht aus.

Ob simuliert oder experimentell ermittelt, die charakteristische Kurve des normierten Variationskoeffizienten ist unabhängig vom Spannungsverhältnis für jegliche Kombination an makroskopischen Einflüssen unterschiedlich. Darin liegt ihre besondere Bedeutung und Aussagekraft. Mit der charakteristischen Kurve kann überprüft werden, ob das Prädikat „*ceteris paribus*“ für Testreihen bei unterschiedlichen Spannungsverhältnissen zutrifft.

Für die Vorhersage von Lebensdauern zyklisch belasteter Komponenten weist der Unterschied der normierten Variationskoeffizienten zwischen Simulations- und experimentellen Ergebnissen darauf hin, dass aus Modellen ohne Kompensationsansätze, die externe Einflüsse miteinbeziehen, keine Zyklenzahlen bis zum Versagen exakt berechnet werden können. Eine vergleichbare Aussage zu Vorhersagemodellen für Materialermüdung wurde auch von Schütz formuliert [100]. Dies mündet in der Notwendigkeit zur Kalibrierung eines jeden Vorhersagemodells an Lebensdauern, die in Experimenten bestimmt werden müssen. Eine solche Kalibrierung ist auch für das hier entwickelte Modell notwendig und wird nach der vollständigen Modellherleitung in Abschnitt 4.6.2 thematisiert.

In diesem Teil wurde gezeigt, dass die Erwartungs- und Varianzwerte, welche aus den Extremwertverteilungen der akkumulierten plastischen Dehnung der Simulationen ermittelt wurden, qualitativ den Verlauf des normierten Variationskoeffizienten zyklischer Experimente entsprechen. Somit sind auch die Parameter der Extremwertverteilung A und B aufgrund der Gleichungen 4.15 und 4.16 für eine solche Abbildung geeignet. Diese Parameter stellen in der Arbeit die verwendeten statistischen Indikatorparameter für die Vorhersage der Zeitfestigkeit und der zyklischen Rissfortschrittsgeschwindigkeit dar.

4.5 Modellierung der Ermüdungsrissinkubation

Das Modell zur Vorhersage der Zeitfestigkeit und der Rissfortschrittsgeschwindigkeit besteht aus einer Basis- und einer Extrapolationsgleichung. Die Basisgleichung wird aus einem Ermüdungsrissinkubationsmodell hergeleitet, das die Zyklenzahl bis zur Initiierung eines mikrostrukturell kurzen Risses berechnet. Die Inkubation eines solchen Risses findet in der Regel in der Mikrostruktur an Grenzflächen im Gefüge statt. Solche Grenzflächen können durch Korngrenzen, Einschlüsse und Poren gebildet werden. Obwohl die makroskopische Belastung bei einem typischen Ermüdungsversuch für die Bestimmung der Zeitfestigkeit in der Regel unterhalb der Streckgrenze zu reversiblen Materialverhalten führt, d.h. die Probe bei Entlastung in den Ausgangszustand zurückkehrt, finden auf der Ebene lokal aufgelöster Mikrostruktur Verfestigungsreaktionen statt. Träger dieser lokalen Verfestigung ist die Versetzungsakkumulation entlang aktivierter Gleitsysteme von optimal zur makroskopischen Belastung orientierten Körnern. Über das Ausbilden von persistenten Gleitbändern im Korn und Ex- bzw. Intrusionen [101] an der Grenzfläche entsteht ein wachstumsfähiger, mikrostrukturell kurzer Riss [102]. Tanaka und Mura [79] haben ein Kriterium für die Quantifizierung der Zyklenzahl der Inkubation vorgeschlagen, das auf der Ausbildung eines Ermüdungsrisses durch die genannten Mechanismen beruht und die Energie für ihre Entstehung aus der plastischen Dehnung ableitet:

$$N_{inc} (\Delta \varepsilon^p)^2 = \frac{\alpha_p}{d_{gr}}, \quad (4.19)$$

$\Delta \varepsilon^p$ ist die äquivalente plastische Dehnung des Materialvolumens nach einem Belastungszyklus. Üblicherweise wird ein solcher Wert in Simulationen ermittelt, in welchen mehrere stabilisierte Belastungszyklen berechnet werden, sodass über die Anzahl an Zyklen der Dehnungswert gemittelt werden kann. Dieser Wert stellt eine makroskopische Entität dar, die vorerst für den Gebrauch auf mikrostruktureller Ebene nur begrenzt einsetzbar ist. Der Parameter α_p ist die sogenannte Skalierungskonstante. Sie hat die Einheit μm -Zyklus. Dieser Parameter dient im vollständigen Extrapolationsmodell zur Annäherung der Simulationsdaten an die Ergebnisse aus den Kalibrierungsexperimenten. Die Notwen-

digkeit dazu wurde im vorherigen Abschnitt 4.4.2 bei der Herleitung der statistischen Indikatorparameter erläutert. Der Parameter d_{gr} ist die mittlere Korngröße des Materials in μm .

Der makroskopisch plastische Dehnungswert $\Delta\varepsilon^P$ ist als Mittelwert über ein begrenztes Materialvolumen zu verstehen. Für die Ermüdungsrissinkubation ist hingegen der lokale maximale Wert der plastischen Dehnung relevant, wie es Murakami mit seinen Gedanken über die Extremwertverteilungen von Singularitäten im Gefüge als entscheidend für die Lebensdauer formuliert hat. So führt eine Berechnung mit $\Delta\varepsilon^P$ tendenziell zu hohen Zyklenzahlen für die Inkubation eines Risses.

Ein verbesserter Vorschlag ist von Shenoy et al. [80] gemacht worden. Dort wird für die Berechnung der Inkubation der Extremwert der akkumulierten plastischen Dehnung pro Belastungszyklus verwendet, der über die Korngröße gemittelt wird. Sowohl dieser Parameter als auch die Korngröße des betreffenden Kornes werden in CP-FEM-Simulationen an einem RVE ermittelt. Dieser Ansatz stellt eine phänomenologische Verbesserung der Gleichung dar, hat aber einen entscheidenden Nachteil. Die Zyklenzahl für die Inkubation ist prägnant von der Mikrostruktur des RVEs abhängig. Unterschiedliche RVEs führen, wie in Abbildung 4.18 gezeigt, zu unterschiedlichen Werten von $P_{mps,n}$. Unter der Voraussetzung, dass das RVE genau jene Mikrostruktur des kritisch belasteten Volumenbereichs aus einer real existierenden Probe abbildet, kann ein solcher Ansatz sicherlich zu brauchbaren Ergebnissen führen. Doch ist es nicht ohne Weiteres möglich vor dem zyklischen Testen einer Probe den kritischen Bereich in der Mikrostruktur zerstörungsfrei in einer solchen Qualität aufzulösen, dass eine übereinstimmende FEM-Darstellung der betroffenen Mikrostruktur für die Berechnung der Lebensdauer vorliegt. Vielmehr muss auch dieser Ansatz insoweit verändert werden, dass ein repräsentativer Extremwert von $P_{mps,n}$ das mittlere plastische Verhalten bei der Ermüdungsrissinkubation beschreibt:

$$\Delta P_{mps,mv,i} = \frac{\sum_n^k P_{mps,n}}{kN}. \quad (4.20)$$

Darin entspricht der Index n der laufenden Nummerierung der RVEs, k ist die maximale Anzahl an RVEs in einem Set und N ist die Zyklenzahl, bei welcher alle $P_{mps,n}$ -Werte eines Sets ermittelt wurden.

Wird Gleichung 4.19 nach N_{inc} aufgelöst und $\Delta\varepsilon_{mps,n}$ durch $\Delta P_{mps,mv,i}$ ersetzt, ergibt sich die folgende Inkubationsgleichung:

$$N_{inc,i} = \frac{\alpha_p}{d_{gr}(\Delta P_{mps,mv,i})^2}. \quad (4.21)$$

Die Gleichung weist eine Abhängigkeit der Inkubationszyklenzahl von der mittleren Korngröße auf. Das Resultat der Berechnung eines Simulationssets i zeigt, dass die Zyklenzahl bei einer großen mittleren Korngröße geringer als bei einer kleineren mittleren Korngröße des Gefüges ist. Der Grund hierfür ist im Stand der Technik erläutert worden und entspricht dem erwarteten Verhalten polykristalliner Materialien. Wie in Tabelle 4.5 darge-

Tabelle 4.5: Durchschnittswerte der korngroßengemittelten Extremwerte der akkumulierten plastischen Dehnung pro Zyklus $\Delta P_{mps,mv,i}$ der Simulationssets i für unterschiedliche Spannungsamplituden und -verhältnisse

$i = \sigma_{a,i}$	$\Delta P_{mps,mv,i}$						
$R = -1,0$	$\times 10^4$	$R = -0,1$	$\times 10^4$	$R = 0,1$	$\times 10^4$	$R = 0,9$	$\times 10^4$
402,00	1,8676	66,00	0,4697	259,65	2,6124	15,00	2,3453
440,00	2,0392	220,00	1,5662	265,50	2,6713	20,00	3,1280
450,00	2,0882	275,00	1,9576	270,00	2,7166	25,00	3,9105
460,00	2,1226	330,00	2,3490	283,50	2,8525	30,00	4,6928
$p_1 =$	$5,8543 \times 10^{-7}$	$p_1 =$	$3,9140 \times 10^{-7}$	$p_1 =$	$4,5126 \times 10^{-7}$	$p_1 =$	$7,7819 \times 10^{-7}$
$p_2 =$	0,9616	$p_2 =$	1,0000	$p_2 =$	1,0005	$p_2 =$	1,0008

stellt, ist der Parameter $\Delta P_{mps,mv,i}$ in seiner Höhe abhängig von der Spannungsamplitude und dem Spannungsverhältnis des Simulationssets i . Er ist proportional zum Erwartungswert bzw. B_i aus Tabelle 4.4. Bei gleichem Spannungsverhältnis ist bei einer hohen Spannungsamplitude $\Delta P_{mps,mv,i}$ größer als bei einer niedrigen, sodass die Inkubationszyklenzahl bei einem hohem σ_a niedriger als bei kleinen Amplituden ist. Diese Abhängigkeit entspricht dem Materialverhalten unter zyklischer Belastung. Wie bei der Analyse von A_i und B_i kann auch dieser Parameter durch eine Potenzfunktion in Abhängigkeit der Spannungsamplitude interpoliert werden. Die Parameter der Funktionen sind in Tabelle 4.5 mit p_1 und p_2 abgebildet.

Zusammenfassend ist festzuhalten, dass die Basis des Extrapolationsansatzes auf einem Modell beruht, das für die Berechnung der Zyklenzahl der Ermüdungsrissinkubation genutzt wird. Das ursprüngliche Modell beinhaltete in seiner Konzeption einen makroskopischen plastischen Dehnungsparameter, der jedoch zu hohe Zyklenzahlen vorhersagte. Im weiteren Verlauf wurde die Formel mit lokalen Extremwerten der plastischen Dehnung berechnet, die jedoch nicht repräsentativ für das Kontinuum des Materials stehen können. Die finale und im weiteren Verlauf verwendete Abwandlung der Formel beinhaltet den mittleren Extremwert der korngroßengemittelten akkumulierten plastischen Dehnung aller RVEs aus einem Simulationsset. In die Gleichung geht die mittlere Korngröße des Materials hinein. Darüber hinaus beinhaltet sie einen Parameter, der an Daten aus zyklischen Experimenten kalibriert werden muss. Dieser Parameter wird Skalierungskonstante genannt.

4.6 Extrapolationsansatz zur Berechnung der Zeitfestigkeit

In diesem Abschnitt wird auf Grundlage der Basisgleichung ein Extrapolationsansatz vorgestellt, mit welchem die Zeitfestigkeit berechnet werden kann. Nach der Herleitung des Ansatzes folgt die Kalibrierung der Skalierungskonstanten. Schließlich wird eine Sensitivitätsanalyse durchgeführt, um die verschiedenen Einflussfaktoren auf das Modell zu identifizieren und zu charakterisieren.

4.6.1 Herleitung des Ansatzes

Unmittelbar nach der Ermüdungsrissinitiierung folgt das mikrostrukturelle Risswachstum. Diese Phase ist dadurch gekennzeichnet, dass in einem lokalen Plastizitätsfeld in der Größenordnung eines oder weniger Körner ein wachstumsfähiger Riss vorliegt. Dieser entwickelt sich in Richtung des Wirkungsbereichs der Scherspannung, die von der kristallographischen Orientierung der betroffenen Körner abhängig ist. Das Wachstum eines solchen Risses ist durch die Einflussnahme der Mikrostruktur gekennzeichnet. Beispielsweise kann ein solcher Riss an Korngrenzen zu ungünstig orientierten benachbarten Körnern

für sehr viele Zyklenzahlen im Wachstum stagnieren. Aufgrund des großen Verhältnisses des plastischen Bereichs vor der Risspitze zur Länge des Risses wird das Wachstum eines solchen Risses mit dem J-Integral aus der elastisch-plastischen Bruchmechanik berechnet. Erreicht der Riss jedoch eine bestimmte Länge, die je nach Literaturquelle mit drei bis acht Korngrößendurchmesser angegeben wird, dann wechselt der Wachstumsmechanismus von der Mikrostruktur- zur Geometrieabhängigkeit, sodass das Wachstum durch den zyklischen Spannungsintensitätsfaktor der linear elastischen Bruchmechanik beschrieben werden kann.

Die Gleichung für die Berechnung der Zeitfestigkeit wurde auf Basis von Überlegungen zum Modell von Musinski et al. [98] entwickelt. Im Folgenden soll diese Entwicklung dargestellt werden. Die Entstehung und das Wachstum eines Ermüdungsrisses kann in Phasen aufgeteilt werden, die additiv die Gesamtlebensdauer ergeben.

$$N_{tot} = N_{inc} + N_{msc} + N_{lc}. \quad (4.22)$$

Der Parameter N_{tot} ist die Gesamtzyklenzahl bis zum Versagen eines zyklisch belasteten Bauteils. Bis zu 10 % der Lebensdauer wird für die Ermüdungsrissinkubation N_{inc} veranschlagt. Bis zu 90 % der Lebensdauer N_{msc} ist durch das Wachstum mikrostrukturell kurzer Risse gekennzeichnet, die von der Mikrostruktur beeinflusst werden. Die restliche Lebensdauer N_{lc} , die auch das Versagen der Probe beinhaltet, ist in einer Größenordnung von bis zu 10 % angesiedelt und kann über die Anwendung bruchmechanischer Konzepte bestimmt werden.

Die Berechnung der Ermüdungsrissinkubation erfolgt in Musinskis Modell nach Shenoy et al. [80]. In jener Publikation wird für die Berechnung des Wachstums mikrostrukturell kurzer Risse folgende Formel vorgeschlagen:

$$\frac{da}{dN} = A_{FS} \tau_y \Delta \Gamma_{max}(x) a, \quad (4.23)$$

wobei A_{FS} ein Fittingparameter für die Anwendung des Fatemi-Socie Ermüdungsindikators ist. Der Parameter τ_y ist die kritische resultierende Schubspannung für polykristalline

Materialien. Der Parameter $\Delta\Gamma_{max}(x)$ ist der maximale Fatemi-Socie Ermüdungsindikator im Umkreis x vom Ort der Ermüdungsrissinitiation. Schließlich beschreibt der Parameter a die Länge des mikrostrukturell kurzen Risses. Die Integration dieser Gleichung hat als untere Grenze die Ausgangsrisslänge a_j , welche die Risslänge unmittelbar nach der Inkubation ist, und als obere Grenze die Risslänge a_{lc} , ab welcher der mikrostrukturell kurze Riss ein langer Riss wird. Für den zweiten Summanden N_{msc} liefert die Integration Gleichung 4.24.

$$N_{msc}(a_j \rightarrow a_{lc}) = \frac{\ln\left(\frac{a_j}{a_{lc}}\right)}{A_{FS} \tau_y \Delta\Gamma_{max}(a_j \rightarrow a_{lc})}. \quad (4.24)$$

Shenoy et al. empfehlen für die Kalibrierung des Fittingparameters A_{FS} einen erstaunlichen Ansatz. Unter der Annahme, dass der Summand N_{lc} aus Gleichung 4.22 eine zu vernachlässigende Rolle spielt, soll A_{FS} so kalibriert werden, dass $N_{inc} = N_{msc}$ entspricht. Wenn dies der Fall ist, dann resultiert Gleichung 4.22 in die triviale Form:

$$N_{tot} = N_{inc}(1 + 1). \quad (4.25)$$

Eine solche Gleichung ist außerstande eine vernünftige Abschätzung der Lebensdauer zu liefern, was auch der Grund dafür sein könnte, weshalb die Autoren eine solche Berechnung nicht durchgeführt haben. Jedoch inspiriert diese banal erscheinende Gleichung zur Überlegung, ob nicht der Summand N_{msc} doch noch von der Rissinkubation beeinflusst wird. Immerhin liegt die Vermutung nahe, dass ein mikrostrukturell kurzer Riss nach der Inkubation, die sich durch lokale plastische Reaktionen entlang von persistenten Gleitbändern im Volumen auszeichnet, entlang dieser plastifizierten Pfade entwickelt und wächst. Unter der Annahme der fehlenden Barrierewirkung von mikrostrukturellen Hindernissen beim Wachstum des Ermüdungsrisses ist die folgende Gleichung in dieser Arbeit entwickelt worden:

$$N_{tot,i} = N_{inc,i} \left(1 + \frac{\sum_i^N (A_i B_i)^u \sigma_{a,i}}{(A_i B_i)^u \sum_i^N \sigma_{a,i}} \right). \quad (4.26)$$

In diesem Ansatz werden die Skalenparameter A_i und Ortsparameter B_i der Extremwertverteilungen aus den Histogrammen der korngößengemittelten Maximalwerte der akkumulierten plastischen Dehnung $P_{mps,n}$ der Simulationssets i verwendet. Der Exponent u ist eine Fittingkonstante und muss genauso wie der Parameter α_p aus der Basisgleichung 4.21 an Daten aus dem Experiment angenähert werden. Der Parameter $\sigma_{a,i}$ ist die Spannungsamplitude des Simulationssets i . Die Summenzeichen definieren die Addition über die Anzahl N aller berechneten Simulationssets i , sodass beide Summen des Bruchs gemeinsam das gewichtete arithmetische Mittel bilden.

Dieser Bruch extrapoliert die Zyklenzahl der Rissinitiierung hin zur finalen Lebensdauer einer Komponente und verwendet hierfür Parameter, die die Auswirkung der statistischen Variabilität der Mikrostruktur beinhalten. Aus diesem Grund wird der Ausdruck 4.26 Extrapolationsgleichung genannt und verbindet somit die mikrostrukturelle Betrachtungsebene mit der makroskopischen Komponentenebene. Aufgrund der fehlenden Berücksichtigung der Barrierewirkung der Mikrostruktur beim Übergang von Kurz- zu Langrisswachstum ist das Modell auf die Vorhersage der Zyklenzahl bis zum Bruch im Zeitfestigkeitsbereich beschränkt.

Unter der Voraussetzung, dass die Parameter A_i , B_i und $\Delta P_{mps,mv,i}$ aus stetigen Funktionen berechnet werden können, kann Gleichung 4.26 in eine Integrale Form überführt werden. Hierzu bedarf es einer Festlegung von sinnvollen Integrationsgrenzen in der Gleichung für den Ersatz der Summen durch Integrale. Da die Belastungen für die Bestimmung der Zeitfestigkeit und der Rissfortschrittsrate zwingend unterhalb der Streckgrenze des Materials liegen, bietet sich diese als obere Grenze an. Als untere Grenze wird null MPa angenommen:

$$N_{tot}(\sigma_a) = \frac{\alpha_p}{d_{gr} (\Delta P_{mps,mv}(\sigma_a))^2} \left[1 + \frac{\int_0^{R_e} (A(\sigma_a) B(\sigma_a))^u \sigma_a d\sigma_a}{(A(\sigma_a) B(\sigma_a))^u \int_0^{R_e} \sigma_a d\sigma_a} \right]. \quad (4.27)$$

Mit den Potenzfunktionen der jeweiligen numerischen Inputparameter aus Tabellen 4.4 und 4.5 ergibt sich die folgende Gleichung:

$$N_{tot}(\sigma_a) = \frac{\alpha_p}{d_{gr} \left(p_1 \left(\frac{2\sigma_a}{1-R} \right)^{p_2} \right)^2} \left[1 + \left(\frac{\frac{a_1 b_1}{a_2 u + b_2 u + 2} (R_e)^{a_2 u + b_2 u + 2}}{0,5 (R_e)^2} \right) \cdot \left(\frac{1}{a_1 \left(\frac{2\sigma_a}{1-R} \right)^{a_2 u} b_1 \left(\frac{2\sigma_a}{1-R} \right)^{b_2 u}} \right) \right]. \quad (4.28)$$

Nachfolgend wird die Kalibrierung der Skalierungskonstanten und die Validierung des Modells in der Summenform an Gleichung 4.26 vorgenommen. Anschließend wird die integrale Form validiert. Über diese Vorgehensweise sollen Vor- und Nachteile beider Gleichungen identifiziert werden.

4.6.2 Kalibrierung der Skalierungskonstanten

Bei der Herleitung der statistischen Indikatorparameter in Abschnitt 4.4.2 wurde begründet, dass Mikrostruktursimulationen nur über die Anpassung an Daten aus Experimenten in die Lage versetzt werden können, makroskopisches Komponentenverhalten abzubilden, da sie zwingend extrinsische Einflussfaktoren mitberücksichtigen müssen. In Basisgleichung 4.21 und in der Extrapolationsgleichung 4.26 wurden die Skalierungskonstanten α_p und u eingeführt, die über eine geeignete Kalibrierung die extrinsischen Einflüsse kompensieren sollen.

Die Kalibrierung der Skalierungskonstanten für die Vorhersage des Ermüdungsverhaltens im Bereich der Zeitfestigkeit bedarf weniger Zeitfestigkeitsdaten aus Experimenten. Jeweils fünf Proben auf zwei Belastungshorizonten bei lediglich einem Spannungsverhältnis müssen mindestens geprüft werden. Hierfür wurden aus dem ferritisch-perlitischen Stahl 38MnSiV5 gekerbte Rundzugproben mit einem Kerbfaktor von $K_t = 1,45$ hergestellt, die aus der Radiusmitte des Rundstabs entnommen wurden. Abbildung 4.24 zeigt die entsprechende technische Zeichnung der Probengeometrie. Durchgeführt wurden die Versuche auf einer horizontalen, servo-hydraulischen 60 kN Prüfmaschine der Firma Schenck. Die sinusförmige Belastungsamplitude hatte eine Frequenz von 35 Hz und das Span-

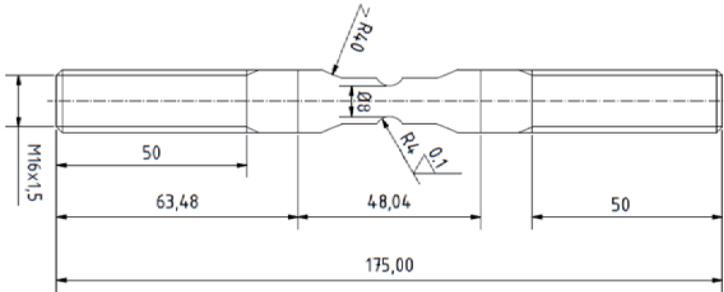


Abbildung 4.24: Gekerbte Rundzugprobe mit einem Kerbfaktor von $K_t = 1,45$ für zyklische Experimente

nungsverhältnis war $R = -1$. Jeweils fünf Proben wurden mit einer nominellen Belastungsamplitude von 330, 350 und 370 MPa zyklisch bis zum Bruch belastet. Die Auswertung der Ergebnisse erfolgte mit Hilfe des Gauss'schen Wahrscheinlichkeitsnetzes. Hierdurch konnte die 10, 50 und 90 %ige Bruchwahrscheinlichkeit ermittelt werden. Die Ergebnisse sind in Tabelle 4.6 aufgelistet. Da die RVEs mit einer Spannungsamplitude belastet

Tabelle 4.6: Zyklenzahlen der korrespondierenden Bruchwahrscheinlichkeiten bei drei Lasthorizonten für die Zeitfestigkeitsbestimmung bei $R = -1$ des ferritisch-perlitischen Stahls 38MnSiV5

Spannungsamplitude		Bruchwahrscheinlichkeit		
Nominal σ_a [MPa]	Lokal σ_a [MPa]	10 %	50 %	90 %
330	478,5	400.000	950.000	2.500.000
350	507,5	330.000	560.000	1.000.000
370	536,5	170.000	260.000	430.000

werden, die der Amplitude im kritischen Bereich der Probe entspricht, müssen die Skalierungskonstanten an die lokalen Spannungsamplituden der Experimente kalibriert werden. Über die Multiplikation der nominalen Spannungsamplitude mit dem Kerbfaktor K_t werden sie berechnet und geben die höchste Spannung im Kerbgrund der Probe an. Es wird angenommen, dass diese Spannungsüberhöhung im Kerbgrund zur kritischen Ermüdungsrissinitiierung führt, die für die Lebensdauer der Probe entscheidend ist. Mit diesen dort vorherrschenden Spannungsamplituden werden die RVEs in den Simulati-

onsets belastet, um die Parameter A_i , B_i und $\Delta P_{mps,mv,i}$ berechnen zu können. Hier finden die Potenzfunktionen aus den jeweiligen Tabellen 4.4 und 4.5 ihre Anwendung. Wird die lokale Spannungsamplitude aus den Experimenten in die Funktionen eingesetzt, können korrespondierende Werte für die Berechnung des Modells ermittelt werden, wie in Tabelle 4.7 aufgelistet. Mit diesen Inputparametern können die Basisgleichung 4.21

Tabelle 4.7: A_i , B_i und $\Delta P_{mps,mv,i}$ für die Berechnung der Basis- und der Extrapolationsgleichung, welche aus den zugehörigen Potenzfunktionen in Abhängigkeit der Spannungsamplitude berechnet wurden

$i = \sigma_{a,i}$	A_i $\times 10^{-3}$	B_i $\times 10^{-3}$	$\Delta P_{mps,mv,i}$ $\times 10^{-4}$
$R = -1$			
478,5	2,7628	2,2475	2,2096
507,5	2,9303	2,3790	2,3383
536,5	3,0978	2,5103	2,4666

und die Extrapolationsgleichung 4.26 berechnet und die Skalierungskonstanten kalibriert werden. Die numerisch berechneten Zyklenzahlen bis zum Bruch sind in Tabelle 4.8 exemplarisch für drei Fälle aufgelistet, in welchen die Skalierungskonstanten variiert wurden. Die Ergebnisse der Berechnung sind in Abbildung 4.25 zu sehen. Auf der Ordinate zeigt

Tabelle 4.8: Berechnung der Zyklenzahl bis zum Bruch auf Grundlage numerischer RVE-Simulationen mit unterschiedlichen Skalierungskonstanten

Spannungsamplitude	1. Fall: $\alpha_p = 0,052$ $u = 9$		2. Fall: $\alpha_p = 0,52$ $u = 9$		3. Fall: $\alpha_p = 0,052$ $u = 30$	
	Lokal σ_a [MPa]	N_{inc}	N_{tot}	N_{inc}	N_{tot}	N_{inc}
478,5	253.578	1.020.898	2.535.778	10.208.976	253.578	61.254.397
507,5	226.448	468.245	2.264.478	4.682.450	226.448	1.917.872
536,5	203.496	284.743	2.034.964	2.847.427	203.496	260.739

sie die lokale Spannungsamplitude, auf der Abszisse die Zyklenzahl bis zum Bruch in logarithmischer Skalierung. Die Ergebnisse aus den zyklischen Experimenten sind mit quadratischen Symbolen unterschiedlicher Farbe dargestellt. Die Zyklenzahlen mit einer 10 %igen Bruchwahrscheinlichkeit sind in rot, die 50 %igen in schwarz und die 90 %igen in blau abgebildet. Die inter- und extrapolierten Ergebnisse aus den numerischen Berechnungen sind als Linien dargestellt. Die volle schwarze Linie stellt die beste Annäherung

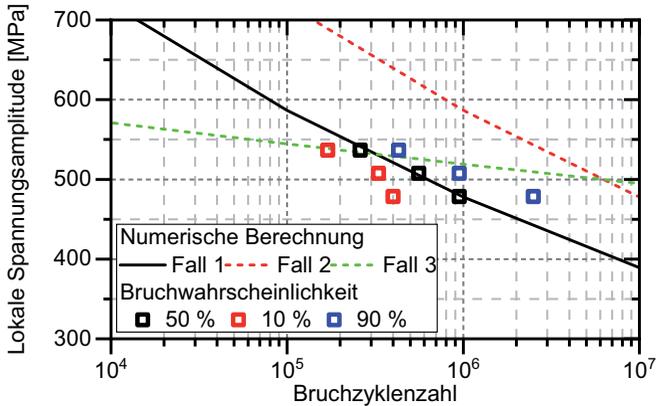


Abbildung 4.25: Darstellung des Einflusses der Kalibrierung der Skalierungsparameter α_p und u auf die numerische Zeitfestigkeitsberechnung und ausgewertete Lebensdauern aus Zeitfestigkeitsexperimenten für den Stahl 38MnSiV5 mit einem R -Wert von -1

an die 50 %ige Bruchwahrscheinlichkeit der ausgewerteten Ergebnisse aus dem Experiment dar. Hierbei haben die Skalierungsparameter die Werte $\alpha_p = 0,052$ und $u = 9$. Sie sind in Tabelle 4.8 unter Fall 1 aufgelistet. Die beiden weiteren Fälle sind als gestrichelte Linien dargestellt und sollen die Sensitivität der Skalierungskonstanten verdeutlichen. Ausgehend vom ersten Fall führt eine Erhöhung von α_p zu einer parallelen Verschiebung der numerischen Ergebnisse im logarithmischen Plot hin zu höheren Lebensdauern, was der rot gestrichelten Linie und Fall 2 entspricht. Eine Erhöhung von u führt zu einer Rotation gegen den Uhrzeigersinn um das arithmetische Mittel der numerischen Ergebnisse herum. Dies wird durch die grün gestrichelte Linie dargestellt, welche den Ergebnissen von Fall 3 entspricht.

Die Skalierungskonstanten aus Fall 1 mit den zugehörigen Potenzfunktionen aus den Tabellen 4.4 und 4.5 können nun für die Vorhersage der Zeitfestigkeit für unterschiedliche Spannungsverhältnisse verwendet werden.

4.6.3 Sensitivität des Zeitfestigkeitsmodells

Die Summenfunktion in der Extrapolationsgleichung 4.26 ist abhängig von den zur Verfügung stehenden Simulationssets und kann sehr sensitiv auf Variationen reagieren. Die Summenfunktion im Zähler der Gleichung besteht aus den statistischen Indikatorparametern A_i und B_i , wie auch der zugehörigen Spannungsamplitude des Simulationsset i . Im Nenner beinhaltet die Summenfunktion ausschließlich die Spannungsamplitude. Das Berechnen der Simulationssets ist zeitlich aufwendig, sodass eine Auswahl getroffen werden muss, mit welchen Spannungsamplituden und bei welchen R -Werten die Sets berechnet werden sollen. Diese Sets können in ihre Anzahl, in ihrer Spannungsdifferenz zueinander und in der Höhe ihrer Spannungsamplitudenniveaus variieren. In Abbildung 4.26 sind alle drei Fallunterscheidungen dargestellt und werden im Folgenden diskutiert.

Abgebildet ist ein Wöhlerdiagramm mit der lokalen Spannungsamplitude als Ordinate und der Zyklenzahl in logarithmierter Skalierung als Abszisse. Alle Fälle wurden mit den kalibrierten Skalierungsparametern $\alpha_p = 0,052$ und $u = 9$ berechnet. Fall 1 ist mit schwarzen quadratischen Symbolen dargestellt und entspricht der kalibrierten Lösung aus Abbildung 4.25. Diese Ergebnisse sollen als Anker für die Einschätzung der Ergebnisse der nachfolgenden Fälle dienen.

Die Auswirkung der Anzahl an Summanden in der Extrapolationsgleichung wird in den Fällen 4.1 und 4.2 dargestellt. Fall 4.1 ist mit zwei Summanden bei Spannungsamplituden von $\sigma_a = 454$ und 536 MPa berechnet worden. Fall 4.2 ist mit den gleichen Summanden wie im Standardfall zuzüglich eines weiteren Summanden mit $\sigma_a = 454$ MPa berechnet worden. Beide Fälle liegen in einer guten Näherung zum Fall 1 und können sicherlich über eine marginale Änderung der Skalierungskonstanten bessere Kalibrierungsergebnisse erzielen.

Unter sonst gleichen Bedingungen zu Fall 1 sind die Fälle 5.1 und 5.2 hinsichtlich der Differenz ihrer Spannungsamplituden zueinander variiert worden. In Fall 5.1 wurden die Parameter für die Berechnung der Extrapolationsgleichung bei $\sigma_a = 534, 535$ und 536 MPa ermittelt. Bei Fall 5.2 sind es $\sigma_a = 336, 436$ und 536 MPa. Die Datenpunkte liegen in einer guten Näherung zum Standardfall. Es müssen hier jedoch zwei Punkte erwähnt wer-

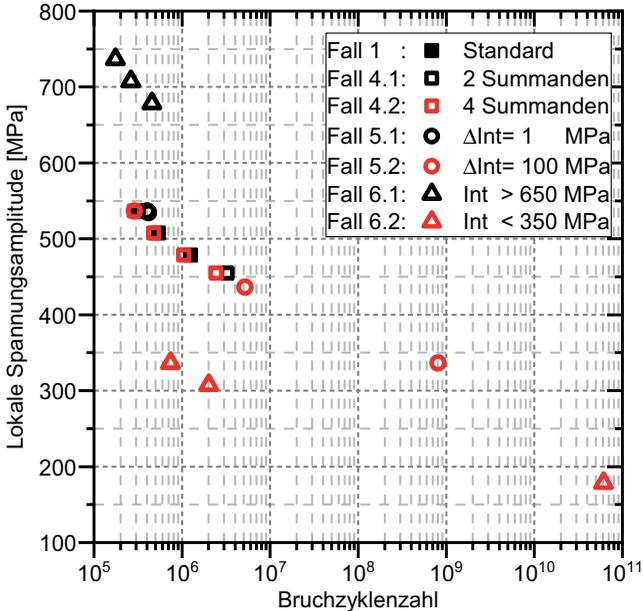


Abbildung 4.26: Sensitivitätsanalyse der Extrapolationsgleichung hinsichtlich Fall 4: Anzahl der Summanden in den Summenfunktionen, Fall 5: Differenz der Spannungsamplituden der einzelnen Summanden zueinander, Fall 6: Absolute Spannungshöhe der Summanden bei gleicher Spannungsdifferenz

den. Aufgrund der kleinen Intervalle in Fall 5.1 ist kein wirklicher Verlauf der Zeitfestigkeitsgrade zu erkennen, da die Spannungsamplituden sehr nah beieinander liegen. Eine Schlussfolgerung, respektive Extrapolation der Zeitfestigkeit auf andere Spannungsamplituden, kann auf dieser Grundlage zu irreführenden Ergebnissen führen. Fall 5.2 weist bei 336 MPa eine Zyklenzahl von 10^9 auf. Das Ergebnis befindet sich in einem Lebensdauerbereich, der nicht mehr mit konventioneller zyklischer Prüfung verifiziert werden kann. Dementsprechend muss auch ein solcher Wert stets hinterfragt werden.

Die Fälle 6.1 und 6.2 unterscheiden sich in den Niveaus der Spannungsamplituden. In Fall 6.1 befinden sie sich im Bereich oberhalb der Streckgrenze des Materials und weisen

trotzdem eine Lebensdauer von 100.000 bis 500.000 Zyklen auf. Teilweise überschneidet sich die Zyklenzahl mit den Ergebnissen aus Fall 1, wobei die Spannungsamplitude um 300 MPa erhöht ist. Für Fall 6.2 gilt Ähnliches. Hier ist das Niveau der Spannungsamplituden im Bereich unterhalb der angenommenen Dauerfestigkeit. Sie wird bei einem R -Wert von -1 bei einer Spannungsamplitude erwartet, die heuristisch bei der Hälfte der Zugfestigkeit des Materials liegt. Auch in diesem Fall überschneiden sich die Ergebnisse mit dem Standardfall, jedoch bei einer um 300 MPa geringeren Spannungsamplitude. Eine Variation der Skalierungskonstanten kann zu keiner zufriedenstellenden Kalibrierung des Modells führen, da das Lasthorizontverfahren keine Ergebnisse für diese Extrembereiche bereitstellen kann. Das bedeutet für die Anwendung der Extrapolationsgleichung, dass Simulationen von Sets mit Spannungsamplituden oberhalb der Streckgrenze oder unterhalb der vermuteten Dauerfestigkeit für die Berechnung der Zeitfestigkeit zu vermeiden sind. Als Empfehlung für die Wahl der Simulationssets kann der Rat gegeben werden, die Auswahl der Spannungsamplituden so zu treffen, wie es auch bei der Auswahl der Lasthorizonte für die Ermittlung der Zeitfestigkeit im Experiment getan wird. Hierbei werden Spannungsamplituden unterhalb der Streckgrenze mit einer Spannungsdifferenz von ca. 20 bis 30 MPa auf drei bis fünf Spannungshorizonten gewählt.

4.7 Extrapolationsansatz zur Berechnung der Rissfortschrittsgeschwindigkeit

In diesem Abschnitt wird auf Grundlage der Basisgleichung ein Extrapolationsansatz vorgestellt, mit welchem die zyklische Rissfortschrittsgeschwindigkeit berechnet werden kann. Nach der Herleitung des Ansatzes folgt die Kalibrierung der Skalierungskonstanten. Schließlich wird eine Sensitivitätsanalyse durchgeführt, um die verschiedenen Einflussfaktoren auf das Modell zu identifizieren und zu charakterisieren.

4.7.1 Herleitung des Ansatzes

Die zyklische Rissfortschrittsgeschwindigkeit ist ein wichtiger Parameter für die Abschätzung der Lebensdauer von rissbehafteten Bauteilen. Sie basiert, gemäß der Annahmen der linear elastischen Bruchmechanik, auf der Präexistenz eines kritisch langen Risses im Bauteilvolumen mit einer im Verhältnis zur Risslänge kleinen plastischen Zone vor der Risspitze. Unter diesen Annahmen entwickelt sich ein Riss getrieben von der aufgebrachten Kraft, der Geometrie des belasteten Bauteils und der Länge des betrachteten Risses. Diese drei Parameter werden in der Definition des zyklischen Spannungsintensitätsfaktors ΔK zusammengefasst. Die zyklische Rissfortschrittsgeschwindigkeit basiert auf der Längenänderungsmessung eines Risses in Abhängigkeit der Zyklenzahl und der Berechnung des korrespondierenden ΔK -Faktors in Abhängigkeit der Probengeometrie. Das in Kapitel 4.6.1 vorgestellte und kalibrierte Zeitfestigkeitsmodell, welches aus der Basis- und der Extrapolationsgleichung besteht, berechnet die Zyklenzahl bis zum Versagen einer Probe in Abhängigkeit der Spannungsamplitude und der statistischen Variabilität der Mikrostruktur. Wenn für die Kalibrierung des Modells Risslängen bei festgelegten Zyklenzahlen statt der Zyklenzahlen bis zum Versagen der Probe benutzt werden, kann das Zeitfestigkeitsmodell so umformuliert werden, dass die zyklische Rissfortschrittsgeschwindigkeit vorhergesagt werden kann. Dies soll im Folgenden erläutert werden.

Bei der experimentellen Ermittlung der Rissfortschrittsgeschwindigkeit wird angenommen, dass ein wachstumsfähiger Riss in der Probe vorliegt. Eine vergleichbare Ausgangssituation muss in der Konstruktion des Modells geschaffen werden. In Gleichung 4.22 ist die Zyklenzahl bis zum Bruch als Summe der Zyklen unterschiedlicher Mechanismen der Ermüdungsrissausbreitung definiert. Wird diese Gleichung mit der Extrapolationsgleichung 4.26 verglichen, kann festgestellt werden, dass der Summand, der das arithmetische Mittel beinhaltet, die Summe aus N_{msc} und N_{Ic} ist. Dieser Summand wird für die Berechnung der zyklischen Rissfortschrittsgeschwindigkeit verwendet, da im Modell für die Berechnung der Zeitfestigkeit keine Barrierewirkung der Mikrostruktur gegen Rissausbreitung implementiert ist. Dies entspricht den Wachstumsmechanismen des Risses in den zyklischen Rissfortschrittsuntersuchungen und kann durch die folgende Gleichung

berechnet werden:

$$\frac{da}{dN} = \frac{a_i}{N_{inc,i} \cdot \frac{\sum_i^N (A_i B_i)^n \sigma_{a,i}}{(A_i B_i)^n \sum_i^N \sigma_{a,i}}}. \quad (4.29)$$

Für die Berechnung der Gleichung ist es wichtig, dass die verwendete Risslänge a_i aus dem Versuch mit der Spannungsamplitude $\sigma_{a,i}$ am RVE korrespondiert. Es wird angenommen, dass sich das RVE im Ligament immer unmittelbar vor der Risspitze befindet. Ein wachsender Riss reduziert die Querschnittfläche eines Bauteils und erhöht bei einer konstanten Kraftamplitude die nominelle Spannungsamplitude im Ligament. So wird die Abhängigkeit zwischen der Länge des Risses und der vorhandenen Spannungsamplitude, die auf das RVE wirkt, hergestellt. Diese Verbindung wird über die Berechnung des zyklischen Spannungsintensitätsfaktors ΔK geschaffen und wurde bereits im Grundlagenkapitel in Gleichung 2.8 eingeführt. Die Spannungsamplitude im Ligament berechnet sich aus der Weite W der Probe mit der angelegten Spannungsschwingspielbreite:

$$\sigma_{a,i} = \frac{0,5W\Delta\sigma}{W - a_i}. \quad (4.30)$$

Für die Berechnung des korrespondierenden ΔK für das RVE muss die aufgebrachte Spannungsschwingspielbreite aus Gleichung 2.8 auf die Belastung im Ligament angeglichen werden. Mit der Definition des Skalierungsfaktors F ergibt sich für die Berechnung des zyklischen Spannungsintensitätsfaktors des RVEs die folgende Gleichung:

$$\Delta K_{RVE,eff,i} = F\Delta K_i = \left(\frac{W}{W - a_i} \right) \Delta\sigma \sqrt{\pi a_i} f \left(\frac{a_i}{W} \right). \quad (4.31)$$

Bei der Ermittlung der Rissfortschrittsgeschwindigkeit treten abhängig vom R -Wert Riss-schließeffekte auf. Bei diesem Effekt kommt es zu einer Verlangsamung des Risswachstums aufgrund von mehreren Faktoren. Am wahrscheinlichsten ist die Ausbildung plastischer Verformung an der Risspitze aufgrund des Aufeinanderstoßens der Rissflanken bei der zyklischen Belastung. Dieser Einfluss erhöht den Widerstand vor der Risspitze, sodass eine weitere Schädigung vor ihr mit einer geringeren Fortschrittsrate stattfindet

und sich somit verlangsamt auf die Rissfortschrittsgeschwindigkeit auswirkt.

Die RVEs in Kombination mit dem CP-Modell erzeugen Ergebnisse ohne Riss schließen, weil kein Risswachstum modelliert wird, sodass die Werte, die mit ihrer Hilfe ermittelt werden, konservativ sind. Über das sogenannte Rissöffnungsverhältnis U kann eine Verbindung zwischen der zyklischen Spannungsintensität ohne und mit Einbezug des Riss schließeffekts auch in den RVEs berechnet werden:

$$U = \frac{\Delta K_{eff}}{\Delta K} = \frac{\Delta K_{RVE,eff,i}}{\Delta K_{RVE,i}}. \quad (4.32)$$

Der materialabhängige Parameter U kann empirisch ermittelt werden. Schließlich ergibt sich für die zyklische Spannungsintensität unter Berücksichtigung des Riss schließeffekts folgende Gleichung für die RVEs:

$$\Delta K_{RVE,i} = \frac{\Delta K_{RVE,eff,i}}{U} = \frac{F}{U} \Delta K_i. \quad (4.33)$$

Gleichung 4.33 versetzt das kalibrierte Modell in die Lage mit zyklischen Rissfortschrittsgeschwindigkeiten aus dem Experiment verglichen werden zu können. Die Kalibrierung der Skalierungskonstanten erfolgt an Rissfortschrittsversuchen bei lediglich einem festgelegten Spannungsverhältnis.

4.7.2 Kalibrierung der Skalierungskonstanten

Die Kalibrierung des Extrapolationsansatzes zur Ermittlung der zyklischen Rissfortschrittsgeschwindigkeiten erfolgt an der experimentell ermittelten Rissfortschrittskurve für das Material 38MnSiV5 bei einem Spannungsverhältnis von $R=0,1$. Die verwendete Proben geometrie ist eine sogenannte M(T)-Probe, die sich durch eine zweiseitige Kerbe in der Probenmitte auszeichnet. Abbildung 4.27 zeigt die technische Zeichnung der verwendeten Probengeometrie. Das Anwendungsfeld dieser Geometrie zeichnet sich dadurch aus, dass sie sowohl für positive als auch für negative Spannungsverhältnisse verwendet werden kann. Darüber hinaus eignet sie sich im besonderen Maß für die Ermittlung der Rissfortschrittsgeschwindigkeit mit der elektrischen Potentialmethode, da für die Umrechnung

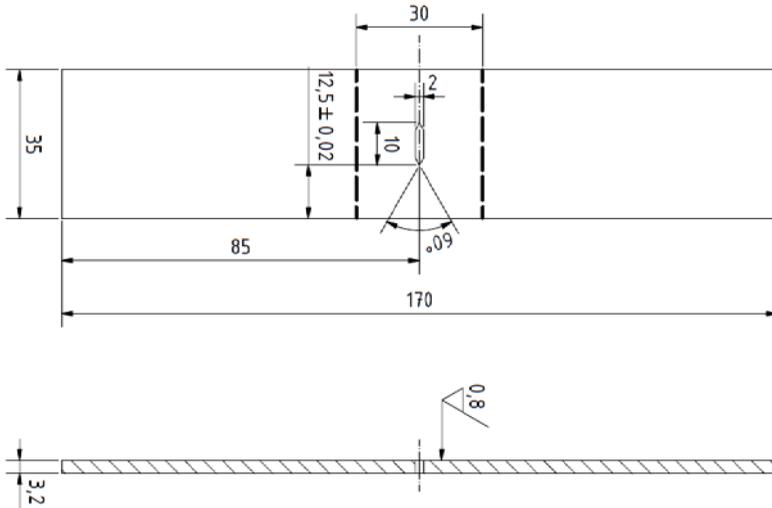


Abbildung 4.27: Technische Zeichnung der M(T)-Probengeometrie für die Ermittlung der zyklischen Rissfortschrittsgeschwindigkeit

von Potential in Risslänge eine analytische Lösung vorhanden ist, die keine Kalibrierung benötigt.

Es wurden jeweils drei Versuche mit unterschiedlichen Kraftschwingspielbreiten an der servohydraulischen 60 kN Prüfmaschine bei 35 Hz durchgeführt. Die Potentialeinleitung erfolgte über Kupferklemmen. Die Potentialabgriffe wurden in jeweils 5 mm Entfernung vom Ligament an der Probenmittellinie per Punktschweißverfahren angebracht. Die Klemmbacken, in welchen die Proben axial ausgerichtet montiert wurden, sind über Isolationsplatten elektrisch von der Prüfmaschine entkoppelt worden.

Das Einschwingen eines wachstumsfähigen Risses wurde nicht durchgeführt. Stattdessen wurde eine alternative Vorgehensweise gewählt, die die effektivere Ausnutzung des Ligaments für die Datenerhebung ermöglichte. Über die Druckzonen-Prozedur wurden vor den Kerbspitzen der Proben Druckeigenstressungen eingebracht. Hierfür wurde jede Probe für jeweils eine Millionen Zyklen bei einem sehr hohen Spannungsverhältnis von $R=20$ im elastischen Bereich belastet. Über das Einbringen einer definierten scharfen

Kerbe im Kerbgrund mit einer Rasierklinge entsteht unmittelbar aus dem Kerbgrund ein wachstumsfähiger Riss. Die Druckeigenspannungen führen dazu, dass die Rissflanken des entstehenden Risses in der Anfangsphase bis circa 200 µm Risslänge maximal geöffnet bleiben.

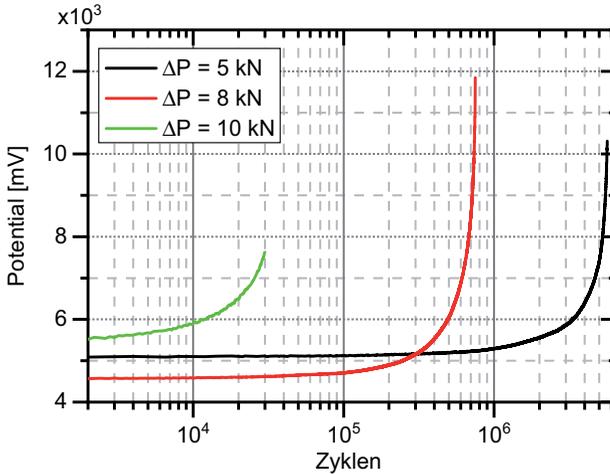


Abbildung 4.28: Potentialverläufe der Rissfortschrittsexperimente mit $R= 0,1$ bei unterschiedlichen Kraftschwingspielweiten ΔP

Abbildung 4.28 zeigt die Potentialverläufe der durchgeführten zyklischen Rissfortschrittsversuche mit unterschiedlichen Kraftschwingspielweiten ΔP in Abhängigkeit der Zyklenzahl. Mit zunehmender Zyklenzahl nimmt das Potential progressiv steigend zu.

Alle Potentialverläufe sind mit Formel 4.34 in die zur Zyklenzahl korrespondierenden Risslängen umgerechnet worden:

$$a_i = \frac{W}{\pi} \text{COS}^{-1} \left[\frac{\text{COSH} \left(\frac{\pi}{W} Y_0 \right)}{\text{COSH} \left[\frac{V_i}{V_0} \text{COSH}^{-1} \left[\frac{\text{COSH} \left(\frac{\pi}{W} Y_0 \right)}{\text{COSH} \left(\frac{\pi}{W} a_0 \right)} \right] \right]} \right], \quad (4.34)$$

V_0 entspricht hierbei dem Abstand der Potentialabgriffe vom Ligament. Der Parameter V_0 ist das Potential in Millivolt am Anfang des Versuchs und V_i ist das Potential nach einer Zyklenzahl von N_i während des Versuchs. Die Ausgangsrisslänge ist a_0 und entspricht der Hälfte der Länge der Kerbe und, falls vorhanden, zuzüglich des eingeschwungenen Risses.

Die Berechnung des zyklischen Spannungsintensitätsfaktors erfolgt über die folgende Gleichung 4.35:

$$\Delta K_i = \frac{\Delta P}{B} \sqrt{\frac{\pi a_i}{W^2} \text{sec} \left(\frac{\pi a_i}{W} \right)}, \quad (4.35)$$

a_i ist die Summe aus Riss- und Kerblänge. Der Parameter ΔP ist nach ASTM [20] in Abhängigkeit des Spannungsverhältnisses definiert.

$$\text{Für negative } R\text{-Werte gilt: } \Delta P = P_{max}. \quad (4.36)$$

$$\text{Für positive } R\text{-Werte gilt: } \Delta P = P_{max} - P_{min}. \quad (4.37)$$

Hierbei ist P_{max} die maximale und P_{min} die minimale Kraft eines sinusförmigen Kraftverlaufs.

Abbildung 4.29 zeigt die in den Experimenten ermittelte Rissfortschrittskurve für $R=0,1$. Auf der Ordinate ist die Rissfortschrittsgeschwindigkeit in mm/Zyklus aufgetragen. Auf der Abszisse ist der zyklische Spannungsintensitätsfaktor in $\text{MPa}\sqrt{\text{m}}$ aufgetragen. Über den stetigen Bereich ab 10^{-6} mm/Zyklus wurde eine Regressionsanalyse durchgeführt, die zur Ermittlung der Parameter der Paris-Erdogan Gleichung führt.

Sie lautet für das Spannungsverhältnis von $R=0,1$:

$$\frac{da}{dN} = 8,33 \cdot 10^{-10} \Delta K^{3,67}. \quad (4.38)$$

Für die numerische Ermittlung der zyklischen Rissfortschrittsgeschwindigkeit muss die angelegte Kraftschwingspielweite ΔP und eine Auswahl an Risslängen a_i festgelegt werden,

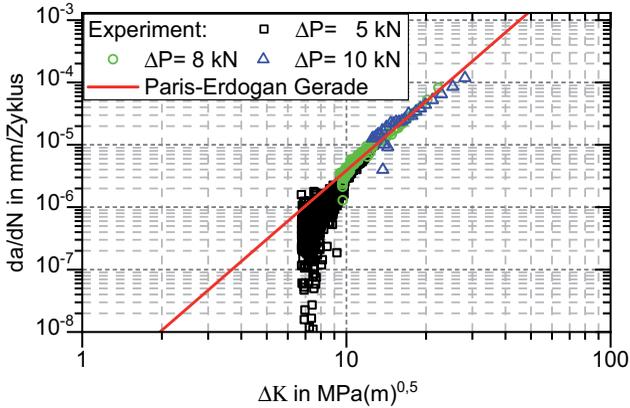


Abbildung 4.29: Im Experiment bestimmte Rissfortschrittskurve für $R=0,1$ bei unterschiedlichen Kraftschwingspielweiten ΔP mit korrespondierender Paris-Erdogan Gerade

um nach Gleichung 4.33 die RVE-spezifischen $\Delta K_{RVE,i}$ Werte berechnen zu können.

$$\Delta K_{RVE,i} = \frac{1}{U} \left(\frac{W}{W - 2a_i} \right) \frac{\Delta P}{B} \sqrt{\frac{\pi a_i}{W^2} \sec \left(\frac{\pi a_i}{W} \right)}. \quad (4.39)$$

Für die Berechnung des Rissöffnungsverhältnisses U wird eine Gleichung für mittelfeste Stähle in Abhängigkeit des R -Werts verwendet [26]:

$$U = \frac{1}{1,5 - R}. \quad (4.40)$$

Die auf das RVE wirkende Spannungsamplitude wird in Anbetracht der R -Wert abhängigen Definition von ΔP wie folgt berechnet:

$$\sigma_{a,i} = \frac{0,5 P_{max}(1 - R)}{(W - 2a_i)B}. \quad (4.41)$$

Mit den Werten der Spannungsamplitude in Abhängigkeit der Risslänge können die Parameter des Extrapolationsansatzes aus den jeweiligen Potenzfunktionen der Tabellen 4.4

und 4.5 berechnet werden. Die daraus berechneten Werte sind für eine Kraftschwingspielbreite von $\Delta P= 10$ kN in Tabelle 4.9 aufgelistet.

Tabelle 4.9: Parameter für die numerische Berechnung der Rissfortschrittsgeschwindigkeit bei $R= 0,1$ mit $\Delta P= 10$ kN

R -Wert	a_i [mm]	$\sigma_{a,i}$ [MPa]	$\Delta K_{RVE,i}$ [MPa \sqrt{m}]	A_i $\times 10^{-4}$	B_i $\times 10^{-4}$	$\Delta P_{mps,mv,i}$ $\times 10^{-5}$
0,1	5	62,5	23,1	1,2423	1,0508	3,4672
0,1	7	74,4	34,4	1,8004	1,5136	4,0421
0,1	9	91,9	52,1	2,8229	2,3557	4,8682
0,1	11	120,2	84,3	4,9963	4,1303	6,1644

Anschließend müssen die Skalierungskonstanten an die im Experiment ermittelte Rissfortschrittsgerade nach Paris-Erdogan kalibriert werden. Die numerisch bestimmten Geraden sind mit drei unterschiedlichen Parametersätzen der Skalierungskonstanten berechnet worden und können Tabelle 4.10 entnommen werden. Sowohl die im Experiment ermittelte

Tabelle 4.10: Berechnung der zyklischen Rissfortschrittsrate auf Grundlage der Ergebnisse in Tabelle 4.9 mit unterschiedlichen Skalierungskonstanten

Zyklischer Spannungsintensitätsfaktor	1. Fall: $\alpha_p= 5 \times 10^{-5}$ $u= 1$	2. Fall: $\alpha_p= 5 \times 10^{-4}$ $u= 1$	3. Fall: $\alpha_p= 5 \times 10^{-5}$ $u= 10$
$\Delta K_{RVE,i}$ [MPa \sqrt{m}]	da/dN [mm/Zyklus]	da/dN [mm/Zyklus]	da/dN [mm/Zyklus]
23,1	$6,81 \times 10^{-5}$	$6,81 \times 10^{-6}$	$1,50 \times 10^{-15}$
34,4	$2,71 \times 10^{-4}$	$2,71 \times 10^{-5}$	$4,50 \times 10^{-12}$
52,1	$1,23 \times 10^{-3}$	$1,23 \times 10^{-4}$	$6,28 \times 10^{-8}$
84,3	$7,49 \times 10^{-3}$	$7,49 \times 10^{-4}$	$1,02 \times 10^{-2}$

Paris-Erdogan Gerade als auch die drei unterschiedlichen Geraden aus den numerischen Berechnungen sind in Abbildung 4.30 abgebildet. Es ist zu erkennen, dass der erste Fall mit den Skalierungskonstanten $\alpha_p= 5 \times 10^{-5}$ und $u= 1$ die beste Näherung an die experimentell ermittelte Gerade darstellt. In Fall 2 führt eine Erhöhung von α_p um eine Zehnerpotenz zu einer Parallelverschiebung der Geraden hin zu niedrigeren Fortschrittsraten. In Fall 3 wird der Parameter u um eine Zehnerpotenz erhöht und führt zu einer Erhöhung der Steigung der Geraden im doppelt-logarithmischen Raum. Es stellt sich hierbei heraus,

dass sich die Skalierungskonstanten in ähnlicher Art und Weise bei einer Änderung des jeweiligen Parameters verhalten wie im Extrapolationsansatz zur Berechnung der Zeitfestigkeit.

Die nachfolgende Sensitivitätsanalyse und Validierung des Extrapolationsansatzes für die Berechnung der zyklischen Rissfortschrittsgeschwindigkeit wird mit den Skalierungskonstanten des ersten Falles durchgeführt.

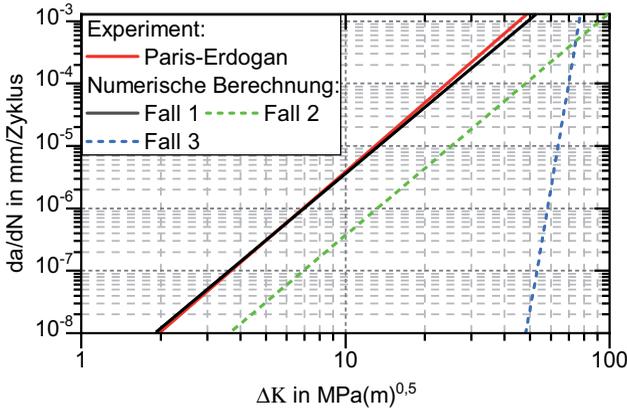


Abbildung 4.30: Ermittelte Paris-Erdogan Gerade aus dem Experiment und numerisch berechnete Geraden für drei unterschiedliche Kombinationen an Skalierungskonstanten (siehe Tabelle 4.10) für den R -Wert 0,1

4.7.3 Sensitivität des zyklischen Rissfortschrittsmodells

Die Anwendung der Extrapolationsgleichung 4.29 kann hinsichtlich der Summanden im gewichteten Mittel, hinsichtlich des Inkrements der Risslänge und schließlich hinsichtlich der aufgebracht Kraftschwingspielbreite ΔP sehr unterschiedliche Lösungen liefern. Ausgehend von einem Standardfall, der dem ersten Fall aus Abbildung 4.30 entspricht, sind die drei Einflussfaktoren variiert und die zugehörigen Rissfortschrittsraten berechnet worden. Sie sind in Abbildung 4.31 in einem doppelt-logarithmischen Rissfortschrittsdiagramm dargestellt.

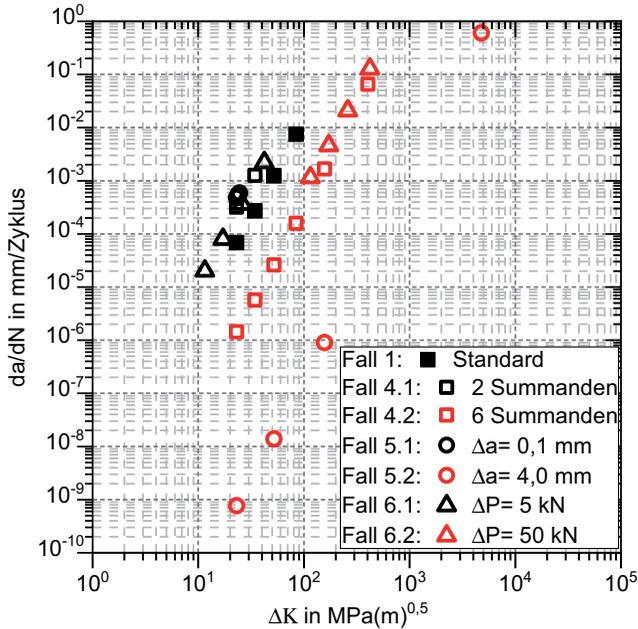


Abbildung 4.31: Sensitivitätsanalyse der Extrapolationsgleichung hinsichtlich Fall 4: Anzahl der Summanden in den Summenfunktionen, Fall 5: Differenz der Risslänge für die Berechnung der einzelnen Summanden zueinander, Fall 6: Höhe der aufgetragenen Kraftschwingung ΔP

In Fall 4 ist die Anzahl der Summanden in der Extrapolationsgleichung variiert worden. Ausgehend vom Standardfall wurde in Fall 4.1 die Anzahl auf zwei reduziert, hingegen in Fall 4.2 auf sechs erhöht. In Fall 4.1 ist eine Parallelverschiebung hinsichtlich höherer Geschwindigkeiten zu erkennen, die sich jedoch nur marginal vom Standardfall unterscheiden. Entgegengesetzt führt die Berechnung mit sechs Summanden zu niedrigeren Wachstumsraten. Der Unterschied zum Standardfall beträgt hier fast schon zwei Zehnerpotenzen.

In Fall 5 wurde das Inkrement der Risslänge bei der Berechnung verändert. Verglichen zum Standardfall, in welchem das Inkrement $\Delta a = 2 \text{ mm}$ war (siehe Tabelle 4.9), wurde

in Fall 5.1 Δa auf 0,1 mm reduziert. Dieses Inkrement entspricht der erforderlichen optischen Auflösung der Messung des Risswachstums nach ASTM E647. Auch hier ist eine moderate Erhöhung der Rissfortschrittsgeschwindigkeit zu sehen. Fall 5.2 weist ein Risslängeninkrement von 4 mm auf. Hier ist eine deutliche Reduktion der Rissfortschritttrate von fünf Zehnerpotenzen zu sehen.

Schließlich ist in Fall 6 die aufgebrauchte Kraftschwingspielbreite variiert worden. In Fall 6.1 ist ΔP verglichen zum Standardfall auf 5 kN halbiert worden. Es ist auch hier eine marginale Erhöhung der Rissfortschritttrate zu sehen. In Fall 6.2 ist ΔP auf 50 kN erhöht worden. Hierdurch ist die Rissfortschritttrate um nicht mal eine Zehnerpotenz reduziert worden.

Zusammenfassend kann festgestellt werden, dass alle Änderungen zu einer Parallelverschiebung der zyklischen Rissfortschrittsraten führen. Es hat sich gezeigt, dass die Erhöhung des Risslängeninkrements die größte Auswirkung auf die numerischen Ergebnisse hatte. Hingegen hat die aufgebrauchte Kraftschwingspielweite die geringste Auswirkung. Die Änderung der Anzahl an Summanden scheint sich intermediär auszuwirken. Aus dem ASTM Standard für die Ermittlung der zyklischen Rissfortschrittsgeschwindigkeit kann ein Gültigkeitsbereich für Rissfortschrittskurven abgeleitet werden, der in der numerischen Berechnung für die Festlegung der jeweiligen drei unterschiedlichen Parameter herangezogen werden kann. Zum einen handelt es sich dabei um den Schwellenwert für Langrisswachstum, der mit einer Rissfortschrittsgeschwindigkeit von $da/dN = 1 \times 10^{-8}$ mm/Zyklus definiert ist und sich üblicherweise durch ein ΔK von weniger als $10 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$ auszeichnet. Dieser Wertebereich darf mit der Konstellation der drei Parameter nicht unterschritten werden, sodass insbesondere sehr große Risslängeninkremente nicht ausgewählt werden sollten. Vielmehr kann hier der Ratschlag gegeben werden sich bezüglich der Auswahl von Δa auf die ASTM zu stützen und das Inkrement auf 0,1 mm festzulegen. Die dadurch leichte Erhöhung der Rissfortschrittsgeschwindigkeit kann über eine höhere Anzahl an Summanden und schließlich über die Veränderung der Skalierungskonstante α_p kompensiert werden.

5 Modellvalidierung

Im vorherigen Kapitel wurde sowohl ein Modell zur Vorhersage der Zeitfestigkeit als auch zur zyklischen Rissfortschrittsgeschwindigkeit eingeführt und alle notwendigen Voraussetzungen für ihre Anwendung erläutert. Beide Modelle benötigen eine Kalibrierung von Skalierungskonstanten, die den Skalensprung von der mikrostrukturellen Betrachtungsebene auf die makroskopische Komponentenebene ermöglichen. Dies ist notwendig, um die extrinsischen Einflussfaktoren auf die Ermüdungseigenschaften mitzuberechnen, die nicht in den RVEs abgebildet werden.

Im Folgenden sollen beide Modelle anhand Daten aus Experimenten validiert werden. Die Validierung soll zeigen, dass die kalibrierten Modelle sinnvolle Lösungen für unterschiedliche Anwendungsfälle im Rahmen ihrer Definitionen liefern. Für das Zeitfestigkeitsmodell wurden sowohl Zeitfestigkeits- als auch Dauerschwingfestigkeitsexperimente bei unterschiedlichen Spannungsverhältnissen durchgeführt. Das Modell für die numerische Bestimmung der zyklischen Rissfortschrittsgeschwindigkeit wird an Paris-Erdogan Geraden validiert, die im Experiment bei unterschiedlichen Spannungsverhältnissen ermittelt wurden.

Nach der Validierung beider Modelle werden zusätzliche Untersuchungen und Rechnungen vorgestellt, die offene Punkte des Modells veranschaulichen sollen.

5.1 Validierung des Zeitfestigkeitsmodells

In Abschnitt 4.6.2 wurden die experimentellen Untersuchungen für die Kalibrierung des Modells an Zeitfestigkeitsdaten erläutert. Dabei wurden an drei Lasthorizonten mit einem Spannungsverhältnis von $R = -1$ jeweils fünf Proben mit einem Kerbfaktor von $K_t = 1,45$ bis zum Bruch zyklisch bei 35 Hz belastet. Für die Validierung wurde darüber hinaus die Dauerefestigkeit nach dem Treppenstufenverfahren ermittelt. Hierfür sind 14 Proben getestet

worden. Die Grenzwahrscheinlichkeit wurde auf $N_G = 5 \times 10^6$ festgelegt. Die äquidistanten Stufen der Spannungsamplitude waren 10 MPa. In Kapitel 2.3.2 ist das ausgefüllte Auswertungstableau der Testreihe in Tabelle 2.3 gezeigt. Die Auswertung erfolgte nach Dixon und Mood [18] und ergibt eine Dauerfestigkeit mit 10 % Bruchwahrscheinlichkeit $\sigma_{D,P_B=10\%}$ von 298,4 MPa, mit 50 % Bruchwahrscheinlichkeit $\sigma_{D,P_B=50\%}$ von 313,6 MPa und mit 90 % Bruchwahrscheinlichkeit $\sigma_{D,P_B=90\%}$ von 328,8 MPa nomineller Spannungsamplitude.

Des Weiteren wurde für die Validierung sowohl die Probenform als auch das Spannungsverhältnis variiert. Abbildung 5.1 zeigt die sanduhrförmige Probe, die aufgrund des großen Kerbradius als leicht gekerbt mit einem Kerbfaktor von $K_t = 1,02$ anzusehen ist. Diese Probengeometrie führt dazu, dass der Ermüdungsbruch im engsten Querschnitt vorzufinden ist, sodass der Versagensort in der Mitte der Probe erwartet werden kann. Die Versuche mit dieser Probengeometrie sind mit einem Spannungsverhältnis von $R = 0,1$ an der bereits erwähnten Prüfmaschine unter sonst gleichen Rahmenbedingungen durchgeführt worden. Belastet wurden jeweils fünf Proben bei nominellen Spannungsamplituden mit

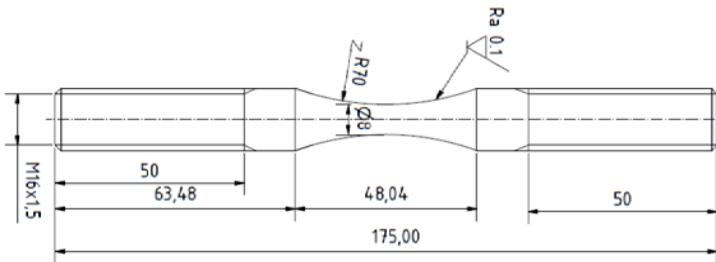


Abbildung 5.1: Sanduhrförmige Rundzugprobe mit einem Kerbfaktor von $K_t = 1,02$ für zyklische Experimente

261,0 MPa, 265,5 MPa und 270,0 MPa. Die Ergebnisse der Zeitfestigkeitsbestimmung können Tabelle 5.1 entnommen werden.

Die Dauerfestigkeit wurde für diese Versuchsreihe ebenfalls nach dem Treppenstufenverfahren ermittelt. Die Ergebnisse sind in Tabelle 5.2 aufgelistet. Werden die Parameter F,

Tabelle 5.1: Zyklenzahlen der korrespondierenden Bruchwahrscheinlichkeiten bei drei Lasthorizonten für die Zeitfestigkeitsbestimmung bei $R= 0,1$ des ferritisch-perlitischen Stahls 38MnSiV5 mit $K_t= 1,02$

Nominal σ_a [MPa]	Spannungsamplitude		Bruchwahrscheinlichkeit		
	Lokal σ_a [MPa]		10 %	50 %	90 %
261,0	266,2		490.000	680.000	850.000
265,5	270,8		200.000	450.000	740.000
270,0	275,4		180.000	350.000	540.000

Tabelle 5.2: Ergebnisse der zyklischen Tests für die Ermittlung der Dauerfestigkeit nach dem Treppenstufenverfahren für die sanduhrförmige Probengeometrie mit $K_t= 1,02$ und $R= 0,1$

Spannungsstufe	Spannungsamplitude [nominal]	Zyklenzahl															Anzahl		Wenn $\Sigma X < \Sigma O$, dann $F = \Sigma X$, andernfalls $F = \Sigma O$					
		X: Bruch, O: Durchläufer															X	O	f_i	$i \cdot f_i$	$i^2 \cdot f_i$			
i	σ_a	712.400	5 Mio.	783.600	5 Mio.	5 Mio.	607.600	515.400	546.200	5 Mio.	5 Mio.	5 Mio.	313.800	5 Mio.	5 Mio.	449.600								
4	270,0														X	1	0	1		4	16			
3	265,5					X						X		O		2	1	2		6	18			
2	261,0	X	X		O	X								O		3	3	3		6	12			
1	256,5		O		O			X								1	3	1		1	1			
0	252,0								O	O						0	1	0		0	0			
Summe: $\Sigma =$																	7	8	F=	7	A=	17	B=	47

A und B in die zugehörigen Formeln 2.2 bis 2.5 eingesetzt, so berechnet sich die Dauerfestigkeit mit 10 % Bruchwahrscheinlichkeit $\sigma_{D,PB=10\%}$ zu 257,2 MPa, mit 50 % Bruchwahrscheinlichkeit $\sigma_{D,PB=50\%}$ zu 265,2 MPa und mit 90 % Bruchwahrscheinlichkeit $\sigma_{D,PB=90\%}$ zu 273,2 MPa nomineller Spannungsamplitude.

Für die Berechnung der numerischen Ergebnisse werden die lokalen Spannungsamplituden aus der Zeitfestigkeitsermittlung bei $R= 0,1$ für die Bestimmung der Inputparameter des Zeitfestigkeitsmodells verwendet. Mit Hilfe der jeweiligen Potenzfunktionen aus Tabellen 4.4 und 4.5 können die Parameter A_i , B_i und $\Delta P_{mps,mv,i}$ in Abhängigkeit von $\sigma_{a,i}$ berechnet werden. Mit den bereits kalibrierten Skalierungskonstanten $\alpha_p= 0,052$ und $u= 9$, können die Basis- (4.21) und die Extrapolationsgleichung (4.26) berechnet werden. Alle angesprochenen Werte sind in Tabelle 5.3 aufgelistet. Abbildung 5.2 zeigt sowohl die im Experiment bestimmten als auch die numerisch berechneten Zeitfestigkeiten für das Spannungsverhältnis $R= 0,1$. Auf der Ordinate ist die lokale Spannungsamplitude und auf der Abszisse die Zyklenzahl in logarithmierter Skalierung abgetragen. Die jeweiligen Zy-

Tabelle 5.3: Parameter und Ergebnisse für die numerische Berechnung der Zeitfestigkeit mit $R=0,1$

$\sigma_{a,i}$ [MPa]	A_i $\times 10^{-3}$	B_i $\times 10^{-3}$	$\Delta P_{mps,mv,i}$ $\times 10^{-4}$	$N_{inc,i}$	$N_{tot,i}$
266,2	2,6988	2,1698	2,6124	172.591	552.102
270,8	2,7971	2,2475	2,7166	166.776	358.073
275,4	3,1032	2,4892	2,8525	161.249	258.795

klenzzahlen sind abhängig von ihrer Bruchwahrscheinlichkeit mit quadratischen Symbolen in unterschiedlichen Farben dargestellt. Die Ergebnisse der Dauerfestigkeitsbestimmung sind gesondert markiert worden. Die numerischen Ergebnisse sind extrapoliert worden und als schwarze Linie dargestellt. Im direkten Vergleich ist eine relativ große Abweichung

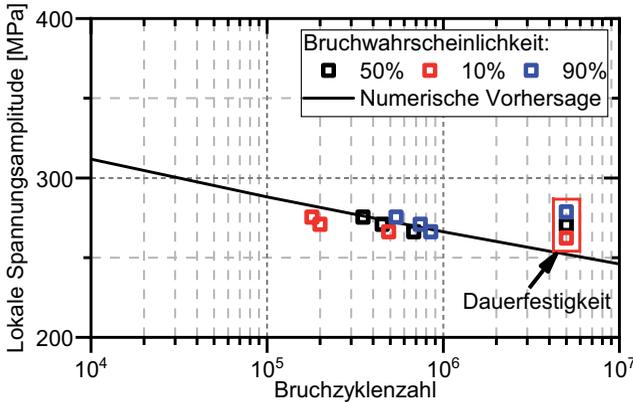


Abbildung 5.2: Validierung der numerischen Berechnung der Zyklenzahlen bis zum Bruch bei $R=0,1$ mit ermittelten Daten aus Zeitfestigkeits- und Dauerfestigkeitsuntersuchungen

der numerischen Ergebnisse mit der Dauerfestigkeit zu erkennen. Hierbei ist die Vorhersage bei 5 Millionen Zyklen um circa 20 MPa niedriger als $\sigma_{D,PB=50\%}$. Der Grund hierfür liegt in der Konzipierung des Modells. Ausgehend von den ermittelten Parametern nach nur wenigen simulierten Belastungszyklen wird über die Berechnung der Basis- und Extrapolationsgleichung mit Hilfe von Skalierungskonstanten die Zyklenzahl bis zum Bruch berechnet. Für die Bestimmung der Zeitfestigkeit ist dieses Konzept ausreichend, da im

Experiment Spannungsamplituden induziert werden, die mit sehr hoher Wahrscheinlichkeit noch vor dem Erreichen der Grenzschwingspielzahl zum Versagen der Proben führen, sodass von einer stetigen Schädigung des zyklisch belasteten Volumens ausgegangen werden kann. Im Bereich der Dauerfestigkeit kommt es nicht zwangsläufig dazu, dass induzierte Spannungsamplituden zu einem Versagen der Probe führen. Mikrostrukturell kurze Risse, die sich schon nach wenigen Zyklen in den Körnern an kritischen Stellen gebildet haben, werden durch Barrieren im Gefüge im Wachstum, unter Umständen bis zum Stillstand, gehindert. Das Wachstum der Risse kann als unstetig angesehen werden, was durch dieses Modell nicht abgebildet werden kann.

Die numerischen Ergebnisse liegen sehr nah an der 50 % Bruchwahrscheinlichkeit der Zeitfestigkeit. Die Skalierungskonstanten, die an den Ergebnissen der Versuchsreihe für $R = -1$ kalibriert wurden, führen dazu, dass für das Spannungsverhältnis $R = 0,1$ die Zeitfestigkeit in einer guten Genauigkeit angenähert wurde. Das Resultat der Validierung ist ein Argument für die Übertragbarkeit des kalibrierten Zeitfestigkeitsmodells auf weitere Spannungsverhältnisse. Dementsprechend kann über die Berechnung von Simulationssets bei unterschiedlichen R -Werten die Abhängigkeit der Mittelspannung auf die Lebensdauer numerisch abgeschätzt werden.

Abbildung 5.3 ist eine Darstellung aller numerischen und im Experiment ermittelten Ergebnisse. Als gestrichelte Linien sind die im Experiment ermittelten Wöhlerkurven mit einer Bruchwahrscheinlichkeit von 50 % für die Spannungsverhältnisse $R = -1$ und $R = 0,1$ abgebildet. Die korrespondierenden numerisch bestimmten Zeitfestigkeitsgeraden sind als volle Linien abgebildet. Zusätzlich sind für $R = -0,1$ und $R = 0,9$ numerisch bestimmte Zeitfestigkeitsgeraden in Abhängigkeit der lokalen Spannungsamplitude aufgetragen. Sie wurden mit Daten aus Tabelle 4.4, Tabelle 4.5 und den kalibrierten Skalierungsparametern berechnet. Die zwei zusätzlichen Zeitfestigkeitsgeraden ordnen sich gemäß der Mittelspannungsabhängigkeit der Zeitfestigkeit im Diagramm ein und entsprechen im Verlauf der Beobachtung von Radaj [27]. Mit zunehmendem Spannungsverhältnis nimmt sowohl die ertragbare Spannungsamplitude als auch die Steigung der Zeitfestigkeitsgeraden in einer logarithmischen Darstellung ab.

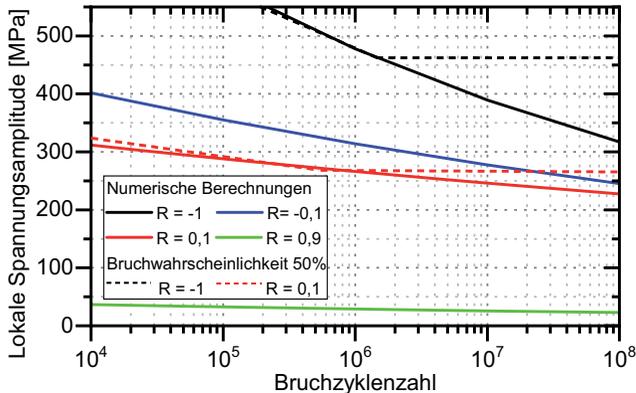


Abbildung 5.3: Numerisch und im Experiment ermittelte Wöhlerkurven bei unterschiedlichen R -Werten

Es konnte in diesem Validierungsabschnitt gezeigt werden, dass mit dem kalibrierten Zeitfestigkeitsmodell die Mittelspannungsabhängigkeit in einer außerordentlich guten Näherung abgebildet werden kann.

5.2 Validierung des zyklischen Rissfortschrittsmodells

Die Validierung des zyklischen Rissfortschrittsmodells erfolgt für den R -Wert von -1. Die verwendete Probengeometrie ist jene, die für die Kalibrierung bei $R = 0,1$ verwendet wurde und in Abbildung 4.27 dargestellt ist. Es sind jeweils drei Versuche mit unterschiedlichen Kraftschwingspielbreiten an der servohydraulischen 60 kN Prüfmaschine bei 35 Hz analog zu den Kalibrierungsexperimenten in Kapitel 4.7.2 durchgeführt worden.

Abbildung 5.4 zeigt die Potentialverläufe der durchgeführten zyklischen Rissfortschrittsversuche. Der Versuch mit $\Delta P = 5$ kN weist einen Sprung des Potentials nach 3000 Zyklen und anschließend einen degressiv fallenden Verlauf auf. Der Sprung ist auf eine Reduktion der Einspeisestromstärke zurückzuführen. Da sie zu einer Erhitzung der Probe führte, musste sie dementsprechend reduziert werden. Der anschließende degressive Verlauf ist

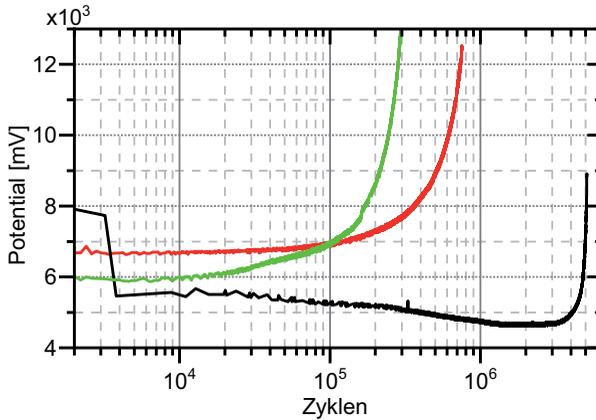


Abbildung 5.4: Potentialverläufe von Rissfortschrittsexperimenten bei unterschiedlichen Kraftschwingspielbreiten ΔP mit $R = -1$

auf die fallende Temperatur der Probe zurückzuführen. Dieser Versuch konnte jedoch ausgewertet werden, da erst nach sehr vielen Zyklen ein sichtbarer Riss entstanden ist. Der Potentialverlauf bis 1 Mio. Zyklen ist bei der Bestimmung der Rissfortschrittsgeschwindigkeit nicht mitberücksichtigt worden.

Alle Potentialverläufe wurden mit Formel 4.34 in die zur Zyklenzahl korrespondierenden Risslängen und Rissfortschrittsgeschwindigkeiten umgerechnet. Die Berechnung des zyklischen Spannungsintensitätsfaktors erfolgt über Gleichung 4.35.

Für die numerische Ermittlung der zyklischen Rissfortschrittsgeschwindigkeit wird die angelegte Kraftschwingspielweite auf $\Delta P = 10$ kN und das Risslängeninkrement Δa_i auf 2 mm festgelegt, um mit den Berechnungsparametern aus der Kalibrierung übereinzustimmen. Nach Gleichung 4.33 werden die RVE-spezifischen $\Delta K_{RVE,i}$ Werte berechnet. Die auf das RVE wirkende Spannungsamplitude wird nach Gleichung 4.41 berechnet. Alle ermittelten Parameter sind für dieses Spannungsverhältnis in Tabelle 5.4 aufgelistet, einschließlich der numerisch ermittelten Rissfortschrittsraten, die mit den kalibrierten Skalierungskonstanten $\alpha_p = 0,00005$ und $u = 1$ berechnet wurden.

Abbildung 5.5 zeigt die numerisch und die im Experiment ermittelte Rissfortschrittskur-

Tabelle 5.4: Parameter und Ergebnisse für die numerische Berechnung der zyklischen Rissfortschrittsgeschwindigkeit bei $R=-1$ mit $\Delta P= 10$ kN

R -Wert	a_i [mm]	$\sigma_{a,i}$ [MPa]	$\Delta K_{RVE,i}$ [MPa \sqrt{m}]	A_i $\times 10^{-4}$	B_i $\times 10^{-4}$	$\Delta P_{mps,mv,i}$ $\times 10^{-5}$	da/dN mm/Zyklus
-1	5	125,0	41,3	7,2133	5,7484	6,0781	$6,79 \times 10^{-4}$
-1	7	148,8	61,3	8,5878	6,2222	7,1874	$1,44 \times 10^{-3}$
-1	9	183,8	93,0	10,6094	7,4606	8,8068	$3,95 \times 10^{-3}$
-1	11	240,4	150,5	13,8754	9,3390	11,3983	$1,24 \times 10^{-2}$

ven für das Spannungsverhältnis $R=-1$ in einem doppelt-logarithmischen Diagramm. Auf der Ordinate ist die Rissfortschrittsgeschwindigkeit in mm/Zyklus aufgetragen. Auf der Abszisse ist der zyklische Spannungsintensitätsfaktor in $MPa\sqrt{m}$ aufgetragen. Über den

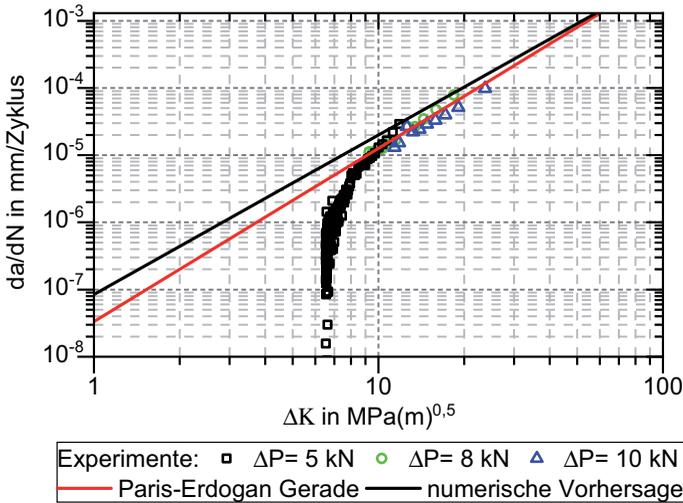


Abbildung 5.5: Numerisch und im Experiment bestimmte Rissfortschrittskurven für $R= -1$ bei unterschiedlichen Kraftschwingbreiten ΔP

stetigen Bereich ab $10 MPa\sqrt{m}$ wurde eine Regressionsanalyse an den Daten aus dem Experiment durchgeführt, die zur Ermittlung der Parameter der Paris-Erdogan Geraden

führt. Sie hat die Gleichung:

$$\frac{da}{dN} = 3,54 \cdot 10^{-8} \Delta K^{2,54}. \quad (5.1)$$

Werden die numerischen Ergebnisse mit den Daten aus dem Experiment verglichen, kann eine sehr gute Übereinstimmung festgestellt werden. Die Steigungen der Geraden und ihre Schnittpunkte mit der Ordinate entsprechen sich auffallend gut. Es kann hierdurch gezeigt werden, dass die Kalibrierung an Experimenten bei einem Spannungsverhältnis zu validen Vorhersagen für ein arbiträres Spannungsverhältnis führt, sodass die Mittelspannungsabhängigkeit vorhergesagt werden kann.

5.3 Untersuchung kritischer Modellbereiche

In der gesamten Vorstellung von der Erstellung der RVEs bis hin zu den Extrapolationsansätzen sind drei kritische Aspekte identifiziert worden, die einer weiteren Untersuchung bedürfen. Hierbei handelt es sich zum einen um die Auswirkung unterschiedlicher Parametersätze des konstitutiven Kristallplastizitätsmodells auf die Lösungen des Extrapolationsansatzes. Zum anderen wurde im Kapitel 4.6.1 eine integrale Form der Extrapolationsgleichung vorgestellt, welche ebenfalls hinsichtlich ihrer Lösungen untersucht werden muss. Schließlich erfordert die Kalibrierung der Skalierungskonstanten eine gesonderte Untersuchung in Bezug auf ihre Sensitivität in Abhängigkeit extrinsischer Einflussfaktoren.

5.3.1 Univozität des kalibrierten Kristallplastizitätsparametersatzes

In Kapitel 4.3.3 wurde ein konstitutives Kristallplastizitätsmodell an LCF-Versuchen kalibriert. Das Resultat dieser Kalibrierung waren zwei unterschiedliche Modellparametersätze, die in Tabelle 4.3 aufgelistet sind. In jenem Abschnitt wurde eine vorläufige Begründung für die Verwendung des ersten Parametersatzes für die Berechnung der Ermüdungseigenschaften gegeben, die mit der Rechenlaufzeit einher geht. Obwohl die Parameter

des zweiten Satzes zum größten Teil physikalisch begründet werden können, erforderte eine Berechnung auf dieser Basis das Hundertfache an Rechenzeit im Vergleich zum ersten. Um die Auswirkung des zweiten Parametersatzes auf die Berechnungen im Modell zu überprüfen, sind ebenfalls für die Spannungsverhältnisse $R = -1$ und $0,1$ Simulationen durchgeführt worden. Anstelle der 94 RVE-Simulationen eines Sets sind nur 47 RVEs pro Set auswertbar gewesen, da die übrigen RVEs während der Simulation abgebrochen sind. Schließlich erfolgt eine Gegenüberstellung der numerischen Ergebnisse auf Basis des ersten und des zweiten Parametersatzes, auf welcher in der anschließenden Diskussion die Frage erörtert werden soll, ob es für die Anwendung des hier vorgestellten Modells einen eindeutigen Kristallplastizitätsparametersatz gibt.

Tabelle 5.5 zeigt die berechneten Inputparameter des Extrapolationsansatzes für zwei Spannungsverhältnisse, die auf Grundlage des zweiten CP-Parametersatzes ermittelt wurden.

Tabelle 5.5: Parameter A_i , B_i und $\Delta P_{mps,mv,i}$ aus RVE-Simulationen unterschiedlicher Sets auf Grundlage des zweiten CP-Parametersatzes aus Tabelle 4.3 für die Berechnung der Zeitfestigkeit

$\sigma_{a,i}$	A_i	B_i	$\Delta P_{mps,mv,i}$
$R = -1,0$	$\times 10^{-2}$	$\times 10^{-2}$	$\times 10^{-2}$
402,0	3,1205	4,3740	1,0782
440,0	3,1296	6,0295	1,6062
460,0	3,1394	7,2841	1,9883
$R = 0,1$	$\times 10^{-3}$	$\times 10^{-3}$	$\times 10^{-3}$
198,0	8,5248	8,2757	1,7875
202,5	8,8660	9,0385	1,9963
207,0	9,1685	9,9014	2,2419

Auf Basis dieser Inputparameter wurde die Kalibrierung für die numerische Bestimmung der Zeitfestigkeit und die Validierung in gleicher Weise, wie in Kapitel 4.6.2 und 5.1 beschrieben, vorgenommen. Die numerischen Ergebnisse sind in Abbildung 5.6 zu sehen. Sie zeigt die Ergebnisse der Zeitfestigkeits- und Dauerfestigkeitsexperimente mit quadratischen Symbolen. Die schwarzen Symbole stehen für die Ergebnisse der Ermittlung mit einem R -Wert von -1 und die roten für die Ermittlung mit $0,1$. Sowohl die schwarze als auch die rote Linie sind die numerischen Ergebnisse, die mit dem ersten CP-Parametersatz und

den Skalierungskonstanten $\alpha_p = 0,052$ und $u = 9$ ermittelt wurden. Die schwarz und die rot gepunktete Linie sind mit dem zweiten CP-Parametersatz und veränderten Skalierungskonstanten ermittelt worden. Sie haben die Werte $\alpha_p = 2600$ und $u = 4$. Die Steigung der Ergebnisse für den R -Wert -1 sind unterschiedlich. Die Ergebnisse des zweiten Parametersatzes führen in diesem Fall zu einem Verlauf, der eine geringere Steigung im Vergleich zum ersten aufweist. Im anderen Fall ist die Steigung und die Position der Verläufe für $R = 0,1$ bei beiden Parametersätzen fast identisch. Beide Kurven, die mit dem zweiten Parametersatz berechnet wurden, befinden sich innerhalb des Wertebereichs, der durch die 10 % und 90 % Bruchwahrscheinlichkeit der Experimente aufgespannt wird und sind deshalb als gute Näherungen zu bewerten.

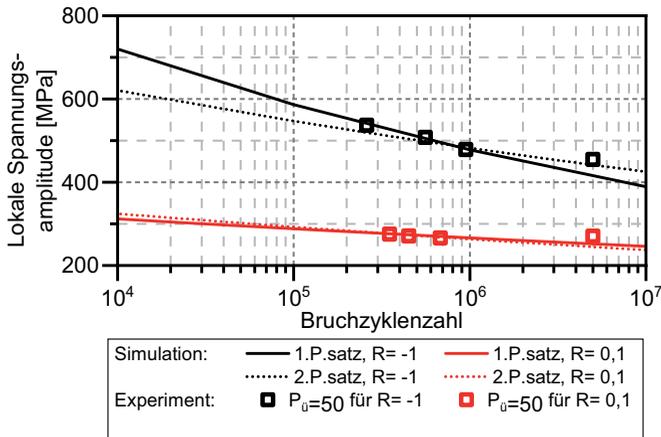


Abbildung 5.6: Numerische und im Experiment ermittelte Zeitfestigkeiten bei unterschiedlichen R -Werten und Probengeometrien

5.3.2 Validierung der integralen Form der Extrapolationsgleichung

In Kapitel 4.6.2 wurde dargestellt, wie sensitiv die Extrapolationsgleichung auf die Anzahl verwendeter Laststufen, die Abstände der einzelnen Laststufen zueinander und die absolute Höhe der Laststufen reagiert. Diese Sensitivitätsbetrachtung ist notwendig, da im An-

wendungsfall des Modells, bedingt durch die zur Verfügung stehenden Rechenleistungen, nur einzelne Simulationssets berechnet werden können, um an die notwendigen Input-Parameter des Modells zu gelangen. Es wurde jedoch auch gezeigt, dass die Parameter A_i , B_i und $\Delta P_{mps,mv,i}$ in Abhängigkeit der Spannungsamplitude σ_a für unterschiedliche R -Werte jeweils einer Potenzfunktion entsprechen. Die Parameter der Funktionen können den Tabellen 4.4 und 4.5 entnommen werden. Mit diesen Funktionen ist es möglich die gesamte Extrapolationsgleichung 4.26 in eine diskrete, integrale Funktion umzuformulieren, die mit Gleichung 4.28 in Kapitel 4.6.1 eingeführt worden ist.

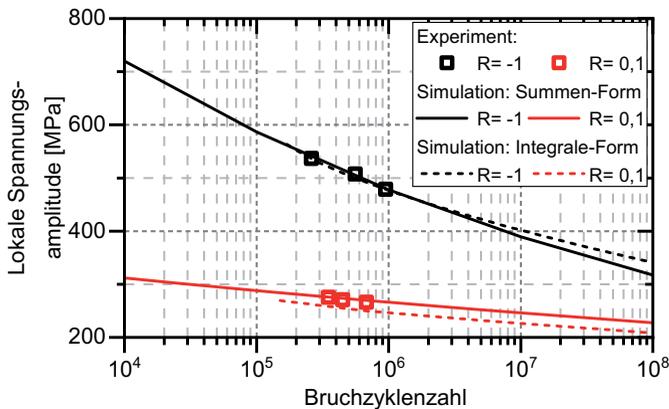


Abbildung 5.7: Numerische und im Experiment ermittelte Zeitfestigkeiten bei unterschiedlichen R -Werten und Probengeometrien: Die numerischen Ergebnisse sind mit der integralen Form der Extrapolationsgleichung 4.28 berechnet worden.

Werden die Parameter der Potenzfunktionen der jeweiligen Inputparameter in die Gleichung 4.28 eingesetzt und die Skalierungskonstanten an den Daten aus den Experimenten kalibriert, können gut übereinstimmende Ergebnisse erzielt werden, wie sie in Abbildung 5.7 dargestellt sind. Die Skalierungskonstanten der numerischen Kurven haben die Werte $\alpha_p = 0,024$ und $u = 6,2$. Für den R -Wert von 0,1 ist die Zeitfestigkeit im Vergleich zu der Summen-Form um fast 20 MPa in Richtung niedriger Spannungsamplituden parallel verschoben. Es ist in der Abbildung auffällig, dass beide Kurven erst ab 10.000 Zyklen

definiert sind. Wird bei dieser Zyklenzahl die Oberspannung aus den jeweiligen Spannungsamplituden berechnet, wird deutlich, dass die Oberspannung der Streckgrenze des Materials entspricht. Eine Berechnung über diese Integrationsgrenzen hinaus ist für die integrale Form der Extrapolationsgleichung nicht sinnvoll.

5.3.3 Extrinsische Sensitivität der Skalierungskonstanten

Es ist in Kapitel 4.4.1 die Notwendigkeit erörtert worden, dass Ermüdungsmodelle aufgrund der Einflussnahme extrinsischer Faktoren eine Kalibrierung an Experimenten benötigen. Wenn die Auswirkung extrinsischer Faktoren über kalibrierte Skalierungskonstanten zu kompensieren ist, dann müssen bei Variationen in der Durchführung der Ermüdungsexperimente, die zu unterschiedlichen Lebensdauern führen, unterschiedliche Skalierungskonstanten bei der numerischen Bestimmung zu erwarten sein. In den Abschnitten 5.1 und 5.2 wurde gezeigt, dass für die in dieser Arbeit durchgeführten Untersuchungen nur ein Parametersatz an Skalierungskonstanten notwendig ist, um die Mittelspannungsabhängigkeit numerisch zu berechnen. Dies bedeutet, dass die extrinsischen Einflüsse sich konsistent auf die experimentellen Ergebnisse ausgewirkt haben müssen.

Im RFCS-Projekt „Frequigue“ sind vergleichbare Zeitfestigkeitsuntersuchungen des selben Materials in einem Partnerlabor an Rundzugproben, die einen Kerbfaktor von $K_t = 1,04$ aufwiesen, bei einem R -Wert von -1 und an 3-Punkt-Biege-Proben mit einem R -Wert von $0,1$ durchgeführt worden. Abbildung 5.8 zeigt die Ergebnisse in einem Wöhlerdiagramm. Auf der Ordinate ist die lokale Spannungsamplitude aufgetragen. Mit schwarzen Quadraten ist die 50 % Überlebenswahrscheinlichkeit dargestellt, die in dieser Arbeit bei dem R -Wert von -1 und einem Kerbfaktor von $K_t = 1,45$ ermittelt wurde. Die schwarze Linie ist das korrespondierende numerische Ergebnis nach der Kalibrierung der Skalierungskonstanten, die die Werte $\alpha_p = 0,052$ und $u = 9$ aufweisen. Die Ergebnisse der zyklischen Versuche des Partnerlabors mit 50 % Überlebenswahrscheinlichkeit sind mit roten Quadraten abgebildet. Die korrespondierenden numerischen Ergebnisse basieren auf angepassten Skalierungskonstanten mit $\alpha_p = 0,024$ und $u = 9$. Werden die Ergebnisse aus den Experimenten miteinander verglichen, ist schon hier eine Besonderheit zu erkennen.

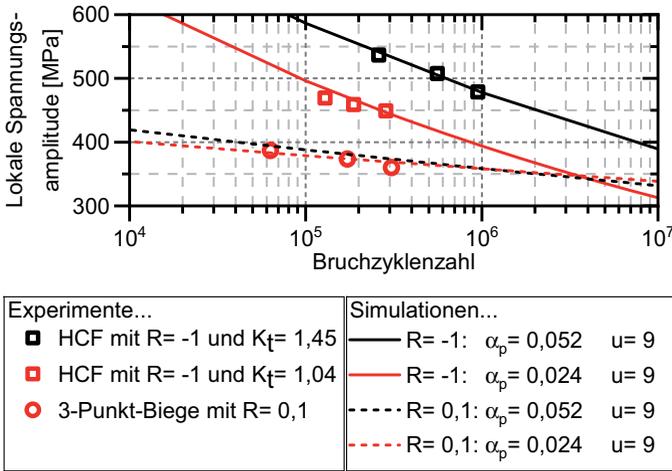


Abbildung 5.8: Numerische und im Experiment ermittelte Zeitfestigkeiten bei unterschiedlichen R-Werten und Probengeometrien aus unterschiedlichen Prüflaboren

Bei einer gleichen lokalen Belastung im Kerbgrund der Probe ist die zu erwartende Lebensdauer einer ungekerbten Probe in der Regel länger als die einer gekerbten Probe. Werden in der Abbildung die Ergebnisse auf dem Belastungshorizont von 480 MPa betrachtet, wird deutlich, dass dies hier nicht der Fall ist. Trotz des gleichen Materials müssen entscheidende Unterschiede in der Herstellung der Proben oder Durchführung der Versuche zwischen den einzelnen Laboren vorhanden gewesen sein. Darüber hinaus sind im Diagramm die Ergebnisse der 50 % Überlebenswahrscheinlichkeit der 3-Punkt-Biegeversuche abgebildet. Auch hier wurde die maximale lokale Spannung an der äußersten Faser der rechteckigen Probe berechnet, sodass diese Ergebnisse hinsichtlich der lokalen Spannungsamplitude im Diagramm aufgetragen werden können. Werden numerische Ergebnisse für $R = 0,1$ mit dem in dieser Arbeit validierten Skalierungsparametersatz berechnet, ergibt sich aus ihnen die schwarz gestrichelte Linie. Sie verläuft rechts von den 3-Punkt-Biege-Daten im Bereich höherer Lebensdauern. Der Parametersatz, der an den Ergebnissen aus dem Partnerlabor bei $R = -1$ kalibriert wurde, führt zu numerischen Ergebnissen, die durch die rot gestrichelte Linie abgebildet sind. Es kann festgestellt werden,

dass die Skalierungskonstanten des Partnerlabors besser für die numerische Reproduktion der eigenen experimentellen Untersuchungen geeignet sind als mit dem validierten Parametersatz aus dieser Arbeit. Daraus können zwei Schlussfolgerungen gezogen werden. Erstens, die Vergleichbarkeit unterschiedlicher zyklischer Ergebnisse ist neben dem intrinsischen Einfluss der Mikrostruktur auch stark von den extrinsischen Einflüssen abhängig. Zweitens, es wurde gezeigt, dass die Skalierungsparameter dafür geeignet sind, die extrinsischen Einflüsse auf die Lebensdauer zu kompensieren, da auch hier die Fähigkeit des Zeitfestigkeitsmodells verifiziert wurde, die Mittelspannungsabhängigkeit richtig vorherzusagen.

6 Diskussion

Die vollständige Darstellung des Modells basiert auf zwei Ebenen. Die erste Ebene betrifft die Beschreibung der RVEs sowie des konstitutiven CP-Modells und wirft Fragen zur Simulationstechnik auf. Die zweite Ebene beinhaltet die Berechnung der Ermüdungseigenschaften aus numerischen Simulationsergebnissen. Eine Diskussion des Modells zur Ermittlung der Zeitfestigkeit und der zyklischen Rissfortschrittsgeschwindigkeit muss auf beiden Ebenen geschehen, da aufgrund der Fülle an verwendeten Modellen und ihrer Neuartigkeit viele Stellschrauben identifiziert werden können, die die Verwendung des Modells beeinflussen. Darauf aufbauend kann schlussendlich eine allgemeine Diskussion des Themas stattfinden, die in einem Ausblick mündet.

6.1 Simulationstechnik

Zwei Bereiche der Simulationstechnik sind für die Diskussion dieser Arbeit relevant. Zum einen betrifft es die Generierung der RVEs als quasi zweidimensionale (2D) Modelle. Zum anderen muss das CP-Modell bezüglich der Einzigartigkeit seines Inputparametersatzes diskutiert werden.

6.1.1 Repräsentative Volumenelemente der Mikrostruktur

Die erstellten RVEs haben eine Abmessung von $100 \times 100 \mu\text{m}^2$ mit einer Tiefe von $1 \mu\text{m}$. Die RVEs werden als quasi 2D-Modelle bezeichnet, da ihre Tiefe im Verhältnis zu den globalen Abmessungen sehr gering ist.

Die Begründung für die Verwendung eines quasi 2D anstelle eines idealen 2D-Modells ist zum einen in der Formulierung des CP-Modells zu finden [61]. Das verwendete Materialmodell basiert auf tensorischen Größen, die mindestens einen dritten Rang aufweisen.

Aufgrund dessen können ebene Spannungszustände nicht ohne die Verwendung von 3D finiten Elementen berechnet werden. Über die marginale Tiefe des RVEs kann jedoch ein ebener Dehnungszustand abgebildet werden, der einem idealen 2D-Modell am nächsten entspricht.

Weiterhin hat ein solches Modell den Vorteil, dass an seinen Rändern Kraftvektoren angreifen können, die auf eine determinierte Fläche wirken. Die an den Rändern herrschende Spannung kann unmittelbar mit lokalen Spannungen in einer belasteten Probe verglichen werden. Bei einem idealen 2D-Modell ist eine solche skalenübergreifende Kopplung nicht ohne Weiteres möglich.

Äquivalent zur Diskussion idealer Zweidimensionalität stellt sich die Frage, weshalb nicht 3D-Modelle für die Darstellung der Mikrostruktur verwendet wurden. Obwohl das quasi 2D-Modell in einer Ebene periodische Randbedingungen aufweist, kann die Periodizität für die Tiefe des RVEs nicht gelten. Eine unendliche Erweiterung in die Tiefe lässt die Körner unbegrenzt groß werden. So ist allein schon die geometrische Repräsentativität des Volumenelements nicht gegeben und sein Einsatz zur Klärung des Verhaltens des Kontinuums fragwürdig. Um die Frage zu klären, ist ein Vergleich der Reaktion eines quasi 2D- und eines korrespondierenden 3D-Modells notwendig. Es konnte in RVE-Simulationen mit mehreren Phasen gezeigt werden, dass es eine Abweichung der globalen Spannungsreaktion zwischen 2D und 3D-Modellen bei gleicher Belastung gibt. Mit zunehmendem Zweitphasenanteil wird die Abweichung der globalen Fließkurve von 2D zu 3D größer [103]. Ramazani et al. zeigten jedoch auch, dass diese Abweichung erst nach dem Überschreiten der Streckgrenze ins Gewicht fällt. Die Vorhersage für global elastische Spannungsreaktionen kann mit 2D als auch mit 3D-Modellen gut abgebildet werden. Somit ist das quasi 2D-Modell für die Simulation von lokalen Verformungsreaktionen unterhalb der Streckgrenze des Materials geeignet und kann dementsprechend für Ermüdungsberechnungen verwendet werden.

Hinsichtlich der Vielzahl an RVEs, die für die Berechnung notwendig sind, gibt es eine weitere Begründung für die Verwendung der quasi 2D-Modelle. Die Berechnung eines einzelnen RVEs kann mit der verwendeten Computerhardware in rund einer halben Stun-

de abgeschlossen werden. Ein 3D-Modell erhöht die Anzahl der finiten Elemente in der Berechnung um eine weitere Potenz, sodass ein Vielfaches mehr an Rechenkapazität zur Verfügung stehen müsste, um die gleiche Anzahl an RVEs zu berechnen. Der Fokus der Arbeit liegt auf der Entwicklung eines Modells für die Vorhersage der Zeitfestigkeit und der zyklischen Rissfortschrittsgeschwindigkeit, sodass die Grundlage der Erstellung und Verwendung der RVEs in 2D als gegeben angenommen wurde. Doch wie es auch Roters [61] in seinem Buch zu CP-FEM so treffend formuliert hat, sollten in Fällen, in denen 3D-Modelle genutzt werden können, auch diese verwendet werden. Dem ist uneingeschränkt zuzustimmen. Bezogen auf die hier durchgeführten Berechnungen kann ein zuversichtlicher Ausblick gemacht werden. Im Entwicklungsfeld künstlicher Intelligenz sind in den vergangenen Jahren enorme Fortschritte hinsichtlich Prozessorstrukturen gemacht worden, die große Matrizenrechnungen beschleunigen. Eine solche Hardwareentwicklung kann sich unweigerlich positiv auf die Berechnung hoher Zahlen finiter Elemente in der FEM-Modellierung auswirken. Wenn die zukünftige Berechnungszeit von 3D-Modellen jener der heutigen 2D-Modelle entspricht, ist die Verwendung von 3D-RVEs zu bevorzugen.

6.1.2 Konstitutives Kristallplastizitätsmodell

In dieser Arbeit ist ein phänomenologisches CP-Modell verwendet worden, das sowohl die monotone als auch die kinematische Verfestigung eines Korns in Abhängigkeit seiner Orientierung berechnet. Das Modell verwendet Parameter, die hier an LCF-Versuchen kalibriert wurden. Es sind zwei Parametersätze bestimmt worden, die zu guten Übereinstimmungen von Experimenten und korrespondierenden numerischen Simulationen führten. In diversen Publikationen [62, 65, 87] werden für ferritisch-perlitische Stähle unterschiedliche Parametersätze für die Beschreibung der mechanischen Eigenschaften der ferritischen Körner verwendet, die sich fundamental unterscheiden können. Kritisiert werden häufig die sehr niedrigen Werte der Dehnratensensitivität $1/m$, da mit zunehmender Dehnrate die numerisch bestimmten mechanischen Kennwerte übermäßig hoch ansteigen, wenn sie mit einem solchen CP-Modell berechnet werden. Er führt zu dehnratensensitiven Lösungen, die nicht mehr mit dem Verhalten existenter Materialien übereinstim-

men. In vielen Fällen, in welchen das Material nur eine geringe Sensitivität im monotonen Schnellzugversuch aufweist, müsste für seine Modellierung ein hoher Wert von 100 verwendet werden.

Der Grund für die Wahl des niedrigen Dehnratensensitivitätsfaktors hängt mit der Rechenlaufzeit zusammen. In Simulationen, in welchen das Material nicht sonderlich dehnratensensitiv ist und für das CP-Modell ein hoher $1/m$ -Wert verwendet wird, steigt die Rechenlaufzeit der Simulation an, da die Zeitinkremente der FEM-Simulation sehr niedrig eingestellt werden müssen, um konvergierende Lösungen berechnen zu können. Hinzu kommt noch, dass die Kalibrierung von $1/m$ die experimentelle Durchführung von aufwendigen Schnellzugversuchen verlangt.

Bei geringen $1/m$ -Werten ist hingegen die Simulationsdauer wesentlich kürzer und die Zeitinkremente können relativ groß gewählt werden, um konvergierende Ergebnisse zu liefern.

Die kalibrierten CP-Parametersätze bilden diese beiden Extremfälle ab und sind hinsichtlich ihrer Auswirkungen auf die Berechnung des Extrapolationsansatzes in Kapitel 5.3.1 untersucht worden. Unter sonst gleichen Bedingungen hat eine Simulation mit dem niedrigen $1/m$ -Faktor 30 Minuten Rechenzeit pro RVE benötigt, wohingegen die Simulation mit dem hohen Faktor zwei volle Tage in Anspruch nahm. Des Weiteren sind 50 % aller Simulationen mit dem hohen Faktor während der Rechnung abgebrochen. Sie wiesen Konvergenzprobleme auf.

Das schlussendliche Resultat der Anwendung beider Parametersätze sind numerisch berechnete Zeitfestigkeitskurven, die unter der Voraussetzung gut kalibrierter Skalierungskonstanten sowohl mit dem niedrigen als auch mit dem hohen $1/m$ -Wert zu akzeptablen Lösungen führen. Das Validierungsbeispiel hat gezeigt, dass mit der Variation der Skalierungskonstanten α_p und u die Einflussnahme unterschiedlicher CP-Parametersätze kompensiert werden kann. Für den Anwender des numerischen Modells ist sicherlich der Rechenaufwand der entscheidende Faktor. Unter der Annahme dehnratenunabhängigen Materialverhaltens kann ein CP-Parametersatz mit einem geringen $1/m$ verwendet werden, wenn die Dehnrate der Kalibrierungssimulationen für die Bestimmung des CP-

Parametersatzes mit der Dehnrate der Hauptsimulationen übereinstimmt. Bei den durchgeführten Simulationen ist dies der Fall gewesen, sodass der Großteil der 2.256 durchgeführten Simulationen mit dem ersten CP-Parametersatz berechnet wurden, der den niedrigen Dehnratensensitivitätsfaktor aufweist.

6.2 Vorhersagemodell

Die Vorhersagemodelle für die Bestimmung der Zeitfestigkeit und der Rissfortschritts-
geschwindigkeit basieren auf der Berechnung der Basisgleichung 4.21 und der jeweiligen
Extrapolationsgleichung 4.26 bzw. 4.29. Die Gleichungen müssen hinsichtlich ihrer Be-
rechnungsergebnisse und Parametersensitivität kritisch hinterfragt werden, da sie den in-
novativen Bestandteil dieser Arbeit darstellen.

6.2.1 Basisgleichung

Die Basisgleichung 4.21 wird nach einem Vorschlag von Shenoy et al. [80] berechnet, der auf die Energie für die Entwicklung von Ex- und Intrusionen zurückzuführen ist. Die verwendeten Parameter zeigen eine vernünftige qualitative Auswirkung auf die berechnete Zyklenzahl für die Ermüdungsrissinitiierung. Über die Skalierungskonstante α_p wird eine Schnittstelle für die Verbindung von numerischen RVE-Simulationen mit den korrespondierenden Applikationen auf der makroskopischen Betrachtungsebene geschaffen. Tabelle 4.6 in Kapitel 4.6.2 zeigt, dass mit abnehmender Spannungsamplitude sowohl die Zyklenzahl bis zum Bruch als auch die Zyklenzahl der Rissinitiierung steigt. Untersuchungen an unterschiedlichen Materialien [104] zeigten, dass es anscheinend einen konstanten Anteil der Zyklenzahl für die Initiierung an der Gesamtlebensdauer gibt. Dieser Anteil soll für Stähle zwischen 5 und 10 % an der Gesamtlebensdauer betragen. Andere Quellen [105, 106] zeigen auf, dass mit abnehmender Spannungsamplitude der Zyklenteil der Ermüdungsrissinitiierung stetig steigt und bis zu 90 % im VHCF-Bereich betragen kann. Jedoch muss bei solchen Untersuchungen die Methode der Ergebnisermittlung hinterfragt werden. Üblicherweise werden zyklische Untersuchungen im VHCF-Bereich,

der für Stähle ab einer Zyklenzahl von über 10 Millionen beginnt, aus praktischen Gesichtspunkten an Prüfmaschinen durchgeführt, die eine Prüffrequenz von mehreren kHz aufweisen können. Aktuelle Forschungsergebnisse [107] berichten, dass es hierbei zu Dehnrateneffekten kommen kann, die sowohl die Ermüdungsrissinitiierung als auch die Lebensdauer verlängern.

Werden die Lebensdaueranteile aus Tabelle 4.6 berechnet, so umfasst die Initiierung bei 536,5 MPa Spannungsamplitude einen Anteil von 70 % an der Gesamtlebensdauer, hingegen bei 487,5 MPa nur noch 24 %. Dies scheint im Widerspruch mit den experimentellen Untersuchungen zu stehen. Ein Grund hierfür kann im numerischen Modell bei der Quadrierung von $\Delta P_{mps,mv,i}$ in Gleichung 4.21 zu finden sein. Derivate dieser Gleichung verwenden anstelle des Quadrats eine Variable, die ebenfalls an Daten aus dem Experiment angenähert werden muss [108, 109]. Über eine Variation des Exponenten können sicherlich die Anteile angepasst werden, jedoch erscheint die gesamte Diskussion hinsichtlich der Anteile an der Gesamtlebensdauer unter zyklischer Belastung sehr diffus und nicht eindeutig geklärt. Qualitativ nehmen im Modell die Zyklenzahlen der Ermüdungsrissinitiierung mit abnehmender Spannungsamplitude zu. Solange die Frage nach den adäquaten Anteilen nicht eindeutig geklärt ist, kann die Formulierung der Gleichung 4.21 nach Shenoy et al. nicht erfolgreich validiert werden.

6.2.2 Extrapolationsgleichung

Die Extrapolationsgleichungen 4.26 und 4.29 verwenden statistische Parameter der Extremwertverteilung von $\Delta P_{mps,mv,i}$ aus diversen Simulationssets, um von der Basisgleichung ausgehend Zyklenzahlen zu berechnen. In den Kapiteln 4.6.2 und 4.7.3 wurde dargestellt, wie sensitiv die Gleichungen auf Modelländerungen reagieren, die aufgrund der Summen-Form der Extrapolationsgleichungen arbiträr gewählt werden können. Hierbei ist zu erwähnen, dass obwohl die veränderten Parameter beider Modelle unterschiedlich definiert sind, sie jedoch stark miteinander verbunden sind. So korrespondiert die Anzahl verwendeter Laststufen aus der Gleichung für die Zeitfestigkeit mit der Anzahl an Rissinkrementen bei der Rissfortschrittsratenberechnung. Gleiches gilt für die Abstände

der Laststufen zueinander und der Rissinkrementlänge, und schließlich für die absolute Höhe der Laststufen und der aufgebracht Kraftschwingspielweite ΔP . Ein Vergleich beider Sensitivitätsanalysen, welche in den Abbildungen 4.6.3 und 4.7.3 dargestellt sind, zeigt, dass trotz dieser Verbindungen nicht vom Verhalten der Extrapolationsgleichung der Zeitfestigkeitsberechnung auf das Verhalten der Extrapolationsgleichung für die Rissfortschrittsberechnung geschlossen werden darf. Beispielsweise reagiert die Extrapolationsgleichung der Zeitfestigkeitsberechnung auf die absolute Höhe der Laststufen sehr sensitiv. Hingegen reagieren die Ergebnisse bei der Rissfortschrittsratenberechnung auf eine Änderung der Kraftschwingspielweiten nicht sonderlich sensitiv. Für die Verwendung jener Modelle ist es dementsprechend ratsam, sich die jeweilige Sensitivitätsanalyse vor der eigentlichen Berechnung zu vergegenwärtigen und den Empfehlungen zu folgen.

Eine Abhilfe für die aus der Summen-Form der Extrapolationsgleichung resultierenden Probleme kann durch die Verwendung der integralen Form in Aussicht gestellt werden. Für die Zeitfestigkeitsberechnung ist dies bereits mit Gleichung 4.27 formuliert und in Kapitel 5.3.2 validiert worden. Die Anwendung der integralen Form basiert auf der Annahme, dass die Modellparameter A_i , B_i und $\Delta P_{mps,mv,i}$ stetige Funktionen in Abhängigkeit der Spannungsamplitude sind. In dieser Arbeit wurde die Annahme getroffen, dass diese Parameter jeweils einer Potenzfunktion in Abhängigkeit der Spannungsamplitude und des R -Werts folgen. Dabei ist die Bestimmung dieser Funktion als sehr kritisch zu bewerten. Für die Bestimmung des Verlaufs über das gesamte Spektrum an Spannungsamplituden wurden jeweils vier Sets pro Spannungsverhältnis verwendet. Eine höhere Anzahl an Sets hätte simuliert werden müssen, um diesen angenommenen Verlauf zu validieren. Dies wäre jedoch mit einem erheblichen Rechenaufwand verbunden, der gegen die Anwendung der integralen Form der Extrapolationsgleichung spricht.

Die Verwendung von Gleichung 4.26 bzw. 4.27 hängt schlussendlich von der zur Verfügung stehenden Rechenkapazität ab. Ist der Anwender in der Lage viele Simulationsets bei unterschiedlichen Spannungsamplituden zu berechnen, um daraus die notwendigen Potenzfunktionen für die Parameter herzuleiten, kann die integrale Form vorteilhaft sein. Im Anwendungsfall ist die Berechnung der Zeitfestigkeit und der zyklischen Rissfort-

schrittsgeschwindigkeit mit den jeweiligen Gleichung 4.26 und 4.29 zu empfehlen, da das dargestellte Wissen über die Sensitivität der Gleichungen und das Einhalten der genannten Empfehlungen ausreicht, um gute numerische Ergebnisse zu berechnen.

6.2.3 Kalibrierung der Skalierungskonstanten

Für die Vorhersage von Ermüdungseigenschaften haben Schijve [4] und Schütz [100] die begründete Aussage getätigt, dass Vorhersagemodelle für Materialermüdung immer an Daten aus Experimenten kalibriert werden müssen. Im besten Fall könne so die Wahrscheinlichkeit des Bruches nach einer determinierten Zyklenzahl vorhersagen werden. Diese Erkenntnis gilt auch für das hier entwickelte Modell für die Berechnung der Zeitfestigkeit. Die Skalierungsparameter α_p und u müssen an Ergebnissen aus Zeitfestigkeitsuntersuchungen, der Anzahl an Zyklen mit einer Bruchwahrscheinlichkeit von 50 %, kalibriert werden. Dabei wird über die Anpassung der Skalierungskonstanten versucht die extrinsischen, lebensdauerbeeinflussenden Faktoren in die Berechnung miteinzubeziehen. Solche Einflüsse können beispielsweise durch die Oberflächenrauigkeit oder die Montage der Probe in die Prüfmaschine gegeben sein. Wie in Kapitel 5.3.3 gezeigt wurde, können die Skalierungskonstanten nach der Kalibrierung von Labor zu Labor unterschiedlich sein, obwohl sie innerhalb einer Forschungseinrichtung für unterschiedliche Versuchsreihen identisch sind. Die Analyse der Skalierungskonstanten kann über diese Arbeit hinaus dazu genutzt werden Unterschiede in der Versuchsdurchführung aufzudecken. Hierzu bedarf es jedoch einer detaillierten Untersuchungsreihe, in welcher diverse extrinsische Faktoren bei der experimentellen Ermittlung der Zeitfestigkeit kontrolliert verändert werden. Die Kalibrierung der Skalierungskonstanten an diese Versuche sollte dann die notwendige Auskunft darüber geben, wie die Skalierungskonstanten die extrinsischen Einflussfaktoren quantifizieren. Es ist nicht auszuschließen, dass hierbei eine Systematik ermittelt werden kann, die die Vorhersage von Ermüdungseigenschaften noch weiter verbessern kann.

6.3 Ausblick

Die Modelle zur Ermittlung der Zeitfestigkeit und der zyklischen Rissfortschrittsgeschwindigkeit auf Basis von Mikrostruktursimulationen zeigen, dass die Mittelspannungsabhängigkeit eines Materials in beiden Fällen in sehr guter Näherung vorhergesagt werden kann. Die Modelle können dazu beitragen den experimentellen Aufwand der Eigenschaftsbestimmung bei unterschiedlichen R -Werten stark zu reduzieren. Eine Aufwertung erfährt das Modell, wenn es für die Optimierung der Ermüdungseigenschaften Verwendung findet. Über die Schnittstelle der Generierung der RVEs können die Auswirkungen von Gefügeänderungen auf die Ermüdungseigenschaften studiert werden. Beispielsweise können mit den in dieser Arbeit vorgestellten Möglichkeiten Variationen der Phasenanteile, Verteilung der Korngröße und -form in den RVEs implementiert werden. Aber auch die Auswirkung kristallographischer Texturen kann über die Festlegung einer Vorzugsrichtung der Kornorientierung analysiert werden. Entsprechende Untersuchungen in Experimenten sind in der Praxis sehr aufwendig, wenn nicht sogar in der Durchführung unmöglich.

Eine Herausforderung stellt die Herstellung von Materialien dar, die Mikrostrukturen aufweisen sollen, die hinsichtlich gewünschter Eigenschaften über RVE-Studien optimiert wurden. Es ist unmittelbar ersichtlich, dass nicht jede arbiträr generierte RVE-Mikrostruktur im Herstellungsprozess thermodynamisch eingestellt werden kann. Die Variation von Haltezeiten bei bestimmten Temperaturen oder notwendigen Abkühlraten hat ihre Grenzen. Selbst wenn die metallographische Auswertung der Schlibfbilder zweier Stahlgüten zum selben Ergebnis kommt, können die mechanischen und dementsprechend die Ermüdungseigenschaften unterschiedlich sein. Ein Beispiel stellt die Festigkeitssteigerung durch Ausscheidungsbildung bei niedrigen Temperaturen dar. Solche Aspekte gehen in den Aufbau des konstitutiven CP-Modells hinein, das dann in der Lage sein sollte thermodynamische Aspekte mitzuberücksichtigen. Ab-Initio Forschungsprojekte [110] versuchen solche Lösungen voranzutreiben.

Ein weiterer Punkt betrifft die Kombination des hier vorgestellten Modells mit Konzepten der etablierten Bruchmechanik. Die Ermittlung der Rissfortschrittsgeschwindigkeit in Abhängigkeit vom zyklischen Spannungsintensitätsfaktor zeigt, dass eine Verbindung mög-

lich ist. In der Bruchmechanik ist die Quantifizierung der Spannung vor der Risspitze der Schlüsselparameter, der die unterschiedlichen Rissfortschrittsuntersuchungen vergleichbar macht. Über die Belastung der RVEs mit der Spannungsamplitude, die im Ligament der realen Probe während des Versuchs vorhanden ist, wird die Verbindung zwischen dem Modell und der Bruchmechanik geschaffen. Aktuelle Entwicklungen in der Bruchmechanik gehen in die Richtung kleiner Risse, die umso mehr von der umgebenden Mikrostruktur im Wachstum bestimmt werden, je kleiner sie sind. Professor Uwe Zerbst hat auf der 49. Tagung des DVM-Arbeitskreises Bruchvorgänge in Mittweida die Notwendigkeit der Erweiterung der Bruchmechanik hinsichtlich mikrostruktureller Aspekte ausdrücklich betont [111]. Das hier vorgestellte Modell greift diesen Gedanken auf und kann als Basis für Weiterentwicklungen verstanden werden.

Eine notwendige Weiterentwicklung des Modells besteht in der Vorhersage der Dauerfestigkeit. Die Auswertung der Umgebung am Ort des größten Werts der akkumulierten plastischen Dehnung im RVE wird dabei von entscheidender Bedeutung sein. Die Analyse der Umgebung soll Aufschluss darüber geben, ob die aufgebrachte Spannung zu einem Riss führt, der von mikrostrukturellen Barrieren im Wachstum gehemmt wird. Ein derartiger Riss würde schließlich nicht zum katastrophalen Versagen des Bauteils führen. Ein solches Modell kann nicht nur für die Vorhersage der Dauerfestigkeit sondern auch für den Schwellenwert des Langrisswachstums Verwendung finden und somit mit der Bruchmechanik verbunden werden. Eine solche Verbindung kann als realisierbar eingestuft werden und unterstreicht die Anwendungsbreite und Relevanz der vorgestellten Modelle für die numerische Bestimmung der Zeitfestigkeit und zyklischen Rissfortschrittsgeschwindigkeit auf Basis von Mikrostruktursimulationen.

7 Zusammenfassung

- Für die Bestimmung der Zeitfestigkeit auf Basis von Mikrostruktursimulationen wurde in dieser Arbeit ein numerisches Modell entwickelt und validiert. Zum einen werden über die Mikrostruktursimulationen materialintrinsische Einflussfaktoren auf die Zeitfestigkeit berücksichtigt. Sie führen bei einer aufgetragenen zyklischen Belastung zu statistisch gestreuten Indikatoren, die das Potential für die Initiierung eines lebensdauerbestimmenden Ermüdungsrisses festlegen. Zum anderen werden über einen Extrapolationsansatz die extrinsischen Einflussfaktoren auf die Lebensdauer für die Berechnung der Zeitfestigkeit miteinbezogen. Hierfür bedarf es der Kalibrierung des Ansatzes an wenigen Zeitfestigkeitsexperimenten. Dadurch wird das Modell für den zugrunde liegenden Stahl in die Lage versetzt, die Mittelspannungsabhängigkeit der Zeitfestigkeit vorhersagen zu können.
- Die zyklische Rissfortschrittsgeschwindigkeit kann über eine Modifikation des Modells numerisch berechnet und die Paris-Erdogan Gerade bestimmt werden. Es ist eine Verknüpfung bruchmechanischer Kennwerte mit mikrostrukturellen Parametern konzipiert worden, die eine Vergleichbarkeit der simulierten und im Experiment bestimmten Daten ermöglicht. Für die Verknüpfung wurde die Spannungsamplitude im Ligament einer realen Bruchmechanikprobe analysiert und hieraus die Belastung bestimmt, die auf die RVEs wirken soll. Mit der Berücksichtigung abgeschlossener Rissinkubation in der realen Probe kann über die Modifikation des Modells eine Situation geschaffen werden, die dem bruchmechanischen Experiment entspricht. Die Ergebnisse aus den numerischen Berechnungen entsprechen dabei Rissfortschrittskurven ohne Risschließeffekt. Wird dieser Umstand mitberücksichtigt, können Rissfortschrittskurven bei unterschiedlichen Spannungsverhältnissen berech-

net werden.

- Die Auswirkungen von Gefügeänderungen und der Reinheit des Materials auf die Lebensdauer können über die Variation der virtuellen Mikrostruktur der RVEs quantifiziert werden. Mit den in dieser Arbeit genutzten Konstruktionsalgorithmen können der Phasenanteil, die Korngrößen- und die Kornformverteilung sowie die Orientierung der Körner variiert und unterschiedliche Einschlusskonfigurationen in die RVEs eingebaut werden.
- Die Dauerfestigkeit und der Schwellenwert für Langrisswachstum können mit den Modellen bisher nicht berechnet werden. Solche Modelle bedürfen der erweiterten Analyse hinsichtlich der Umgebung des identifizierten Indikators innerhalb der RVEs. Über diese Analyse kann festgestellt werden, wie hoch das Potential der virtuellen Mikrostruktur ist, Widerstand gegen die Rissausbreitung von mikrostrukturell kurzen Rissen über Korngrenzen hinweg zu leisten. Mit der Definition eines geeigneten Kriteriums für die jeweiligen Modelle kann die Analyse in eine Quantifizierung der Dauerfestigkeit beziehungsweise des zyklischen Schwellenwerts für Langrisswachstum resultieren. Eine solche Weiterentwicklung ist als realisierbar einzustufen.

Literaturverzeichnis

- [1] R. I. Stephens und H. O. Fuchs. *Metal fatigue in engineering*. Wiley, New York, 2. Auflage, 2001.
- [2] J. Schijve. Fatigue prediction and scatter. *Fatigue & Fracture of Engineering Materials and Structures*, 17(4):381–396, 1994.
- [3] DIN 50100:2016-12. Schwingfestigkeitsversuch - Durchführung und Auswertung von zyklischen Versuchen mit konstanter Lastamplitude für metallische Werkstoffproben und Bauteile, 2016.
- [4] J. Schijve. *Fatigue of structures and materials*. Springer, Dordrecht & London, 2. Auflage, 2009.
- [5] E. Orowan. Zur Kristallplastizität. III. *Zeitschrift für Physik*, 89(9-10):634–659, 1934.
- [6] H.-J. Christ. *Wechselverformung von Metallen: Zyklisches Spannungs-Dehnungsverhalten und Mikrostruktur*, Band 9 aus *WFT Werkstoff-Forschung und -Technik*. Springer, 1991.
- [7] U. Essmann, U. Gösele, und H. Mughrabi. A model of extrusions and intrusions in fatigued metals I. point-defect production and the growth of extrusions. *Philosophical Magazine A*, 44(2):405–426, 2006.
- [8] J. Polák, J. Man, T. Vystavěl, und M. Petre nec. The shape of extrusions and intrusions and initiation of stage I fatigue cracks. *Materials Science and Engineering: A*, 517(1-2):204–211, 2009.
- [9] D. Taylor und J. F. Knott. Fatigue crack propagation behaviour of short cracks; the effect of microstructure. *Fatigue & Fracture of Engineering Materials and Structures*, 4(2):147–155, 1981.
- [10] K. J. Miller. The short crack problem. *Fatigue & Fracture of Engineering Materials and Structures*, 5(3):223–232, 1982.

- [11] Y. Nakai und K. Tanaka. Grain size effect on growth threshold for small surface-cracks and long through-cracks under cyclic loading. *Proceedings of the 23rd Japan Congress on Materials Research, Japan, Kyoto*, Seiten 106–112, 1980.
- [12] K. Tokaji, T. Ogawa, und S. Osako. The growth of microstructurally small fatigue cracks in a ferritic-pearlitic steel. *Fatigue & Fracture of Engineering Materials and Structures*, 11(5):331–342, 1988.
- [13] S. Suresh und R. O. Ritchie. Propagation of short fatigue cracks. *International Materials Reviews*, 29(1):445–475, 1984.
- [14] W. Schütz. Zur Geschichte der Schwingfestigkeit. *Materialwissenschaft und Werkstofftechnik*, 24(6):203–232, 1993.
- [15] H. D. Solomon, G. R. Halford, L. R. Kaisand, und B. N. Leis. *Low Cycle Fatigue*. ASTM International, 1988.
- [16] H. Bühler und W. Schreiber. Lösung einiger Aufgaben der Dauerschwingfestigkeit mit dem Treppenstufen-Verfahren. *Archiv für das Eisenhüttenwesen*, 28(3):153–156, 1957.
- [17] M. Hück. Auswertung von Stichproben normalverteilter, quantitativer Merkmalsgrößen. *Materialwissenschaft und Werkstofftechnik*, 25(1):20–29, 1994.
- [18] W. J. Dixon und A. M. Mood. A method for obtaining and analyzing sensitivity data. *Journal of the American Statistical Association*, 43(241):109–126, 1948.
- [19] H. Bühler und W. Schreiber. Anwendung statistischer Verfahren auf einige Fragen der Zeitschwingfestigkeit. *Archiv für das Eisenhüttenwesen*, 27(3):201–209, 1956.
- [20] E08 Committee. ASTM E647 - test method for measurement of fatigue crack growth rates, 2015.
- [21] P. Paris und F. Erdogan. A critical analysis of crack propagation laws. *Journal of Basic Engineering*, 85(4):528–533, 1963.
- [22] A. A. Griffith. The phenomena of rupture and flow in solids. *Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 221(582-593):163–198, 1921.
- [23] J. Schijve. Fatigue crack closure: Observations and technical significance. In J. C. Newman und W. Elber, Herausgeber, *Mechanics of Fatigue Crack Closure*, Seiten 5–34. ASTM International, 1988.

- [24] S. Suresh und R. O. Ritchie. A geometric model for fatigue crack closure induced by fracture surface roughness. *Metallurgical Transactions A*, 13(9):1627–1631, 1982.
- [25] J. K. Donald. A procedure for standardizing crack closure levels. In J. C. Newman und W. Elber, Herausgeber, *Mechanics of Fatigue Crack Closure*, Seiten 222–229. ASTM International, 1988.
- [26] K. Tsuneshichi, T. Kenjiro. *Current research on fatigue cracks*, Band 1 aus *Current Japanese materials research*. Elsevier Applied Science, London, op. 1987.
- [27] D. Radaj und M. Vormwald. *Ermüdungsfestigkeit: Grundlagen für Ingenieure*. Springer, 3., neubearbeitete und erweiterte Auflage, 2007.
- [28] G. Gottstein. *Materialwissenschaft und Werkstofftechnik*. Springer, 2014.
- [29] W. Bollmann. *Crystal defects and crystalline interfaces*. Springer, 2013.
- [30] W. Dahl. *Grundlagen des Festigkeits- und Bruchverhaltens*, Band 1. Verlag Stahleisen, 1976.
- [31] P. G. Forrest. *Fatigue of Metals*. Pergamon Press, 1962.
- [32] T. Kitano, N. Katsura, M. D. Chapetti, T. Tagawa, und T. Miyata. Effects of solution strengthening and precipitation strengthening on fatigue limit of smooth and notched specimens in low-carbon steel. *Welding International*, 13(6):440–447, 1999.
- [33] B. Gerin, E. Pessard, F. Morel, C. Verdu, und A. Mary. Effect of cold forming on the high cycle fatigue behaviour of a 27MnCr5 steel. *Procedia Engineering*, 133:603–612, 2015.
- [34] T. Yokobori, I. Maekawa, und S. Korekawa. The influence of non-metallic inclusions on the fatigue strength and the statistical nature of steel. *Journal of the Society of Materials Science, Japan*, 12(117):434–438, 1963.
- [35] J. Saga, M. Hayashi, und Y. Nishio. Effect of grain size on fatigue damage in pure aluminium. *Journal of the Society of Materials Science, Japan*, 26(282):289–295, 1977.
- [36] D. Clemens, J. Galante, und W. Rostoker. The influence of grain size on the fatigue behavior of annealed 316 LVM stainless steel. *Journal of biomedical materials research*, 13(3):437–441, 1979.

- [37] A. Vinogradov, M. Maruyama, Y. Kaneko, und S. Hashimoto. Effect of dislocation hardening on monotonic and cyclic strength of severely deformed copper. *Philosophical Magazine*, 92(6):666–689, 2012.
- [38] A. Turnbull und E. R. de los Rios. The effect of grain size on fatigue crack growth in an aluminium magnesium alloy. *Fatigue & Fracture of Engineering Materials and Structures*, 18(11):1355–1366, 1995.
- [39] H. Mughrabi. Cyclic slip irreversibilities and the evolution of fatigue damage. *Metallurgical and Materials Transactions A*, 40(6):1257–1279, 2009.
- [40] Y. Murakami. *Metal fatigue: Effects of small defects and nonmetallic inclusions*. Elsevier, Oxford & Boston, 2002.
- [41] L. O. Uhrus. Through-hardening steels for ball bearings-effect of inclusions on endurance. *Journal of the Iron and Steel Institute*, 77:104–109, 1963.
- [42] Y. Neishi, T. Makino, N. Matsui, H. Matsumoto, M. Higashida, und H. Ambai. Influence of the inclusion shape on the rolling contact fatigue life of carburized steels. *Metallurgical and Materials Transactions A*, 44(5):2131–2140, 2013.
- [43] W. D. Pilkey und D. F. Pilkey. *Peterson's Stress Concentration Factors*. Wiley, Hoboken, 2007.
- [44] Y. Sandaiji, E. Tamura, und T. Tsuchida. Influence of inclusion type on internal fatigue fracture under cyclic shear stress. *Procedia Materials Science*, 3:894–899, 2014.
- [45] H. Neuber. Theorie der technischen Formzahl. *Forschung auf dem Gebiete des Ingenieurwesens*, 7(6):271–274, 1936.
- [46] J. H. Smith. Some experiments on fatigue of metals. *Journal of the Iron and Steel Institute*, 82:246–318, 1910.
- [47] A. Pomp und M. Hempel. *Dauerfestigkeitsschaubilder von Stählen bei verschiedenen Zugmittelspannungen unter Berücksichtigung der Prüfstabform*. Mitteilungen aus dem Kaiser-Wilhelm-Institut für Eisenforschung zu Düsseldorf. Verlag Stahl Eisen, 1936.
- [48] G. I. Taylor. The Mechanism of Plastic Deformation of Crystals. Part I. Theoretical. *Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 145(855):362–387, 1934.

-
- [49] G. I. Taylor. The Mechanism of Plastic Deformation of Crystals. Part II. Comparison with Observations. *Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 145(855):388–404, 1934.
- [50] M. Polanyi. Über eine Art Gitterstörung, die einen Kristall plastisch machen könnte. *Zeitschrift für Physik*, 89(9-10):660–664, 1934.
- [51] D. Peirce, R. J. Asaro, und A. Needleman. An analysis of nonuniform and localized deformation in ductile single crystals. *Acta Metallurgica*, 30(6):1087–1119, 1982.
- [52] S. V. Harren, H. E. Dève, und R. J. Asaro. Shear band formation in plane strain compression. *Acta Metallurgica*, 36(9):2435–2480, 1988.
- [53] S. Harren und R. Asaro. Nonuniform deformations in polycrystals and aspects of the validity of the Taylor model. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 37(2):191–232, 1989.
- [54] R. Becker. The effects of shear constraints on the lattice rotation of FCC crystals in (011) channel-die compression. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 39(4):459–476, 1991.
- [55] P. Eisenlohr und F. Roters. Selecting a set of discrete orientations for accurate texture reconstruction. *Computational Materials Science*, 42(4):670–678, 2008.
- [56] M. A. Melchior und L. Delannay. A texture discretization technique adapted to polycrystalline aggregates with non-uniform grain size. *Computational Materials Science*, 37(4):557–564, 2006.
- [57] D. Raabe und F. Roters. Using texture components in crystal plasticity finite element simulations. *International Journal of Plasticity*, 20(3):339–361, 2004.
- [58] L. S. Tóth und P. van Houtte. Discretization techniques for orientation distribution functions. *Textures and Microstructures*, 19(4):229–244, 1992.
- [59] Z. Zhao, F. Roters, W. Mao, und D. Raabe. Introduction of a texture component crystal plasticity finite element method for anisotropy simulations. *Advanced Engineering Materials*, 3(12):984–990, 2001.
- [60] J. R. Rice. Inelastic constitutive relations for solids: An internal-variable theory and its application to metal plasticity. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 19(6):433 – 455, 1971.

- [61] F. Roters. *Crystal plasticity finite element methods: In materials science and engineering*. Wiley, Weinheim, 2010.
- [62] N. Vajragupta, P. Wechsuanmanee, J. Lian, M. Sharaf, S. Münstermann, A. Ma, A. Hartmaier, und W. Bleck. The modeling scheme to evaluate the influence of microstructure features on microcrack formation of DP-steel: The artificial microstructure model and its application to predict the strain hardening behavior. *Computational Materials Science*, 94:198–213, 2014.
- [63] U. A. Özden, K. P. Mingard, M. Zivcec, A. Bezold, und C. Broeckmann. Mesosopical finite element simulation of fatigue crack propagation in WC/Co-hardmetal. *International Journal of Refractory Metals and Hard Materials*, 49:261–267, 2015.
- [64] J. Lian, S. Gao, M. Sharaf, N. Vajragupta, S. Münstermann, W. Bleck, B. Schmalig, A. Ma, und A. Hartmaier. Crystal plasticity modeling on single crystal and polycrystal of a ferritic steel sheet. *MS&T 2012, Materials Science & Technology 2012 Conference and Exhibition*, Seiten 654–661, 2012.
- [65] B. Wu, N. Vajragupta, J. Lian, U. Hangen, P. Wechsuanmanee, und S. Münstermann. Prediction of plasticity and damage initiation behaviour of C45E + N steel by micromechanical modelling. *Materials & Design*, 121:154–166, 2017.
- [66] P. Zhang, M. Karimpour, D. Balint, J. Lin, und D. Farrugia. A controlled Poisson Voronoi tessellation for grain and cohesive boundary generation applied to crystal plasticity analysis. *Computational Materials Science*, 64:84–89, 2012.
- [67] D. Sanchez-Gutierrez, M. Tozluoglu, J. D. Barry, A. Pascual, Y. Mao, und L. M. Es-cudero. Fundamental physical cellular constraints drive self-organization of tissues. *The EMBO journal*, 35(1):77–88, 2016.
- [68] M. F. Kasim, L. Ceurvorst, N. Ratan, J. Sadler, N. Chen, A. Savert, R. Trines, R. Bingham, P. N. Burrows, M. C. Kaluza, und P. Norreys. Quantitative shadowgraphy and proton radiography for large intensity modulations. *Physical review. E*, 95(2):023306–1–9, 2017.
- [69] A. Okabe, B. Boots, K. Sugihara, S. N. Chiu, und D. G. Kendall, Herausgeber. *Spatial Tessellations*. Wiley Series in Probability and Statistics. Wiley, Hoboken, 2000.
- [70] F. J. Franklin, A. Gahlot, D. I. Fletcher, J. E. Garnham, und C. Davis. Three-dimensional modelling of rail steel microstructure and crack growth. *Wear*, 271(1-2):357–363, 2011.

- [71] M. Nygård and P. Gudmundson. Three-dimensional periodic Voronoi grain models and micromechanical FE-simulations of a two-phase steel. *Computational Materials Science*, 24(4):513–519, 2002.
- [72] Y. Wu, W. Zhou, B. Wang, and F. Yang. Modeling and characterization of two-phase composites by Voronoi diagram in the laguerre geometry based on random close packing of spheres. *Computational Materials Science*, 47(4):951–961, 2010.
- [73] W. Weibull. *A Statistical Theory of the Strength of Materials*. Ingeniörsvetenskapsakademiens handlingar. Generalstabens litografiska anstalts förlag, 1939.
- [74] A. M. P. de Jesus, H. Pinto, A. Fernández-Canteli, E. Castillo, and J. A. F. O. Correia. Fatigue assessment of a riveted shear splice based on a probabilistic model. *International Journal of Fatigue*, 32(2):453–462, 2010.
- [75] T. Delahay and T. Palin-Luc. Estimation of the fatigue strength distribution in high-cycle multiaxial fatigue taking into account the stress–strain gradient effect. *International Journal of Fatigue*, 28(5-6):474–484, 2006.
- [76] C. Doudard, F. Hild, and S. Calloch. A probabilistic model for multiaxial high cycle fatigue. *Fatigue & Fracture of Engineering Materials and Structures*, 30(2):107–114, 2007.
- [77] L. Flaceliere and F. Morel. Probabilistic approach in high-cycle multiaxial fatigue: Volume and surface effects. *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, 27(12):1123–1135, 2004.
- [78] S. Deyber, F. Alexandre, J. Vaissaud, and A. Pineau. Probabilistic Life of DA718 For Aircraft Engine Disks: Proceedings of the International Symposium on Superalloys 718, 625, 706 and Derivatives; held October 2 - 5, 2005. In *Superalloys 718, 625, 706 and Derivatives 2005*.
- [79] K. Tanaka and T. Mura. A dislocation model for fatigue crack initiation. *Journal of Applied Mechanics*, 48(1):97–103, 1981.
- [80] M. Shenoy, J. Zhang, and D. L. McDowell. Estimating fatigue sensitivity to polycrystalline Ni-base superalloy microstructures using a computational approach. *Fatigue & Fracture of Engineering Materials and Structures*, 30(10):889–904, 2007.
- [81] B. Wen and N. Zabaras. Investigating variability of fatigue indicator parameters of two-phase nickel-based superalloy microstructures. *Computational Materials Science*, 51(1):455–481, 2012.

- [82] A. Fatemi und D. F. Socie. A critical plane approach to multiaxial fatigue damage including out-of-phase loading. *Fatigue & Fracture of Engineering Materials and Structures*, 11(3):149–165, 1988.
- [83] G. Tarjus, P. Schaaf, und J. Talbot. Random sequential addition: A distribution function approach. *Journal of Statistical Physics*, 63(1-2):167–202, 1991.
- [84] Z.-Y Ren und Q.-S Zheng. A quantitative study of minimum sizes of representative volume elements of cubic polycrystals—numerical experiments. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 50(4):881–893, 2002.
- [85] J. Rösler, H. Harders, und M. Bäker. *Mechanisches Verhalten der Werkstoffe*. Lehrbuch. Springer, Wiesbaden, 4., überarbeitete und erweiterte Auflage, 2012.
- [86] P. Kucharczyk, M. Sharaf, und S. Münstermann. On the influence of steel microstructure on short crack growth under cyclic loading. *International Journal of Fatigue*, 41:83–89, 2012.
- [87] M. Sharaf, P. Kucharczyk, N. Vajragupta, S. Münstermann, A. Hartmaier, und W. Bleck. Modeling the microstructure influence on fatigue life variability in structural steels. *Computational Materials Science*, 94:258–272, 2014.
- [88] S. Allain und O. Bouaziz. Microstructure based modeling for the mechanical behavior of ferrite–pearlite steels suitable to capture isotropic and kinematic hardening. *Materials Science and Engineering: A*, 496(1-2):329–336, 2008.
- [89] R.-M. Rodriguez und I. Gutiérrez. Unified formulation to predict the tensile curves of steels with different microstructures. *Materials Science Forum*, 426-432:4525–4530, 2003.
- [90] J. M. Hyzak und I. M. Bernstein. The role of microstructure on the strength and toughness of fully pearlitic steels. *Metallurgical Transactions A*, 7(8):1217–1224, 1976.
- [91] C. O. Frederick und P. J. Armstrong. A mathematical representation of the multiaxial bauschinger effect. *Materials at High Temperatures*, 24(1):1–26, 2007.
- [92] J.P. Hirth und J. Lothe. *Theory of Dislocations*, Band 2. Krieger Publishing Company, 2009.
- [93] Y. Murakami und M. Endo. Effects of defects, inclusions and inhomogeneities on fatigue strength. *International Journal of Fatigue*, 16(3):163–182, 1994.

- [94] Y. Murakami, T. Toriyama, und E. M. Coudert. Instructions for a new method of inclusion rating and correlations with the fatigue limit. *Journal of Testing and Evaluation*, 22(4):318–326, 1994.
- [95] S. Beretta und Y. Murakami. Statistical analysis of defects for fatigue strength prediction and quality control of materials. *Fatigue & Fracture of Engineering Materials and Structures*, 21(9):1049–1065, 1998.
- [96] A. M. Freudenthal und E. J. Gumbel. On the statistical interpretation of fatigue tests. *Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 216(1126):309–332, 1953.
- [97] P. Mulvihill und C. J. Beevers. The initiation and growth of intergranularly initiated short fatigue cracks in an aluminium 4.5 per cent copper alloy. *Short Fatigue Cracks*, Seiten 203–213, 1986.
- [98] W. D. Musinski und D. L. McDowell. Microstructure-sensitive probabilistic modeling of HCF crack initiation and early crack growth in Ni-base superalloy IN100 notched components. *International Journal of Fatigue*, 37:41–53, 2012.
- [99] S. Coles. *An Introduction to Statistical Modeling of Extreme Values*. Springer Series in Statistics. Springer, London, 2001.
- [100] W. Schütz. The prediction of fatigue life in the crack initiation and propagation stages—a state of the art survey. *Engineering Fracture Mechanics*, 11(2):405–421, 1979.
- [101] J. Polák und J. Man. Mechanisms of extrusion and intrusion formation in fatigued crystalline materials. *Materials Science and Engineering: A*, 596:15–24, 2014.
- [102] J. Polák und J. Man. Initiation of stage I fatigue cracks – experiments and models. *Procedia Engineering*, 101:386–394, 2015.
- [103] A. Ramazani, K. Mukherjee, H. Quade, U. Prah, und W. Bleck. Correlation between 2D and 3D flow curve modelling of DP steels using a microstructure-based rve approach. *Materials Science and Engineering: A*, 560:129–139, 2013.
- [104] S. Ishihara und A. J. McEvily. On the early initiation of fatigue cracks in the high cycle regime. *Proceedings of the 12th International Conference on Fracture, Ottawa, Ontario, Canada*, 2009.

- [105] H. Mughrabi. Microstructural mechanisms of cyclic deformation, fatigue crack initiation and early crack growth. *Philosophical transactions. Series A, Mathematical, physical, and engineering sciences*, 373:20140132, 2015.
- [106] M. Waqas Tofique, J. Bergström, und C. Burman. Very high cycle fatigue crack initiation mechanisms in different engineering alloys. *Procedia Structural Integrity*, 2:1181–1190, 2016.
- [107] J. Bergström. Influence of Load Frequency on Fatigue Strength of Automotive High Strength Steels. In *14th International Conference on Fracture, Rhodos, Griechenland*. 2017.
- [108] D. L. McDowell. Microstructure-sensitive computational fatigue analysis. In Sidney Yip, Herausgeber, *Handbook of Materials Modeling: Methods*, Seiten 1193–1214. Springer, Dordrecht, 2005.
- [109] D. L. McDowell. Simulation-based strategies for microstructure-sensitive fatigue modeling. *Materials Science and Engineering: A*, 468-470:4–14, 2007.
- [110] Institut für Eisenhüttenkunde. Stahl - ab initio: Sonderforschungsbereich 761.
- [111] U. Zerbst, M. Madia, und M. Vormwald. Schwingfestigkeit und Bruchmechanik. In *49. Tagung des Arbeitskreis Bruchmechanik der DVM, Mittweida, Deutschland*. 2017.

