

Bewertung von Störeinflüssen bei der Messung akustischer Moden in mehrstufigen Axialverdichtern

*Evaluation of Disturbing Influences on the Measurement of
Acoustic Modes in Multistage Axial Compressors*

Von der Fakultät für Maschinenwesen der
Rheinisch-Westfälischen Technischen Hochschule Aachen
zur Erlangung des akademischen Grades eines
Doktors der Ingenieurwissenschaften genehmigte Dissertation

vorgelegt von

Frederick Linke

Berichter: Univ.-Prof. Dr.-Ing. Peter Jeschke
Univ.-Prof. Dr.-Ing. habil. Manfred Christian Wirsum

Tag der mündlichen Prüfung: 11.07.2025

Diese Dissertation ist auf den Internetseiten der Universitätsbibliothek online verfügbar.

Kurzfassung

In dieser Arbeit werden Untersuchungen vorgestellt, in denen die Auswirkungen von Störeinflüssen auf die Messung akustischer Moden in einem mehrstufigen Axialverdichter analysiert werden. Dazu werden zunächst die Ergebnisse experimenteller Messungen vorgestellt und im Detail betrachtet. Am Beispiel dieser Messdaten wird der Einfluss von Messunsicherheiten auf die zu bewertenden Azimutalmodenamplituden betrachtet. Weitergehende Analysen zu potentiellen Störeinflüssen aus der Kernströmung des Verdichters finden unter dem Einsatz numerischer Strömungssimulationen statt.

Für die experimentellen Untersuchungen werden instationäre Drucksensoren eingesetzt. Diese sind wandbündig im Gehäuse verbaut, sodass ein störender Effekt der Sensoren auf die Strömung minimiert wird. Durch das verwendete Vorgehen bei der Messung ist je Axialebene ein einziger ortsfester Sensor ausreichend. Die Daten für weitere Umfangspositionen werden unter Verwendung der verstellbaren Leiträder des Prüfstands in Kombination mit einer Phasenkorrektur ermittelt. Durch den Einsatz weiterer Sensoren an zusätzlichen Messstellen der gleichen Axialebene wird die Qualität der Messergebnisse bewertet. Ein Vergleich der Messergebnisse zeigt, dass es entlang des Umfangs, entgegen gängiger Modelle, zu Variationen der Azimutalmodenamplituden kommt.

Um dieses Verhalten näher zu betrachten, wird zunächst eine umfangreiche Messunsicherheitsanalyse durchgeführt. Darin werden Schwankungen der Betriebspunkte, die Messdatenerfassung, Positionsabweichungen der Sensoren sowie die Sensoren selbst analysiert. In der Messunsicherheitsanalyse wird ein Monte-Carlo-Ansatz verwendet, mit dem fehlerbehaftete Zeitsignale generiert, anschließend analysiert und letztlich mit den fehlerfreien Daten verglichen werden. Unter Verwendung dieses Ansatzes werden die störenden Einflüsse sowohl einzeln als auch als kombinierter Gesamtfehler betrachtet. Dabei zeigt sich, dass die Messunsicherheiten lediglich einen kleinen Teil der zuvor beschriebenen Abweichungen verursachen können. An den generierten Datensätzen lässt sich darüber hinaus zeigen, dass sich diese Unsicherheit durch eine präzise Kalibrierung der Sensoren noch einmal deutlich reduzieren lassen.

Für die Analyse störender Einflüsse aus der Kernströmung des Verdichters werden zwei Varianten betrachtet, bei denen sich jeweils eine Schaufel geometrisch von allen anderen Schaufeln derselben Reihe unterscheidet. Durch diese geometrischen Abweichungen werden die instationären Drücke über mehrere Passagen der gleichen Reihe hinweg gestört. Diese instationäre Druckverteilung entspricht qualitativ dem, was auch in den experimentellen Untersuchungen beobachtet wird.

Die Ergebnisse dieser Arbeit zeigen, dass die präzise Kalibrierung von Sensoren für die spätere Analyse äußerst wichtig ist. Dabei ist vor allem auf die korrekte Bewertung des dynamischen Verhaltens Wert zu legen. Darüber hinaus wird gezeigt, dass geometrische Abweichungen von einem idealisierten Aufbau eines Verdichters dazu führen, dass ungeeignete Messverfahren sowie ungeeignete Messraster zu Fehlinterpretationen der Daten führen können. Der Positionierung der Messstellen, dem eingesetzten Messraster sowie dem Messverfahren kommt dementsprechend eine hohe Bedeutung zu.

Abstract

In this work, disturbing influences on the measurement process for acoustic modes in a multi-stage axial compressor are investigated. For this purpose, the results of experimental measurements are first presented and analysed in detail. The influences of measurement uncertainties on the azimuthal mode amplitudes are then analysed, using the data from one of the investigated measurement planes. Further analyses of potential disturbing influences from the core flow of the compressor are carried out by using numerical simulations.

The experimental investigations are carried out using unsteady pressure transducers. These are wall flush mounted in the outer casing so that a disturbing effect of the sensors on the flow is minimized. The measurement procedure used in this work, makes a single fixed sensor sufficient for each axial plane. The data at other circumferential positions is determined by using the adjustable guide vanes of the test bench in combination with a phase correction. By using additional sensors at comparable measuring positions, the results and the quality of the measurement can be analysed in more detail. A comparison of the data of these sensors shows that, contrary to common models, there are fluctuations in the azimuthal mode amplitudes over the circumference.

To take a closer look at this behaviour, a comprehensive measurement uncertainty analysis is carried out first. With this, fluctuations in the operating point, the data acquisition system, position deviations of the sensors and the sensors themselves are analysed. In the measurement uncertainty analysis, a Monte Carlo approach is used, with which error-prone time signals are generated, then analysed and finally compared with the error-free data. Using this approach, the disturbing influences are analysed individually and as a combined total error. The outcome shows that the measurement uncertainties only represent a small part of the deviations described previously. The generated data sets show that this uncertainty can be significantly reduced further by precisely calibrating the sensors.

To analyse disturbing influences from the core flow of the compressor, two variants are considered in which one blade differs geometrically from all other blades in the same row. Due to these geometric deviations, the unsteady pressure is disturbed over several passages of the same row. This unsteady pressure distribution corresponds qualitatively to what is also observed in the experimental investigations.

The results of this work show that the precise calibration of sensors is crucial for subsequent analyses. Particular attention must be paid to the correct evaluation of the dynamic behaviour. Furthermore, it is demonstrated that geometric deviations from an idealized compressor design can lead to misinterpretations of the data if inappropriate measurement methods and measurement grids are used. The positioning of the measuring points, the measuring grid used, and the measuring method are therefore of great importance.

Inhaltsverzeichnis

Nomenklatur	ix
1. Einleitung	1
2. Grundlagen	5
2.1. Schallausbreitung in Kanälen	5
2.2. Druckverteilung und -ausbreitung isolierter akustischer Moden	11
2.3. Überlagerung akustischer Moden	16
3. Stand der Forschung	19
3.1. Einfluss akustischer Moden auf erzwungene Schaufelschwingungen	19
3.2. Ausbreitung und Bestimmung akustischer Moden in Turbomaschinen	20
3.3. Messfehler und Störeinflüsse bei der Bestimmung akustischer Moden	25
3.4. Einordnung dieser Arbeit	28
4. Versuchsaufbau und experimentelle Methoden	31
4.1. Prüfstand und Messtechnik	31
4.1.1. 2,5-stufiger Axialverdichterprüfstand	32
4.1.2. Verstellstatoren und virtuelles Clocking	35
4.1.3. Instationäre Druckmesstechnik	37
4.1.4. Betriebspunkte und Zuströmung	43
4.2. Analyse instationärer Gehäusedrücke	45
4.2.1. Frequenzanalyse	45
4.2.2. Azimutalmodenanalyse	48
4.2.3. Vergleich komplexer Druckamplituden	52
4.3. Betriebspunktstabilität und -reproduzierbarkeit	54
4.4. Unsicherheitsanalyse	56
4.4.1. Synthese	57
4.4.2. Analyse & Vergleich	59
5. Numerische Methoden	61
5.1. Strömungslöser	61
5.2. Modellierung des Verdichters	62
5.3. Modellierung von Geometrievariationen	65
5.4. Modenanalyse	68
6. Azimutalmodenanalyse am Axialverdichter	69
6.1. Analyse der experimentellen Daten	69
6.1.1. Frequenzanalyse	69
6.1.2. Azimutalmodenanalyse	72
6.2. Vergleich experimenteller und numerischer Azimutalmodenanalysen	76
6.3. Vorhersagegüte von instationären Drücken aus Rotor-Stator-Interaktionen	82

7. Messunsicherheit	85
7.1. Signalabtastung	85
7.2. Kombination der Sensordaten	88
7.3. Stabilität und Reproduzierbarkeit von Betriebspunkten	89
7.3.1. Stabilität und Reproduzierbarkeit der instationären Gehäusedrücke	90
7.3.2. Drehzahleinfluss	93
7.3.3. Temperatureinfluss	94
7.4. Messkette	95
7.4.1. Nullpunktdrift und -hysterese	95
7.4.2. Variation der Empfindlichkeit	96
7.4.3. Kombinierte Nichtlinearität, Hysterese und Reproduzierbarkeit nach Herstellerangaben	99
7.4.4. Auflösung der Analog/Digital-Wandlung	100
7.5. Einbausituation	101
7.5.1. Abweichung der Umfangsposition	102
7.5.2. Rückstand in das Gehäuse	103
7.6. Gesamtunsicherheit	105
7.7. Wiederholungsmessung in Messebene X	107
7.8. Einfluss der Messunsicherheit	109
8. Störeinflüsse aus der Kernströmung	111
8.1. Instrumentierte Schaufeln	111
8.1.1. Einfluss instrumentierter Schaufeln auf die stationäre Aerodynamik	112
8.1.2. Einfluss instrumentierter Schaufeln auf die Messung rotierender Moden	114
8.2. Schaufeln mit Fehlstellung	122
8.2.1. Einfluss fehlgestellter Schaufeln auf die stationäre Aerodynamik .	123
8.2.2. Einfluss fehlgestellter Schaufeln auf die Messung rotierender Moden	125
9. Zusammenfassung und Ausblick	133
Literaturverzeichnis	137
A. Messstellen und -technik	145
A.1. Messstellen und -raster	145
A.2. Instationäre Drucksensoren	147
A.3. Durchmesserkorrektur von Sensoren bei instationären Druckmessungen .	148
A.4. Dynamische Kalibrierdaten	151
B. Netzeinfluss	153
B.1. Gesamtverdichter	153
B.2. Schaufeln mit Vorderkanteninstrumentierung	155
C. Experimentelle und numerische Analyse instationärer Drücke	157
C.1. Experimentelle Frequenzanalyse	157
C.2. Experimentelle Azimutalmodenanalyse	159
C.3. Vergleich experimenteller und numerischer Azimutalmodenamplituden . .	162

D. Analyse von Störeinflüssen	167
D.1. Analyseansätze für die Azimutalmodenanalyse	167
D.2. Unabhängigkeitsstudie	170
D.3. Einfluss zurückstehender Sensoren	171
D.4. Stabilität und Reproduzierbarkeit	174
D.5. Nichtlinearität	175
D.6. Umfangsperiodizität in Messebene X	176

Nomenklatur

Lateinische Buchstaben

a	Schallgeschwindigkeit	[m/s]
A	Komplexe Modenamplitude	[Pa]
A_m	Komplexe Azimutalmodenamplitude	[Pa]
\mathbf{A}_m	Amplitudenvektor	[Pa]
B	Komplexe Modenamplitude	[Pa]
c	Geschwindigkeit	[m/s]
C	Komplexe Modenamplitude	[Pa]
d	Durchmesser	[m]
E	Empfindlichkeit	[V/Pa]
EO	Erregerordnung	[–]
f	Frequenz	[Hz]
g	Komponente der Druckverteilung	[–]
G	Verstärkungsfaktor	[–]
h	Harmonische	[–]
h	Kanalhöhe	[m]
i	Imaginäre Einheit	[–]
J	Besselfunktion 1. Art	[–]
k	Kreiswellenzahl	[1/m]
\mathbf{k}	Kreiswellenzahlvektor	[1/m]
m	Azimutalmodenordnung	[–]
\dot{m}	Massenstrom	[kg/s]
M	Machzahl	[–]
M	Anzahl zu analysierender Moden	[–]
n	Drehzahl	[1/s]
n	Radialmodenordnung	[–]
n	Stichprobenumfang	[–]
NB	Schaufelzahl	[–]
p	Druck	[Pa]
\mathbf{p}	Druckvektor	[Pa]
p_ω	Komplexer Druck im Frequenzbereich	[Pa]
q	Beliebige Strömungsgröße	[]
Q	Eigenwert der Radialverteilung	[–]
r	Radius	[m]
R	Rauschen	[Pa]
R	Residuum	[]
R	Spezifische Gaskonstante	[J/(kg K)]
s	Empirische Varianz	[]
SRV	Signal-Rausch-Verhältnis	[–]
t	Zeit	[s]
T	Periodendauer	[s]

T	Temperatur	[K]
U	Spannung	[V]
u_W	Wellengeschwindigkeit	[m/s]
w	Komponente der Übertragungsmatrix	[–]
\mathbf{W}	Übertragungsmatrix	[–]
x	Axialposition	[m]
Y	Besselfunktion 2. Art	[–]
y^+	Dimensionloser Wandabstand	[–]

Griechische Buchstaben

α	Ausbreitungsfaktor	[–]
φ	Azimutal-/Umfangsposition	[°]
η	Nabenverhältnis	[–]
η	Wirkungsgrad	[–]
κ	Isentropenexponent	[–]
λ	Wellenlänge	[m]
μ	Grenzen des Erwartungswertes	[–]
μ	Mutual Coherence (dt.: wechselseitige Kohärenz)	[–]
π	Druckverhältnis	[–]
ρ	Dichte	[kg/m ³]
σ	Eigenwert der Radialverteilung	[m]
σ	Standardabweichung	[]
τ_D	Zeit zum Passieren eines Sensors	[s]
Ω	Winkelgeschwindigkeit	[1/s]
ω	Kreisfrequenz	[Hz]
ζ	Ausbreitungswinkel	[°]

Subskripte

0	Stationärer Anteil
a	Außen
DIF	Diffusorebene
i	Innen
is	Isentrop
Ist	Tatsächlicher Wert
K	Korrigiert
m	Azimutalmodenordnung
M	Motor
M	Gemessen
max	Maximaler Wert
min	Minimaler Wert
n	Radialmodenordnung
r	in radialer Richtung
R	Rotor
R	Rekonstruiert
ref	Referenzwert

rel	Relative Größe
red	Reduzierte Größe
s	Statische Größe
S	Stator
Sen	Sensor
Shift	Verschoben
Soll	Sollwert
t	Totalgröße
tt	Total- zu Totalgröße
V	Verdichter
VE	Verdichtereintrittsebene
x	in axialer Richtung
φ	in azimuthaler Richtung

Superskripte

/	Schwankungsanteil
+	Stromab
-	Stromauf

Operatoren

$\Im ()$	Imaginärteil
$\Re ()$	Realteil
$\sigma ()$	Standardabweichung
■	Arithmetisches Mittel
\angle	Winkel/Phase
Δ	Differenz
δ	Relative Abweichung
	Betrag
$\langle \rangle$	Skalarprodukt

Abkürzungen

A/D	Analog/Digital
AMA	Azimutalmodenanalyse
AP	Absolutposition
BLISK	Blade Integrated Disk (dt.: Integrale Scheibe mit Schaufeln)
BP	Betriebspunkt
BSSM	Berührungslose Schaufelschwingungs- und Spalt-Messung
DLR	Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt e. V.
EO	Erregerordnung
FFT	Fast Fourier Transformation (dt.: Schnelle Fourier-Transformation)
FSO	Full-Scale-Output
HAR	High Aspect Ratio (dt.: großes Höhen-Seiten-Verhältnis)
HB	Harmonic Balance
HS	Harmonisches Setup

ME	Messebene
MP	Messposition
OMP	Orthogonal Matching Pursuit
R1	Rotor 1
R2	Rotor 2
RANS	Reynolds-Averaged Navier-Stokes equations (dt.: Reynolds-gemittelte Navier-Stokes-Gleichungen)
URANS	Instationäre RANS-Simulation
RTV	Room temperature vulcanizing silicone (dt.: bei Raumtemperatur vulkanisierendes Silikon)
S1	Stator 1
S2	Stator 2
S	Sensor
SG	Sealed Gage
SRV	Signal-Rausch-Verhältnis
SVD	Singular Value Decomposition (dt.: Singulärwertzerlegung)
VLR	Vorleitrad
Δ_{90}	90 %-Konfidenzintervall

1. Einleitung

In weiten Bereichen der Industrie ist zu beobachten, dass der Einsatz numerischer Simulationen bei der Entwicklung neuer Produkte stetig zunimmt. Mit der steigenden Leistungsfähigkeit moderner Computer ist ein Großteil der Entwicklungstätigkeiten im Maschinenbau bereits durch Simulationsmethoden abgedeckt. Auch zukünftig wird dieser Anteil weiter zunehmen, um kostspielige experimentelle Untersuchungen weitestgehend ablösen zu können. Damit sinkt neben den Kosten auch die Länge der Entwicklungszyklen neuer Produkte, da in kürzerer Zeit mehr verschiedene Konzepte bewertet werden können, als es mit experimentellen Studien möglich wäre. Begünstigend kommt hinzu, dass an den numerischen Modellen auch Bereiche analysiert werden können, in denen der Einsatz von Messtechnik nicht möglich ist.

Diese Weiterentwicklung ist allerdings nur dann möglich, wenn die eingesetzten Simulationsmethoden vorab validiert werden. Dies geschieht in der Regel an experimentellen Messergebnissen. Ein vollständiger Verzicht auf Experimente ist daher nicht möglich.

In der Luftfahrtindustrie werden durch die hohen Sicherheitsstandards besonders hohe Anforderungen an die numerischen Simulationen gestellt. Ein Teilbereich, welcher nach wie vor besonders auf die Validierung mit experimentellen Versuchsdaten angewiesen ist, ist die Bewertung von Schaufelschwingungen in den Triebwerken. Die Vorhersage von Schaufelschwingungen ist nicht nur in Triebwerken herausfordernd, sondern ist auch bei der Entwicklung anderer Turbomaschinen wie stationären Gas- und Dampfturbinen ein wesentlicher Teil der Entwicklungsarbeit. *El-Aini et al.* [16] benennen High-Cycle Fatigue an der Beschaukelung, also die Bauteilermüdung aufgrund einer hohen Zahl mechanischer Lastwechsel, als einen wesentlichen Kostenfaktor bei der Entwicklung neuer Turbomaschinen. Das Potential zur Kostenreduktion durch den Einsatz numerischer Simulationen ist hier dementsprechend hoch. Dabei müssen die zur Validierung verwendeten Messdaten aber einer gewissen Qualität genügen, denn den validierten Methoden kann nur so weit vertraut werden, wie dies auch für die zugrundeliegenden Validierungsdaten gilt.

Für die präzise Vorhersage von Schaufelschwingungen ist die genaue Simulation der Anregungs- und Dämpfungsmechanismen notwendig. Angeregt werden die Schaufeln im Wesentlichen durch den Nachlauf und das Potentialfeld benachbarter Schaufelreihen sowie durch akustische Druckschwankungen. Der akustische Anteil wird meist durch die Interaktion mehrerer Schaufelreihen angeregt und kann sich sowohl stromab als auch stromauf über mehrere Reihen hinweg ausbreiten. Die Ausbreitung findet in Form akustischer Moden statt, welche nach der Arbeit von *Tyler und Sofrin* [89] häufig auch als Tyler-Sofrin-Moden bezeichnet werden. Die Untersuchung dieser Moden ist der Inhalt dieser Arbeit.

An dem Verdichter der in dieser Arbeit verwendet wird, haben *Sanders* [76] und *Terste-*

gen [87] bereits numerische sowie experimentelle Studien zur Vorhersage von Schaufel-schwingungen durchgeführt. *Terstegen* [87] hat in seiner Arbeit Messungen im Axialspalt stromab des ersten Rotors vorgestellt. Dabei hat er darauf aufmerksam gemacht, dass die Umfangsverteilung der analysierten Daten nicht überall mit den Modellvorstellungen übereinstimmt. Obwohl diese und ähnliche Beobachtungen zu Abweichungen bei experimentellen Untersuchungen bekannt sind, ist die Zahl der Untersuchungen und Veröffentlichungen in diesem Bereich nach wie vor gering.

Vor diesem Hintergrund werden in dieser Arbeit Messungen und Simulationen akustischer Moden im Verdichter vorgestellt und diskutiert. Dabei steht der Vergleich der experimentellen und der numerisch generierten Daten im Fokus der Untersuchungen. Ziel ist es, mögliche Ursachen der beobachteten Umfangsverteilungen zu identifizieren und daraus Empfehlungen für die Messung akustischer Moden nahe der Beschau felung abzuleiten.

Dazu werden zwei thematische Schwerpunkte im Detail betrachtet. Zum einen wird mit einer umfangreichen Messunsicherheitsanalyse bewertet, inwieweit ungenaue Messungen die Ursache für die zuvor beobachteten Umfangsverteilungen sein können. Darüber hinaus findet eine Analyse mit geometrischen Änderungen an den Schaufeln des ersten Stators statt, die zu einer veränderten Kernströmung im Verdichter führen. Damit erfolgt die Bewertung von Störungen in der Verdichterströmung, die sich auf die Messung akustischer Moden auswirken.

Für alle Untersuchungen dieser Arbeit kommt der 2,5-stufige Axialverdichterprüfstand des Instituts für Strahlantriebe und Turbomaschinen der RWTH Aachen zum Einsatz. Für die numerischen Studien wird ein Modell desselben Verdichters verwendet. Für die Azimutalmodenanalysen kommt in beiden Fällen ein Compressed Sensing Ansatz zum Einsatz. Dieser ermöglicht die Reduktion von Messstellen, ohne die Qualität der Messdaten signifikant zu beeinträchtigen.

Zur Beschreibung der Inhalte werden in den folgenden Kapiteln die theoretischen Hintergründe sowie die eingesetzten Methoden im Detail erläutert. Die anschließende Beschreibung der Ergebnisse erfolgt in drei separaten Abschnitten. Zu Beginn werden die Ergebnisse der experimentellen Azimutalmodenanalyse vorgestellt. An diesen Daten werden die zuvor beschriebenen Umfangsverteilungen näher erläutert. Darüber hinaus erfolgt auch eine qualitative Bewertung der Vorhersagegüte numerischer Strömungssimulationen. In den beiden daran anschließenden Kapiteln wird jeweils einer der Themenschwerpunkte separat betrachtet.

Die Messunsicherheitsanalyse basiert auf den experimentellen Messdaten und findet unter Verwendung eines Monte-Carlo-Ansatzes statt. Unter gezieltem Einbringen von Fehlern werden Zeitsignale synthetisiert und anschließend wieder analysiert. Die Synthese findet unter Verwendung von Zufallsverteilungen statt. Durch den Vergleich der analysierten Daten mit fehlerfreien Datensätzen erfolgt eine Einordnung der Messunsicherheiten.

Die Auswirkungen der störenden Einflüsse auf die Messung der Azimutalmodenamplituden werden dabei für jeden Einflussfaktor separat betrachtet und beschrieben. Ab-

schließlich erfolgt eine Bewertung der Gesamtunsicherheit durch die Überlagerung der einzelnen Störeinflüsse.

Die Untersuchungen der geometrisch veränderten Statorschaufeln finden ausschließlich unter Verwendung numerischer Strömungssimulationen statt. In diesen Untersuchungen werden zwei Fälle betrachtet. In einem wird die an einigen Schaufelvorderkanten eingesetzte Instrumentierung berücksichtigt, so wie sie auch im Experiment eingesetzt wird. Für den anderen wird der Staffelungswinkel einer Schaufel verändert. In beiden Fällen werden stets nur wenige angepasste Schaufeln neben sonst unveränderten Schaufeln betrachtet. Solche und andere geometrische Abweichungen von einer ideal einheitlichen Beschauung je Reihe können in Turbomaschinen sowohl gezielt als auch ungewollt auftreten. Der Einfluss dieser Abweichungen auf den Wirkungsgrad sowie auf den Massenstrom ist in dieser Arbeit nur von untergeordneter Bedeutung. Der Fokus liegt dagegen auf den Auswirkungen geometrischer Änderungen auf die Azimutalmodenanalyse. Dabei wird ebenfalls darauf eingegangen, welche Bedeutung das Messraster bei der Messung unter diesen Voraussetzungen hat.

Die Ergebnisse dieser Arbeit zeigen wichtige Punkte auf, die bei der Messung akustischer Moden berücksichtigt werden sollten. Während der Einfluss der Messunsicherheit gegenüber den im Experiment beobachteten Abweichungen der Azimutalmodenamplituden klein ist, wird gezeigt, dass diese Unsicherheit durch eine genaue Kalibrierung der Sensoren nochmals reduziert werden kann. Besonderer Wert ist hier auf die dynamische Kalibrierung von Sensoren zu legen, welche in dieser Arbeit gesondert zur Unsicherheitsanalyse betrachtet wird. Es treten Resonanzeffekte auf, die besonders bei hohen Frequenzen zu deutlichen Abweichungen zwischen anliegendem und gemessenem Druck führen können.

Daneben ist auch auf das verwendete Messverfahren sowie das dabei eingesetzte Messraster Wert zu legen. Es wird gezeigt, dass diesen besonders dann eine große Bedeutung zukommt, wenn die Druckverteilung nicht dem erwarteten umfangsperiodischen Muster entspricht. Dies kann beispielsweise durch die hier analysierten geometrischen Abweichungen vom idealen Verdichter hervorgerufen werden. Unter diesen Bedingungen werden sowohl an das Messverfahren als auch an das Messraster höhere Anforderungen gestellt, als es unter idealisierten Bedingungen der Fall ist.

Aufgrund der Vielzahl potentieller Einflüsse kann hier kein Anspruch auf Vollständigkeit erhoben werden. Untersucht wurden jene Einflüsse, denen vorab starke Auswirkungen auf die Messung akustischer Moden zugeschrieben wurde. Auch gibt es Einflüsse aus Bereichen um den Kern des Verdichters, die aufgrund mangelnder Daten nicht näher betrachtet werden konnten. Dazu zählen beispielsweise instationäre Änderungen von Drücken, Temperaturen und Geschwindigkeiten an Ein- und Austritt des Verdichters, die mit der vorhandenen Messtechnik nicht überall erfasst werden können.

2. Grundlagen

Im Rahmen dieser Arbeit wird der Einfluss von Störungen auf die Messung akustischer Moden in einem mehrstufigen Verdichter betrachtet. Für die späteren Kapitel werden hier die theoretischen Grundlagen geschaffen. Dazu wird das Ausbreitungsverhalten akustischer Moden in zylindrischen Kanälen erläutert. In erster Näherung können solche Kanäle für die unbeschauften Bereiche einer Turbomaschine angenommen werden.

In allen folgenden Abschnitten und Kapiteln werden das Koordinatensystem nach Abbildung 2.1. (a) sowie die Bezeichnungen nach Abbildung 2.1. (b) verwendet. Die Beschreibungen in dieser Arbeit erfolgen vorrangig anhand des Zylinder-Koordinatensystems mit dem Radius r , der Umfangsposition φ sowie der Axialposition x .

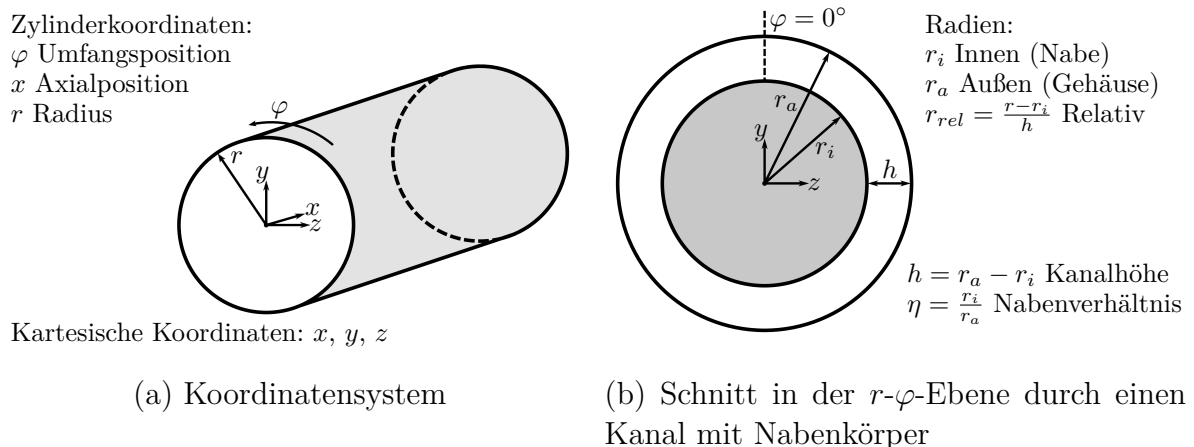


Abbildung 2.1.: Koordinatensystem und geometrische Bezeichnungen in dieser Arbeit

2.1. Schallausbreitung in Kanälen

Die Strömung in einem Verdichter ist in den meisten Bereichen dreidimensional und komplex. Zur Beschreibung der Schallausbreitung in einer solchen Strömung sind numerische Ansätze für die Akustik nötig, wie sie in Abschnitt 3.2 vorgestellt werden. Darüber hinaus ist eine Berechnung der Schallausbreitung auch im Rahmen instationärer dreidimensionaler Strömungssimulationen möglich, wobei darin nicht ohne weitere Annahmen zwischen akustischen und anderen Anteilen der Strömung unterschieden werden kann. Sollen der Schall und seine Ausbreitung analytisch beschrieben werden, sind einige Annahmen und Vereinfachungen nötig, die im Folgenden erläutert werden. Dazu werden die wesentlichen Schritte bei der Herleitung der konvektiven Wellengleichung in Zylinderkoordinaten herangezogen.

Grundlage für die Herleitung der Wellengleichung sind die Kontinuitätsgleichung und die Impulserhaltung. In Zylinderkoordinaten lassen sich diese als

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho c_r}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \rho c_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{\partial \rho c_x}{\partial x} + \frac{\rho c_r}{r} = 0, \quad (2.1)$$

$$\frac{\partial c_x}{\partial t} + c_r \frac{\partial c_x}{\partial r} + \frac{c_\varphi}{r} \frac{\partial c_x}{\partial \varphi} + c_x \frac{\partial c_x}{\partial x} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x}, \quad (2.2)$$

$$\frac{\partial c_r}{\partial t} + c_r \frac{\partial c_r}{\partial r} + \frac{c_\varphi}{r} \frac{\partial c_r}{\partial \varphi} - \frac{c_\varphi^2}{r} + c_x \frac{\partial c_r}{\partial x} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} \text{ und} \quad (2.3)$$

$$\frac{\partial c_\varphi}{\partial t} + c_r \frac{\partial c_\varphi}{\partial r} + \frac{c_\varphi}{r} \frac{\partial c_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{c_r c_\varphi}{r} + c_x \frac{\partial c_\varphi}{\partial x} = -\frac{1}{\rho r} \frac{\partial p}{\partial \varphi} \quad (2.4)$$

schreiben. Diese werden durch die Geschwindigkeitskomponenten c_x , c_r , c_φ , die Dichte ρ und den Druck p sowie mit der zeitlichen t und den räumlichen Koordinaten nach Abbildung 2.1. (a) beschrieben. Im Weiteren wird für die Strömung angenommen, dass diese im Mittel zeitlich und räumlich konstant ist. Damit lässt sich jede Variable q in einen räumlich und zeitlich konstanten Anteil q_0 und in einen Schwankungsanteil $q'(x,r,\varphi,t)$ unterteilen. Dabei wird angenommen, dass für alle Schwankungsanteile gilt, dass diese sehr viel kleiner als die konstanten Anteile ($q' \ll q_0$) sind.

Für die radiale Komponente der Geschwindigkeit wird weiterhin angenommen, dass diese im Mittel $c_{r,0} = 0$ ist. In Axialverdichtern tritt auch diese Komponente auf, stellt aber meist den mit Abstand geringsten Anteil an der Gesamtgeschwindigkeit c dar. Die Azimutalgeschwindigkeit wird als Festkörperdrall $c_{\varphi,0} = \Omega r$ mit der Winkelgeschwindigkeit Ω angenommen. Die Variablen aus (2.1) bis (2.4) lassen sich damit als

$$\rho = \rho_0 + \rho'(x,r,\varphi,t), \quad (2.5)$$

$$p = p_0 + p'(x,r,\varphi,t), \quad (2.6)$$

$$c_x = c_{x,0} + c'_x(x,r,\varphi,t), \quad (2.7)$$

$$c_\varphi = \Omega r + c'_\varphi(x,r,\varphi,t) \text{ und} \quad (2.8)$$

$$c_r = c'_r(x,r,\varphi,t) \quad (2.9)$$

schreiben. Werden diese in (2.1) bis (2.4) eingesetzt, ergibt sich ein neuer Satz an Differentialgleichungen. Auf Grundlage der Annahme, dass die Schwankungsanteile sehr viel kleiner als die konstanten Anteile sind, können darin alle Produkte aus Schwankungsanteilen vernachlässigt werden. Deren Anteil am Ergebnis ist gegenüber den anderen Anteilen gering. Damit findet eine Linearisierung der Gleichungen statt, welche nun als

$$\frac{\partial \rho'}{\partial t} + \rho_0 \frac{\partial c'_r}{\partial r} + \frac{\rho_0}{r} \frac{\partial c'_\varphi}{\partial \varphi} + \Omega \frac{\partial \rho'}{\partial \varphi} + \rho_0 \frac{\partial c'_x}{\partial x} + c_{x,0} \frac{\partial \rho'}{\partial x} + \frac{\rho_0 c'_r}{r} = 0, \quad (2.10)$$

$$\frac{\partial c'_x}{\partial t} + \Omega \frac{\partial c'_x}{\partial \varphi} + c_{x,0} \frac{\partial c'_x}{\partial x} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p'}{\partial x}, \quad (2.11)$$

$$\frac{\partial c'_r}{\partial t} + \Omega \frac{\partial c'_r}{\partial \varphi} - \Omega^2 r - 2\Omega c'_\varphi + c_{x,0} \frac{\partial c'_r}{\partial x} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p'}{\partial r} \quad \text{und} \quad (2.12)$$

$$\frac{\partial c'_\varphi}{\partial t} + \Omega \frac{\partial c'_\varphi}{\partial \varphi} + 2\Omega c'_r + c_{x,0} \frac{\partial c'_\varphi}{\partial x} = -\frac{1}{\rho_0 r} \frac{\partial p'}{\partial \varphi} \quad (2.13)$$

geschrieben werden können. Im Weiteren findet das radiale Gleichgewicht (siehe z. B. *Grieb* [29]) bei reibungsfreier und rotationsfreier Strömung

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial p_0}{\partial r} = c_\varphi \frac{c_\varphi}{r} = \Omega^2 r \quad (2.14)$$

Anwendung. Aufgrund des vom Radius unabhängigen stationären Drucks verschwindet der Anteil $\Omega^2 r$ in den obigen Gleichungen. *Heinig* [34] gibt weiterhin an, dass die Coriolisterme $2\Omega c'_\varphi$ und $2\Omega c'_r$ vernachlässigt werden können, wenn das Verhältnis von Winkelgeschwindigkeit zu Kreisfrequenz ω der Druckschwankung sehr klein ($|\Omega/\omega| \ll 1$) ist.

Wird nun die Divergenz der Impulserhaltungsgleichungen, (2.11) bis (2.13), gebildet und in die substantielle Ableitung der Kontinuitätsgleichung (2.10) eingesetzt, ergibt sich die homogene konvektive Wellengleichung in Zylinderkoordinaten

$$\begin{aligned} \frac{1}{a^2} \frac{\partial^2 p'}{\partial t^2} + (M_x^2 - 1) \frac{\partial^2 p'}{\partial x^2} + \left(\frac{\Omega^2}{a^2} - \frac{1}{r^2} \right) \frac{\partial^2 p'}{\partial \varphi^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial p'}{\partial r} \right) \\ + 2 \left(\frac{M_x}{a} \frac{\partial^2 p'}{\partial t \partial x} + \frac{\Omega}{a^2} \frac{\partial^2 p'}{\partial t \partial \varphi} + \frac{\Omega M_x}{a} \frac{\partial^2 p'}{\partial x \partial \varphi} \right) = 0. \end{aligned} \quad (2.15)$$

Unter Verwendung der Druck-Dichte-Beziehung

$$p' = \rho' a^2 \quad (2.16)$$

ist der instationäre Druck p' darin als einziger Schwankungsanteil verblieben. Diese Beziehung lässt sich für adiabate Zustandsänderungen aus der Energieerhaltung und einer anschließenden Taylorreihenentwicklung ableiten. Bei der Bewegung von Schallwellen durch ein Fluid, wird dieses lokal komprimiert und expandiert. Diese Prozesse finden so schnell statt, dass kein Austausch von Wärme mit der Umgebung stattfindet, womit die Betrachtung als adiabate Zustandsänderung gerechtfertigt ist. Zusätzlich treten in der Wellengleichung (2.15) die Axialmachzahl

$$M_x = \frac{c_{x,0}}{a} \quad (2.17)$$

sowie die Schallgeschwindigkeit a auf. Die Schallgeschwindigkeit ist die Geschwindigkeit kleiner Störungen im Fluid. Bei adiabaten Zustandsänderungen, wie sie hier bei der Wellenbewegung vorliegen, lässt sich die Schallgeschwindigkeit eines idealen Gases aus der Herleitung der Wellengleichung als

$$a = \sqrt{\kappa RT} \quad (2.18)$$

bestimmen. Abhängig ist die Schallgeschwindigkeit vom Isentropenexponenten κ , der spezifischen Gaskonstante R und der Temperatur T . Für trockene Luft sind die Änderungen des Isentropenexponenten und der spezifischen Gaskonstante bei den Betriebspunkten, die in dieser Arbeit betrachtet werden, gering. Aus diesem Grund werden diese hier, nach Stoffdaten aus [92], als Konstanten mit den Werten $\kappa = 1,4$ und $R = 287,12 \text{ J/kg K}$ betrachtet.

Für weitere Details zur Herleitung sei auf die Literatur, wie z. B. *Goldstein* [27], *Heinig* [34] und *Tapken* [85] verwiesen.

Da der stationäre Druck p_0 in der Wellengleichung (2.15) nicht mehr enthalten ist, besteht von nun an keine Verwechslungsgefahr mehr zwischen diesem und dem Schwankungsanteil des Drucks p' . Aus diesem Grund wird fortan auf die gesonderte Kennzeichnung des Schwankungsanteils verzichtet, sodass bei Gleichungen der Akustik p' als einfaches p geschrieben wird.

Zur Lösung der Wellengleichung (2.15) wird ein Separationsansatz mit

$$p(x, r, \varphi, t) = g_x(x) g_r(r) g_\varphi(\varphi) g_t(t) \quad (2.19)$$

für den instationären Druck angewandt. Für den axialen, den azimutalen und den zeitlichen Anteil lassen sich mit

$$g_x(x) = A_{m,n}^+ e^{ik_{x,(m,n)}^+ x} + A_{m,n}^- e^{ik_{x,(m,n)}^- x}, \quad (2.20)$$

$$g_\varphi(\varphi) = e^{im\varphi} \quad \text{und} \quad (2.21)$$

$$g_t(t) = e^{i\omega t} \quad (2.22)$$

Gleichungen mit den beiden komplexen Amplituden $A_{m,n}^+$ und $A_{m,n}^-$ ermitteln. Aus dem Separationsansatz ergibt sich für jedes g eine komplexe Amplitude. In den obigen Gleichungen (2.20) bis (2.22) sind diese für einen stromab laufenden (+) und für einen stromauf laufenden (−) Anteil als $A_{m,n}^+$ und $A_{m,n}^-$ in g_x zusammengefasst. Eine komplexe Amplitude repräsentiert dabei eine Mode, welche von allen anderen Moden mit abweichender Azimutalmodenordnung m , Radialmodenordnung n , Frequenz ω oder Ausbreitungsrichtung (\pm) unabhängig ist. Die Azimutal- sowie die Radialmodenordnung beschreiben die räumliche Druckverteilung einer Mode in der r - φ -Ebene und werden später in diesem Kapitel noch näher beschrieben.

Zusätzlich sind in den Gleichungen die imaginäre Einheit i und der axiale Anteil $k_{x,(m,n)}^\pm$ des Kreiswellenzahlvektors \mathbf{k} neu hinzugekommen. Der Betrag des Kreiswellenzahlvektors

$$|\mathbf{k}| = k = \frac{\omega}{a} \quad (2.23)$$

wird als Kreiswellenzahl k bezeichnet. Die Bedeutung der einzelnen Komponenten wird in Abschnitt 2.2 erläutert.

Die Azimutalmodenordnung ist in (2.21) auf $m \in \mathbb{Z}$ beschränkt. Dies folgt aus den Randbedingungen des Kanals. In diesem muss eine kontinuierliche Druckverteilung ohne Sprünge vorliegen, sodass

$$g_\varphi(\varphi) \stackrel{!}{=} g_\varphi(\varphi + 2\pi) \quad (2.24)$$

gelten muss. Diese Anforderung ist für alle ganzzahligen m in (2.21) erfüllt. Für (2.20) und (2.22) ergeben sich keine direkten Randbedingungen aus der Form des Kanals. Für beide gilt allerdings, dass sie sich periodisch in Raum und Zeit wiederholen, wenn ω und $k_{x,(m,n)}^\pm$ keine imaginären Anteile haben. Für die axiale Ausbreitung entlang des Kanals ist auch der Fall eines komplexen $k_{x,(m,n)}^\pm$ von Bedeutung, wie später noch gezeigt wird.

Der nun noch fehlende radiale Anteil g_r der Wellengleichung besitzt die Form der Besselschen Differentialgleichung. Die Lösung ergibt sich somit aus einer Kombination der Besselfunktionen 1. (J_m) und 2. Art (Y_m), sodass für die radiale Komponente

$$\hat{g}_r(r) = BJ_m\left(\frac{\sigma}{r_{max}}r\right) + CY_m\left(\frac{\sigma}{r_{max}}r\right) \quad (2.25)$$

folgt. Die Amplituden B und C aus (2.25) gehen ebenfalls in die Amplituden $A_{m,n}^+$ und $A_{m,n}^-$ ein, sodass sich die Gleichung zu

$$g_r(r) = J_m\left(\frac{\sigma}{r_{max}}r\right) + QY_m\left(\frac{\sigma}{r_{max}}r\right) \quad (2.26)$$

umstellen lässt. Q kommt hier als neuer Faktor hinzu, da B und C nicht identisch sind. Dieser ist ein Eigenwert einer Mode und muss gemeinsam mit dem Eigenwert σ aus den Randbedingungen ermittelt werden. Diese ergeben sich für den radialen Anteil aus der Eigenschaft, dass die Teilchen in der Strömung die feste Kanalwand nicht durchdringen können. An den Kanalwänden muss daher die Schallschnelle $c' \stackrel{!}{=} 0$ sein, sodass für das radiale Druckgefälle

$$\left.\frac{\partial p}{\partial r}\right|_{r=r_{max}} \stackrel{!}{=} \left.\frac{\partial p}{\partial r}\right|_{r=r_{min}} \stackrel{!}{=} 0 \quad (2.27)$$

an Gehäuse (r_{max}) und Nabe (r_{min}) folgt. Diese Bedingungen lassen sich für eine unendliche Zahl an Eigenwerten erfüllen. Diese unterscheiden sich durch die Anzahl an radialen Nullstellen. Diese Anzahl wird als Radialmodenordnung n bezeichnet, für die $n \in \mathbb{N}_0$ gilt.

Für Kanäle ohne Nabenkörper ist $Q = 0$, da die Besselfunktion 2. Art für alle m bei einem Radius von $r = 0$ zu $-\infty$ wird und somit keine physikalischen Lösungen liefern kann. Für die nähere Beschreibung des radialen Anteils und die Bestimmung der Eigenwerte sei an dieser Stelle auf weitere Literatur wie die Arbeit von *Tapken* [85] verwiesen. Aus den vier zuvor beschriebenen Anteilen ergibt sich somit

$$p(x,r,\varphi,t) = \sum_{\omega=0}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \left(A_{m,n}^+ e^{ik_{x,(m,n)}^+ x} + A_{m,n}^- e^{ik_{x,(m,n)}^- x} \right) \cdot \left(J_m\left(\frac{\sigma}{r_{max}}r\right) + QY_m\left(\frac{\sigma}{r_{max}}r\right) \right) e^{im\varphi} e^{i\omega t} \quad (2.28)$$

als Gleichung für den Druck.

Ziel vieler numerischer Simulationen und experimenteller Untersuchungen zu akustischen Moden ist es, die komplexen Amplituden $A_{m,n}^\pm$ zu bestimmen. Sind diese bekannt, kann der instationäre Druck p auch für längere Abschnitte eines Kanals durch die obige Gleichung (2.28) beschrieben werden, ohne dass dieser vollständig simuliert oder vermessen werden muss. Darüber hinaus lassen sich aus diesen Amplituden auch weitere wichtige Details zur räumlichen Struktur des instationären Drucks gewinnen, die beispielsweise für die Aeroelastik von Bedeutung sind. Zur Bestimmung der komplexen Amplituden $A_{m,n}^\pm$ aus den gemessenen oder simulierten Drücken p existieren verschiedene Ansätze, auf die in Abschnitt 4.2 näher eingegangen wird. Für eine präzise Bestimmung stehen aber besonders bei der experimentellen Analyse häufig nicht die nötigen Messdaten zur Verfügung. Es fehlt häufig der Platz oder die nötige Zahl an Sensoren um an ausreichend vielen unterschiedlichen axialen und radialen Positionen messen zu können. Ist dies der Fall, werden häufig nur die Azimutalmodenamplituden

$$A_m(x,r,\omega) = \sum_{n=0}^{\infty} \left(A_{m,n}^+ e^{ik_{x,(m,n)}^+ x} + A_{m,n}^- e^{ik_{x,(m,n)}^- x} \right) \cdot \left(J_m \left(\frac{\sigma}{r_{max}} r \right) + QY_m \left(\frac{\sigma}{r_{max}} r \right) \right) \quad (2.29)$$

bestimmt. Zur besseren Unterscheidung werden die Moden mit den Amplituden A_m als Azimutalmoden bezeichnet, während jene mit den Amplituden $A_{m,n}^\pm$ auch als Radialmoden bezeichnet werden. Die Azimutalmoden sind eine Überlagerung aller Radialmoden mit gleicher Azimutalmodenordnung. Da sich jede Radialmode anders im Kanal ausbreitet, ändert sich eine Azimutalmodenamplitude mit der Axial- und mit der Radialposition. Sie ist somit keine Mode im eigentlichen Sinn. Wie in der Literatur, wird diese hier trotzdem als Azimutalmode bezeichnet. Mit den Azimutalmoden ist ohne die weitere Zerlegung in die einzelnen Radialmoden keine Beschreibung der Ausbreitung entlang eines Kanals möglich. Wie im folgenden Abschnitt gezeigt wird, lassen sich aber bereits bei der Bestimmung der Azimutalmodenamplituden wertvolle Informationen gewinnen. Die Beschreibung des Drucks p in (2.28) reduziert sich für Azimutalmoden zu

$$p(x,r,\varphi,t) = \sum_{\omega=0}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} A_m(x,r,\omega) e^{im\varphi} e^{i\omega t}. \quad (2.30)$$

Mit den Verfahren aus Abschnitt 4.2 ist es nun möglich, die Azimutalmodenamplituden A_m aus Messdaten nur einer Axial- und Radialposition zu bestimmen. Dabei ist allerdings zu beachten, dass sich nicht nur akustische Moden über die Anteile g_φ und g_t beschreiben lassen. Wird A_m aus p bestimmt, ist somit keine Unterscheidung zu Druckschwankungen aus anderen Phänomenen möglich, die eine entsprechende Umfangsverteilung aufweisen. Diese bewegen sich in der Regel konvektiv durch den Kanal und unterscheiden sich damit elementar vom Ausbreitungsverhalten akustischer Druckschwankungen. Die Separation ist daher nur möglich, wenn die einzelnen Radialmodenamplituden $A_{m,n}^\pm$ bestimmt werden. Ebenso gilt, dass die Azimutalmodenamplituden,

ohne eine vorherige Zerlegung in einzelne Radialmoden in der Regel nicht hinsichtlich ihrer Ausbreitungsrichtung unterteilt werden können. Aus diesem Grund sind die Anteile beider Richtungen in $A_{m,n}^{\pm}$ zu einer Azimutalmodenamplitude A_m zusammengefasst.

2.2. Druckverteilung und -ausbreitung isolierter akustischer Moden

Mit (2.28) liegt eine Gleichung zur Beschreibung des instationären Drucks in einem zylindrischen Kanal vor. Nachfolgend wird die Druckverteilung in allen Raumrichtungen näher beschrieben und in den Kontext der Turbomaschinen eingeordnet. Auf Kanäle variabler Kontur oder die Ausbreitung durch Schaufelreihen wird an dieser Stelle nicht weiter eingegangen. Dazu sei auf Abschnitt 3.2 und die dort genannte Literatur verwiesen.

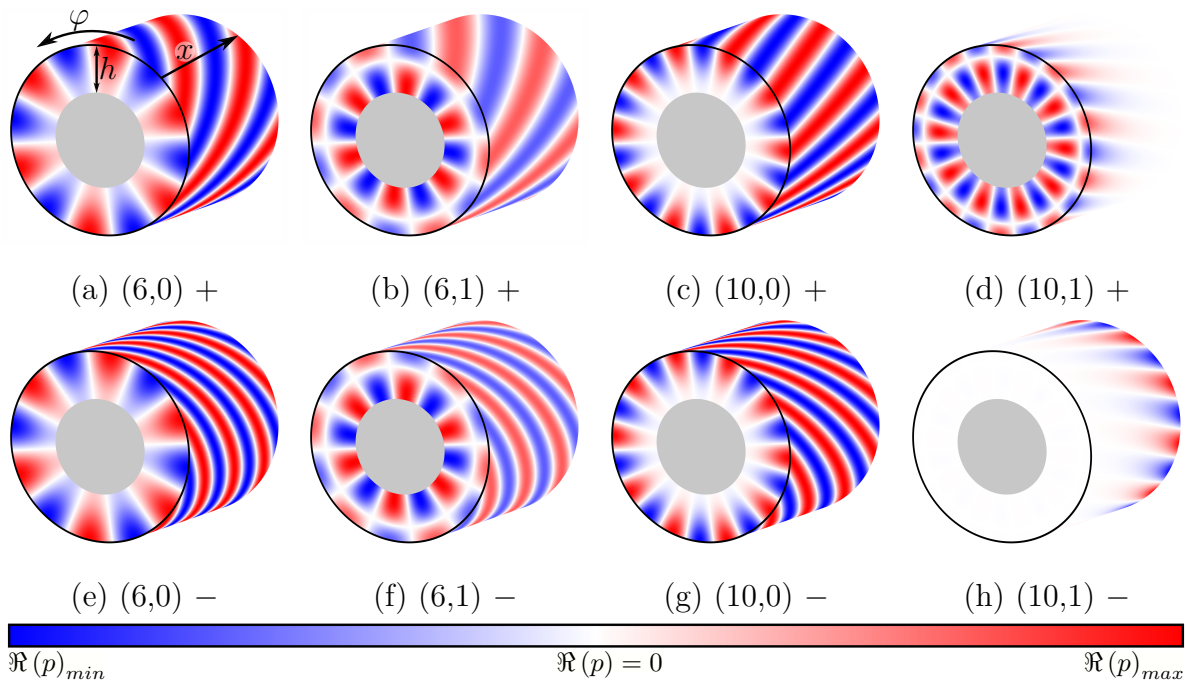


Abbildung 2.2.: Realteil des Drucks $\Re(p)$ bei der Ausbreitung einzelner Moden (m,n) mit (+) und entgegen (-) der Strömung nach (2.28) bei $M_x = 0,3$, $\Omega = 10^1/s$, $\omega = 5000$ Hz, $r_{max} = 1$ m, $\eta = 0,5$ und identischen Amplituden $A_{m,n}^{\pm}$.

Die dreidimensionale Druckverteilung lässt sich für einen Zeitpunkt am Beispiel einzelner Moden grafisch einfach darstellen. Abbildung 2.2. zeigt dazu insgesamt acht Moden mit den Modenordnungen $(m,n) = (6,0)$, $(6,1)$, $(10,0)$ und $(10,1)$ jeweils mit Ausbreitung stromauf (-) und stromab (+). Aufgrund der Ausbreitung der Druckschwankungen werden diese in der Literatur auch als rotierende Moden (engl.: *Spinning Modes*) bezeichnet. Wie zu erkennen ist, unterscheiden sich die Moden $(10,1) \pm$ signifikant von allen anderen Beispielen. Diese breiten sich nur gedämpft als sogenannte Cut-Off-Mode

aus, worauf im Folgenden ebenfalls eingegangen wird.

Frequenz und azimutale Ausbreitung

Die Azimutalmodenordnung m gibt die Anzahl an sinusförmigen Schwingungen über den Umfang an. Je Frequenz treten in der Regel nur wenige dominante Umfangsmodenordnungen auf, die sich nach *Tyler und Sofrin* [89] mit

$$m = h_R NB_R \pm h_S NB_S \quad (2.31)$$

beschreiben lassen. Akustische Moden, die dieser Gleichung folgen, werden in der Literatur häufig auch als Tyler-Sofrin-Moden bezeichnet. Diese entstehen durch die Interaktion eines Rotors mit der Schaufelzahl NB_R und eines Stators mit der Schaufelzahl NB_S . Weiterhin gehen auch die Harmonischen von Rotor $h_R \in \mathbb{N}$ und Stator $h_S \in \mathbb{N}$ in die Gleichung ein.

Mit diesen Größen und der Drehzahl n_R kann ebenfalls die Kreisfrequenz des Signals im Absolut-

$$\omega = 2\pi f = 2\pi n_R EO = 2\pi n_R h_R NB_R \quad (2.32)$$

und im Relativsystem

$$\omega_{rel} = 2\pi f_{rel} = 2\pi n_R EO_{rel} = 2\pi n_R h_S NB_S \quad (2.33)$$

bestimmt werden. Die Erregerordnung EO beschreibt dabei das Produkt aus der Schaufelzahl und der vielfachen, auch als Harmonische bezeichnet, der Rotordrehzahl. Im Relativsystem sind die entsprechenden Größen eines Stators einzusetzen. Hat ein Verdichter nur zwei Reihen, können die Harmonischen direkt aus den Modenordnungen und den Frequenzen bestimmt werden. Voraussetzung dazu ist, dass eine Unterscheidung der Reihen durch ihre Schaufelzahlen möglich ist.

Abbildung 2.3. stellt dazu die Bestimmung der Azimutalmodenordnung mit einem Rotor und einem Stator grafisch dar. Für die Darstellung sei angenommen, dass der Druck der entstehenden Mode immer dann maximal ist, wenn eine Rotor- und eine Statorschaufel die gleiche Umfangsposition einnehmen. Dies ist in der Abbildung als „Interaktion“ gekennzeichnet. Für diese ist zu erkennen, dass die Winkelgeschwindigkeit des Rotors Ω_R bei $h_s \neq 0$ von der der Mode

$$\Omega_m = \frac{EO}{m} \Omega_R \quad (2.34)$$

abweicht. Das Vorzeichen der Azimutalmodenordnung gibt dazu die Drehrichtung der Mode an. Diese ist im Beispiel negativ und damit der des Rotors entgegengesetzt. Durch die um den Faktor EO/m höhere Umlaufgeschwindigkeit der Mode gegenüber dem Rotor, hat diese im Absolutsystem die gleiche Frequenz wie z. B. der Nachlauf des Rotors selbst. Für die Berechnung im Relativsystem muss in (2.34) die relative Erregerordnung EO_{rel} verwendet werden.

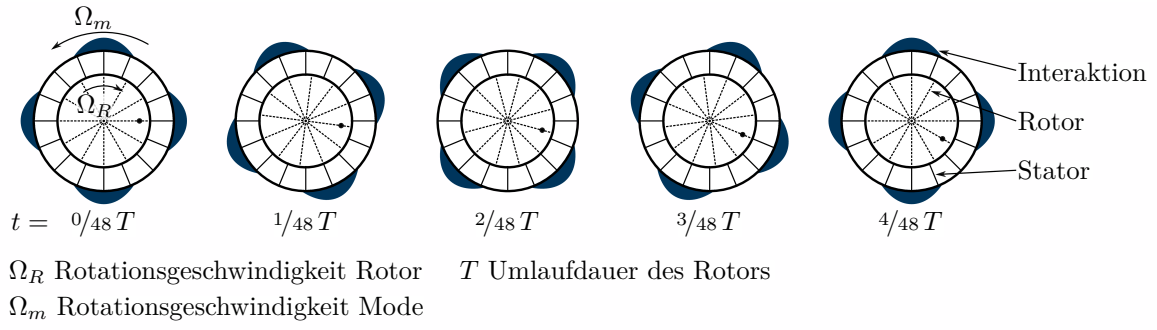


Abbildung 2.3.: Bestimmung der Azimutalmodenordnung nach *Tyler und Sofrin* [89] am Beispiel der Mode $m = -4$ nach (2.31) mit $NB_R = 12$, $NB_S = 16$ und $h_R = h_S = 1$

In mehrstufigen Turbomaschinen kann in der Regel nicht davon ausgegangen werden, dass nur zwei Reihen miteinander interagieren. Die Interaktion mehrerer Reihen wird unter anderem von *Cumpsty* [11] und *Enghardt et al.* [17] beschrieben. Für die Interaktion mehrerer Reihen lässt sich (2.31) zu

$$m = h_{R_1} NB_{R_1} \pm h_{R_2} NB_{R_2} \pm h_{S_1} NB_{S_1} \pm h_{S_2} NB_{S_2} \pm \dots \quad (2.35)$$

erweitern. Darin können weitere Reihen entsprechend der Indizes berücksichtigt werden. Damit ist es häufig möglich, dass auch bei bekannter Frequenz mehrere Kombinationen aus Schaufelzahlen und Harmonischen zu einer Azimutalmodenordnung führen können. Erfahrungsgemäß treten allerdings die niedrigen Harmonischen meist mit höheren Amplituden als die hohen Harmonischen auf. Damit lässt sich der Ursprung einer Mode häufig auf eine oder auf wenige verbleibende Möglichkeiten einschränken. Eine zweifelsfreie Identifikation der beteiligten Reihen und deren Harmonischen ist aber in der Regel nicht möglich.

Interagieren mehrere Rotoren miteinander, ändert sich auch die Frequenz im Absolutsystem. Analog zu (2.35) lässt sich (2.32) bei gleicher Drehzahl n_R aller Rotoren zu

$$\omega = 2\pi n_R |EO_{R_1} \pm EO_{R_2} \pm \dots| \quad (2.36)$$

erweitern. Eine Interaktion mit mehreren Statorreihen führt auf die gleiche Weise zu einer Veränderung der Frequenz im Relativsystem.

Die Azimutalmoden können somit genutzt werden, um die beteiligten Reihen zu identifizieren. Weiterhin können die Azimutalmodenamplituden A_m nach (2.30) für die Validierung numerischer Simulationen herangezogen werden, wovon in Kapitel 6 Gebrauch gemacht wird.

Radialverteilung

Die Radialverteilung des instationären Drucks wird durch die Besselfunktionen in (2.26) beschrieben. Unter Berücksichtigung der Randbedingungen nach (2.27) lassen sich bei einem gegebenen Kanal die Radialverteilungen für jede Kombination aus Radial- und Azimutalmodenordnung bestimmen.

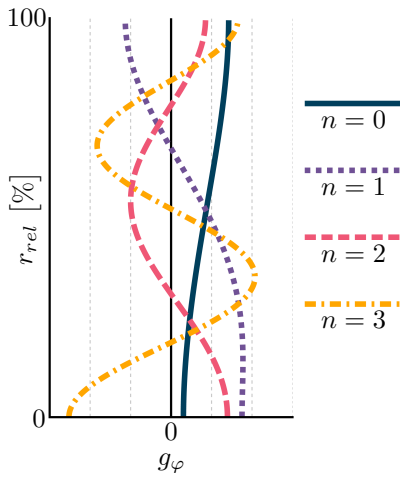


Abbildung 2.4.: Radialverteilung nach (2.26) für $m = 6$ und $n = 0, 1, 2, 3$ bei $\eta = 0,5$

Für sehr große Nebenverhältnisse $0 \ll \eta < 1$ nähern sich diese einer kosinusförmigen Verteilung an. Für diesen Fall ist die Krümmung des Kanals gegenüber seiner Höhe gering, womit sich die Bedingungen denen eines rechteckigen Kanals annähern.

In der Radialverteilung gibt die Radialmodenordnung n die Anzahl radialer Knotenlinien an, bei denen der Druck für eine einzelne Mode zu jedem Zeitpunkt t verschwindet. In Abbildung 2.2. ist dies für den gesamten Umfang bei allen gezeigten Beispielen gut zu erkennen. Unabhängig von den azimutalen und axialen Anteilen zeigt Abbildung 2.4. die Radialverteilung der ersten vier Radialmodenordnungen der Azimutalmodenordnung $m = 6$ am relativen Radius r_{rel} bei einem Kanal mit $\eta = 0,5$.

Ausbreitung entlang des Kanals

Die Ausbreitung parallel zur Rotationsachse hängt von den drei anderen Anteilen g_t , g_r und g_φ ab. Wie in (2.20) gezeigt ist, bestimmt der axiale Anteil $k_{x,(m,n)}^\pm$ des Kreiswellenzahlvektors die Ausbreitung parallel zur Rotationsachse. Dieser ist durch

$$k_{x,(m,n)}^\pm = \frac{k_m}{1 - M_x^2} \left(-M_x \pm \sqrt{1 - (1 - M_x^2) \frac{\sigma^2}{r_{max}^2 k_m^2}} \right) = \frac{k_m}{1 - M_x^2} (-M_x \pm \alpha) \quad (2.37)$$

definiert. Dieser Zusammenhang ergibt sich aus den Anteilen des Kreiswellenzahlvektors \mathbf{k} unter Berücksichtigung des Doppler-Effekts mit den axialen und azimutalen Anteilen der Hauptströmung $c_{x,0}$ und $c_{\varphi,0}$. Der axiale Anteil der Strömung ist in Form der Axialmachzahl M_x berücksichtigt. Der azimutale Anteil geht in Form der Winkelgeschwindigkeit Ω über die modifizierte Kreiswellenzahl

$$k_m = k + \frac{m \Omega}{a} \quad (2.38)$$

in $k_{x,(m,n)}^\pm$ ein. Mit $k = \omega/a$ wird die Signalfrequenz darin ebenfalls berücksichtigt. Die Azimutalmodenordnung m geht direkt, die Radialmodenordnung n indirekt über den Eigenwert der Radialverteilung σ aus (2.26) ein, welcher über die geometrische Randbedingung (2.27) bestimmt wird. Wie (2.37) zeigt, unterscheiden sich der Anteil der axialen Kreiswellenzahl, der sich stromab ausbreitet $k_{x,(m,n)}^+$, von dem der sich stromauf ausbreitet $k_{x,(m,n)}^-$, durch den Faktor α . Dieser Faktor bestimmt das grundlegende Ausbreitungsverhalten einer Mode. Ist der Ausdruck unter der Wurzel negativ, wird α komplex. Dadurch kommt es nach (2.20) zu einem exponentiellen Abklingen der Drücke entlang der Ausbreitungsrichtung der Mode. In den Abbildungen 2.2. (d) und (h) wird dieses Verhalten grafisch gezeigt. Diese beiden Moden können sich als so genannte Cut-Off-Moden nur gedämpft ausbreiten und unterscheiden sich signifikant von den anderen

Moden in Abbildung 2.2. Diese können sich ungedämpft ausbreiten und werden als Cut-On-Moden bezeichnet. Aufgrund dieser Bedeutung für die Ausbreitung wird α auch als Ausbreitungsfaktor bezeichnet.

In einem Abstand zur Schallquelle sind die Cut-Off-Moden in technischen Anwendungen in der Regel nicht mehr von Interesse. Im Nahbereich der Schallquelle können diese Anteile aber durchaus signifikant zum instationären Druck beitragen. Wie schnell eine Cut-Off-Mode abklingt, hängt vom Imaginärteil des Ausbreitungsfaktors ab.

Der Einfluss einzelner Parameter ist in Form der Cut-On-/Off-Grenzen in Abbildung 2.5. gezeigt. Moden außerhalb der eingeschlossenen Bereiche können sich nur gedämpft ausbreiten, während alle Moden innerhalb ungedämpft ausbreitungsfähig sind.

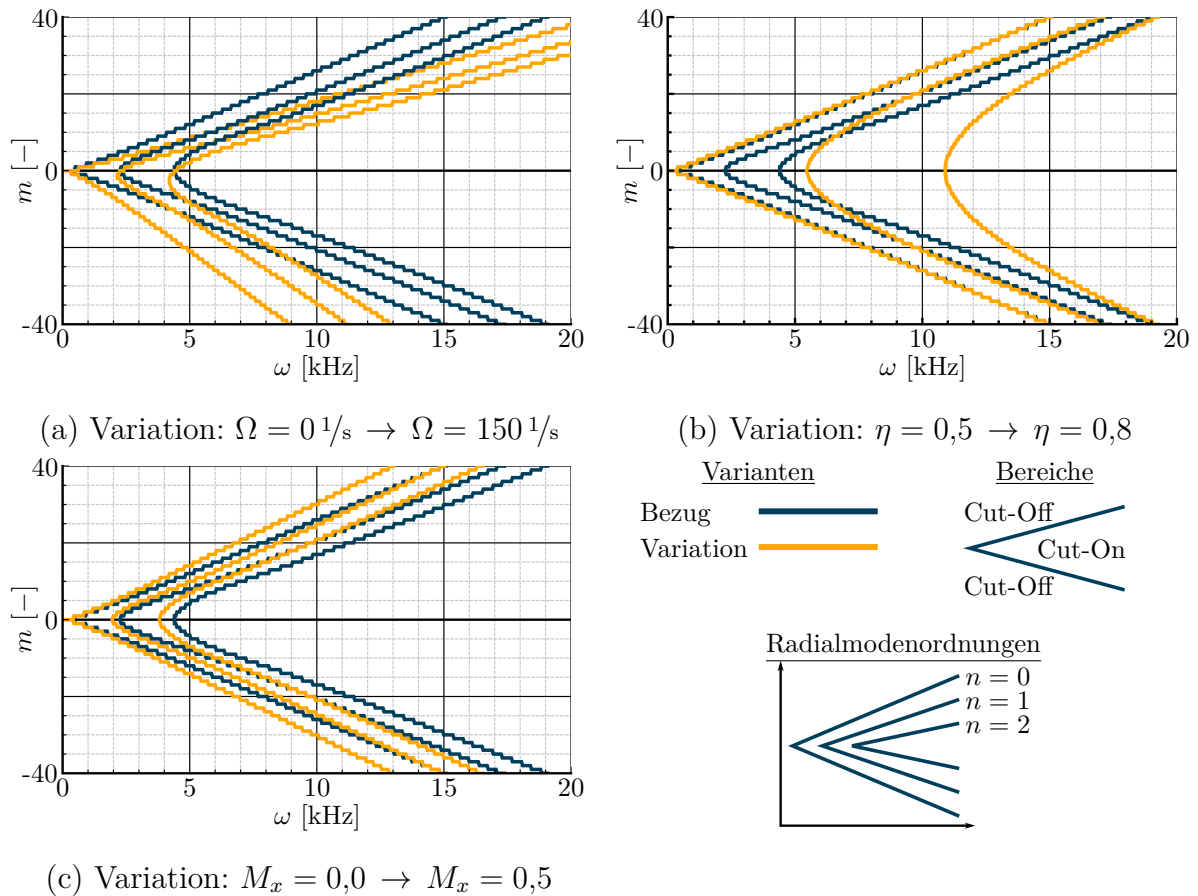


Abbildung 2.5.: Einfluss der Winkelgeschwindigkeit Ω , des Nabenvverhältnisses η und der Axialmachzahl M_x auf das Ausbreitungsverhalten der Moden nach (2.37) gegenüber einem Bezugsfall ($\Omega = 0 \text{ 1/s}$, $M_x = 0$, $r_{max} = 1 \text{ m}$ und $\eta = 0,5$) für verschiedene Azimutalmoden m und Radialmodenordnungen n sowie Kreisfrequenzen ω .

Steigt die Frequenz bei sonst gleichen Bedingungen, nimmt auch die Anzahl ungedämpft ausbreitungsfähiger Moden zu. Ist eine Mode mit der Radialmodenordnung n_2 Cut-On, sind alle Moden mit gleicher Azimutalmodenordnung m und niedrigerer Radialmodenordnung $n < n_2$ ebenfalls ungedämpft ausbreitungsfähig.

Durch die Überlagerung mit einer Umfangsgeschwindigkeit $c_{\varphi,0} \neq 0$ in Abbildung 2.5. (a)

werden die Cut-On-Azimuthalmodenordnungen in Abhängigkeit von der Richtung der Strömung hin zu kleineren oder größeren Ordnungen verschoben. Tritt keine Azimutalgeschwindigkeit auf, sind die Cut-On-/Off-Grenzen symmetrisch um $m = 0$. Durch eine Variation des Nabenverhältnisses η oder der Axialmachzahl M_x in den Abbildungen 2.5. (b) und (c) werden die Cut-On-Bereiche gestreckt oder gestaucht.

In Verdichtern ändern sich sowohl die Kanalkontur als auch die Strömung entlang des Kanals. Dies kann zu häufigen Wechseln zwischen Cut-On- und Cut-Off-Bedingungen führen.

Ausbreitung in der x - φ -Ebene

Die gegenseitige Beeinflussung der einzelnen Komponenten des Drucks führt dazu, dass sich jede Mode unter einem anderen Winkel durch den Kanal ausbreitet. In Abbildung 2.2. ist dies im Vergleich der einzelnen Moden zu erkennen. Die Ausbreitung findet normal zu den Linien gleicher Phase statt. Daraus folgt ein Zusammenhang mit den Wellenlängen in allen drei Raumrichtungen.

An dieser Stelle wird lediglich die Ausbreitungsrichtung in der x - φ -Ebene näher betrachtet. Dazu werden mit

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad (2.39)$$

an Stelle der Wellenlängen λ die Komponenten des Kreiswellenzahlvektors \mathbf{k} betrachtet. Für die axiale Richtung wird diese in (2.37) gezeigt. In azimuthaler Richtung lässt sich diese geometrisch als

$$k_\varphi = \frac{m}{r} \quad (2.40)$$

ermitteln. Die Ausbreitungsrichtung in der x - φ -Ebene entspricht dann

$$\sin(\zeta_{x\varphi}) = \frac{k_\varphi}{k_{x\varphi}}. \quad (2.41)$$

Darin ist $k_{x\varphi}$ die kombinierte Axial-Azimuthal-Kreiswellenzahl, welche die Projektion des Kreiswellenzahlvektors in die x - φ -Ebene darstellt. $\zeta_{x\varphi}$ ist der Ausbreitungswinkel in dieser Ebene. Weitere Betrachtungen für alle Raumrichtungen wurden von *Rice et al.* [65] durchgeführt.

Nach *Rice et al.* [65] ist dabei zu beachten, dass die hier getroffenen Annahmen nur bei großen relativen Radien r_{rel} Gültigkeit besitzen. In dieser Arbeit werden diese Winkel nur in direkter Nähe des Gehäuses betrachtet, womit dies hier keine Einschränkung darstellt.

2.3. Überlagerung akustischer Moden

Einzelne Moden, wie sie in Abbildung 2.2. gezeigt sind, treten in der Regel nicht auf. Es kommt vielmehr zur Überlagerung vieler Moden unterschiedlicher Modenordnungen,

Frequenzen und Amplituden. Abbildung 2.6. zeigt dazu die Überlagerung der Moden aus den Abbildungen 2.2. (a) bis (d). Gelten die einfachen Bedingungen der Herleitung der Wellengleichung (2.15), breitet sich jede Mode weiterhin unabhängig von allen anderen Moden aus. Bei komplexeren Strömungen kann es zur Kopplung der Moden kommen, wie es beispielsweise *Atassi* [3] beschreibt. Die Lösung für eine solche Strömung erfolgt mit numerischen Methoden und wird an dieser Stelle nicht weiter betrachtet, sei der Vollständigkeit aber genannt.

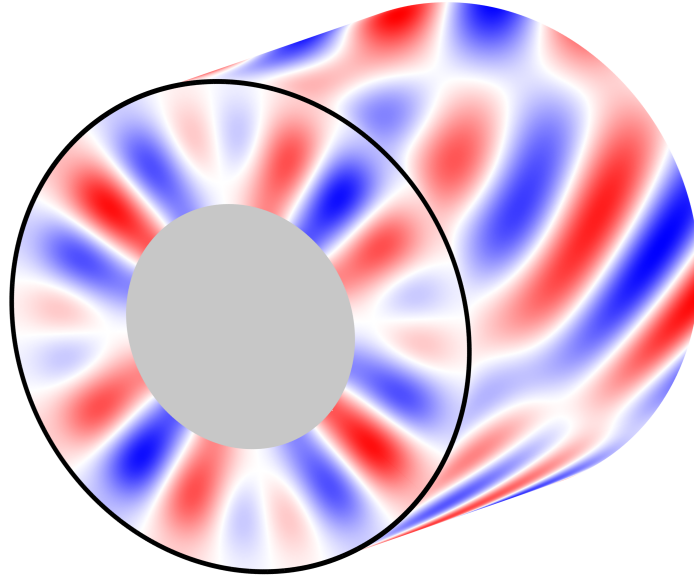


Abbildung 2.6.: Überlagerung der Moden aus Abbildungen 2.2. (a) bis (d)

Werden mehrere Moden einer Frequenz betrachtet, führen die unterschiedlichen Drehzahlen der Moden nach (2.34) und Abbildung 2.3. dazu, dass der Betrag der überlagerten komplexen Drücke über den Umfang nicht konstant ist.

Für die Anregung von Schaufelschwingungen durch akustische Moden kann dies zu individuellen mechanischen Schaufelbelastungen führen. Auf den Stand der Technik dazu wird in Abschnitt 3.1 eingegangen. An dieser Stelle wird lediglich die Überlagerung der akustischen Moden betrachtet, die letztlich zu diesen Belastungen führt. Auf die strukturmechanischen Aspekte wird in dieser Arbeit nicht eingegangen.

Zur Verdeutlichung zeigt Abbildung 2.7. die Überlagerung dreier Moden mit den Azimutalmodenordnungen $m = 1, 2$ und 4 zu vier Zeitpunkten im Absolutsystem. Für diese Betrachtung wird lediglich ein Radius betrachtet, sodass die Unterscheidung nach Radialmodenordnungen an dieser Stelle nicht nötig ist. Es wird weiter angenommen, dass die drei Moden durch die Interaktion eines ersten Rotors mit einem Stator entstanden sind, wie es Abbildung 2.3. beschreibt. Die Schaufeln des zweiten Rotors mit einer vom ersten verschiedenen Schaufelzahl $NB_{R1} \neq NB_{R2}$ sind vereinfacht als schräg angestellte Platten in der Abbildung gezeigt.

Wird zu jedem Zeitpunkt der Druck an den Vorderkanten der beiden Schaufeln A und

B aufgenommen, ergibt sich die rechts in der Abbildung gezeigte Druckverteilung im Relativsystem über eine Umdrehung. Würde aus der Interaktion des ersten Rotors mit dem Stator lediglich eine Mode entstehen, würde an den Schaufeln A und B des zweiten Rotors der gleiche Verlauf aufgenommen werden, bei dem zwischen beiden Schaufeln lediglich ein Phasenversatz vorliegen würde. Durch die Überlagerung mehrerer Moden unterscheiden sich die Drücke an den Schaufeln aber auch in der Form der zeitlichen Druckverteilung mit jeweils individuellen Extremwerten. Damit ist ersichtlich, dass jede Schaufel eine andere mechanische Belastung erfährt. Dies gilt gleichermaßen für Stator-schaufeln.

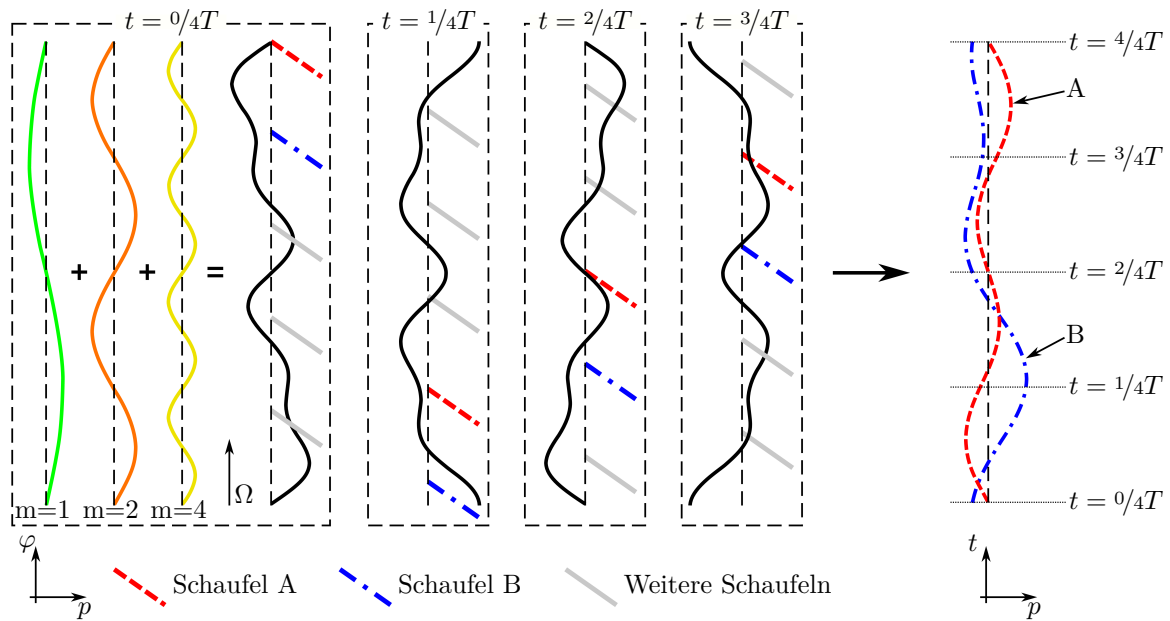


Abbildung 2.7.: Umfangsverteilungen dreier Moden gleicher Frequenz mit den Azimutalmodenordnungen $m = 1, 2, 4$ und deren Überlagerung zu vier Zeitpunkten mit der zeitlichen Druckänderung an den Schaufeln A und B im Relativsystem des Rotors.

3. Stand der Forschung

Zum Einfluss akustischer Moden auf erzwungene Schaufelschwingungen (engl.: *Forced Response*) wird in Abschnitt 3.1 ein kurzer Überblick gegeben. Dieser Forschungsbereich, der die Aeroelastik und die Aeroakustik verbindet, ist noch vergleichsweise jung. Die vorgestellten Zusammenhänge sollen deshalb dazu dienen, die später beschriebenen Inhalte besser einordnen zu können, da der strukturmechanische Anteil kein Bestandteil dieser Arbeit ist.

Die Bestimmung akustischer Moden findet vorrangig unter dem Gesichtspunkt der Schallabstrahlung von Triebwerken oder anderer Turbomaschinen statt. Abschnitt 3.2 stellt einen Ausschnitt von Arbeiten zur Bestimmung dieser Moden in experimentellen Anwendungen und aus den Ergebnissen numerischer Simulationen vor. Darüber hinaus erfolgt eine Übersicht zum Ausbreitungsverhalten von Moden, für welche die vereinfachten Annahmen aus Kapitel 2 zur Geometrie oder zur Strömung nicht verwendet werden können. Ebenso sind Störeinflüsse auf die Messung oder die Strömung zu berücksichtigen. Zu diesen Einflüssen gibt Abschnitt 3.3 einen Überblick. In Abschnitt 3.4 folgt schließlich die Einordnung dieser Arbeit in die bestehende Literatur.

3.1. Einfluss akustischer Moden auf erzwungene Schaufelschwingungen

Sanders und Fleeter [74] beschreiben in ihrer Arbeit den Einfluss akustischer Moden auf die Anregung erzwungener Schaufelschwingungen. Dazu haben sie Studien am 1,5-stufigen Versuchsverdichter der Purdue University durchgeführt. Bei der Diskussion ihrer Ergebnisse gehen sie unter anderem darauf ein, dass auch gedämpft ausbreitungsfähige Moden bei geringen Axialabständen die instationären Drücke auf der Schaufeloberfläche signifikant beeinflussen können. Dementsprechend sollten die gedämpft ausbreitungsfähigen Moden in einem solchen Anwendungsfall nicht vernachlässigt werden, da dies zu Fehlerinterpretationen der Messdaten führen kann.

Ab Mitte der 2010er Jahre gewinnt der Einfluss akustischer Moden auf erzwungene Schaufelschwingungen weiter an Bedeutung, was an der steigenden Zahl entsprechender Veröffentlichungen deutlich wird. So zeigen unter anderem *Schönenborn und Ashcroft* [81] sowie *Li et al.* [54], dass linearisierte numerische Ansätze ohne Kopplung der Schaufelreihen, wie sie zu jener Zeit der industrielle Standard waren, nicht ausreichen, um alle relevanten Anregungsmechanismen berücksichtigen zu können. Sie beschreiben dazu signifikante Abweichungen zwischen den Ergebnissen der gekoppelten und der nicht gekoppelten Simulation, wenn dominante und ungedämpft ausbreitungsfähige akustische Moden auftreten. Diese können Schaufelschwingungen anregen, werden durch ungekoppelte Ansätze aber nicht berücksichtigt.

Ergänzend zeigen *Hall und Ekici* [32] an mehreren Beispielen, dass Ergebnisse zeitlinearisierter Simulationen besser mit mehrstufigen, zeitaufgelösten Simulationen übereinstimmen, wenn die Reihen untereinander gekoppelt sind.

Für mehrstufige Verdichter beschreiben *Schrage et al.* [82] und später auch *Schönenborn* [80], dass durch die Interaktionen von mehr als zwei Schaufelreihen zusätzliche Knotendurchmesser der Schaufelschwingungen angeregt werden. Hervorgerufen werden diese durch die Interaktion von akustischen Moden mit weiteren Schaufelreihen (siehe Abschnitt 2.3). Gegenüber den vorherigen Arbeiten erfordert die Berücksichtigung dieses Phänomens, dass gekoppelte Simulationen mit einem nochmals erweiterten numerischen Setup durchgeführt werden müssen, welches weitere Schaufelreihen einschließt. *Schrage et al.* [82] nutzen hierzu mehrstufige instationäre Simulationen des vollen Umfangs, während *Schönenborn* [80] zeigt, dass dies auch mit frequenzbasierten Methoden möglich ist. Dabei kommt der Anzahl betrachteter Harmonischer eine hohe Bedeutung zu. Außerdem wird gezeigt, dass auch die relativen Umfangspositionen der beiden Rotor-Reihen zueinander einen direkten Einfluss auf die individuellen instationären Schaufeldruckverteilungen haben.

Für den in dieser Arbeit betrachteten Verdichter zeigen *Terstegen* [87] und *Sanders* [76] den Einfluss akustischer Moden auf erzwungene Schaufelschwingungen. Sie vergleichen dazu die Ergebnisse verschiedener numerischer Ansätze mit experimentellen Daten. Damit zeigen sie für den ersten Rotor, dass die gekoppelte Simulation der anregenden und der angeregten Reihe, unter Berücksichtigung akustischer Moden, für eine präzise Vorhersage wichtig ist.

3.2. Ausbreitung und Bestimmung akustischer Moden in Turbomaschinen

Die Untersuchungen von *Tyler und Sofrin* [89] zählen zu den frühen Arbeiten, die sich mit der Entstehung und Ausbreitung von Schall in Turbomaschinen beschäftigen. Die dort auftretenden akustischen Rohrmoden werden in der Literatur daher häufig auch als Tyler-Sofrin-Moden bezeichnet. Sie führen eine einfache Berechnungsvorschrift zur Bestimmung der Umfangsmodenordnung (2.31) ein und leiten das Ausbreitungsverhalten in zylindrischen Rohren her, wie sie in erster Näherung zwischen Schaufelreihen sowie stromauf und stromab der Beschaufelung in Triebwerken und anderen Turbomaschinen zu finden sind.

(Teil)analytische Beschreibung der Ausbreitung

In späteren Arbeiten werden Erweiterungen für die Beschreibung der Ausbreitung in Kanälen entwickelt, mit denen auch variable Kanalradien abgebildet werden können. Diese kommen den Geometrien realer Turbomaschinen noch einmal wesentlich näher. Hier sind vor allem die Arbeiten um *Rienstra* [67, 69] zu nennen. In diesen wird ein

Mehrskalensatz für die Berechnung verwendet. Dabei wird für schallharte Kanäle ebenfalls gezeigt, dass sich eine Mode ab dem Cut-On-/Off-Übergang im Kanal in Form einer transmittierten Cut-Off-Mode und einer reflektierten Cut-On-Mode weiter ausbreitet. Dem Cut-Off-Anteil schreibt *Jaron* [44] eine Blindleistung zu, da dieser auch wieder akustische Energie transportieren kann, wenn es im weiteren Verlauf zu einem erneuten Übergang zu Cut-On-Bedingungen kommt. *Ovenden* [60] beschreibt für schallweiche Wände mit hoher Wandimpedanz ein vergleichbares Verhalten. Zur Validierung der beschriebenen Ansätze zeigen *Ovenden et al.* [61] Vergleiche zwischen numerischen Simulationen sowie den entsprechenden analytischen Vorhersagen zur Modenausbreitung in Kanälen mit variabler Kanalkontur. Für diese wird eine gute Übereinstimmung festgestellt. Dazu sind allerdings weiterhin einfache Strömungsbedingungen hinsichtlich Drall, Umfangshomogenität und Radialverteilung anzunehmen.

Das Ausbreitungsverhalten in Rohren unter Berücksichtigung realer oder realitätsnaher Strömungen wurde von *Enghardt et al.* [17] untersucht. Sie beschreiben dazu, dass sich die Form der Radialverteilung einer Mode mit der Radialverteilung der Strömung ändert. Davon sind Moden niedriger Radialmodenordnung stärker betroffen als jene mit hoher Radialmodenordnung. *Atassi* [3] weist weiterhin darauf hin, dass es durch eine inhomogene Strömung zur Kopplung der Radialmoden untereinander kommt, auch wenn dieser Einfluss unter den von ihm betrachteten Bedingungen gering ist. Für geringe Fehler bei der Radialmodenanalyse in Experimenten oder Simulationsergebnissen sind diese Einflüsse zu berücksichtigen.

Während die Ausbreitung in den unbeschaukelten Kanalabschnitten damit in vielen Fällen gut abgebildet werden kann, unterliegt die Vorhersage von Ausbreitung, Transmission und Reflexion akustischer Moden an und in den Schaufelreihen anwendungsnaher Turbomaschinen noch großen Unsicherheiten. In den 1970er Jahren wurden in frühen Arbeiten von *Kaji und Okazaki* [46, 47], *Amiet* [1], *Koch* [49] und anderen bereits Transmission und Reflexion von Schallwellen an Schaufelkaskaden untersucht und mit Gleichungen beschrieben. Dabei kommen zweidimensionale Ansätze an ebenen Platten zum Einsatz. Mit diesen Ansätzen zeigen sie übereinstimmend, dass der Winkel zwischen der Ausbreitungsrichtung einer Mode und dem Staffelungswinkel der Schaufelreihe einen signifikanten Einfluss auf das Ausbreitungsverhalten durch jene Reihe hat.

Vor allem in den letzten Jahren wurde eine Reihe an Ansätzen publiziert, die auch die vereinfachte Berechnung komplexerer Geometrien ermöglichen. Dabei wird zum Teil auf den zuvor genannten Veröffentlichungen aufgebaut. So haben *Bouley et al.* [9] einen zweidimensionalen Ansatz mit ebenen Platten zur Schallausbreitung und -entstehung durch Schaufelreihen entwickelt, welcher zukünftig für dreidimensionale Ansätze erweitert wird. Darin wird auch die Ausbreitung innerhalb der Passage berücksichtigt. *Roger und François* [70] haben Erweiterungen zur Bewertung des Staffelungswinkels sowie der Aufweitung der Schaufelpassage des Stators hinzugefügt, wobei Effekte aus der Schaufelkrümmung vernachlässigt wurden. Die Bedeutung des Staffelungswinkels bei der Vorhersage von Transmission und Reflexion wurde dabei klar hervorgehoben. *Girier et al.* [25] haben den Ansatz wiederum für gekrümmte 2D-Schaukeln erweitert. Beim Vergleich mit FEM-Simulationen konnten gute Übereinstimmungen erzielt werden.

In der Gleichung von *Tyler und Sofrin* [89] zur Bestimmung der Umfangsmodenordnung wird lediglich von der Interaktion je eines Rotors und eines Stators ausgegangen. *Cumpsty* [11] beschreibt darüber hinaus an einem einfachen Beispiel die Interaktion mit mehreren Rotoren. Haben zwei Rotoren unterschiedlich viele Schaufeln, dann hat eine Mode, die aus der Interaktion des ersten Rotors mit einem Stator entsteht, im Relativsystem des zweiten Rotors eine Frequenz, die ungleich null ist. Dadurch können weitere Moden mit einer nochmals anderen Frequenz angeregt werden. Experimentell wird dies von *Arndt* [2] bei Messungen mit Heißfilmsonden zwischen den Schaufelreihen einer fünfstufigen Turbine gezeigt.

Holste und Neise [37] sowie *Holste* [36] stellen dazu eine allgemeine Berechnungsvorschrift für die Bestimmung von Umfangsmodenordnung und Frequenz bei der Interaktion mehrerer Rotoren und Statoren vor. Mit dieser lassen sich die Messergebnisse am Testfall CRISP (Counter Rotating Integrated Shrouded Propfan) auf die beiden Rotoren eindeutig zurückführen. An Messungen in einer 3,5-stufigen Axialturbine zeigen *Enghardt et al.* [18] darüber hinaus, dass die Frequenzanteile aus Interaktionen mehrerer Rotoren einen signifikanten Anteil am instationären Druck haben können. In ihren Untersuchungen übersteigt die Druckamplitude einer Interaktion der Rotoren zwei und drei alle Höherharmonischen der Rotoren.

Numerische Vorhersage

Die höchste Vorhersagegüte weisen nach wie vor numerische Strömungssimulationen auf. Dies liegt an der komplexen dreidimensionalen Struktur der Strömung, die mit vereinfachten Verfahren nur angenähert werden kann.

Für eine präzise Vorhersage der Schallentstehung und -ausbreitung kommt dabei der Wahl des numerischen Setups eine hohe Bedeutung zu. Im Rahmen numerischer Vorhersagen erzwungener Schaufelschwingungen unter Berücksichtigung akustischer Moden zeigen *Sanders et al.* [77] dies am Beispiel verschiedener Setups. Darin wird allerdings nicht bestimmt, welches Setup die beste Vorhersage für die akustischen Moden liefert. Im Rahmen der Entwicklung eines hybriden Ansatzes zur Schallvorhersage, bei dem die Ergebnisse stationärer Simulationen in Kombination mit vereinfachten Methoden zur Vorhersage der Schallentstehung an den Schaufeln verwendet werden, zeigt *Jaron* [44] dies ebenfalls. Je nach Wahl des numerischen Setups erreicht er mit seinen Vorhersagen Abweichungen gegenüber dem Experiment zwischen 0,1 dB und 29 dB. Welcher Anteil der Strömungslösung und welcher dem vereinfachten Vorhersageverfahren zur Entstehung der akustischen Moden zukommt, wird nicht erläutert.

Neben den Einstellungen des Strömungslösers kommt auch dem Netz eine hohe Bedeutung zu. *Schnell* [79] beschreibt analytisch, wie sich aus dem Diskretisierungsverfahren, den auftretenden Frequenzen sowie der zulässigen numerischen Dämpfung eine maximale Zellgröße ableiten lässt. Er beschreibt sein Vorgehen dabei als Verfahren, welches lediglich eine erste Abschätzung ermöglicht, eine klassische Netzeinflussstudie aber nicht ersetzen kann.

Sanders et al. [77] und *Sanders* [76] stellen für den hier betrachteten Verdichter umfangreiche Studien zum Netzeinfluss vor. Dabei heben sie besonders hervor, dass diese auch

für instationäre Simulationen durchgeführt werden müssen, wenn solch instationäre Effekte betrachtet werden sollen. Für rotierende Moden stellen sie mittlere Unterschiede der instationären Drücke je Mode von bis zu 30,9 % für unterschiedlich feine Netze fest. Für diese Untersuchung werden Netze mit 5,3 bis 17,6 Millionen Zellen verwendet. Die relativen Unterschiede der stationären Größen sind dabei wesentlich geringer als jene der instationären Größen.

Für die Bestimmung der akustischen Größen aus den Ergebnissen numerischer Strömungssimulationen stellen *Ovenden und Rienstra* [62] die „Triple-Plane Pressure Matching Strategy“ (TPP) vor. In diesem Verfahren werden die Amplituden der akustischen Moden über ein Gleichungssystem bestimmt, welches die instationären Drücke aus drei dicht beieinander liegenden Axialebenen verwendet. Dabei wird auch der Einfluss nicht konstanter Kanalradien nach *Rienstra* [67] berücksichtigt. *Schnell* [79] nutzt dieses Verfahren, um numerische URANS-Simulationen zur Schallentstehung mit einfacheren akustischen Modellen zur Schallausbreitung stromab der Schaufelreihe zu koppeln.

Weckmüller et al. [95] und *Wohlbrandt et al.* [99] stellen Erweiterungen dieses Ansatzes vor, bei dem auch der Einfluss konvektiver aerodynamischer Druckschwankungen berücksichtigt wird. Dazu wird das Gleichungssystem um Anteile erweitert, die Wellenzahlen entsprechend der konvektiven Ausbreitung annehmen. Dieses Verfahren wird als „Extended Multi-Plane Pressure Mode Matching Method“ oder „eXtended-Triple-Plane-Pressure-Mode-Matching Method“ (XTPP) bezeichnet.

Guérin [31] stellt eine zusätzliche Erweiterung vor, mit der auch das radiale Strömungsprofil berücksichtigt wird. Durch diese Anpassung lässt sich die Analyse der akustischen Moden in komplexer Strömung weiter verbessern.

Experimentelle Bestimmung

Bei der experimentellen Bestimmung akustischer Moden müssen andere Verfahren genutzt werden, die in der Regel räumlich wesentlich weniger hoch aufgelöst werden können. Dies liegt einerseits an den endlichen Größen der Messtechnik aber auch an den teils erheblichen Kosten für diese. Trotzdem ist eine ausreichend hohe Auflösung essentiell für präzise Messungen. Die nötige Anzahl an Sensoren bzw. Messstellen kann unter Berücksichtigung des Nyquist-Shannon-Abtasttheorems (*Shannon* [84]) für eine Modenanalyse allerdings sehr groß werden. *Rademaker et al.* [64] machen die Anzahl an Sensoren von der Zahl der Moden abhängig, bei denen mindestens die erste Radialmodenordnung Cut-On ist. Zur Reduzierung der Anzahl an Sensoren schlagen *Rademaker et al.* [64] ein nicht äquidistantes Messraster vor. Mit einem Messraster aus 100 Sensoren analysieren sie im Zulauf eines Modell-Fans erfolgreich ein Modenspektrum aus 159 Umfangsmodenordnungen ($-79 \leq m \leq 79$).

Huang [39] nutzt ebenfalls ein nicht äquidistantes Messraster. Im Gegensatz zu *Rademaker et al.* [64] wird hier allerdings ein Compressed Sensing Ansatz zur Analyse verwendet. Ein einfacher Vergleich, bei dem ein Signal aus drei Kosinus Schwingungen analysiert wird, zeigt bereits die Möglichkeiten des Compressed Sensing Ansatzes. Die Analyse dieses Signals mit 24 äquidistant verteilten Messstellen führt zu falschen Re-

konstruktionen, während ein zufälliges Messraster mit Compressed Sensing Analyse eine sehr gute Übereinstimmung mit dem vorgegebenen Verlauf liefert. Mit dem Compressed Sensing Ansatz kann ein unterbestimmtes Gleichungssystem gelöst werden, wenn der Lösungsvektor dünn besetzt ist. *Romberg* [71] beschreibt den Compressed Sensing Ansatz im Rahmen der Bildkompression. Dieser wird für Fälle als geeignet beschrieben, bei denen der Lösungsvektor dünn besetzt ist, während das Rohsignal aber nicht dünn besetzt ist. Für die hier durchgeführten Analysen besteht der Lösungsvektor aus den möglichen komplexen Azimutalmodenamplituden, der für den Compressed Sensing Ansatz nur aus wenigen dominanten Moden bestehen darf. Das Drucksignal über den Umfang darf dabei entsprechend nicht dünn besetzt sein.

Behn et al. [4] verwenden ebenfalls einen Compressed Sensing Ansatz zur Azimutalmodenanalyse und testen diesen an synthetisierten Daten. Der Compressed Sensing Ansatz wird mit einem Orthogonal Matching Pursuit (OMP) Algorithmus umgesetzt. Die Ergebnisse des OMP werden mit einem Ansatz nach der Methode der kleinsten Fehlerquadrate (LSF) und einer diskreten Fourierzerlegung (DFT) verglichen. Weiterhin wird auch eine Erweiterung des Ansatzes, bezeichnet als EOMP, herangezogen. Nach der Lösung der dominanten Moden über den OMP, werden bei diesem Ansatz die verbleibenden Anteile der Messergebnisse mit dem LSF- oder mit dem DFT-Ansatz gelöst. OMP sowie EOMP zeigen bei ihnen sehr gute Übereinstimmung mit dem synthetisierten Modenspektrum. Verwendet wird dabei ein nicht äquidistantes Messraster, dessen Erstellung ebenfalls von *Behn et al.* [4] beschrieben wird.

Hurst et al. [42] zeigen ergänzend, dass Compressed Sensing Ansätze weniger anfällig gegenüber Sensordefekten sind, da das Verfahren bei unterbestimmten Gleichungssystemen wesentlich besser als konventionelle Verfahren wie DFT oder LSF funktioniert.

Von *Terstegen et al.* [88] und *Terstegen* [87] wurde ebenfalls ein Compressed Sensing Ansatz für die Azimutalmodenanalyse verwendet. Die Untersuchungen fanden am gleichen Prüfstand statt, der auch für diese Arbeit verwendet wird. Es wurden Analysen zwischen dem ersten Rotor und dem ersten Stator (Messebene C⁻ dieser Arbeit (siehe Abbildung 4.2.)) durchgeführt, um die aeroelastische Anregung des ersten Rotors von stromab zu analysieren.

Die vorgestellten Veröffentlichungen beziehen sich vor allem auf die Analyse der Azimutalmoden, ohne dabei eine weitere Unterteilung in Radialmoden zu berücksichtigen. *Tapken* [85] beschreibt das Vorgehen zur experimentellen Radialmodenanalyse sehr ausführlich. Zum Einsatz kommen dabei wandbündige Sensoranordnungen sowie Anordnungen mit Rechen, die in den Kanal hineinragen. Es werden insgesamt vier Messraster, je zwei wandbündige und zwei mit Rechen, getestet und miteinander verglichen. Für alle Messraster wird dabei unterschiedlich viel Bauraum in axialer Richtung benötigt, wobei aber mindestens zwei Axialebenen zum Einsatz kommen müssen, um stromab und stromauf laufende Wellen unterscheiden zu können.

Hurst et al. [43] und *Faßbender* [20] nutzen dagegen ein Verfahren, welches wandbündige Sensoren in nur einer Axialebene für die Radialmodenanalyse benötigt. Gegenüber *Tapken* [85] ist dazu allerdings ein Modell nötig, welches die Amplituden der Cut-On-Radialmoden einer Azimutalmodenordnung zueinander ins Verhältnis setzt. *Hurst et al.*

[43] und *Faßbender* [20] nehmen dazu für jede Azimutalmodenordnung eine konstante Verteilung der Energiedichte auf die einzelnen Radialmoden an. Weiterhin wird davon ausgegangen, dass sich die Moden nur stromab ausbreiten. Experimentell ist dies durch Schalldämpfer in der Rohrleitung sichergestellt. In den numerischen Analysen werden Dämpfungszonen sowie nichtreflektierende Randbedingungen verwendet.

3.3. Messfehler und Störeinflüsse bei der Bestimmung akustischer Moden

Den zuvor genannten Veröffentlichungen ist gemein, dass in der Regel von einem idealen, umfangsperiodischen Aufbau ausgegangen wird. *Sanders und Fleeter* [74] zeigen aber bereits, dass es in ihren Untersuchungen zu umfangsinhomogenen Verteilungen der instationären Drücke kommt, obwohl diese aufgrund der Periodizität der Beschaukelung unter idealen Bedingungen lediglich einen Phasenversatz aufweisen dürften. In den experimentell ermittelten Daten tritt neben einem Phasenversatz aber auch eine Änderung der Beträge der komplexen Drücke auf. In *Sanders und Fleeter* [75] zeigen sie weiterhin rotorgebundene Asymmetrien. Für beide Beobachtungen konnte die Ursache nicht abschließend geklärt werden.

Terstegen [87] macht in der Vorstellung seiner Daten ebenfalls auf Umfangsinhomogenitäten aufmerksam, die in einem idealen Verdichter nicht auftreten. Als Ursache sieht er Fertigungsabweichungen der Beschaukelung sowie die Zugangsbohrungen im Gehäuse als wahrscheinliche Ursache an. Mit den zur Verfügung stehenden Daten war es ihm allerdings ebenfalls nicht möglich, diese Einflüsse näher zu bewerten und zwischen Messunsicherheit und störenden Einflüssen in der Strömung zu unterscheiden. So führt er als weitere mögliche Ursache für Abweichungen auch die Einbausituation der Sensoren auf.

Störeinflüsse in der Strömung

Die Abweichungen von einer idealen, umfangsperiodischen Beschaukelung werden hier als Störeinflüsse bezeichnet, da diese in der Regel nicht auf aerodynamische Anforderungen zurückzuführen sind. Dagegen sind dafür in der Auslegung häufig mechanische Forderungen für die tragenden Strukturen (engl: *Struts*) oder in jüngerer Vergangenheit auch Ansätze aus der Aeroelastik verantwortlich. In experimentellen Untersuchungen kommen die intrusiven Einflüsse der Messtechnik sowie ungewollte geometrische Abweichungen vom idealen Verdichter hinzu, deren Ursprung sich nicht immer eindeutig identifizieren lässt.

Im Vergleich zur Vermessung oder Simulation eines idealen Verdichters finden solche Störeinflüsse bislang weniger Beachtung. *Daroukh et al.* [14] untersuchen in mehreren Studien (siehe zusätzlich *Daroukh et al.* [12] und *Daroukh et al.* [13]) die Auswirkungen von Einlaufstörungen sowie von einem inhomogenen Nebenstrom-Austrittsleitrad

auf die Schallabstrahlung. Das Austrittsleitrad ist einer anwendungsnahen Konfiguration eines modernen UHBR-Fans (UHBR=Ultra-High Bypass Ratio (dt.: Sehr großes Nebenstromverhältnis)) nachempfunden. Es besteht neben den Statorschaufeln auch aus den tragenden Strukturen des Triebwerks. Der Einfluss auf die stationären Strömungsgrößen erstreckt sich in den Studien über den gesamten Umfang und beeinflusst damit auch die Schallentstehung deutlich. Unter diesen Umständen werden weitere Umfangsmodenordnungen angeregt, die in einer homogenen Schaufelreihe nicht entstehen würden. Dadurch tritt ein breites Band an zusätzlichen Moden auf, von denen viele ungedämpft ausbreitungsfähig sind.

Bonneau et al. [8] betrachten ebenfalls einen UHBR-Fan mit inhomogenem Nebenstrom-Austrittsleitrad und gehen dabei auch auf einzelne Umfangsabschnitte ein. Dazu extrahieren sie die Strömungsgrößen einzelner Passagen und berechnen jeweils separat nach *Goldstein* [28] die Schalleistung. Jeder Passage kann unter dieser Betrachtung eine individuelle Schalleistung zugeordnet werden. Die so ermittelten Schalleistungen unterscheiden sich auch noch weitab der tragenden Strukturen von einer Passage zur nächsten.

Ähnlich zu den Einflüssen aus inhomogenen Schaufelreihen verhält es sich auch bei Einlaufstörungen. *Klähn et al.* [48] rufen dazu durch Einbauten gezielt Einlaufstörungen an einem Fan-Prüfstand hervor. Dies führt zu erheblichen Änderungen der Schalleistung. Die Störung der Zuströmung findet dabei über einen erheblichen Teil des Umfangs statt, um die Einsaugung der Grenzschicht von Flugzeugen nachzubilden.

Dem entgegen betrachten *Grizewski et al.* [30] den Einfluss eines Turbulenzschirms an einem Fan näher, der die Zuströmung homogenisiert. Sie geben dazu an, dass dieser zu einer Umverteilung der Energie zwischen den Moden unterschiedlicher Azimutalmodenordnung führt. Auf die Zuströmbedingungen wird in den Untersuchungen allerdings nicht näher eingegangen.

Auch als Anregung aeroelastischer Schaufelschwingungen werden Umfangsinhomogenitäten betrachtet. *Vahdati et al.* [90] und *Vahdati et al.* [91] beschreiben dazu numerische Studien an einem Verdichter. Für diese wird eine einzelne Schaufel einer Statorreihe um bis zu 25° verstellt, um so eine Fehlstellung verstellbarer Leiträder nachzubilden. Die Fehlstellung dieser Schaufel führt zu erheblichen Änderungen der Schwingungsamplituden der Schaufeln. Auf akustische Moden wird dabei allerdings nicht eingegangen.

Neben einer solchen ungewollten Beeinflussung der Schaufelschwingungen existieren auch Studien, die dies gezielt nutzen. Dazu stellen *Maroldt et al.* [55] Untersuchungen mit periodisch veränderten Staffelungswinkeln an einem 1,5-stufigen Axialverdichter vor. Die Statorschaufeln werden mit verschiedenen Mustern verdreht. Dadurch lassen sich die angeregten Umfangsmodenordnungen verändern, was wiederum zu einer veränderten Anregung der Schaufelschwingungen führt.

Daneben werden von *Geihe et al.* [23] numerische Untersuchungen an einer Turbine mit zwei unterschiedlichen Teilungswinkeln in einer Reihe durchgeführt. An Stelle eines diskreten Modenspektrums tritt durch diese Modifikation ein breites, weiter gestreutes Spektrum auf. Durch die Verteilung auf weitere Moden lassen sich die Amplituden der

zuvor wenigen diskreten Moden reduzieren, wodurch sich auch die Schwingungsamplituden der Schaufeln signifikant reduzieren lassen.

Messunsicherheit

Für einen Vergleich zu numerischen Simulationen ist weiterhin auch der Einfluss von Messfehlern bzw. im Allgemeinen der Einfluss von Messunsicherheiten zu berücksichtigen. Dazu werden an dieser Stelle sowohl Betriebspunktschwankungen als auch Abweichungen durch die Messtechnik berücksichtigt. In vielen Studien werden diese Unsicherheiten gar nicht oder nur in geringem Umfang betrachtet.

Von *Holste und Neise* [37] wird ein Ansatz zur Abschätzung der Unsicherheit gewählt, bei dem aus einem generischen Modenspektrum die zugehörige Umfangsverteilung des Drucks synthetisiert wird. Diese wird anschließend mit Fehlern von $\pm 0,5$ dB für den Betrag der Amplituden und $\pm 5^\circ$ für die Phase beaufschlagt und wiederum in einer Azimutalmodenanalyse in ihre Bestandteile zerlegt. Im Fall von *Holste und Neise* [37] sind die dabei ermittelten Fehler gering gegenüber den vorgegebenen Moden.

Laguna et al. [52] nutzen ebenfalls ein synthetisiertes Zeitsignal und beaufschlagen dieses mit Fehlern, bevor anschließend eine erneute Analyse durchgeführt wird. Dabei werden das Signal-Rausch-Verhältnis als Eigenschaft des Sensors, die Temperatur im Kanal, die räumliche Auflösung der Messstellen in Umfangsrichtung sowie die Anzahl berücksichtigter Umdrehungen betrachtet. *Laguna et al.* [52] zeigen dabei modenabhängige Einflüsse, bei denen sich die eingebrachten Fehler unterschiedlich stark auf das zu analysierende Spektrum auswirken.

Ähnliche Ansätze kommen bei der Auslegung und Optimierung von Messrastern für die Messung akustischer Moden zum Einsatz. Der Einsatz in diesem Zusammenhang wurde unter anderem von *Behn et al.* [4], *Tapken et al.* [86], *Tapken* [85] und *Terstegen* [87] gezeigt.

Zur Bewertung unterschiedlicher Analysemethoden für dünn besetzte Modenspektren erproben *Hurst et al.* [41] diese an einem synthetisierten Signal. Zur Berücksichtigung verschiedener Fälle werden Synthese und Analyse als Monte-Carlo Simulation umgesetzt. Dabei werden vor allem Einflüsse aus dem auftretenden Modenspektrum, dem analysierten Modenspektrum sowie dem Signal-Rausch-Verhältnis betrachtet, ohne auf letzteres im Detail einzugehen.

Tapken et al. [86] betrachten für ihre Untersuchungen unter anderem den Einfluss von Lageabweichungen der eingesetzten Mikrofone. Als mögliche Ursache für diese Abweichungen kommen Fertigungs- und Montageungenauigkeiten in Frage. Die Bewertung erfolgt nach Synthese und Analyse zufälliger Schallfelder bei 150 Wiederholungen. Dabei wird lediglich die Sensorposition für einen von insgesamt zwölf Rechen variiert. Für den realen Versuchsaufbau, bei dem alle zwölf Rechen von Ungenauigkeiten in der Positionierung betroffen sind, erwarten *Tapken et al.* [86] einen größeren Fehler, ohne auf diesen näher einzugehen.

Der Einfluss von Betriebspunktschwankungen wird beispielsweise von *Goessling et al.* [26] betrachtet. Für den Einsatz drucksensitiver Farben schätzen sie den Einfluss von Machzahl und Temperatur mit einem Monte-Carlo-Ansatz ab. Diese beiden Größen werden dabei im Rahmen der jeweiligen Messunsicherheiten variiert, bevor die Daten erneut analysiert werden.

Gensch et al. [24] Stellen darüber hinaus auch einen analytischen Ansatz zur Bestimmung der Unsicherheiten von Azimutalmodenamplituden vor. Sie betrachten dabei in Vorabstudien ohne quantifizierte Eingangsunsicherheiten die Variationen von Axialgeschwindigkeit, Frequenz und aufgenommenem Druck. Auf letzteren reagiert das System in dieser Vorstudie am empfindlichsten.

Abseits der Turbomaschinen stellen *Ricks et al.* [66] ihre Untersuchungen an einem Hub-schrauberrotor vor. Neben der Variation des Betriebspunktes gehen hier auch Einflüsse aus Geometrieabweichungen des betrachteten Rotorblatts in die Analysen ein. Zur Modellierung der Schallquelle werden 3D-Strömungssimulationen durchgeführt, während die Schallausbreitung durch vereinfachte Ansätze modelliert wird. Dabei führen für den betrachteten Rotor vor allem Schwankungen des Betriebspunktes zu Änderungen im instationären Druck. Kleine geometrische Abweichungen sind dagegen von untergeordneter Bedeutung.

3.4. Einordnung dieser Arbeit

Es wurde gezeigt, dass sowohl der Messung von Schall als auch dessen Vorhersage durch numerische Simulationen eine hohe Bedeutung in Turbomaschinen zukommt. In der Literatur stehen dabei vor allem Fan und Turbine im Fokus, die wesentlich für die Schallabstrahlung eines Triebwerks verantwortlich sind. Im Kontext der erzwungenen Schaufelschwingungen erlangen akustische Analysen aber auch bei der Bewertung von Hochdruckverdichtern an Bedeutung.

Eine belastbare Vorhersage akustischer Moden mittels numerischer Simulationen ist nur dann möglich, wenn die Verfahren vorab mit höherwertigen Ansätzen oder experimentellen Daten validiert wurden. Für anwendungsnahe Hochdruckverdichter finden sich wesentlich weniger Veröffentlichungen zu solchen experimentellen Untersuchungen, als es bei Fan und Turbine der Fall ist.

Bei der Erzeugung eines hochwertigen Validierungsdatensatzes ist es wichtig, dass der vermessene Verdichter und das zugehörige numerische Modell gut übereinstimmen. In Literaturquellen, bei denen sowohl experimentelle Messungen als auch numerische Simulationen durchgeführt werden, wird in der Regel allerdings in beiden Fällen von einer idealen Turbomaschine mit umfangsperiodischer Beschaukelung ausgegangen. Für den hier analysierten Verdichter stellte *Terstegen* [87] in seiner Arbeit bereits erhebliche Abweichungen bei der Bestimmung akustischer Moden an verschiedenen Messstellen fest, die so in einem idealen Verdichter nicht auftreten.

Im Rahmen dieser Arbeit werden daher Einflussfaktoren betrachtet, die zu Abweichun-

gen zwischen numerischen Simulationen und den Validierungsmessungen führen. Diese Faktoren werden hier in zwei Kategorien unterteilt, die losgelöst voneinander betrachtet werden.

Ein wichtiger Faktor ist die Messunsicherheit, die auch bei der Betrachtung eines idealen Verdichters auftritt. In der Literatur wird darauf nur selten eingegangen. Wenn dies der Fall ist, kommen in der Regel nur generische Werte zum Signal-Rausch-Verhältnis zum Einsatz, ohne deren Ursprung zu benennen. Für die tatsächliche Unsicherheit ist allerdings auch die Berücksichtigung sensorspezifischer Eigenschaften wichtig, wie es in dieser Arbeit gemacht wird.

Daneben wird betrachtet, inwieweit geometrische Abweichungen vom idealen Verdichter die Validierung numerischer Modelle beeinflussen können. Im Rahmen einer einzigen Arbeit können dabei nicht alle möglichen Abweichungen erfasst werden. An zwei Fällen soll vielmehr der Einfluss exemplarisch gezeigt werden. Ein solcher Einfluss wurde in der Literatur bislang nur wenig berücksichtigt, obwohl dieser Einfluss in weiteren Quellen bereits gezeigt wurde.

Konkret werden daraus die folgenden beiden Ziele für diese Arbeit abgeleitet:

- 1.) Die Messunsicherheit soll unter Berücksichtigung sensorspezifischer Effekte bestimmt werden. Daraus erfolgt die Einordnung relevanter und weniger wichtiger Einflussfaktoren, die in Messungen zu berücksichtigen sind.
- 2.) Es soll an zwei exemplarischen Beispielen ermittelt werden, wie sich geometrische Abweichungen von einer umfangshomogenen Beschaukelung auf die Messung akustischer Moden in einem Verdichter auswirken.

Zur Bearbeitung dieser Ziele werden vorab die Ergebnisse experimenteller Messungen gezeigt und mit numerischen Simulationen verglichen. Dies verdeutlicht zum einen die zuvor beschriebene Problematik, ermöglicht es aber gleichzeitig, erste wichtige Erkenntnisse für den Vergleich experimenteller und numerischer Daten abzuleiten.

4. Versuchsaufbau und experimentelle Methoden

Im Rahmen dieser Arbeit werden Messungen am 2,5-stufigen Axialverdichterprüfstand des Instituts für Strahlantriebe und Turbomaschinen der RWTH Aachen analysiert. Dieser wird zusammen mit der daran eingesetzten Messtechnik in Abschnitt 4.1 ausführlich beschrieben. Die zur Bestimmung der komplexen Azimutalmodenamplituden nötigen Schritte folgen in Abschnitt 4.2. Die Bestimmung der Unsicherheiten bei der Ermittlung der Azimutalmodenamplituden nimmt einen wesentlichen Teil dieser Arbeit ein. In den Abschnitten 4.3 und 4.4 wird darauf im Detail eingegangen. Abschnitt 4.3 beschreibt die Herangehensweise zur Bestimmung der Unsicherheiten, die sich bei der Einstellung der Betriebspunkte sowie durch Betriebspunktänderungen während der Messung ergeben. Abschnitt 4.4 schließt das Kapitel mit der hier eingesetzten Unsicherheitsanalyse ab. Diese nutzt einen Monte-Carlo-Ansatz und ermöglicht die Abschätzung von Unsicherheiten bei der Bestimmung einzelner Moden.

4.1. Prüfstand und Messtechnik

Der Prüfstand wurde ursprünglich 1994 von *Schulte* [83] geplant und aufgebaut. Die anfangs noch 1,5-stufige Beschau felung wurde von *Hoynacki* [38] auf 3,5 Stufen erweitert. *Ernst* [19] baute den Prüfstand wiederum auf eine 2,5-stufige Variante um, die eine neue Beschau felung in BLISK-Bauweise (BLISK: Blade Integrated Disk; dt.: Integrale Scheibe mit Schaufeln) erhielt. Der aktuell betriebene Versuchsaufbau mit HAR-Beschau felung (HAR: High-Aspect-Ratio; dt.: Großes Höhen-Seiten-Verhältnis) wurde unter anderem von *Peters* [63] in Kooperation mit der MTU Aero Engines AG aufgebaut sowie in Betrieb genommen und wird in Abschnitt 4.1.1 detailliert beschrieben. An diesem Aufbau entstanden bereits Arbeiten von *Peters* [63], *Schmidt* [78], *Sanders* [76], *Terstegen* [87] und *Diekötter* [15] im Bereich der Aerodynamik, -akustik und -elastik sowie im Bereich der Turbulenz- und Transitionsforschung.

Entsprechend der Vielfältigkeit der bisherigen Untersuchungen, ist die am Prüfstand eingesetzte Messtechnik sehr umfangreich. Für die Beschreibung der relevanten stationären Messtechnik sei auf *Terstegen* [87] verwiesen. Die instationäre Messtechnik, in Form piezoresistiver Druckaufnehmer, wird in Abschnitt 4.1.3 näher betrachtet. Zur Überwachung der Betriebssicherheit wird das Tip-Timing-System BSSM der MTU Aero Engines AG eingesetzt. Von den Messungen mit diesem System werden für die weitere Auswertung lediglich die Rotor-Radialspalte für die Rechen netze der numerischen Simulationen übernommen (siehe Abschnitt 5.2). Für eine Beschreibung des Systems sei daher auf *Terstegen* [87] sowie *Zielinski und Ziller* [100, 101] verwiesen.

4.1.1. 2,5-stufiger Axialverdichterprüfstand

Der primäre Luftkreislauf des Prüfstands ist in geschlossener Bauweise ausgeführt. Das zugehörige Rohrleitungssystem ist zusammen mit weiteren Peripheriesystemen in Abbildung 4.1. gezeigt. Beginnend am Eintrittsgehäuse ① wird die Luft um 90° in eine axiale Zuströmung zum Verdichter ② umgelenkt. Nach Passieren des Verdichters wird die Strömung radial in das Austrittsgehäuse ③ umgeleitet, bevor der Kühler ④ unterhalb des Verdichters erreicht wird. Dort wird die Luft mit Wasser im Gegenstrom gekühlt. Die Einstellung des Kühlwassermassenstroms erfolgt anhand der momentanen Verdichtereintrittstemperatur in der Messebene VE (siehe Abbildung 4.2.), sodass diese konstant auf dem gewünschten Wert gehalten wird. Nach Verlassen des Kühlers passiert die Strömung einen Filter ⑤, der Partikel ab einer Größe von 0,04 mm Durchmesser von einem (Wieder)eintritt in den Verdichter abhält. Hinter dem Filter wird der Gegendruck des Verdichters durch ein System aus Grob- ⑥ und Feindrossel ⑦ eingestellt. Stromab vom Drosselsystem folgen Anschlüsse für die Druckluftregelung ⑧, über die der Eintrittstotaldruck am Verdichter durch Zu- und Abführen von Luft eingestellt wird. Im weiteren Verlauf der Rohrleitung wird das Venturirohr ⑨ passiert, mit dem der Luftmassenstrom ermittelt wird. Nach Passieren mehrerer Umlenkungen und eines Gallagher-Strömungsumformers ⑩ (siehe *Ernst* [19]) wird der Luftmassenstrom geteilt und von beiden Seiten dem Zuströmgehäuse zugeführt. Vor dem Eintritt in das Zuströmgehäuse passiert die Strömung auf beiden Seiten jeweils ein Drahtsieb ⑪ zur weiteren Homogenisierung des Geschwindigkeitsprofils.

Getragen wird der Prüfstand vom Hauptfundament ⑫, das mit dem benachbarten Radialverdichterprüfstand (nicht gezeigt) geteilt wird. Beide Prüfstände werden durch einen 1600 kW Drehstrommotor ⑬ der Lloyd Dynamowerke GmbH mit einer maximalen Drehzahl von $n_{M,max} = 1500 \text{ min}^{-1}$ angetrieben. Die mechanische Leistungsübertragung erfolgt über eine Kupplung ⑭ und ein Getriebe ⑯, welches ein Übersetzungsverhältnis von 1:12 hat. Die maximale Drehzahl auf der Seite des Verdichters liegt damit bei $n_{V,max} = 18000 \text{ min}^{-1}$. Zwischen Getriebe und Verdichter ist außerdem ein Torquemeter ⑰ verbaut. Die Gleitlagerung wird durch eine Ölanlage ⑱ unter dem Prüfstand versorgt. Die Abdichtung der Lager zur Hauptströmung des Verdichters ist über Labyrinthdichtungen und ein System aus externer Sperrluftbeaufschlagung sowie -entnahme sichergestellt. Durch den Berstschutz ⑲ wird die Verletzung von Personen in der Versuchshalle sowie die Beschädigung umliegender Anlagen im Schadensfall des Verdichters verhindert.

Die verwendete Beschaukelung des Prüfstands basiert auf den Frontstufen eines modernen Triebwerkshochdruckverdichters. Der Übergang auf ein erhöhtes Höhen-Seiten-Verhältnis sowie der daraus resultierende Einfluss auf die Verdichteraerodynamik werden von *Schmidt* [78] und *Peters* [63] im Detail beschrieben.

Der eigentliche Verdichter ist in Abbildung 4.2. gezeigt. Nach dem Eintrittsgehäuse ① passiert die Strömung einen weiteren Strömungsgleichrichter ②a) und ein Turbulenzgitter ②b). Der im weiteren Verlauf dieser Arbeit betrachtete Bereich erstreckt sich von der Messebene VE (Verdichtereintritt) bis zur Messebene DIF (Diffusor). Dazwischen liegen

alle weiteren Messebenen (A bis F, C⁻, C⁺, E⁻ und X) sowie die fünf Schaufelreihen (2a bis 2b) vom Vorleitrad (VLR) bis zum Stator 2 (S2). Bei den Messebenen handelt es sich stets um Ebenen konstanter Axialposition. Nach Austritt aus diesem Bereich wird die Strömung radial nach außen umgelenkt und passiert vor Erreichen des Austrittsgehäuses 3 einen verstellbaren Ring 2c, der zur Homogenisierung der Strömung im Verdichter eingesetzt wird.

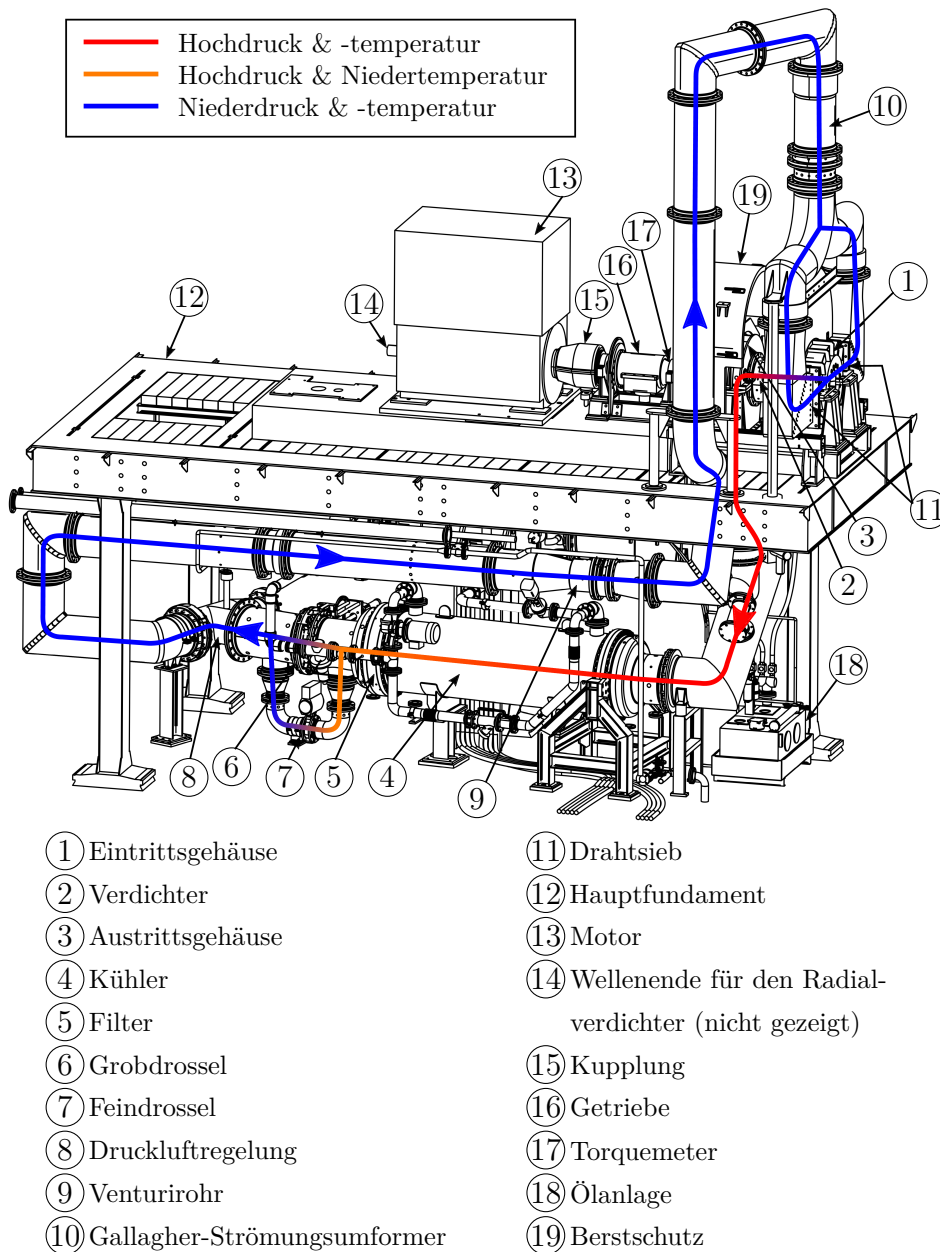
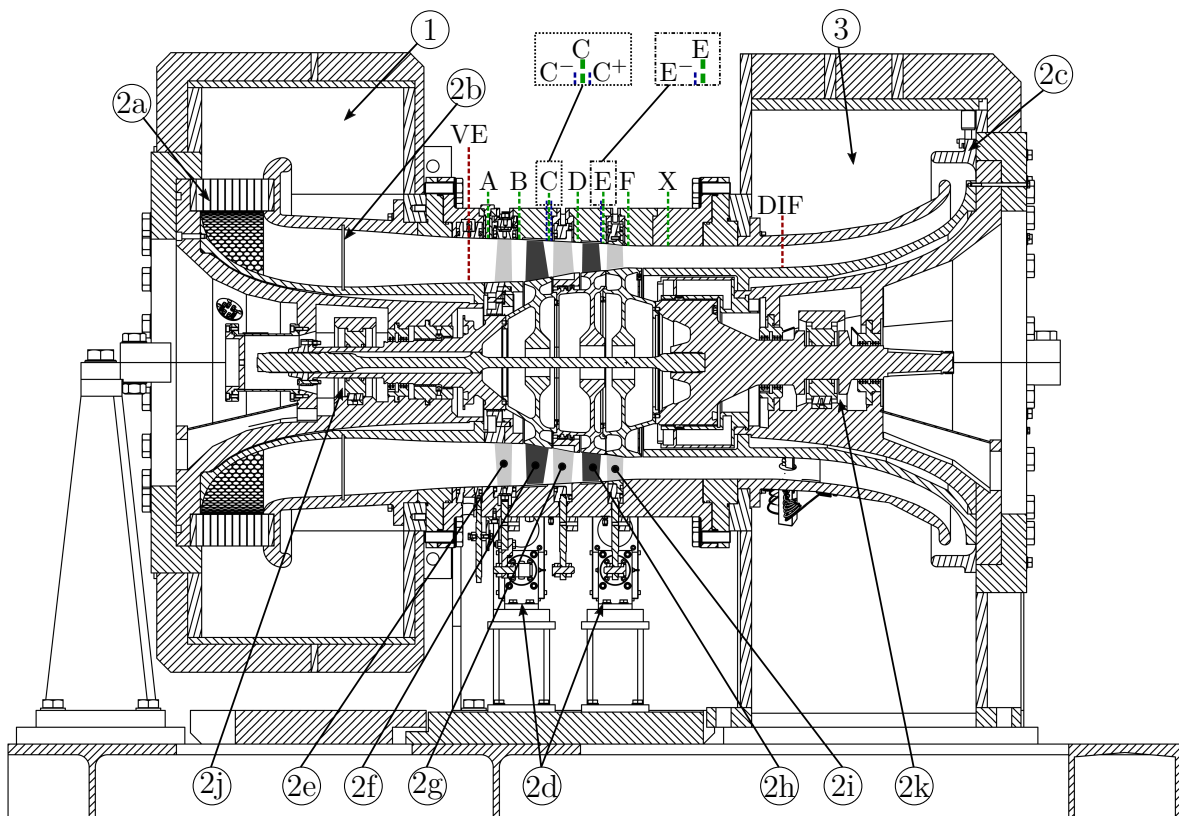


Abbildung 4.1.: Luftkreislauf und Peripheriegeräte des Axialverdichterprüfstands

Beide Rotoren (2a und 2b) sind in BLISK-Bauweise ausgeführt und zusammen mit Distanzscheiben über einen zentralen Zuganker verspannt. Im Gegensatz zu früheren Ar-

beiten an diesem Prüfstand, sind dabei alle Schaufeln des ersten Rotors (R1) identisch ausgelegt. Zuvor wurde an diesem Rotor eine gezielt verstimmte Schaufelanordnung (gezieltes Mistuning) verwendet, bei der alternierend zwei unterschiedliche Schaufeltypen verbaut sind. Diese verhalten sich aerodynamisch nahezu identisch, besitzen aber durch kleine Abweichungen in der Schaufelgeometrie unterschiedliche Eigenfrequenzen. Durch dieses Design sollen selbsterregte Schaufelschwingungen beim Betrieb des Verdichters unterdrückt werden. Daneben sorgen Fertigungsabweichungen ebenfalls für kleine Unterschiede zwischen allen Schaufeln (zufälliges Mistuning), die dem gezielten Mistuning zusätzlich überlagert sind.



- | | |
|---|--------------------|
| ① Eintrittsgehäuse | ②f Rotor 1 (R1) |
| ②a Strömungsgleichrichter | ②g Stator 1 (S1) |
| ②b Turbulenzgitter | ②h Rotor 2 (R2) |
| ②c Verstellbarer Ring | ②i Stator 2 (S2) |
| ②d Verstellmotoren
(Für S1 hier nicht gezeigt) | ②j Loslager |
| ②e Vorleitrad (VLR) | ②k Festlager |
| | ③ Austrittsgehäuse |

Abbildung 4.2.: Schnitt durch den Axialverdichter mit den Messebenen dieser Arbeit (A bis F, X, C⁻, C⁺, E⁻, VE und DIF)

Die Statoren (②g, ②h und ②i) sind in Ringen verbaut, welche sich in Umfangsrichtung individuell über Verstellmotoren ②d verdrehen lassen. Zusätzlich lassen sich die Staffe-

lungswinkel der Schaufeln des Vorleitrads anpassen. Für diese Arbeit wird allerdings ausschließlich die Nominalstellung der Schaufeln des Vorleitrads verwendet. Der Einsatz der verstellbaren Statorringe wird in Abschnitt 4.1.2 näher erläutert. Die Schaufeln des ersten Stators (S1) verfügen über ein Deckband mit einer darunterliegenden Labyrinthdichtung, wohingegen der zweite Stator (S2) an der Nabe freistehend ausgeführt ist. Die Schaufelzahlen aller Reihen sind in Tabelle 4.1. zusammengefasst.

In den Messebenen VE und DIF sind Sondenrechen für stationäre Totaldruck- und -temperaturmessungen verbaut, mit deren Messwerten die Betriebspunkte im Experiment eingestellt werden. Weiterhin bestehen in jedem Axialspalt Zugangsbohrungen, über die Temperatur- sowie Drucksonden für 1D- und 2D-Messungen in der Strömung traversiert werden können. Über beiden Rotoren kommen die Zugänge für die kapazitiven BSSM-Sonden hinzu. Die instationären Druckaufnehmer können in den Messebenen A-F um die Schaufelreihen sowie in der Messebene

Tabelle 4.1.: Schaufelzahlen des Verdichters

VLR	40
R1	32
S1	52
R2	38
S2	70

X stromab von Stator 2 verbaut werden. In jeder Messebene stehen mindestens fünf Zugänge zur Verfügung, in denen die Sensoren montiert werden können. Hinzu kommen die Hilfsebenen C⁻, C⁺ und E⁻, die bereits für die Untersuchungen von *Terstegen* [87] verwendet wurden. In diesen Messebenen werden jeweils vier Zugänge genutzt, die entsprechend der Bezeichnung im gleichen Axialspalt wie die Messebenen C bzw. E liegen. Die Sonden, in denen die instationären Drucksensoren verbaut sind, sind für die Mess- und die Hilfsebenen unterschiedlich ausgeführt und nicht untereinander austauschbar. Die verwendeten Sonden sind in Abschnitt 4.1.3 näher beschrieben. Die Tabellen in Anhang A.1 fassen alle verwendeten Zugänge für instationäre Drucksensoren zusammen. Die in dieser Arbeit verwendete $\varphi = 0^\circ$ -Referenzposition ist in Abbildung 2.1. (b) gekennzeichnet und liegt an der maximalen z -Position des Gehäuses. Die Messstellen befinden sich somit ausschließlich in der oberen der beiden horizontal geteilten Gehäuschalbschalen.

4.1.2. Verstellstatoren und virtuelles Clocking

Alle Sensoren und Sonden im Prüfstand sind dauerhaft am Verdichtergehäuse fixiert oder lassen sich nur zwischen zwei Versuchen umbauen. Durch den Einsatz der Verstellmotoren (⊗ in Abbildung 4.2.) lassen sich trotzdem Informationen über den Umfang gewinnen, ohne für jede Position einen separaten Sensor einzusetzen. Mit den Motoren lassen sich die drei Statorreihen (VLR, S1, S2) sowie ein unbeschaufelter Ring in der Messebene VE (VE-Ring) um etwa $\pm 8^\circ$ in Umfangsrichtung verdrehen. Dies entspricht etwa 1,8 Teilungen des Vorleitrads sowie mehr als zwei bzw. drei Teilungen der beiden weiteren Statoren. Jeder Ring kann individuell verstellt werden, sodass sich die relativen Umfangspositionen der Passagen zueinander verändern lassen.

Unter der Annahme einer idealen Beschaufelung, ohne Fertigungsabweichungen oder ähnlich störende Einflüsse, sowie unter Vernachlässigung aller ortsfester Störeinflüsse kann somit eine vollständige virtuelle 360°-Traverse mit jedem beliebigen Sensor durchgeführt werden. Auf die Gültigkeit dieser Annahmen sowie die damit zusammenhän-

genden Vor- und Nachteile gegenüber anderen Verfahren bei experimentellen Untersuchungen wird in Kapitel 8 eingegangen. Dabei wird ebenfalls gezeigt, dass das Verfahren unter den zuvor genannten Bedingungen präzise funktioniert.

Für zweidimensionale Traversen wird in der Regel nur etwas mehr als eine Teilung der betrachteten Reihe vermessen. Dabei werden alle drei Reihen geschlossen, also ohne Änderung der relativen Stellung der Reihen zueinander, verdreht.

Der VE-Ring kann auf die gleiche Weise verstellt werden. Die Rechen der Messebene VE sind in diesem Ring verbaut und bewegen sich gemeinsam mit diesem. Durch Umbauen des VE-Rings lässt sich über mehrere Messungen hinweg eine 360°-Traverse in der Messebene VE durchführen, die auch eine Vermessung ortsfester Umfangsinhomogenitäten in der Zuströmung ermöglicht. Dabei aufgenommene Druck- und Temperaturverteilungen werden exemplarisch in Abschnitt 4.1.4 gezeigt.

Am Beispiel einer Messung für eine Azimutalmodenanalyse soll der Prozess nachfolgend näher erläutert werden. Dazu sei angenommen, dass im Anschluss an jede Messung eine Frequenzanalyse des aufgenommenen Zeitsignals nach Abschnitt 4.2.1 durchgeführt wird und der Druck für jede Messstelle als komplexe Größe mit Betrag und Phase vorliegt.

Abbildung 4.3. zeigt eine vereinfachte Variante, welche aus lediglich zwei Statorreihen mit 5 bzw. 8 Schaufeln besteht. Der Drucksensor ist hier ortsfest an der 0°-Position des Gehäuses verbaut. Position 1 zeigt eine zuvor definierte Referenzstellung beider Statorreihen zueinander, die durch den Winkel $\Delta\varphi_{\text{Rel,Basis}}$ im markierten Bereich charakterisiert wird. Nach jedem Verstellen der Statoren ist diese relative Stellung wiederzufinden. Dabei können sich der Bereich am Umfang sowie die Schaufeln, die diesen Bereich aufspannen, ändern.

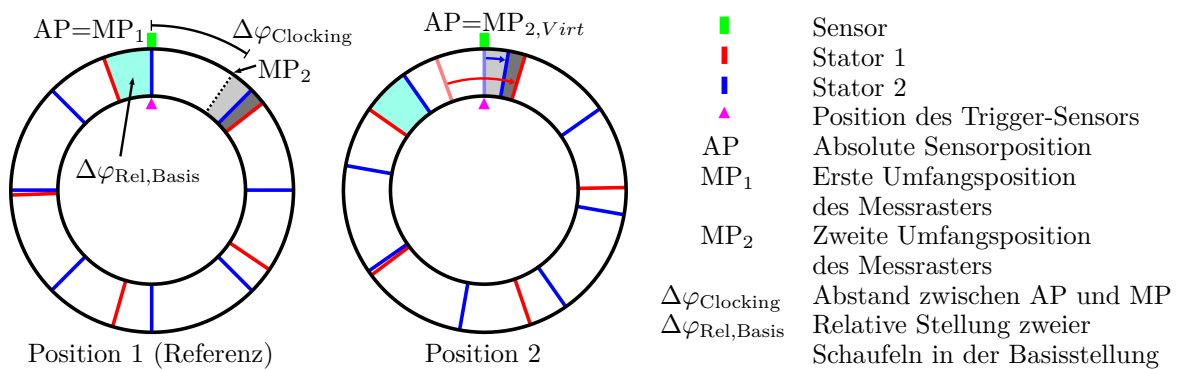


Abbildung 4.3.: Virtuelle Sensortraversierung am Beispiel zweier Statorreihen mit den Statorschaufelzahlen $NB_{S1} = 5$ und $NB_{S2} = 8$

Da es sich bei Position 1 um den Referenzfall handelt und der Drucksensor an der zuvor definierten 0°-Position verbaut ist, kann das hier aufgenommene Drucksignal ohne Korrekturen weiterverwendet werden.

Für Position 2 werden die Statoren so verdreht, dass der Drucksensor die gleiche relative Stellung zu den Schaufeln hat, wie es für MP₂ bei Position 1 der Fall war. Der Sensor

hat sich nun virtuell über den Umfang bewegt, besitzt aber weiterhin die gleiche relative Stellung zum Trigger-Sensor. Dieser gibt lediglich einen Spannungspuls je Umdrehung aus. Um für die spätere Auswertung (siehe Abschnitt 4.2) ein korrektes Phasensignal zu erhalten, muss die Phase des komplexen Drucks jeder Position (außer Sensoren bei $\varphi = 0^\circ$ mit den Statoren in Referenzstellung) korrigiert werden. Der Betrag des Drucks ist rein an die Statorstellung gekoppelt, womit dieser nicht korrigiert werden muss. Der unkorrigierte komplexe Druck der Messung p_M ergibt sich für jede Umfangsposition aus einer Fourierzerlegung (siehe Abschnitt 4.2.1). Aus der virtuellen Sensorposition $\Delta\varphi_{Clocking}$ sowie der Drehzahl n_V ergibt sich der zu berücksichtigende Zeitversatz

$$\Delta t_K = \frac{1}{n_V} \frac{\Delta\varphi_{Clocking}}{360^\circ} \quad (4.1)$$

für die Korrektur. Unter Berücksichtigung dieses Zeitversatzes wird die Phase des gemessenen komplexen Drucks p_M durch

$$p_K = p_M e^{i\omega\Delta t_K} \quad (4.2)$$

angepasst, womit sich der korrigierte komplexe Druck p_k ergibt. Werden Sensoren, abweichend vom obigen Beispiel, an anderen absoluten Umfangspositionen verbaut, wird deren Absolutposition für eine Vergleichbarkeit der Sensoren untereinander auf die gleiche Weise korrigiert.

4.1.3. Instationäre Druckmesstechnik

Für die Messung der instationären Gehäusedrücke in den Messebenen A bis F, X, C⁻, C⁺ und E⁻ werden Sensoren der Firma Kulite eingesetzt. Im Folgenden werden die Sensoren, deren Kalibrierung sowie die verwendete Messdatenerfassung beschrieben.

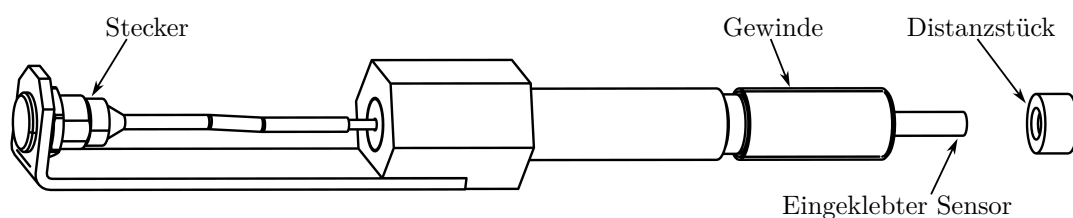
Sensoren

Die Aufnahme der Messdaten erfolgt mit Sensoren der Typen Kulite XCE-062 und Kulite XCE-IC-062. Erstere wurden bereits von *Terstegen* [87] eingesetzt und dienen in dieser Arbeit der Bewertung der Reproduzierbarkeit von Betriebspunkten. Entsprechend dieser Aufgabe werden diese Sensoren hier als Typ R bezeichnet. Sie kommen in den Messebenen C⁻, C⁺ und E⁻ zum Einsatz und werden bei jeder Messung an derselben Position verbaut. Die Zuordnung der Sensoren ist in Tabelle A.4. (b) gezeigt. Der zweite Sensortyp wird für die Messungen in den Ebenen A bis F sowie X eingesetzt und im Weiteren als Typ A bezeichnet. Diese Sensoren werden variabel an unterschiedlichen Messstellen eingesetzt und können somit keiner Position fest zugeordnet werden. Eine Übersicht dieser Sensoren ist in Tabelle A.4. (a) gezeigt.

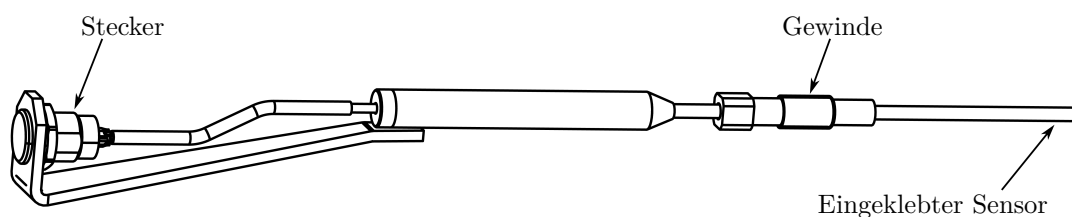
Neben dem Einsatzbereich unterscheiden sich die Sensoren beim Kompensationsmodul. Dieses korrigiert über einen Zusatzwiderstand das Ausgangssignal des Sensors, wenn es aufgrund von Temperaturänderungen am Sensor zu Veränderungen des Widerstands der dort eingesetzten Brückenschaltung kommt [51]. Bei Typ A ist das Kompensationsmodul

direkt in das Gehäuse des Sensors integriert, bei Typ R befindet es sich in einem separaten Gehäuse. Die Trennung bzw. das Zusammenlegen von Sensor und Kompensationsmodul hat nach Herstellerangaben keinen Einfluss auf die Erfassung der Messdaten, sodass Sensoren beider Typen hinsichtlich der messtechnischen Aufgabe vergleichbar sind. Das entsprechende Datenblatt der Sensoren ist in Abbildung A.1. gezeigt. Alle eingesetzten Sensoren sind als 25 PSI- bzw. 1,7 Bar-SG (Sealed Gage) ausgeführt. Dieser große Druckbereich ist nötig, da die Sensoren bei unterschiedlichen mittleren sowie teils hohen instationären Drücken eingesetzt werden. Weiterhin unterscheiden sich die verwendeten Sensoren auch durch den Einsatz von vulkanisiertem Silikon unter dem Schutzschirm. In Anlehnung an *Hurst et al.* [40] wird dieses auch hier als RTV (Room temperature vulcanizing silicone; dt.: bei Raumtemperatur vulkanisierendes Silikon) bezeichnet. Eine Übersicht darüber, welche Sensoren mit RTV ausgestattet sind, ist ebenfalls in Tabelle A.4. enthalten. Der Einsatz von RTV wird im folgenden Abschnitt der Kalibrierung näher betrachtet.

Beide Typen von Sensoren werden in Stopfen mit Gewinden verbaut und sind somit austauschbar. Bei den Sensoren vom Typ R wird von der Austauschbarkeit hier allerdings kein Gebrauch gemacht. Die Kombination aus einem Sensor und einem Stopfen wird im Weiteren auch als Sonde bezeichnet. Eine Ansicht beider Arten von Sonden ist in Abbildung 4.4. gezeigt.



(a) Sonden für Sensoren des Typs A



(b) Sonden für Sensoren des Typs R

Abbildung 4.4.: Sonden der instationären Druckmesstechnik

Kalibrierung

Alle Sensoren wurden durch die MTU Aero Engines AG stationär kalibriert. Während der Beaufschlagung mit unterschiedlichen Drücken wurde das elektrische Spannungssignal des Sensors gemessen und daraus die Empfindlichkeit (Druck-Spannung-Beziehung) bestimmt. Die Empfindlichkeit ist direkt in der Datenerfassung hinterlegt, sodass die

Daten direkt als Drücke ausgegeben werden. Zusätzlich wurden diese Messungen bei gleichen und geänderten Temperaturen wiederholt, sodass auch Informationen zu Abweichungen von der zuvor bestimmten Empfindlichkeit vorliegen. Für eine Korrektur der Messdaten sind diese nicht ausreichend fein hinsichtlich Druck- und Temperaturschrittweite aufgelöst. Die Daten werden allerdings im Rahmen der Monte-Carlo-Unsicherheitsanalyse nach Abschnitt 4.4 verwendet.

Neben der stationären Kalibrierung wurden alle Sensoren bis zu einer Frequenz von 20 kHz dynamisch von der ABB Turbo Systems AG (heute Accelleron Switzerland Ltd.) kalibriert. Für die Kalibrierung wurde jeder Sensor gegen ein Referenzmikrofon vom Typ GRAS 46BD-FV kalibriert. Sensor und Referenzmikrofon befinden sich bei der Kalibrierung in einem Rechteckkanal direkt gegenüber. Durch die Dimensionierung des Kanals ist sichergestellt, dass sich nur die Moden ausbreiten können, die an Sensor und Referenzmikrofon phasengleich sind. Die akustische Anregungsquelle für die Kalibrierung ist ein Lautsprecher am Ende des Kanals. Das andere Ende des Kanals ist reflexionsarm abgeschlossen. Der Aufbau ist in Abbildung 4.5. skizziert und ähnelt in seiner Funktionsweise dem Aufbau von *Hurst et al.* [40].

Die bei der Kalibrierung aufgenommenen Signale von Sensor und Referenzmikrofon werden verglichen und anschließend als Verstärkungsfaktor (engl: Gain)

$$G = \frac{|p_{\text{Sen}}|}{|p_{\text{Ref}}|} \quad (4.3)$$

und Phasenversatz

$$\Delta\angle p = \angle \left(\frac{p_{\text{Sen}}}{p_{\text{Ref}}} \right) \quad (4.4)$$

ausgewertet. Beide Größen werden frequenzabhängig aus den komplexen Amplituden des Sensors (p_{Sen}) und des Referenzmikrofons (p_{Ref}) ermittelt.

Abbildung 4.6. zeigt am Beispiel des Sensors S_{R1} die anschließenden Schritte zur Aufbereitung der Kalibrierdaten. Die dort gezeigten Rohdaten ① aus der Kalibrierung weisen Schwingungen im Frequenzbereich mit einer Periodenbreite von $\Delta f = 362,5$ Hz (Diskretisierungsschrittweite: 12,5 Hz) auf. Während der Kalibrierung ließ sich die Ursache dafür nicht eindeutig identifizieren. Durch Variationen an der Spannungsversorgung ließ sich der Effekt aber erheblich auf das hier gezeigte Maß reduzieren. Aus diesem Grund wird im Weiteren davon ausgegangen, dass es sich hier nicht um einen akustischen Einfluss des Sensors handelt, sondern dass kleinste Schwankungen in der Spannungsversorgung hierfür die Ursache sind. Während der Kalibrierung konnte dabei nicht mit der Messdatenerfassung aus den experimentellen Untersuchungen gearbeitet werden, welche über

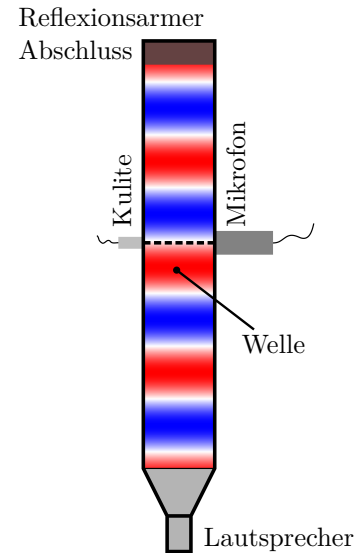
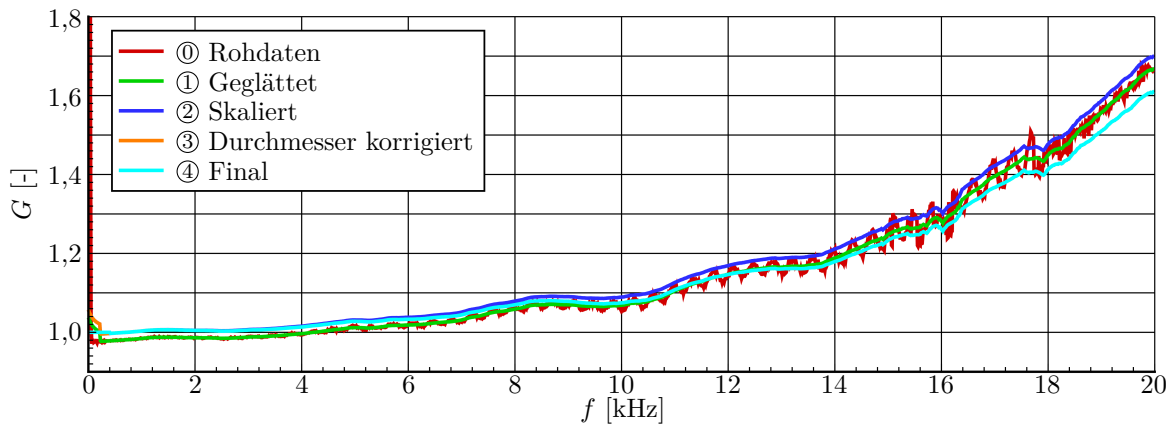
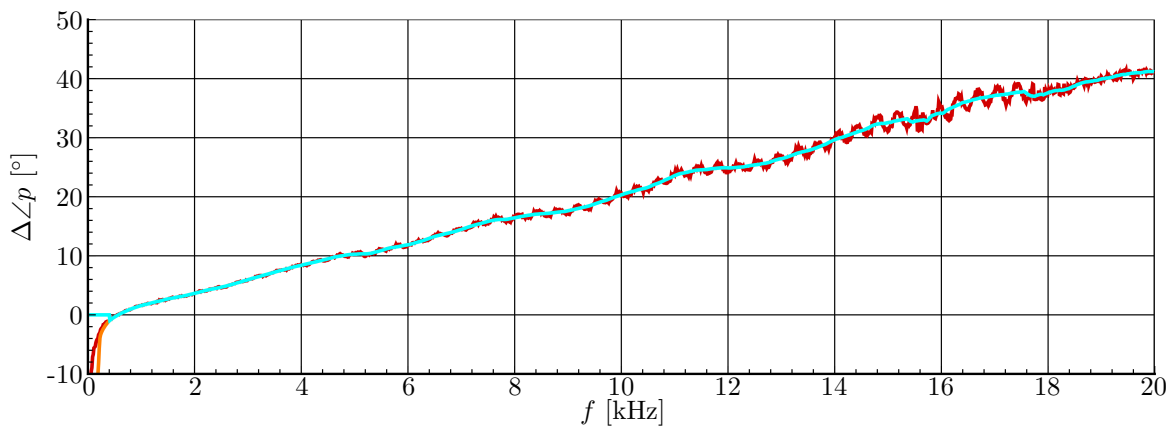


Abbildung 4.5.: Prinzipskizze der eingesetzten Vorrichtung zur dynamischen Kalibrierung

eine Regelung der Versorgungsspannung verfügt. Für die experimentellen Untersuchungen wird daher von einer besseren Spannungsversorgung ausgegangen, bei der dieses Problem nicht auftritt. Ein Beweis dafür kann allerdings nicht erbracht werden, da aktuell keine Möglichkeiten für eine Überprüfung zur Verfügung stehen. Daraus abgeleitet, bildet ein gleitender Mittelwert über eine Breite von 362,5 Hz den ersten Aufbereitungsschritt der Daten ①.



(a) Verstärkungsfaktor



(b) Phasenversatz

Abbildung 4.6.: Korrekturschritte der dynamischen Kalibrierdaten am Beispiel des Sensors S_{R1}

Die geglätteten Daten werden in einem zweiten Schritt auf einen Verstärkungsfaktor von 1 skaliert ②. Der dynamische Einfluss bleibt unterhalb von 3 kHz nahezu konstant, sodass hier Gültigkeit für die stationären Kalibrierdaten angenommen wird. Da es sich bei den hier gezeigten Daten um eine nachträgliche Korrektur handelt, entspricht ein Faktor von 1 den stationären Kalibrierdaten.

In einem dritten Korrekturschritt werden die unterschiedlichen Durchmesser der beiden Sensoren berücksichtigt ③, die bei knapp 1,4 mm für die hier eingesetzten Sensoren und nach Angaben des Herstellers bei 4 mm für das Referenzmikrofon ohne Schutzschirm

liegen. Für die Sensoren wird dabei von einem effektiven Durchmesser ausgegangen, der einem Kreis um die Bohrungen im Schutzschirm nach Abbildung 4.7. entspricht. Bei der Messung instationärer Drücke kann es aufgrund der endlichen Sensorfläche dazu kommen, dass nur ein mittlerer Druck und nicht der Druck im Zentrum des Sensors gemessen wird. Dieser Effekt wurde neben anderen bereits von *Corcos* [10], *Beresh et al.* [5] und *Hurst et al.* [40] beschrieben. Trifft eine einzelne ebene Welle in Normalenrichtung der sensitiven Fläche auf den Sensor (Abbildung 4.8. (a)), entspricht der mittlere Druck dem im Zentrum des Sensors. Passiert die Welle dagegen den Sensor parallel zur sensitiven Fläche (Abbildung 4.8. (b)), ist der Druck über diese Fläche nicht konstant. Der Unterschied zwischen dem gemittelten Druck und dem im Zentrum des Sensors hängt dabei vom Verhältnis von Sensordurchmesser zu Wellenlänge des Signals ab. Große Sensoren wirken sich bei diesem Effekt daher gleichermaßen negativ wie hohe Frequenzen aus, welche mit kleinen Wellenlängen einhergehen.

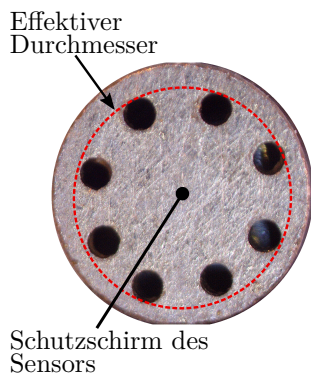


Abbildung 4.7.: Effektiver Sensordurchmesser

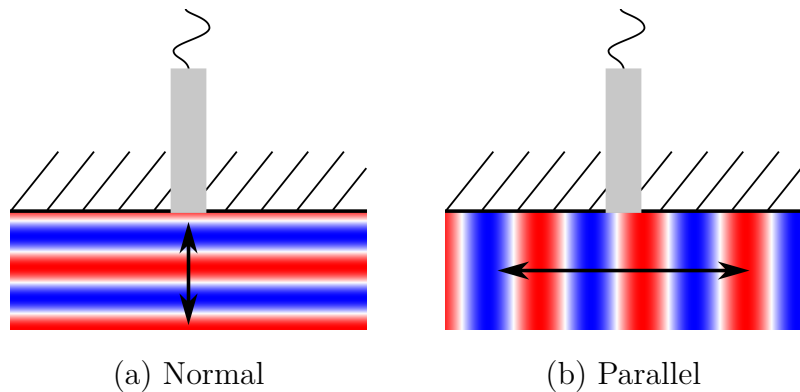


Abbildung 4.8.: Ausbreitungsrichtung einer Welle relativ zum Schutzschirm des Sensors

Zur Berechnung dieses Einflusses wird ein iterativer 2D-Ansatz verwendet. Dieser Ansatz berücksichtigt zwei Periodenlängen einer ebenen Welle, die einen runden Sensor passiert. Die räumliche Diskretisierung erfolgt durch Quadrate, die über ihre gesamte Fläche den Druck annehmen, den die ebene Welle an der Position des Zentrums des jeweiligen Quadrats besitzt. Aus allen quadratischen Flächen, die vollständig innerhalb der Sensorfläche liegen, wird ein Mittelwert gebildet und mit dem Druck im Zentrum des Sensors verglichen. Diese Berechnung wird für jeden Zeitschritt wiederholt.

Aus der Differenz der Maxima im Zeitverlauf wird der Phasenversatz bestimmt. Räumliche und zeitliche Auflösung werden automatisch verfeinert, bis die Veränderung über drei aufeinanderfolgende Durchläufe klei-

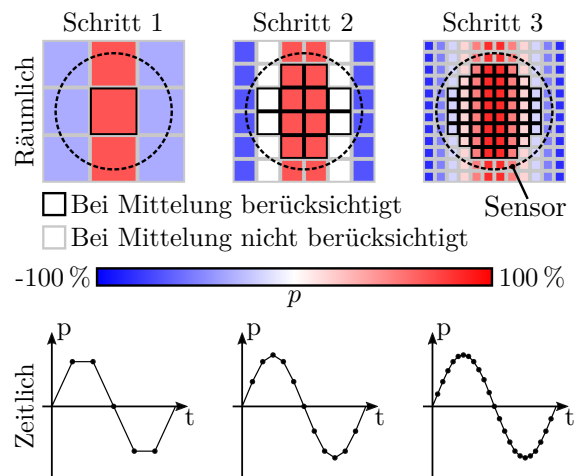


Abbildung 4.9.: Iterative Verfeinerung des 2D-Ansatzes zur Korrektur der Druckmitteilung über die Sensorfläche

ner als 0,1 % für den Betrag der Druckamplitude sowie kleiner als $0,1 \% \cdot 360^\circ = 0,36^\circ$ für deren Phase ist. Abbildung 4.9. skizziert dieses Vorgehen. Eine einfachere 1D-Variante wurde von *Hurst et al.* [40] vorgeschlagen. Dieser Ansatz ist gemeinsam mit einer davon abgeleiteten Variante und dem Vergleich zum hier erläuterten 2D-Ansatz in Anhang A.3 beschrieben.

Bei gleichen Durchmessern von Sensor und Mikrofon würde sich dieser Effekt bei der Kalibrierung aufheben. Aufgrund des größeren Mikrofondurchmessers führt die Mittelung dort aber zu stärkeren Änderungen als bei den verwendeten XCE-062 Sensoren, weshalb der Verstärkungsfaktor zu groß bestimmt wird und somit korrigiert werden muss.

Abschließend wird für Frequenzen $f \leq 400$ Hz der Verstärkungsfaktor zu 1 und der Phasenversatz zu 0 gesetzt ④, da die Kalibrierung in diesem Frequenzbereich erfahrungsgemäß nicht zuverlässig funktioniert. Da im Folgenden keine Daten bei diesen Frequenzen analysiert werden und höhere Frequenzen durch diesen Eingriff nicht beeinträchtigt werden, wirkt sich dieser Schritt nicht auf die weiteren Ergebnisse aus, sei der Vollständigkeit hier aber ebenfalls aufgeführt.

Für den Phasenversatz ergeben sich nur Änderungen durch den gleitenden Mittelwert ① und die Verschiebung kleiner Frequenzen ④.

Für jeden Sensor werden sowohl die Kalibrierung als auch die anschließenden Korrekturen individuell durchgeführt. Abbildung 4.10. zeigt die so gewonnenen und aufbereiteten Kalibrierdaten in Form des Verstärkungsfaktors aller Sensoren.

In diesen Daten lassen sich die Sensoren der Typen A und R eindeutig unterscheiden. Dieser Unterschied entspricht qualitativ dem von *Hurst et al.* [40] beschriebenen Einfluss des RTV. Durch den Einsatz des RTV wird das Luftvolumen zwischen Schutzschirm und sensibler Sensorfläche reduziert, womit die Eigenfrequenz dieses Volumens, das sich wie die Luft in einem Helmholtzresonator verhält, zu höheren Frequenzen verschoben wird. Dadurch ergeben sich im hier betrachteten Bereich bei gleicher Frequenz niedrigere Verstärkungsfaktoren als bei Sensoren ohne RTV.

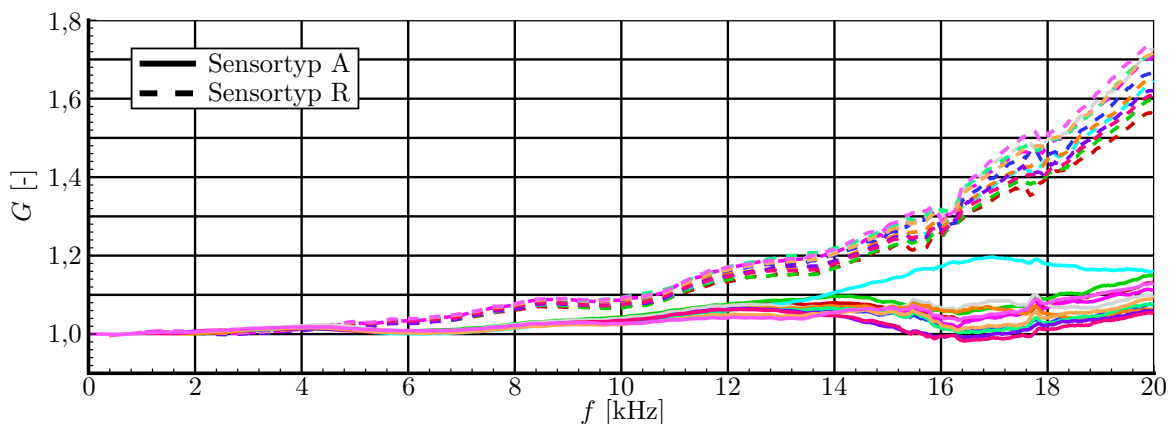


Abbildung 4.10.: Verstärkungsfaktoren aller Sensoren aus den dynamischen Kalibrierdaten

An dieser Stelle fallen allerdings die Sensoren S_{A1} bis S_{A3} auf. Diese wurden unabhängig

von allen anderen Sensoren beschafft, enthalten aber nach allen verfügbaren Unterlagen, wie die Sensoren vom Typ R, kein RTV. Trotzdem verhalten sich diese Sensoren wie jene mit RTV. Es ließ sich nicht klären, ob von den Unterlagen abweichend doch RTV verbaut wurde oder ob andere Einflüsse für diesen Effekt verantwortlich sind. Die Kalibrierergebnisse für den Phasenversatz sind in Abbildung A.4. gezeigt.

Trotz der zuvor beschriebenen Unsicherheiten mit den Kalibrierdaten werden diese im weiteren Verlauf dieser Arbeit eingesetzt. Ein ebenfalls in Anhang A.4 diskutierter Vergleich zu Daten von *Hurst et al.* [40] zeigt ähnliche Verstärkungsfaktoren. Es wird daher davon ausgegangen, dass eine Korrektur mit den zur Verfügung stehenden Daten zu präziseren Ergebnissen führt. Auf eine Kalibrierung der Sensoren vom Typ A im Stoßrohr wurde hier verzichtet. In den Stoßrohrversuchen von *Terstegen* [87] traten für die Sensoren vom Typ R erst ab Frequenzen von 100 kHz nennenswerte Verstärkungsfaktoren auf. Dieses Verhalten lässt sich mit dem hier verwendeten Verfahren nicht bestätigen.

Messdatenerfassung

Für die Messdatenerfassung wird ein PAK-MKII-System der Firma Müller-BBM VibroAkustik Systeme GmbH genutzt. Eingesetzt werden WSB42X G2-Module, die das analoge Sensorsignal mit $f_M = 204.800$ Hz abtasten. Es kommt ein digitaler Tiefpassfilter mit 92 kHz Passband und 112 kHz Stoppband zum Einsatz [58]. Die effektiv nutzbare Frequenz endet somit bei 92 kHz. Diese Frequenz liegt weit oberhalb der maximalen Frequenz der Kalibrierung. Damit ist die Messdatenerfassung an dieser Stelle nicht limitierend.

Mit dem verwendeten System kann die Datenerfassung mit bis zu 24 Bit erfolgen, ist aber nur mit 16 Bit erfolgt. Untersuchungen im Rahmen der Messunsicherheitsanalyse in Abschnitt 7.4.4 zeigen, dass der Einfluss auf die analysierten Azimutalmodenamplituden vernachlässigbar ist.

Das Trigger-Signal wird mit einem ICT42-Modul erfasst.

4.1.4. Betriebspunkte und Zuströmung

Im Rahmen dieser Arbeit werden vier Betriebspunkte (BP) berücksichtigt und analysiert, die in Abbildung 4.11. im experimentellen Verdichterkennfeld gezeigt sind. Die Betriebspunkte BP1, BP2 und BP3 liegen auf der Arbeitslinie bei den Drehzahlen N1, N2 und N3. Für die betrachteten Drehzahlen gilt $0,6 n_{V,max} < N1 < N2 < N3 < n_{V,max}$ mit $n_{V,max}$ nach Abschnitt 4.1.1. BP4 ist gegenüber BP2 bei gleicher Drehzahl stärker angedrosselt und somit näher an der Pumpgrenze. Im Rahmen der späteren Untersuchungen zur Messunsicherheit wird vor allem BP2 im Detail betrachtet.

Im Kennfeld werden die Betriebspunkte über das Totaldruckverhältnis

$$\pi_{tt} = \frac{p_{t,DIF}}{p_{t,VE}} \quad (4.5)$$

sowie den reduzierten Massenstrom

$$\dot{m}_{red} = \frac{\dot{m} \sqrt{T_{t,VE}}}{p_{t,VE}}. \quad (4.6)$$

dargestellt. Diese sind durch die Totaldrücke p_t und -temperaturen T_t am Verdichterein- (VE) und -austritt (DIF) sowie durch den Massenstrom \dot{m} definiert. Für die Darstellung der Effizienz wird der isentrope Wirkungsgrad

$$\eta_{is} = \frac{\pi_{tt}^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} - 1}{\frac{T_{t,DIF}}{T_{t,VE}} - 1} \quad (4.7)$$

mit dem Isentropenexponenten κ verwendet. Analog zu (2.18) wird der Isentropenexponent für den Einsatzbereich des Verdichters in dieser Arbeit als Konstante mit $\kappa = 1,4$ angenommen.

Unabhängig vom Betriebspunkt werden am Eintritt der Totaldruck auf 100.000 Pa und die Totaltemperatur auf 298,15 K eingestellt. Beide Größen werden während eines Versuchs über die Eintrittsrechen in der Messebene VE erfasst. Kühler und Luftversorgung werden kontinuierlich geregelt, sodass Eintrittstotaldruck und -temperatur über den Versuch konstant gehalten werden. Die radiale Verteilung am Eintritt wurde bereits von *Sanders* [76] und *Terstegen* [87] gezeigt und wird an dieser Stelle nicht erneut diskutiert.

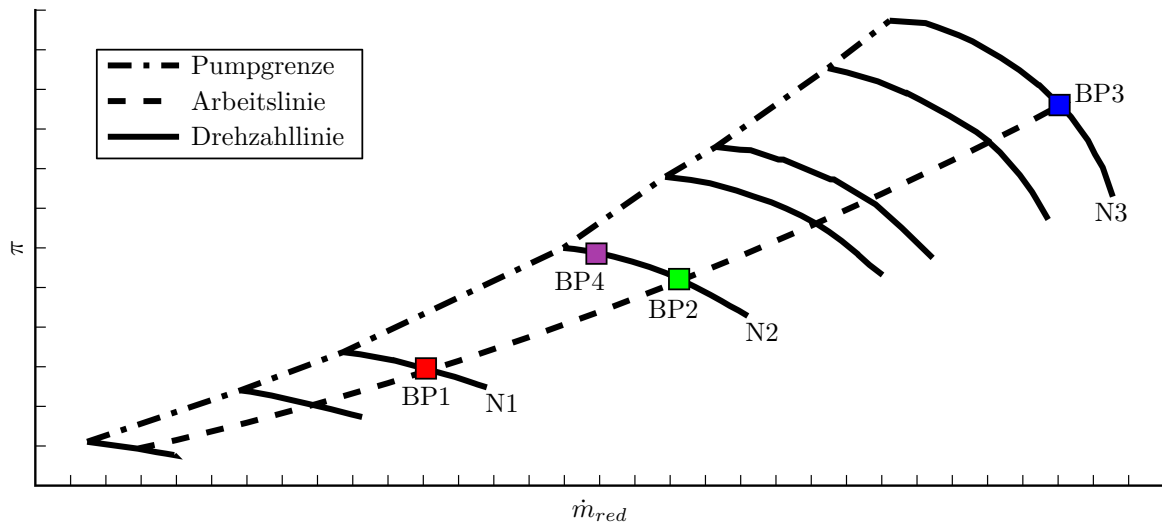
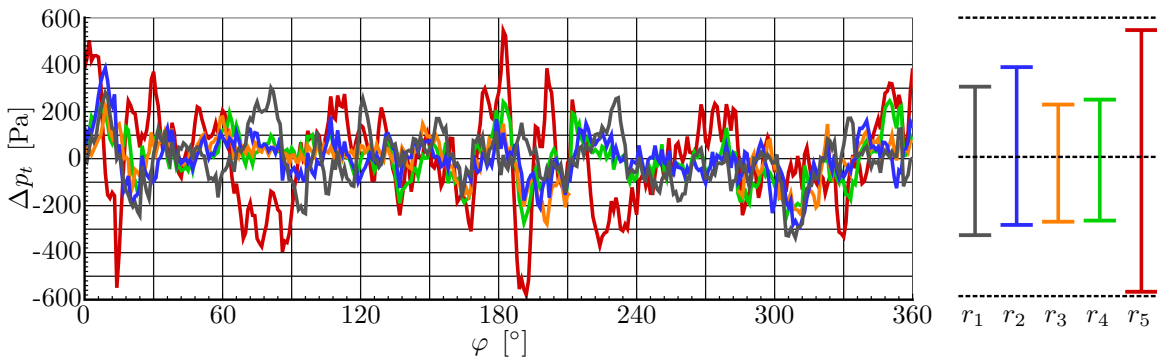


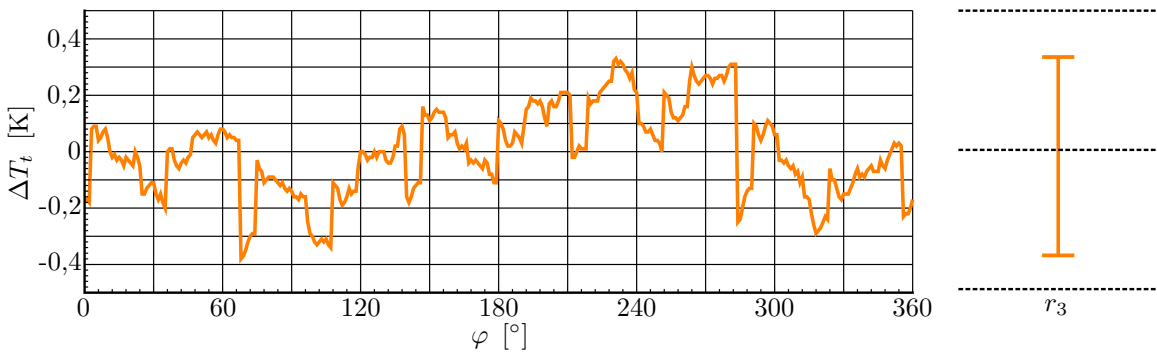
Abbildung 4.11.: Experimentelles Verdichterkennfeld mit den in dieser Arbeit betrachteten Betriebspunkten BP1 bis BP4 bei den Drehzahlen N1 bis N3

Die Eintrittsrechen in der Messebene VE lassen sich insgesamt um mehr als 72° verdrehen, sodass unter Einsatz von fünf Rechen der gesamte Umfang vermessen werden kann. Die so aufgezeichneten Verteilungen von Totaldruck und -temperatur bei BP2 sind in Abbildung 4.12. gezeigt. In den Daten zeigt sich eine inhomogene Verteilung beider Größen. Die Schaufeln werden dadurch lokal leicht unterschiedlich angeströmt. In Kapitel

8 werden Einflüsse lokaler Abweichungen von einer Umfangsperiodischen Strömung an zwei Beispielen näher betrachtet.



(a) Totaldruck (links: 360° Verteilung; rechts: Streubereich je Radius)



(b) Totaltemperatur (links: 360° Verteilung; rechts: Streubereich)

Abbildung 4.12.: Experimentell ermittelte 360°-Verteilung von Totaldruck und -temperatur als Abweichung vom Mittelwert (je Radius) in der Messebene VE bei BP2 auf den Radien $r_1 < r_2 < r_3 < r_4 < r_5$

4.2. Analyse instationärer Gehäusedrücke

Die Analyse der instationären Drücke ist der Kern der experimentellen Auswertungen dieser Arbeit. Abbildung 4.13. skizziert den gesamten Prozess von der Messung der Zeitrohsignale bis zur Azimutalmodenanalyse. Auf die einzelnen Analyseschritte in der Abbildung wird in den folgenden Abschnitten eingegangen.

4.2.1. Frequenzanalyse

Für jede virtuelle Umfangsposition im Messraster wird ein Datensatz von 10 s Länge aufgenommen. Dieser beinhaltet die instationären Drücke jedes Sensors sowie das Spannungssignal des induktiven Trigger-Sensors. Pro Umdrehung gibt dieser eine Spannungsspitze von etwa 2,5 V aus, während die Markierung auf der Welle den Sensor passiert.

Analyseschritte:

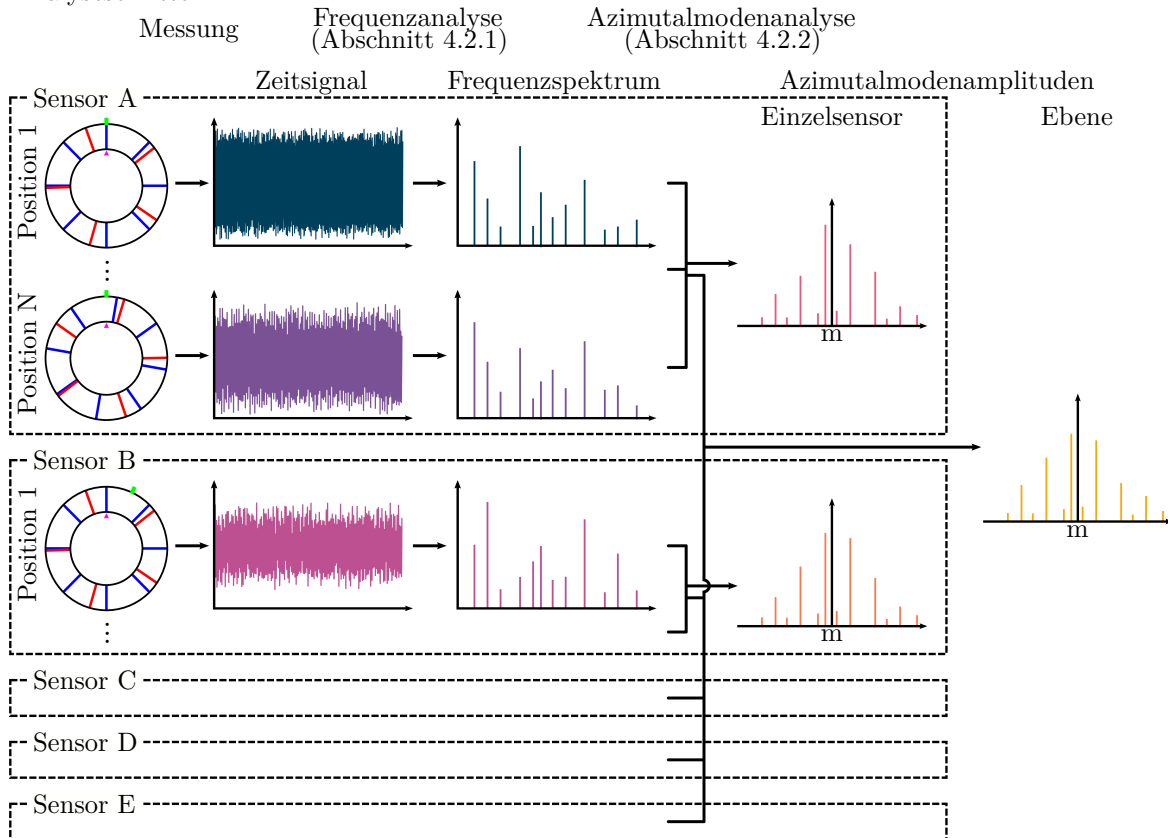
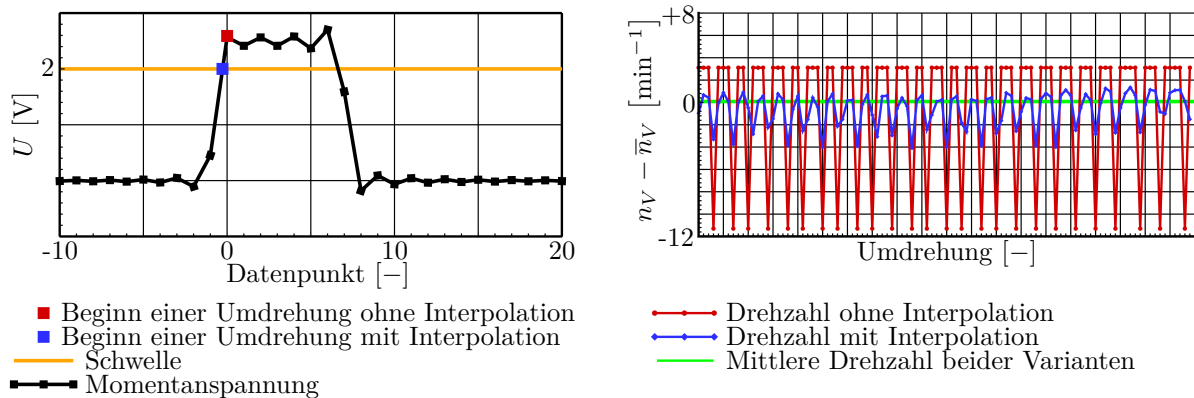


Abbildung 4.13.: Prozessschritte der experimentellen Azimutalmodenanalyse für eine Messebene mit fünf Sensoren

Als Beginn einer Umdrehung wird der Zeitpunkt betrachtet, bei dem das Spannungssignal des Triggers den Schwellwert von 2 V überschreitet. Wie Abbildung 4.14. zeigt, ist der genaue Zeitpunkt, bei dem die Schwelle überschritten wird, aufgrund der diskreten Abtastung nicht bekannt. Zur Bestimmung dieses Zeitpunktes werden hier zwei Varianten verglichen. In einer wird der erste Zeitpunkt, bei dem das Spannungssignal oberhalb der Schwelle liegt, als Beginn einer Umdrehung betrachtet. In einer zweiten Variante wird der Beginn einer Umdrehung aus diesem und dem vorherigen Zeitpunkt linear interpoliert. Abbildung 4.14. (b) zeigt den Einfluss beider Varianten auf die Bestimmung der Drehzahl. Diese wird aus der Anzahl an Zeitschritten während einer Umdrehung bei bekannter Abtastrate bestimmt. Während die mittlere Drehzahl \bar{n}_V beider Varianten bei einer ausreichend hohen Anzahl an Umdrehungen mit einem Unterschied von $\Delta n_V = 0,0019 \text{ min}^{-1}$ im gezeigten Beispiel nahezu identisch ist, sind für die einzelnen Umdrehungen deutliche Unterschiede auszumachen. Für die Variante ohne Interpolation liegt dabei lediglich ein Datenpunkt mehr bzw. weniger im betrachteten Bereich. Aufgrund des geringen Unterschieds der mittleren Drehzahl beider Varianten sind diese in Abbildung 4.14. (b) gemeinsam bei \bar{n}_V dargestellt. Ergänzend folgt in Abschnitt 7.1 eine Betrachtung zum Einfluss beider Varianten auf die Azimutalmodenamplituden. Darauf aufbauend wird für die Analysen in dieser Arbeit die Variante mit Interpolation verwendet.

Die variierende Anzahl an Datenpunkten je Umdrehung führt auch dazu, dass die aufgenommenen Drücke vor der späteren Ensemble-Mittelung neu abgetastet werden müssen. Dazu werden die Daten aller Umdrehungen linear auf ein einheitliches Raster interpoliert. Die Daten der einzelnen Umdrehungen werden nach der Interpolation wiederum zu Blöcken von je 10 Umdrehungen zusammengefasst. Damit werden je nach Drehzahl zwischen 180 und 300 Blöcke pro virtueller Umfangsposition herangezogen.



(a) Spannungsverlauf des Trigger-Signals beim Passieren der Markierung auf der Welle

(b) Einfluss der Interpolation auf die Drehzahlberechnung über 100 Umdrehungen

Abbildung 4.14.: Auswertung des Trigger-Signals

Für die Ensemble-Mittelung werden alle Drücke gleichen zeitlichen Abstands zum Beginn des jeweiligen Blocks über alle Blöcke gemittelt. Dadurch werden inkohärente Signalanteile, wie z. B. Rauschen, durch destruktive Überlagerung unterdrückt. *Vorländer* [94] gibt dazu an, dass der Signal-Rausch-Abstand um $10 \log_{10}(N_M)$ bei N_M Wiederholungen der Messung gesteigert werden kann. Die Einteilung in Blöcke zu je 10 Umdrehungen ist damit ein Kompromiss aus der Reduzierung inkohärenter Anteile und der Auflösung des Frequenzspektrums.

Die Auflösung des Frequenzspektrums liegt aufgrund der berücksichtigten 10 Umdrehungen je Block bei 10% der Rotordrehfrequenz. Für die Transformation in den Frequenzbereich wird die Fast Fourier Transformation (FFT) eingesetzt. Im Anschluss an die FFT werden die Daten mit den dynamischen Kalibrierdaten nach Abschnitt 4.1.3 bis zur maximalen Kalibrierfrequenz von 20 kHz korrigiert. Eine Betrachtung über diese Frequenz hinaus findet nur in Abschnitt 6.1.1 statt. Im Gegensatz zum Rest dieser Arbeit werden die dynamischen Kalibrierdaten dort noch nicht angewandt.

Zusätzlich wird der Einfluss der Sensorgröße korrigiert. Dabei kommt ebenfalls der 2D-Ansatz für ebene Wellen zum Einsatz. Im Gegensatz zur Kalibrierung entspricht dies hier allerdings nicht der tatsächlichen Druckverteilung am Sensor. Im Verdichter ist diese eine Überlagerung aus vielen einzelnen Moden, die vor der Messung nicht bekannt sind. Ohne Kenntnis über die tatsächliche Verteilung des instationären Drucks, ist die ebene Welle für die Durchmesserkorrektur aber eine gute Annäherung an reale zweidimensio-

nale Verteilungen. Abschnitt A.3 zeigt dazu den Vergleich einer ebenen Welle gegenüber Überlagerungen aus zufälligen Moden. Der Ansatz mit ebener Welle liegt dabei sehr nah am Mittelwert des komplexeren Ansatzes.

4.2.2. Azimutalmodenanalyse

In der Azimutalmodenanalyse (AMA) werden die komplexen Azimutalmodenamplituden aus den Messdaten der Sensoren ermittelt. Grundlage dazu ist die Lösung eines Gleichungssystems nach (2.30), welches sich im Allgemeinen als $\mathbf{p} = \mathbf{W}\mathbf{A}_m$ schreiben lässt. Die genaue Form der Übertragungsmatrix \mathbf{W} hängt dabei von den betrachteten Azimutalmodenordnungen sowie von der Anzahl und der Position der eingesetzten Sensoren ab. Die komplexen Drücke an den Sensorpositionen sind im Vektor \mathbf{p} enthalten. Der Vektor \mathbf{A}_m beinhaltet die komplexen Azimutalmodenamplituden.

Bei der Modenanalyse wird in dieser Arbeit zwischen der Analyse mit einem Sensor („Einzelsensor“ in Abbildung 4.13.) und der kombinierten Analyse mit allen Sensoren einer Ebene („Ebene“ in Abbildung 4.13.) unterschieden. Die folgenden Unterabschnitte erläutern die entsprechenden Zusammenhänge im Detail.

Die so ermittelten Azimutalmodenamplituden werden zur Validierung numerischer Simulationen herangezogen. Wie in Abschnitt 2.1 beschrieben ist, kann mit diesen Daten weder auf die radiale Verteilung noch auf die Ausbreitungsrichtung geschlossen werden. Daher ist eine direkte Interpretation der experimentellen Daten nur eingeschränkt möglich. Für höherwertige Analysen ist eine experimentelle Radialmodenanalyse (RMA) notwendig. Zwischen den Reihen ist allerdings für das nötige Messraster nicht ausreichend Platz. Ein Ansatz zur RMA mit einer einzelnen Axialebene, wie er beispielsweise von *Faßbender* [20] verwendet wurde, kann hier ebenfalls nicht angewandt werden. Für diesen Ansatz wird unter anderem vorausgesetzt, dass eine Ausbreitung der Moden nur in eine Richtung stattfindet. *Faßbender* [20] stellte dies durch einen stromab liegenden Schalldämpfer sicher. Zwischen den Reihen des hier betrachteten Prüfstands ist eine solche Modifikation nicht möglich.

Die Azimutalmoden lassen sich aus der Erregerordnung EO und der Azimutalmodenordnung m eindeutig identifizieren. Die Benennung erfolgt in dieser Arbeit nach dem Schema m_{EO}^m . Für die Azimutalmodenordnung $m = -20$ bei der Erregerordnung $EO = 32$ ergibt sich damit beispielsweise m_{32}^{-20} .

Messraster

Für die Messungen wird ein Messraster mit insgesamt 122 Umfangspositionen verwendet. Diese sind in Tabelle A.2. zusammengefasst. Die Positionen des Messrasters sind in dieser Arbeit so definiert, dass sie über das Verfahren der Statoren (siehe Abschnitt 4.1.2) für einen Sensor an der absoluten 0° -Position eingestellt werden. Das Messraster geht aus der Arbeit von *Terstegen* [87] hervor. Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wurden ebenfalls Optimierungen für das Messraster durchgeführt. Mit diesen konnte eine vergleichbare Qualität wie für das bereits bestehende Messraster erreicht werden.

Aus Gründen der Vergleichbarkeit zu alten Analysen wird für die Messungen zu dieser Arbeit das Messraster von *Terstegen* verwendet.

Ergänzt wird das bestehende Messraster um weitere Messpositionen, welche im Weiteren als *Repro-Raster* bezeichnet werden. Mit diesen zusätzlichen Messdaten werden die Stabilität sowie die Reproduzierbarkeit der vermessenen Betriebspunkte bewertet. Dieses Vorgehen wird aufgrund der hohen Messdauer von mehr als zwei Stunden gewählt. Der Grund für die hohe Dauer ist vor allem die geringe Geschwindigkeit beim Verfahren der Statoren. Während dieser Zeit sind ungewollte Betriebspunktänderungen möglich. Damit der Einfluss auf die ausgewerteten Ergebnisse bewertet werden kann, werden im *Repro-Raster* fünf Umfangspositionen über den Zeitraum der Messung jeweils fünfmal vermessen. Die Aufteilung ist in Abbildung 4.15. gezeigt. Die Positionen des Messrasters werden mit $\varphi_1 \dots \varphi_{122}$ bezeichnet, die des *Repro-Rasters* mit $\varphi_{R1} \dots \varphi_{R5}$. Die Positionen des verwendeten *Repro-Rasters* sind in Tabelle A.3. aufgeführt.

Die weitere Verwendung der Daten aus dem Messraster wird im Folgenden erläutert, die des *Repro-Rasters* in Abschnitt 4.3.

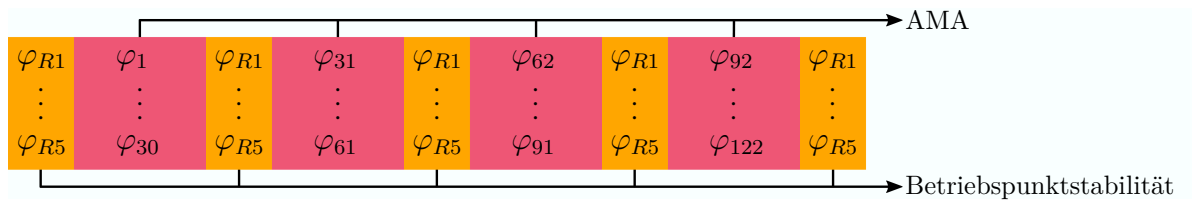


Abbildung 4.15.: Zusammensetzung des gesamten Messrasters aus dem Messraster zur Azimutalmodenanalyse nach Tabelle A.2. und dem *Repro-Raster* nach Tabelle A.3.

Aufgrund der eingeschränkten Verfahrenswege der Statorringe müssen diese während der Messung mehrfach die Richtung wechseln. Um Positionsabweichungen durch Umkehrspiel zu reduzieren, werden die Positionen zur Messung stets aus der gleichen Richtung angefahren. Befindet sich der Stator aus einer vorherigen Messstelle auf der falschen Seite der Zielposition, wird dieser erst um $0,1^\circ$ an der Zielposition vorbei verfahren, bevor die Messstelle aus der richtigen Richtung angefahren wird.

Mathematische Formulierung & Lösungsalgorithmus

Für die Ermittlung der Azimutalmodenamplituden A_m wird in dieser Arbeit mit dem Orthogonal Matching Pursuit (OMP) ein Compressed-Sensing-Ansatz verwendet. Mit diesem wird nach (2.30) ein Gleichungssystem der Form

$$\underbrace{\begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \\ \vdots \\ p_N \end{pmatrix}}_{\mathbf{p}} = \underbrace{\begin{pmatrix} e^{i\varphi_1 m_1} & e^{i\varphi_1 m_2} & \dots & e^{i\varphi_1 m_M} \\ e^{i\varphi_2 m_1} & e^{i\varphi_2 m_2} & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ e^{i\varphi_N m_1} & \dots & \dots & e^{i\varphi_N m_M} \end{pmatrix}}_{\mathbf{W}} \underbrace{\begin{pmatrix} A_{m_1} \\ A_{m_2} \\ \vdots \\ A_{m_M} \end{pmatrix}}_{\mathbf{A}_m} \quad (4.8)$$

gelöst. Dieses Gleichungssystem beschreibt den Zusammenhang der komplexen Drücke \mathbf{p} aller Messstellen im Frequenzspektrum mit den komplexen Azimutalmodenamplituden

\mathbf{A}_m bei einer Kreisfrequenz ω . Die Anzahl der Einträge des Vektors \mathbf{A}_m hängt vom zu analysierenden Modenspektrum ab. Eine Beschränkung auf Cut-On Moden, wie es beispielsweise von *Laguna et al.* [52] oder *Hurst et al.* [43] gemacht wird, erfolgt hier nicht. Aufgrund der geringen Abstände der Schaufelreihen zu den Messebenen, können auch Cut-Off Moden die instationären Drücke in den Messebenen signifikant beeinflussen. Die Übertragungsmatrix \mathbf{W} ergibt sich entsprechend aus den gewählten Umfangspositionen der Messung sowie den zugelassenen Azimutalmodenordnungen.

Die grundsätzliche Eignung des OMP-Ansatzes wurde unter anderem durch *Behn et al.* [4] gezeigt. An diesem Prüfstand wurde dieser Ansatz von *Terstegen* [87] ebenfalls erfolgreich eingesetzt. Dieser OMP-Algorithmus wird daher in dieser Arbeit weiterverwendet. Ebenfalls übernommen ist das zulässige Modenspektrum, welches auf die Modenordnungen $m = -274, \dots, +274$ festgelegt ist. In Vorabstudien hat sich dieser Bereich als ausreichend gezeigt. Mit einer Erweiterung ließen sich keinen nennenswerten Änderungen erzielen.

Die Voraussetzung zum Einsatz des OMP ist nach *Romberg* [71] ein dünn besetzter Lösungsvektor \mathbf{A}_m bei einem nicht dünn besetzten Vektor des Rohsignals \mathbf{p} . Die Anzahl der bei der Lösung des Gleichungssystems zu suchenden Moden wird in dieser Arbeit iterativ festgelegt. Dazu werden je Datensatz Analysen mit einer unterschiedlichen Anzahl M an zu suchenden Modenordnungen durchgeführt, für die $10 \leq M \leq 40$ gilt. Aus diesen Analysen wird jene mit dem höchsten Signal-Rausch-Verhältnis SRV_R nach (4.12) für die weiteren Bewertungen in den Kapitel 6 und 7 herangezogen.

Die minimale Anzahl von 10 zu analysierenden Moden ergibt sich aus der Arbeit von *Terstegen* [87], in der je Betriebspunkt und Frequenz die 10 Moden mit den höchsten Amplituden analysiert wurden, wofür das Messraster zuvor ausgelegt wurde. In Kapitel 6 wird gezeigt, dass die hier ausgewerteten dominanten Modenordnungen ebenfalls unter den ersten 10 Moden je Frequenz zu finden sind. Die Erweiterung auf bis zu 40, auch nicht dominante, Moden entspricht nicht dem Gedanken des Compressed Sensing mit einem dünn besetzten Lösungsvektor. Dieses Vorgehen führt aber zu einer teils erheblichen Steigerung des SRV_R , ohne die Amplituden der dominanten Moden signifikant zu beeinflussen, wie Anhang D.1 zeigt.

In der Synthese der Umfangsverteilung des Drucks für die Unsicherheitsanalyse (siehe Abbildung 4.20.) in Kapitel 7 führt ein hohes SRV_R zu einer verbesserten Wiedergabe der tatsächlichen Messwerte über den Umfang und damit zu einem realitätsnäheren Datensatz. Dabei ist es von untergeordneter Bedeutung, welchen nicht dominanten Modenordnungen welche komplexen Amplituden zugeordnet werden, da auch in der Unsicherheitsanalyse die dominanten Moden im Fokus stehen.

In den Auswertungen hat sich gezeigt, dass nicht immer die höchste Zahl zu analysierender Moden mit dem höchsten Wert für das hier verwendete SRV_R einhergeht. Aus diesem Grund wird das höchste SRV_R als Bedingung für die Auswahl verwendet.

Neben dem Compressed Sensing wurden auch weitere Ansätze hinsichtlich ihrer Eignung untersucht. Anhang D.1 zeigt dazu einen Vergleich mit der Singulärwertzerlegung als Lösungsalgorithmus. Dieser Ansatz wurde beispielsweise von *Tapken* [85] zur Radialm-

odenanalyse eingesetzt. Mit diesem Ansatz sowie mit dem OMP werden vergleichbare Azimutalmodenamplituden bestimmt.

Einzelsensoranalyse und kombinierte Sensoranalyse

In Literaturangaben wird in der Regel nur eine einzige Azimutalmodenanalyse je Axialebene und Radius durchgeführt. Gemessen wird dabei meist mit einem beweglichen Sensorring oder einer hohen Zahl an fest verbauten Sensoren.

Hier werden dagegen die Verstellstatoren des Prüfstands verwendet. Damit ist es möglich, für jeden Sensor eine separate Azimutalmodenanalyse durchzuführen. Unter idealen Bedingungen, für die keinerlei Messfehler oder Störungen aus der Strömung angenommen werden, wären die komplexen Amplituden je Azimutalmodenordnung an allen Sensoren einer Messebene bis auf einen Phasenversatz identisch. Dieser wird bei den für die Arbeit durchgeführten Messungen bereits nach Abschnitt 4.1.2 korrigiert. Die Angabe einer einzelnen Amplitude je Azimutalmodenordnung wäre somit ausreichend. In dieser Arbeit wird dies in Form des Mittelwertes über alle Sensoren einer Messebene gemacht. Da die zuvor beschriebenen Annahmen von idealen Bedingungen in den Messungen nicht gültig sind, wird zusätzlich der Streubereich angegeben, der durch die Amplituden an den Sensoren der betrachteten Messebene aufgespannt wird. Abbildung 6.3. verdeutlicht dies am Beispiel des Betrags einer Mode in der Messebene D. Dieses Vorgehen wird im Weiteren als Einzelsensoranalyse bezeichnet.

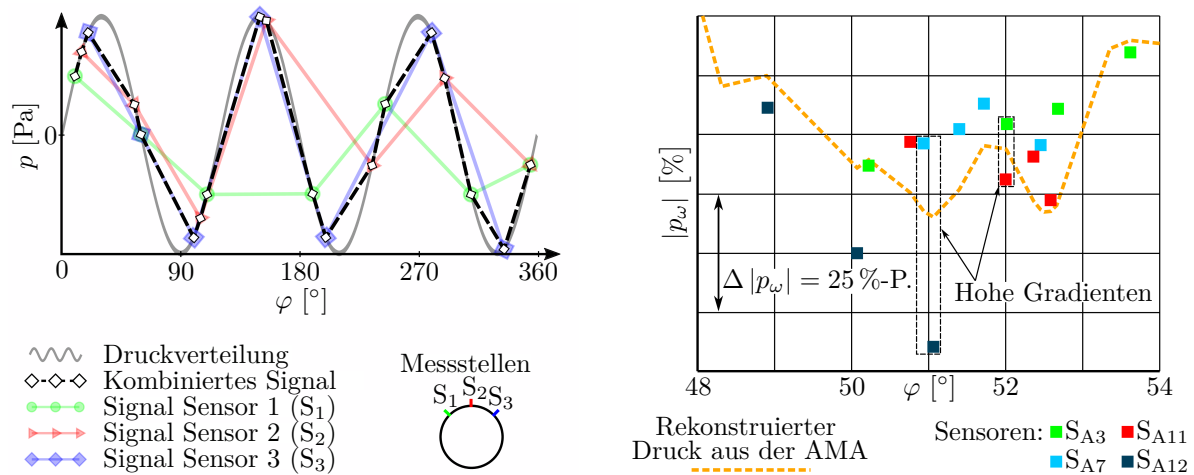
Für Vergleiche wird darüber hinaus auch die kombinierte Analyse aller Sensoren einer Ebene herangezogen. Aufgrund der Berücksichtigung der absoluten Sensorposition bei der Phasenkorrektur nach Abschnitt 4.1.2 können die instationären Drücke ohne weitere Korrekturen im Vektor \mathbf{p} aus (4.8) zusammengefasst werden. Die Übertragungsmatrix \mathbf{W} wird entsprechend angepasst. Bei diesem Vorgehen handelt es sich somit um ein hybrides Verfahren, das aus den beiden zuvor genannten Verfahren absolute und virtuelle Umfangspositionen kombiniert. Bei 5 Sensoren je Messebene besteht \mathbf{p} mit dem hier verwendeten Messraster somit aus 610 Einträgen.

Bei K Sensoren in einer Messebene werden somit $K + 1$ Modenspektren je Messebene ermittelt. In Kapitel 6 werden lediglich die Analysen der einzelnen Sensoren mit dem OMP zur Auswertung herangezogen. Ein Vergleich mit dem kombinierten Analyseansatz folgt in Kapitel 7.

In Abbildung 4.13. ist die Kombination mehrerer Datensätze einer Messebene bereits skizziert. Ergänzend zeigt Abbildung 4.16. (a) dies an einem idealisierten Beispiel. Für jeden der drei Sensoren werden Drücke an sieben Messstellen aufgenommen. Durch Kombination dieser Daten wird das Drucksignal mit insgesamt 21 Messstellen wesentlich feiner erfasst.

Abbildung 4.16. (b) zeigt einen Ausschnitt eines experimentell aufgenommenen, nicht idealisierten Datensatzes, in dem sich zwischen den Messstellen der verschiedenen Sensoren teils erhebliche Gradienten zeigen. Um $\varphi = 51^\circ$ liegt der Gradient zwischen den beiden Punkten der Sensoren S_{A7} und S_{A12} beispielsweise bei 356 %-P. je Grad der

Umfangsposition φ . Dort zeigen sich erhebliche Unterschiede zwischen den gemessenen Drücken der Sensoren bei nahezu gleichen virtuellen Umfangspositionen. Auf die Ursachen dazu wird in den Kapiteln 7 und 8 weiter eingegangen. Der hier verwendete Referenzwert (100%) entspricht dem Betrag der experimentell ermittelten Azimutalmodenamplitude der Mode m_{32}^{-20} nach Abbildung 6.3. In Abschnitt 6.1.2 wird die Definition dieses Referenzwertes näher erläutert.



(a) Beispielhafte Kombination von Daten dreier Sensoren der gleichen Messebene an einem Signal ohne Messfehler

(b) Ausschnitt aus den Messdaten für die kombinierte Auswertung der Sensoren in Messebene D bei BP2

Abbildung 4.16.: Kombination instationärer Drücke für die kombinierte Auswertung einer Axialebene nach Abbildung 4.13.

Bewertung der Analysegenauigkeit

Die Qualität der Modenanalyse wird durch das nachfolgend eingeführte Signal-Rausch-Verhältnis SRV_R bewertet. Eine darüber hinausgehende Analyse der Messunsicherheiten wird in Abschnitt 4.4 beschrieben und in Kapitel 7 im Detail betrachtet.

4.2.3. Vergleich komplexer Druckamplituden

Für den Vergleich komplexer Druckamplituden werden in dieser Arbeit zwei Definitionen des Signal-Rausch-Verhältnisses verwendet. Die Wahl der verwendeten Definition hängt von den zur Verfügung stehenden Daten ab.

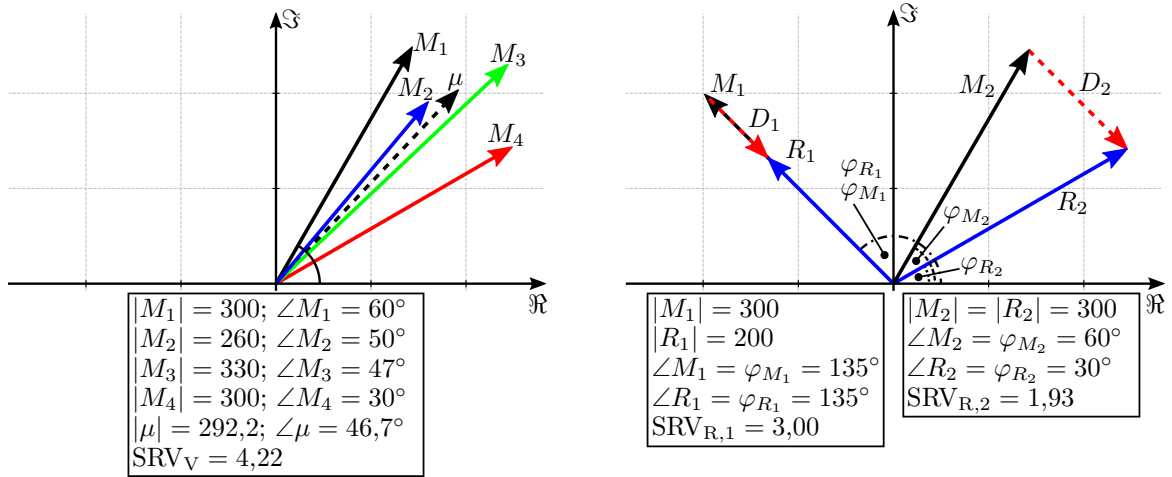
Bei der Wiederholung von Messungen lassen sich die ermittelten Amplituden auch an denselben Messstellen nie vollständig reproduzieren. Werden mehrere Messungen verglichen, ist es daher wichtig, die Qualität der Wiederholung zu bestimmen. Mit dem Signal-Rausch-Verhältnis

$$\text{SRV}_V = \frac{\rho_M}{\sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N |p_{M,i} - \mu|^2}} \quad \text{mit} \quad (4.9)$$

$$\rho_M = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |p_{M,i}| \quad \text{und} \quad (4.10)$$

$$\mu = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N p_{M,i} \quad (4.11)$$

werden sowohl Betrag als auch Phase jeder Wiederholung berücksichtigt. Das Signal wird als mittlerer Betrag ρ_M auf das Rauschen bezogen. Dieses wird aus der Differenz zwischen dem komplexen Mittelwert μ und den einzelnen komplexen Messwerten $p_{M,i}$ ermittelt. Entsprechend der Verwendung zum Vergleich von Datensätzen wird diese Definition des Signal-Rausch-Verhältnisses mit dem Index V gekennzeichnet. Eine grafische Darstellung in der komplexen Zahlenebene ist in Abbildung 4.17. (a) gezeigt.


 (a) SRV_V (4.9)

 (b) SRV_R (4.12)

Abbildung 4.17.: Grafische Darstellung des Signal-Rausch-Verhältnisses in der komplexen Zahlenebene an Beispielen mit gemessenen M und rekonstruierten R komplexen Werten sowie deren Differenz D

Daneben ist es für die Bewertung der Modenanalyse wichtig, wie gut die ermittelten Moden die gemessene Druckverteilung wiedergeben. Auch für diese wird in experimentellen Untersuchungen nie eine exakte Übereinstimmung erreicht werden können. Für die Bewertung der Übereinstimmung wird aus den ermittelten Azimutalmodenamplituden A_m über das entsprechende Gleichungssystem die Umfangsverteilung an den Messstellen rekonstruiert. Als Maß für die Übereinstimmung wird die zweite Definition des Signal-Rausch-Verhältnisses

$$\text{SRV}_R = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{|p_{M,i}|}{|p_{M,i} - p_{R,i}|} \quad (4.12)$$

berechnet. Mit dieser Definition wird die Qualität des rekonstruierten Datensatzes, und damit auch der ermittelten Azimutalmodenamplituden, bewertet. Die Definition ist entsprechend mit dem Index R gekennzeichnet. Auch hier werden Betrag und Phase berücksichtigt. Je Messstelle stehen für den Vergleich allerdings nur zwei Werte, der gemessene $p_{M,i}$ und der rekonstruierte Wert $p_{R,i}$, zur Verfügung. Für die Bewertung einer Modenanalyse wird deshalb der Mittelwert aller N Messstellen gemeinsam betrachtet. Für die Einzelanalyse sind in Abbildung 4.17. (b) ebenfalls zwei Beispiele in der komplexen Zahlenebene gezeigt.

Für den Vergleich unterschiedlicher Messungen wird darüber hinaus das Rauschen

$$R_R = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |p_{M,i} - p_{R,i}| \quad (4.13)$$

verwendet. Dieses ist aus (4.12) abgeleitet und kommt für den Vergleich verschiedener Betriebspunkte oder Frequenzen zum Einsatz, bei denen sich die Beträge der komplexen Drücke deutlich unterscheiden. Die Berücksichtigung des Betrags des Signals würde einen Vergleich mit dem SRV_R zugunsten von Fällen mit hohen Beträgen verfälschen.

4.3. Betriebspunktstabilität und -reproduzierbarkeit

Für den Vergleich experimenteller Messdaten mit den Ergebnissen numerischer Simulationen ist es wichtig, dass die Bedingungen für beide vergleichbar sind. Generell wird angestrebt, dass die Reproduzierbarkeit und die Betriebspunktstabilität der experimentellen Untersuchungen so gut sind, dass auch bei mehrfacher Messung eines Betriebspunktes eine einzige Simulation für hochwertige Vergleiche zwischen experimentellen und numerischen Ergebnissen genügt.

Die Messung der instationären Drücke bei einem Betriebspunkt dauert an diesem Prüfstand für das verwendete Messraster über zwei Stunden. In dieser Zeit lassen sich Schwankungen des Betriebspunktes nie vollständig vermeiden. Für eine gute Stabilität müssen diese Schwankungen allerdings gering sein.

Für die Messungen in den Ebenen A bis F sind je Betriebspunkt insgesamt 3 Messungen nötig, da die Zahl an Messstellen in diesen Ebenen die Anzahl verfügbarer Sensoren vom Typ A übersteigt. Damit kommt auch der präzisen Reproduzierbarkeit eine hohe Bedeutung zu.

Abbildung 4.18. zeigt am Beispiel von BP2 die Daten von fünf Größen, durch die der Betriebspunkt des Verdichters charakterisiert wird. Der Betriebspunkt wird bei experimentellen Messungen über die Drehzahl sowie das Totaldruckverhältnis eingestellt. Zum Einstellen des Totaldruckverhältnisses werden die Drosseln nach Abbildung 4.1. verwendet. Durch die automatische Druck- und Temperaturregelung werden der Totaldruck sowie die Totaltemperatur am Verdichtereintritt (VE) annähernd konstant gehalten. Der Massenstrom ergibt sich schließlich aus den eingestellten Größen.

Für jede der dargestellten Größen ist die Differenz zwischen den aufgezeichneten Einzelwerten und deren Mittelwert aus allen drei Messungen bei gleichem Betriebspunkt

gezeigt. Die dargestellten Daten von BP2 stellen dabei den Betriebspunkt mit den größten Schwankungen in dieser Arbeit dar.

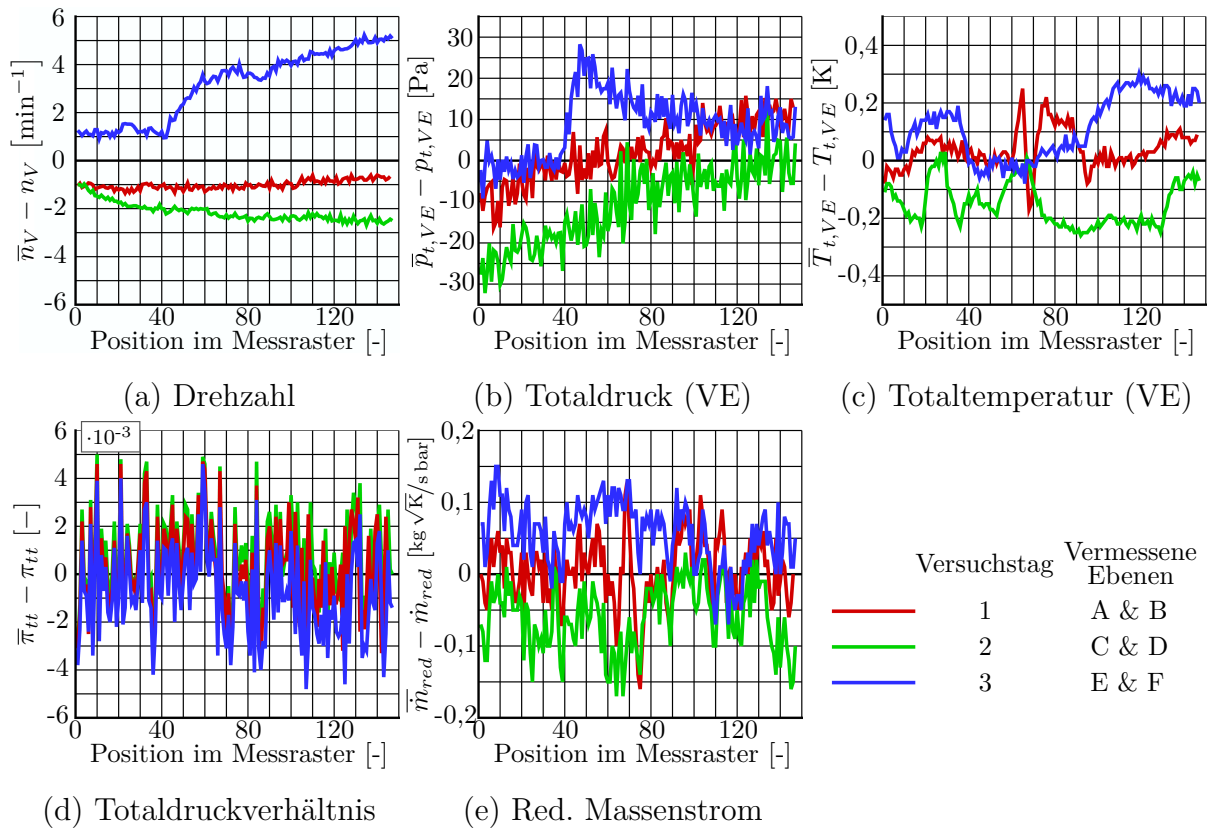


Abbildung 4.18.: Stabilität und Reproduzierbarkeit ausgewählter Größen bei BP2 als Abweichung gegenüber dem jeweiligen Mittelwert aus allen drei Messungen bei diesem Betriebspunkt. Es sind die Messpunkte des gesamten Messrasters inklusive des Reprorasters gezeigt.

Diese Größen zeigen eine gute Stabilität und Wiedereinstellbarkeit des Betriebspunktes. Lediglich für die Drehzahl fallen bei den Messungen in den Ebenen E & F größere Abweichungen auf. Wie in Abschnitt 7.3 gezeigt wird, ist der Einfluss auf die Azimutalmodenanalyse aber gering. Für die Variation des Totaldruckverhältnisses fällt weiterhin auf, dass die Schwankungen bei allen drei Messungen ähnlich sind. Dies ist darauf zurückzuführen, dass der Totaldruck in der Messebene DIF mit fünf über den Umfang verteilten Rechen gemessen wird. Je nach Position im Messraster stehen diese Rechen anders zur Beschaukelung, womit sich auch für einen konstanten Betriebspunkt die Messwerte zur Bestimmung des Totaldruckverhältnisses leicht ändern. Diese Änderung ist größer als der Einfluss tatsächlicher Betriebspunktänderungen.

Aus diesen Größen kann der Einfluss auf die instationären Drücke nicht direkt abgeleitet werden. Für diese Bewertung kommt das Reproraster nach Abbildung 4.15. zum Einsatz.

Die Sensoren vom Typ A werden zu jeder der drei Messungen pro Betriebspunkt an ei-

ner anderen Messstelle verbaut. Sie können somit lediglich zur Bewertung der Betriebspunktstabilität einer einzelnen Messung herangezogen werden. Diese wird im Rahmen der Unsicherheitsanalyse in Abschnitt 7.3.1 betrachtet.

Die Sensoren vom Typ R werden dagegen stets an derselben Messstelle eingesetzt. Somit können durch diese auch Informationen über die Qualität der Reproduzierbarkeit gewonnen werden. Der dazu eingesetzte Prozess ist in Abbildung 4.19. für einen einzelnen Sensor gezeigt und basiert auf dem SRV_V nach (4.9). Für die Reproduzierbarkeit wird nicht zwischen den drei einzelnen Messungen unterschieden. Somit ergibt sich für jeden Sensor ein Datensatz von 15 Einzelmessungen je virtueller Umfangsposition. Aus diesen wird das SRV_V ermittelt. Die so bestimmten fünf Einzelwerte, einer je Umfangsposition, werden durch arithmetische Mittelung auf ein mittleres $\overline{SRV_V}$ je Sensor reduziert. Dieses wird nochmals über alle Sensoren des Typs R gemittelt, sodass der Datensatz auf ein einziges SRV_V pro Betriebspunkt reduziert werden kann. Der zuvor beschriebene Ablauf wird für jede Erregerordnung separat durchgeführt. Neben dieser direkten Analyse werden die Daten der Sensoren vom Typ R ebenfalls im Rahmen der Unsicherheitsanalyse verwendet. Die Erläuterungen dazu folgen in Abschnitt 4.4 und in Kapitel 7.

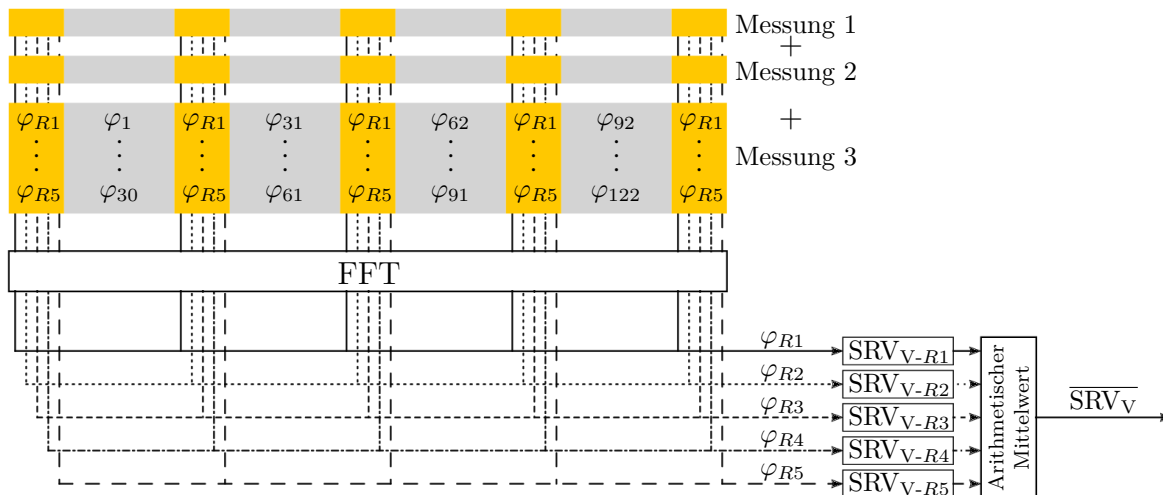


Abbildung 4.19.: Prozess zur Bewertung der Reproduzierbarkeit von Betriebspunkten aus drei Einzelmessungen als $\overline{SRV_V}$ mit den einzelnen SRV_V (4.9) für einen Sensor vom Typ R bei konstanter Frequenz

4.4. Unsicherheitsanalyse

Für die Bewertung von Messunsicherheiten kommt ein Monte-Carlo-Ansatz zum Einsatz. In diesem werden nach Abbildung 4.20. aus den zuvor bestimmten Azimutalmodenamplituden Zeitsignale synthetisiert. Diese werden gezielt mit Fehlern beaufschlagt und anschließend erneut analysiert. Die damit neu bestimmten Azimutalmodenamplituden werden schließlich mit jenen aus der Messung verglichen. Mit einer ausreichenden Anzahl an Iterationen wird daraus ein zu erwartender Unsicherheitsbereich ermittelt.

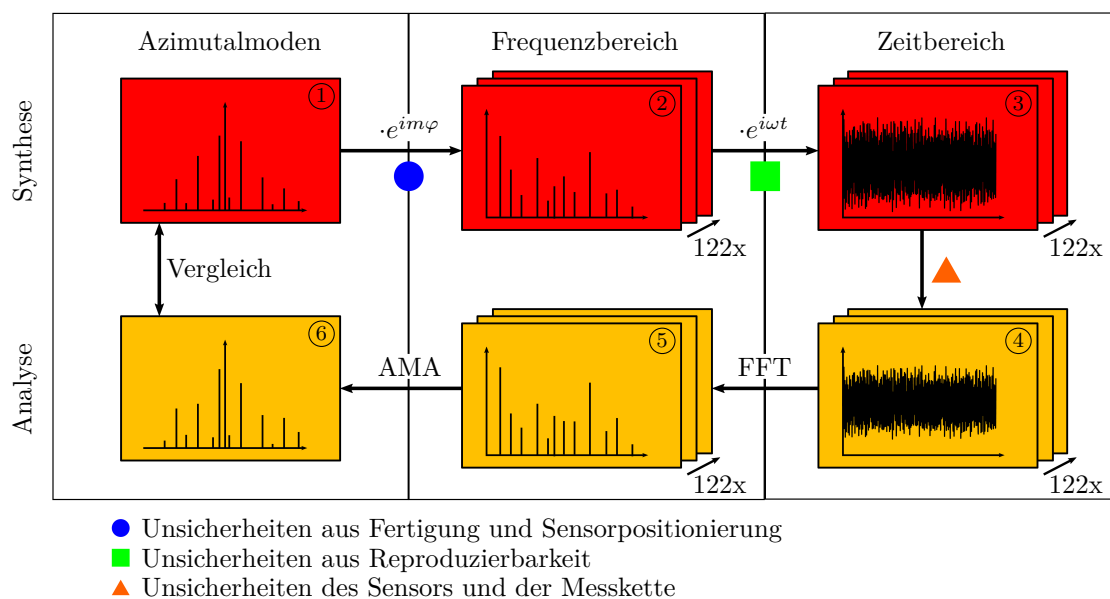


Abbildung 4.20.: Prozesskette der Unsicherheitsanalyse für einen Sensor mit Synthese, Analyse und Vergleich der Daten

Die analysierten Einflussfaktoren auf die Messunsicherheit haben verschiedene Ursachen, die auf systematische sowie auf stochastische Effekte zurückgeführt werden können. Ein vollständig bekannter systematischer Einfluss, bei dem das fehlerfreie Signal aus den aufgezeichneten Messdaten rekonstruiert werden kann, stellt keine Unsicherheit dar und wird an dieser Stelle nicht berücksichtigt. Dazu gehören unter anderem die dynamischen Kalibrierdaten nach Abschnitt 4.1.3.

Die berücksichtigten Einflüsse werden entweder aus Zufallsverteilungen oder analytisch als Fehler in die Prozesskette eingebracht. Für analytische Einflüsse wird die Prozesskette einmalig durchlaufen. Für Einflüsse aus Zufallsverteilungen werden insgesamt 1250 Iterationen der Prozesskette durchlaufen. Die zugrundeliegende Unabhängigkeitsstudie ist in Anhang D.2 gezeigt.

In den beiden folgenden Unterabschnitten werden die Synthese und die Analyse kurz beschrieben. Die Definition der einzelnen Fehler folgt in Kapitel 7. Damit können der Fehler und die daraus hervorgehenden Auswirkungen auf die Azimutalmodenamplituden direkt verglichen werden. Dort wird sowohl der Einfluss einzelner Fehler als auch die Gesamtunsicherheit aus der Überlagerung aller Fehler betrachtet.

4.4.1. Synthese

In der Synthese wird zwischen den zwei zuvor genannten Arten an Störeinflüssen, systematische und zufallsverteilte, unterschieden. Die systematischen Einflüsse sind jene, für die ein eindeutiger Zusammenhang zwischen den fehlerfreien und den fehlerbehafteten Daten besteht. In Abgrenzung zu den korrigierbaren Daten werden hier jene berück-

sichtigt, bei denen das fehlerfreie Signal auch bei Kenntnis über den Störeinfluss nicht rekonstruiert werden kann. Dazu zählt die in Abschnitt 7.4.4 betrachtete Diskretisierung. Für diese kann aus dem fehlerbehafteten (diskreten) Signal das tatsächliche (kontinuierliche) Signal am Sensor nicht rekonstruiert werden.

Einflüsse, die weniger genau definiert sind, werden durch Zufallsverteilungen in festgelegten Wertebereichen abgebildet. Dies gilt auch für systematische Fehler, deren Einfluss nicht genau bekannt ist. Diese werden ebenfalls durch Zufallsverteilungen berücksichtigt, so wie es *Mühl* [57] beschreibt. Mischformen aus systematisch und stochastisch modellierten Einflüssen kommen ebenfalls zum Einsatz. Diese Form wird für die Nichtlinearität in Abschnitt 7.4.2 verwendet, bei der zwischen den aus der Kalibrierung bekannten Stützstellen ein zulässiges Streuband für Zufallsfehler gelegt wird.

Für die Synthese werden die Azimutalmodenamplituden mit (2.30) schrittweise zurück in den Zeitbereich transformiert. Der erste Schritt ist die Berechnung der komplexen Drücke im Frequenzbereich an den Messstellen. Das verwendete Messraster ist jenes in Tabelle A.2. und damit dasselbe wie für die experimentelle Azimutalmodenanalyse. Das Repro-Raster wird hier nicht berücksichtigt.

Fehler, die in diesem Prozessschritt eingebracht werden, erfolgen durch Manipulation der Übertragungsmatrix \mathbf{W} bzw. der darin enthaltenen Einträge des azimutalen Anteils des Drucks g_φ nach (2.21). Wird die Umfangsposition in dieser Gleichung angepasst, kann der komplexe Druck für eine abweichende Messposition synthetisiert werden. Wird diese Änderung in der Analyse nicht berücksichtigt, entspricht dieser Eingriff einer unbekannt-ten Abweichung zwischen der geplanten und der tatsächlichen Umfangsposition.

Im nächsten Prozessschritt wird für jede Messstelle aus den komplexen Drücken ein Zeitsignal ermittelt. Unter Berücksichtigung aller ganzzahligen Erregerordnungen innerhalb des Kalibrierbereichs der Sensoren erfolgt dies über den zeitlichen Anteil des Drucks g_t nach (2.22). Fehler in diesem Prozessschritt gehen durch Manipulation der komplexen Drücke ein. Die Anpassung erfolgt für den Betrag als Faktor, während der Einfluss auf die Phase als Phasenversatz berücksichtigt wird. Dies erfolgt analog zu dem Vorgehen, wie es bei der Korrektur durch die dynamischen Kalibrierdaten angewandt wird.

Aufgrund der hohen Anzahl an Iteration und betrachteten Fälle wird die synthetisierte Messdauer für die Unsicherheitsanalyse auf 2,5s reduziert. Dies führt zu einer weniger effektiven Unterdrückung der inkohärenten Anteile des gemessenen Zeitsignals. In Vorstudien zeigte sich, dass der Fehler dadurch nur wenig ansteigt. Gegenüber einer höheren betrachteten Messdauer handelt es sich bei der Unsicherheitsanalyse somit um eine konservative Betrachtung.

Im letzten Schritt der Synthese wird das Zeitsignal angepasst. Es erfolgen Verschiebungen des mittleren Drucks sowie Effekte, die vom Momentandruck selbst abhängen. Dazu gehört unter anderem die Nichtlinearität der Sensoren.

Abschließend werden die ermittelten Drücke auf die Druckniveaus der Messungen diskretisiert. Die Diskretisierungsschrittweite ergibt sich aus der Auflösung der Datenerfassung und aus dem Druckbereich der Sensoren.

4.4.2. Analyse & Vergleich

Für die Analyse wird die Prozesskette nach Abschnitt 4.2 verwendet. Die synthetisierten Drücke werden somit genau wie aufgenommene Messdaten analysiert. In den abgelegten Dateien aus der Synthese sind dazu auch Zusatzinformationen wie etwa das synthetisierte Spannungssignal des Trigger-Sensors enthalten.

Auf die Korrektur durch die dynamischen Kalibrierdaten oder durch Berücksichtigung des Sensordurchmessers wird an dieser Stelle verzichtet. Diese gehen nicht in das synthetisierte Signal ein und müssen dementsprechend auch nicht korrigiert werden.

Der abschließende Vergleich zwischen den vorgegebenen und den neu berechneten Azimutalmodenamplituden erfolgt sowohl für deren Betrag als auch für die Phase. Neben diesem Vergleich werden die neu ermittelten Azimutalmodenamplituden auch mit einem Referenzwert verglichen. Wie in Abschnitt 7.1 näher erläutert wird, ist dieser notwendig, da auch ohne gezieltes Einbringen von Fehlern ein Unterschied zwischen den vorgegebenen und den neu berechneten Azimutalmodenamplituden besteht. Um diese Abweichungen nicht fälschlicherweise einem Störeinfluss zuzuordnen, erfolgt der Vergleich separat betrachteter Einflüsse stets gegenüber dem Referenzwert. Der Vergleich zu den vorgegebenen Azimutalmodenamplituden wird für die Gesamtunsicherheit herangezogen.

Die in Kapitel 7 gezeigten Ergebnisse beschreiben die typischen zu erwartenden Messunsicherheiten. Dazu wird ein 90 % Konfidenzintervall herangezogen bei dem aus allen Abweichungen die jeweils größten und kleinsten 5 % der Datenpunkte ausgeschlossen werden. Für Fälle, bei denen in der Synthese Zufallsverteilungen Verwendung finden, wird der von diesen Grenzen eingeschlossene Bereich als $\Delta_{90} |A_m|$ bzw. $\Delta_{90} \angle A_m$ angegeben. Handelt es sich um rein systematische Einflüsse, wird der daraus ermittelte Effekt auf Betrag ($\Delta |A_m|$) und Phase ($\Delta \angle A_m$) direkt angegeben.

5. Numerische Methoden

In dieser Arbeit werden neben den experimentellen Daten auch die Ergebnisse numerischer Simulationen diskutiert. Durchgeführt wurden diese Simulationen mit dem Strömungslöser TRACE. Nachfolgend werden der Strömungslöser, das Simulationsmodell sowie die eingesetzten Methoden zur Azimutalmodenanalyse vorgestellt.

5.1. Strömungslöser

TRACE (*Turbomachinery Research Aerodynamic Computational Environment*) wird vom DLR (Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt e. V.) gemeinsam mit der MTU Aero Engines AG entwickelt. Für diese Arbeit werden stationäre Simulationen sowie instationäre Simulationen mit dem Harmonic Balance (HB) Ansatz in TRACE (Version 9.1) durchgeführt.

Dieser Strömungslöser wurde für Berechnungen an dem in dieser Arbeit betrachteten Prüfstand bereits verwendet und in den entsprechenden Veröffentlichungen beschrieben. Aus diesem Grund wird an dieser Stelle nur knapp auf die Funktionsweise des Löser eingegangen. Für weitere Informationen sei auf die Arbeit von *Sanders* [76] sowie auf die allgemeine Fachliteratur verwiesen.

TRACE löst die Reynolds-gemittelten Navier-Stokes-Gleichungen (RANS) mit einem Finite-Volumen-Verfahren. Mit dem verwendeten Upwind-Schema wird dabei eine Genauigkeit zweiter Ordnung erreicht. Um dem so genannten Schließungsproblem der Turbulenz bei der Lösung der RANS-Gleichungen zu begegnen, werden Turbulenzmodelle eingesetzt. Unter Ausnutzung der Boussinesq-Approximation wird so eine turbulente Wirbelviskosität berechnet, über die die Lösung der Gleichungen erst möglich wird. Für detailliertere Informationen sei hier auf *Wilcox* [98] verwiesen.

Für die Auflösung instationärer Effekte ist die Lösung der instationären RANS-Gleichungen (URANS) der klassische Ansatz. Bei Turbomaschinen kommen aber auch vermehrt Löser zum Einsatz, die die RANS-Gleichungen im Frequenzbereich lösen. Dazu zählt auch der hier verwendete Löser TRACE Harmonic Balance. Mit diesem, und vergleichbaren Ansätzen anderer Strömungslöser, wird lediglich eine zuvor ausgewählte Anzahl diskreter Frequenzen gelöst. Das Verfahren eignet sich somit für Strömungen, deren instationärer Anteil von wenigen diskreten Frequenzen dominiert wird.

Dabei wird angenommen, dass die Strömung durch eine endliche Zahl an Frequenzen hinreichend genau beschrieben werden kann. Eine Strömungsgröße q setzt sich dabei nach *Frey et al.* [21] aus ihren Anteilen \hat{q}_k bei den Harmonischen k über

$$q(t,x) \approx \Re \left[\sum_{k=0}^K \hat{q}_k(x) e^{ik\omega t} \right] \quad (5.1)$$

zusammen. Diese Berechnung erfolgt für eine Grundfrequenz f (als Grundkreisfrequenz $\omega = 2\pi f$) bei einer endlichen Anzahl an Harmonischen K . Mit der in TRACE implementierten Variante lassen sich über (5.1) hinaus mehrere Grundfrequenzen gleichzeitig verwenden. Die einzelnen Anteile einer Strömungsgröße sind über das Residuum R in

$$ik\omega\hat{q}_k + \widehat{R(q)}_k = 0 \quad (5.2)$$

miteinander gekoppelt, da die Gleichung für jedes k erfüllt sein muss. Die Kopplung kommt hier zustande, da das Residuum nicht nur von einer Frequenz, sondern vom gesamten Erhaltungsvektor q abhängt. Das Verfahren wird von *Frey et al.* [21] und *Junge et al.* [45] näher beschrieben.

Durch die Kopplung gilt es für jede Konfiguration zu überprüfen, wie viele Harmonische für ein unabhängiges Ergebnis nötig sind. Für den hier betrachteten Verdichter wurde dies detailliert von *Sanders* [76] untersucht.

5.2. Modellierung des Verdichters

Für die numerischen Analysen in dieser Arbeit werden drei Simulationsmodelle verwendet, die alle einen Ausschnitt aus dem gleichen Verdichter darstellen. In Abbildung 5.1. sind die jeweils berücksichtigten Bereiche zwischen den Messebenen VE und DIF zusammen mit den eingesetzten Randbedingungen gezeigt. Die Variante „Stationär“ umfasst den gesamten beschauelten Bereich inklusive der Kavität unter dem ersten Stator. Von den drei Varianten ist diese dem physischen Verdichter am ähnlichsten. Für die instationären Simulationen in Kapitel 6 wird demgegenüber die Kavität ausgeschlossen (HB-5). Für Kapitel 8 werden zusätzlich die Reihen von Vorleitrad und Stator 2 ausgeschlossen (HB-3). Die sukzessive Reduktion des betrachteten Bereichs erfolgt, um die benötigten Ressourcen für die Simulationen zu reduzieren und deren Stabilität zu erhöhen.

In den stationären Simulationen fungieren die Interfaces zwischen den Reihen als Mischungsebenen. In den HB-Simulationen werden dort zusätzlich die zuvor ausgewählten Moden übergeben. Die Zusammenfassung aller übergebenen Moden einer Simulation wird in dieser Arbeit als harmonisches Setup bezeichnet. Tabelle 5.1. zeigt dieses am Beispiel einer Simulation für die Mode m_{32}^{-20} .

Mit diesem harmonischen Setup können sich instationäre Druckschwankungen der Erregerordnung 32 und Umfangsmodenordnung -20 durch den gesamten Verdichter ausbreiten und auch an jeder Schaufelreihe reflektiert werden. Die ersten fünf Harmonischen des ersten Rotors und des ersten Stators werden nur zwischen diesen beiden Reihen ausgetauscht. Diese Reihen sind der Ursprung der Mode m_{32}^{-20} mit $m = NB_{R1} - NB_{S1} = 32 - 52 = -20$. Für andere Moden wird das harmonische Setup entsprechend angepasst. *Sanders* [76] hat gezeigt, dass die Berücksichtigung der ersten fünf Harmonischen für Simulationen an diesem Verdichter ausreichend ist. Die Hinzunahme dieser Harmonischen in anderen Reihen würde das Simulationsmodell dem experimentellen Fall weiter annähern. Dies würde aber auch erheblich mehr Ressourcen für die Simulationen binden, sei es in Form längerer Rechenzeiten oder leistungsfähigerer Hardware, weshalb darauf verzichtet wurde. Der stationäre Anteil der Strömung wird dagegen in jeder Reihe

berücksichtigt. Dies ist in Tabelle 5.1. nicht dargestellt.

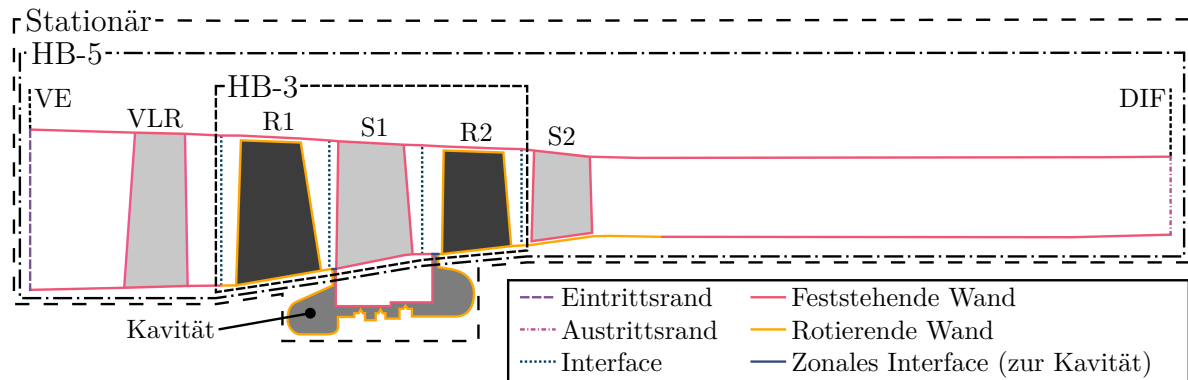


Abbildung 5.1.: Aufteilung des Simulationsbereichs in die drei Varianten Stationär, HB-5 und HB-3 sowie Übersicht über die eingesetzten Randbedingungen

Mit dem Strömungslöser ist es aktuell nicht möglich, alle betrachteten Moden in einer Simulation gleichzeitig zu berücksichtigen. Daher wird für jede relevante Mode eine separate Simulation mit eigenem harmonischem Setup nach dem Vorbild des gezeigten Setups für m_{32}^{-20} durchgeführt. Dies führt dazu, dass einige Anteile, wie beispielsweise die ersten fünf Harmonischen zwischen Rotor und Stator, mehrfach simuliert werden. Dadurch kommt einem umsichtigen Einsatz der, für die Simulationen verfügbaren, Ressourcen eine nochmals größere Bedeutung zu, als es bei einer einzelnen Simulation je Betriebspunkt der Fall wäre. Hinsichtlich dieser Gesichtspunkte ist die Durchführung einer Simulation je Mode aber nach wie vor gegenüber einer instationären Simulation im Zeitbereich (URANS), bei der alle Moden direkt enthalten sind, von Vorteil.

Tabelle 5.1.: Harmonisches Setup am Beispiel der Mode m_{32}^{-20} : Übergebene Moden aus einer Schaufelreihe in die stromauf- bzw. stromabliegende Reihe

Ausbreitung	Ausgangsreihe				
	VLR	R1	S1	R2	S2
⇐ Stromauf	-	m_{32}^{-20}	$m_0^{+52}, m_0^{+104}, m_0^{+156},$ $m_0^{+208}, m_0^{+260}, m_{32}^{-20}$	m_{32}^{-20}	m_{32}^{-20}
⇒ Stromab	m_{32}^{-20}	$m_{32}^{+32}, m_{64}^{+64}, m_{96}^{+96},$ $m_{128}^{+128}, m_{160}^{+160}, m_{32}^{-20}$	m_{32}^{-20}	m_{32}^{-20}	-

Ein wesentlicher Vorteil des HB-Ansatzes ist, dass je Schaufelreihe lediglich eine Passage berücksichtigt werden muss. Dies ist auch ein Grund dafür, dass dieser Ansatz hier einer URANS-Simulation vorgezogen wird. Für diese wäre aufgrund der Schaufelzahlen ein 180°-Modell des Verdichters nötig. Einzig für die Reihe des ersten Stators in Kapitel 8 werden mehrere Passagen berücksichtigt, da dort der Einfluss unterschiedlicher Schaufeln in einer Reihe analysiert wird. Die Simulationen werden dort aber weiterhin mit dem HB-Ansatz durchgeführt.

Rechennetz

Die verwendeten Rechennetze sind ausschließlich blockstrukturiert und werden mit zwei Ausnahmen automatisch vernetzt. Auf diese Ausnahmen wird in Abschnitt 5.3 eingegangen. Die Vernetzung der anderen Modelle erfolgt mit dem Programm Numeca AutoGrid (Version 12.2). Das Netz wird für jeden Betriebspunkt iterativ angepasst, bis in den stationären Simulationen ein dimensionsloser Wandabstand von $y^+ \leq 1$ an den Schaufeln und von $y^+ \leq 3$ an den übrigen Wänden erreicht wird. Neben der Größe der wandnächsten Zellen wird auch der Radialspalt über den Rotoren für jeden Betriebspunkt individuell eingestellt. Die Höhe der Spalte werden für jeden Betriebspunkt aus den Messdaten der BSSM-Systeme ermittelt.

Hinsichtlich der Netzauflösung führte *Sanders* [76] bereits eine umfassende Studie durch. Da in dieser Arbeit gegenüber *Sanders* [76] weitere Messebenen zur Auswertung der instationären Simulationen herangezogen werden, wurde eine neue Netzeinflusstudie durchgeführt, die auch diese Bereiche umfasst. Als Ergebnis wird im Weiteren ein Netz mit insgesamt 12 Millionen Zellen, verteilt auf je eine Passage aller fünf Reihen, verwendet. Details zu dieser Studie sind in Anhang B.1 gezeigt.

Turbulenzmodellierung

Auch zum Einfluss von Turbulenz- und Transitionsmodellen wurde von *Sanders* [76] bereits eine Einflussstudie durchgeführt. Darauf aufbauend wird in dieser Arbeit für alle Simulationen das $k-\omega$ -Turbulenzmodell nach *Wilcox* [97] verwendet. Zur Reduktion unphysikalischer Schwankungen der turbulenten Größen kommt in den instationären Simulationen zusätzlich ein Filter nach *Heners et al.* [35] zum Einsatz.

Auf ein Transitionsmodell wird verzichtet, obwohl *Diekötter* [15] und *Sanders* [76] für diesen Verdichter zeigten, dass der Einsatz eines solchen Modells zu einer besseren Übereinstimmung zwischen Experiment und Simulation führt. Von *Diekötter* [15] wurde der Transitionsvorgang darüber hinaus auch experimentell an den Statorn dieses Verdichters gezeigt.

Bei instationären Simulation über alle fünf Reihen hinweg, führt der Einsatz eines Transitionsmodells allerdings bei einigen Moden zu Instabilitäten, die zum Abbruch der Simulationen führen. Damit alle Simulationen unter den gleichen Bedingungen durchgeführt werden, wird konsequent auf den Einsatz eines Transitionsmodells verzichtet. Wie *Sanders* [76] zeigte, kann auch ohne die Berücksichtigung der Transition mit diesem Setup eine gute Übereinstimmung mit den experimentellen Daten erreicht werden.

Randbedingungen

Die Eintrittsrandbedingungen werden aus den experimentellen Daten abgeleitet und, wie von *Sanders* [76] gezeigt, aufbereitet. Ebenso wird auch die Drehzahl aus dem Experiment übernommen. Der statische Gegendruck am Austritt wird dagegen iterativ ermittelt. Als Referenz dient der Betriebspunkt der entsprechenden Messung am Prüfstand. Befindet sich dieser Betriebspunkt auf der Arbeitslinie (siehe Abbildung 4.11.),

wird der Gegendruck angepasst, bis auch für die numerische Simulation die Arbeitslinie erreicht wird. Der experimentelle und der numerische Betriebspunkt stimmen dabei in der Regel nicht vollständig überein, wie Abbildung 6.6. zeigt. Befindet sich der experimentelle Betriebspunkt nicht auf der Arbeitslinie, wird diese auf den experimentellen Betriebspunkt verschoben, bevor der numerische Betriebspunkt eingestellt wird.

Die Wände werden als reibungsbehaftet mit hydraulisch glatter Oberfläche berücksichtigt. Die Grenzschichtbehandlung erfolgt dabei durch den Einsatz einer Wandfunktion. An den Rändern kommen abseits der Wände nichtreflektierende Randbedingungen zum Einsatz.

5.3. Modellierung von Geometrievariationen

Während Abschnitt 5.2 den generellen Aufbau der Simulationsmodelle und der wichtigsten Einstellungen des Strömungslösers beschreibt, werden hier Modelle betrachtet, die in erster Linie geometrisch von jenen in Abschnitt 5.2 abweichen. Diese geometrischen Abweichungen und deren Einfluss auf die Bestimmung der Azimutalmoden ist zentraler Bestandteil von Kapitel 8. Bedingt durch die geometrischen Änderungen muss das Simulationsmodell auch an anderen Stellen angepasst werden. Diese Anpassungen werden hier ebenfalls genannt und beschrieben. Sollten hier keine gesonderten Angaben gemacht werden, haben die Beschreibungen aus Abschnitt 5.2 auch für die im Folgenden beschriebenen Modelle und die damit durchgeführten Simulationen Gültigkeit.

Instrumentierte Schaufeln

In Abschnitt 8.1 werden vier unterschiedliche Konfigurationen mit und ohne instrumentierte Schaufeln betrachtet. Die betrachteten Konfigurationen unterscheiden sich ausschließlich im Aufbau der ersten Statorreihe. Die Konfiguration ⑨ in Abbildung 5.2. (a) entspricht dem Fall, wie er auch in Abschnitt 5.2 beschrieben und in Kapitel 6 verwendet wird. Gleichermaßen wird dieser Fall auch durch die Konfiguration ⑨ repräsentiert. Statt einer werden hier lediglich vier identische Schaufeln verwendet. Die Konfiguration ⑩ besteht dagegen in der Reihe des ersten Stators aus einer Passage mit einer instrumentierten Schaufel. Damit wird angenommen, dass die erste Statorreihe ausschließlich mit instrumentierten Schaufeln besetzt ist. Konfiguration ⑭ stellt nun jenen Fall dar, der in den Untersuchungen in Abschnitt 8.1 von zentraler Bedeutung ist. Hier ist eine instrumentierte Schaufel neben drei nicht instrumentierten Schaufeln platziert.

Die Kiel-Sonden der Vorderkanteninstrumentierung, wie sie in Abbildung 8.1. gezeigt sind, sind hier als einfache Zylinder modelliert. Die äußeren Abmaßen sowie die Positionen dieser Zylinder entsprechen denen der Kiel-Sonden, wie sie auf den Schaufeln des ersten Stators in den experimentellen Untersuchungen eingesetzt werden. Abbildung 5.2. (b) skizziert den Aufbau einer instrumentierten Schaufel mit den Zylindern auf den Radien r_{I1} bis r_{I5} . Die Modellierung der Kiel-Sonden als einfache Zylinder reduziert die Zahl an Zellen gegenüber der vollständigen Modellierung erheblich, da auf die kleinen

Strukturen innerhalb der Kiel-Sonden verzichtet werden kann. *Ng und Coull* [59] zeigen mit numerischen Untersuchungen, dass diese Vereinfachung einen Einfluss auf die Strömung hat, welcher aber gering ist. Im Vergleich zu vollständig modellierten Kiel-Sonden ergeben sich bei ihnen Unterschiede der Gesamtverluste von lediglich 2%. Für den hier durchgeführten qualitativen Vergleich sind diese Unterschiede vor dem Hintergrund reduzierter Simulationszeiten akzeptabel.

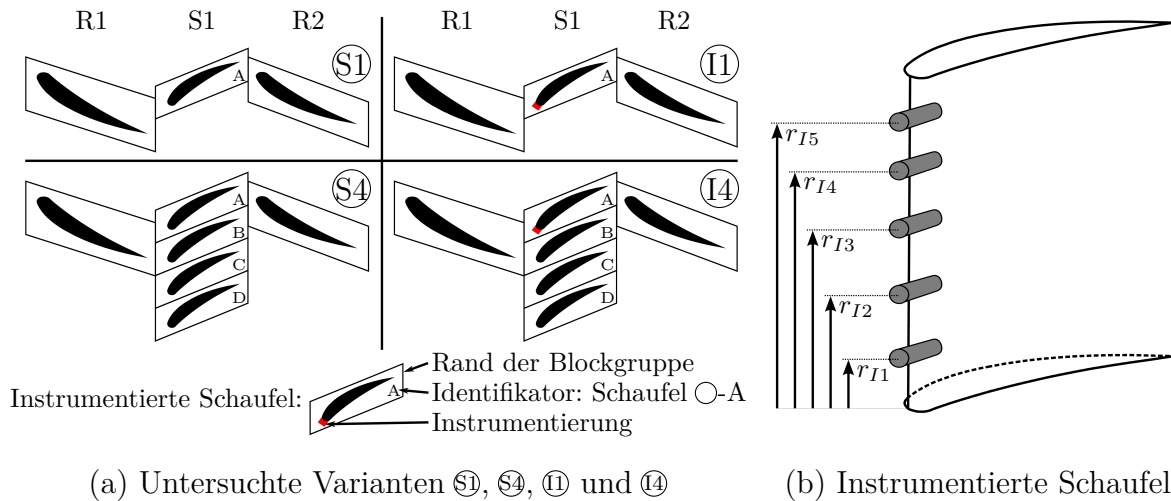


Abbildung 5.2.: Skizzierte instrumentierte Schaufel mit dem zugehörigen Aufbau der Statorreihe für die Simulationen in Abschnitt 8.1

Die instrumentierten Schaufeln der Varianten $\textcircled{I1}$ und $\textcircled{I4}$ sind identisch, sodass etwaige Unterschiede in den Simulationsergebnissen nicht durch Geometrieabweichungen verursacht werden können. Gleichmaßen sind in beiden Fällen auch die Netze identisch. Dies gilt ebenso für die nicht instrumentierten Schaufeln der Konfigurationen $\textcircled{S1}$, $\textcircled{S4}$ und $\textcircled{I4}$. Abweichend von den Beschreibungen zur Vernetzung in Abschnitt 5.2 wird hier die Software Ansys ICEM (Version 19.2) eingesetzt, um die Geometrien manuell zu vernetzen. Für die instrumentierte Schaufel ist dies zur Abbildung der Instrumentierung mit einem strukturierten Netz nötig. Obwohl auf die vollständige Modellierung der Kiel-Sonden verzichtet wird, steigt die Anzahl der Zellen gegenüber den uninstrumentierten Schaufeln nach Abschnitt 5.2 erheblich. Um für die Variante $\textcircled{I4}$ eine direkte Vernetzung, ohne Interpolationen an den Blockgrenzen benachbarter Schaufeln, zu erreichen, wird auch die nicht instrumentierte Schaufel neu vernetzt. Dadurch fällt die Anzahl an Zellen beider Schaufelvarianten deutlich größer als bei denen in Abschnitt 5.2 aus. Für beide Schaufeln wurde eine zusätzliche Netzeinflusstudie durchgeführt, die in Anhang B.2 gezeigt ist. Verwendet werden die Netze mit 7,5 Millionen Zellen für eine Passage der instrumentierten Schaufel und mit 6,9 Millionen Zellen der zugehörigen nicht instrumentierten Schaufel.

Aufgrund des starken Anstiegs der Zellzahlen wird die Anzahl der betrachteten Reihen sowie der berechneten Harmonischen in den Simulationen reduziert. Für die stationären Simulationen werden alle fünf Reihen unter Vernachlässigung der Kavität betrachtet, womit dies der Variante HB-5 nach Abbildung 5.1. entspricht. Das Vorleitrad sowie der

Stator 2 sind in Abbildung 5.2. (a) nicht gezeigt, werden in jeder Variante aber mit jeweils einer Passage berücksichtigt. Für die Harmonic Balance Simulationen wird die Variante HB-3 aus dem Modell der stationären Simulation extrahiert, sodass lediglich die Reihen aus Abbildung 5.2. (a) berücksichtigt werden. Das dazu gewählte harmonische Setup ist in Tabelle 5.2. gezeigt. Hierbei handelt es sich ebenfalls um eine reduzierte Variante des vollständigen harmonischen Setups nach Tabelle 5.1., welches für die Simulationen in Kapitel 6 verwendet wird.

Tabelle 5.2.: Harmonisches Setup bei der Untersuchung instrumentierter Schaufeln

	R1	S1	R2
Stromauf \Leftarrow	-	m_0^{+52} m_{32}^{-20}	m_{38}^{+38} m_{32}^{-20}
Stromab \Rightarrow	m_{32}^{+32} m_{32}^{-20}	m_0^{+52} m_{32}^{-20}	-

Schaufeln mit Fehlstellung

Ergänzend zu den Simulationen mit instrumentierten Schaufeln in Abschnitt 8.1 werden in Abschnitt 8.2 Simulationsergebnisse diskutiert, bei denen der Staffelungswinkel einer Schaufel des ersten Stators verändert wird, während die anderen Schaufeln dieser Reihe unverändert bleiben. Der Referenzfall für diese Untersuchung entspricht der Variante ① aus Abbildung 5.2. (a) und wird deshalb ebenso bezeichnet.

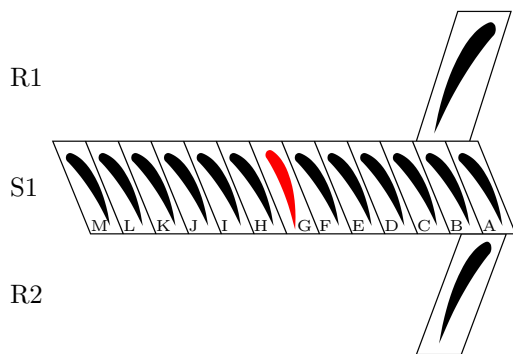


Tabelle 5.3.: Eingelegte Änderungen des Staffelungswinkels von Schaufel G gegenüber der Nominalstellung der Schaufeln des ersten Stators

Variante	Änderung des Staffelungswinkels
②	-2°
⑤	-5°
⑩	-10°
⑮	-15°

Abbildung 5.3.: Betrachtete Passagen bei der Bewertung fehlgestellter Schaufeln

Im Vergleich zu den instrumentierten Schaufeln ist die Geometrie der unveränderten Schaufeln aber auch jener mit verändertem Staffelungswinkel wesentlich weniger komplex. Dadurch können die hier betrachteten Modelle automatisiert, wie in Abschnitt 5.2 beschrieben, vernetzt werden. Dabei sinkt auch die Anzahl nötiger Zellen, um ein qualitativ hochwertiges Netz zu erzeugen, wieder auf das Niveau der Modelle in Abschnitt

5.2. Durch die geringere Anzahl benötigter Zellen ist es möglich, in den Simulationen 13 Schaufeln in der Reihe des ersten Stators zu berücksichtigen. Für diese Analysen werden vier Varianten mit der unveränderten Variante ⑨ verglichen, welche sich ausschließlich durch den Staffelungswinkel der Schaufel G in Abbildung 5.3. unterscheiden. Diese Varianten werden entsprechend des veränderten Staffelungswinkels als ②, ⑤, ⑩ und ⑬ bezeichnet. Die Änderungen der Staffelungswinkel für die betrachteten Varianten sind mit den entsprechenden Bezeichnungen in Tabelle 5.3. gezeigt. Da das Vorgehen zur Vernetzung sowie die Einstellungen für die Netzauflösung dem aus Abschnitt 5.2 entspricht, wird für diese Modelle keine zusätzliche Netzeinflussstudie durchgeführt. Für alle betrachteten Varianten wird auch hier das harmonische Setup nach Tabelle 5.2. verwendet.

5.4. Modenanalyse

Für die Modenanalyse kommen zwei Verfahren zum Einsatz. Das erste Verfahren nutzt die experimentelle Modenanalyse mit dem OMP-Algorithmus nach Abschnitt 4.2.2. Dazu werden die instationären Drücke in der Messebene extrahiert, auf das experimentelle Messraster interpoliert und anschließend analysiert. Dieser Prozess kommt in Kapitel 8 zum Einsatz und wird dort näher erläutert.

Der zweite Prozess ist Teil der zu TRACE gehörenden POST-Umgebung. Diese beinhaltet ein Verfahren zur Modenanalyse, welches auf dem XTPP-Verfahren beruht. Dieses wird unter anderem von *Weckmüller et al.* [95] und *Wohlbrandt et al.* [99] näher erläutert. Die komplexen Amplituden der Azimutalmoden sind in diesem Verfahren ein Zwischenergebnis bei der Berechnung der komplexen Radialmodenamplituden, welches für die weitere Auswertung aber alle relevanten Informationen enthält.

In Vorstudien konnten keine nennenswerten Abweichungen zwischen den Ergebnissen beider Verfahren festgestellt werden, wenn diese bei einem idealen Verdichter angewandt werden. Dies belegt auch die Einsatztauglichkeit des experimentellen Ansatzes. Bei Verdichtern, die wie in Kapitel 8 nicht dem Idealfall entsprechen, bietet der Ansatz nach der experimentellen Auswertung mehr Freiheiten in der Auswertung. Diese sind für die Analysen in dieser Arbeit notwendig und durch POST nicht gegeben.

6. Azimutalmodenanalyse am Axialverdichter

Im Folgenden werden die Ergebnisse der experimentellen Analysen vorgestellt und anschließend mit den Ergebnissen der numerischen Simulationen verglichen. Betrachtet werden dabei die Messebenen A bis F bei allen vier Betriebspunkten. Wie in Kapitel 5 beschrieben, wird eine separate Simulation für jede betrachtete Modenordnung durchgeführt. Aus diesem Grund sind in Abschnitt 6.2 nur wenige ausgewählte Modenordnungen analysiert. Diese sind Teil jener Modenordnungen, bei denen experimentell hohe Beträge der Azimutalmodenamplituden ermittelt wurden. Mit Ausnahme der Frequenzanalyse in Abschnitt 6.1.1 werden nur Frequenzen innerhalb des dynamischen Kalibrierbereichs der Sensoren zur Analyse herangezogen.

Die hier vorgestellten Daten dienen zur Einordnung der Analysen in den Kapiteln 7 und 8. Darüber hinaus wird die Eignung des numerischen Setups für weitere Studien gezeigt.

6.1. Analyse der experimentellen Daten

Die folgenden Betrachtungen der experimentellen Daten umfassen die Frequenzspektren sowie die aus diesen Daten ermittelten Azimutalmodenamplituden.

6.1.1. Frequenzanalyse

Die Frequenzanalyse wird nach Abschnitt 4.2.1 durchgeführt, ohne dabei die dynamischen Kalibrierdaten zu berücksichtigen. Dies ermöglicht einen umfangreicheren Überblick über das gesamte Frequenzspektrum. Es führt allerdings auch dazu, dass die gezeigten Beträge der komplexen Druckamplituden bei hohen Frequenzen nicht den tatsächlichen Beträgen entsprechen und lediglich qualitativ betrachtet werden können.

Die Analyse der Frequenzspektren zeigt, dass sich die dominanten Frequenzen, also jene, bei denen der Betrag des komplexen Drucks $|p_\omega|$ groß ist, auf einen der beiden Rotoren oder eine Interaktion beider Rotoren (im Folgenden auch als Interaktionsfrequenzen bezeichnet) zurückführen lassen. Aus diesem Grund werden hier reduzierte Frequenzspektren betrachtet, die nur jene Frequenzen beinhalten, die durch die Rotoren angeregt werden. Mit dieser Darstellungsform ist der Zusammenhang zwischen einer Erregerordnung und den Harmonischen der Rotoren direkt ersichtlich. Abbildung 6.1. zeigt am Beispiel von Messebene D bei BP2 ein vollständiges Frequenzspektrum bis Erregerordnung 350 (EO350) sowie das daraus abgeleitete reduzierte Frequenzspektrum bis zur jeweils 5. Harmonischen der Rotoren. Für die Darstellung der Frequenzspektren wird je

Frequenz der maximale Betrag aus sämtlichen virtuellen Umfangspositionen aller in der Messebene eingesetzten Sensoren gezeigt.

Die Darstellung als negative Harmonische von Rotor 1 in Abbildung 6.1. (rechts) ist für die Fälle gewählt, bei denen die Erregerordnung gemäß (2.36) als Differenz der Erregerordnungen einzelner Rotoren gebildet wird. Eine äquivalente Darstellung ist auch für Rotor 2 möglich. In Abhängigkeit von den Harmonischen und den jeweiligen Schaufelzahlen führt aber entweder $EO_{R_1} - EO_{R_2}$ oder $EO_{R_2} - EO_{R_1}$ zu einem negativen Wert. Der Betrag beider Varianten ist identisch. Da eine Erregerordnung bzw. eine Frequenz stets positiv ist, kann zwischen beiden Fällen nicht unterschieden werden. Die Darstellung des negativen Bereichs der Harmonischen eines Rotors ist somit ausreichend.

Für die Druckamplituden im Frequenzspektrum $|p_\omega|$ sowie für den Betrag der Azimutalmodenamplituden $|A_m|$ wird in dieser Arbeit ein einheitlicher Referenzwert definiert. Dieser ist in Abbildung 6.3. als Betrag der experimentell ermittelten Azimutalmodenamplituden von Mode m_{32}^{-20} als 100 % definiert. Die Bildung dieses Referenzwertes wird in Abschnitt 6.1.2 näher erläutert.

Werden alle dominanten Erregerordnungen mit $|p_\omega| \geq 20\%$ aus dem vollständigen Frequenzspektrum in Abbildung 6.1. betrachtet, zeigt sich, dass nicht alle diese Frequenzen im reduzierten Frequenzspektrum enthalten sind. Die fehlenden Frequenzen sind ebenfalls auf die Rotoren zurückzuführen, überschreiten aber die 5. Harmonische mindestens eines Rotors. Tabelle C.1. listet diese Frequenzen auf und benennt ihren Ursprung. Auf die Darstellung des 0 Hz Signals wird in den Frequenzspektren verzichtet, da der mittlere stationäre Druck deutlich über den instationären Drücken liegt.

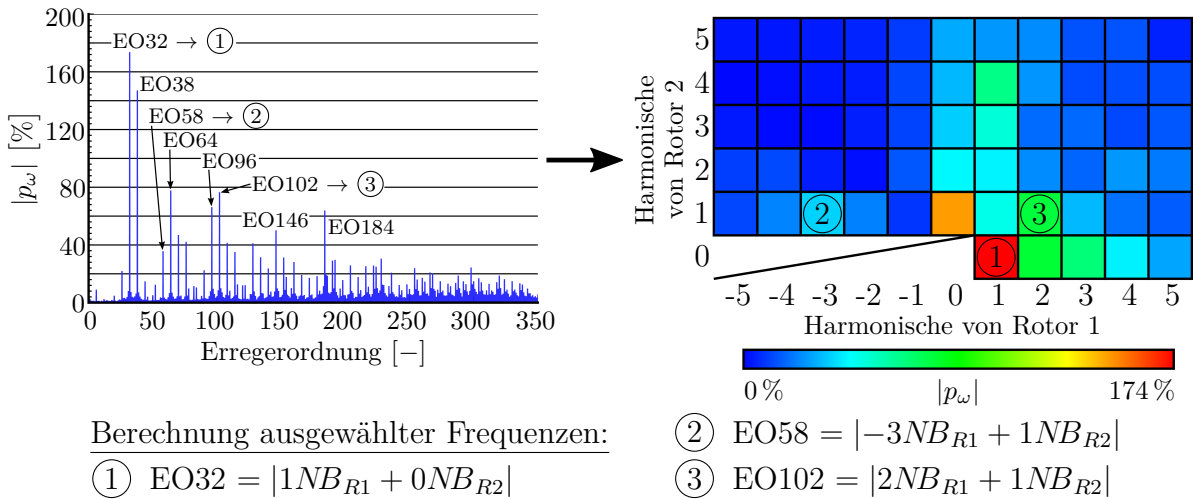


Abbildung 6.1.: Vollständiges (bis EO350; links) und reduziertes (bis zur jeweils 5. Harmonischen der Rotoren; rechts) Frequenzspektrum mit den maximalen Beträgen der komplexen Drücke $|p_\omega|$ aus allen Sensoren in Messebene D bei BP2

Die Berechnung der Kreisfrequenz aus einer Erregerordnung erfolgt nach (2.32). Wird dabei die Erregerordnung aus der Interaktion zweier Rotoren verwendet, wie sie in Ab-

bildung 6.1. an Beispielen gezeigt ist, lässt sich die Kreisfrequenz als

$$\omega = 2\pi n_R E O = 2\pi n_R |\pm h_{R1} N B_{R1} \pm h_{R2} N B_{R2}| \quad (6.1)$$

schreiben. Diese Formulierung ist äquivalent zur allgemeinen Formulierung nach (2.36). Dabei ist zu beachten, dass es in der Regel mehr als eine Kombination aus Harmonischen und Schaufelzahlen gibt, mit der ein und dieselbe Erregerordnung bestimmt werden kann. In dieser Arbeit wird stets die Variante angenommen, bei der die Summe der Harmonischen h_i am geringsten ist. Erfahrungsgemäß weisen die niedrigen Harmonischen höhere Beträge der komplexen Drücke auf, sodass diese als dominanter Ursprung angenommen werden.

Abbildung 6.2. zeigt die reduzierten Frequenzspektren für alle Messebenen bei BP2. Für die weiteren Betriebspunkte sind die entsprechenden Daten in den Abbildungen C.1. bis C.3. gezeigt.

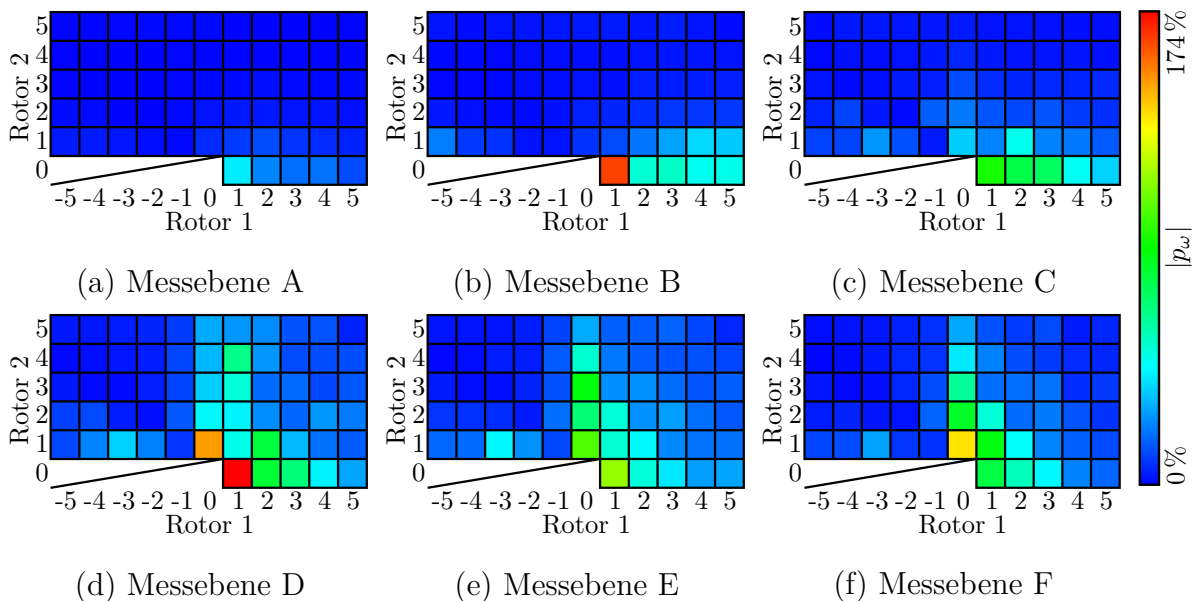


Abbildung 6.2.: Reduzierte Frequenzspektren nach Abbildung 6.1. in den Messebenen A bis F bei BP2

Für Messebene A zeigt sich hier nur ein Einfluss des ersten Rotors. Die Beträge der Drücke, die sich auf Rotor 2 oder auf Interaktionen von Rotor 1 und Rotor 2 zurückführen lassen, sind in dieser Ebene vernachlässigbar. Dies deutet darauf hin, dass die Ausbreitung bei diesem Betriebspunkt stromauf über das Vorleitrad hinweg nur in sehr geringem Maße stattfindet. Ein Beweis für eine geringe stromauf gerichtete Ausbreitung ist dies allerdings nicht. Destruktive Überlagerungen mehrerer Moden der gleichen Frequenz können dazu führen, dass der gemessene, überlagerte Druck gering ist, obwohl die einzelnen Moden hohe Beträge aufweisen. Es ist aber äußerst unwahrscheinlich, dass dies auf alle Umfangspositionen im selben Maß gleichzeitig zutrifft. Dementsprechend deuten geringe Beträge in dieser Darstellungsform darauf hin, dass auch für einzelne

Moden nur geringe Beträge auftreten.

In der Messebene B ist der erste Rotor weiterhin klar die dominante Quelle instationärer Drücke. Ab Messebene C treten auch vermehrt Frequenzen des zweiten Rotors mit höheren Beträgen auf. In den Ebenen D und E treten die Frequenzen beider Rotoren mit ähnlichen Beträgen auf und auch bei Interaktionsfrequenzen treten hohe Beträge auf. In der Messebene D ist dies beispielsweise für EO102 der Fall. In der Messebene F dominiert Rotor 2. Hier tritt dazu erstmals der Fall ein, dass der Betrag einer Interaktionsfrequenz (EO70) größer als der der ersten Harmonischen des ersten Rotors (EO32) ist.

Für die anderen Betriebspunkte lässt sich in Abbildungen C.1. bis C.3. ein vergleichbares Verhalten beobachten. Dabei zeigt sich, dass bei höheren Drehzahlen im Allgemeinen auch höhere instationäre Drücke auftreten, sowohl für die Frequenzen einzelner Rotoren, als auch für deren Interaktionen. Die steigenden Beträge sind dabei nicht ausschließlich auf die mit der Frequenz ebenfalls steigenden Verstärkungsfaktoren der Sensoren zurückzuführen. Im Vergleich mit Abbildung 4.10. ist für die hier gezeigten Beträge ein stärkerer Anstieg als bei den Verstärkungsfaktoren auszumachen. Damit nehmen die Beträge auch unter Berücksichtigung der dynamischen Kalibrierdaten zu.

Entgegen diesem allgemeinen Trend fällt für BP3 auf, dass die Beträge aus Anregung durch Rotor 2 in den Messebenen A und B, also vor dem ersten Rotor, geringer als bei den anderen Betriebspunkten sind. Hier ist davon auszugehen, dass der Stoß auf dem ersten Rotor bei BP3 dafür sorgt, dass keine Ausbreitung über diese Reihe hinweg stattfinden kann. Für einzelne Moden wurde dies bereits von *Terstegen* [87] beschrieben.

Die Daten zeigen, dass der erste Rotor über mehrere Reihen hinweg einen signifikanten Anteil an den instationären Drücken hat. Ebenso haben auch die Interaktionen beider Rotoren einen nicht zu vernachlässigenden Anteil an den instationären Drücken. Beide Effekte sind in numerischen Simulationen zu berücksichtigen.

Dies gilt ebenso für die Vorhersage erzwungener Schaufelschwingungen. Nach Kenntnis des Autors finden die Interaktionsfrequenzen bei diesen bislang nur wenig Beachtung.

Die hier vorgestellten Daten werden in Abschnitt 6.2 nicht mit numerischen Simulationen verglichen. Wie in Abschnitt 5.1 erläutert, werden mit dem Harmonic Balance Ansatz nur diskrete, zuvor ausgewählte, Frequenzen berücksichtigt. Mit angemessenem Aufwand lässt sich weder ein vollständiges noch ein reduziertes Frequenzspektrum nach dem Vorbild von Abbildung 6.1. berechnen. Auch diskrete Frequenzen können nicht direkt mit Ergebnissen der Simulationen verglichen werden. Mit der geringen Anzahl an betrachteten Moden je Frequenz sind auch diese Daten gegenüber den experimentellen Analysen unvollständig.

6.1.2. Azimutalmodenanalyse

Aus der Frequenzanalyse werden nachfolgend lediglich die ersten beiden Harmonischen der Rotoren, EO32, EO38, EO64 und EO76, sowie die Interaktionsfrequenzen $EO58 = |-3NB_{R1} + 1NB_{R2}|$ und $EO70 = |1NB_{R1} + 1NB_{R2}|$ betrachtet. Eingeschränkt wird die-

se Auswahl durch die maximale Kalibrierfrequenz von 20 kHz nach Abschnitt 4.1.3. Bei Drehzahl N3 des Betriebspunktes BP3 können deshalb nicht all diese Erregerordnungen berücksichtigt werden.

Die nachfolgend gezeigten Ergebnisse sind mit dem OMP-Algorithmus nach Abschnitt 4.2.2 für jeden Sensor separat ermittelt. Die dynamischen Kalibrierdaten sind bei allen gezeigten Daten bereits für Betrag und Phase berücksichtigt.

Zum Vergleich der komplexen Azimutalmodenamplituden werden hier deren Beträge $|A_m|$ herangezogen. Diese werden dementsprechend auch einfach als Beträge bezeichnet, während die komplexen Azimutalmodenamplituden, die aus Real- und Imaginärteil bestehen, als Amplituden oder Azimutalmodenamplituden bezeichnet werden.

Durch den Einsatz mehrerer Sensoren je Messebene und deren separater Auswertung ergeben sich entsprechend viele Amplituden je Azimutalmodenordnung als Ergebnis der Auswertung. Diese unterscheiden sich teils erheblich, worauf in den Kapiteln 7 und 8 näher eingegangen wird. In diesem Kapitel werden die Messdaten anhand des arithmetischen Mittelwertes je Messebene betrachtet. Dieser wird um den Streubereich, der von den Beträgen aus den Einzelanalysen aufgespannt wird, erweitert. Abbildung 6.3. zeigt dies anhand der Mode m_{32}^{-20} in Messebene D bei BP2. Der Mittelwert ist dort als \bar{S} gekennzeichnet.

Die Mode m_{32}^{-20} ist bei BP2 jene mit dem höchsten Betrag. In den Kapiteln 7 und 8 steht dieser Betriebspunkt im Fokus, weshalb der zugehörige Mittelwert dieser Mode mit $|A_m| = 100\%$ als Referenz für alle Betrachtungen instationärer Drücke in dieser Arbeit verwendet wird. Zu den instationären Drücken zählen hier neben dem Betrag der Azimutalmodenamplituden $|A_m|$ auch die Drücke im Frequenzspektrum $|p_\omega|$ nach Abschnitt 6.1.1 sowie das Rauschen R_R nach (4.13).

Für die zuvor benannten Erregerordnungen zeigt Abbildung 6.4. die ausgewerteten Beträge für BP2 in der Messebene D. Aufgrund des breiten zulässigen Spektrums wird an dieser Stelle auf die Darstellung des Streubereiches verzichtet. Neben den Beträgen ist ebenfalls das über alle Sensoren gemittelte Signal-Rausch-Verhältnis SRV_R nach (4.12) sowie das mittlere Rauschen R_R nach (4.13) für jede der Analysen angegeben.

Ergänzend ist auch der Cut-On-Bereich hervorgehoben, in dem sich mindestens Moden der Radialmodenordnung $n = 0$ ungedämpft ausbreiten können. Dabei ist ersichtlich, dass auch außerhalb dieses Bereichs Azimutalmoden mit Beträgen von deutlich mehr als 1% auftreten. Mit m_{38}^{+38} gehen diese auch bis über 60% hinaus.

Bei den dominanten Moden ($|A_m| \geq 10\%$) außerhalb des Cut-On-Bereichs handelt es

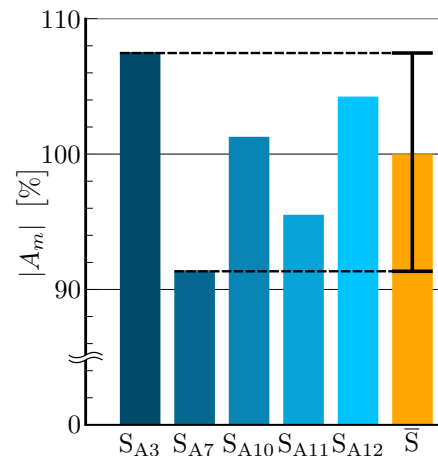


Abbildung 6.3.: Darstellung von Beträgen komplexer Azimutalmodenamplituden $|A_m|$ in dieser Arbeit als Mittelwert \bar{S} mit Streubereich am Beispiel von m_{32}^{-20} in Messebene D bei BP2

sich hier allerdings ausschließlich um jene, bei denen Erregerordnung und Umfangsmodenordnung identisch sind. Bei den ermittelten Moden kann es sich daher ebenso um den Nachlauf der Rotoren oder deren Potentialfeld handeln. Wie Abschnitt 2.1 beschreibt, kann mit den verfügbaren Daten nicht zwischen diesen und akustischen Moden unterschieden werden.

Während das Potentialfeld ebenso wie Cut-Off-Moden exponentiell abklingt, nimmt der Nachlauf nach *Fruth* [22] näherungsweise linear ab. Dabei wird das Abklingen des Nachlaufs gegenüber den beiden zuvor genannten als langsamer beschrieben. Dies unterstreicht die Notwendigkeit, im Nahbereich der Beschauelung auch Modenordnungen außerhalb des Cut-On-Bereichs in der Analyse zuzulassen und in Untersuchungen zu berücksichtigen.

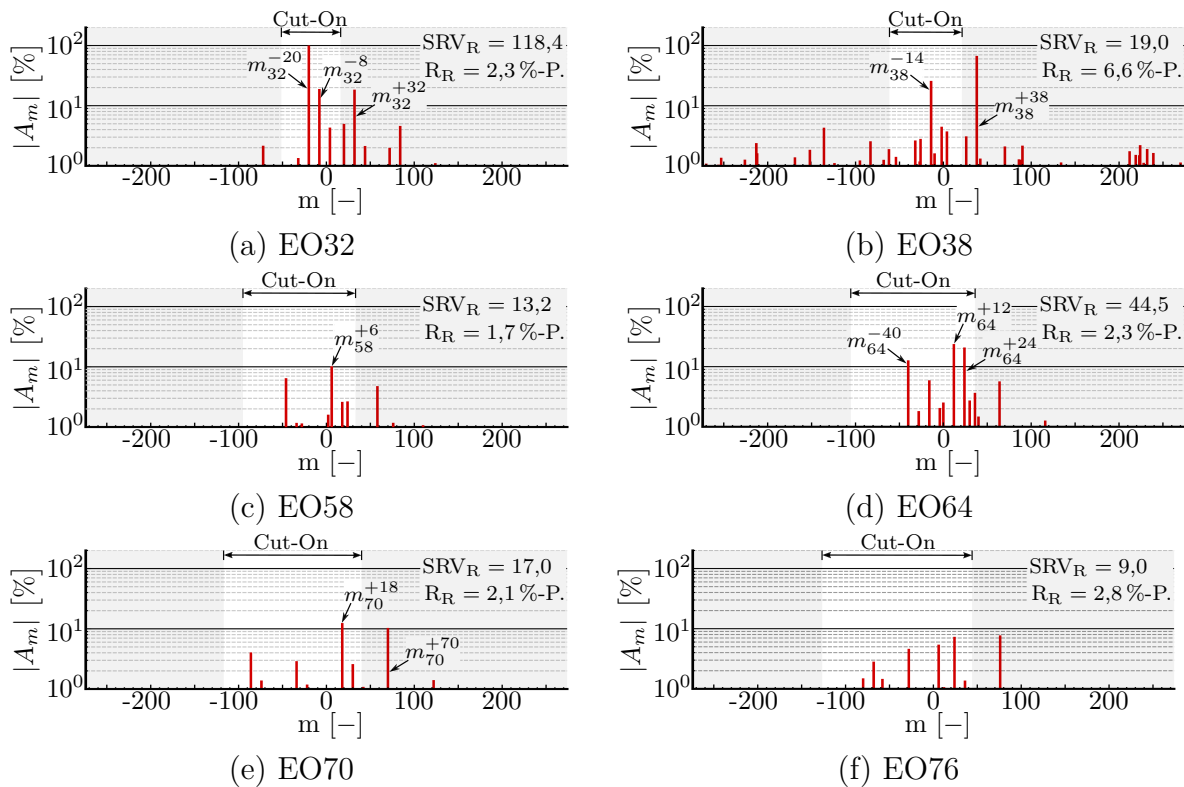


Abbildung 6.4.: Experimentell ermittelte Beträge der Azimutalmodenamplituden bei BP2 in Messebene D (Der Streubereich ist hier nicht gezeigt. Dominante Moden sind markiert) mit dem mittleren Rauschen R_R (4.13) und dem mittleren SRV_R (4.12) aller Sensoren der jeweiligen Ebene.

Mit Ausnahme von EO38 in Abbildung 6.4. (b) zeigt sich hier auch klar das zuvor erwartete dünn besetzte Modenspektrum. Dabei fällt auf, dass das SRV_R bei EO38 im Vergleich zur Höhe der Beträge der dominanten Moden wesentlich geringer als bei den anderen Frequenzen ist. Dies deckt sich mit dem hohen mittleren Rauschen von $R_R = 6,6\% \text{-P.}$ Abgesehen von EO38 zeigt sich ein betragsunabhängiges mittleres Rauschen von $1,7\% \text{-P.}$ bis $2,8\% \text{-P.}$ EO38 übersteigt diesen Wertebereich deutlich. Dabei weisen alle Einzelsensoren der Messebene D für EO38 ein vergleichbares Rauschen auf. Aufgrund dieser Tatsache und da diese Sensoren ohne Auffälligkeiten auch in anderen

Messebenen zum Einsatz gekommen sind, kann hier nicht von einem Defekt der Sensoren ausgegangen werden. Es ist viel mehr anzunehmen, dass dies ein Effekt aus der Kernströmung ist.

Abbildung 6.5. zeigt für die Frequenzen EO38 und EO70 zusätzlich die Streubereiche der einzelnen Moden. Bei beiden Frequenzen wird ein ähnliches SRV_R ermittelt, während die höchsten Beträge bei EO38 ($|A_m|_{max} = 67,2\%$) deutlich über denen bei EO70 ($|A_m|_{max} = 12,4\%$) liegen. Die dominanten Moden werden bei beiden Frequenzen mit dem OMP für jeden Einzelsensor zuverlässig ermittelt. Bei EO70 trifft das auch auf Moden mit Beträgen von weniger als 10 % zu. Bei EO38 erfolgt die Bestimmung dieser Moden dagegen nicht zuverlässig. Die ermittelten Moden unterscheiden sich dort zwischen den einzelnen Analysen verschiedener Sensoren der Messebene.

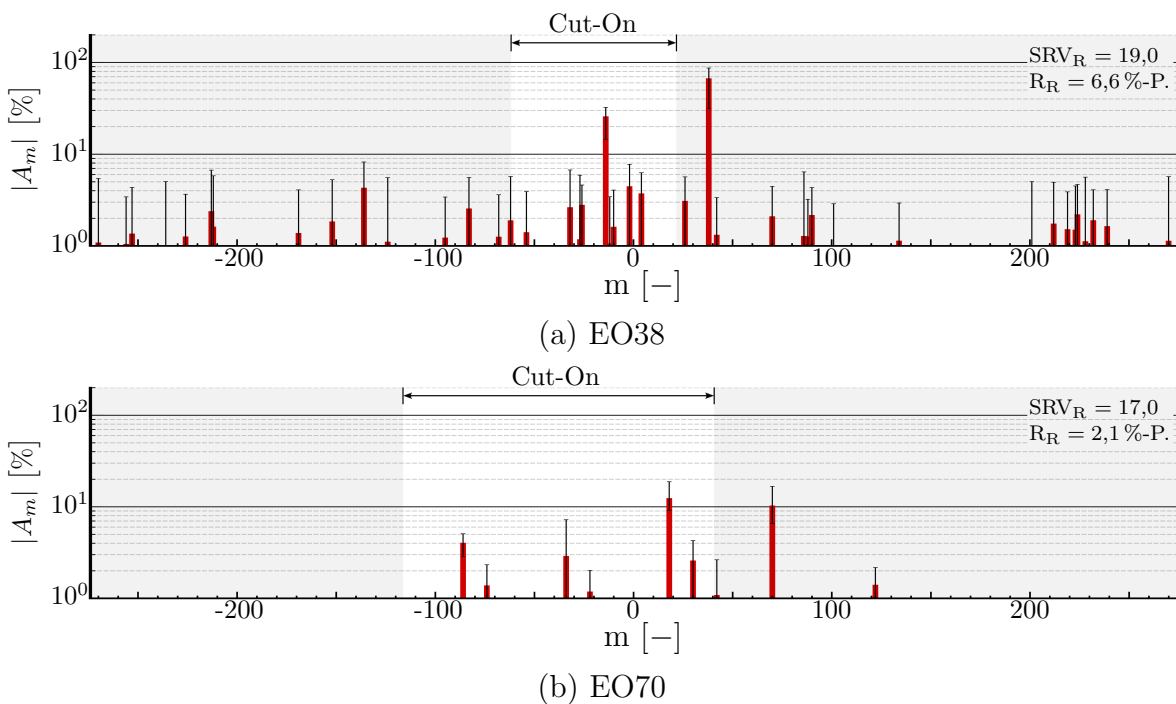


Abbildung 6.5.: Experimentell ermittelte Beträge und Streubereiche der Azimutalmodenamplituden von EO38 und EO70 bei BP2 mit dem mittleren Rauschen R_R nach (4.13) und dem mittleren SRV_R nach (4.12) aller Sensoren der Messebene D.

Viele der bei EO38 ermittelten Moden haben Umfangsmodenordnungen weit außerhalb des Cut-On-Bereichs. Da die Dämpfung mit steigendem Abstand zur Cut-On-/Off-Grenze zunimmt, ist davon auszugehen, dass diese Moden nicht wirklich mit den ermittelten Beträgen auftreten. Es ist viel mehr davon auszugehen, dass diese aus der Analyse einer Druckverteilung hervorgehen, die sich nicht nur durch die hier berücksichtigten Moden beschreiben lässt oder die durch Störeinflüsse beeinträchtigt wird. Die hier beschriebenen Auffälligkeiten bei EO38 in Messebene D lassen sich nicht auf die anderen Messebenen, sehr wohl aber auf dieselbe Messebene bei den Betriebspunkten BP3 und BP4 in Abbildungen C.5. und C.6. übertragen. Somit scheint ein Störeinfluss vorzuliegen, der vor allem die EO38 in Messebene D betrifft, und sich nicht durch die

hier betrachteten Umfangsmodenordnungen zuordnen lässt.

Mit den zur Verfügung stehenden Daten lässt sich dieser Störeinfluss nicht näher eingrenzen. In weiteren Analysen wird in Kapitel 8 betrachtet, welchen Einfluss umfangsinhomogene Störungen auf die Modenanalyse bzw. deren Ergebnisse haben können.

Die hier vorgestellten Daten geben einen Einblick in die Qualität der experimentellen Messdaten und deren Analyse. Abbildung C.4. zeigt ergänzend die Darstellungen aus Abbildung 6.4. für BP1. Die dominanten Moden dieser Messebene und deren Ursprung sind in Tabelle C.2. aufgeführt.

6.2. Vergleich experimenteller und numerischer Azimutalmodenanalysen

Für den Vergleich zwischen experimentellen und numerischen Ergebnissen wird der Betrag der Azimutalmodenamplituden am Gehäuse herangezogen. Betrachtet werden dazu weiterhin die Messebenen A bis F.

Eine Gegenüberstellung der experimentell durchgeführten pneumatischen Traversen stromab der Statoren mit den entsprechenden Daten aus den numerischen Simulationen wurde bereits von *Sanders* [76] und *Sanders et al.* [77] vorgestellt. Dort zeigt sich eine gute Wiedergabe der Totaldrücke durch die numerischen Simulationen. Da hier eines der dort untersuchten Setups mit einem ähnlichen Netz verwendet wird, findet kein erneuter Vergleich der stationären 2D-Daten statt.

Die Positionen der experimentellen und der numerischen Betriebspunkte sind in Abbildung 6.6. in Ausschnitten des Kennfeldes aus Abbildung 4.11. gezeigt. Die darin festzustellenden Abweichungen zwischen den experimentellen Betriebspunkten und den experimentellen Kennlinien sind gering und liegen in der Größenordnung der von *Peters* [63] ermittelten Messunsicherheiten bei der Kennfeldmessung. Es handelt sich somit lediglich um Schwankungen aus dem erneuten Einstellen der Betriebspunkte.

Die numerischen Betriebspunkte sind nach Variation des statischen Gegendrucks am Austritt so eingestellt, dass sie ebenfalls auf der Arbeitslinie liegen. Abbildung 4.18. zeigt dazu die Schwankungen von Betriebspunkt BP2 im Experiment. Die hier gezeigten Betriebspunkte aus dem Experiment entsprechen den mittleren Größen von Totaldruckverhältnis und Massenstrom aus den jeweils drei Messungen eines Betriebspunktes.

Einfluss des harmonischen Setups

Wie Abschnitt 5.2 beschreibt, wird für die instationären Simulationen die Variante HB-5 mit einem entsprechenden Harmonischen Setup verwendet, damit sich die betrachteten Moden durch den gesamten Verdichter ausbreiten können. Nur so können die Simulationsergebnisse mit den weiter stromab oder stromauf liegenden Messstellen verglichen werden.

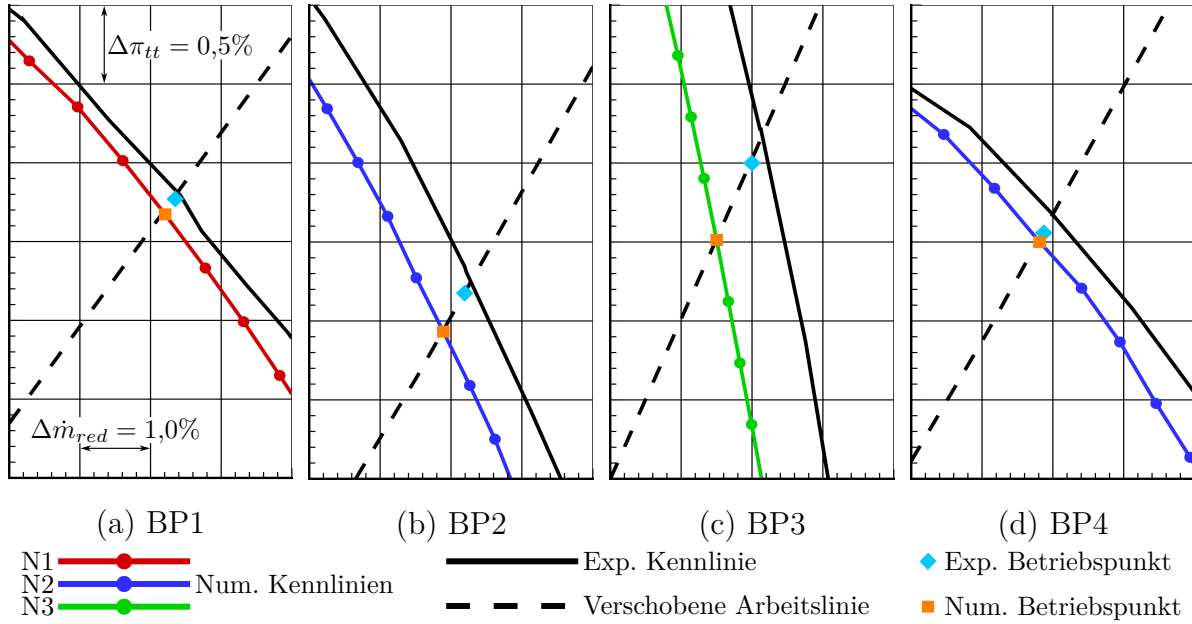


Abbildung 6.6.: Vergleich experimenteller und numerischer Betriebspunkte als Ausschnitte aus dem Kennfeld in Abbildung 4.11. für die Auswertungen in Abschnitt 6.2. Der Bezugswert von $\Delta\pi_{tt}$ und $\Delta\dot{m}_{red}$ ist der experimentelle Betriebspunkt zu BP3. Die dargestellten experimentellen Betriebspunkte sind der Mittelwert aller Messungen des jeweiligen Betriebspunktes. Der Abstand zur separat gemessenen experimentellen Kennlinie liegt in der Größenordnung der Messunsicherheit nach *Peters* [63].

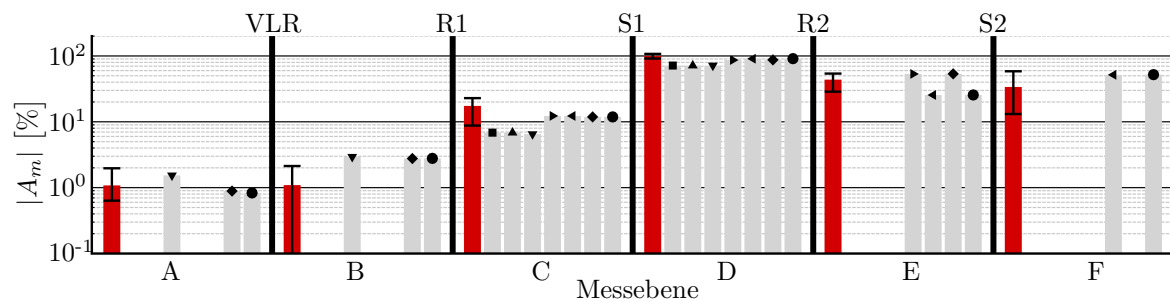
Abbildung 6.7. zeigt ergänzend, dass dies auch für die Analyse von Messebenen nah an den Schaufelreihen, aus deren Interaktion eine Mode entsteht, wichtig sein kann. Dort sind mehrere Simulationen für m_{32}^{-20} bei BP2 gezeigt. Diese Simulationen unterscheiden sich durch die Reihen, durch die die Ausbreitung der Mode zugelassen ist. Die entsprechenden harmonischen Setups sind in Tabelle 6.1. gezeigt. Ergänzt werden die Ergebnisse der Simulationen in Abbildung 6.7. mit den zugehörigen experimentellen Daten.

Die Beträge, die mit den unterschiedlichen harmonischen Setups ermittelt werden, unterscheiden sich hier deutlich. An der Entstehung der Mode m_{32}^{-20} sind der erste Rotor und der erste Stator beteiligt. Werden die Messebenen um diese beiden Reihen betrachtet, sind für die dort ermittelten Beträge der Azimutalmodenamplituden Änderungen festzustellen, wenn weitere Reihen in die Berechnung einbezogen werden. Die Ursache kann für die einzelnen Fälle nicht direkt bestimmt werden. Es ist allerdings davon auszugehen, dass hier besonders Reflexionen an den Schaufelreihen oder an Cut-On/-Off-Übergängen die Ursache sind. Weitere Informationen dazu sind in Abschnitt 3.2 aufgeführt.

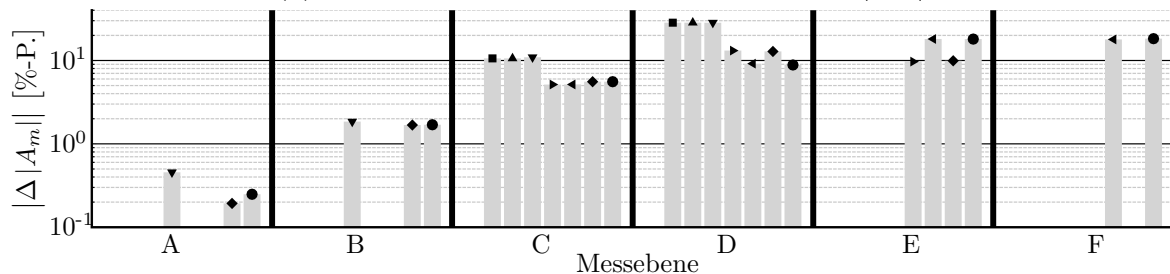
Im konkreten Fall von Abbildung 6.7. führt die Berücksichtigung der beiden stromab liegenden Reihen von Rotor 2 und Stator 2 zu den größten Änderungen gegenüber dem einfachsten Fall in Setup HS_A. Die Setups HS_D bis HS_G beinhalten mindestens eine dieser Reihen und zeigen in den Messebenen C und D deutliche Änderungen der Beträge gegenüber den anderen Setups. Darüber hinaus beeinflussen die Setups HS_F und HS_G die Beträge sogar bis vor das Vorleitrad in Messebene A, obwohl die Ausbreitung strom-

auf des ersten Rotors insgesamt gering ist. Der Einfluss des Vorleitrads auf die stromab liegenden Reihen ist dagegen klein.

Erwartungsgemäß zeigt sich eine Abnahme der Unterschiede zwischen numerischen und experimentellen Beträgen bei der Erweiterung des numerischen Modells. Dies entspricht einer Annäherung des numerischen Modells an den experimentellen Aufbau. Wie der Vergleich der Setups in Messebene E zeigt, führt dies aber nicht immer zu einer Reduktion der Abweichungen gegenüber dem Mittelwert der experimentell ermittelten Beträge. Wird nicht nur der Mittelwert der experimentellen Daten, sondern auch deren Streubereich berücksichtigt, ist der Unterschied zwischen numerisch und experimentell ermittelten Beträgen allerdings gering. Aufgrund der in Abbildung 6.7. gezeigten Daten werden im Weiteren stets das Setup HS_G und dessen Varianten für andere Moden verwendet. Diese entsprechen der in Abschnitt 5.2 beschriebenen Variante.



(a) Betrag der Azimutalmodenamplituden $|A_m|$



(b) Betrag der Abweichungen zum experimentellen Mittelwert

Experiment Harmonische Setups: \blacksquare HS_A \blacktriangledown HS_B \blacktriangle HS_C \blacktriangleleft HS_D \blacktriangleright HS_E \blacklozenge HS_F \bullet HS_G

Abbildung 6.7.: Einfluss der Anzahl berücksichtigter Schaufelreihen auf den Betrag der Azimutalmodenamplituden der Mode m_{32}^{-20} am Gehäuse mit den harmonischen Setups nach Tabelle 6.1. bei BP2

Gegenüberstellung experimenteller und numerischer Ergebnisse bei allen Betriebspunkten

Abbildung 6.8. (a) zeigt auch für die anderen Betriebspunkte den Vergleich der Beträge von Mode m_{32}^{-20} zwischen den numerischen Simulationen und den experimentellen Analysen.

Diese Daten werden in Abbildung 6.8. (b) um die Anzahl ungedämpft ausbrei-

tungsfähiger Moden ergänzt. Nach (2.37) ist unter den hier angenommenen Strömungsbedingungen eine sich stromab ausbreitende Mode immer dann ungedämpft ausbreitungsfähig, wenn dies auch für die entsprechende Mode in entgegengesetzter Richtung der Fall ist. Aus diesem Grund wird in der Abbildung nur die Anzahl an Cut-On-Radialmodenordnungen je Richtung gezeigt. Die Strömungsgrößen zur Berechnung sind ausschließlich den numerischen Simulationen entnommen, da der experimentelle Datensatz wesentlich weniger Details aufweist. Dementsprechend wird nicht zwischen experimentellen und numerischen Cut-On-/Off-Grenzen unterschieden. Die Berechnung erfolgt unter der Annahme abschnittsweiser zylindrischer Kanäle, mit den Radien des Strömungskanals der entsprechenden Axialposition. Die sich damit ändernden Strömungsbedingungen werden berücksichtigt.

Tabelle 6.1.: Harmonische Setups zu Abbildung 6.7. (Zwischen Rotor 1 und Stator 1 werden bei jedem Setup die jeweils ersten fünf Harmonischen ausgetauscht (Hier nicht gezeigt. Siehe dazu Tabelle 5.1.))

Ausbreitungsrichtung	VLR	R1	S1	R2	S2	Setup
←	-	-	-	-	-	HS _A
⇒	-	-	-	-	-	
←	-	-	m_{32}^{-20}	-	-	HS _B
⇒	-	m_{32}^{-20}	-	-	-	
←	-	m_{32}^{-20}	m_{32}^{-20}	-	-	HS _C
⇒	m_{32}^{-20}	m_{32}^{-20}	-	-	-	
←	-	-	m_{32}^{-20}	m_{32}^{-20}	-	HS _D
⇒	-	m_{32}^{-20}	m_{32}^{-20}	-	-	
←	-	-	m_{32}^{-20}	m_{32}^{-20}	m_{32}^{-20}	HS _E
⇒	-	m_{32}^{-20}	m_{32}^{-20}	m_{32}^{-20}	-	
←	-	m_{32}^{-20}	m_{32}^{-20}	m_{32}^{-20}	-	HS _F
⇒	m_{32}^{-20}	m_{32}^{-20}	m_{32}^{-20}	-	-	
←	-	m_{32}^{-20}	m_{32}^{-20}	m_{32}^{-20}	m_{32}^{-20}	HS _G
⇒	m_{32}^{-20}	m_{32}^{-20}	m_{32}^{-20}	m_{32}^{-20}	-	

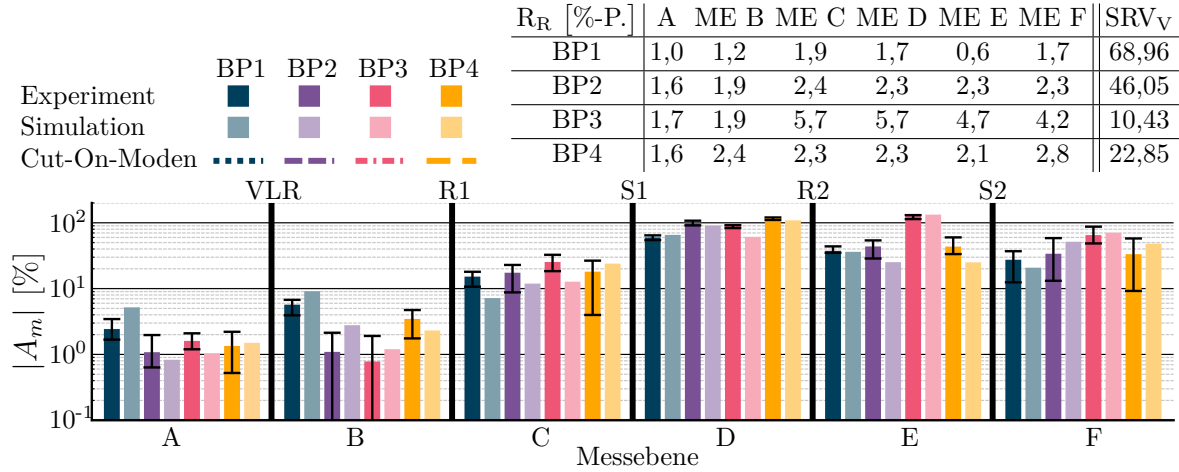
Für alle Betriebspunkte zeigt sich eine gute qualitative Übereinstimmung zwischen experimenteller Analyse und numerischer Simulation. Die simulierten Beträge der Azimutalmodenamplituden befinden sich stets innerhalb oder nah am Streubereich der experimentell ermittelten Beträge. Dabei ist unbekannt, inwieweit die Hinzunahme weiterer Messstellen den Streubereich der experimentellen Daten erweitern oder den Mittelwert verschieben würde.

Die gute qualitative Übereinstimmung zeigt sich auch an den Änderungen von einer Messebene zur nächsten sowie bei Änderung des Betriebspunktes. Steigt oder sinkt der Betrag im Experiment bei einer Betriebspunktänderung, findet bei den Simulationen in der Regel eine vergleichbare Änderung statt.

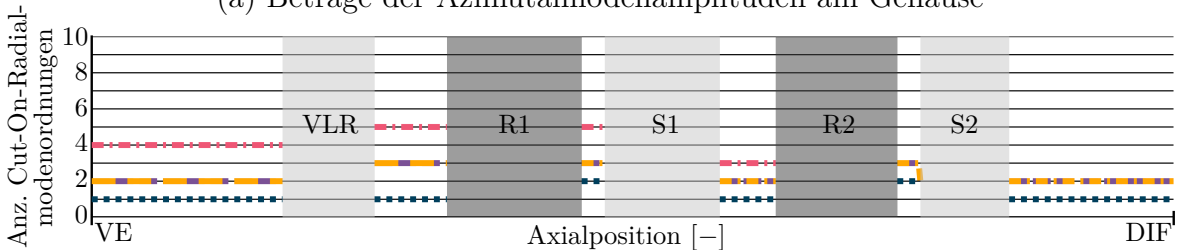
Der Harmonic Balance Ansatz erweist sich in Kombination mit dem verwendeten Setup somit als geeignetes Mittel zur qualitativen Bewertung der instationären Drücke

über mehrere Reihen hinweg. Inwieweit das Verfahren auch zur genauen quantitativen Vorhersage der Azimutalmodenamplituden bzw. der instationären Drücke geeignet ist, kann aufgrund der bereits beschriebenen Unsicherheiten in den experimentellen Untersuchungen nicht bestimmt werden.

Tabelle 6.2.: Mittleres Rauschen R_R (4.13) je Messebene (ME) und mittleres Signal-Rausch-Verhältnis SRV_V nach Abbildung 4.19. aus allen Messungen für die Analyse von EO32



(a) Beträge der Azimutalmodenamplituden am Gehäuse



(b) Anzahl Cut-On-Radialmodenordnungen zwischen den Messebenen VE und DIF

Abbildung 6.8.: Ausbreitung der Mode m_{32}^{-20} durch den Verdichter bei allen vermessenen Betriebspunkten

Bei der Betrachtung der Ergebnisse zeigt sich weiterhin, dass sich die Moden auch in den numerischen Simulationen kaum bis vor Rotor 1 ausbreiten. Nach Abbildung 6.8. (b) ist für diese Umfangsmodenordnung dabei aber stets mindestens eine Radialmodenordnung Cut-On. Eine Ausbreitung der Moden mit dieser Azimutalmodenordnung wird also zwischen den Reihen nicht grundsätzlich unterbunden. Nicht bewertet sind hier die Ausbreitungsfähigkeit in den Schaufelpassagen selbst sowie die Reflexions- und Transmissionseigenschaften der jeweiligen Mode an der Schaufelreihe. Es wird angenommen, dass diese Einflussfaktoren die dominierende Ursache dafür sind, dass die Ausbreitung vor allem stromab gerichtet ist. Ein Zusammenhang zwischen den Ausbreitungswinkeln, und damit verbunden auch mit den Modenordnungen, sowie dem Reflexions- bzw. Transmissionsverhalten wird neben anderen von *Koch* [49] und *Kaji und Okazaki* [46] für ebene Kaskaden beschrieben. *Roger und François* [70] beschreiben zusätzlich den

Einfluss des Ausbreitungsverhaltens innerhalb der Schaufelpassage.

Die hier erläuterten Beobachtungen zum Ausbreitungsverhalten decken sich mit denen zu Abbildung 6.2. für BP2 bzw. mit denen zu den Abbildungen C.1. bis C.3. für die anderen Betriebspunkte. Dabei ist zu beachten, dass es sich bei den hier gezeigten Daten weiterhin um Überlagerungen unterschiedlicher Moden gleicher Umfangsmodenordnung aber unterschiedlicher Radialmodenordnung und Ausbreitungsrichtung handelt. Es ist also auch hier möglich, dass die geringen Beträge in den Messebenen A und B auf destruktive Interferenz mehrerer Moden zurückzuführen sind. Ohne eine Aufspaltung in einzelne Radialmoden ist ein Beweis dafür nicht möglich.

Für den bereits in Abschnitt 6.1.1 betrachteten Fall von Interaktionsmoden zeigt Abbildung 6.9. die entsprechenden Ergebnisse zu m_{70}^{+18} . Diese lassen sich analog zu denen von m_{32}^{-20} interpretieren. Das verwendete numerische Verfahren eignet sich somit auch für die Berechnung von Moden, bei denen mehrere Rotoren miteinander interagieren. Abbildung 6.9. (b) zeigt zudem drei Cut-On-/Off-Übergänge im Axialspalt hinter sowie vor dem Vorleitrad. Diese Übergänge werden durch die sich über die Axialposition verändernde Kanalkontur selbst sowie durch die dadurch mit beeinflusste Änderung der Strömung verursacht. An den Übergängen kann es nach *Rienstra* [68] und *Jaron* [44] ebenfalls zu Reflexionen kommen. Solche Kanalabschnitte können somit auch weiter stromauf oder stromab der Beschaufelung von Bedeutung sein, wenn sich dominante Moden in deren Richtung ausbreiten.

Für eine weitere Verallgemeinerung dieser Beobachtungen zeigen die Abbildungen C.7. bis C.11. die entsprechenden Daten für die Moden m_{32}^{-8} , m_{38}^{-32} , m_{64}^{+12} , m_{64}^{+24} und m_{76}^{+24} . Dabei zeigt sich, dass sich einige Moden, beispielsweise m_{76}^{+24} , auch in höherem Maße stromauf ausbreiten, als es für die beiden hier beschriebenen Moden der Fall ist.

Zur Bewertung der Qualität der experimentellen Azimutalmodenanalyse zeigen die Tabellen 6.2. und 6.3. das mittlere Rauschen R_R nach (4.13) sowie die Betriebspunktstabilität in Form des Signal-Rausch-Verhältnisses SRV_V nach (4.9) bzw. Abbildung 4.19. für die Erregerordnungen EO32 und EO70. Die Daten der anderen betrachteten Erregerordnungen sind in den Tabellen C.3. bis C.6. gezeigt.

In den Messebenen A und B ist das Rauschen bei allen Betriebspunkten und Erregerordnungen gering. Die gemessene instationäre Druckverteilung kann somit gut durch die berücksichtigten Azimutalmoden abgebildet werden. Dies gilt bei den Betriebspunkten BP1, BP2 und BP4 auch für die weiter stromab liegenden Messebenen. Dort nimmt das Rauschen leicht zu, bleibt aber auf einem vergleichbaren Niveau.

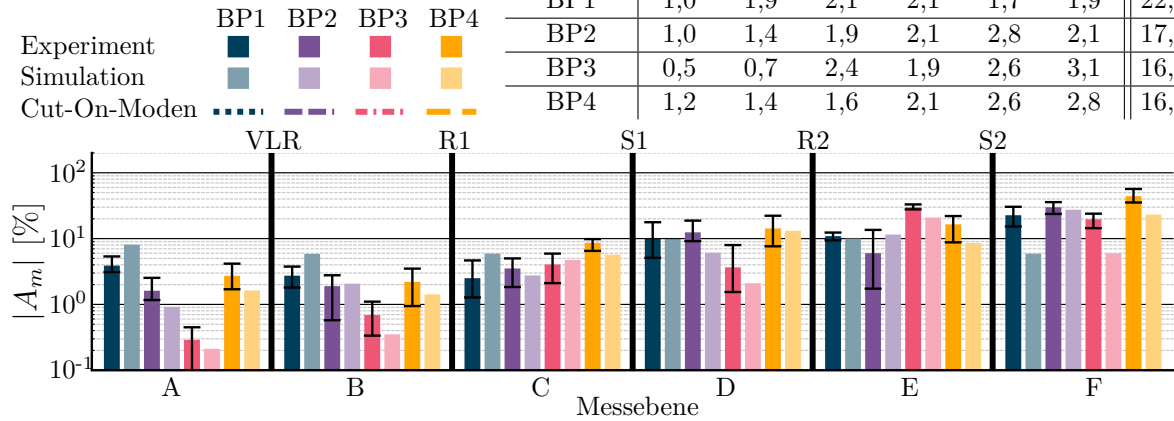
Ausgenommen davon ist EO38 bei BP2. Dort steigt das Rauschen ab Messebene D an. Dies trifft ebenfalls für BP3 zu. Dort ist ein Anstieg zusätzlich bei den Erregerordnungen EO32 ab Messebene C sowie EO76 ab Messebene D festzustellen. Dies deutet auf Störungen um den ersten Stator hin, die auch weiter stromab einen Einfluss haben.

Für die Reproduzierbarkeit zeigt sich mit zunehmender Drehzahl eine Abnahme des SRV_V , obwohl die Beträge im Allgemeinen mit der Drehzahl zunehmen. Dies bedeutet, dass die Wiedereinstellbarkeit von Betriebspunkten hoher Drehzahl schlechter als die von Betriebspunkten bei niedrigeren Drehzahlen ist. Der Einfluss auf die Azimu-

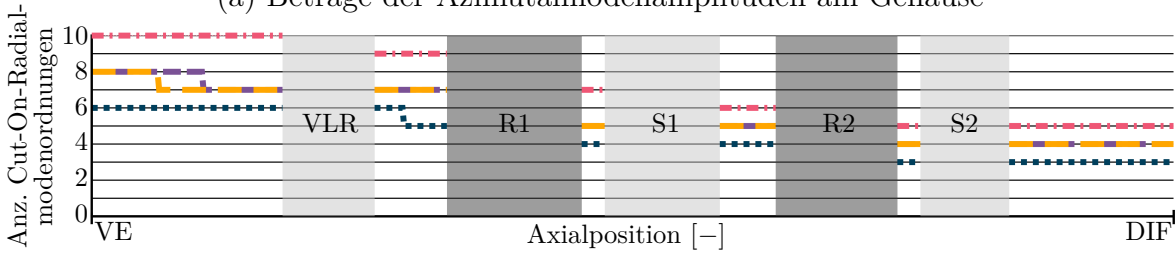
talmodenamplituden kann hier nicht direkt abgeleitet werden. In Kapitel 7 wird dieser Einfluss im Rahmen der Unsicherheitsanalyse aber weiter betrachtet.

Tabelle 6.3.: Mittleres Rauschen R_R (4.13) je Messebene (ME) und mittleres Signal-Rausch-Verhältnis SRV_V nach Abbildung 4.19. aus allen Messungen für die Analyse von EO70

R_R [%-P.]	ME A	ME B	ME C	ME D	ME E	ME F	SRV_V
BP1	1,0	1,9	2,1	2,1	1,7	1,9	22,33
BP2	1,0	1,4	1,9	2,1	2,8	2,1	17,36
BP3	0,5	0,7	2,4	1,9	2,6	3,1	16,27
BP4	1,2	1,4	1,6	2,1	2,6	2,8	16,67



(a) Beträge der Azimutalmodenamplituden am Gehäuse



(b) Anzahl Cut-On-Radialmodenordnungen zwischen den Messebenen VE und DIF

Abbildung 6.9.: Ausbreitung der Mode m_{70}^{+18} durch den Verdichter bei allen vermessenen Betriebspunkten

6.3. Vorhersagegüte von instationären Drücken aus Rotor-Stator-Interaktionen

Die Ergebnisse der experimentellen Azimutalmodenanalysen zeigen, dass es zu Störungen bei den Messungen kommt. Die Ursache dieser Störungen lässt sich an dieser Stelle nicht näher benennen. Für die weitere Analyse werden in den beiden folgenden Kapiteln dazu zwei Aspekte betrachtet. Zum einen sind dies Fehler und Unsicherheiten bei der Messung, die in Kapitel 7 analysiert werden. Davon unabhängig wird in Kapitel 8 der Einfluss einer über den Umfang inhomogenen Beschau felung betrachtet.

Für den zweiten Aspekt werden numerische Simulationen mit verschiedenen Schaufelkonfigurationen herangezogen. Eine experimentelle Überprüfung der so ermittelten Ef-

fekte ist aufgrund eines Prüfstandsschadens nicht möglich. Dieser ereignete sich nach Abschluss der Messungen, die in diesem Kapitel vorgestellt wurden. Damit konnte ein Teil des geplanten Messprogramms nicht durchgeführt werden.

Der Vergleich numerischer und experimenteller Daten in Abschnitt 6.2 zeigt aber die Eignung des Harmonic Balance Ansatzes für numerische Studien an diesem Prüfstand. Qualitativ werden sowohl die Ausbreitung über mehrere Reihen hinweg sowie auch der Einfluss von Betriebspunktänderungen gut wiedergegeben. Ebenso zeigt auch der direkte Vergleich der Beträge eine gute Übereinstimmung der numerischen Simulationen mit dem Experiment.

Die vorgestellten Daten zeigen weiterhin die Bedeutung der Wahl eines geeigneten Simulationsbereichs. Die Studien von *Schönenborn und Ashcroft* [81] machen deutlich, dass für die Vorhersage von Schaufelschwingungen auch akustische Moden berücksichtigt werden müssen. Wie *Schrage et al.* [82] weiter ausführen, können diese Moden ihren Ursprung auch in weiter entfernten Reihen haben und dadurch zusätzliche Knotendurchmesser der Schaufelschwingungen anregen. Abbildung 6.7. zeigt ergänzend, dass auch noch weitere Reihen von Bedeutung sein können, auch wenn diese nicht an der Entstehung der Moden beteiligt sind. Dies gilt ebenso für weiter stromab oder stromauf liegende Bereiche, in denen Moden reflektiert werden können. Für eine hochwertige Validierung sind daher alle aus dem Simulationsbereich ein- und austretenden Moden zu erfassen.

Daneben zeigen die Analysen der Frequenzspektren, dass neben den Erregerordnungen einzelner Rotoren auch jene aus Interaktionen dieser Rotoren zu signifikanten instationären Drücken führen können. In mehrstufigen Verdichtern können diese ebenso eine Quelle zur Anregung erzwungener Schaufelschwingungen sein.

7. Messunsicherheit

Die in Kapitel 6 betrachteten Daten zeigen, dass für die einzelnen Sensoren einer Messebene unterschiedliche Azimutalmodenamplituden ermittelt werden. Durch die Modelle der akustischen Moden wird ein solches Verhalten nicht abgebildet. Zur weiteren Analyse dieser Abweichungen werden in den folgenden Abschnitten Einflüsse der Messunsicherheit bewertet. Diese werden in Veröffentlichungen mehrheitlich nicht oder nur in geringem Umfang betrachtet.

Berücksichtigt werden an dieser Stelle die Betriebspunktstabilität und -reproduzierbarkeit, die Messkette sowie die Einbausituation der Sensoren. Effekte, die zu einer Umfangsinhomogenität in der Kernströmung des Verdichters führen, und damit über eine Messunsicherheit oder einen Messfehler hinausgehen, sind Inhalt von Kapitel 8 und werden an dieser Stelle nicht berücksichtigt.

Für die Analysen kommt die Prozesskette nach Abbildung 4.20. zum Einsatz. Die Modellierung der jeweiligen Störeinflüsse wird in den folgenden Abschnitten erläutert. Der sich daraus ergebende Unsicherheitsbereich wird anschließend für jeden Störeinfluss separat diskutiert. Abschließend erfolgt die Betrachtung des Unsicherheitsbereichs bei Kombination der zuvor separat betrachteten Einflüsse.

Diesen Analysen gehen in den Abschnitten 7.1 und 7.2 Betrachtungen zur Signalabtastung sowie zur Kombination der Messdaten einer Axialebene nach Abbildung 4.13. voraus. Diese Analysen können nicht mit der Prozesskette durchgeführt werden.

Wie Abbildung 6.8. und Abbildung 6.9. zeigen, treten die Abweichungen zwischen den Messergebnissen der einzelnen Sensoren mit unterschiedlichen Streubreiten auf. Diese ändern sich sowohl mit der Messebene als auch mit dem Betriebspunkt. Das generelle Auftreten der beschriebenen Abweichungen ist allerdings in allen Fällen zu beobachten. Aus diesem Grund werden die Analysen hier auf ausgewählte Moden in Messebene D bei BP2 beschränkt. Dort werden sowohl Einflüsse von Rotor 1 als auch von Rotor 2 identifiziert. Die im Weiteren bewerteten Azimutalmoden sind m_{32}^{-20} , m_{32}^{-8} , m_{38}^{-32} , m_{64}^{+12} , m_{64}^{+24} , m_{70}^{+18} und m_{76}^{+24} .

7.1. Signalabtastung

Die Abtastfrequenz und die Neuabtastung der Daten sind zwei Faktoren, deren Einflüsse durch die Prozesskette zur Unsicherheitsanalyse nur indirekt berücksichtigt werden. Beide gehen hier in einen Referenzwert ein, mit dem spätere Analysen losgelöst von diesen Effekten möglich sind.

Im zweiten Teil dieses Abschnitts wird zusätzlich gezeigt, wie sich die Art der Auswertung des Trigger-Signals auf die Bestimmung der Azimutalmodenamplituden auswirkt.

Referenzwert

Der Referenzwert wird für jeden Sensor und jede Mode individuell ermittelt. Dieser entspricht jeweils der Azimutalmodenamplitude, welche sich nach Durchlaufen der Prozesskette ohne gezielte Beeinflussung des Signals ergibt. Dabei lassen sich zwei entscheidende Einflüsse feststellen. Dies sind der Leckeffekt (siehe z. B. *Werner* [96]) und die Neuabtastung.

Der Leckeffekt tritt auf, wenn das diskrete Zeitsignal zur Fourieranalyse nicht exakt einer Periodenlänge entspricht. Da die hier eingesetzte Datenerfassung mit konstanter Abtastrate und unabhängig von der Drehzahl arbeitet, endet eine Umdrehung in der Regel zwischen zwei aufgenommenen Zeitpunkten. Auch besteht nicht jede Umdrehung aus der gleichen Anzahl an Datenpunkten. Eine Erhöhung der Abtastrate hat eine Reduzierung dieses Einflusses zur Folge, da dadurch der Unterschied zwischen dem kontinuierlichen analogen und dem diskretisierten Signal reduziert wird. Dazu ist es von Vorteil, die Abtastrate auch deutlich über die durch das Nyquist-Shannon-Abtasttheorem (nach *Shannon* [84]) geforderte Frequenz zu steigern.

Mit der Neuabtastung kann der Einfluss des Leckeffekts grundsätzlich reduziert werden. Sie ist aber vor allem für die anschließende Ensemble-Mittelung nötig. Dabei wird das Signal allerdings auch negativ beeinflusst. In Abhängigkeit von Druckgradienten und Abtastraten kann es zu Abweichungen zwischen dem tatsächlichen Druck zwischen zwei Messpunkten und dem für diesen Zeitpunkt interpolierten Druck aus der Neuabtastung kommen, welche als Fehler in die Analyse eingehen. Eine Steigerung der Abtastrate bei sonst gleichen Bedingungen führt auch hier zu einer Reduktion von Fehlern.

Der kombinierte Einfluss beider Effekte ist in Tabelle 7.1. für die Erregerordnungen der betrachteten Moden bei fünf unterschiedlichen Abtastfrequenzen gezeigt. Verglichen werden die Abweichungen im Frequenzbereich (p_ω) an einzelnen Messstellen gegenüber dem Vorgabewert ($p_{\omega,V}$) als relative Abweichung des Betrags

$$\delta |p_V| = \frac{|p_\omega| - |p_{\omega,V}|}{|p_{\omega,V}|} \quad (7.1)$$

und als Phasenversatz

$$\Delta \angle p_V = \angle p_\omega - \angle p_{\omega,V}. \quad (7.2)$$

Dies entspricht einem Vergleich von ② und ⑤ in Abbildung 4.20. Wie auch in späteren Abschnitten dieses Kapitels werden die für BP2 ermittelten Azimutalmodenamplituden der experimentellen Messungen als Eingangsgröße bzw. Vorgabewert in der Prozesskette verwendet. Die Änderung der Abtastrate wird durch eine angepasste Synthese erreicht. Die hier gezeigten Einflüsse sind ebenfalls vom Drucksignal abhängig, sodass hier lediglich Mittelwerte über alle virtuellen Umfangspositionen und Sensoren dieser Messebene aufgeführt sind.

Weil in der Synthese nur die Erregerordnungen berücksichtigt werden, bei denen die Sensoren dynamisch kalibriert sind, verletzt keine dieser Frequenzen das Nyquist-Shannon-Abtasttheorem. Trotzdem geht mit steigender Abtastrate eine erhebliche Reduktion der Abweichungen einher.

Faßbender [20] beschreibt ebenfalls den Einfluss der Abtastrate und kommt dabei gleichermaßen zu dem Schluss, dass diese im Allgemeinen groß sein sollte. In weiteren Analysen stellt er fest, dass unter der Annahme einer gleichbleibenden Anzahl an Datenpunkten je Messung auch eine Reduktion der Abtastfrequenz gegenüber dem Maximalwert von Vorteil sein kann. Dies ist dann der Fall, wenn eine effizientere Reduktion stochastischer Rauschanteile die Vorteile einer hohen Abtastrate überwiegt. Da hier die Gesamtdauer des Signals und nicht die Anzahl an Datenpunkten konstant gehalten wird, kommt dieser Einfluss in diesen Untersuchungen nicht zum Tragen.

Tabelle 7.1.: Mittlere Änderung von Betrag $\delta|p_V|$ (7.1) und Phase $\Delta\angle p_V$ (7.2) nach Synthese und Analyse, ohne das gezielte Einbringen von Fehlern, in Abhängigkeit von der Abtastfrequenz ($f_M = 204.800$ Hz) für Messebene D bei BP2.

EO	$0,5 f_M$		f_M		$2 f_M$		$4 f_M$		$8 f_M$	
	$\delta p_V $	$\Delta\angle p_V$	$\delta p_V $	$\Delta\angle p_V$	$\delta p_V $	$\Delta\angle p_V$	$\delta p_V $	$\Delta\angle p_V$	$\delta p_V $	$\Delta\angle p_V$
32	3,55 %	-11,4°	1,15 %	-5,7°	0,42 %	-2,9°	0,17 %	-1,3°	0,08 %	-0,7°
38	4,31 %	-13,6°	1,26 %	-6,8°	0,40 %	-3,4°	0,15 %	-1,6°	0,06 %	-0,8°
64	14,06 %	-22,4°	4,23 %	-11,2°	1,45 %	-5,6°	0,57 %	-2,7°	0,25 %	-1,4°
70	18,15 %	-20,8°	5,60 %	-10,7°	1,98 %	-5,4°	0,80 %	-1,4°	0,35 %	-1,4°
76	19,09 %	-26,4°	5,25 %	-13,3°	1,65 %	-6,7°	0,60 %	-2,9°	0,24 %	-1,7°

Aufgrund der signalabhängigen Unterschiede von Betrag und Phase sind die Azimutalmoden bei der AMA unterschiedlich stark betroffen. Die daraus abgeleiteten Referenzwerte für jede Azimutalmode sind hier nicht gezeigt, werden bei der Unsicherheitsanalyse aber entsprechend berücksichtigt.

Ausgehend von den experimentellen Untersuchungen, wird auch für die Unsicherheitsanalyse eine Abtastfrequenz von $f_M = 204.800$ Hz verwendet.

Trigger-Signal

Abbildung 4.14. zeigt den Einfluss zweier Ansätze zur Bestimmung des Beginns einer Umdrehung. Mit Abbildung 7.1. wird diese Betrachtung auf die gesamte Azimutalmodenanalyse erweitert. Bei den gezeigten Daten handelt es sich um direkt ausgewertete experimentelle Daten. Eine Bewertung mit der Prozesskette zur Unsicherheitsanalyse würde jenes Verfahren bevorzugen, welches dort für die Synthese des Trigger-Signals verwendet wird. Damit wäre eine Bewertung unter gleichen Bedingungen nicht möglich.

Der Einfluss auf die Beträge der betrachteten Moden ist mit weniger als 0,7 %-P. gering. Bei den hier betrachteten Fällen zeigt sich dazu kein Zusammenhang der Höhe der Differenz (Abbildung 7.1. (b)) mit der Höhe der Beträge (Abbildung 7.1. (a)). Weiterhin

ist auch nicht festzustellen, dass eine der beiden Varianten konstant zu höheren Beträgen als die andere führt.

Die Steigerung der Abtastrate würde auch an dieser Stelle die Unterschiede zwischen beiden Ansätzen reduzieren.

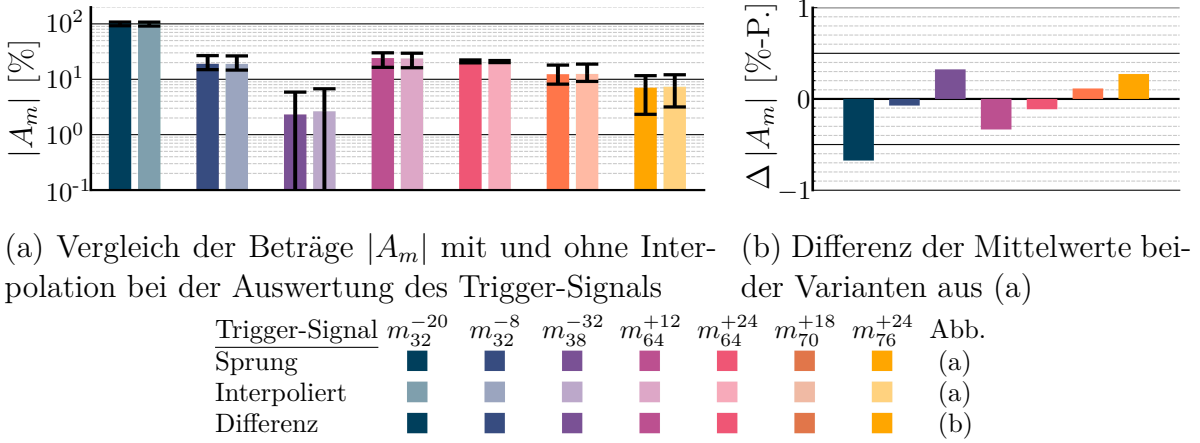


Abbildung 7.1.: Einfluss der Verfahren zur Bestimmung des Beginns einer Umdrehung nach Abbildung 4.14. (a) auf den Betrag der Azimutalmodenamplituden. Die Varianten verwenden eine Interpolation (Interpoliert) oder den ersten Datenpunkt nach Beginn einer Umdrehung (Sprung).

Sowohl für die Synthese als auch für die Analyse wird das Trigger-Signal im Weiteren durch Interpolation ermittelt. Wie sich am Vergleich in Abbildung 4.14. zeigt, ist dieses Verfahren in der Lage, die Drehzahl einzelner Umdrehungen genauer vorherzusagen als es durch die Wahl des ersten Zeitpunktes nach Überschreiten der Trigger-Schwelle möglich ist. Anhand der vorliegenden Daten ist außerdem kein negativer Einfluss durch diese Wahl zu erwarten.

Andere Verfahren zur experimentellen Generierung eines Trigger-Signals, wie die Verwendung von Referenzmikrofonen oder -hitzdrahtsonden, wie sie von *Lengani et al.* [53] beschrieben werden, können hier nicht eingesetzt werden. Für diese müssten sich die Referenzsensoren entsprechend der Verstellung der Statoren ebenfalls über den Umfang verfahren lassen. Dies ist am aktuellen Aufbau des Prüfstands nicht möglich.

7.2. Kombination der Sensordaten

Neben der Modenanalyse mit einem einzelnen Sensor skizziert Abbildung 4.13. zusätzlich eine Methode, bei der die Messdaten aller Sensoren einer Messebene kombiniert werden. Für einen initialen Vergleich beider Ansätze zeigt Abbildung 7.2. die Beträge und das SRV_R , die jeweils direkt aus den Messdaten ermittelt wurden.

Für die meisten Moden zeigt sich eine sehr gute Übereinstimmung der Beträge aus der kombinierten Analyse mit den gemittelten Beträgen der Einzelanalysen. Auffällig ist

hier nur die Mode m_{38}^{-32} . Wie der Streubereich dieser Mode zeigt, wird diese nicht für alle Messstellen erkannt. Lediglich für zwei der fünf Messstellen in dieser Ebene wird diese Mode in der Einzelanalyse gefunden. Durch die Kombination der Einzelsignale wird der Anteil der beiden Sensoren, bei denen diese Mode erkannt wird, von denen der anderen Sensoren überlagert und somit beeinträchtigt. Dadurch wird diese Mode in der kombinierten Auswertung schließlich nicht erkannt.

Das SRV_R in Abbildung 7.2. (b) zeigt für die kombinierten Analysen deutlich kleinere Werte als es im Mittel bei den Einzelanalysen der Fall ist. Dies liegt daran, dass durch die Kombination virtueller und absoluter Umfangspositionen teils sehr geringe Abstände der analysierten Positionen auftreten. In Kombination mit den zuvor beschriebenen Unterschieden in den Beträgen zwischen den absoluten Sensorpositionen führt dies zu großen Gradienten im Signal, die nicht durch die Modenanalyse abgedeckt werden. Ein Beispiel solcher Gradienten ist in Abbildung 4.16. (b) gezeigt.

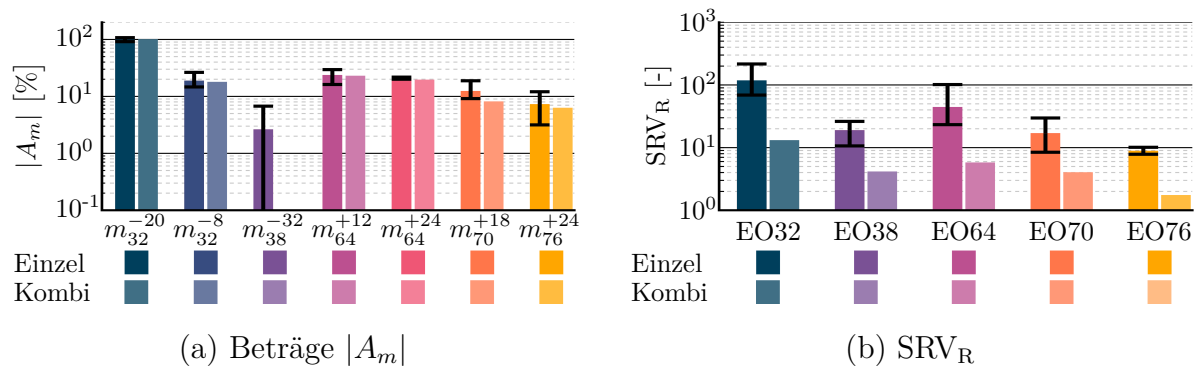


Abbildung 7.2.: Vergleich der Einzelauswertung mit der kombinierten Auswertung nach Abbildung 4.13. Gezeigt sind die Beträge sowie das SRV_R (4.12) für die Analysen der Sensoren in Messebene D bei BP2.

Im Rahmen der Unsicherheitsanalyse werden sowohl Ergebnisse für die Einzelanalyse als auch für die kombinierte Analyse gezeigt. Die dabei verwendeten Signale werden durch die Synthese nach Abschnitt 4.4.1 generiert. Auf die Analyse kombinierter Sensordaten wird auch in Kapitel 8 weiter eingegangen.

7.3. Stabilität und Reproduzierbarkeit von Betriebspunkten

Abbildung 4.18. zeigt die Betriebspunktstabilität anhand ausgewählter Größen mit je nur einem Messwert pro virtueller Umfangsposition. Aus diesen lässt sich der Einfluss auf die Azimutalmodenamplituden allerdings nicht direkt ableiten. In Abschnitt 7.3.1 wird deshalb auch von den instationären Gehäusedrücken aus dem Repro-Raster Gebrauch gemacht. Darüber hinaus werden die Drehzahl sowie die Temperatur aus Abbildung 4.18., wie in den Abschnitten 7.3.2 und 7.3.3 beschrieben, berücksichtigt.

7.3.1. Stabilität und Reproduzierbarkeit der instationären Gehäusedrucke

Für die Bewertung der Wiedereinstellbarkeit eines Betriebspunktes (Reproduzierbarkeit) bei der Azimutalmodenanalyse werden die Daten des Repro-Rasters in Form einer frequenzabhängigen Standardabweichung der komplexen Drücke berücksichtigt. Die Bestimmung folgt dem in Abbildung 7.3. skizzierten vereinfachten Ablauf. Dieser zeigt hier nur zwei Messungen des gleichen Betriebspunktes. In jeder Messung wird das Repro-Raster fünfmal durchlaufen. Für das Repro-Raster werden in Abbildung 7.3. nur die drei Umfangspositionen φ_{R1} bis φ_{R3} betrachtet. Vollständig ist der Ablauf zur Bestimmung der Standardabweichung in Abbildung D.6. gezeigt.

Für die Bestimmung der Betriebspunktstabilität werden „Messung 1“ und „Messung 2“ in Abbildung 7.3. separat betrachtet. Eine „Messung“ entspricht hier dem einmaligen Durchlaufen des gesamten Messrasters bei konstantem Betriebspunkt. Die Umfangspositionen des Repro-Rasters werden dabei entsprechend Abbildung 4.15. mehrfach gemessen. Jede weitere „Messung“ ist eine Wiederholung dieses Durchlaufs, nachdem beispielsweise die Sensoren vom Typ A aus den Messebenen C und D in die Messebenen E und F umgebaut wurden. Soll auch die Reproduzierbarkeit bewertet werden, müssen die „Messungen“ gemeinsam bewertet werden, so wie es Abbildung 7.3. insgesamt mit den Punkten ① und ④ skizziert.

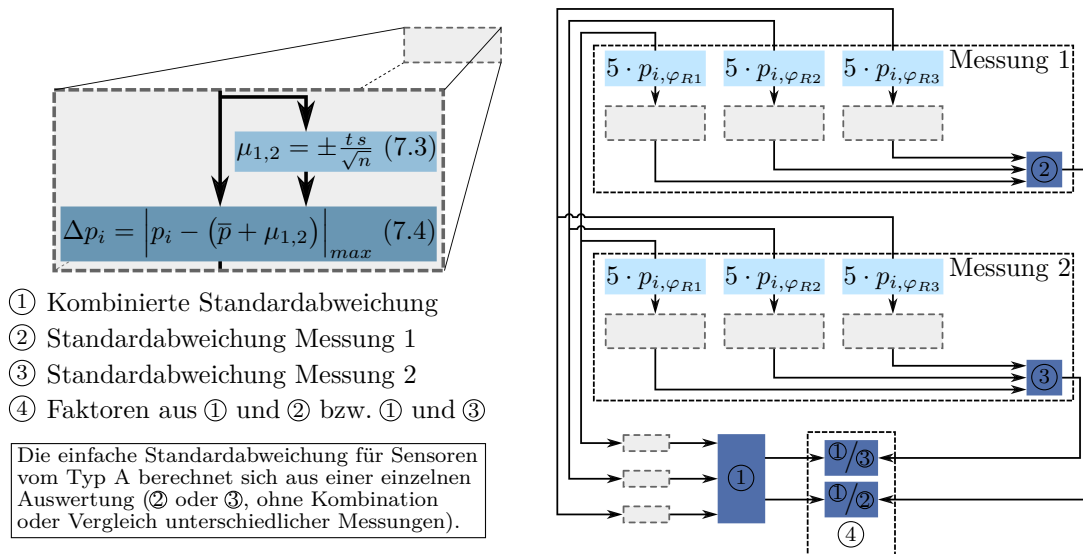


Abbildung 7.3.: Bestimmung des Reproduzierbarkeitsfaktors aus den Standardabweichungen zweier Einzelmessungen des Repro-Rasters als vereinfachtes Beispiel des vollständigen Falls in Abbildung D.6. Die verwendeten Rohdaten werden mit dem Repro-Raster an den Umfangspositionen φ_{R1} bis φ_{R3} gemessen.

Die Messung von lediglich fünf Wiederholungen bei den fünf Umfangspositionen des Repro-Rasters im vollständigen Prozess (Abbildung D.6.) ist ein Kompromiss aus dem Umfang der gewonnenen Daten und der benötigten Zeit für die Messung. Der geringe Stichprobenumfang führt allerdings dazu, dass zusätzliche Annahmen bezüglich der Ge-

nauigkeit getroffen werden müssen.

Für den Mittelwert kann dabei lediglich ein Bereich durch eine t-Verteilung angegeben werden. Die Grenzen dieses Bereichs liegen nach *Hedderich und Sachs* [33] bei (siehe auch Abbildung 7.3.)

$$\mu_{1,2} = \pm \frac{t s}{\sqrt{n}}. \quad (7.3)$$

Dieser wird je Sensor für jede virtuelle Umfangsposition des Repro-Rasters separat ermittelt. Darin ist n der Stichprobenumfang, s die Wurzel der empirischen Varianz und t der t-Wert in Abhängigkeit von Stichprobenumfang und Wahrscheinlichkeit. Als Wahrscheinlichkeit wird hier ein Wert von 68,3% gewählt.

Für die weitere Analyse werden die verschiedenen virtuellen Umfangspositionen eines Sensors zusammengefasst. Dazu ist es nötig, die Schwankungsanteile losgelöst vom Mittelwert zu betrachten, da sich für jede der betrachteten Umfangspositionen ein anderer Mittelwert einstellt. Als konservative Abschätzung wird dazu für jeden individuellen Messwert der maximale Abstand zu den Grenzen des Mittelwertes nach (7.3) herangezogen. Der Schwankungsanteil berechnet sich somit zu (siehe auch Abbildung 7.3.)

$$\Delta p_i = \left| p_i - \left(\bar{p} + \mu_{1,2} \right) \right|_{max}. \quad (7.4)$$

Die Standardabweichung selbst ist aufgrund der geringen Stichprobe ebenfalls mit einer Unsicherheit behaftet. Für normalverteilte Größen ist diese nach *Hedderich und Sachs* [33] χ^2 -verteilt. Die Grenzen dieser Verteilung werden mit

$$\frac{s^2 (n - 1)}{\chi_{n-1;1-\alpha/2}^2} \leq \sigma^2 \leq \frac{s^2 (n - 1)}{\chi_{n-1;\alpha/2}^2} \quad (7.5)$$

berechnet. Die Berechnung erfolgt ebenfalls mit einem 68,3%-Konfidenzintervall, sodass sich $\alpha = 1 - 0.683 = 0.317$ ergibt. Die χ^2 -Verteilung lässt sich für eine Wahrscheinlichkeit α bei einem Stichprobenumfang n berechnen oder aus entsprechenden Tabellen ablesen. Die Überprüfung auf Normalverteilung erfolgt mit dem Shapiro-Wilk-Test, wie er von *Royston* [72, 73] beschrieben wird. Damit lässt sich für die meisten Fälle eine Normalverteilung zeigen. *Terstegen* [87] hat mit einem vergleichbaren Ansatz an einer größeren Stichprobe ebenfalls eine Normalverteilung zeigen können.

Die Modellierung in der Prozesskette findet als Normalverteilung mit der maximalen Standardabweichung σ aus (7.5) statt.

Die frequenzabhängige Standardabweichung wird für jeden Sensor einer Messebene separat ermittelt. Die niedrigsten und die höchsten Standardabweichungen der Sensoren in Messebene D sind für die betrachteten Frequenzen in Tabelle 7.2. zusammengefasst.

Für die Qualität der Wiedereinstellbarkeit eines Betriebspunktes ist in Tabelle 7.2. zusätzlich ein Faktor angegeben. Dieser wird aus Messwerten der Sensoren vom Typ R gewonnen. Für diese werden, wie zuvor für die Sensoren vom Typ A, die Standardabweichungen für jede „Messung“ eines Betriebspunktes separat berechnet (② und ③ in

Abbildung 7.3.). Hinzu kommt eine Standardabweichung, die aus Daten aller Messungen eines Betriebspunktes berechnet wird (① in Abbildung 7.3.). Daraus wird ermittelt, wie viel größer die Standardabweichung aus allen Messungen gegenüber der maximalen Standardabweichung der einzelnen Messungen ist. Das Verhältnis ist in Tabelle 7.2. als Faktor angegeben.

In der Prozesskette wird zugelassen, dass die Standardabweichung aus der Betriebspunktstabilität um maximal diesen Faktor steigt. Dabei wird für alle Sensoren vom Typ A der gleiche Faktor verwendet. Es wird lediglich nach Frequenzen unterschieden. Eine Gewichtung nach Messebene oder räumlicher Nähe der Sensoren zueinander findet nicht statt.

Tabelle 7.2.: Niedrigste (Min.) und höchste (Max.) Standardabweichung für Betrag $|p_\omega|$ und Phase $\angle p_\omega$ der Sensoren vom Typ A in Messebene D. Für jede Erregerordnung sind zusätzlich die Reproduzierbarkeitsfaktoren aus den Sensoren vom Typ R bei BP2 gezeigt.

EO	Min.		Max.		Faktor zu	
	$\sigma(p_\omega)$	$\sigma(\angle p_\omega)$	$\sigma(p_\omega)$	$\sigma(\angle p_\omega)$	$ p_\omega $	$\angle p_\omega$
32	0,578 %-P.	1,11°	1,106 %-P.	2,23°	3,88	2,69
38	0,174 %-P.	0,91°	0,729 %-P.	3,14°	4,79	4,04
64	0,455 %-P.	1,14°	0,867 %-P.	5,35°	2,72	4,40
70	0,228 %-P.	2,47°	0,712 %-P.	11,66°	3,65	2,24
76	0,179 %-P.	2,22°	0,752 %-P.	20,18°	2,30	2,89

Die vollständige Wiederholung von experimentellen Messungen und eine zusätzliche Bewertung anhand der Sensoren vom Typ A ist dem hier beschriebenen Verfahren klar vorzuziehen. Aufgrund des Prüfstandsschadens (siehe Abschnitt 6.3) konnten diese Versuche allerdings nicht erfolgen, sodass auf die bestehenden Daten zurückgegriffen werden muss.

Für Sensor S_{A7} sowie für die kombinierte Auswertung sind in Abbildung 7.4. die 90 % Konfidenzintervalle von Betrag und Phase als Abweichung gegenüber dem Referenzwert unter Berücksichtigung der Reproduzierbarkeit gezeigt. Dabei wird zwischen zwei Varianten unterschieden, einer ohne (Abbildungen 7.4. (a) und (b)) und einer mit (Abbildungen 7.4. (c) und (d)) Berücksichtigung des Faktors für die Reproduzierbarkeit.

Die reine Betriebspunktstabilität führt bei den Beträgen der betrachteten Moden zu einem Unsicherheitsbereich von weniger als ± 1 %-P. Dabei weist die kombinierte Auswertung geringere Abweichungen als die Einzelauswertung von Sensor S_{A7} auf. Durch die Kombination der unterschiedlichen Sensoren heben sich deren Abweichungen in der kombinierten Analyse zum Teil auf. Dies gilt gleichermaßen für die Phase. Für diese sind alle Abweichungen kleiner als $\pm 5^\circ$. Dabei sind die größten Abweichungen für Moden mit geringen Beträgen festzustellen.

Wird die Reproduzierbarkeit hinzugenommen, steigt der Bereich der Unsicherheit erwartungsgemäß. Die Steigerung gegenüber der reinen Betriebspunktstabilität ist dabei allerdings geringer als die Faktoren in Tabelle 7.2.

Gegenüber der Gesamtunsicherheit nach Abschnitt 7.6 bildet die Betriebspunktstabilität, auch ohne die konservative Annahme unter Berücksichtigung der Reproduzierbarkeit, einen erheblichen Anteil an dieser. Im Vergleich zu den Unterschieden zwischen den Azimutalmodenamplituden der einzelnen Messstellen in Kapitel 6 ist dieser Einfluss aber gering und keine Erklärung für die dort beschriebenen Abweichungen.

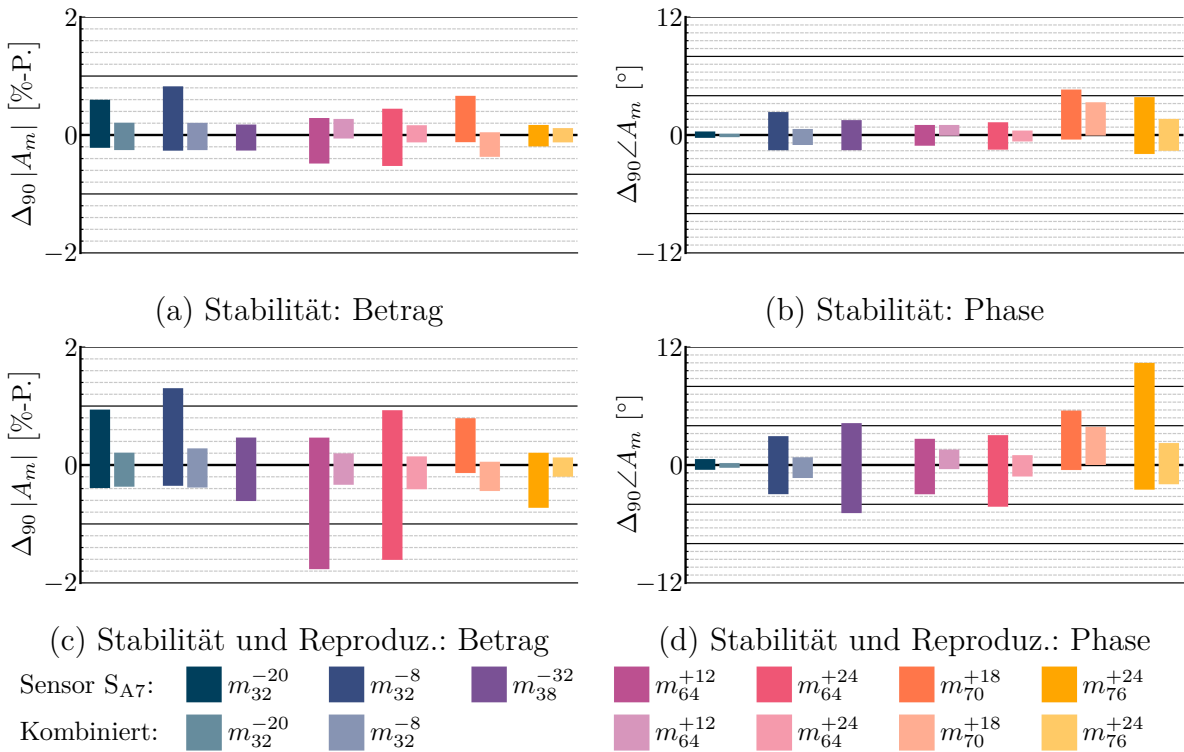


Abbildung 7.4.: Einfluss von Betriebspunktstabilität und Reproduzierbarkeit bei BP2 in Messebene D. Gezeigt ist das 90 % Konfidenzintervall von Betrag $|A_m|$ und Phase $\angle A_m$ gegenüber dem Referenzwert für die reine Stabilität (Abbildungen (a) und (b)) und für die kombinierte Stabilität und Reproduzierbarkeit (Abbildungen (c) und (d)) von Sensor S_{A7} sowie von der kombinierten Auswertung.

Für eine Reduktion dieses Einflusses müssten die Betriebspunktstabilität des Prüfstands sowie die Reproduzierbarkeit von Betriebspunkten verbessert werden. Dazu zählen die Größen nach Abbildung 4.18. Deren Stabilität und Wiedereinstellbarkeit sind aber bereits gut. Damit lassen sich bezüglich des hier betrachteten Einflusses keine Handlungsempfehlungen ableiten, die zu einer Verbesserung zukünftiger Messergebnisse führen.

7.3.2. Drehzahleinfluss

Wie Abbildung 4.18. (a) zeigt, ist die Drehzahl während einer Messung nicht konstant. Dieser Einfluss wird in der Synthese der Unsicherheitsanalyse bei allen frequenzabhängigen Effekten wirksam, indem das synthetisierte Signal für jede Umfangsposition mit einer individuellen, leicht abweichenden Drehzahl erstellt wird. Dabei verändert sich auch

die Länge der einzelnen Umdrehungen in der Synthese. Wie in Abbildung 4.14. (b), ist der Einfluss auf die ermittelte Drehzahl aber auch hier gering.

In der Synthese werden die Drehzahlschwankungen nach Abbildung 4.18. (a) verwendet. Da die maximalen Drehzahlschwankungen nicht von der betrachteten Messebene abhängen, werden alle drei Verläufe aus Abbildung 4.18. (a) berücksichtigt und hier auf die Sensoren in Messebene D angewandt. Die maximale Abweichung vom Mittelwert einer Messung liegt bei $2,23 \text{ min}^{-1}$. Die maximale Drehzahländerung zwischen zwei aufeinanderfolgenden virtuellen Umfangspositionen liegt bei $0,48 \text{ min}^{-1}$. Für die Modellierung wird eine Gleichverteilung verwendet, für die sichergestellt ist, dass die Drehzahl weder die zuvor beschriebene maximale Abweichung vom Mittelwert noch den maximalen Gradienten überschreiten.

Die so modellierten Drehzahlschwankungen wirken sich auf mehrere Störeinflüsse indirekt aus. Für die Bewertung wird daher der Gesamtfehler nach Abschnitt 7.6 herangezogen. Dazu wird eine Simulation des Gesamtfehlers unter Berücksichtigung von Drehzahlschwankungen mit einer unter Vernachlässigung dieser Schwankungen verglichen.

Im Mittel über alle Azimutalmodenordnungen und Erregerordnungen verändert sich die Breite des Unsicherheitsbereichs, also die Differenz zwischen oberer und unterer Grenze des 90 % Konfidenzintervalls, nur um $10^{-3} \%$ -P. und $0,02^\circ$. Für einzelne Azimutalmoden liegen die Veränderungen dieser Breite bei bis zu $0,21 \%$ -P. bzw. $0,67^\circ$. Darüber hinaus treten Verschiebungen des gesamten Unsicherheitsbereichs um bis zu $0,16 \%$ -P. und $0,74^\circ$ auf. Die jeweilige Änderung hängt stets von der Azimutalmodenordnung sowie von der Erregerordnung ab.

Neben den hier betrachteten Einflüssen können sich durch Drehzahlvariationen auch die Beträge einzelner Moden ändern. Besonders im Bereich des Cut-On-/Off-Übergangs einer Mode kann dies zu deutlichen Änderungen an der Messstelle führen. Wie Abbildung 6.9. (b) am Beispiel von m_{70}^{+18} zeigt, können bei den Messungen bereits kleine Änderungen der Randbedingungen zum Übergang von Cut-On zu Cut-Off und entgegengesetzt führen. In der Abbildung ist die Änderung der Kanalkontur ausschlaggebend für den Übergang. Drehzahlschwankungen können aber gleichermaßen wirken. Dieser Effekt kann mit der Prozesskette nicht berücksichtigt werden. Dazu wären weitere Informationen zur Schallentstehung sowie zu den einzelnen Radialmoden nötig.

7.3.3. Temperatureinfluss

Variationen der Temperatur wirken sich auf die temperatursensitiven Anteile der Messkette bzw. des Sensors in Abschnitt 7.4 aus. Die statischen Temperaturen an den Sensorpositionen sind während der Messung allerdings nicht bekannt. Der Mittelwert wird aus den stationären numerischen Simulationen gewonnen. Ein Vergleich numerischer Simulationen mit unterschiedlichen Eintrittsrandbedingungen hat gezeigt, dass die Schwankungen der Totaltemperatur in Abbildung 4.18. (c) in erster Näherung auch für die Modellierung der statischen Temperaturschwankungen an den Sensoren verwendet wer-

den können.

In der Unsicherheitsanalyse werden die Temperaturschwankungen als Zufallsverteilung modelliert und entsprechend der Messdaten durch die maximale Abweichung von 0,15 K gegenüber dem Mittelwert einer Messung beschränkt. Wie bei der Drehzahl, wird auch dieser Effekt nicht losgelöst von anderen Einflüssen betrachtet. Die Temperaturschwankungen sind deshalb Teil der temperatursensitiven Einflüsse in den Abschnitten 7.4 und 7.6.

Hochfrequente Schwankungen, beispielsweise durch Rotornachläufe hervorgerufen, werden hier nicht berücksichtigt, da entsprechende Kalibrierdaten fehlen. Außerdem führen kleine Temperaturschwankungen bei den im Verdichter auftretenden Blattpassierfrequenzen nach [92] zu vernachlässigbar kleinen instationären Temperaturänderungen an den Sensoren.

7.4. Messkette

In der Messkette werden die Datenerfassung sowie die Sensoren berücksichtigt. Die zugrundeliegenden Daten für die Unsicherheitsanalyse stammen aus der stationären Kalibrierung. In den Daten zur Stabilität und Reproduzierbarkeit nach Abschnitt 7.3.1 sind ebenfalls Einflüsse der Messkette enthalten. Eine eindeutige Trennung der Effekte ist hier nicht möglich.

7.4.1. Nullpunktdrift und -hysterese

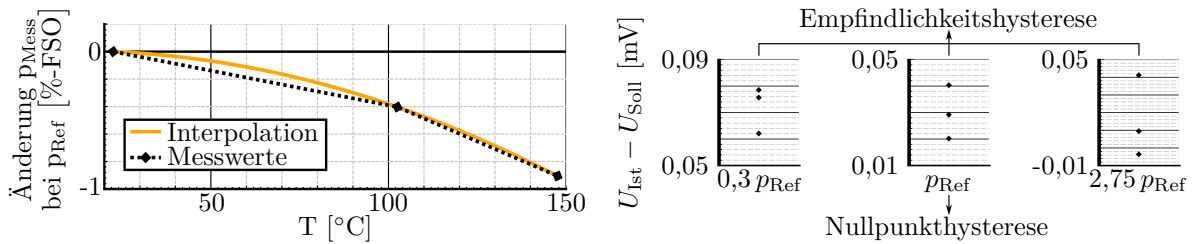
Die Veränderung der ausgegebenen Spannung bei anliegendem Referenzdruck verschiebt die gemessene Nullpunktlage und beeinflusst somit ebenfalls das Messergebnis. Dieser Einfluss beschränkt sich allerdings auf die stationären Anteile. Im Kontext der Azimutalmodenanalyse beträfe dies beispielsweise die Zerlegung und Analyse der Statornachläufe sowie deren Potentialfelder. Diese können einen signifikanten Einfluss auf die Anregung von Schaufelschwingungen haben. *Terstegen* [87] hat dies in seiner Arbeit nachgewiesen.

Die in der stationären Kalibrierung als Nullpunktdrift und -hysterese erfassten Effekte sind für Sensor S_{A7} in Abbildung 7.5. dargestellt. Der Nullpunktdrift ist hier als temperaturabhängiger Faktor, bezogen auf den maximalen Messbereich eines Sensors (engl.: Full Scale Output (FSO)), gezeigt. Der Temperatureinfluss führt dazu, dass dieser Drift durch einen typischen Nullpunktgleich vor den Versuchen nicht korrigiert wird. Möglich wäre dies nur, wenn die Sensoren entsprechend auf die spätere Betriebstemperatur aufgeheizt würden. Dies ist am hier verwendeten Prüfstand aber nicht ohne weiteres möglich. Einfacher ist dagegen die nachträgliche Korrektur.

Die Nullpunkthysterese wird bei Referenzdruck und -temperatur ermittelt, nachdem die Sensoren mehrfach mit Druck beaufschlagt und erhitzt wurden. Die entsprechenden Werte sind in Abbildung 7.5. (b) bei p_{Ref} gezeigt.

Diese Effekte gehen indirekt in die Unsicherheit ein. In Kombination mit der Nichtli-

nearität, beeinflussen diese beispielsweise auch die instationären Anteile.



(a) Nullpunktdrift als relative Änderung des gemessenen Drucks bei konstantem anliegendem Druck (b) Hysterese aus wiederholten Messungen bei drei unterschiedlichen Drücken

Abbildung 7.5.: Thermischer Nullpunktdrift (a) sowie thermische Hysterese nach Erhitzen und Abkühlen (b) von Sensor S_{A7} aus den Daten der stationären Kalibrierung

7.4.2. Variation der Empfindlichkeit

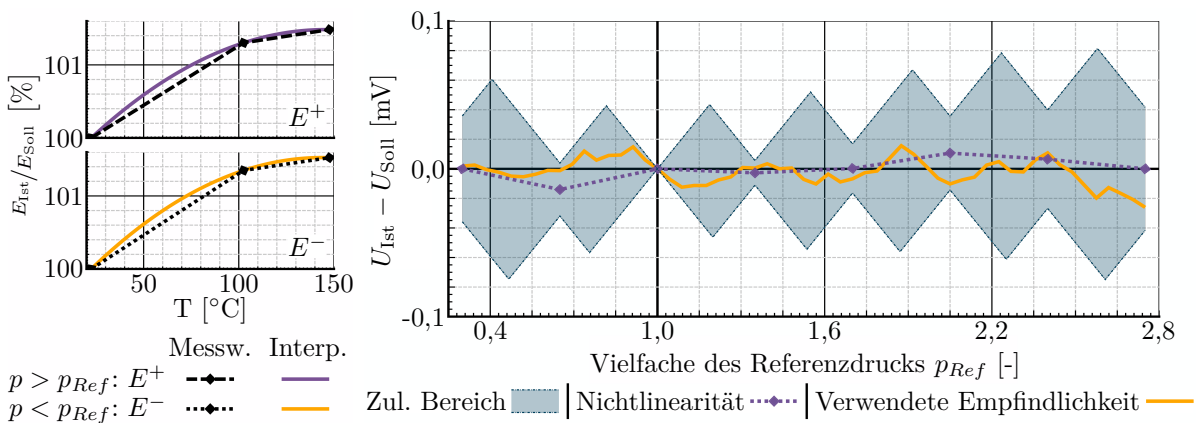
In den Analysen für Kapitel 6 wird eine konstante Empfindlichkeit verwendet, was in erster Näherung ausreichend ist, aber nicht exakt dem Verhalten der eingesetzten Sensoren entspricht. Nachfolgend werden die Empfindlichkeitshysterese, der thermische Empfindlichkeitsdrift sowie die Nichtlinearität betrachtet.

Die Grundlage zur Bestimmung der Empfindlichkeitshysterese bilden die Daten aller drei Drücke in Abbildung 7.5. (b). Mit diesen Daten werden Empfindlichkeiten ermittelt, aus denen wiederum ein Verhältnis gegenüber der verwendeten Empfindlichkeit aus Kapitel 6 bestimmt wird. Hinzu kommt ein vergleichbarer Datensatz, der mit geringeren zeitlichen Abständen zwischen der Erfassung zweier Messwerte aufgezeichnet wurde, sodass an dieser Stelle zwischen einer Langzeit- und einer Kurzzeithysterese unterschieden wird. Die Kurzzeithysterese ergibt sich aus Änderungen bei der Kalibrierung im Sekunden- bis Minutenbereich. Dieser Einfluss wird verwendet, um die Empfindlichkeit jeder virtuellen Umfangsposition individuell anzupassen, da diese einen vergleichbaren zeitlichen Abstand zueinander aufweisen. Die Daten der Langzeithysterese wurden dagegen aus Messungen mit einem größeren zeitlichen Abstand gewonnen, zwischen denen die Sensoren über einen längeren Zeitraum erwärmt und wieder abgekühlt wurden (Abbildung 7.5. (b)). Dies entspricht dem Vergleich zweier Messungen des gleichen Betriebspunktes an unterschiedlichen Tagen. Entsprechend wird dieser Einfluss über alle Umfangspositionen einer Iteration konstant gehalten und erst mit der nächsten Iteration neu ermittelt.

Der ebenfalls aus den Kalibrierdaten abgeleitete thermische Empfindlichkeitsdrift geht aus der separaten Bestimmung der Empfindlichkeiten bei drei verschiedenen Temperaturen hervor. Abbildung 7.6. (a) zeigt diese für Sensor S_{A7} als Verhältnis zu der Empfindlichkeit, die für die Auswertungen in Kapitel 6 verwendet wird. Ober- bzw. unterhalb des Referenzdrucks p_{Ref} werden unterschiedliche Empfindlichkeiten verwendet (E^+ bzw.

E^-), die hier aber nahezu identisch sind. Für die Unsicherheitsanalyse werden die interpolierten Verläufe verwendet. Der so ermittelte Faktor wird auf das synthetisierte Zeitsignal aufgeschlagen.

Die Nichtlinearität, also die Abweichung vom ideal linearen Zusammenhang zwischen anliegendem Druck und ausgegebenem Spannungssignal, ist für Sensor S_{A7} in Abbildung 7.6. (b) gezeigt. Ermittelt wird die Nichtlinearität durch Messungen bei acht Drücken im Einsatzbereich der Sensoren. Die Abweichungen zur Soll-Spannung sind hier mit weniger als 0,02 mV gering, womit sich im Allgemeinen die Annahme einer konstanten Empfindlichkeit, wie sie in Kapitel 6 verwendet wird, rechtfertigen lässt.



(a) Empfindlichkeitsdrift

(b) Nichtlinearität

Abbildung 7.6.: Thermischer Empfindlichkeitsdrift (a) sowie Nichtlinearität der Empfindlichkeit mit beispielhaftem Verlauf der Empfindlichkeit für die Unsicherheitsanalyse (b) von Sensor S_{A7} aus den Daten der stationären Kalibrierung

Für die Verwendung in der Unsicherheitsanalyse werden die drei beschriebenen Einflussfaktoren der Empfindlichkeit kombiniert. Abbildung 7.6. (b) zeigt dazu auch einen beispielhaften Verlauf der Empfindlichkeit, wie er für die Unsicherheitsanalyse angenommen wird.

Für die Abbildung ist der thermische Empfindlichkeitsdrift nicht berücksichtigt, um die anderen Einflüsse besser darstellen zu können. Dieser führt gegenüber den gezeigten Verläufen zu einer Verschiebung der verwendeten Empfindlichkeit sowie der des zulässigen Bereichs. Entsprechend Abbildung 7.6. (a) steigt mit zunehmendem Abstand zum Referenzdruck p_{Ref} die Abweichung gegenüber der Soll-Spannung.

Da die Druckunterschiede zwischen den Stützstellen der Nichtlinearität groß sind, ist deren tatsächlicher Verlauf in den dazwischenliegenden Bereichen nicht bekannt. Um dies zu kompensieren, werden zwischen allen Stützstellen jeweils sieben weitere Punkte zufällig generiert. Diese sind durch den maximalen Gradienten zwischen den Stützstellen der stationären Kalibrierung begrenzt. Der zulässige Bereich in Abbildung 7.6. (b) zeigt, welche Abweichungen von der Soll-Spannung unter Berücksichtigung dieser Begrenzung maximal angenommen werden können.

Mit zunehmendem Abstand zum Referenzdruck wird der zulässige Bereich zusätzlich

durch den Einfluss der Empfindlichkeitshysterese aufgeweitet. Um unphysikalische Schwankungen innerhalb des zulässigen Bereichs zu unterdrücken, ist der Gradient zwischen den generierten Punkten ebenso auf den zuvor beschriebenen maximalen Gradienten beschränkt. Abbildung D.7. zeigt am Beispiel von Sensor S_{A3} einen Fall, bei dem die Nichtlinearität gegenüber der Reproduzierbarkeit größer als bei Sensor S_{A7} ist. Dadurch lässt sich auch der Einfluss der Nichtlinearität auf den zulässigen Bereich besser erkennen. Für diesen Sensor fällt die Abweichung aus der Nichtlinearität mit bis zu 0,1 mV auch insgesamt größer als bei Sensor S_{A7} aus.

In der Prozesskette werden die zufällig generierten Punkte zwischen den Stützstellen über eine Iteration konstant gehalten, da diese als konstante, aber unbekannte Eigenschaft der Sensoren betrachtet werden. Die Grenzen des zulässigen Bereichs werden dagegen über alle Iterationen konstant gehalten. Der unter diesen Bedingungen ermittelte Einfluss auf die Azimutalmodenamplituden ist in Abbildung 7.7. gezeigt.

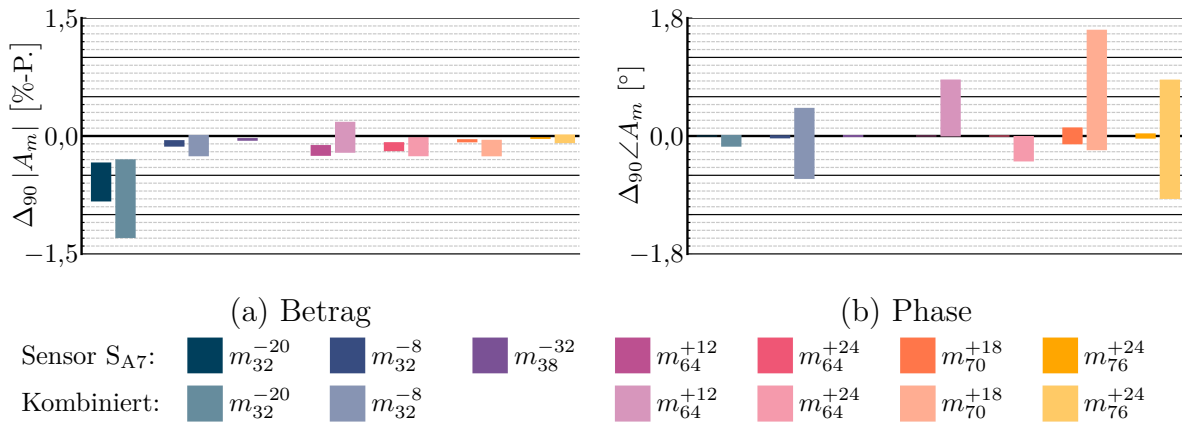


Abbildung 7.7.: Einfluss der Empfindlichkeit mit allen Einflussfaktoren aus Abschnitt 7.4.2 bei BP2 in Messebene D. Gezeigt ist das 90 % Konfidenzintervall von Betrag $|A_m|$ und Phase $\angle A_m$ gegenüber dem Referenzwert von Sensor S_{A7} sowie für die kombinierte Auswertung.

Am stärksten wird hier der Betrag der Mode m_{32}^{-20} beeinflusst. Bei der betrachteten Empfindlichkeit handelt es sich um einen Faktor zwischen Druck und Spannung, womit dies zu erwarten ist. m_{32}^{-20} hat unter den betrachteten Moden den höchsten Betrag der Azimutalmodenamplituden und wird somit auch am stärksten von Änderungen in der Empfindlichkeit beeinflusst. Für die Phase ist dagegen bei Sensor S_{A7} , wie auch bei anderen einzelnen Sensoren, kein Einfluss festzustellen. Einzige Ausnahme davon ist die Mode m_{70}^{+18} . Die Ursache dafür kann nicht sicher bestimmt werden. Eine mögliche Ursache ist ein Einfluss des Messrasters, worauf in Abschnitt 8.2.2 genauer eingegangen wird.

Bei der kombinierten Auswertung sind dagegen auch deutliche Abweichungen in der Phase festzustellen. Auch bei den Beträgen führt die kombinierte Auswertung stets zu einem größeren Unsicherheitsbereich als bei Sensor S_{A7} in der Einzelauswertung. Die individuellen Sensoreigenschaften führen hier dazu, dass es bei deren Kombination zu einer

Erhöhung des Unsicherheitsbereichs kommen kann. Beim Vergleich der drei berücksichtigten Einflussfaktoren in den Abbildungen D.8. und D.9. sowie in Tabelle D.1. lässt sich feststellen, dass der thermische Empfindlichkeitsdrift unter diesen den größten Einfluss hat. Dieser kann bei vorheriger Kalibrierung und bekannter Sensortemperatur allerdings korrigiert werden. Mit einer entsprechend fein aufgelösten Erfassung der Nichtlinearität kann auch diese kompensiert werden, womit hier lediglich die Empfindlichkeitshysterese als unvermeidbare Unsicherheit verbleibt.

7.4.3. Kombinierte Nichtlinearität, Hysterese und Reproduzierbarkeit nach Herstellerangaben

Neben den ermittelten Größen für die Unsicherheit gibt auch der Hersteller der Sensoren eine kombinierte Unsicherheit durch Nichtlinearität, Hysterese und Reproduzierbarkeit an. Diese wird nach Abbildung A.1. als typisch $\pm 0,1\%$ FSO und maximal $\pm 0,5\%$ FSO angegeben. Für eine adäquate Modellierung wären weitere Informationen zum Sensorverhalten nötig. Aus diesem Grund wird an dieser Stelle ein Fall angenommen, bei dem jeder einzelne Messpunkt im Zeitsignal der maximalen Unsicherheit unterworfen ist. Dies entspricht Abweichungen von ± 850 Pa für die eingesetzten Sensoren.

Unter diesen Annahmen ergeben sich die Unsicherheiten nach Abbildung 7.8. Dabei muss beachtet werden, dass die simulierte Signallänge mit 2,5 s bei lediglich $1/4$ der Dauer der Datensätze aus dem Experiment liegt. Somit ist die Reduktion stochastischer Anteile hier entsprechend weniger effizient. Trotzdem sind die Unsicherheiten vergleichsweise gering. Dies lässt sich darauf zurückführen, dass die Unsicherheit einer Einzelmessung in der Regel größer als die der Azimutalmodenamplituden ist. Sowohl bei der Fourierzerlegung als auch bei der anschließenden Azimutalmodenanalyse werden bekannte Formen, hier sinusförmige Signale, bestmöglich angenähert. Kleine Abweichungen zu diesen idealen Signalen erhöhen das Rauschen bei der Auswertung, beeinflussen die Beträge der Azimutalmodenamplituden aber nur gering.

Wird angenommen, dass der Sensoreinfluss stochastisch aber mit niedrigerer Frequenz auftritt, wäre die daraus resultierende Unsicherheit in ähnlicher Größenordnung oder geringer. Im Extremfall, bei dem lediglich das 0 Hz Signal einer Messung beeinflusst wird, verschwindet die Unsicherheit auf die instationären rotierenden Azimutalmoden. Andere Formen der Modellierung würden zu anderen Unsicherheitsbereichen führen. Ohne weitere Kenntnisse über das Verhalten können diese allerdings nicht ermittelt werden, da sich Nichtlinearität, Hysterese und Reproduzierbarkeit unterschiedlich verhalten und separiert werden müssten.

Für die Azimutalmodenanalyse lässt sich festhalten, dass ein Störeinfluss, wie er hier angenommen wird, nur geringe Auswirkungen auf die Azimutalmodenamplituden hat. Da es Überschneidungen zu den vorherigen Störeinflüssen gibt, wird dieser Einfluss in der Gesamtunsicherheit nicht berücksichtigt.

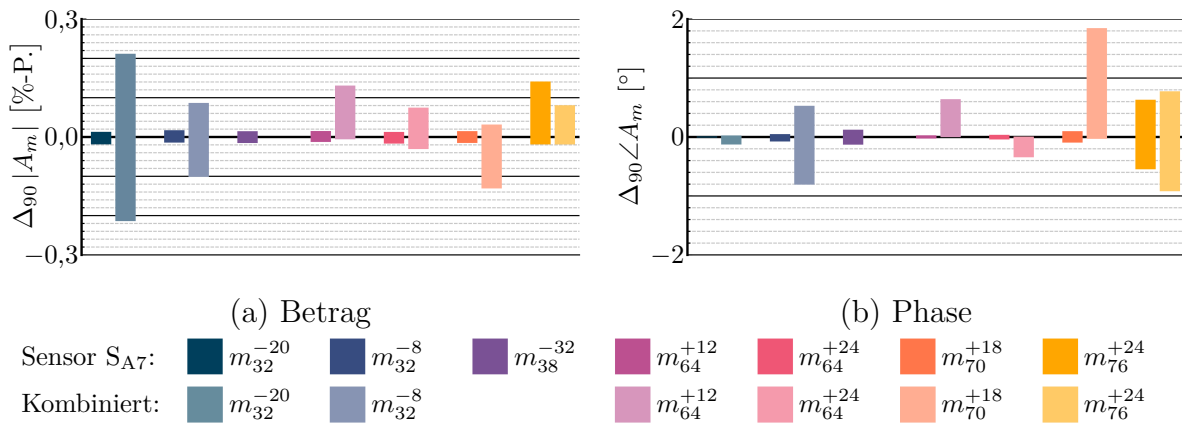


Abbildung 7.8.: Einfluss der Unsicherheiten nach Herstellerangaben (siehe Abbildung A.1.) auf die Azimutalmodenamplituden. Gezeigt ist das 90 % Konfidenzintervall von Betrag $|A_m|$ und Phase $\angle A_m$ gegenüber dem Referenzwert von Sensor S_{A7} sowie für die kombinierte Auswertung.

7.4.4. Auflösung der Analog/Digital-Wandlung

Mit der eingesetzten Datenerfassung kann die Analog/Digital-Wandlung (A/D-Wandlung) bei maximaler Abtastrate mit bis zu 24 Bit erfolgen. Für die durchgeführten Messungen erfolgte diese allerdings nur mit 16 Bit. Im Folgenden wird der Einfluss dieser sowie weiterer Reduktionen gezeigt.

Das Ausgangssignal der verwendeten Sensoren liegt für 170 kPa nominal bei 100 mV. Die Datenerfassung arbeitet in einem Spannungsbereich von $\pm 0,2$ V, wobei nach Herstellerangaben¹ 150 % dieses Bereiches durch die Diskretisierung abgedeckt werden. Insgesamt ist hinsichtlich der Diskretisierung somit ein Bereich von $\pm 0,3$ V zu berücksichtigen, womit bei der A/D-Wandlung insgesamt der sechsfache Druckbereich des Sensors abgedeckt wird. Für die verwendeten Einstellungen bei den Messungen (16 Bit) ergibt sich so eine Diskretisierungsschrittweite von 15,56 Pa.

In der Unsicherheitsanalyse wird das synthetisierte Zeitsignal auf die entsprechenden Diskretisierungsschritte gerundet, bevor der Datensatz gespeichert und damit an den Prozess zur Azimutalmodenanalyse nach Abbildung 4.13. übergeben wird.

Tabelle 7.3. zeigt den Einfluss der Auflösungen der A/D-Wandlung auf Betrag und Phase der Moden m_{32}^{-20} und m_{76}^{+24} für das Signal von Sensor S_{A7} bei BP2 in Messebene D. m_{32}^{-20} ist dabei ein Beispiel für die niedrigste betrachtete Frequenz dieses Betriebspunktes bei hohem Betrag der Azimutalmodenamplitude, während m_{76}^{+24} eine deutlich höhere Frequenz bei gleichzeitig geringerem Betrag hat.

Für beide betrachteten Moden sind die Abweichungen bei 16 Bit vernachlässigbar klein gegenüber allen Abweichungen in Kapitel 6. Neben der Auflösung der Diskretisierung

¹Telefonat mit dem Kundendienst des Herstellers Müller-BBM VibroAkustik Systeme GmbH am 07.07.2023

ist auch das analoge Messsignal selbst für die Abweichungen relevant. Ist das analoge Signal zum Zeitpunkt einer Messung nah an einem der Diskretisierungsniveaus, ist der Fehler aus der Diskretisierung kleiner als bei einem großen Abstand. Wie Tabelle 7.4 zeigt, sind die Abweichungen bei den anderen Moden für 16 Bit aber ebenfalls in der Größenordnung von denen in Tabelle 7.3.

Tabelle 7.3.: Einfluss der Diskretisierung bei der A/D-Wandlung auf Betrag $|A_m|$ und Phase $\angle A_m$ der Moden m_{32}^{-20} und m_{76}^{+24} für Sensor S_{A7} bei BP2 in Messebene D

A/D-Wandlung	Diskretisierung	m_{32}^{-20}		m_{76}^{+24}	
		$\Delta A_m $ [%-P.]	$\Delta \angle A_m$ [°]	$\Delta A_m $ [%-P.]	$\Delta \angle A_m$ [°]
6 Bit	15937,50 Pa	$2,74 \cdot 10^2$	$2,42 \cdot 10^0$	$1,59 \cdot 10^1$	$-1,68 \cdot 10^1$
8 Bit	3984,38 Pa	$-8,91 \cdot 10^0$	$-2,48 \cdot 10^{-1}$	$1,50 \cdot 10^0$	$1,31 \cdot 10^1$
10 Bit	996,09 Pa	$4,63 \cdot 10^{-2}$	$-1,46 \cdot 10^{-2}$	$1,40 \cdot 10^{-1}$	$9,00 \cdot 10^{-3}$
12 Bit	249,02 Pa	$1,19 \cdot 10^{-3}$	$8,00 \cdot 10^{-3}$	$-1,33 \cdot 10^{-2}$	$-3,41 \cdot 10^{-1}$
16 Bit	15,56 Pa	$7,76 \cdot 10^{-5}$	$3,76 \cdot 10^{-5}$	$-2,73 \cdot 10^{-5}$	$-1,07 \cdot 10^{-3}$
24 Bit	0,06 Pa	$1,62 \cdot 10^{-8}$	$-8,14 \cdot 10^{-8}$	$-2,47 \cdot 10^{-7}$	$-5,28 \cdot 10^{-7}$

Aus Gründen der Geheimhaltung können die absoluten Abweichungen der Beträge der Azimutalmodenamplituden $\Delta |A_m|$ nicht genannt werden. Diese sind aber in allen hier betrachteten Fällen um ein bis drei Größenordnungen kleiner als die Diskretisierungsschrittweite in der zweiten Spalte von Tabelle 7.3. Die starke Abnahme der Abweichungen lässt sich analog zu Abschnitt 7.4.3 begründen. Durch die Interpolation auf ein bekanntes Muster nehmen die Abweichungen während der Analyse ab.

Tabelle 7.4.: Einfluss der Diskretisierung bei der A/D-Wandlung auf Betrag $|A_m|$ und Phase $\angle A_m$ der betrachteten Moden für Sensor S_{A7} und für die kombinierte Auswertung bei BP2 in Messebene D mit 16 Bit

Mode	S_{A7}		Kombiniert	
	$\Delta A_m $ [%-P.]	$\Delta \angle A_m$ [°]	$\Delta A_m $ [%-P.]	$\Delta \angle A_m$ [°]
m_{32}^{-20}	$7,76 \cdot 10^{-5}$	$3,76 \cdot 10^{-5}$	$2,94 \cdot 10^{-6}$	$1,04 \cdot 10^{-5}$
m_{32}^{-8}	$-1,30 \cdot 10^{-4}$	$1,14 \cdot 10^{-3}$	$-3,99 \cdot 10^{-5}$	$2,45 \cdot 10^{-4}$
m_{38}^{-32}	$1,96 \cdot 10^{-4}$	$1,60 \cdot 10^{-3}$		
m_{64}^{+12}	$-1,06 \cdot 10^{-4}$	$1,29 \cdot 10^{-4}$	$3,76 \cdot 10^{-5}$	$1,36 \cdot 10^{-4}$
m_{64}^{+24}	$-1,05 \cdot 10^{-4}$	$9,97 \cdot 10^{-5}$	$3,60 \cdot 10^{-5}$	$5,49 \cdot 10^{-5}$
m_{70}^{+18}	$-3,00 \cdot 10^{-5}$	$4,92 \cdot 10^{-4}$	$-1,12 \cdot 10^{-6}$	$1,96 \cdot 10^{-4}$
m_{76}^{+24}	$-2,73 \cdot 10^{-5}$	$-1,07 \cdot 10^{-3}$	$4,89 \cdot 10^{-5}$	$-2,64 \cdot 10^{-4}$

7.5. Einbausituation

Die Positionierung der Sensoren ist durch die Zugänge im Gehäuse festgelegt. Im Rahmen der unvermeidbaren Fertigungsabweichungen können so Soll- und Ist-Position voneinander abweichen. Gleichermaßen unterliegen auch die Stopfen sowie die Distanzstücke

nach Abbildung 4.4. Fertigungsabweichungen. Beide Effekte werden nachfolgend betrachtet.

7.5.1. Abweichung der Umfangsposition

Eine unbekannte fertigungsbedingte Lageabweichung der Messstellen kann zu einer Fehlinterpretation der Messsignale führen. Um dies mit der Prozesskette zur Unsicherheitsanalyse zu berücksichtigen, werden die Drucksignale für verschobene Positionen synthetisiert, ohne dies in der Analyse zu berücksichtigen. Für den hier betrachteten Fall kann dies nur für die Umfangsposition erfolgen. Eine Bewertung von Abweichungen in axialer Richtung kann grundsätzlich auf die gleiche Weise erfolgen. Dazu ist es aber notwendig, die Aufteilung in Radialmoden zu kennen.

Die Fertigungsabweichungen werden normalverteilt um die Soll-Position angenommen. Für die Standardabweichung dieser Verteilung werden zwei Fälle angenommen. Ausgehend von Erfahrungen der institutsinternen Fertigung wird für den ersten Fall eine maximale Abweichung von $0,1^\circ$ für jeden Zugang angenommen. Ergänzend wird für den zweiten Fall eine Abweichung von bis zu $1,2^\circ$ betrachtet. Dieser Wert ist aus einer Messung in Messebene X abgeleitet (siehe Anhang D.6).

Da sich die Positionen im Betrieb nicht verändern können, werden diese in der Unsicherheitsanalyse je Iteration nur einmal berechnet. Abbildung 7.9. zeigt als Ergebnis dieser Betrachtung das 90 % Konfidenzintervall der Abweichung von Betrag und Phase der Azimutalmodenamplituden gegenüber dem Referenzwert für den Sensor S_{A7} sowie für die kombinierte Auswertung.

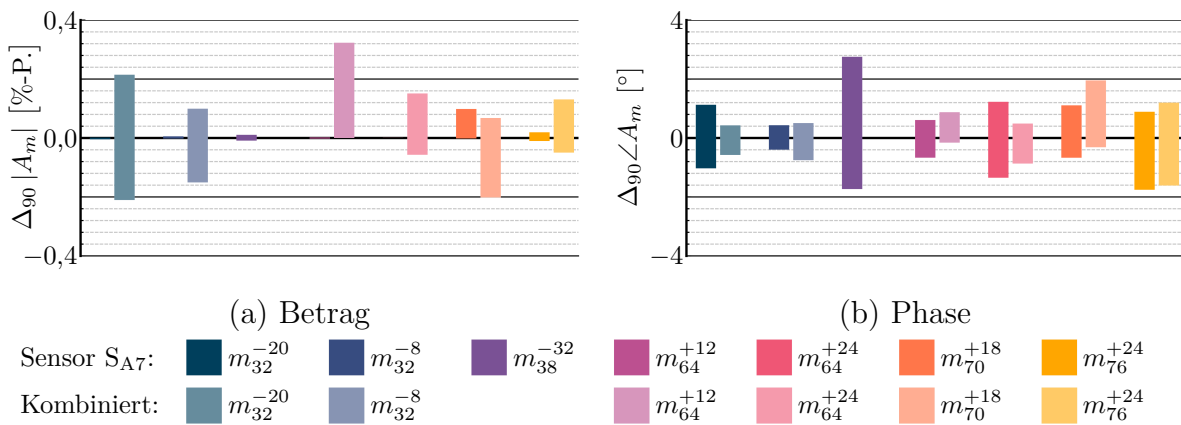


Abbildung 7.9.: 90 % Konfidenzintervall für die Abweichung von Betrag $|A_m|$ und Phase $\angle A_m$ gegenüber dem Referenzwert durch Fertigungsabweichung in Umfangsrichtung (bis zu $0,1^\circ$) für Sensor S_{A7} und für die kombinierte Auswertung bei BP2 in Messebene D

Der Einfluss auf die Beträge der Einzelsensoranalyse ist hier vernachlässigbar. Da jede Position im Messraster identisch verschoben wird, ist dies auch zu erwarten. Lediglich für m_{70}^{+18} ist eine Abweichung zum Referenzwert von etwa $0,1\%$ -P. festzustellen. Wie

Abbildung 8.13. zeigt, hat auch die absolute Position des Messrasters auf den ermittelten Betrag der Moden einen Einfluss. Es ist anzunehmen, dass dies auch hier der Grund für die Unsicherheit im Betrag ist.

Die Abweichungen für die Phase lassen sich bei bekannter Verschiebung analytisch berechnen. Am Beispiel der Mode m_{32}^{-20} sei dies erläutert. Für diese entspricht eine Positionsabweichung des Sensors von $0,1^\circ$ einer Abweichung von $1/180$ der räumlichen Periodenlänge. Daraus ergibt sich ein maximaler Phasenversatz von $\Delta\angle A_m = 360^\circ/180 = 2^\circ$. Der geringere Unsicherheitsbereich in Abbildung 7.9. ist auf die Betrachtung des 90% Konfidenzintervalls zurückzuführen.

Für die kombinierte Auswertung kann die Bewertung nicht analytisch erfolgen. Hier zeigen sich Abweichungen sowohl im Betrag als auch in der Phase. Im Vergleich zur Einzelanalyse sind die Unsicherheiten im Betrag deutlich größer, aber absolut betrachtet weiterhin gering. Die Unsicherheiten in der Phase sind dagegen ähnlich oder kleiner als in der Einzelanalyse.

Der Unsicherheitsbereich unter Annahme größerer Fertigungsabweichungen ist in Abbildung 7.10. dargestellt. Darin zeigt sich bei der Phase die zu erwartende Zunahme, die dem zuvor beschriebenen Verhalten folgt. Die Steigerung der Unsicherheit des Betrags fällt weniger stark aus, als es bei der Phase der Fall ist. Somit werden selbst unter der Annahme einer deutlich gesteigerten Fertigungsabweichung keine Unsicherheiten erreicht, die den Abweichungen in Kapitel 6 entsprechen.

Für die Bestimmung der Gesamtunsicherheit wird diese Variante nicht verwendet, sondern lediglich die zuvor betrachtete maximale Positionsabweichung von $0,1^\circ$.

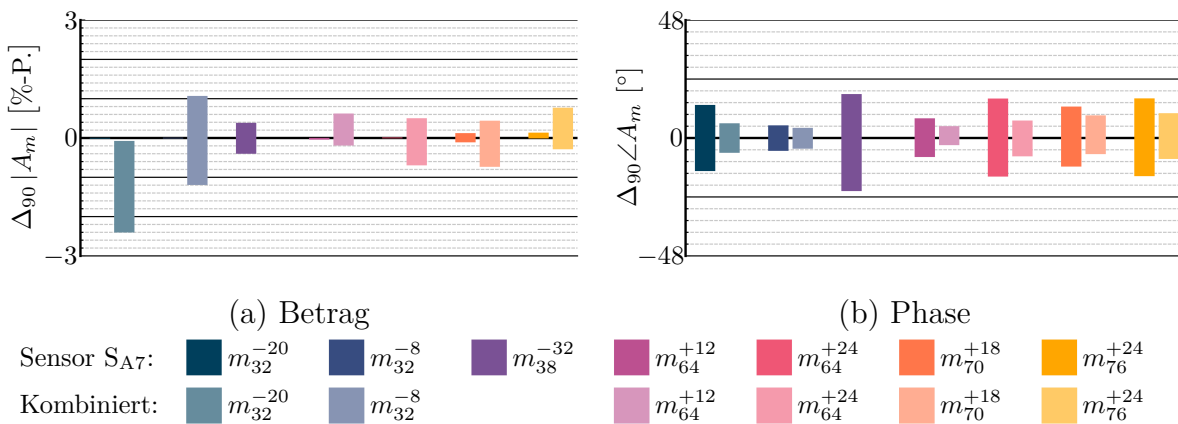


Abbildung 7.10.: 90% Konfidenzintervall für die Abweichung von Betrag $|A_m|$ und Phase $\angle A_m$ gegenüber dem Referenzwert durch erhöhte Fertigungsabweichung in Umfangsrichtung (bis zu $1,2^\circ$) für Sensor S_{A7} und für die kombinierte Auswertung bei BP2 in Messebene D

7.5.2. Rückstand in das Gehäuse

Für einen sicheren Betrieb des Prüfstands muss sichergestellt sein, dass die Rotoren keinen Kontakt zur umliegenden Messtechnik haben können. Trotz des vergleichsweise

großen Abstandes zu den Rotoren wurde für die Sensoren festgelegt, dass diese nicht in den Kanal hinein ragen dürfen. Fertigungsbedingt ist deshalb ein Rückstand von $\Delta r = 0,05 \text{ mm}$ vorgesehen. Selbst unter ungünstigen Kombinationen von Sonde, Distanzstück und Zugangsbohrung kann so ein Hineinragen in den Kanal verhindert werden. Dies wurde vor der Montage des Prüfstands im ausgebauten Zustand überprüft. Eine Messung des Rückstands in das Gehäuse ist im montierten Zustand nicht möglich.

So wie ein Hineinragen in den Kanal das Messergebnis beeinflussen würde, trifft dies auch bei einem Rückstand in das Gehäuse zu. Durch den in Abbildung 7.11. skizzierten Rückstand treten Resonanzeffekte auf, die die Messergebnisse in Betrag und Phase beeinflussen. In Literaturangaben sind solche Rückstände häufig mit Formen beschrieben, die einem Helmholtz-Resonator oder einem einseitig geschlossenen Rohr (engl.: *closed organ pipe*) entsprechen oder diesen ähneln. Für diese Formen finden sich analytische Korrekturmethode, deren Gültigkeitsbereich von den Abmessungen abhängt und in der Regel eingeschränkt ist. So nutzen *Bitter et al.* [7] in ihren Untersuchungen beispielsweise eine Korrektur basierend auf der Arbeit von *Bergh und Tijdeman* [6] für einen Rückstand in Form eines Helmholtz-Resonators.

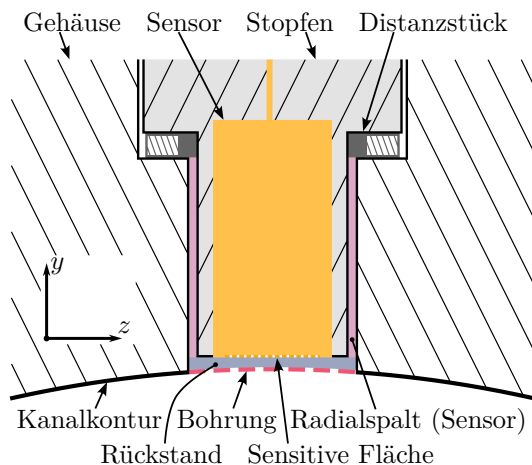


Abbildung 7.11.: Schnitt durch einen zurückstehenden Sensor im Gehäuse (Prinzipiskizze - Nicht maßstabsgetreu)

deckt. Der Betrag des instationären Drucks je Frequenz ist nicht konstant über die zurückstehende Fläche verteilt, sodass auch für Verstärkungsfaktor und Phasenversatz ein Einfluss zu erwarten ist. Die Auswertung der numerischen Daten hat dies bestätigt und zeigt, dass sich dieser Einfluss sowohl verstärkend als auch abschwächend auf Verstärkungsfaktor und Phasenversatz auswirken kann.

Hinzu kommt der Einfluss des Rückstands eines ebenen Sensors in ein näherungsweise zylindrisches Gehäuse (vgl. Abbildung 7.11.). Dieser Effekt wird von den analytischen Ansätzen ebenfalls nicht berücksichtigt.

Entsprechend des zuvor genannten gezielten Rückstands sowie auftretender Fertigungsungenauigkeiten, wird von Rückständen zwischen $0,00 \text{ mm}$ und $0,10 \text{ mm}$ ausgegangen.

Zur Bestimmung des Einflusses durch den Rückstand werden in dieser Arbeit im Gegensatz dazu numerische Simulationen herangezogen. Mit diesen wurde ein Datensatz für den Einfluss zurückstehender Sensoren erstellt, der in die Unsicherheitsanalyse eingebunden ist. Die Erstellung dieses Datensatzes sowie die Validierung an einem Datensatz aus der dynamischen Kalibrierung der Sensoren sind in Anhang D.3 gezeigt.

Auf analytische Ansätze wird hier verzichtet, da einerseits die Rückstände im Vergleich zum Durchmesser sehr klein sind und damit viele Ansätze aus der Literatur ihre Gültigkeit verlieren und andererseits der Sensor nicht die gesamte zurückstehende Fläche abdeckt.

Für jede Erregerordnung werden die Einflüsse auf die Einzelanalyse eines Sensors aus den Datenpunkten in Anhang D.3 durch Interpolation ermittelt. Für die typisch zu erwartenden Einflüsse auf Betrag und Phase zeigt Abbildung 7.12. die 90 % Konfidenzintervalle. Die Beträge der Einzelanalyse weichen bei Mode m_{32}^{-20} mit weniger als 1,4 %-P. am stärksten vom Referenzwert ab. Aufgrund der geringeren Beträge sind die anderen Moden weniger stark betroffen. Dementgegen steigen die Abweichungen der Phase mit steigender Frequenz. Der Einfluss auf die kombinierte Analyse ist dabei mit der Analyse der Einzelsensoren vergleichbar.

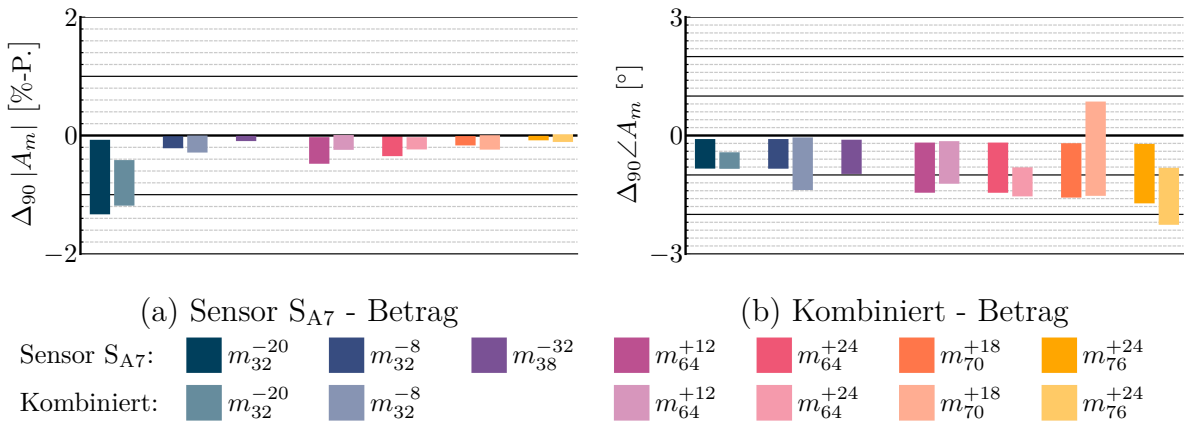


Abbildung 7.12.: 90 % Konfidenzintervall der Abweichungen von Betrag $|A_m|$ und Phase $\angle A_m$ gegenüber dem Referenzwert durch zurückstehende Sensoren (bis zu 0,10 mm) für Sensor S_{A7} und für die kombinierte Auswertung bei BP2 in Messebene D

7.6. Gesamtunsicherheit

Werden in der Unsicherheitsanalyse alle Einflüsse gemeinsam berücksichtigt, lässt sich die Gesamtunsicherheit abschätzen. Diese Unsicherheit umfasst hier nur die zuvor genannten Einflüsse. Darüber hinaus gibt es weitere Einflüsse, die das Messsignal beeinträchtigen, welche hier aber nicht berücksichtigt werden können.

Zu den nicht berücksichtigten Einflüssen gehören unter anderem Schwankungen der Versorgungsspannung, wie sie bei der dynamischen Kalibrierung der Sensoren (siehe Abschnitt 4.1.3) festgestellt wurden. Diese Schwankungen ließen sich auf die dort verwendete Spannungsversorgung zurückführen, weshalb von einer elektrischen Rückkopplung aus den Sensoren ausgegangen wird. Wie Abbildung 4.6. zeigt, ist dieser Effekt frequenzabhängig. Eine genauere Untersuchung dieses Phänomens war nicht möglich. Weiterhin ist auch das dynamische Verhalten der Sensoren im Allgemeinen temperaturabhängig. Die Sensoren verfügen zwar über eine Temperaturkompensation aber weder korrigiert diese jeden Temperatureinfluss noch umfasst sie den Einfluss auf das Luftvolumen zwischen der sensitiven Fläche des Sensors und dem Schutzschirm.

Dies sind zwei Beispiele für weitere Störeinflüsse, die hier aufgrund mangelnder Daten nicht erfasst werden können. Wie nachfolgend gezeigt wird, ist mit den hier berücksichtigten Einflüssen aber bereits davon auszugehen, dass die Größenordnung der Messun-

sicherheit plausibel abgeschätzt werden kann.

Abbildung 7.13. zeigt nun die erwarteten Unsicherheitsbereiche für Betrag und Phase in Form des 90 % Konfidenzintervalls. Dabei wird zwischen der Unsicherheit gegenüber dem Referenzwert (Abbildungen 7.13. (a) und (b)), so wie sie bei den Einzelfehlern betrachtet wird, und der Unsicherheit gegenüber dem Vorgabewert (Abbildungen 7.13. (c) und (d)) unterschieden. Der Vorgabewert entspricht den Messdaten, die als Eingangsgrößen der Synthese genutzt werden. Damit wird der Bereich beschrieben, in dem die tatsächliche Gesamtabweichung erwartet wird.

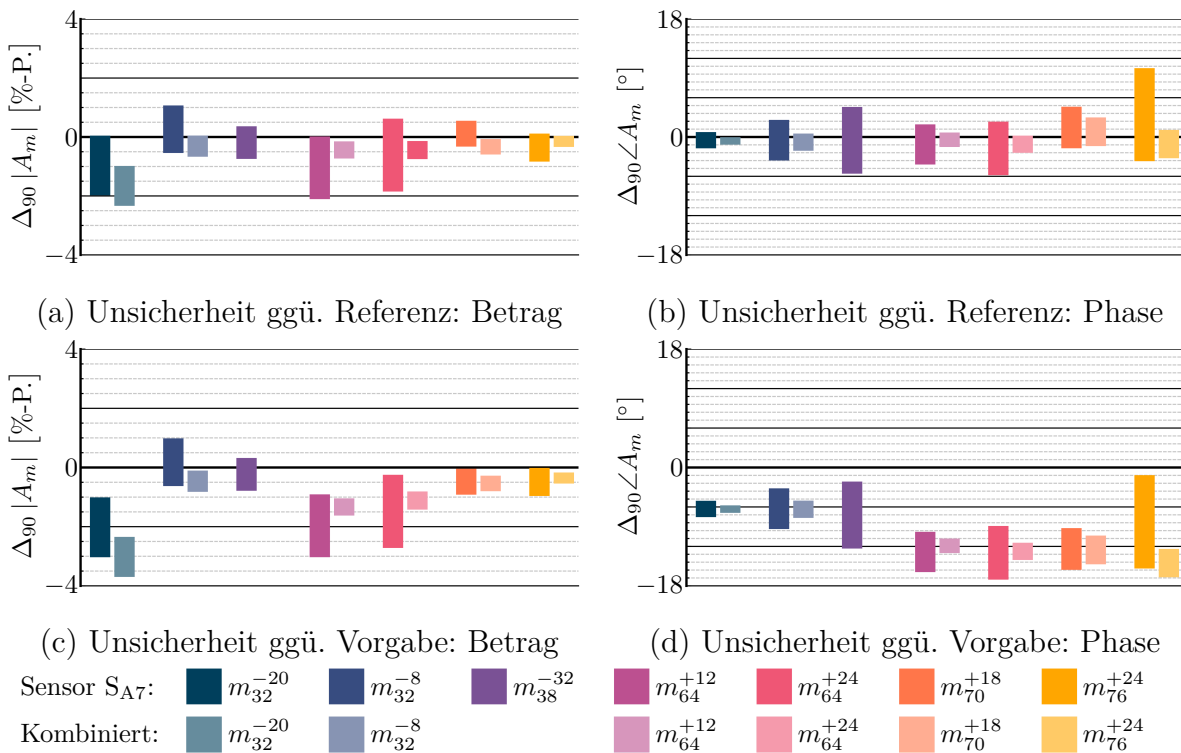


Abbildung 7.13.: 90 % Konfidenzintervall der Gesamtunsicherheit von Betrag $|A_m|$ und Phase $\angle A_m$ gegenüber dem Referenz- sowie dem Vorgabewert für Sensor S_{A7} und für die kombinierte Auswertung bei BP2 in Messebene D

Die Unsicherheitsbereiche der Einzelsensoren haben eine maximale Breite von 2,47 %-P. für den Betrag und von 14,19° für die Phase. Für die kombinierten Analysen liegen diese Breiten bei 1,35 %-P. und 4,31°. Die Breite des Unsicherheitsbereiches ist für den Vergleich gegenüber dem Referenzwert sowie gegenüber dem Vorgabewert bei jeder Mode identisch. Mit Wechsel des Bezugswertes findet lediglich eine Verschiebung des Bereichs statt.

Die Stabilität und Reproduzierbarkeit des Betriebspunktes nach Abschnitt 7.3 haben hier den größten Einzeleinfluss auf die Messunsicherheit. Für Moden mit hohen Beträgen, wie beispielsweise m_{32}^{-20} , können auch die Variation der Empfindlichkeit sowie der Rückstand der Sensoren in das Gehäuse nicht vernachlässigt werden. Der Unsicherheitsbereich der Phase ist vor allem für Moden mit hohen Frequenzen und niedrigen Beträgen groß.

Durch die sensorspezifischen Eingangsgrößen sowie die vom Messwert abhängigen Effekte ergeben sich ebenso sensorspezifische Unsicherheitsbereiche. Anhand dreier Moden sind diese in Abbildung 7.14. für alle Sensoren der Messebene D gezeigt. Die Daten verdeutlichen die sensorspezifische Breite der Unsicherheitsbereiche sowie einen individuellen Erwartungswert, um den sich dieser Bereich erstreckt. Die Größenordnung der Unsicherheit ist aber für alle Sensoren vergleichbar. Dabei zeigt sich im Vergleich zur kombinierten Auswertung, dass diese auch den anderen Sensoren gegenüber kleinere Unsicherheitsbereiche aufweist.

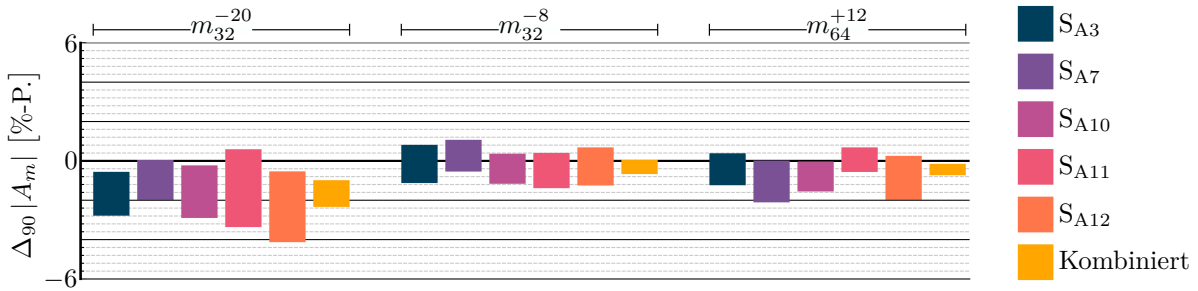


Abbildung 7.14.: 90 % Konfidenzintervall der Gesamtunsicherheit des Betrags $|A_m|$ gegenüber dem Referenzwert für alle Sensoren in Messebene D sowie für deren gemeinsame Auswertung. Gezeigt sind die Moden m_{32}^{-20} , m_{32}^{-8} und m_{64}^{+12} bei BP2 in Messebene D.

Werden die Einflüsse ausgeschlossen, die sich während oder vor der Analyse korrigieren lassen, reduziert sich der Unsicherheitsbereich, sodass sich für die drei zuvor betrachteten Moden die Unsicherheitsbereiche nach Abbildung 7.15. ergeben. Die Reduktion gegenüber Abbildung 7.14. ist dabei entsprechend der verwendeten individuellen Eigenschaften bei jedem Sensor anders. Sie ist aber insgesamt gering. An dieser Stelle überwiegen die nicht oder nur eingeschränkt korrigierbaren Einflüsse.

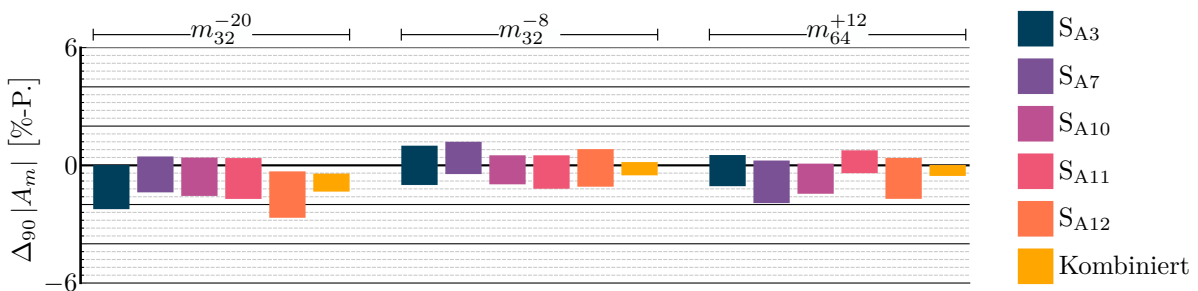


Abbildung 7.15.: 90 % Konfidenzintervall der nicht korrigierbaren Gesamtunsicherheit des Betrags $|A_m|$ gegenüber dem Referenzwert für alle Sensoren in Messebene D sowie für deren gemeinsame Auswertung. Gezeigt sind die Moden m_{32}^{-20} , m_{32}^{-8} und m_{64}^{+12} bei BP2 in Messebene D.

7.7. Wiederholungsmessung in Messebene X

Für die Validierung der Gesamtunsicherheit konnte bislang lediglich die Prüfung der Einzelfehler auf Plausibilität herangezogen werden. Die nötigen Wiederholungsmessun-

gen für eine experimentelle Validierung konnten aufgrund des Prüfstandsschadens (siehe Abschnitt 6.3) nicht durchgeführt werden. Lediglich in Messebene X wurde für BP2 eine Messung vor dem Schadensfall wiederholt. Diese Daten werden an dieser Stelle ersatzweise herangezogen.

Dazu sei erwähnt, dass diese zweite Messung nicht vollständig durchgeführt werden konnte. Diese musste nach 44 virtuellen Umfangspositionen aufgrund von Hardwareproblemen unterbrochen werden. Die geplante Wiederholung konnte aufgrund des Prüfstandsschadens ebenfalls nicht durchgeführt werden. Es liegt somit lediglich ein stark eingeschränkter Datensatz für eine Validierung vor.

Für eine Bewertung des reduzierten Datensatzes werden die Ergebnisse der ersten Messung in Messebene X zweimal ausgewertet. Die erste Auswertung erfolgt mit allen 122 Umfangspositionen. Die zweite Auswertung umfasst nur jene Messstellen, an denen auch in der zweiten Messung Daten aufgezeichnet wurden. Für die Mode m_{32}^{-20} zeigt sich im Vergleich der Beträge ein Unterschied beider Auswertungen von 0,68 %-P. Auf dieser Grundlage ist davon auszugehen, dass eine Auswertung dieser Mode auch für die zweite Messung repräsentativ ist. Dementsprechend werden beide Messungen mit den gleichen 44 virtuellen Umfangspositionen ausgewertet und verglichen.

Bei der Wiederholungsmessung handelt es sich nicht um eine reine Wiederholung der ersten Messung. Gegenüber der ersten Messung, wurden in der zweiten alle Sensoren um zwei Positionen verschoben. Somit schließt dieser Vergleich neben der Reproduzierbarkeit auch den Einfluss unterschiedlicher Sensoren ein. Ebenso ist auch die Möglichkeit leicht abweichender Rückstände gegeben.

Abbildung 7.16. (a) (links) zeigt dazu die Beträge von Mode m_{32}^{-20} aus der ersten Messung. Abbildung 7.16. (a) (rechts) ergänzt diese um die zugehörigen Beträge der Wiederholungsmessung. Der Wechsel der Sensoren ist an zwei Beispielen gekennzeichnet. Die positionsabhängigen Unterschiede sind in Abbildung 7.16. (b) als Differenz der Beträge beider Messungen gezeigt.

Diese Daten verdeutlichen, dass es große Abweichungen zwischen den unterschiedlichen Absolutpositionen gibt. Wie in Kapitel 8 auch an numerischen Simulationsergebnissen gezeigt wird, treten diese in einem idealen Verdichter ohne Störungen nicht auf.

Die maximale Differenz beider Messungen liegt bei weniger als 4 %-P. je Umfangsposition. Dies ist etwa $1/10$ des Unterschieds zwischen minimalem und maximalem Betrag in dieser Ebene und gleichzeitig in der Größenordnung der abgeschätzten Gesamtunsicherheit für Messebene D wie sie in Abschnitt 7.6 gezeigt ist. Die abgeschätzte Größenordnung der Unsicherheiten in Messebene D erscheint somit plausibel.

Die Sensoren in Messebene X sind über etwas weniger als den halben Umfang verteilt (siehe Tabelle A.1.). Aus Abbildung 7.16. (a) ließe sich somit ein Störeinfluss erwarten, der sich sechs Mal über den Umfang wiederholt. In der Analyse dieser Daten konnte allerdings keine entsprechende Störquelle ausgemacht werden. Aus der Analyse anderer Moden der gleichen Messungen kommt hinzu, dass diese mitunter keine oder andere Muster aufweisen.

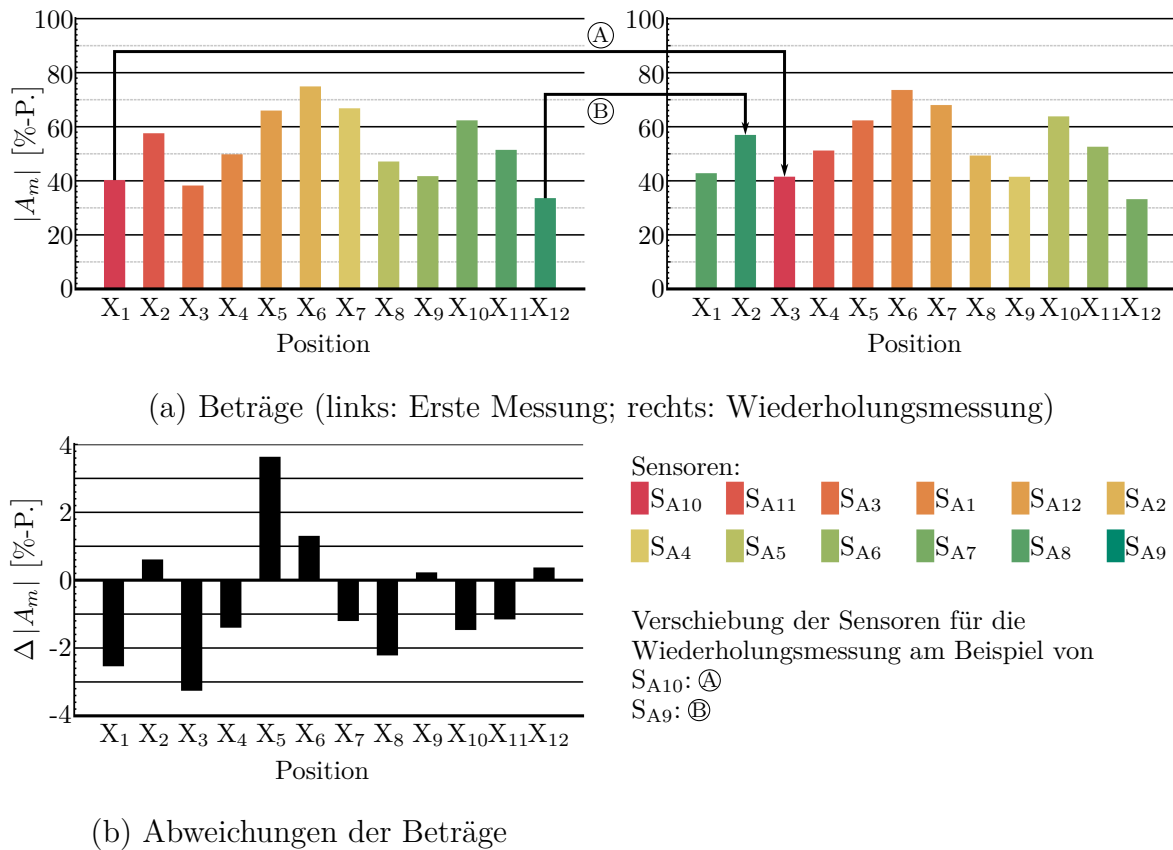


Abbildung 7.16.: Beträge $|A_m|$ der Mode m_{32}^{-20} aus den Wiederholungsmessungen mit Sensorwechsel in Messebene X (a) und Differenzen der Beträge $\Delta|A_m|$ in Abhängigkeit von der Umfangspositionen (b)

7.8. Einfluss der Messunsicherheit

Die vorgestellten Ergebnisse zeigen, dass die Unsicherheiten bei der Messung von Azimutalmodenamplituden nicht zu vernachlässigen sind. Diese sind aber weder einzeln, noch in Kombination eine Erklärung für die Abweichungen zwischen den ermittelten Beträgen einzelner Sensoren in derselben Messebene nach Kapitel 6. Die Messungen und Analysen in Messebene X haben dies ebenfalls deutlich gezeigt.

Für die Ursache der Abweichungen ergibt sich somit die Schlussfolgerung, dass die Quelle in der Kernströmung des Verdichters liegt oder die Störungen durch diese übertragen werden. In Kapitel 8 werden daher exemplarisch zwei Geometrieabweichungen von einer ideal umfangsperiodischen Schaufelreihe betrachtet.

Unter den Einzelfehlern zeigt sich vor allem die Betriebspunktstabilität und -reproduzierbarkeit als größter Unsicherheitsfaktor. Für die Phase kommen der Rückstand in das Gehäuse sowie Fertigungsabweichungen in Umfangsrichtung hinzu. Dabei sind Moden mit geringen Beträgen der Azimutalmodenamplituden sowie jene mit hohen Frequenzen und Umfangsmodenordnungen am stärksten betroffen.

Wird an dieser Stelle auch eine fehlende dynamische Kalibrierung der Sensoren betrach-

tet, stellt diese die bedeutendste Fehlerquelle dar. Wie Abbildung A.5. zeigt, gilt dies besonders für hohe Frequenzen. Für eine andere Art von Sensor, ohne eingeschlossenes Luftvolumen, ist der Frequenzeinfluss auf den Sensor wesentlich geringer, wie es beispielsweise bei *Faßbender* [20] gezeigt ist. Weiterhin darf bei hohen Frequenzen auch der Einfluss der Mittelung über die Sensorfläche nicht vernachlässigt werden (siehe Abschnitt 4.1.3). Diese Einflüsse wirken gleichermaßen auf alle Sensoren, sodass auch hiermit die Abweichungen nicht erklärt werden können.

Für experimentelle Modenanalysen empfiehlt sich eine präzise Charakterisierung jedes eingesetzten Sensors sowie der gesamten Messkette. Neben dem stationären Verhalten ist hier besonders auf die dynamischen Eigenschaften zu achten. Vor allem für aeroelastische Analysen können noch weitaus höhere Frequenzen von Bedeutung sein, als sie hier betrachtet werden konnten. So hat *Terstegen* [87] die Erregerordnung EO52_{rel} analysiert. Dies ist die Erregerordnung 52 im Relativsystem und entspricht damit der ersten Harmonischen des ersten Stators an diesem Prüfstand. Dazu führte er Messungen im Absolutsystem bis zur Erregerordnung EO192 durch.

Der hier betrachtete BP2 ist hinsichtlich Temperatur und Drehzahl ein moderater Betriebspunkt eines mehrstufigen Verdichters. Für höhere Drehzahlen, weiter stromab liegende Messebenen sowie Verdichter mit mehr Schaufelreihen, als im hier betrachteten Fall, sind daher im Allgemeinen größere Messunsicherheiten zu erwarten. Dies macht deutlich, dass eine einfache Messung ohne weitere Betrachtung der Unsicherheiten nicht ausreichend ist. Nach Möglichkeit sollten die hier betrachteten Unsicherheitsfaktoren durch Korrekturen kompensiert werden. In Abschnitt 7.6 ist dazu bereits gezeigt, für welche Einflussfaktoren sich die Unsicherheit durch eine präzise Kalibrierung der Sensoren direkt reduzieren lässt.

Mit der Analyse der Messunsicherheit ist das erste Ziel dieser Arbeit erreicht. Die relevanten Einflussfaktoren sind hervorgehoben und es wird gezeigt, dass die Unsicherheit sowohl vom Sensor als auch vom Signal selbst abhängen. Für BP2 der hier betrachteten Messungen zeigt sich dabei aber auch, dass neben Unsicherheiten in der Messung noch weitere Effekte störend einwirken.

8. Störeinflüsse aus der Kernströmung

Die Analysen in Kapitel 7 zeigen, dass Messfehler nicht die alleinige Ursache für die Unterschiede in den Beträgen der Azimutalmodenamplituden aus Kapitel 6 sind. In einem weiteren Schritt werden daher Störungen in der Kernströmung des Verdichters näher betrachtet. Dies geschieht hier mittels numerischer Simulationen, bei denen exemplarisch geometrisch veränderte Schaufeln des ersten Stators betrachtet werden. Damit weicht der Verdichter von seinem Ideal ab, wie es typischerweise in numerischen Simulationen angenommen und in Experimenten angestrebt wird. Als ideal wird ein Verdichter in dieser Arbeit bezeichnet, wenn dieser keinerlei Abweichungen von der Soll-Geometrie aufweist und ausschließlich aus Rotor, Stator, Gehäuse und gegebenenfalls rotations-symmetrischen Kavitäten besteht. Geometrische Unterschiede zwischen den Schaufeln einer Reihe sind für den idealen Verdichter ebenfalls ausgeschlossen.

Abweichungen vom idealen Verdichter können vielfältig sein. An dieser Stelle werden stellvertretend zwei Möglichkeiten untersucht. Zum einen wird eine instrumentierte Variante der ersten Statorschaufel betrachtet. Diese ist den im Verdichter verbauten Schaufeln nachempfunden, wie sie auch während den Messungen von Kapitel 6 im Einsatz waren.

Zusätzlich wird der Einfluss einer Schaufel mit verändertem Staffelungswinkel untersucht. Für diese Geometrievariation werden insgesamt vier unterschiedliche Varianten betrachtet, die sich durch den Staffelungswinkel der veränderten Schaufel unterscheiden. Neben diesen schaufelgebundenen Einflüssen ist noch eine Vielzahl weiterer Abweichungen möglich, die das Strömungsfeld störend beeinflussen können. Dazu zählen die Zugangsbohrungen im Gehäuse, die Eintrittsrechen in der Messebene VE sowie die Asymmetrien in der Zuströmung nach Abbildung 4.18. Diese Effekte werden hier nicht betrachtet.

In diesem Kapitel wird in der Regel nur die Messebene D bei BP2 betrachtet. Diese Information wird an den Abbildungen und Tabellen dieses Kapitels nicht wiederholt. Abweichungen davon werden wie zuvor entsprechend gekennzeichnet.

8.1. Instrumentierte Schaufeln

Die instrumentierten Schaufeln stellen während den Messungen in Kapitel 6 die größte geometrische Abweichung gegenüber der Beschaukelung des idealen Verdichters dar. Von diesen wird daher auch ein entsprechender Störeinfluss auf die Strömung erwartet. Für die weiteren Analysen werden dazu vier Varianten betrachtet, welche sowohl aerodynamisch als auch hinsichtlich der Messung rotierender Moden verglichen werden. Diese Varianten unterscheiden sich lediglich in den Schaufeln des ersten Stators, wie es in Abbildung 5.2. (a) skizziert ist. Details zum Aufbau der Modelle dieser vier Varianten werden in Abschnitt 5.3 erläutert.



Abbildung 8.1.:
Kiel-Sonden an der
Schaufelvorderkante

Die Varianten ⑪ und ⑭ entsprechen dem idealen Verdichter, wie er auch in den Simulationen zu Kapitel 6 angenommen wird. Der Unterschied beider Varianten ist lediglich, dass in ⑪ eine Schaufel des ersten Stators verwendet wird, während im Simulationsmodell von ⑭ vier Schaufeln des ersten Stators enthalten sind. Die Schaufeln und auch die Netze sind dabei identisch, womit beide Varianten den geometrisch gleichen Verdichter abbilden. Die Variante ⑫ besteht in der Reihe des ersten Stators aus einer instrumentierten Schaufel. Mit der Kombination der vorherigen Varianten stellt ⑬ nun jene Variante dar, die im Fokus der Untersuchungen in diesem Abschnitt steht. Diese Variante kombiniert eine instrumentierte Schaufel mit drei nicht instrumentierten Schaufeln. Die Variante ⑭ ist damit eine Annäherung an den experimentellen Prüfstands Aufbau. Für die genaue Nachbildung des Prüfstands aufbaus mit den korrekten Positionen der instrumentierten Schaufeln müsste eine Vollkranzsimulation über den gesamten Umfang durchgeführt werden. In Kombination mit den feinen Netzen der instrumentierten Schaufeln würde dies erhebliche Ressourcen zur Berechnung erfordern. Da sich der grundsätzliche Einfluss einer instrumentierten Schaufel auch an diesem Fall zeigen lässt, wird von der vollständigen Modellierung abgesehen. Zu beachten ist dabei aber, dass so die Anzahl instrumentierter Schaufeln in der gesamten Reihe von sechs im Experiment auf 13 in der Simulation steigt.

Ein Beispiel für die Instrumentierung an der Vorderkante einer Schaufel ist in Abbildung 8.1. gezeigt. Trotz der kleinen räumlichen Abmessungen hat diese Art der Instrumentierung bekanntermaßen einen Einfluss auf die Strömung. Die Messstellen für 2D-Traversen mit pneumatischen Fünfloch- oder Totaltemperatursonden werden daher so gewählt, dass diese einen großen Abstand zu den instrumentierten Schaufeln haben. Auch die Messstellen der instationären Druckmessungen sind so gewählt, dass sie sich weit entfernt von den instrumentierten Schaufeln und deren prognostizierten Nachläufen befinden.

8.1.1. Einfluss instrumentierter Schaufeln auf die stationäre Aerodynamik

Nachfolgend wird der Einfluss der Instrumentierung auf den Betriebspunkt sowie auf den Nachlauf der Schaufel gezeigt. Dazu werden alle in Abbildung 5.2. (a) gezeigten Varianten betrachtet. Für die Referenzierung auf einzelne Schaufeln werden die Identifikatoren (A, B, ...) verwendet, welche ebenfalls in der Abbildung angegeben sind.

Der Einfluss der Instrumentierung ist bereits im Kennfeld deutlich ersichtlich. Abbildung 8.2. zeigt die Änderungen von Massenstrom und Totaldruckverhältnis bzw. isentropen Wirkungsgrad gegenüber den numerischen Simulationen von ⑪ und ⑭. Die beiden Varianten ohne Instrumentierung liegen erwartungsgemäß auf derselben Kennlinie. Für die

späteren Analysen werden jeweils die Punkte auf der Arbeitslinie verwendet, welche in der Abbildung gesondert hervorgehoben sind. Diese entsprechen dem jeweiligen Betriebspunkt BP2.

Durch die zusätzlichen Verluste der Instrumentierung sinkt der Wirkungsgrad für ⑪ um knapp 1,40 % gegenüber Variante ⑨. Für die Variante ⑭ sind es etwa 0,36 % und damit etwa ein Viertel des Wirkungsgradverlustes von Variante ⑪. Unter Berücksichtigung der jeweils instrumentierten Anzahl an Statorschaufeln zeigt sich hier ein annähernd linearer Zusammenhang. Wird diese einfache Annahme auf das Experiment übertragen, ist dort von einem Wirkungsgradrückgang durch die Vorderkanteninstrumentierung am ersten Stator von etwa 0,16 % auszugehen.

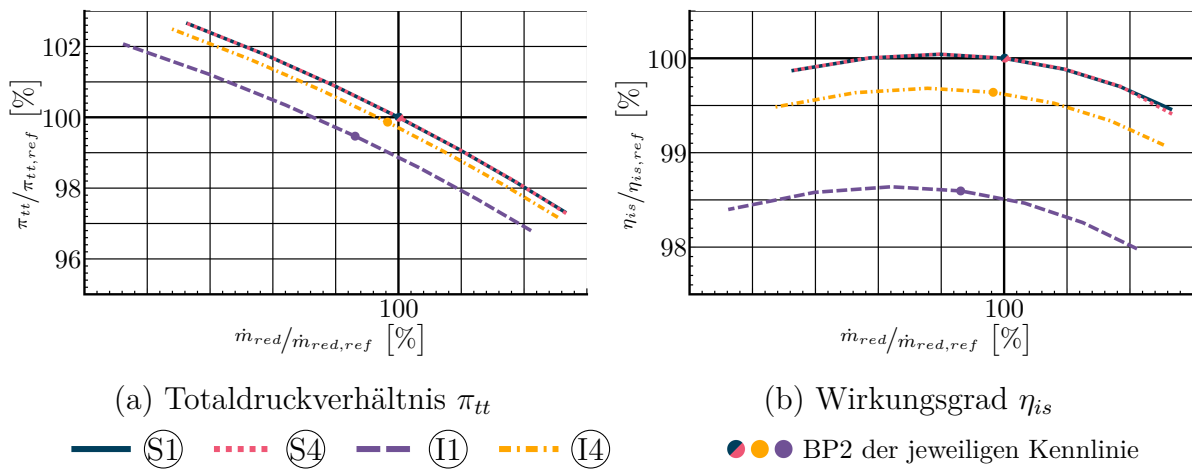


Abbildung 8.2.: Einfluss instrumentierter Schaufeln auf die Position im Kennfeld. Der Referenzfall ist Variante ⑨

Der Einfluss der Instrumentierung zeigt sich auch direkt in der Zu- sowie in der Abströmung der Schaufeln. Für die Abströmung ist dies in Abbildung 8.3. als Totaldruckdifferenz

$$\Delta p_t = p_t - p_{t,S1} \quad (8.1)$$

der Passagen ⑪-A, ⑭-A und ⑭-C gegenüber der Passage ⑨-A ($p_{t,S1}$) in Messebene D gezeigt. Die maximale Abweichung gegenüber ⑨-A wird für ⑭-A erreicht. Dieser Maximalwert wird in Abbildung 8.3. als Referenz für die Abweichung des Totaldrucks herangezogen. Die Verteilung ist entlang des relativen Radius nach Abbildung 2.1. (b) und der relativen Umfangsposition einer Passage

$$\varphi_{rel,P} = \frac{\varphi - \varphi_{min}}{\frac{360^\circ}{NB}} \quad (8.2)$$

gezeigt. Die Schaufelzahl des ersten Stators liegt bei $NB = 52$. Die minimale Umfangsposition φ_{min} wird je Radius separat ermittelt.

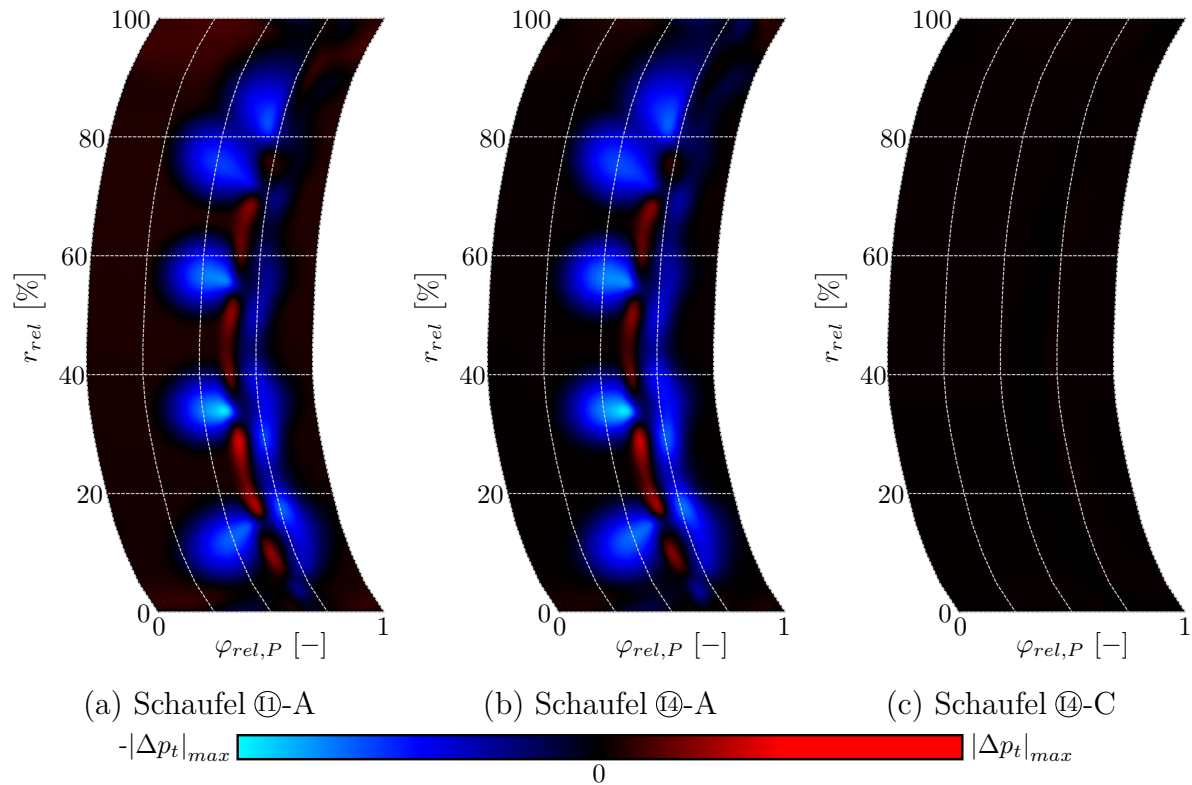


Abbildung 8.3.: Abweichung des Totaldrucks Δp_t (8.1) der Schaufeln ⑪-A, ⑭-A und ⑭-C gegenüber Schaufel ⑨-A

Die fünf Kiel-Sonden sind in den Passagen ⑪-A und ⑭-A deutlich zu erkennen. Die maximalen Abweichungen gegenüber Passage ⑨-A treten in Passage ⑭-A auf (100 %). Mit lediglich 8,1 % dieser Abweichungen sind für Passage ⑭-C keine signifikanten Abweichungen gegenüber Passage ⑨-A auszumachen. Für die Passagen ⑭-B und ⑭-D verhält es sich ähnlich. Diese weichen um maximal 4,1 % bzw. 5,9 % von ⑨-A ab. Dabei geht hier auch eine Verschiebung des Totaldruckniveaus ein, welche durch die Änderung der Position im Kennfeld hervorgerufen wird.

Die Abweichungen der Schaufeln aus der Konfiguration ⑨ sind gegenüber der Schaufel ⑨-A sehr gering und im Vergleich zu den Varianten ⑪ und ⑭ vernachlässigbar.

Insgesamt lässt sich festhalten, dass der Einfluss auf die stationären Größen wie den Totaldruck nur direkt hinter der instrumentierten Schaufel deutlich ist. Der störende Einfluss auf Nachbarschaufeln ist bereits wesentlich geringer und ließe sich nur im direkten Vergleich der Nachläufe zweier Passagen feststellen.

8.1.2. Einfluss instrumentierter Schaufeln auf die Messung rotierender Moden

Werden nun die instationären Drücke bei EO32 herangezogen, zeigen sich für die vier analysierten Varianten die in Abbildung 8.4. dargestellten instationären Druckverteilungen am Gehäuse. Die Umfangsposition wird für alle Passagen gemeinsam, in Anlehnung an (8.2), als

$$\varphi_{rel} = \frac{\varphi - \varphi_{min,A}}{\frac{360^\circ}{NB}} \quad (8.3)$$

geschrieben. $\varphi_{min,A}$ ist darin die minimale Umfangsposition der Passage A. Auch hier erfolgt die Berechnung der minimalen Umfangsposition je Radius separat.

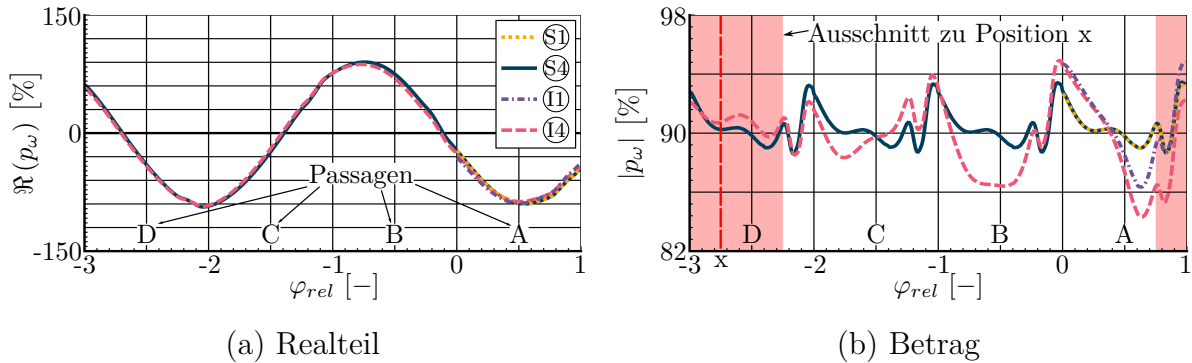


Abbildung 8.4.: Instationäre Druckverteilungen der Varianten $\textcircled{S1}$, $\textcircled{S4}$, $\textcircled{I1}$ und $\textcircled{I4}$ am Gehäuse

Im direkten Vergleich der Realteile sind nur geringe Unterschiede auszumachen. Im Detail zeigen sich die Unterschiede für die Beträge der Azimutalmodenamplituden dagegen deutlicher.

Die Beträge der Varianten $\textcircled{I1}$ und $\textcircled{S4}$ sind sich in Passage A erwartungsgemäß sehr ähnlich. Abweichungen treten lediglich aufgrund endlicher Konvergenzkriterien der Simulationen auf. Als Konvergenzkriterium ist mit der Schalleistung hier eine integrale Größe der Ebene gewählt. Auf einzelnen Radien sind somit leichte Schwankungen möglich. Die Abweichungen der Passage A zu den Passagen B bis D der Variante $\textcircled{S4}$ lassen sich ebenfalls auf die Konvergenzkriterien zurückführen. Die Periodizität der Passagen ist für diese Variante sehr gut.

Anders ist dies für Variante $\textcircled{I4}$. Hier unterscheiden sich die Verteilungen des instationären Drucks der einzelnen Passagen deutlich. Lediglich die Periodizität über vier Passagen bleibt aufgrund der periodischen Randbedingungen erhalten. Mit Abstand zur instrumentierten Schaufel nähern sich $\textcircled{S4}$ und $\textcircled{I4}$ an, erreichen aber für keine Passage eine gute Übereinstimmung. Gleichermaßen wird auch keine Übereinstimmung zwischen den Varianten $\textcircled{I1}$ und $\textcircled{I4}$ erreicht. Durch die gegenseitige Beeinflussung benachbarter Schaufeln, werden auch für diese Varianten nur abschnittsweise ähnliche Beträge erreicht.

Die vom Idealfall abweichende Periodizität von $\textcircled{I4}$ lässt sich auch in experimentellen Daten beobachten. Abbildung D.10. zeigt dazu die Beträge sowie die Realteile einer Messung in Messebene X mit zwölf Sensoren. Werden die Sensoren einzeln betrachtet, zeigt sich für einige, dass die Periodizität dort nicht der eines idealen Verdichters entspricht. Unter idealen Bedingungen müsste sich der Betrag für einen ortsfesten Sensor bei Verdrehung des ersten Statorrings auch im Abstand des Teilungswinkels dieses Stators wiederholen. Dies ist in Abbildung D.10. allerdings nicht für alle Sensoren der Fall. Dies deckt sich mit den Beobachtungen zu Abbildung 8.4. (b). Schaufelgebundene Einflüsse, wie sie hier numerisch untersucht werden, sind eine mögliche Quelle für ein solches Verhalten. In Anhang D.6 wird die Messung näher beschrieben.

Die weitere Analyse der numerischen Datensätze findet für jede Variante auf Grundlage der Azimutalmodenamplituden statt, so wie es auch für die experimentellen Analysen in Kapitel 6 der Fall ist. Dazu wird ein Segment mit der Breite einer Teilung aus den numerischen Datensätzen ausgeschnitten und auf 360° erweitert. Durch die fehlende Periodizität nach einer Passage, kommt es bei Verläufen, wie dem von ④ in Abbildung 8.4., zu Sprüngen in der Umfangsverteilung. Um die Phasenlage richtig wiederzugeben, wird der Ansatz nach (4.2) für die komplexen Drücke verwendet, so wie er auch bei den experimentellen Analysen zum Einsatz kommt. Durch dieses Vorgehen wird angenommen, dass ein Segment mit der Breite einer Passage repräsentativ für den gesamten Umfang ist.

Aus der so erzeugten 360° -Verteilung werden an den Umfangspositionen des experimentellen Messrasters nach Tabelle A.2. jeweils die instationären Drücke extrahiert. Aus diesen 122 Messstellen werden die Azimutalmodenamplituden der Erregerordnung EO32 ermittelt. Dazu kommt die gleiche Prozesskette wie im Experiment zum Einsatz. Somit gelten für Simulation und Experiment die gleichen Bedingungen, soweit dies möglich ist.

Dieses Vorgehen wird je Passage 25 mal angewandt. Dazu wird jedes Segment um $1/25$ einer Teilung gegenüber dem vorherigen Segment verschoben. Die Breite der Segmente bleibt dabei stets konstant. Überschreitet ein Segment den simulierten Bereich, werden die entsprechenden Daten vom Anfang bzw. Ende des Simulationsbereichs angehängt. In Abbildung 8.4. (b) ist beispielhaft ein Segment in Rot hervorgehoben, das sich von $\varphi_{rel} = -2,25$ bis $0,75$ erstreckt. Die Markierung x zeigt, wie das Segment im Weiteren angegeben wird. Dies geschieht jeweils mit der Azimutalposition in der Mitte des Segments.

Mit diesem Ansatz werden für die Varianten ⑨ und ⑩ jeweils 25 Segmente zur Analyse erzeugt, für die Varianten ④ und ⑬ sind es jeweils 100. Durch die Analyse einzelner Passagen lässt sich ermitteln, wie sich die Wahl der Absolutposition eines Sensors auf die ermittelten Azimutalmodenamplituden auswirkt. Mit der feinen räumlichen Auflösung lassen sich dabei auch hohe Gradienten der Azimutalmodenamplituden über den Umfang ausmachen.

Das zuvor beschriebene Vorgehen wird separat auf 25 Radien über den gesamten Bereich zwischen Gehäuse und Nabe durchgeführt. Aus den so gewonnenen Daten lässt sich für jeden Radius ein arithmetischer Mittelwert und ein Streubereich analog zu Abbildung 6.3. definieren. Somit kann neben der absoluten Umfangsposition auch der Einfluss der Radialposition eines Sensors bewertet werden. Der störende Einfluss eines Sensors auf die Messung bzw. die Strömung wird hier nicht berücksichtigt.

Die ausgewerteten Azimutalmodenamplituden der Mode m_{32}^{-20} sind in Form ihrer Beträge in Abbildung 8.5. für alle Varianten zusammengefasst. Die Radialverteilung in Abbildung 8.5. (a) ist für alle Varianten sehr ähnlich. Wird die Verteilung am Gehäuse in Abbildung 8.5. (b) im Detail betrachtet, zeigen sich für Variante ④ Abweichungen von etwas mehr als 2%-P. zwischen minimalem und maximalem Betrag $|A_m|$. Diese sind wesentlich geringer als die in Kapitel 6 beobachteten Abweichungen. Die Vorder-

kanteninstrumentierung am ersten Stator spielt bei diesen Abweichungen somit nur eine untergeordnete Rolle. Da es sich hier um eine systematische Abweichung handelt, kann damit aber trotzdem gezeigt werden, dass Abweichungen von der idealen Schaufel grundsätzlich zu den beobachteten Abweichungen beitragen können. Um Unterschiede zwischen einzelnen absoluten Messstellen zu erreichen, wie sie in Kapitel 6 gezeigt sind, sind allerdings andere Geometrieabweichungen nötig.

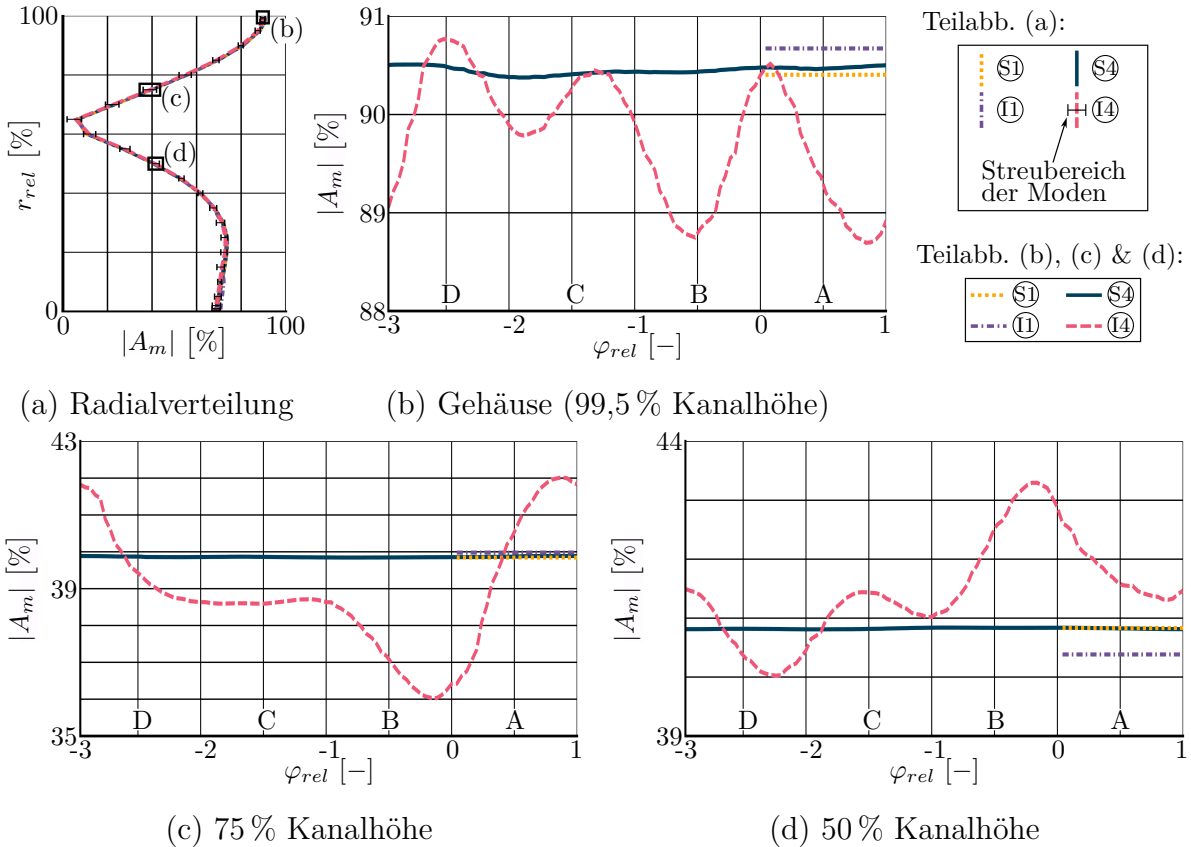


Abbildung 8.5.: Radial- und Azimutalverteilung der Beträge $|A_m|$ von Mode m_{32}^{-20} für die Varianten $\textcircled{S1}$, $\textcircled{S4}$, $\textcircled{I1}$ und $\textcircled{I4}$. Die Beträge sind für 25 Segmente je Passage mit den Daten nach Abbildung 8.4. berechnet.

Werden die Abbildungen 8.5. (c) und (d) herangezogen, zeigen sich größere Differenzen zwischen minimalem und maximalem Betrag der Variante $\textcircled{I4}$. Die Verläufe unterscheiden sich hier auch qualitativ von denen am Gehäuse. Durch die instrumentierten Schaufeln kann es somit auch zu größeren Abweichungen kommen, als es hier für den gehäusenahen Bereich festgestellt wurde. Weiterhin zeigt sich auf allen drei im Detail betrachteten Radien eine höhere Übereinstimmung von $\textcircled{I1}$ mit $\textcircled{S1}$ bzw. $\textcircled{S4}$ als von $\textcircled{I4}$ mit einer der anderen Varianten. Geometrisch ist $\textcircled{I1}$ dagegen der Variante $\textcircled{I4}$ ähnlicher als den beiden Varianten des idealen Verdichters. Dies deckt sich mit den Verläufen in Abbildung 8.4. (b), bei denen ebenfalls für $\textcircled{I4}$ die größten Abweichungen gegenüber $\textcircled{S4}$ auszumachen sind.

Die Differenz zwischen minimalem und maximalem Betrag von $\textcircled{S4}$ liegt in Abbildung 8.5. (b) unterhalb von 0,14 %-P. Wie zuvor bereits beschrieben, handelt es sich hier um

Abweichungen, die durch die gewählten Konvergenzkriterien auch in einem ideal periodischen Fall möglich sind. Hin zur Kanalmitte sinken diese Unterschiede auf 0,04 %-P. (75 % Kanalhöhe) bzw. 0,03 %-P. (50 % Kanalhöhe). Die geringen Abweichungen verdeutlichen hier, dass das Verfahren der virtuellen Traversierung in einem idealen Verdichter präzise funktioniert.

Bonneau et al. [8] beobachteten bei Simulationen eines UHBR-Fans unter Berücksichtigung der Triebwerks-Stützstrukturen ein vergleichbares Verhalten wie hier bei ⑭. Wird eine Passage als repräsentativ angenommen, ergibt sich bei ihnen ebenfalls für jede Passage eine andere Schallleistung. Die bei ihnen berücksichtigten geometrischen Abweichungen der Stützstruktur gegenüber den normalen Austrittsleiträdern sind allerdings wesentlich größer als die hier betrachteten Unterschiede. Von *Bonneau et al.* [8] fand kein Vergleich zur idealen Variante ohne Stützstrukturen statt.

Bewertung unterschiedlicher Analyseansätze

Für experimentelle Untersuchungen ist nun von Interesse, wie gut die ermittelten Azimutalmodenamplituden die Druckverteilung des gesamten Umfangs wiedergeben können. Für die Bewertung werden das SRV_R und das Rauschen R_R nach (4.12) bzw. (4.13) verwendet. Dazu wird im Weiteren zwischen den folgenden Fällen bei der Rekonstruktion einer Umfangsverteilung unterschieden.

- Ⓐ Rekonstruktion aus den Azimutalmodenamplituden des Ausschnitts bei $\varphi_{Rel} = 0,5$ (Passage ⑭-A)
- Ⓑ Rekonstruktion aus den Azimutalmodenamplituden des Ausschnitts bei $\varphi_{Rel} = -0,5$ (Passage ⑭-B)
- Ⓒ Rekonstruktion aus den Azimutalmodenamplituden des Ausschnitts bei $\varphi_{Rel} = -1,5$ (Passage ⑭-C)
- Ⓓ Rekonstruktion aus den Azimutalmodenamplituden des Ausschnitts bei $\varphi_{Rel} = -2,5$ (Passage ⑭-D)
- Ⓔ Rekonstruktion aus den Azimutalmodenamplituden der kombinierten Analyse (nach Abschnitt 4.2.2) der Fälle Ⓐ bis Ⓓ
- Ⓕ Rekonstruktion aus den Azimutalmodenamplituden einer Modenanalyse über den gesamten simulierten Bereich von ⑭
- Ⓖ Nach Abstand gewichtete Rekonstruktion aus den Fällen Ⓐ bis Ⓓ
- Ⓗ Rekonstruktion aus den Azimutalmodenamplituden der Variante ⑪
- Ⓘ Rekonstruktion aus den Azimutalmodenamplituden der Variante ⑫

Das Messraster für die Analyse ist in allen Fällen das gleiche.

Für jede rekonstruierte Umfangsposition des Falls Ⓖ wird der Abstand $\Delta\varphi_i$ dieser Position zur mittleren Umfangsposition der Passagen ⑭-A bis ⑭-D (siehe X in Abbildung 8.4. (b)) ermittelt. Für jede Passage i wird aus den Abständen ein Faktor

$$F_i = \frac{F'_i}{\sum_{j=1}^4 F'_j} \quad \text{mit} \quad (8.4)$$

$$F'_i = \frac{\sum_{l=1}^4 |\Delta\varphi_l|}{|\Delta\varphi_i|} \quad \text{und} \quad F'_j = \frac{\sum_{l=1}^4 |\Delta\varphi_l|}{|\Delta\varphi_j|} \quad (8.5)$$

ermittelt. Dieser Faktor wird jeweils mit dem Wert multipliziert, der in den Fällen ㉑ bis ㉔ für die jeweilige Position in der Rekonstruktion ermittelt wird. Somit werden in der Rekonstruktion von Fall ㉕ jene Passagen stärker gewichtet, die näher an der zu analysierenden Position sind. Sollten eine zu analysierende Umfangsposition und die Mitte einer Passage identisch sein, werden für diese Position ausschließlich Daten jener Passage verwendet.

Für den Vergleich der obigen Fälle wird, anders als in Kapitel 6, der Referenzwert $p_{M,i}$ des Rauschens und des Signal-Rausch-Verhältnisses nicht dem jeweiligen Eingangssignal der Azimutalmodenanalyse eines Falls entnommen. Stattdessen werden die Ergebnisse der Azimutalmodenanalyse mit Daten des gesamten Umfangs verglichen, unabhängig davon, aus welchem Umfangsbereich Daten für die Analyse verwendet werden. Dazu werden die komplexen Drücke der Fälle ㉑ bis ㉕ auf 100 äquidistant verteilte Punkte je Passage im Umfangsbereich von Abbildung 8.4. rekonstruiert. Diese werden als SRV_R und R_R mit dem dort gezeigten Verlauf von ㉔ verglichen. Dabei werden neben der Mode m_{32}^{-20} für die Rekonstruktion auch alle weiteren analysierten Moden berücksichtigt, die hier nicht näher betrachtet werden.

Die Fälle ㉖ und ㉗ dienen als Referenzfall für einen idealen sowie für einen vollständig instrumentierten Verdichter und werden abweichend zu der vorangegangenen Beschreibung mit den Eingangsdaten von ㉘ bzw. ㉙ verglichen.

SRV_R und R_R sind in Tabelle 8.1. gezeigt. Ergänzend sind, mit Ausnahme von ㉕, die jeweiligen Beträge der Mode m_{32}^{-20} angegeben. Für ㉕ ist kein Betrag angegeben, da die Umfangsverteilung aus, nach Abstand gewichteten, Mittelwerten der Fälle ㉑ bis ㉔ besteht und somit keine eindeutige Amplitude existiert.

Tabelle 8.1.: SRV_R (4.12) und R_R (4.13) durch Rekonstruktionen aus ㉑ bis ㉕ und Vergleich mit der instationären Druckverteilung von ㉔, sowie durch Rekonstruktionen von ㉖ und ㉗ und Vergleich mit den Druckverteilungen von ㉘ bzw. ㉙. Mit Ausnahme von ㉕ sind ergänzend die Beträge der Azimutalmodenamplituden $|A_m|$ der Mode m_{32}^{-20} angegeben.

Fall	㉑	㉒	㉓	㉔	㉕	㉖	㉗	㉘	㉙
SRV_R	157,1	95,3	108,0	137,0	38,8	239,3	312,4	476,2	511,5
R_R [%-P.]	3,60	3,25	2,81	2,97	1,57	0,59	0,64	0,31	0,30
$ A_m $ [%]	89,2	88,8	90,3	90,8	89,8	89,7	-	90,4	90,7

Für die Azimutalmodenanalysen zu den Fällen ㉑ bis ㉔ stehen jeweils nur Informationen über ein Segment mit der Breite einer Teilung, also einem Viertel der Gesamtbreite, zur

Verfügung. Dementsprechend ist das Rauschen hier größer als bei den Fällen ① bis ③. Die absoluten Abweichungen übersteigen auch jene des Falls ④. Dies zeigt sich am hohen Rauschen. Im Bereich hoher Beträge des instationären Drucks weisen dagegen die Fälle ⑤ bis ⑧ eine bessere Übereinstimmung mit der Variante ④ auf, als es für ④ der Fall ist. Dadurch sind sowohl das SRV_R als auch das R_R der Fälle ⑤ bis ⑧ größer als die des Falls ④.

Dem Fall ④ stehen durch die Kombination der Daten aus den Fällen ⑤ bis ⑧ Informationen über den gesamten Umfang für die Azimutalmodenanalyse zur Verfügung. Der Grund für das niedrige SRV_R und das hohe R_R sind auf die zugrundeliegenden Annahmen für diesen Analyseansatz zurückzuführen. Hierbei werden die Daten der Fälle ⑤ bis ⑧, die für die Analyse bereits auf den gesamten Umfang erweitert sind, kombiniert. In diesem kombinierten Datensatz werden die Azimutalmoden mit dem kleinsten Fehlerquadrat angenähert. Der Betrag der Azimutalmodenamplituden weist daher eine gute Übereinstimmung mit dem arithmetischen Mittelwert der Fälle ⑤ bis ⑧ auf. Die Übereinstimmung zum gesamten Signal von ④ ist aber gering. Dies deckt sich sehr gut mit den Ergebnissen der experimentellen Analyse in Abbildung 7.2.

Für Fall ① stehen ebenfalls Informationen über den gesamten Umfang zur Verfügung. Dabei wird von einer Periodizität nach vier Passagen ausgegangen. Unter diesen Bedingungen wird ein Betrag für m_{32}^{-20} bestimmt, der dem des Falls ④ sehr ähnlich ist. Aufgrund der direkten Verarbeitung der Daten mit diesem Ansatz, ohne vorherige Aufspaltung, wird nach der Rekonstruktion allerdings eine bessere Übereinstimmung mit der gesamten Druckverteilung von ④ erreicht. Dies wird vor allem durch eine andere Bewertung weiterer Moden erreicht, die hier nicht gezeigt sind.

Diese Variante entspricht dem in Literaturangaben häufig zu findenden Ansatz unter Einsatz einer großen Zahl ortsfester oder einzelner bewegter Sensoren.

In Fall ② kann schließlich eine vergleichbare Qualität wie bei Fall ① erreicht werden. Allerdings kann diesem kein eindeutiger Betrag der Azimutalmodenamplituden zugeordnet werden.

Unter den betrachteten Ansätzen kann mit einer Azimutalmodenanalyse über den gesamten Umfang die Druckverteilung des Verdichters mit Störstelle am genauesten wiedergegeben werden. Die kombinierte Analyse nach Abschnitt 4.2.2 hat sich dabei nicht als zielführend erwiesen. Wie sich an der Variante ③ zeigen lässt, können aus den Ergebnissen der Einzelanalysen mehr Informationen als aus der kombinierten Analyse in ④ gewonnen werden.

Bewertung eines idealen Verdichters mit Messdaten eines realen Verdichters

Die zuvor diskutierten Daten haben gezeigt, mit welchem Verfahren die instationäre Druckverteilung an einem Prüfstand am besten wiedergegeben werden kann. Für die Validierung numerischer Simulationen, bei denen ein idealer Verdichter wie ③ angenommen wird, ist aber vor allem von Interesse, mit welcher Methode aussagekräftige Validierungsdaten für einen solchen, idealen Verdichter gewonnen werden können. Dies

ist besonders im hier betrachteten Fall wichtig, wenn der experimentell untersuchte Verdichter nicht diesen idealen Bedingungen entspricht.

Im Vergleich der Azimutalmodenamplituden von Mode m_{32}^{-20} erreicht ③ nach Tabelle 8.1. die größte Übereinstimmung mit dem idealen Fall ⑨ bzw. ⑩.

Für einen weiterführenden Vergleich wird aus den Azimutalmodenamplituden der zuvor betrachteten Fälle erneut die Umfangsverteilung rekonstruiert. Diese wird nun mit der Umfangsverteilung von ⑨ verglichen. Als Ergebnis des Vergleichs zeigt Tabelle 8.2. das mit diesen Daten bestimmte SRV_R sowie das entsprechende R_R .

Nach dem Referenzfall ⑩ zeigt ④ die beste Übereinstimmung mit der Umfangsverteilung von ⑨. Dies deckt sich mit Abbildung 8.4. (b), in der für diesen Bereich eine vergleichsweise geringe Abweichung zwischen ⑭ und ⑨ auszumachen ist. Der ermittelte Betrag der Mode m_{32}^{-20} erreicht hier ebenfalls eine gute Übereinstimmung mit dem für ⑩ ermittelten.

Tabelle 8.2.: SRV_R (4.12) und R_R (4.13) durch Rekonstruktionen und Vergleich mit der idealen Variante ⑨ für die Fälle ① bis ⑩

Fall	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	⑩
SRV_R	33,1	32,4	37,9	73,6	39,6	32,7	38,4	476,2	16,4	
R_R [%-P.]	3,35	4,46	3,14	1,98	2,40	3,49	3,09	0,31	6,11	

Je nachdem, ob nun die Amplitude der Mode m_{32}^{-20} oder das SRV_R für den Vergleich mit dem idealen Verdichter herangezogen werden, zeigen die Analysen nach ③ oder ④ die höchste Übereinstimmung mit ⑨. Der Grund, dass nicht eine Analyse unter beiden Bedingungen die größte Übereinstimmung mit ⑨ zeigt, ist auf weitere analysierte Moden zurückzuführen. Diese haben wesentlich geringere Amplituden als m_{32}^{-20} und werden hier nicht im Detail betrachtet. Für einen vollständigen Vergleich können diese jedoch nicht ignoriert werden.

Damit zeigt sich, dass die Methode der virtuellen Traversierung in einem instrumentierten Verdichter eine höhere Übereinstimmung mit der idealen Beschauung erreichen kann, als es bei Berücksichtigung des gesamten Umfangs in ⑥ der Fall ist. Dazu muss allerdings bekannt sein, ob eine nennenswerte Störung vorliegt und wie sich diese auf den instationären Druck auswirkt. Es ist nicht davon auszugehen, dass eine ideale Messstelle ohne vorherige Messungen oder umfangreiche Simulationen gefunden werden kann. Die Schwierigkeit der Vorhersage einer idealen Messstelle ist bereits in Tabelle 8.2. zu erkennen. Dort weist mit Fall ④ eine Nachbarpassage des instrumentierten Stators ein geringeres Rauschen als die weiter entfernt liegende Passage C für ③ auf. Abbildung 8.5. (b) zeigt zusätzlich, dass bereits geringe Abweichungen der Sensorposition zu vergleichsweise großen Änderungen der Beträge führen können.

Trotz der geringeren Übereinstimmung mit dem idealen Fall ist für die Modenanalyse in der Regel eine Azimutalmodenanalyse mit Daten über den gesamten Umfang zu empfehlen. Dieser Ansatz ist wesentlich robuster gegenüber Störstellen als das Verfah-

ren der virtuellen Traversierung mit einem ortsfesten Sensor. In jedem Fall sollte aber angestrebt werden, mehrere Anordnungen der Sensoren zu vergleichen, damit etwaige Umfangsinhomogenitäten erfasst werden können. Ohne Kenntnis darüber ob Störungen vorliegen, ist es mit keinem der Verfahren möglich, belastbare Validierungsdaten zu generieren.

Eine Bewertung potentieller Messstellen auf Grundlage stationärer Größen ist dabei nicht ausreichend. Wie die Daten zeigen, ist eine nur leicht beeinflusste Totaldruckverteilung kein Beweis dafür, dass dort auch die instationären Drücke nur geringen Störungen unterworfen sind.

Es lässt sich zusammenfassen, dass die Instrumentierung der ersten Statorreihe nur einen geringen Anteil an den Abweichungen aus Kapitel 6 hat. Auch unter Berücksichtigung der Messunsicherheit nach Kapitel 7 sind die Abweichungen hier gegenüber denen in Kapitel 6 klein. Besonders im Bereich der äußeren Gehäusewand ist der Einfluss gering und lediglich in der Größenordnung der Messunsicherheit. Im Gegensatz zu dieser handelt es sich hier allerdings um einen systematischen Einfluss, der abseits des Gehäuses auch zu größerer Abweichung führen kann.

Obwohl die hier gezeigten Abweichungen des gestörten Falls gegenüber dem idealen Fall gering sind, lässt sich der allgemeine Einfluss von Geometrieänderungen einzelner Schaufeln an den vorgestellten Daten zeigen.

Ansätze wie ein Parallel Compressor Modell (siehe beispielsweise *Voigt und Friedrichs* [93]), bei denen eine gewichtete Mittelung gestörter und ungestörter Varianten stattfindet, funktionieren hier für die Größen im Kennfeld gut. Für instationäre Größen ist ein solcher Ansatz allerdings nicht geeignet.

8.2. Schaufeln mit Fehlstellung

Mit dem zuvor ermittelten Einfluss der instrumentierten Schaufeln lassen sich die Unterschiede in Kapitel 6 nicht hinreichend erklären. Da nicht jede mögliche Abweichung vom idealen Verdichter im Detail betrachtet werden kann, wird hier lediglich ein weiterer Fall herangezogen. Analog zum vorherigen Abschnitt wird eine veränderte Schaufel neben sonst gleichen Schaufeln betrachtet. Für die veränderte Schaufel wird in diesem Abschnitt der Staffelungswinkel angepasst.

Für einen Versuchsverdichter ist nicht davon auszugehen, dass große Abweichungen des Staffelungswinkels unbemerkt auftreten. Für den hier betrachteten Verdichter kann dies bei den Schaufeln der Statoren 1 und 2 aufgrund der präzisen optischen Vermessung jeder einzelnen Schaufel ausgeschlossen werden. Darüber hinaus wurden weder bei der Montage dieser Schaufeln noch bei denen des verstellbaren Vorleitrads Abweichungen gegenüber dem Sollzustand festgestellt. Im industriellen Einsatz von Turbomaschinen kann ein solches Verhalten dagegen beispielsweise durch Schäden an der Leitschaufelverstellung auftreten, wie es *Vahdati et al.* [90] beschreiben.

Für den ersten Stator des hier betrachteten Verdichters ist eine Änderung des Staffe-

lungswinkels in der experimentellen Anwendung nicht möglich. Damit aber weiterhin die Messebene D verwendet werden kann, wird diese Reihe ausschließlich für die numerischen Untersuchungen entsprechend angepasst. Diese Geometrieangepassung steht somit lediglich stellvertretend für unterschiedlich starke Abweichungen von einem idealen Verdichter.

Abschnitt 5.3 beschreibt die hier eingesetzten Modelle der insgesamt fünf betrachteten Varianten. Eine von diesen entspricht geometrisch der Variante ⑪ aus Abschnitt 8.1 und wird daher ebenso bezeichnet. Diese Variante ist auch hier der Referenzfall für die weiteren Analysen. Bei den vier veränderten Varianten ②, ⑤, ⑩ und ⑮ ist der Staffellungswinkel der Schaufel G aus Abbildung 5.3. entsprechend Tabelle 5.3. um -2° , -5° , -10° bzw. -15° verändert. Da die Vorderkanteninstrumentierung hier nicht länger berücksichtigt wird, kann ein qualitativ hochwertiges Rechennetz mit wesentlich weniger Zellen als zuvor erstellt werden. Durch die reduzierte Zellzahl ist es hier möglich, insgesamt 13 Schaufeln zu berücksichtigen. Dies entspricht einem 90° -Segment des ersten Stators und somit der Annahme von vier veränderten Schaufeln in dieser Reihe. Mit diesem erweiterten Modell wird der Einflussbereich einer Störstelle über einen größeren Umfangsbereich erfasst, als es mit den wesentlich feiner aufgelösten Netzen in Abschnitt 8.1 möglich ist.

8.2.1. Einfluss fehlgestellter Schaufeln auf die stationäre Aerodynamik

Analog zum Einfluss der Vorderkanteninstrumentierung wird an dieser Stelle ebenfalls die 2D-Verteilung des Totaldrucks in Messebene D für den Vergleich der Varianten herangezogen. Abbildung 8.6. zeigt diese für die Variante ②. Für Passage G ist gegenüber den anderen Passagen nur ein leicht veränderter Nachlauf ersichtlich. Abseits davon sind keine qualitativen Unterschiede zwischen verschiedenen Passagen auszumachen. Ohne den direkten Vergleich mit anderen Passagen ist davon auszugehen, dass eine ungeplante Fehlstellung einer Schaufel um 2° in vielen Fällen nicht bemerkt werden würde.

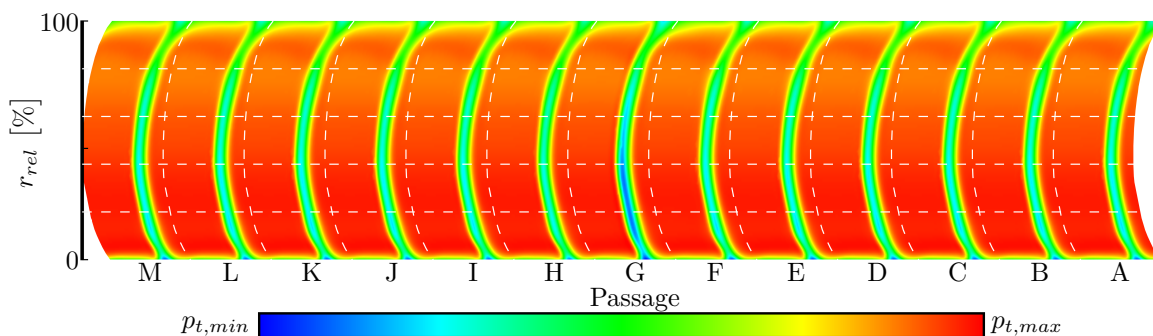
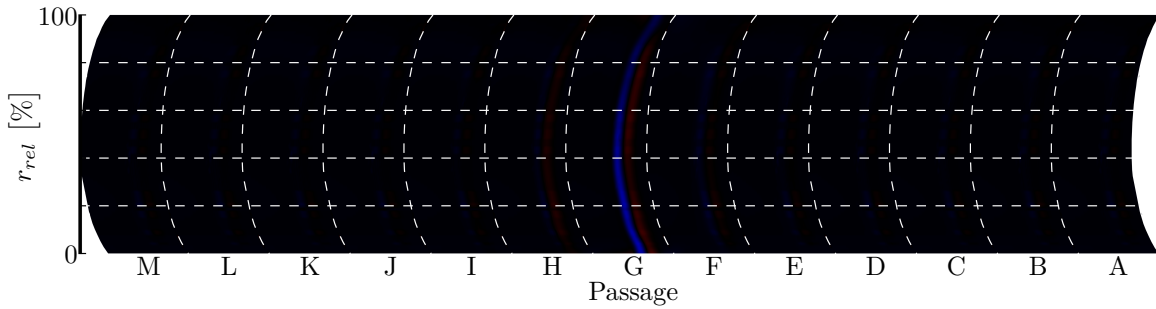


Abbildung 8.6.: Totaldruck p_t der Variante ②

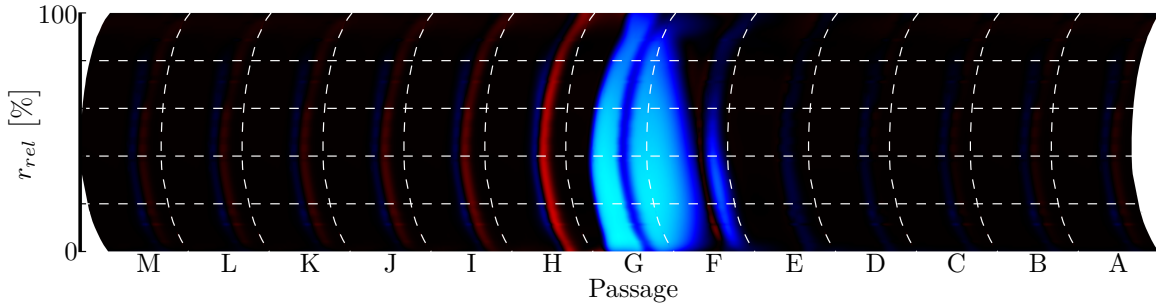
Werden auf dieser Basis Vergleiche zwischen experimentellen Untersuchungen und numerischen Simulationen durchgeführt, wie es *Sanders* [76] an diesem Verdichter gemacht

hat, fällt auf, dass die Abweichungen zwischen den numerischen Setups mitunter größer sind, als der hier durch den veränderten Staffelungswinkel von 2° hervorgerufene Einfluss.

Im direkten Vergleich aller Passagen mit der Variante ⑨ zeigt Abbildung 8.7. (a) den veränderten Nachlauf von ② gegenüber dem idealen Verdichter. Abseits von Passage G sind die Unterschiede gegenüber dem Nachlauf der Variante ⑨ sehr gering. Für ⑮ in Abbildung 8.7. (b) sind diese Abweichungen dagegen wesentlich größer. Auch hier fällt die Passage von Schaufel G erwartungsgemäß besonders auf. Bei ⑮ zeigen aber auch danebengelegene Passagen mitunter deutliche Abweichungen gegenüber ⑨. Die Varianten ⑤ und ⑩ ordnen sich zwischen den beiden hier gezeigten ein.



(a) Abweichung des Totaldrucks Δp_t von ② gegenüber ⑨



(b) Abweichung des Totaldrucks Δp_t von ⑮ gegenüber ⑨

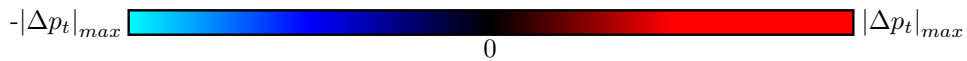


Abbildung 8.7.: Abweichungen des Totaldrucks Δp_t (8.1) der Varianten ② und ⑮ gegenüber Variante ⑨

Für den gehäusenahen Bereich zeigt Abbildung 8.8. eine direkte Gegenüberstellung der Totaldrücke. Analog zu den Abbildungen 8.7. (a) und (b) werden die Totaldruckunterschiede Δp_t gegenüber ⑨ gezeigt. Dabei treten in Passage G erwartungsgemäß die größten Differenzen auf. Für ② und ⑤ sind bereits bei den direkten Nachbarschaufeln nur noch geringe Abweichungen von den anderen Passagen auszumachen. Bei ⑩ und vor allem bei ⑮ ist der beeinflusste Umfangsbereich dagegen wesentlich größer. Dieser betrifft aber weiterhin nicht den gesamten Umfang.

Im Vergleich mit der Umfangsinhomogenität am Verdichtereintritt nach Abbildung 4.12. (a) sind die hier gezeigten Druckunterschiede groß. Die Differenz zwischen minimalem und maximalem Totaldruck am Eintritt ist auf Radius r_5 nur etwa halb so

groß wie die entsprechende Differenz bei ② in Abbildung 8.8. (a).

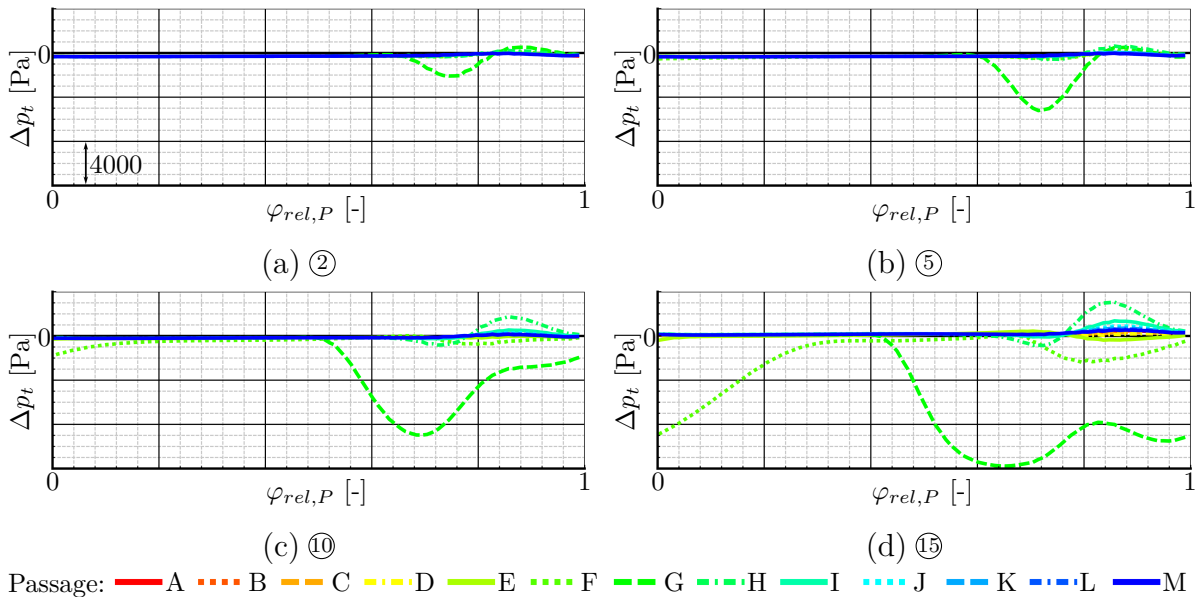


Abbildung 8.8.: Totaldruckdifferenz Δp_t der Varianten ②, ⑤, ⑩ und ⑮ gegenüber ① am Gehäuse

8.2.2. Einfluss fehlgestellter Schaufeln auf die Messung rotierender Moden

Grundlage der weiteren Analysen ist die Verteilung des instationären Drucks. In Abbildung 8.9. ist dessen Betrag am Gehäuse gezeigt. Die Höhe, um den dieser Betrag bei Variante ② über den Umfang schwankt, ähnelt dem der Variante ⑭ aus Abbildung 8.4. (b). Die anderen hier betrachteten Varianten weisen wesentlich größere Schwankungen auf. Für die vier angepassten Varianten sowie für ⑮ zeigt Abbildung 8.10. die Radialverteilung der Beträge der Azimutalmodenamplituden sowie deren Umfangsverteilung am Gehäuse. Die Auswertung sowie die Darstellung erfolgt analog zu Abschnitt 8.1.

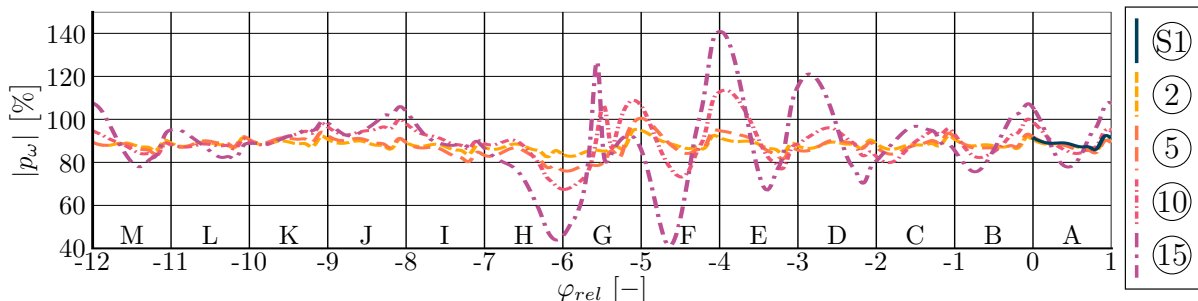


Abbildung 8.9.: Instationärer Druck der Varianten ①, ②, ⑤, ⑩ und ⑮ am Gehäuse

Im Vergleich der Radialverteilungen zeigt sich deutlich, dass der Streubereich mit zunehmender Änderung des Staffelungswinkels ebenfalls ansteigt. Die Radialverteilung der

Mittelwerte aller Varianten bleibt hier aber ähnlich. Dabei lässt sich auch ohne Radialmodenanalyse qualitativ die Radialmodenordnung $n = 1$ ausmachen. Diese ist in dieser Ebene die höchste Radialmodenordnung, die ungedämpft ausbreitungsfähig ist.

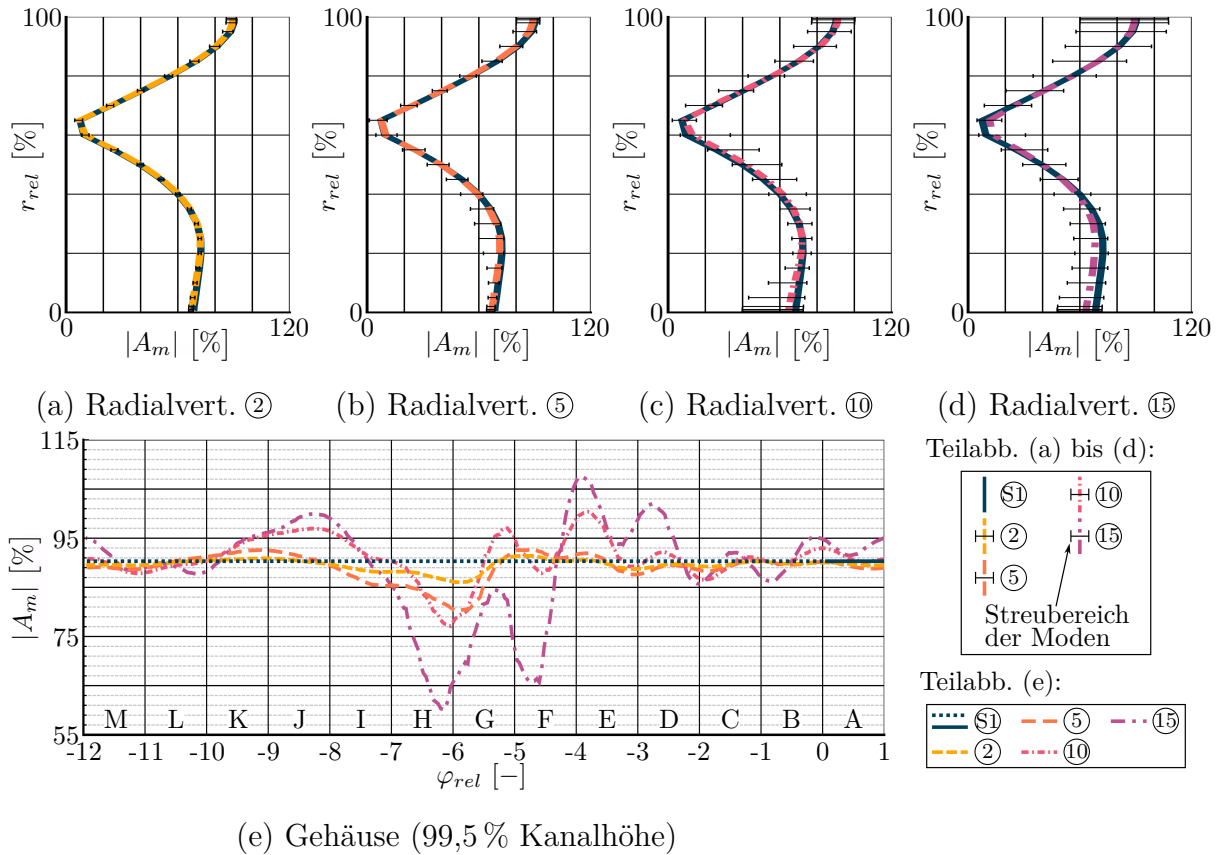


Abbildung 8.10.: Radialverteilungen ((a) bis (d)) und Umfangsverteilung (e) der Beträge $|A_m|$ von Mode m_{32}^{-20} am Gehäuse für die Varianten ①, ②, ⑤, ⑩ und ⑮

Die mit zunehmender Änderung des Staffelungswinkels steigenden Abweichungen des Betrags, gegenüber ①, lassen sich auch in Abbildung 8.10. (e) an der Umfangsverteilung ausmachen. Der Referenzfall ① ist nur für Passage A berechnet, in der Darstellung aber in allen Passagen gezeigt. Wie in Abschnitt 8.1.2 am Vergleich von ① und ④ gezeigt wird, ist diese Übertragung für einen idealen Verdichter möglich.

In unmittelbarer Nähe zur instrumentierten Schaufel G sind für alle Varianten die größten Abweichungen gegenüber ① auszumachen. Mit zunehmendem Abstand zu Passage G nehmen diese Abweichungen ab, bleiben aber über mehrere Passagen hinweg erheblich.

Ein Vergleich mit den experimentellen Daten dieser Ebene nach Abbildung 6.3. zeigt, dass mehr als ein zu ⑤ äquivalenter Störeinfluss nötig ist, damit die Abweichungen der experimentellen Untersuchungen erreicht werden. Die Abweichung zwischen minimalem und maximalem Betrag der Azimutalmodenamplitude liegen für die experimentellen Daten bei 16,1%-P. Entsprechend Tabelle 8.3. ist der Streubereich von ⑤ schmäler als der im Experiment. Erst unter der zusätzlichen Annahme einer hohen Messunsicherheit nach Abschnitt 7.6 erreichen beide Streubänder eine vergleichbare Breite.

Tabelle 8.3.: Breite des Streubereichs als Differenz zwischen minimalem und maximalem Betrag des Azimutalmodenamplituden aus Abbildung 8.10. (e)

Variante	②	⑤	⑩	⑮	Experiment
Breite des Streubereichs	5,4 %-P.	12,5 %-P.	23,2 %-P.	47,4 %-P.	16,1 %-P.

Wird davon ausgegangen, dass im Experiment mit nur fünf absoluten Umfangsposition weder der minimale noch der maximale Betrag erfasst werden, sind auch Störungen möglich, die zu ⑩ oder ⑮ äquivalent sind.

Bereiche geringer Störung

In Abschnitt 8.1.2 wird gezeigt, dass es mit keinem der dort verwendeten Verfahren möglich ist, den Betrag der Azimutalmodenamplitude des idealen Verdichters bei auftretenden Störungen zuverlässig zu bestimmen. Es wird aber ebenso gezeigt, dass in wenig gestörten Bereichen mit dem Ansatz der virtuellen Traversierung eine hohe Übereinstimmung mit dem idealen Verdichter erreicht werden kann. Diese Bereiche sind vorab in der Regel allerdings nicht bekannt.

Die hier nun diskutierten Abweichungen zwischen minimalem und maximalem Betrag liegen in der Größenordnung der experimentellen Daten. An diesen wird geprüft, wie groß der Abstand zur Passage G sein muss, damit eine Messung störungsarm erfolgen kann. Als störungsarm wird diese hier angesehen, wenn sie mit zunehmendem Abstand zu Passage G gegenüber ⑨ kontinuierlich unterhalb der experimentellen Messunsicherheit nach Kapitel 7 liegt. Durch die sensorspezifische Messunsicherheit kann hier kein eindeutiger Grenzwert für diese definiert werden. Ausgehend von den Abschnitten 7.6 und 7.7 erscheint $\Delta |A_m| = 4 \text{ %-P.}$ aber als geeigneter Grenzwert für eine Bewertung.

Ausgehend von den Rändern bei $\varphi_{rel} = 1$ und $\varphi_{rel} = -12$ gibt Tabelle 8.4. den Bereich an, in dem die Abweichungen gegenüber ⑨ nicht kontinuierlich unterhalb der experimentellen Messunsicherheit von $\Delta |A_m| = 4 \text{ %-P.}$ liegen. Die Breite steigt mit zunehmender Änderung des Staffelungswinkels an, bis hin zu Variante ⑮, bei der keine störungsarmen Messungen möglich sind. Hinzu kommt, dass sich der Einfluss der Störstellen in axialer Richtung mit der Strömung verschiebt. Dazu zeigt Abbildung 8.11. die Abweichungen gegenüber ⑨ für alle vier Varianten mit verändertem Staffelungswinkel in weiteren Axialebenen um Messebene D am Gehäuse. Die Ebenen stromauf von Messebene D werden als D-i, die stromab der Messebene als D+i bezeichnet. Der dargestellte Axialbereich erstreckt sich lediglich von der Hinterkante des Stators bis zum Interface zwischen Stator und Rotor und ist somit nur wenige Millimeter lang. Ein größerer Bereich kann an dieser Stelle nicht erfasst werden.

Tabelle 8.4.: Bereich, in dem $\Delta |A_m| = 4 \text{ %-P.}$ gegenüber ⑨ am Gehäuse in Abbildung 8.10. (e) nicht kontinuierlich unterschritten wird (Angaben in φ_{Rel} aus Abbildung 8.10. (e))

Variante	Anfang	Ende	Breite
②	-5,72	-6,08	0,36
⑤	-5,40	-7,52	2,12
⑩	-3,40	-9,40	6,00
⑮	1,00	-12,00	13,00

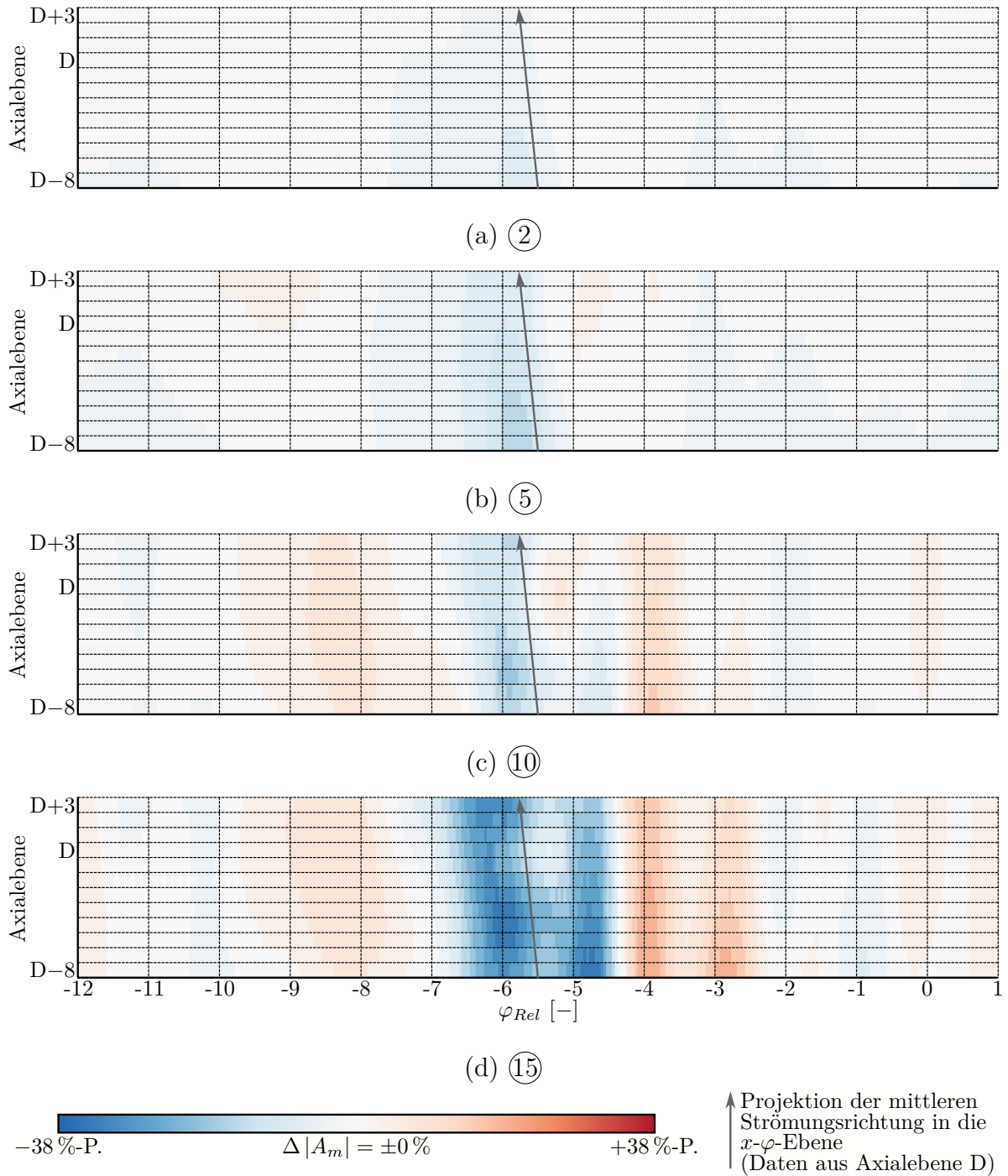


Abbildung 8.11.: Abweichungen des Betrags der Azimutalmodenamplituden der Mode m_{32}^{-20} gegenüber ① für weitere Ebenen hinter dem Stator 1. Die Abweichungen $\Delta |A_m|$ werden für jede Axialebene separat mit den Daten der jeweiligen Ebene von ① verglichen.

Mit zunehmender Entfernung von der Hinterkante des ersten Stators verschieben sich die Orte hoher Abweichungen gegenüber ① in negativer Umfangsrichtung. Diese Verschiebung entspricht nicht dem Ausbreitungswinkel der Cut-On-Moden nach Abschnitt 2.2, sondern folgt der Strömung hinter dem Stator. Die Ausbreitungswinkel nach Abschnitt 2.2 sind in dieser Ebene wesentlich größer als die hier beobachtete Verschiebung.

Weiterhin zeigt sich, dass die Abweichungen gegenüber ① mit steigendem Axialabstand zur Hinterkante abnehmen.

Wird das Verfahren der virtuellen Traversierung verwendet, sollten die Messstellen außerhalb des Nachlaufs von Störstellen platziert werden. Im Nachlauf sind hier die größten Abweichungen vom idealen Verdichter auszumachen. In Abhängigkeit von der Stärke der Störung ist es aber auch möglich, dass noch weit davon entfernte Messstellen signifikant durch diese Störungen beeinflusst werden.

Einfluss des Messrasters

In den zuvor vorgestellten Daten lassen sich neben m_{32}^{-20} auch weitere Moden mit deutlich geringeren Beträgen ermitteln. Deren Azimutalmodenordnung folgt $m = 32 + 52k, k \in \mathbb{Z}$. Dies entspricht der Interaktion des ersten Rotors mit dem ersten Stator und seinen höheren Harmonischen.

Im Experiment könnten darüber hinaus auch die Interaktionsmoden mit den anderen Statoren erfasst werden. Da hier lediglich eine Statorreihe berücksichtigt wird, liegt die Schrittweite der Azimutalmodenordnungen bei $\Delta m = 52k, k \in \mathbb{Z}$.

Wird dagegen eine einzige Azimutalmodenanalyse über den Umfang durchgeführt, finden sich weitere Moden. Die Schrittweite reduziert sich entsprechend des betrachteten Bereichs auf $\Delta m = 4k, k \in \mathbb{Z}$. Die Beträge dieser Moden sind in Abbildung 8.12. gezeigt. Das diskrete Spektrum des idealen Verdichters wird hier durch die Störstelle gestreut. Ähnlich beschreiben es *Daroukh et al.* [14] in ihren Untersuchungen. Hier bleibt die Mode m_{32}^{-20} aber eindeutig die dominante Mode. Dazu zeigt Tabelle 8.5. die Beträge der Mode m_{32}^{-20} . Für die Varianten mit verändertem Staffelungswinkel weichen diese um weniger als 2 %-P. vom idealen Verdichter ab. Gegenüber den

Tabelle 8.5.: Beträge der Azimutalmodenamplituden $|A_m|$ für Mode m_{32}^{-20} bei der Durchführung einer einzelnen Azimutalmodenanalyse über den gesamten Umfang für die Varianten ①, ②, ⑤, ⑩ und ⑮

Variante	$ A_m $
①	90,3%
②	89,4%
⑤	88,8%
⑩	90,4%
⑮	88,4%

Analysen unter Verwendung der virtuellen Traversierung sind diese Abweichungen klein. Ergänzend zur Betrachtung der Varianten mit Vorderkanteninstrumentierung zeigt sich dieses Verfahren somit auch bei stärkeren Störungen als robust.

Sollen lediglich die dominanten Azimutalmodenamplituden experimentell validiert werden, ist dieses Verfahren der virtuellen Traversierung, wie sie in Kapitel 6 verwendet wird, vorzuziehen. Dies ist, wie in Abschnitt 8.1.2, vor allem durch die robustere Analyse bei auftretenden lokalen Störungen begründet. Als Nachteil verbleibt allerdings, dass die in Abbildung 8.12. zusätzlich ermittelten Moden der Fälle mit Störung nicht im idealen Verdichter ① auftreten. Für den Vergleich experimenteller und numerischer Ergebnisse muss dies berücksichtigt werden.

Für die Verwendung einer einzelnen Azimutalmodenanalyse über den gesamten Umfang hat sich auch die Auflösung des Messrasters, sowie dessen absolute Position, als wichtig

erwiesen. Die Mode m_{32}^{-20} ist in Abbildung 8.12. die einzig dominante Mode. Wie Tabelle 8.6. an vier Messrastern mit einer reduzierten Zahl an Umfangspositionen zeigt, lässt sich diese Mode in einem idealen Verdichter auch mit einem wesentlich weniger feinen Messraster präzise ermitteln. Die Messraster mit reduzierter Anzahl an Positionen gehen aus dem vollständigen Messraster der vorherigen Untersuchungen hervor. Aus diesem werden Positionen gestrichen, bis die vorgegebene Anzahl an Umfangspositionen erreicht wird. Für 100 Positionen wird jede fünfte Position, für 60 Positionen jede zweite Position entfernt. Für die weiteren Fälle wird entsprechend verfahren.

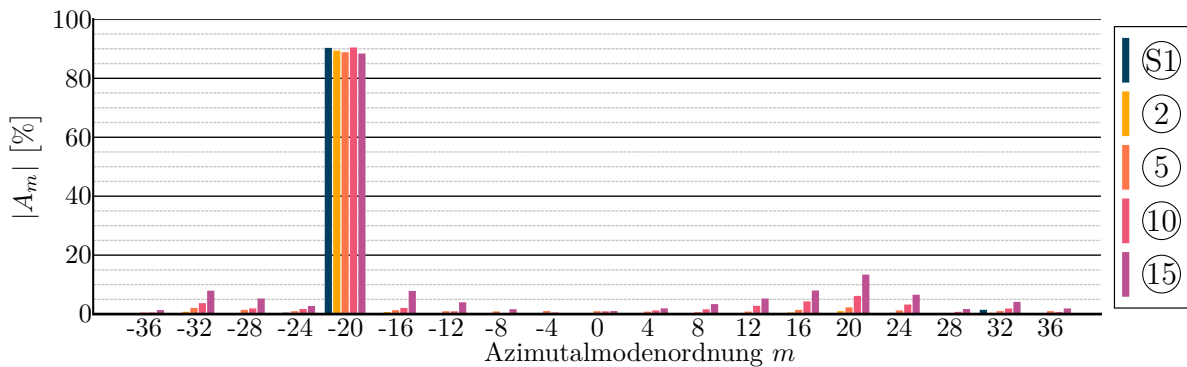


Abbildung 8.12.: Ausschnitt aus den Modenspektren der Varianten ⑨, ②, ⑤, ⑩ und ⑮ bei je einer Azimutalmodenanalyse über den gesamten Umfang

Neben dem idealen Verdichter sind die Abweichungen gegenüber Tabelle 8.5. aber auch für die anderen Varianten gering. Dies ändert sich allerdings, wenn das Messraster rotiert wird. Dabei werden die relativen Positionen der Messstellen zueinander beibehalten. Das Messraster selbst bleibt somit unverändert. Abbildung 8.13. zeigt für diesen Fall die Änderung des Betrags der Mode m_{32}^{-20} , wenn das Messraster mit einer Schrittweite von $\Delta\varphi_{Shift} = 360^\circ/52.25 \approx 0,3^\circ$ verdreht wird. Die Änderung der Umfangsposition ist als

$$\varphi_{Rel,Shift} = \frac{\varphi_{Shift}}{360^\circ/52}, \quad (8.6)$$

angegeben. Betrachtet werden der ideale Verdichter ⑨ sowie die Variante mit der größten Änderung ⑮.

Für den idealen Verdichter sind die Abweichungen zwischen minimalem und maximalem Betrag mit weniger als 0,35 %-P. für alle Messraster gering. Wie in Tabelle 8.6. erscheint hier weiterhin jedes Messraster als gut geeignet. Tritt dagegen eine Störung im Verdichter auf, ändert sich dies. Für das größte Messraster liegen die ermittelten Beträge zwischen 82,7 % und 96,2 %. Die maximale Abweichung gegenüber Tabelle 8.6. ist damit erheblich. Für die höher aufgelösten Messraster streuen die Ergebnisse weniger stark. Für das vollständige Messraster (122 Positionen) liegen die Beträge zwischen 87,4 % und 89,8 %.

Tabelle 8.6.: Beträge der Azimutalmodenamplituden $|A_m|$ der Mode m_{32}^{-20} mit der Mutual Coherence μ (8.7) bei der Azimutalmodenanalyse über den gesamten Umfang mit reduzierten Messrastern (40, 60, 80 und 100 Umfangspositionen) für die Varianten ①, ②, ⑤, ⑩ und ⑮

Variante	$ A_m $			
	40 Positionen	60 Positionen	80 Positionen	100 Positionen
①	90,3%	90,3%	90,3%	90,3%
②	89,1%	89,1%	89,3%	89,4%
⑤	87,5%	88,5%	88,8%	89,0%
⑩	90,0%	90,5%	90,6%	90,7%
⑮	88,4%	87,5%	88,3%	88,3%
μ	0,39	0,34	0,23	0,21

Die Ursache für die zunehmenden Unsicherheiten bei Reduktion des Messrasters liegen zum einen direkt in der geringeren räumlichen Auflösung. Das Messraster mit 40 Positionen hat im Mittel weniger als eine Messstelle pro Passage. Je nach Position des Messrasters werden einige der hohen Gradienten aus Abbildung 8.9. für ⑮ somit in einer Messung gar nicht erfasst. Ebenso gibt es aber auch Positionen, bei denen diese Bereiche mit mehreren Messstellen erfasst werden. In einem solchen Fall ist die Störstelle in Bezug auf den gesamten Umfang überrepräsentiert.

Daneben nimmt aber auch die Qualität des Messrasters an sich ab. In der Literatur, wie beispielsweise bei *Behn et al.* [4], wird dieses häufig mit der Mutual Coherence

$$\mu = \max_{1 \leq i < j \leq M} \frac{|\langle w_i, w_j \rangle|}{\|w_i\|_2 \|w_j\|_2} \quad (8.7)$$

bewertet. Hier wird für die Einträge der Übertragungsmatrix \mathbf{W} nach (4.8) die Ähnlichkeit der Einträge w_i ermittelt. Neben dem Messraster geht somit auch das zu analysierende Modenspektrum in die Berechnung ein. Wird dieses unverändert belassen, ergibt sich die Mutual Coherence in Tabelle 8.6. Diese nimmt mit sinkender Anzahl an Positionen zu.

Detaillierter ist dies unter anderem von *Behn et al.* [4] und *Terstegen* [87] beschrieben.

Wird das zulässige Modenspektrum reduziert, lässt sich auch die Mutual Coherence entsprechend der obigen Definition reduzieren. Die Unsicherheit bei Verschiebung des Messrasters nimmt damit aber nur wenig ab. Es ist daher nicht ausreichend, ein Messraster unter der Annahme eines idealen Verdichters auszulegen, wenn diese Bedingung für den späteren Versuch nicht garantiert werden kann.

Für die zuvor diskutierten Effekte ist weiterhin zu beachten, dass keinerlei Unterscheidung zwischen akustischen Moden und Druckschwankungen anderer Quellen gemacht wurde. Es ist somit möglich, dass die Abweichungen gegenüber dem idealen Verdichter in einiger Entfernung wesentlich geringer sind, als sie hier gezeigt werden. Damit würde auch der Effekt auf die Messergebnisse abnehmen. Für schaufelnahe Messungen ist dies allerdings nicht der Fall.

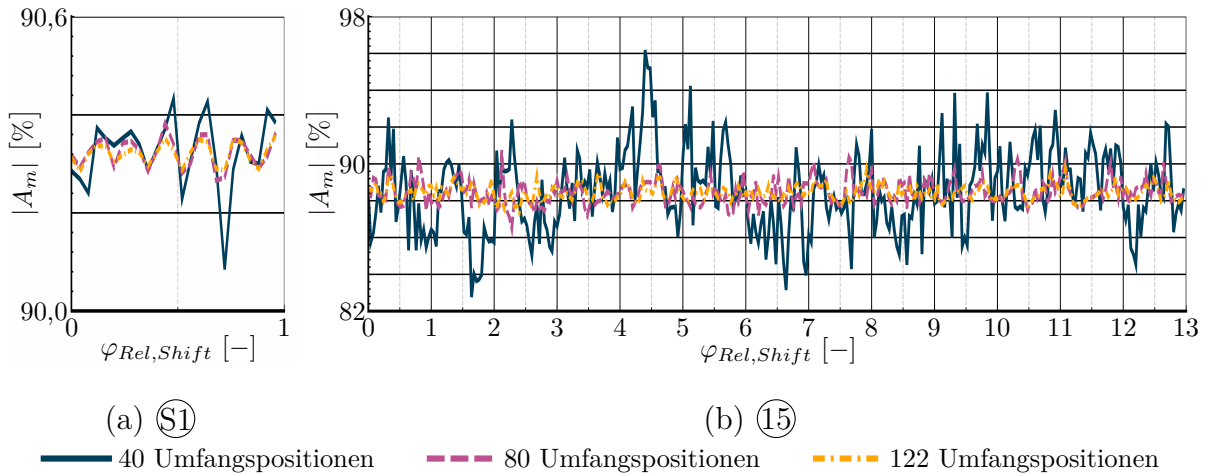


Abbildung 8.13.: Einfluss der Umfangsverschiebung dreier Messraster auf den Betrag der Azimutalmodenamplituden $|A_m|$ von Mode m_{32}^{-20} für die Varianten $\textcircled{S1}$ und $\textcircled{S15}$ bei einer Azimutalmodenanalyse über den gesamten Umfang.

Bei der Bewertung der Fertigungsabweichungen in Abschnitt 7.5.1 wird ein Einfluss auf den Betrag einiger Moden festgestellt, der sich nicht mit der dort gezeigten Analyse begründen lässt. Die hier vorgestellten Daten zeigen nun, dass die beobachtete Abweichung durch die absolute Position des Messraster hervorgerufen werden kann. In Abschnitt 7.5.1 ist der Einfluss gering. Mit einem größeren Messraster kann dieser Einfluss aber deutlich steigen.

Mit den Analysen der Simulationen mit Vorderkanteninstrumentierung und mit verändertem Staffelungswinkel ist, entsprechend des zweiten Ziels dieser Arbeit, gezeigt, wie sich eine umfangsinhomogene Beschauelung auf die Messung auswirkt. Damit die in Kapitel 6 festgestellten Abweichungen erreicht werden, ist eine Störung nötig, die äquivalent zu einer Änderung des Staffelungswinkels von mehr als 5° ist. Die Instrumentierung der Statorschaufeln ist Teil dieser Störung. Um die festgestellten Abweichungen zu erreichen, sind allerdings noch weitere Störeinflüsse nötig. Welche dies in diesem Fall sind, kann mit den verfügbaren Daten nicht sicher ermittelt werden.

Für die Validierung dominanter Azimutalmodenamplituden an den Ergebnissen experimenteller Untersuchungen ist es zu empfehlen, eine Modenanalyse mit Messstellen über den gesamten Umfang durchzuführen. Dieser Ansatz hat sich gegenüber dem Verfahren der virtuellen Traversierung als wesentlich robuster gezeigt, wenn keine Informationen über etwaige Störungen vorliegen. Für den Fall, dass Störungen in der Strömung nicht ausgeschlossen werden können, ist außerdem auf ein ausreichend feines Messraster zu achten. Dieses sollte über mehr Messstellen verfügen, als für einen idealen Verdichter nötig wären.

9. Zusammenfassung und Ausblick

Diese Arbeit beschreibt umfangreiche Untersuchungen zu Rotor-Stator-Interaktionen in einem anwendungsnahen Axialverdichter. Ausgangspunkt dieser Untersuchungen ist die Messung der instationären Gehäusedrücke in allen Axialspalten, sowie stromab und stromauf der Beschaukelung des 2,5-stufigen Axialverdichterprüfstands des Instituts für Strahlantriebe und Turbomaschinen der RWTH Aachen.

Für die Messungen sowie die anschließenden Azimutalmodenanalysen kommt das Verfahren der virtuellen Sensortraversierung zum Einsatz. Damit ist ein ortsfester Sensor für die Durchführung einer Azimutalmodenanalyse ausreichend. Die redundant vorgesehenen fünf Messstellen je Axialebene zeigen dabei aber klar, dass an diesen keineswegs gleichwertige Moden ermittelt werden.

Diese Arbeit zeigt Ursachen für Abweichungen zwischen den ermittelten Azimutalmodenamplituden an Messstellen gleicher Axial- und Radialposition. Dazu werden einerseits die Messunsicherheiten detailliert analysiert, bei denen neben dem Einfluss einzelner Effekte auch ein Gesamtfehler abgeschätzt wird. Neben der Messunsicherheit wird weiterhin auch der Effekt von Störungen in der Kernströmung des Verdichters anhand zweier Fälle betrachtet.

Mit Kapitel 6 werden die experimentellen Ergebnisse aus allen Axialspalten detailliert beschrieben und diskutiert. Die Frequenzanalyse zeigt, dass alle relevanten Frequenzen in diesem Verdichterprüfstand auf die Rotoren zurückgeführt werden können. Neben den Blattpassierfrequenzen und deren Harmonischen, treten auch dominante Frequenzen aus Interaktionen beider Rotoren auf.

Die Ergebnisse der experimentellen Azimutalmodenanalyse zeigen, dass die redundant vorgesehenen Messstellen nicht die erhoffte Übereinstimmung widerspiegeln. *Terstegen* [87] hat in seiner Arbeit bereits vergleichbare Beobachtungen in einer Messebene hinter dem ersten Rotor machen können. Hier wird nun gezeigt, dass dieses Verhalten in allen Axialspalten gleichermaßen zu beobachten ist.

Trotz dieser Abweichungen zeigen Vergleiche mit numerischen Simulationen, dass eine gute qualitative Übereinstimmung erreicht wird. Sowohl von einer Axialposition zur nächsten als auch bei der Änderung des Betriebspunktes treten im Experiment und in den Simulationsergebnissen vergleichbare Änderungen der Azimutalmodenamplituden auf. Für quantitative Bewertungen fehlt es allerdings an belastbaren experimentellen Daten.

Zur Einordnung der Ursachen für die erheblichen Abweichungen zwischen verschiedenen Messstellen, wird in Kapitel 7 die Unsicherheit bei den Messungen analysiert. Dazu wird ein Monte-Carlo-Ansatz verwendet, bei dem aus den zuvor ermittelten Azimutalmodenamplituden ein Zeitsignal synthetisiert wird, welches mit Fehlern beaufschlagt und anschließend erneut analysiert wird. Die Fehler, die in die Analyse eingebracht werden, werden größtenteils aus der stationären Kalibrierung sowie aus zusätzlichen Messdaten

gewonnen. Die Betriebspunktstabilität sowie ein möglicher Rückstand von Sensoren in das Gehäuse sind dabei die wesentlichen Störeinflüsse.

Die Höhe der Gesamtunsicherheit ist sowohl sensor- als auch Betriebspunktabhängig. Wird der Sensor präzise kalibriert, lassen sich systematische Einflüsse bei bekannten Bedingungen während der Messungen reduzieren. Für die Mode m_{32}^{-20} , welche hier in den meisten Messebenen hohe Beträge der Azimutalmodenamplituden aufweist, liegt der verbleibende Anteil der Messunsicherheit bei etwa 2 %-P., bezogen auf den maximalen Betrag nach Abbildung 6.3. Diese Größenordnung deckt sich mit durchgeführten Wiederholungen von Messungen. Dies reicht allerdings nicht aus, um die zuvor beobachteten Abweichungen zwischen den einzelnen Messstellen zu erklären, welche für Mode m_{32}^{-20} bei Betriebspunkt BP2 in Messebene D bei 16 %-P. liegen.

Für die weitere Analyse werden in Kapitel 8 Störeinflüsse aus der Kernströmung analysiert. Dazu wird auf numerische Simulationen zurückgegriffen, mit denen der Einfluss von Schaufeln mit Vorderkanteninstrumentierung sowie von fehlgestellten Schaufeln bewertet wird.

Der Einfluss der im Prüfstand verbauten instrumentierten Schaufeln auf die instationären Gehäusedrücke in der direkt stromab liegenden Messebene D ist gering. Für einen Fall, bei dem jede vierte Schaufel als instrumentiert angenommen wird, liegt die Abweichung gegenüber dem idealen Verdichter mit weniger als 2 % in der Größenordnung der Messunsicherheit.

In einem zweiten Satz geometrischer Abweichungen wird der Einfluss von Änderungen des Staffelungswinkels einer Schaufel neben 12 unveränderten Schaufeln betrachtet. Die Veränderung des Staffelungswinkels mit 2°, 5°, 10° und 15° zeigt, dass unter Berücksichtigung der experimentellen Messunsicherheit mindestens eine zu 5° äquivalente Störung vorliegen muss, um die in Kapitel 6 ermittelte Streuung der Mode m_{32}^{-20} in dieser Messebene zu erreichen. Dazu kann an dieser Stelle allerdings nicht ermittelt werden, ob es sich um eine einzelne Störstelle oder um die Überlagerung mehrerer kleinerer Störungen handelt.

Werden mit einigem Abstand zu einer solchen Störstelle die stationären aerodynamischen Größen vermessen, ist es ohne den direkten Vergleich mehrerer Passagen nicht immer möglich, eine Störung mit diesen Größen zu identifizieren. Handelt es sich um einen mehrstufigen Verdichter, wird die Identifikation durch den Einfluss der anderen Reihen zusätzlich erschwert. Unabhängig von Störstellen kann dort nur schwer zwischen der Überlagerung von Nachläufen mehrerer Reihen mit ungleichen Schaufelzahlen und einer Störstelle unterschieden werden, welche einige Passagen entfernt liegt. Es ist somit nicht ausreichend, die Positionen für instationäre Messungen ausschließlich durch die Analyse stationärer Größen zu bestimmen.

Im Vergleich verschiedener Ansätze wird gezeigt, dass das in Kapitel 6 verwendete Verfahren der virtuellen Traversierung gut und präzise funktioniert. Gegenüber Störungen ist dieses Verfahren allerdings anfällig. Dagegen ist eine einzelne Azimutalmodenanalyse über den gesamten Umfang wesentlich toleranter gegenüber solchen Störungen. Sofern keine Informationen über die Lage etwaiger Störstellen vorliegen, ist die Azimutalmodenanalyse über den gesamten Umfang der virtuellen Traversierung bei der Bestimmung

dominanter Azimutalmodenamplituden überlegen.

Dabei ist auf ein ausreichend feines Messraster wertzulegen. In den Analysen wird gezeigt, dass ein für den idealen Verdichter geeignetes Messraster nicht automatisch auch für einen davon abweichenden Verdichter mit Störstellen geeignet ist.

Ohne den gesamten Verdichter exakt in Simulationen nachzubilden, kann die Ursache der in Kapitel 6 beschriebenen Abweichungen hier nicht ermittelt werden. Neben den beiden betrachteten Einflüssen aus Instrumentierung und verändertem Staffelungswinkel, gibt es noch weitere Abweichungen vom idealen Verdichter. Für diesen Verdichter gehören die Inhomogenität der Zuströmung, die Zugangsbohrungen für die Messtechnik im Gehäuse sowie allgemein Fertigungsabweichungen dazu. Der Einfluss dieser Störungen auf den instationären Druck kann auf vergleichbare Weise ermittelt werden, wie es hier für die zuvor genannten Effekte durchgeführt wird. Jeden möglichen Effekt separat oder kombiniert in einer 360° URANS-Simulation zu erfassen und zu analysieren, würde allerdings erhebliche Ressourcen erfordern. Daher kann an dieser Stelle der Einfluss weiterer Störeinflüsse nicht bewertet werden.

Aufgrund der sehr eng tolerierten zulässigen Fertigungsabweichungen der Schaufeln ist aber davon auszugehen, dass der störende Einfluss reiner Fertigungsabweichungen gering ist.

Wie gewichtig die hier analysierten Einflüsse für andere Analysen und Anwendungen sind, hängt stets vom individuellen Anwendungsfall ab, da es weder einheitliche Messtechnik, noch eine einheitliche Vorgehensweise für die Messungen gibt. Auch hängt die Qualität der Messungen stets von der zu untersuchenden Turbomaschine selbst und den Bedingungen in dieser ab.

In zukünftigen Arbeiten sollten die hier betrachteten Messunsicherheiten näher analysiert werden. Im Rahmen der Arbeiten zu Kapitel 7 konnten einige Fehlereinflüsse nur unter weiteren Annahmen berücksichtigt werden. Diese Annahmen gilt es zu prüfen und gegebenenfalls mit detaillierteren Messungen zu korrigieren. Darüber hinaus konnten hier auch nicht alle Einflüsse auf die Messunsicherheit berücksichtigt werden. So konnten Schwankungen der Versorgungsspannung der Sensoren nicht bewertet werden, obwohl die dynamische Kalibrierung der Sensoren gezeigt hat, dass diese die Quelle großer Unsicherheiten sein können.

Ebenso gilt es, die störenden Einflüsse in der Kernströmung des Verdichters näher zu betrachten. Besonders für die Umfangsinhomogenität am Verdichtereintritt und die Zugänge für die Messtechnik wird erwartet, dass diese einen Einfluss auf die Beträge der Azimutalmodenamplituden haben.

Darüber hinaus werden in dieser Arbeit lediglich Azimutalmoden betrachtet. Eine Unterscheidung zwischen akustischen und anderen Anteilen ist somit nicht möglich. Hierzu ist eine weitere Separation der Effekte nötig.

Literaturverzeichnis

- [1] **Amiet, R.** (1971), “Transmission and Reflection of Sound by a Blade Row”, *AIAA JOURNAL*.
- [2] **Arndt, N.** (1993), “Blade Row Interaction in a Multistage Low-Pressure Turbine”, *ASME Journal of Turbomachinery*.
- [3] **Atassi, O. V.** (2003), “Computing the Sound Power in Non-Uniform Flow”, *Journal of Sound and Vibration*.
- [4] **Behn, M., Kisler, R., Tapken, U.** (2016), “Efficient Azimuthal Mode Analysis using Compressed Sensing”, *22nd AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*.
- [5] **Beresh, S. J., Henfling, J. F., Spillers, R. W., Pruett, B. O. M.** (2011), “Fluctuating wall pressure measured beneath a supersonic turbulent boundary layer”, *Physics of Fluids*.
- [6] **Bergh, H., Tijdeman, H.** (1965), “Theoretical and Experimental Results for the Dynamic Response of Pressure Measuring Systems”, .
- [7] **Bitter, M., Stotz, S., Niehuis, R.** (2021), “On High-Resolution Pressure Amplitude and Phase Measurements Comparing Fast-Response Pressure Transducers and Unsteady Pressure-Sensitive Paint”, *Journal of Turbomachinery*.
- [8] **Bonneau, V., Roux, J.-M., Gervais, Y.** (2015), “Tonal Noise Prediction of a Turbofan with Heterogeneous Stator and Bifurcations”, *AIAA Journal*.
- [9] **Bouley, S., Francois, B., Roger, M., Posson, H., Moreau, S.** (2017), “On a two-dimensional mode-matching technique for soundgeneration and transmission in axial-flow outlet guide vanes”, *Journal of Sound and Vibration*.
- [10] **Corcos, G. M.** (1963), “Resolution of Pressure in Turbulence”, *The Journal of the Acoustical Society of America*.
- [11] **Cumpsty, N. A.** (1974), “Sum and Difference Tones from Turbomachines”, *Journal of Sound and Vibration*.
- [12] **Daroukh, M., Gourdain, N., Moreau, S., Boussuge, J.-F., Sensiau, C.** (2017), “Impact of Inlet Distortion on Fan Tonal Noise”, *Proceedings of 12th European Conference on Turbomachinery Fluid dynamics & Thermodynamics*.
- [13] **Daroukh, M., Moreau, S., Gourdain, N., Boussuge, J.-F., Sensiau, C.** (2017), “Effect of Distortion on Turbofan Tonal Noise at Cutback with Hybrid Methods”, *International Journal of Turbomachinery, Propulsion and Power*.

- [14] **Daroukh, M., Moreau, S., Gourdain, N., Boussuge, J.-F., Sensiau, C.** (2019), “Tonal Noise Prediction of a Modern Turbofan Engine With Large Upstream and Downstream Distortion”, *Journal of Turbomachinery*, 141 (2).
- [15] **Diekötter, T. J.** (2023), “Turbulente Strukturen in den Statornachläufen eines 2,5-stufigen Axialverdichters”, Dissertation, Rheinisch-Westfälische Technische Hochschule Aachen.
- [16] **El-Aini, Y., deLaneuville, R., Stoner, A., Capece, V.** (1997), “High Cycle Fatigue of Turbomachinery Components - Industry Perspective”, *33rd Joint Propulsion Conference and Exhibit*.
- [17] **Enghardt, L., Tapken, U., Kornow, O., Kennepohl, F.** (2005), “Acoustic Mode Decomposition of Compressor Noise under Consideration of Radial Flow Profiles”, *11th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*.
- [18] **Enghardt, L., Tapken, U., Neise, W., Kennepohl, F., Heinig, K.** (2001), “Turbine blade/vane interaction noise - Acoustic mode analysis using in-duct sensor rakes”, *7th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference and Exhibit*.
- [19] **Ernst, M.** (2011), “Analyse von Rotor-Stator-Interaktionen und Schwingungsanregung in einem zweistufigen Axialverdichter mit integralen Laufrädern”, Dissertation, Rheinisch-Westfälische Technische Hochschule Aachen.
- [20] **Faßbender, A.** (2021), “Tonale Schalleistungsbestimmung am Austritt einer transsonischen Radialverdichterstufe auf Basis von Azimutalmodenanalysen”, Dissertation, Rheinisch-Westfälische Technische Hochschule Aachen.
- [21] **Frey, C., Ashcroft, G., Kersken, H.-P., Voigt, C.** (2014), “A Harmonic Balance Technique for Multistage Turbomachinery Applications”, *Proceedings of ASME Turbo Expo 2014*.
- [22] **Fruth, F.** (2013), “Reduction of Aerodynamic Forcing in Transonic Turbomachinery”, Dissertation, Royal Institute of Technology, Stockholm.
- [23] **Geihe, B., Frey, C., Ashcroft, G.** (2022), “Efficient Forced Response Analysis for Asymmetric Spacing”, *Proceedings of ASME Turbo Expo 2022*.
- [24] **Gensch, T. J., Behn, M., Spitalny, M., Tapken, U.** (2019), “Unsicherheiten der Schalleistungsbestimmung mittels Radialmodenanalyse in Strömungskanälen”, *DAGA - 45. Jahrestagung für Akustik*, S. 129–132.
- [25] **Girier, L., Roger, M., Bériot, H., Lafitte, A., Posson, H.** (2019), “A Two-Dimensional Model of Sound Transmission Through Curved and Staggered OGV: Effect of Inter-Vane Channel Mode Transmission”, *25th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*.

-
- [26] **Goessling, J., Fischer, F., Seume, J. R., Hilfer, M.** (2023), “Uncertainty and validation of unsteady pressure-sensitive paint measurements of acoustic fields under aero engine-like conditions”, *Experiments in Fluids*.
- [27] **Goldstein, M. E.** (1974), *Aeroacoustics*, Scientific and Technical Information Office, National Aeronautics and Space Administration.
- [28] **Goldstein, M. E.** (1976), *Aeroacoustics*.
- [29] **Grieb, H.** (2009), *Verdichter für Turbo-Flugtriebwerke*, Springer Berlin, Heidelberg.
- [30] **Grizewski, L., Behn, M., Funke, S., Siller, H. A.** (2019), “Analysis of the influence of inflow distortions on turbofan rotor noise”, *25th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*.
- [31] **Guérin, S.** (2022), “Improvement of the “Triple-Plane Pressure Mode Matching Technique“ and its Application to Harmonic Balance Simulations”, *ISUAAAT16, Paper No. ISUAAAT16-57*.
- [32] **Hall, K. C., Ekici, K.** (2005), “Multistage Coupling for Unsteady Flows in Turbomachinery”, *AIAA Journal, Vol. 43, No. 3*.
- [33] **Hedderich, J., Sachs, L.** (2018), *Angewandte Statistik*, Springer Spektrum Berlin, Heidelberg, 16. Aufl.
- [34] **Heinig, K. E.** (1993), “Ein Beitrag zur Berechnung der Schallemission mehrstufiger Verdichter und Turbinen von Flugzeugtriebwerken”, Dissertation, Technische Universität Berlin.
- [35] **Heners, J. P., Voigt, D. M., Frey, C., Ashcroft, G.** (2018), “Investigation of the Impact of Unsteady Turbulence Effects on the Aeroelastic Evaluation Process of a Low-Pressure Turbine Rotor Blade”, *Proceedings of the 15th International Symposium on Unsteady Aerodynamics, Aeroacoustics and Aeroelasticity of Turbomachines*.
- [36] **Holste, F.** (1995), “Ermittlung der aerodynamischen Lärmquellen und Berechnung des abgestrahlten Schallfeldes mittels der im Nahfeld gemessenen Druckschwankungen am Beispiel eines Triebwerksmodells”, Dissertation, Technische Universität Berlin.
- [37] **Holste, F., Neise, W.** (1997), “of Acoustical Near Field measurements Noise Source Identification in a Propfan Model by”, *Journal of Sound and Vibration*.
- [38] **Hoynacki, A.** (2000), “Experimentelle Untersuchung instationärer Strömungsvorgänge in einem Axialverdichter mit CDA-Beschaufelung”, Dissertation, Rheinisch-Westfälische Technische Hochschule Aachen.

- [39] **Huang, X.** (2013), “Compressive Sensing and Reconstruction in Measurements with an Aerospace Application”, *AIAA Journal*, 51 (4).
- [40] **Hurst, A. M., Olsen, T. R., Goodman, S., VanDeWeert, J., Shang, T.** (2014), “An Experimental Frequency Response Characterization of MEMS Piezoresistive Pressure Transducers”, *Proceedings of ASME Turbo Expo 2014: Turbine Technical Conference and Exposition*.
- [41] **Hurst, J., Behn, M., Klähn, L., Tapken, U.** (2022), “Accuracy and Robustness of Sparse Reconstruction Techniques for Azimuthal Mode Analysis of In-Duct Sound Fields”, *Journal of Sound and Vibration*.
- [42] **Hurst, J., Behn, M., Tapken, U., Enghardt, L.** (2016), “Detection of the Dominant Acoustic Modes Emitted by Turbomachinery using Compressed Sensing”, *Inter-Noise and Noise-Con Congress and Conference Proceedings*.
- [43] **Hurst, J., Behn, M., Tapken, U., Enghardt, L.** (2019), “Sound Power Measurements at Radial Compressors using Compressed Sensing based Signal Processing Methods”, *Proceedings of the ASME Turbo Expo: Turbomachinery Technical Conference and Exposition, 2B*.
- [44] **Jaron, R.** (2018), “Aeroakustische Auslegung von Triebwerksfans mittels multidisziplinärer Optimierung”, Dissertation, Technischen Universität Berlin.
- [45] **Junge, L., Ashcroft, G., Kersken, H.-P., Frey, C.** (2018), “On the Development of Harmonic Balance Methods for Multiple Fundamental Frequencies”, *Proceedings of the ASME Turbo Expo 2018*.
- [46] **Kaji, S., Okazaki, T.** (1970), “Propagation of Sound Waves Through a Blade Row I. Analysis Based on the Semi-Actuator Disk Theory”, *Journal of Sound and Vibration*.
- [47] **Kaji, S., Okazaki, T.** (1970), “Propagation of Sound Waves Through a Blade Row II. Analysis Based on the Acceleration Potential Method”, *Journal of Sound and Vibration*.
- [48] **Klähn, L., Caldas, L., Meyer, R., Rudolphi, A., Moreau, A., Tapken, U.** (2022), “Experimentelle Untersuchung der Auswirkung von Einlaufstörungen auf die Aeroakustik einer Rotor-Stator-Konfiguration am Fan-Prüfstand CRAFT”, *Deutscher Luft- und Raumfahrtkongress 2022*.
- [49] **Koch, W.** (1971), “On the Transmission of Sound Waves Through a Blade Row”, *Journal of Sound and Vibration*.
- [50] **Kulite Semiconductor Products, Inc.** , “<https://kulite.com//assets/media/2022/09/XCE-062-1.pdf>”, .
- [51] **Kulite Semiconductor Products, Inc.** , “Pressure Transducer Handbook”, .

-
- [52] **Laguna, J. D., Bartelt, M., Keller, C., Seume, J. R.** (2013), “Sensitivity and Uncertainty of the Radial Mode Analysis for Turbomachinery Applications”, *10Th European Conference on Turbomachinery: Fluid Dynamics and Thermodynamics*.
- [53] **Lengani, D., Kindermann, S., Selic, T., Marn, A., Heitmeir, F.** (2014), “Measurement and Decomposition of Periodic Flow Structures Downstream of a Test Turbine”, *Experiments in Fluids*, 55.
- [54] **Li, J., Canon, D., Schmitt, S., Besem, F., Kielb, R. E.** (2015), “Wake and Potential Interactions in a Multistage Compressor”, *ISUAAAT14, Paper No. I14-S2-2*.
- [55] **Maroldt, N., Amer, M., Seume, J. R.** (2022), “Forced Response due to Vane Stagger Angle Variation in an Axial Compressor”, *Journal of Turbomachinery*.
- [56] **Mertins, A.** (2020), *Signaltheorie*, Springer Vieweg Wiesbaden, 4. Aufl.
- [57] **Mühl, T.** (2020), *Elektrische Messtechnik*, Springer Vieweg Wiesbaden, 6. Aufl.
- [58] **Müller-BBM VibroAkustik Systeme GmbH** , “PAK MKII G2 User Manual, Revision 1.6”, .
- [59] **Ng, H. C.-H., Coull, J. D.** (2017), “Parasitic Loss Due to Leading Edge Instrumentation on a Low-Pressure Turbine Blade”, *Journal of Turbomachinery*.
- [60] **Ovenden, N. C.** (2002), “Near Cut-On/Cut-Off Transition in Lined Ducts with Flow”, *8th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference & Exhibit*.
- [61] **Ovenden, N. C., Eversman, W., Rienstra, S.** (2004), “Cut-On Cut-Off Transition in Flow Ducts: Comparing Multiple-Scales and Finite-Element Solutions”, *10th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*.
- [62] **Ovenden, N. C., Rienstra, S. W.** (2004), “Mode-Matching Strategies in Slowly Varying Engine Ducts”, *AIAA Journal*.
- [63] **Peters, M.** (2019), “Einfluss des Schaufelhöhenseitenverhältnisses auf den Wirkungsgrad und das Betriebsverhalten einer Axialverdichterstufe”, *Dissertation, Rheinisch-Westfälische Technische Hochschule Aachen*.
- [64] **Rademaker, E. R., Sijtsma, P., Tester, B. J.** (2001), “Mode Detection with an Optimised Array in a Model Turbofan Engine Intake at Varying Shaft Speeds”, *7th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*.
- [65] **Rice, E. J., Heidmann, M. F., Sofrin, T. G.** (1979), “Modal Propagation Angles in a Cylindrical Duct with Flow and their Relation to Sound Radiation”, *17th Aerospace Science Meeting, AIAA PAPER 79-0183*.

- [66] **Ricks, N., Abraham, S., Contino, F., Ghorbaniasl, G.** (2018), “Uncertainty quantification for the aeroacoustics of rotating blades in the time domain”, *Applied Acoustics*.
- [67] **Rienstra, S. W.** (1999), “Sound Transmission in Slowly Varying Circular and Annular Lined Ducts with Flow”, *Journal of Fluid Mechanics*.
- [68] **Rienstra, S. W.** (2000), “Cut-on, cut-off transition of sound in slowly varying flow ducts”, *Journal of the Associazione Italiana di Aeronautica e Astronautica AIDAA*, 79, S. 93–96.
- [69] **Rienstra, S. W.** (2003), “Sound propagation in slowly varying lined flow ducts of arbitrary cross-section”, *Journal of Fluid Mechanics*.
- [70] **Roger, M., François, B.** (2017), “Combined analytical models for sound generation and transmission in cambered axial-flow outlet guide vanes”, *European Journal of Mechanics B-Fluids*.
- [71] **Romberg, J.** (2008), “Imaging via Compressive Sampling”, *IEEE Signal Processing Magazine*, 25 (2), S. 14–20.
- [72] **Royston, P.** (1993), “A Pocket-Calculator Algorithm for the Shapiro-Francia Test for Non-Normality: An Application to Medicine”, *Statistics in Medicine*.
- [73] **Royston, P.** (1993), “A Toolkit for Testing for Non-Normality in Complete and Censored Samples”, *Journal of the Royal Statistical Society. Series D (The Statistician)*.
- [74] **Sanders, A. J., Fleeter, S.** (2001), “Multi-Blade Row Interactions in a Transonic Axial Compressor Part II: Rotor Wake Forcing Function & Stator Unsteady Aerodynamic Response”, *Proceedings of ASME Turbo Expo 2001*.
- [75] **Sanders, A. J., Fleeter, S.** (2002), “Rotor Blade-to-Blade Wake Variability and Effect on Downstream Vane Response”, *Journal of Propulsion and Power*.
- [76] **Sanders, C. J.** (2020), “Validierung der numerische Vorhersage fremderregter Schaufelschwingungen an einem Axialverdichter”, Dissertation, Rheinisch-Westfälische Technische Hochschule Aachen.
- [77] **Sanders, C. J., Terstegen, M., Jeschke, P., Schönenborn, H., Heners, J. P.** (2018), “Rotor-Stator Interactions in a 2.5-Stage Axial Compressor, Part II: Prediction of Blade Vibrational Stresses”, *ISUAAAT15, Paper No. I15-039*.
- [78] **Schmidt, T.** (2019), “Einfluss einer erhöhten Schaufelstreckung auf das Betriebsverhalten einer Axialverdichterstufe”, Dissertation, Rheinisch-Westfälische Technische Hochschule Aachen.
- [79] **Schnell, R.** (2004), “Numerische Simulation des akustischen Nahfeldes einer Triebwerksgebläsestufe”, Dissertation, Technischen Universität Berlin.

-
- [80] **Schönenborn, H.** (2018), “Analysis of the Effect of Multirow and Multipassage Aerodynamic Interaction on the Forced Response Variation in a Compressor Configuration - Part I: Aerodynamic Excitation”, *Journal of Turbomachinery*. May 2018, 140(5): 051004.
- [81] **Schönenborn, H., Ashcroft, G.** (2014), “Comparison of Non-Linear and Linearized CFD Analysis of the Stator-Rotor Interaction of a Compressor Stage”, *Proceedings of ASME Turbo Expo 2014: Turbine Technical Conference and Exposition*.
- [82] **Schrabe, S., Giersch, T., Nipkau, J., Stapelfeldt, S., Mück, B.** (2015), “Tyler-Sofrin Modes in Axial High Pressure Compressor Forced Response Analysis”, *ISUAAAT14, Paper No. I14-S2-3*.
- [83] **Schulte, J. H. G.** (1994), “Experimentelle Untersuchung der stationären dreidimensionalen Strömung an einem invers ausgelegten einstufigen Axialverdichter mit Vorleitrad”, Dissertation, Rheinisch-Westfälische Technische Hochschule Aachen.
- [84] **Shannon, C. E.** (1949), “Communication in the Presence of Noise”, *Proceedings of the IRE*, 37 (1), S. 10–21.
- [85] **Tapken, U.** (2015), “Analyse und Synthese akustischer Interaktionsmoden von Turbomaschinen”, Dissertation, Technischen Universität Berlin.
- [86] **Tapken, U., Bauers, R., Neuhaus, L., Humphreys, N., Wilson, A., Stöhr, C., Beutke, M.** (2011), “A New Modular Fan Rig Noise Test and Radial Mode Detection Capability”, *17th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference (32nd AIAA Aeroacoustics Conference)*.
- [87] **Terstegen, M.** (2020), “Einfluss aeroakustischer Rotor-Stator-Wechselwirkungen auf fremderregte Schaufelschwingungen in einem 2,5-stufigen Axialverdichter”, Dissertation, Rheinisch-Westfälische Technische Hochschule Aachen.
- [88] **Terstegen, M., Sanders, C., Jeschke, P., Schoenenborn, H.** (2018), “Rotor-Stator Interactions in a 2.5-Stage Axial Compressor, Part I: Experimental Analysis of Tyler-Sofrin Modes”, *ISUAAAT15, Paper No. I15-038*.
- [89] **Tyler, J. M., Sofrin, T. G.** (1962), “Axial Flow Compressor Noise Studies”, *SAE Transaction, Vol. 70, pp. 309-332*.
- [90] **Vahdati, M., Sayman, A. I., Imregun, M., Simpson, G.** (2007), “Multibladerow Forced Response Modeling in Axial-Flow Core Compressors”, *Transactions of the ASME*.
- [91] **Vahdati, M., Zhao, F., Sureshkumar, P.** (2020), “An overview of time-domain computational methods for aeroelastic instabilities of multi-stage compressors”, *Journal of Global Power and Propulsion Society*.

- [92] **VDI e. V.** (Hrsg.) (2013), VDI-Wärmeatlas, Springer Vieweg Berlin, Heidelberg.
- [93] **Voigt, J., Friedrichs, J.** (2021), “Development of a Multi-Segment Parallel Compressor Model for a Boundary Layer Ingesting Fuselage Fan Stage”, *Energies*.
- [94] **Vorländer, M.** (2017), Akustische Messtechnik, Springer Vieweg Berlin, Heidelberg.
- [95] **Weckmüller, C., Fritzsich, A., Guérin, S.** (2009), “Extended Multi-Plane Pressure Mode Matching for CFD-CAA Coupling”, *International Conference on Acoustics NAG-DAGA 2009*.
- [96] **Werner, M.** (2019), Digitale Signalverarbeitung mit MATLAB, Springer Vieweg Wiesbaden, 6. Aufl.
- [97] **Wilcox, D. C.** (1988), “Reassessment of the Scale-Determining Equation for Advanced Turbulence Models”, *AIAA Journal*.
- [98] **Wilcox, D. C.** (1994), Turbulence Modeling for CFD, DCW Industries, Inc.
- [99] **Wohlbrandt, A., Weckmüller, C., Guérin, S.** (2018), “A Robust Extension to the Triple Plane Pressure Mode Matching Method by Filtering Convective Perturbations”, *International Journal of Aeroacoustics*.
- [100] **Zielinski, M., Ziller, G.** (2000), “Noncontact Vibration Measurements on Compressor Rotor Blades”, *Measurement Science Technology, Volume 11*.
- [101] **Zielinski, M., Ziller, G.** (2007), “Noncontact Blade Vibration and Tip Clearance Measurement System for Aero Engine Application”, *International Symposium on Air Breathing Engines (ISABE), ISABE-2007-1109*.

A. Messstellen und -technik

Nachfolgend sind ergänzende Informationen zu den verwendeten Messstellen (Abschnitt A.1), der eingesetzten Messtechnik (Abschnitt A.2) sowie den eingesetzten Korrekturverfahren für die experimentellen Untersuchungen (Abschnitte A.3 und A.4) aufgeführt.

A.1. Messstellen und -raster

Messstellen

In Tabelle A.1. sind die verwendeten Messstellen für instationäre Drucksensoren in den Ebenen A bis F, X, C⁻, C⁺ und E⁻ zusammengefasst.

Tabelle A.1.: Umfangspositionen der Messstellen

(a) Nahe der Beschau felung (Sensortyp A)							(b) Hinter der Beschau felung (Sensortyp A)	
	Messebene							Messebene
	A	B	C	D	E	F		X
Pos. 1	295,0°	314,0°	278,0°	305,0°	273,4°	310,0°	Pos. 1	296,0°
Pos. 2	299,5°	16,5°	314,0°	314,5°	314,0°	356,5°	Pos. 2	306,3°
Pos. 3	44,0°	44,0°	16,5°	16,5°	16,5°	1,0°	Pos. 3	316,5°
Pos. 4	53,0°	48,5°	68,4°	52,0°	80,0°	16,5°	Pos. 4	326,8°
Pos. 5	62,0°	53,0°	72,9°	56,5°	84,5°	59,5°	Pos. 5	337,0°
Pos. 6	-	62,0°	-	-	-	-	Pos. 6	349,4°
							Pos. 7	1,8°
							Pos. 8	14,2°
							Pos. 9	26,6°
							Pos. 10	39,0°
							Pos. 11	51,4°
							Pos. 12	63,8°

(c) Nahe der Beschau felung (Sensortyp R)			
	Messebene		
	C ⁻	C ⁺	E ⁻
Pos. 1	321,5°	321,5°	322,0°
Pos. 2	324,0°	324,0°	324,0°
Pos. 3	326,5°	326,5°	326,0°
Pos. 4	329,0°	329,0°	328,0°

Messraster

Das verwendete Messraster umfasst die Positionen nach Tabelle A.2. Diese sind auf einen Sensor an der 0°-Position bezogen. Für Sensoren an anderen absoluten Positionen ergeben sich entsprechend andere virtuelle Umfangspositionen, deren relativer Abstand zueinander aber unverändert ist. Das Gleiche gilt für das Repro-Raster nach Tabelle A.3.

Tabelle A.2.: Umfangspositionen des Messrasters

Nr.	Position	Nr.	Position	Nr.	Position	Nr.	Position	Nr.	Position
φ_1	197,4°	φ_{26}	343,5°	φ_{51}	185,1°	φ_{76}	47,5°	φ_{101}	266,0°
φ_2	291,4°	φ_{27}	309,2°	φ_{52}	226,1°	φ_{77}	34,4°	φ_{102}	59,1°
φ_3	204,8°	φ_{28}	103,3°	φ_{53}	164,3°	φ_{78}	186,3°	φ_{103}	341,5°
φ_4	97,5°	φ_{29}	121,6°	φ_{54}	39,6°	φ_{79}	169,8°	φ_{104}	101,2°
φ_5	263,1°	φ_{30}	100,2°	φ_{55}	217,5°	φ_{80}	0,0°	φ_{105}	45,1°
φ_6	356,9°	φ_{31}	2,1°	φ_{56}	224,0°	φ_{81}	189,2°	φ_{106}	318,1°
φ_7	84,9°	φ_{32}	181,6°	φ_{57}	103,9°	φ_{82}	152,9°	φ_{107}	341,2°
φ_8	153,1°	φ_{33}	0,6°	φ_{58}	68,6°	φ_{83}	168,0°	φ_{108}	49,7°
φ_9	64,1°	φ_{34}	320,3°	φ_{59}	179,2°	φ_{84}	35,2°	φ_{109}	0,4°
φ_{10}	279,2°	φ_{35}	111,4°	φ_{60}	224,2°	φ_{85}	176,1°	φ_{110}	113,4°
φ_{11}	36,0°	φ_{36}	106,1°	φ_{61}	95,7°	φ_{86}	219,2°	φ_{111}	324,3°
φ_{12}	190,6°	φ_{37}	98,2°	φ_{62}	218,8°	φ_{87}	212,4°	φ_{112}	242,9°
φ_{13}	300,0°	φ_{38}	38,5°	φ_{63}	127,1°	φ_{88}	160,0°	φ_{113}	43,4°
φ_{14}	206,8°	φ_{39}	280,1°	φ_{64}	289,7°	φ_{89}	152,6°	φ_{114}	324,7°
φ_{15}	99,1°	φ_{40}	253,9°	φ_{65}	198,9°	φ_{90}	358,8°	φ_{115}	239,8°
φ_{16}	57,5°	φ_{41}	193,7°	φ_{66}	88,4°	φ_{91}	38,3°	φ_{116}	274,8°
φ_{17}	187,9°	φ_{42}	6,3°	φ_{67}	131,6°	φ_{92}	144,7°	φ_{117}	102,7°
φ_{18}	125,3°	φ_{43}	305,1°	φ_{68}	143,0°	φ_{93}	170,9°	φ_{118}	167,7°
φ_{19}	264,0°	φ_{44}	172,8°	φ_{69}	257,3°	φ_{94}	340,6°	φ_{119}	135,4°
φ_{20}	130,6°	φ_{45}	126,9°	φ_{70}	107,5°	φ_{95}	34,9°	φ_{120}	212,0°
φ_{21}	269,9°	φ_{46}	100,6°	φ_{71}	233,0°	φ_{96}	347,2°	φ_{121}	147,2°
φ_{22}	332,8°	φ_{47}	92,3°	φ_{72}	62,0°	φ_{97}	197,7°	φ_{122}	73,6°
φ_{23}	45,5°	φ_{48}	307,0°	φ_{73}	303,6°	φ_{98}	311,6°		
φ_{24}	243,6°	φ_{49}	237,5°	φ_{74}	40,9°	φ_{99}	328,7°		
φ_{25}	147,6°	φ_{50}	284,2°	φ_{75}	228,6°	φ_{100}	105,1°		

Tabelle A.3.: Umfangspositionen des Repro-Rasters

Nr.	Position
φ_{R1}	144,0°
φ_{R2}	10,0°
φ_{R3}	77,0°
φ_{R4}	211,0°
φ_{R5}	278,0°

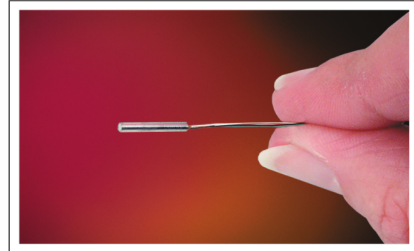
A.2. Instationäre Drucksensoren



HIGH TEMPERATURE ULTRAMINIATURE PRESSURE TRANSDUCER

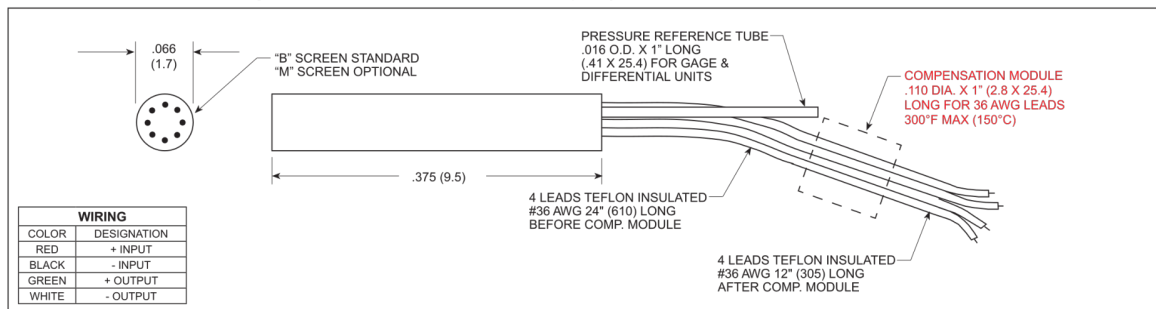
XCE-062 SERIES

- Wide Temperature Capability -65°F To 525°F
- Ideal For Turbine Engine Probes and Wind Tunnel Applications
- 50 Year History Of Successful Applications In Wind Tunnel And Flight Test Programs
- Patented Silicon on Silicon Integrated Sensor **VIS®**
- Size And Shape Ideal For Incorporation In User Designed Probes
- Excellent Static And Dynamic Performance



The XCE-062 Series allow for a very rugged package suited for probes, pressure rakes and other similar test set ups. This transducer is well suited for both dynamic and static pressure measurements in benign or harsh environments. Its wide operating temperature range (-65°F to +525°F) makes it ideal for numerous applications in Aerospace and other areas of industry.

Kulite recommends the **KSC Series** of signal conditioners to maximize the measurement capability of the XCE-062 transducer.



INPUT	Pressure Range	0.35 5	0.7 10	1 15	1.7 25	3.5 50	7 100	17 250	35 500	70 BAR 1000 PSI	
	Operational Mode	Absolute, Gage, Differential			Absolute, Gage, Sealed Gage, Differential			Absolute, Sealed Gage			
	Over Pressure	2 Times Rated Pressure									
	Burst Pressure	3 Times Rated Pressure									
	Pressure Media	All Nonconductive, Noncorrosive Liquids or Gases									
	Rated Electrical Excitation	10 VDC/AC									
	Maximum Electrical Excitation	12 VDC/AC									
OUTPUT	Input Impedance	1000 Ohms (Min.)									
	Output Impedance	1000 Ohms (Nom.)									
	Full Scale Output (FSO)	100 mV (Nom.)									
	Residual Unbalance	± 5 mV (Typ.)									
	Combined Non-Linearity, Hysteresis and Repeatability	± 0.1% FSO BFSL (Typ.), ± 0.5% FSO (Max.)									
	Resolution	Infinitesimal									
	Natural Frequency of Sensor Without Screen (KHz) (Typ.)	150	175	200	240	300	380	550	700	1000	
ENVIRONMENTAL	Acceleration Sensitivity % FS/g Perpendicular	1.5x10 ⁻³	1.0x10 ⁻³	6.5x10 ⁻⁴	5.0x10 ⁻⁴	3.0x10 ⁻⁴	1.5x10 ⁻⁴	1.0x10 ⁻⁴	6.0x10 ⁻⁵	4.5x10 ⁻⁵	
	Insulation Resistance	100 Megohm Min. @ 50 VDC									
	Operating Temperature Range	-65°F to +525°F (-55°C to +273°C) <i>Sensor Only</i>									
	Compensated Temperature Range	80°F to +450°F (25°C to +235°C) <i>Sensor Only</i>									
	Thermal Zero Shift	± 1% FS/100°F (Typ.)									
	Thermal Sensitivity Shift	± 1% /100°F (Typ.)									
	Mechanical Shock	20g Half Sine Wave 11 msec. Duration									
PHYSICAL	Linear Vibration	20g Peak, Sine 10 - 2000 Hz									
	Electrical Connection	4 Leads 36 AWG 36" Long									
	Weight	.4 Gram (Nom.) Excluding Module and Leads									
	Pressure Sensing Principle	Fully Active Four Arm Wheatstone Bridge Dielectrically Isolated Silicon on Silicon									

Note: Custom pressure ranges, accuracies and mechanical configurations available. Dimensions are in inches. Dimensions in parenthesis are in millimeters. All dimensions nominal. (Q) Continuous development and refinement of our products may result in specification changes without notice. Copyright © 2014 Kulite Semiconductor Products, Inc. All Rights Reserved. Kulite miniature pressure transducers are intended for use in test and research and development programs and are not necessarily designed to be used in production applications. For products designed to be used in production programs, please consult the factory.

KULITE SEMICONDUCTOR PRODUCTS, INC. • One Willow Tree Road • Leonia, New Jersey 07605 • Tel: 201 461-0900 • Fax: 201 461-0990 • <http://www.kulite.com>

Abbildung A.1.: Datenblatt: Kulite XCE-062 [50]

Tabelle A.4.: Eingesetzte Sensoren der Firma Kulite (zum RTV siehe Abschnitt 4.1.3)

(a) Typ A			(b) Typ R			
Bezeichnung	Typ	RTV	Bezeichnung	Typ	RTV	Messstelle
S _{A1}	XCE-IC-062	×	S _{R1}	XCE-062	×	C ⁻ 1
S _{A2}	XCE-IC-062	×	S _{R2}	XCE-062	×	C ⁻ 2
S _{A3}	XCE-IC-062	×	S _{R3}	XCE-062	×	C ⁻ 3
S _{A4}	XCE-IC-062	✓	S _{R4}	XCE-062	×	C ⁻ 4
S _{A5}	XCE-IC-062	✓	S _{R5}	XCE-062	×	C ⁺ 1
S _{A6}	XCE-IC-062	✓	S _{R6}	XCE-062	×	C ⁺ 2
S _{A7}	XCE-IC-062	✓	S _{R7}	XCE-062	×	C ⁺ 3
S _{A8}	XCE-IC-062	✓	S _{R8}	XCE-062	×	C ⁺ 4
S _{A9}	XCE-IC-062	✓	S _{R9}	XCE-062	×	E ⁻ 1
S _{A10}	XCE-IC-062	✓	S _{R10}	XCE-062	×	E ⁻ 2
S _{A11}	XCE-IC-062	✓	S _{R11}	XCE-062	×	E ⁻ 3
S _{A12}	XCE-IC-062	✓	S _{R12}	XCE-062	×	E ⁻ 4

A.3. Durchmesserkorrektur von Sensoren bei instationären Druckmessungen

Der zweidimensionale Ansatz aus Abschnitt 4.1.3 wird nachfolgend mit zwei weiteren Ansätzen verglichen.

Neben anderen haben *Corcos* [10], *Beresh et al.* [5] und *Hurst et al.* [40] die Problematik einer Mittelung des Drucks über die Sensorfläche beschrieben. *Corcos* und *Hurst et al.* haben Ansätze zur Kompensation vorgestellt, von denen der eindimensionale Ansatz von *Hurst et al.* hier zum Vergleich herangezogen wird. Mit diesem wird ein komplexer Faktor für den Unterschied zwischen gemitteltem Druck und dem Druck in einem diskreten Punkt auf dem Sensor ermittelt. Dazu wird die Zeit

$$\tau_D = \frac{d}{u_W} \quad (\text{A.1})$$

herangezogen, die ein Punkt auf einer ebenen Welle benötigt, um einen Sensor mit dem Durchmesser d bei der Ausbreitungsgeschwindigkeit u_W zu passieren.

Grundlage für die Berechnung ist die harmonische Schwingung

$$p'(\omega) = A e^{i\omega t} \quad (\text{A.2})$$

mit der Amplitude A . Diese Gleichung ist für einen diskreten Punkt gültig. Durch Integration ergibt sich daraus

$$\overline{p'_K(\omega)} = \frac{u_W}{d} \int_{t_0}^{t_1} A e^{i\omega t} dt = \frac{A u_W}{i\omega d} [e^{i\omega t_1} - e^{i\omega t_0}]. \quad (\text{A.3})$$

Damit lässt sich nun der mittlere Druck einer endlichen Fläche, zum Beispiel der sensitiven Fläche eines Sensors, berechnen. Für die Variante von *Hurst et al.* [40] werden $t_0 = 0$ und $t_1 = \tau_D$ als Integrationsgrenzen verwendet. Das Verhältnis der beiden vorherigen Gleichungen, also das Verhältnis vom Druck an einem diskreten Punkt zum mittleren Druck des sensitiven Teils des Sensors, lässt sich über

$$G_H(\omega) = \frac{\overline{p'_K(\omega)}}{p'(\omega)} = \frac{i u_W}{\omega d} \left[e^{-\frac{i \omega d}{u_W}} - 1 \right] \quad (\text{A.4})$$

bestimmen. In der hier gezeigten Variante wird der gemittelte Druck mit dem Druck im Zentrum des Sensors zum Zeitpunkt $t = 0$ verglichen. Aufgrund der Eindimensionalität ist diese Gleichung beispielsweise für ebene Wellen, die einen rechteckigen Sensor passieren, anzuwenden. Diese Annahme ist für Kulite-Sensoren ohne Schutzschirm gültig, wie sie unter anderem von *Hurst et al.* [40] betrachtet wurden. Dabei ist dann allerdings auf die Orientierung der Ausbreitungsrichtung der Welle gegenüber der sensitiven Fläche des Sensors zu achten. Durch die Wahl der Integrationsgrenzen kommt es neben dem Verstärkungsfaktor auch zur Phasenverschiebung.

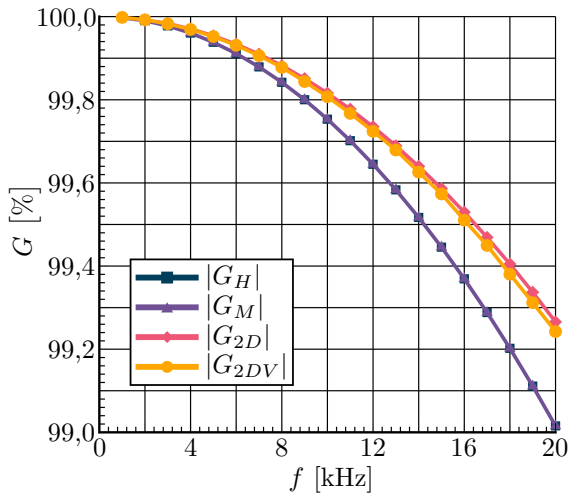
Die mit diesem Ansatz ermittelte Phasenverschiebung deckt sich nicht mit dem zweidimensionalen Ansatz nach Abschnitt 4.1.3 und weiteren theoretischen Überlegungen. Aus diesem Grund wird auf der Grundlage der Gleichungen von *Hurst et al.* [40] eine modifizierte Version der Gleichung erstellt. Durch Ändern der Integrationsgrenzen auf $t_0 = -\frac{1}{2}\tau_D$ und $t_1 = \frac{1}{2}\tau_D$ ändert sich die zu berechnende Gleichung zu

$$G_M(\omega) = \frac{i u_W}{\omega d} \left[e^{\frac{1}{2} \frac{-i \omega d}{u_W}} - e^{\frac{1}{2} \frac{i \omega d}{u_W}} \right]. \quad (\text{A.5})$$

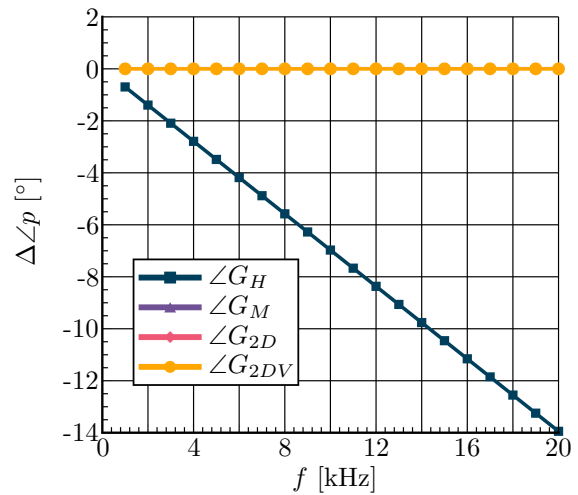
Dabei wird der Druck weiterhin mit dem im Zentrum des Sensors bei $t = 0$ verglichen. Ist die Wellenlänge kleiner als der Durchmesser d des Sensors, verschwindet hier der Phasenversatz. Für beide Ansätze sind weiterhin Kenntnis über die Geschwindigkeit u_W sowie über die Kreisfrequenz ω nötig. Im Fall ohne Strömung entspricht die Geschwindigkeit u_W der Schallgeschwindigkeit.

Für Frequenzen bis 20 kHz zeigt Abbildung A.2. einen Vergleich der drei Verfahren. Der Faktor des 2D-Ansatzes ist mit G_{2D} bezeichnet. Eine Erweiterung dieses Ansatzes, welcher an den Einsatz im Verdichter angelehnt ist, wird hier ebenfalls gezeigt und als G_{2DV} bezeichnet. Eine Erläuterung zu diesem Ansatz folgt später in diesem Abschnitt. An den dargestellten Verläufen in Abbildung A.2. (a) zeigt sich, dass sich alle Verfahren hinsichtlich des Verstärkungsfaktors ähnlich verhalten. Die Faktoren für G_H und G_M sind hier identisch. Mit den zweidimensionalen Varianten wird der Einfluss der Mittelung geringer als in den eindimensionalen Ansätzen bewertet. Bei den hier betrachteten Sensoren und Frequenzen von bis zu 20 kHz liegt der maximale Unterschied des Verstärkungsfaktors zwischen den vier Ansätze bei 0,25 %-P.

Wie zuvor beschrieben und in Abbildung A.2. (b) dargestellt, zeigt nur G_H einen Phasenversatz. Dieser nimmt mit steigender Frequenz linear in negativer Richtung zu. G_M , G_{2D} und G_{2DV} liegen hier bei einem konstanten Phasenversatz von 0° exakt übereinander.

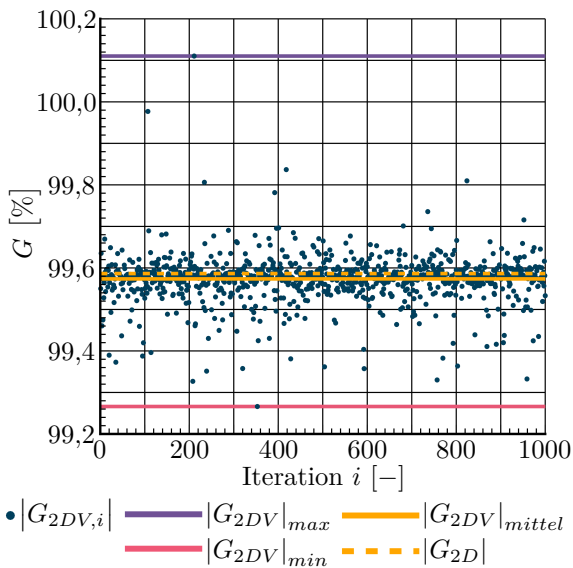


(a) Verstärkungsfaktor

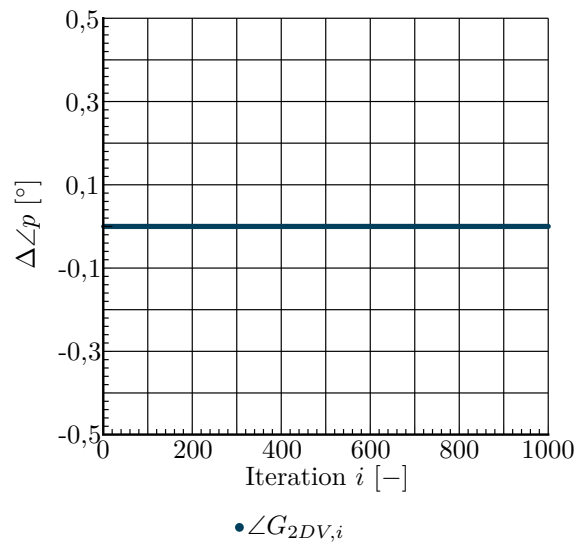


(b) Phasenversatz

Abbildung A.2.: Frequenzabhängiger Einfluss der Druckmittelung über die Sensorfläche nach (A.4), (A.5) und Abbildung 4.9. G_{2D} berücksichtigt nur ebene Wellen, G_{2DV} berücksichtigt Überlagerungen zufälliger Moden nach Anhang A.3.



(a) Verstärkungsfaktor



(b) Phasenversatz

Abbildung A.3.: Einfluss zufälliger Modenordnungen und Strömungen auf die Druckmittelung über die Sensorfläche bei 15 kHz zur Bestimmung von G_{2DV}

Für die betrachteten Fälle wird stets eine ebene Welle ohne Strömung angenommen. Diese Annahme ist für die dynamische Kalibrierung der Sensoren zutreffend, gilt allerdings nicht für die Messungen am Axialverdichterprüfstand oder an Prüfständen im Allgemeinen. Dort treten Überlagerungen von Moden unterschiedlicher Azimutal- und Radialmodenordnungen auf. Diese können sich stromab sowie stromauf ausbreiten und werden gleichzeitig von einer Grundströmung überlagert. Um diesen Fall nachzubilden,

werden im Folgenden 1000 Iterationen mit zufälligen Moden bei einer Frequenz von 15 kHz betrachtet. Dabei überlagern sich jeweils 10 Moden zufälliger Amplitude. Für jede Iteration wird außerdem eine axiale Geschwindigkeit, deren Betrag zufällig zwischen 0 m/s und 200 m/s liegt, berücksichtigt. Die angenommene Temperatur liegt bei 25°C und repräsentiert damit einen Fall in den vorderen Messebenen.

Diese Daten werden in Abbildung A.3. mit den Ergebnissen der ebenen Welle im zweidimensionalen Ansatz G_{2D} verglichen. Für den Verstärkungsfaktor zeigt sich, dass die Einzelwerte mit einer Breite von etwa 0,8 %-P. streuen. Dabei ist eine deutliche Häufung der Einzelergebnisse um den Mittelwert $|G_{2DV}|_{\text{mittel}}$ festzustellen. Dieser liegt wiederum nah am Betrag der ebenen Welle im zweidimensionalen Ansatz $|G_{2D}|$. Ein Phasenversatz ist für keine der Iterationen festzustellen. Damit stellt die ebene Welle eine gute Annäherung für den Einsatz im Verdichter dar und ist für die Auswertung geeignet.

A.4. Dynamische Kalibrierdaten

Die ermittelten Verstärkungsfaktoren aus der dynamischen Kalibrierung sind bereits in Abbildung 4.10. gezeigt. An dieser Stelle werden diese Daten um den Phasenversatz erweitert und mit Daten aus der Literatur verglichen.

Phasenversatz

Abbildung A.4. zeigt den Phasenversatz für die Sensoren vom Typ A sowie für die vom Typ R. Der Zusammenhang zwischen Phasenversatz und Frequenz ist für alle Sensoren annähernd linear. Dabei ist der Effekt des RTV wesentlich weniger deutlich zu erkennen, als es beim Verstärkungsfaktor in Abbildung 4.10. der Fall ist. Erst ab etwa 17 kHz beginnt sich ein Unterschied abzuzeichnen.

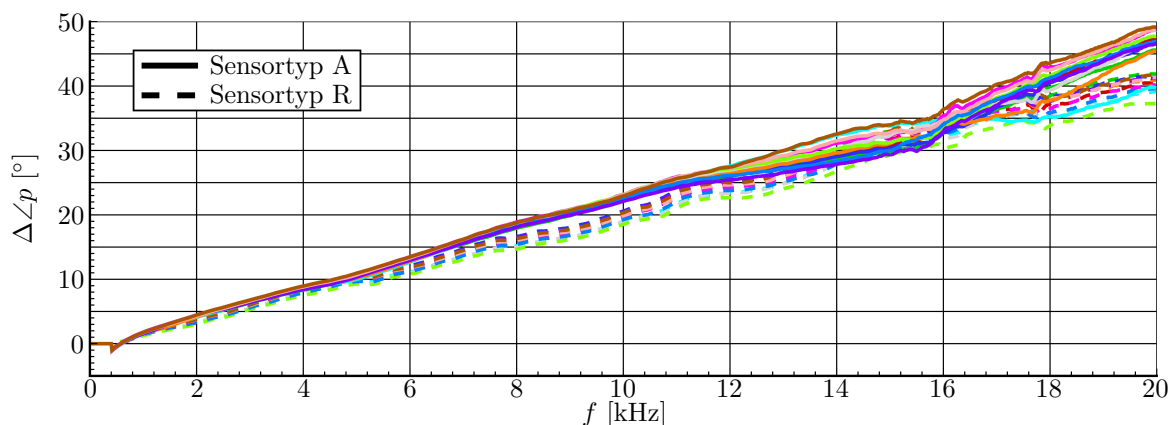


Abbildung A.4.: Phasenversatz aller Sensoren aus den dynamischen Kalibrierdaten

Vergleich mit der Literatur

Hurst *et al.* [40] haben für eine Vielzahl unterschiedlicher Kulite Sensoren Kalibrierdaten bis zu Frequenzen von 50 kHz gezeigt. Unter diesen waren auch Sensoren vom Typ

XCS-062. Deren Durchmesser entspricht dem der hier eingesetzten Sensoren vom Typ XCE-062 und XCE-IC-062. Weiterhin wurde dieselbe Art von Schutzschirm (B-Screen) ohne RTV darunter verwendet, womit ein ähnliches Verhalten wie bei den Sensoren vom Typ R erwartet wird. In Abbildung A.5. sind die hier ermittelten Verstärkungsfaktoren für die Sensoren vom Typ R mit denen von *Hurst et al.* [40] verglichen.

Bis 16 kHz liegen die Daten von *Hurst et al.* [40] im Bereich der kalibrierten Sensoren vom Typ R. Hin zu höheren Frequenzen weisen die veröffentlichten Daten einen geringeren Verstärkungsfaktor auf. Der Trend eines zunehmenden Verstärkungsfaktors mit steigender Frequenz ist in diesem Frequenzbereich aber weiterhin vergleichbar. Bei 20 kHz hat der Verlauf nach *Hurst et al.* [40] für den Verstärkungsfaktor einen Abstand von etwa $\Delta G \approx 0,14$ zur Einhüllenden der Kalibrierdaten aller Sensoren vom Typ R. Die Breite des Streubereichs der Sensoren vom Typ R ist an dieser Stelle mit $\Delta G \approx 0,17$ vergleichbar. Es ist somit nicht auszuschließen, dass die Abweichungen sensorspezifisch sind. Insgesamt ist die Übereinstimmung gut, weshalb die Kalibrierdaten im Rahmen dieser Arbeit weiterverwendet werden.

Aufgrund der sensorspezifischen Unterschiede bei den kalibrierten Sensoren wird eine Extrapolation der Daten nicht durchgeführt. Eine Kalibrierung bei höheren Frequenzen konnte mit den hier verwendeten Sensoren ebenfalls nicht durchgeführt werden. Die von *Hurst et al.* [40] verwendeten Sensoren ließen sich bis 50 kHz kalibrieren, da diese in Varianten mit geringeren Druckbereichen ausgeführt sind. Dementsprechend sind geringere Druckamplituden des Lautsprechers ausreichend, um eine Kalibrierung durchzuführen. Auf Anfrage beim Hersteller konnte auch dort für die hier eingesetzten Sensoren keine Kalibrierung für höhere Frequenzen angeboten werden.

Daten für einen direkten Vergleich mit den Sensoren vom Typ A stehen nicht zur Verfügung. Der von *Hurst et al.* [40] an anderen Sensoren gezeigte Einfluss von RTV deckt sich allerdings gut mit den hier beobachteten Unterschieden beider Sensortypen, sodass auch die Kalibrierdaten der Sensoren vom Typ A plausibel sind.

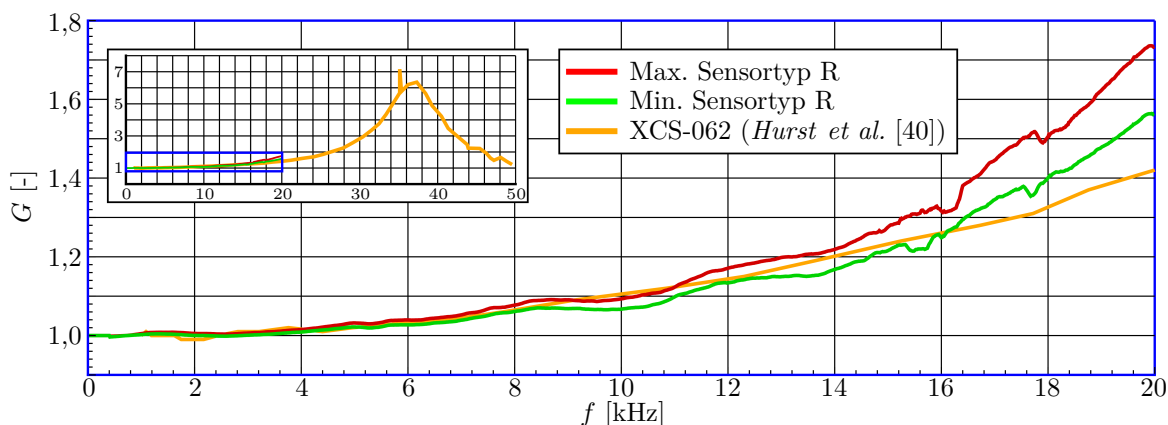


Abbildung A.5.: Vergleich der Verstärkungsfaktoren der Sensoren vom Typ R mit Daten von *Hurst et al.* [40]. Die Sensoren vom Typ R sind als minimaler und maximaler Verstärkungsfaktor aller Sensoren vom Typ R gezeigt.

B. Netzeinfluss

Für die Vernetzung der Simulationsmodelle wird die Software Numeca AutoGrid5 verwendet. Bei den Netzen der instrumentierten Schaufeln, die in Kapitel 8 verwendet werden, kommt ergänzend die Software Ansys ICEM hinzu. Es werden in beiden Fällen ausschließlich blockstrukturierte Netze eingesetzt.

B.1. Gesamtverdichter

Abbildung B.1. zeigt die Beträge der Azimutalmodenamplituden für die drei bei der Netzeinflussstudie betrachteten Moden. Ergänzend sind die entsprechenden experimentellen Daten gezeigt. Der Vergleich findet bei BP3 statt, da dieser unter den betrachteten Betriebspunkten die höchste Drehzahl hat.

Mit hohen Drehzahlen gehen für die betrachteten Erregerordnungen die höchsten Frequenzen einher. Mit zunehmender Frequenz steigt auch die numerische Dissipation für ein gegebenes Rechnetz. Diese lässt sich unter Verwendung des Diskretisierungsschemas der Simulation und mit der Annahme periodischer Druckschwankungen direkt berechnen. *Schnell* [79] hat dies detailliert für einen eindimensionalen Fall gezeigt. Dabei handelt es sich allerdings nur um eine Minimalanforderung an das Netz, da in der Anwendung weder die Zellen eine konstante Größe haben, noch konstante Strömungsbedingungen gegeben sind, so wie es für den analytischen Fall angenommen wird. Qualitativ lässt sich der Einfluss steigender Frequenzen trotzdem auf den Anwendungsfall übertragen.

Für die Netzeinflussstudie werden die drei Moden m_{32}^{-20} , m_{38}^{-32} und m_{70}^{+18} herangezogen. Diese decken den gesamten betrachteten Frequenzbereich bei dieser Drehzahl ab. Jede dieser Moden wird unter gleichen Bedingungen auf drei Netzen unterschiedlich feiner Auflösung bei gleicher Blockstruktur berechnet. Die Zellzahlen der drei Netze sind in Tabelle B.1. gezeigt.

Tabelle B.1.: Netze der Netzeinflussstudie des Gesamtverdichters (Summe aus 5 Reihen mit je einer Passage)

Netz	Zellzahl in Millionen
Grob	12,0
Mittel	15,0
Fein	17,8

Für die beiden Moden m_{32}^{-20} und m_{38}^{-32} lassen sich in Abbildung B.1. keine nennenswerten Unterschiede zwischen den Beträgen der Azimutalmodenamplituden auf den drei Netzen ausmachen. Die maximalen Abweichungen gegenüber dem feinen Netz liegen bei 0,98 %-P. (m_{32}^{-20}) bzw. 0,64 %-P. (m_{38}^{-32}). Für Mode m_{70}^{+18} nehmen diese Abweichungen bis auf 2,41 %-P. für Messebene F zu. Unter Vernachlässigung von Messebene F liegt der maximale Unterschied für m_{70}^{+18} bei 0,85 %-P. und damit wesentlich niedriger.

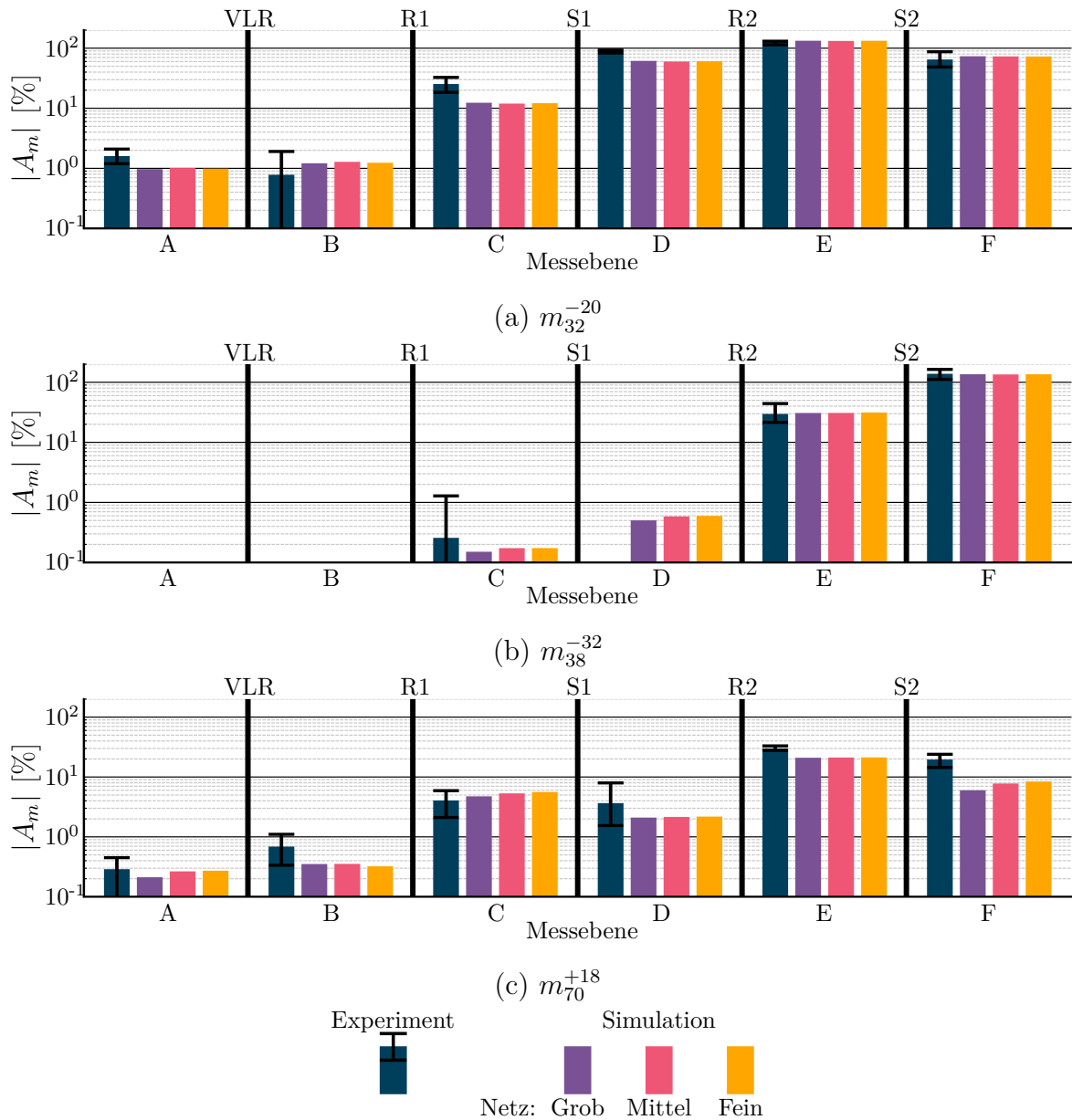


Abbildung B.1.: Ergebnisse der Netzeinflusstudie in Form der Beträge der Azimutalmodenamplituden $|A_m|$ am Gehäuse bei BP3

Die Übereinstimmungen mit dem feinsten Netz sind insgesamt trotz der erhöhten Abweichungen für m_{70}^{+18} in Messebene F sehr gut. In Anbetracht der rein qualitativen Vergleiche, die in Kapitel 6 durchgeführt werden, ist aber auch diese Abweichung akzeptabel. Aus diesem Grund wird für die Studien in Kapitel 6 das Netz „Grob“ verwendet. Da für jede Mode eine separate Simulation durchgeführt werden muss (siehe Abschnitt 5.2) führt dies zu einer erheblichen Einsparung von Ressourcen, was wiederum auch die Zeit zur Durchführung dieser Simulationen reduziert.

B.2. Schaufeln mit Vorderkanteninstrumentierung

Für die instrumentierten Schaufeln in Kapitel 8 wird eine separate Netzeinflussstudie durchgeführt. Dazu werden drei Varianten des Netzes für Stator 1 verglichen. Für die umliegenden Reihen wird weiterhin das Netz „Grob“ nach Anhang B.1 verwendet.

Die Netze der instrumentierten Schaufel und der benachbarten, nicht instrumentierten, Schaufel sind so gestaltet, dass in Umfangsrichtung auf Interpolationen zwischen den Netzen verzichtet werden kann. Dazu sind die Oberflächennetze auf der gemeinsamen Fläche identisch ausgeführt. Dies führt dazu, dass auch die Anzahl an Zellen für diese nicht instrumentierte Schaufel deutlich steigt. Da die Instrumentierung für diese Schaufel nicht vernetzt werden muss, lässt sich das Netz trotzdem mit weniger Zellen als bei der instrumentierten Schaufel umsetzen. Die Zellzahlen der jeweils drei betrachteten Netze für den ersten Stator sind in Tabelle B.2. gezeigt.

Tabelle B.2.: Netze der Netzeinflussstudie für den instrumentierten Stator 1 (Zellzahl einer Passage)

Netz	Zellzahl in Millionen	
	Instrumentiert	Nicht instrumentiert
Grob	7,3	6,8
Mittel	10,3	9,5
Fein	13,2	11,7

Für diesen Teil der Netzeinflussstudie wird die Variante „HB-3“ nach Abbildung 5.1. verwendet, in der gegenüber Abschnitt B.1 auf die Reihen VLR und S2 verzichtet wird. Weiterhin werden die instrumentierte und die nicht instrumentierte Variante des ersten Stators separat mit jeweils einer Passage in der Reihe betrachtet. Dies entspricht den Varianten ⑨ und ⑩ nach Abbildung 5.2. (a). Im Gegensatz zu Anhang B.1 wird in diesem Teil der Netzeinflussstudie BP2 betrachtet. Da dieser der einzig betrachtete Betriebspunkt in Kapitel 8 ist, ist der Einfluss höherer Frequenzen hier nicht von Interesse.

Abbildung B.2. zeigt nun den Betrag der Azimutalmodenamplitude der Mode m_{32}^{-20} in Messebene D. Diese Mode steht im Fokus der Analysen von Kapitel 8. Wie sich zeigt, sind die Radialverteilungen nahezu identisch. Die maximalen Abweichungen gegenüber dem feinsten Netz liegen für die instrumentierte Schaufel bei 0,73 %-P. und für die nicht instrumentierte Schaufel bei 0,63 %-P. Damit ist auch für diese Schaufeln das Netz „Grob“ ausreichend, welches aber bereits wesentlich feiner aufgelöst ist, als die Netze in Anhang B.1.

Neben der reinen Anzahl an Zellen sind sich die verwendeten Netze nach Tabelle B.3. auch hinsichtlich der Qualitätskriterien ähnlich. Somit ist davon auszugehen, dass Unterschiede, wie sie in Kapitel 8 gezeigt werden, auf die Geometrie und nicht auf Netze unterschiedlicher Qualität zurückzuführen sind.

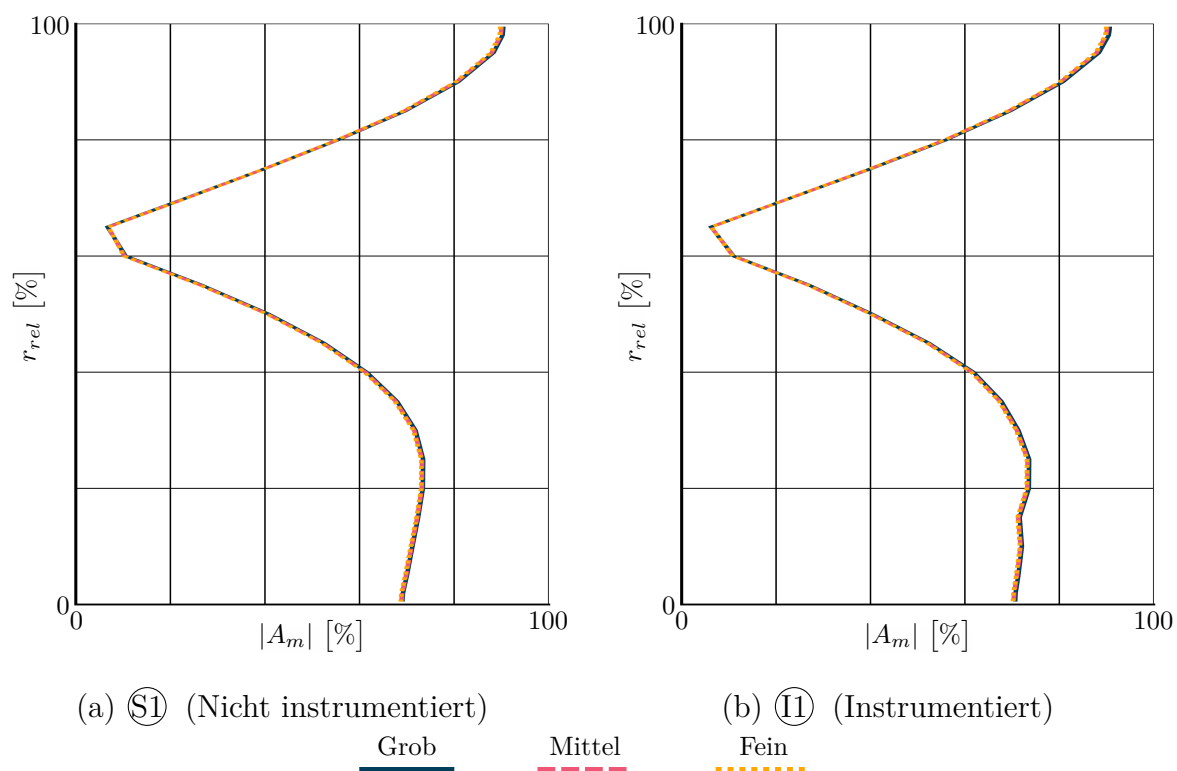


Abbildung B.2.: Radialverteilung der Beträge der Azimutalmodenamplituden für Mode m_{32}^{-20} in Messebene D bei BP2 für die Varianten $\textcircled{S1}$ und $\textcircled{I1}$ nach Abbildung 5.2. (a) für die Netze der Netzeinflussstudie nach Tabelle B.2.

Tabelle B.3.: Netzparameter der Schaufeln des ersten Stators für die Untersuchung der Vorderkanteninstrumentierung

	Instrumentiert	Nicht Instrumentiert
Zellzahl pro Passage	7.320.464	6.777.824
Max. Aspektverhältnis	396,9	221,7
Min. Winkel	20,3°	29,5°
Mittleres y^+ (Stator 1 bei BP2)		
Schaufel	0,92	0,93
Wände	2,98	2,94
Instrumentierung	0,91	-

C. Experimentelle und numerische Analyse instationärer Drücke

C.1. Experimentelle Frequenzanalyse

Tabelle C.1.: Erregerordnungen (bis EO350) mit Beträgen $|p_\omega| \geq 20\%$ in Messebene D bei BP2, die nicht im reduzierten Spektrum in Abbildung 6.1. enthalten sind

EO & Ursprung	EO & Ursprung	EO & Ursprung
$192 = 6 NB_{R1} + 0 NB_{R2} $	$228 = 0 NB_{R1} + 6 NB_{R2} $	$268 = 6 NB_{R1} + 2 NB_{R2} $
$224 = 7 NB_{R1} + 0 NB_{R2} $	$266 = 0 NB_{R1} + 7 NB_{R2} $	$298 = 1 NB_{R1} + 7 NB_{R2} $

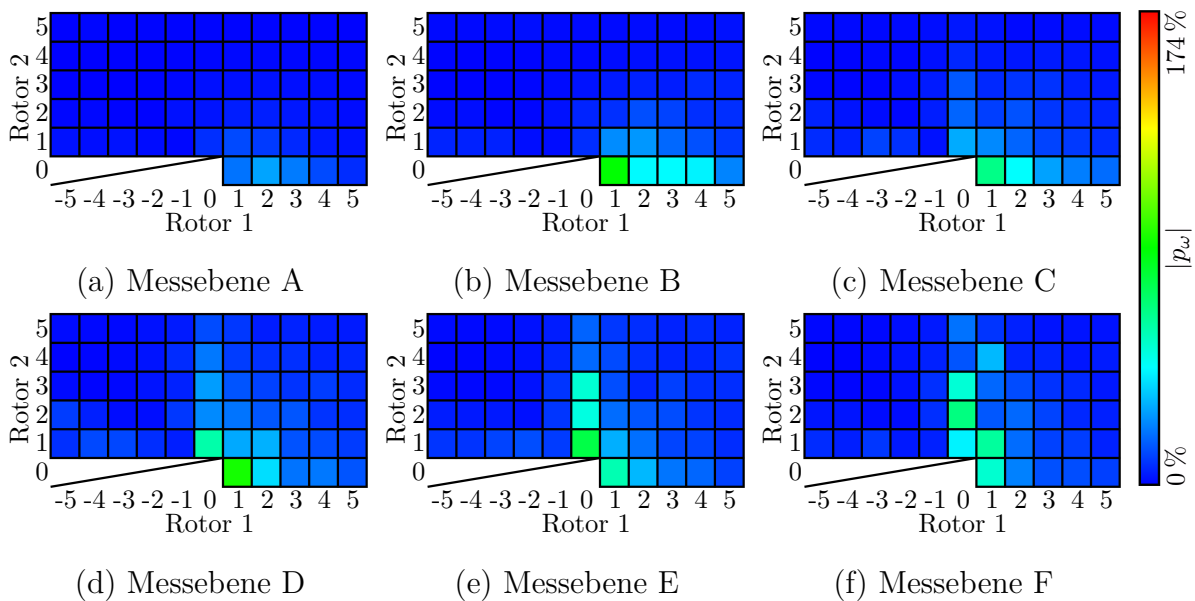


Abbildung C.1.: Reduzierte Frequenzspektren in den Messebenen A bis F bei BP1

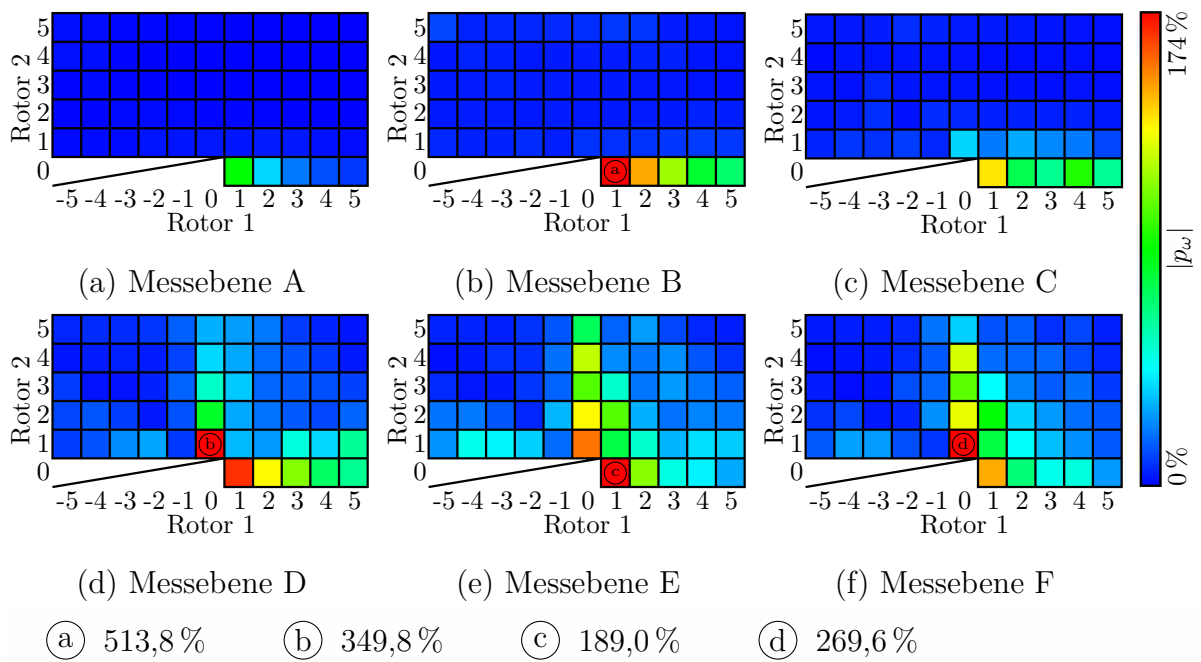


Abbildung C.2.: Reduzierte Frequenzspektren in den Messebenen A bis F bei BP3

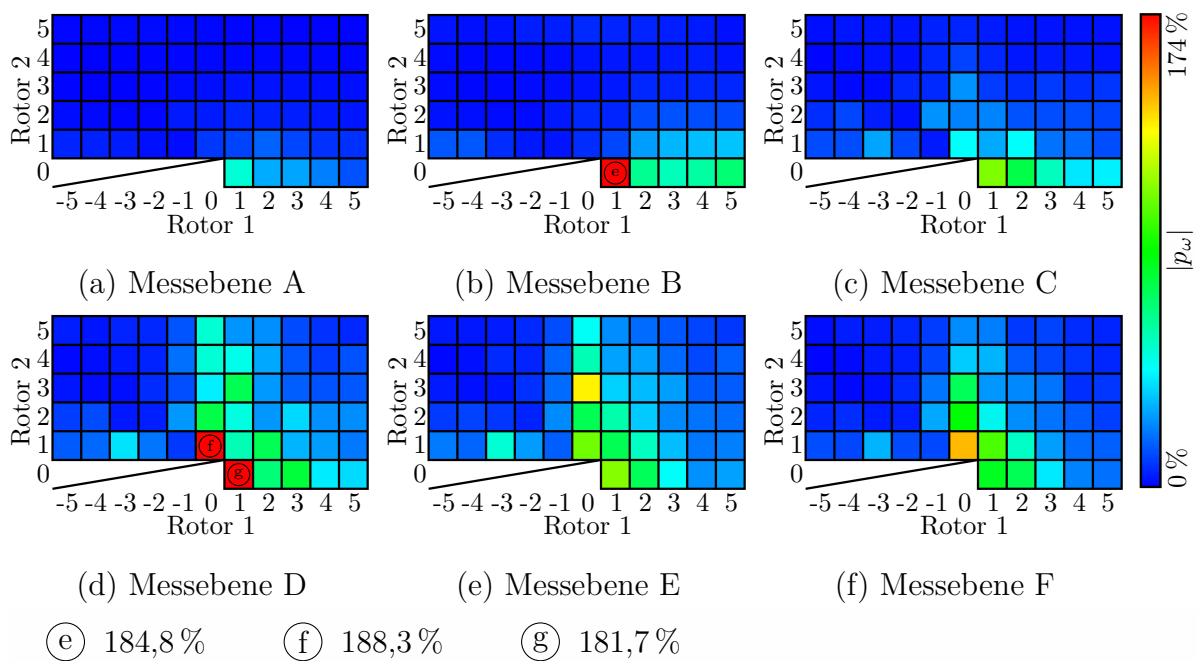


Abbildung C.3.: Reduzierte Frequenzspektren in den Messebenen A bis F bei BP4

C.2. Experimentelle Azimutalmodenanalyse

Tabelle C.2.: Zusammenfassung der dominanten Azimutalmoden der Abbildung 6.4. sowie der Abbildungen C.4. bis C.6.

Mode	Erregerordnung	Azimutalmodenordnung	Ursprung
m_{32}^{-20}	32	-20	1 NB_{R1} - 1 NB_{S1}
m_{32}^{-8}	32	-8	1 NB_{R1} - 1 NB_{VLR}
m_{32}^{+32}	32	+32	1 NB_{R1}
m_{38}^{-14}	38	-14	1 NB_{R2} - 1 NB_{S1}
m_{38}^{+38}	38	+38	1 NB_{R2}
m_{58}^{+6}	58	+6	3 NB_{R1} - 1 NB_{R2} - 1 NB_{S1}
m_{64}^{-40}	64	-40	2 NB_{R1} - 2 NB_{S1}
m_{64}^{+12}	64	+12	2 NB_{R1} - 1 NB_{S1}
m_{64}^{+24}	64	+24	2 NB_{R1} - 1 NB_{VLR}
m_{70}^{+18}	70	+18	1 NB_{R1} + 1 NB_{R2} - 1 NB_{S1}
m_{76}^{+6}	76	+6	2 NB_{R2} - 1 NB_{S2}
m_{76}^{+76}	76	+76	2 NB_{R2}

Tabelle C.3.: Mittleres R_R (4.13) je Messebene (ME) und mittleres SRV_V nach Abbildung 4.19. aus allen Messungen für die Analyse von EO38

R_R [%-P.]	ME A	ME B	ME C	ME D	ME E	ME F	SRV_V
BP1	0,7	1,0	1,9	1,9	2,1	3,1	31,34
BP2	0,7	0,9	1,9	6,6	5,0	4,2	22,64
BP3	0,5	0,7	2,8	6,4	10,4	12,0	21,84
BP4	0,9	1,0	1,9	7,8	5,0	4,5	25,26

Tabelle C.4.: Mittleres R_R (4.13) je Messebene (ME) und mittleres SRV_V nach Abbildung 4.19. aus allen Messungen für die Analyse von EO58

R_R [%-P.]	ME A	ME B	ME C	ME D	ME E	ME F	SRV_V
BP1	0,3	0,5	1,2	1,4	1,2	0,9	23,05
BP2	0,5	0,9	1,9	1,7	1,7	1,9	21,34
BP3	0,2	0,3	1,4	1,9	2,3	1,7	9,43
BP4	0,5	0,9	1,7	1,7	1,7	1,7	16,96

Tabelle C.5.: Mittleres R_R (4.13) je Messebene (ME) und mittleres SRV_V nach Abbildung 4.19. aus allen Messungen für die Analyse von EO64

R_R [%-P.]	ME A	ME B	ME C	ME D	ME E	ME F	SRV_V
BP1	1,2	1,6	1,7	1,7	1,6	1,4	31,02
BP2	1,4	1,6	2,4	2,3	2,1	2,1	22,41
BP3	1,4	2,1	4,7	3,5	3,5	3,5	10,51
BP4	1,6	1,7	3,3	2,4	2,6	2,1	17,49

Tabelle C.6.: Mittleres R_R (4.13) je Messebene (ME) und mittleres SRV_V nach Abbildung 4.19. aus allen Messungen für die Analyse von EO76

R_R [%-P.]	ME A	ME B	ME C	ME D	ME E	ME F	SRV_V
BP1	0,5	0,7	1,4	1,9	1,7	1,9	16,28
BP2	0,3	0,5	1,7	2,8	2,6	2,8	16,25
BP3	0,2	0,3	1,2	6,9	6,8	6,3	12,09
BP4	0,5	0,7	1,7	3,3	2,8	2,6	17,27

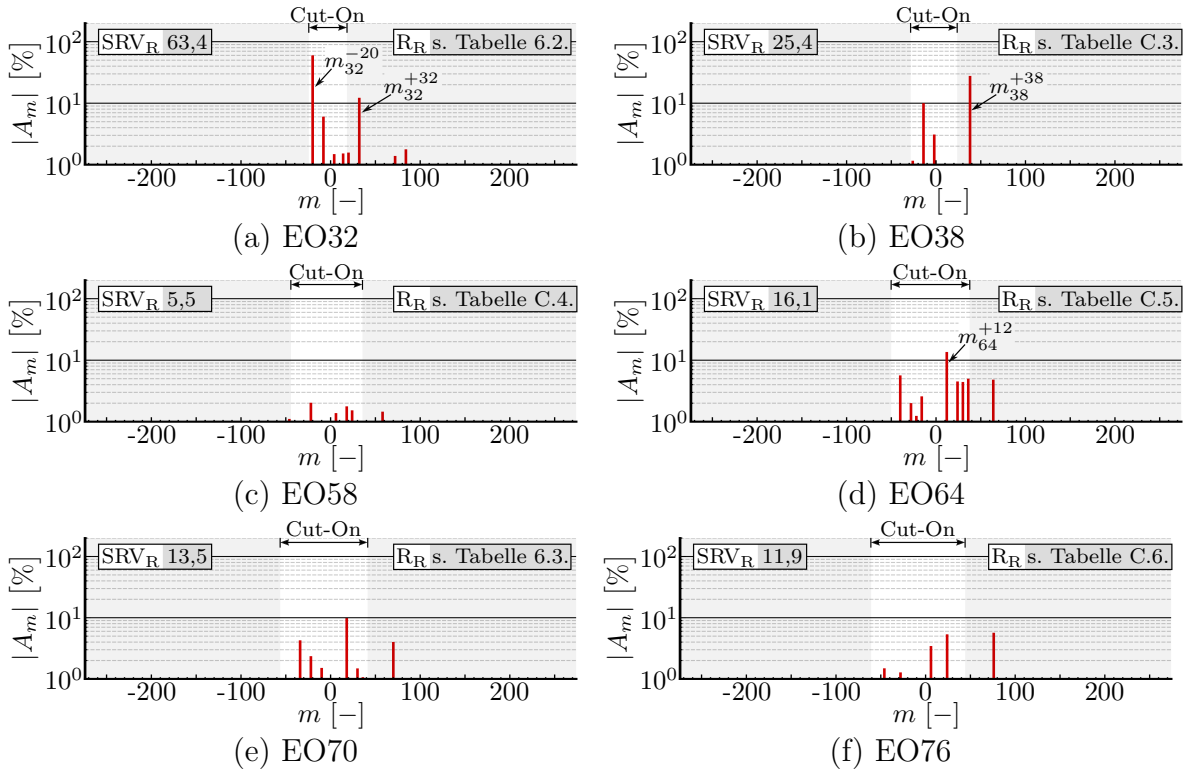


Abbildung C.4.: Experimentell ermittelte Azimutalmodenamplituden bei BP1 in Messebene D mit SRV_R (4.12) und R_R (4.13) (Streubereich ist hier nicht gezeigt)

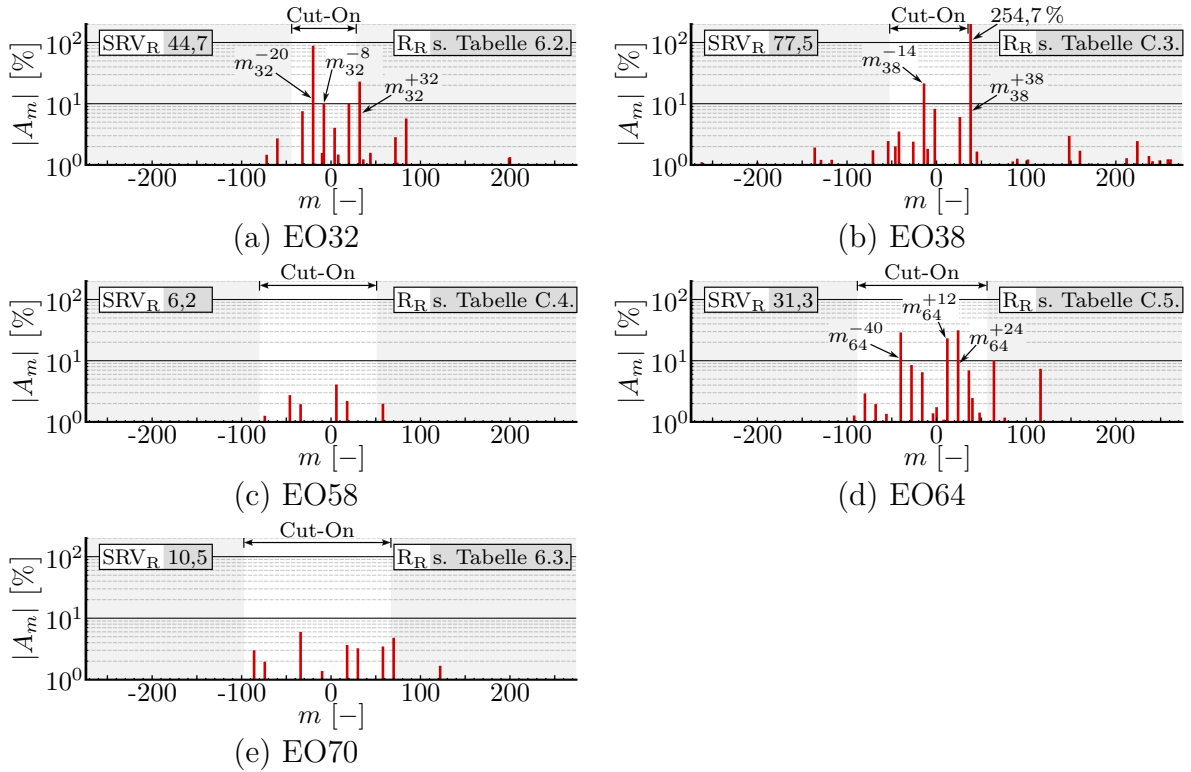


Abbildung C.5.: Experimentell ermittelte Azimutalmodenamplituden bei BP3 in Messebene D mit SRV_R (4.12) und R_R (4.13) (Streubereich ist hier nicht gezeigt)

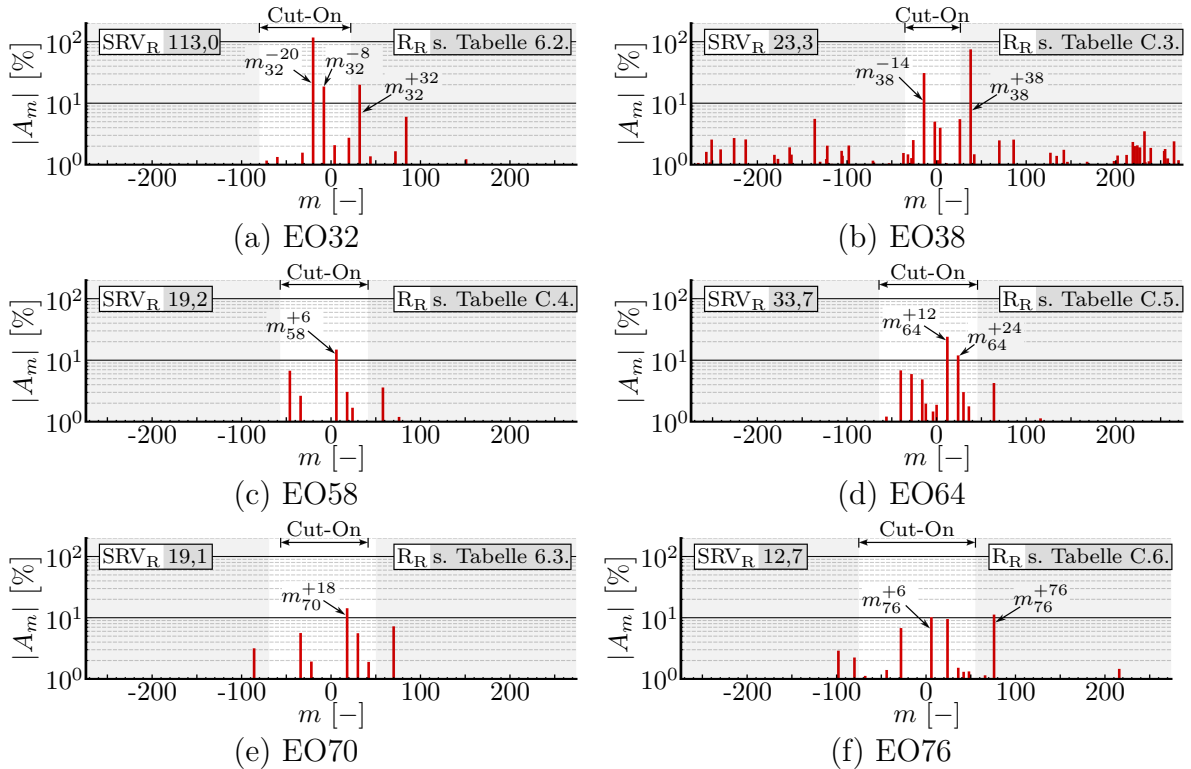
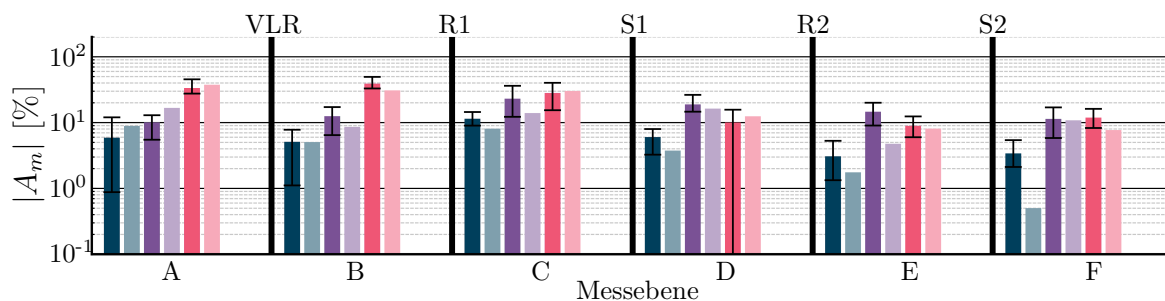


Abbildung C.6.: Experimentell ermittelte Azimutalmodenamplituden bei BP4 in Messebene D mit SRV_R (4.12) und R_R (4.13) (Streubereich ist hier nicht gezeigt)

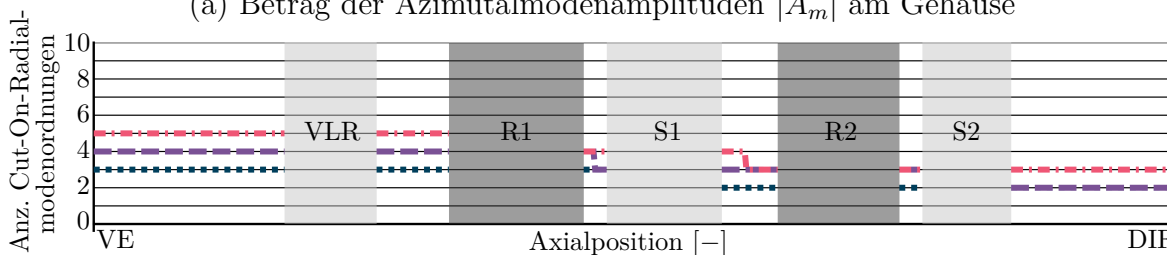
C.3. Vergleich experimenteller und numerischer Azimutalmodenamplituden

Die in den Abbildungen C.7. bis C.11. gezeigten Gegenüberstellungen der Beträge der experimentell ermittelten Azimutalmodenamplituden mit den entsprechenden Ergebnissen der numerischen Simulationen geben einen erweiterten Überblick über die Vorhersagegüte durch numerische Simulationen. In einigen Abbildungen sind nicht alle Betriebspunkte berücksichtigt. Dies ist dann der Fall, wenn die Erregerordnung außerhalb des Kalibrierbereichs der Sensoren liegt oder wenn in der Simulation keine Konvergenz erreicht wird. Bei diesen Fällen ist der entsprechende Betriebspunkt aus der Legende entfernt. Ist der Betriebspunkt in der Legende aufgeführt, aber keine Balken für die entsprechenden Daten gezeigt, liegt der Betrag unter einem Wert von 0,1% und wird daher nicht dargestellt.

Tabelle C.7. zeigt eine Übersicht der in dieser Arbeit näher betrachteten Azimutalmodenordnungen.



(a) Betrag der Azimutalmodenamplituden $|A_m|$ am Gehäuse



(b) Anzahl Cut-On-Radialmodenordnungen zwischen den Messebenen VE und DIF

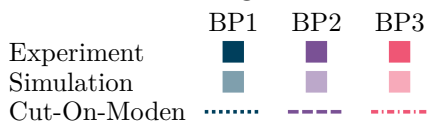
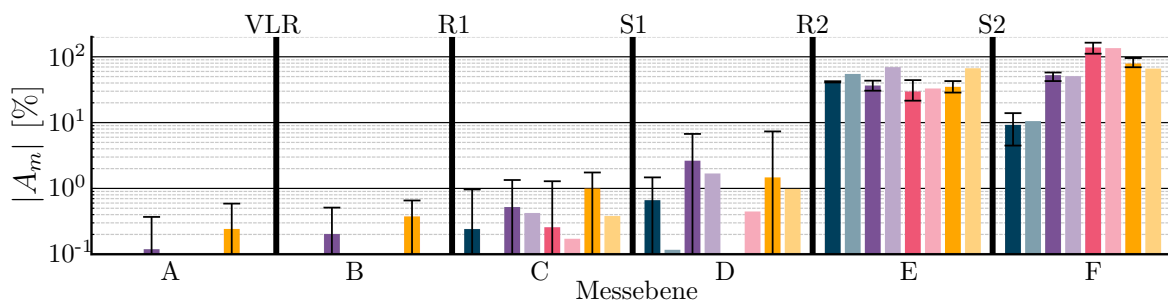
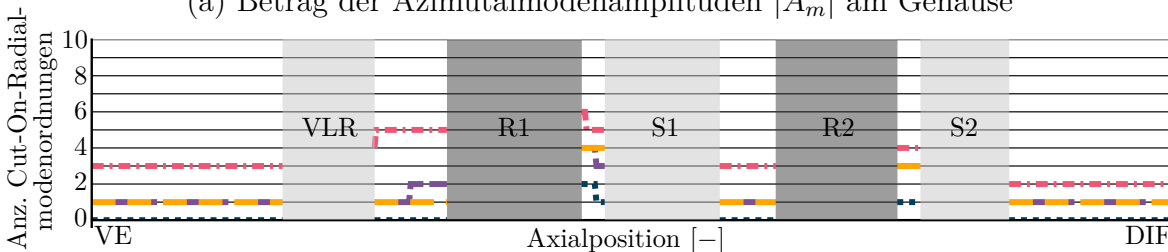


Abbildung C.7.: Ausbreitung der Mode m_{32}^{-8} durch den Verdichter bei allen vermessenen Betriebspunkten



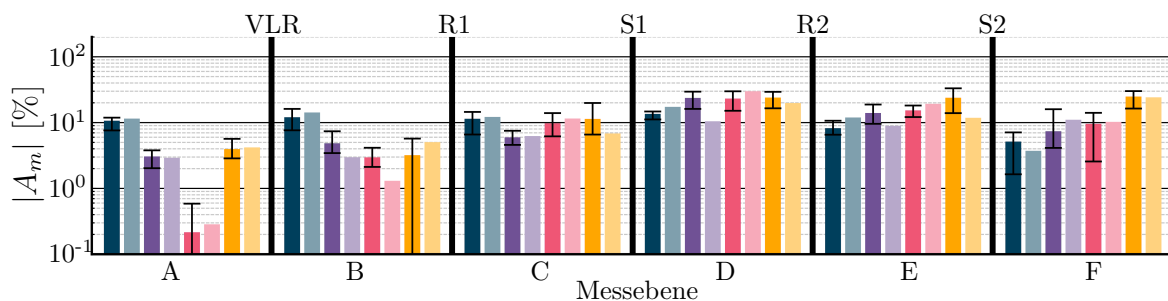
(a) Betrag der Azimutalmodenamplituden $|A_m|$ am Gehäuse



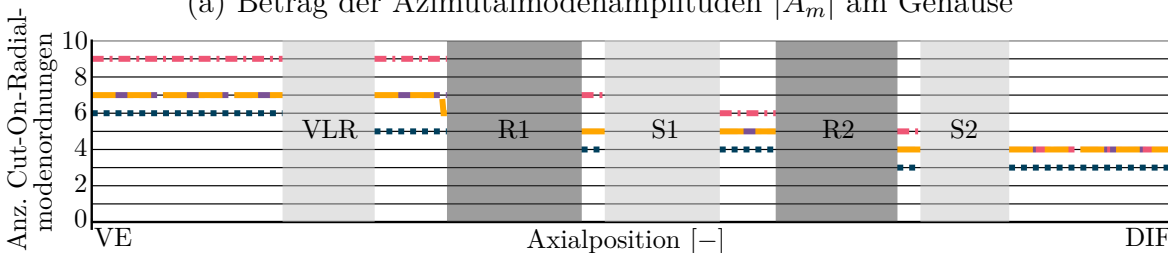
(b) Anzahl Cut-On-Radialmodenordnungen zwischen den Messebenen VE und DIF



Abbildung C.8.: Ausbreitung der Mode m_{38}^{-32} durch den Verdichter bei allen vermessenen Betriebspunkten



(a) Betrag der Azimutalmodenamplituden $|A_m|$ am Gehäuse



(b) Anzahl Cut-On-Radialmodenordnungen zwischen den Messebenen VE und DIF

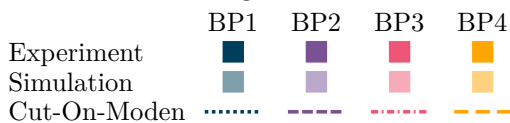
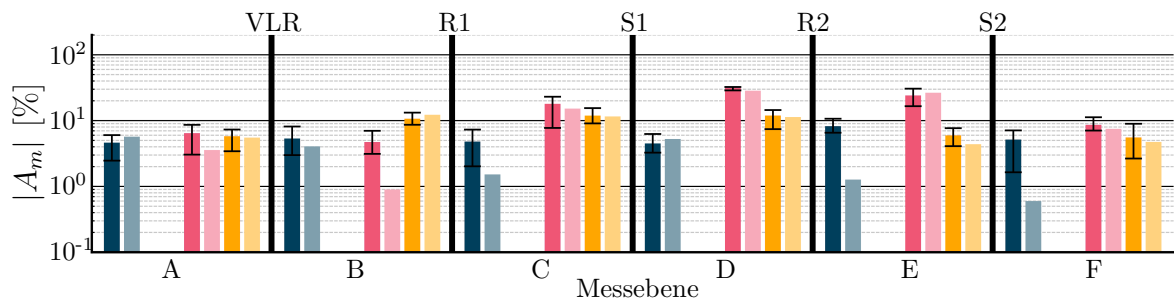
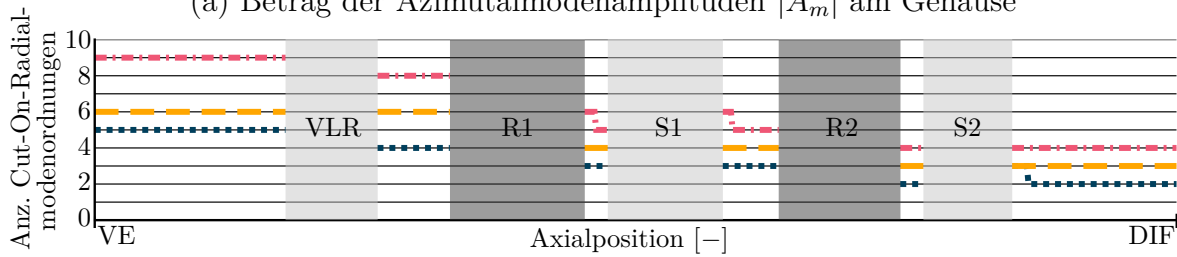


Abbildung C.9.: Ausbreitung der Mode m_{64}^{+12} durch den Verdichter bei allen vermessenen Betriebspunkten



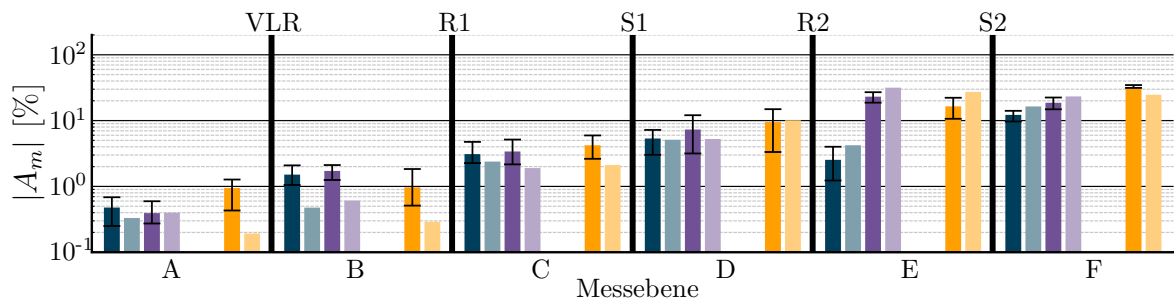
(a) Betrag der Azimutalmodenamplituden $|A_m|$ am Gehäuse



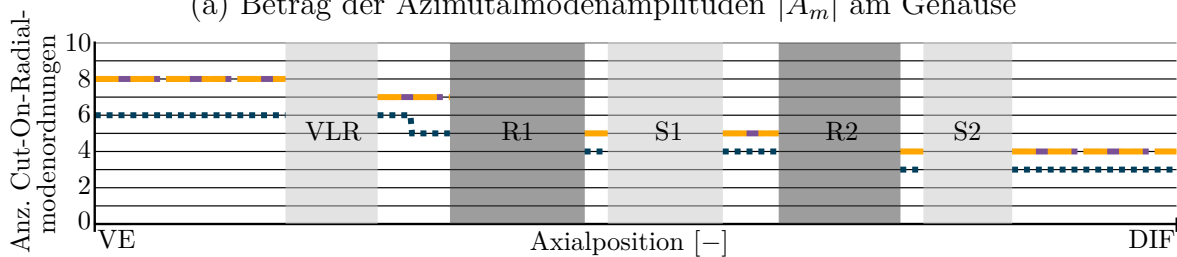
(b) Anzahl Cut-On-Radialmodenordnungen zwischen den Messebenen VE und DIF



Abbildung C.10.: Ausbreitung der Mode m_{64}^{+24} durch den Verdichter bei allen vermessenen Betriebspunkten



(a) Betrag der Azimutalmodenamplituden $|A_m|$ am Gehäuse



(b) Anzahl Cut-On-Radialmodenordnungen zwischen den Messebenen VE und DIF



Abbildung C.11.: Ausbreitung der Mode m_{76}^{+24} durch den Verdichter bei allen vermessenen Betriebspunkten

Tabelle C.7.: Zusammenfassung der für diese Arbeit mittels Simulationen analysierten Azimutalmodenordnungen

Mode	Erregerordnung	Azimutalmodenordnung	Ursprung
m_{32}^{-20}	32	-20	$1 NB_{R1} - 1 NB_{S1}$
m_{32}^{-8}	32	-8	$1 NB_{R1} - 1 NB_{VLR}$
m_{38}^{-32}	38	-32	$1 NB_{R2} - 1 NB_{S2}$
m_{64}^{+12}	64	+12	$2 NB_{R1} - 1 NB_{S1}$
m_{64}^{+24}	64	+24	$2 NB_{R1} - 1 NB_{VLR}$
m_{70}^{+18}	70	+18	$1 NB_{R1} + 1 NB_{R2} - 1 NB_{S1}$
m_{76}^{+24}	76	+24	$2 NB_{R2} - 1 NB_{S1}$

D. Analyse von Störeinflüssen

Die folgenden Unterabschnitte ergänzen die Analysen und Inhalte der Kapitel 7 und 8.

D.1. Analyseansätze für die Azimutalmodenanalyse

Um die Eignung des OMP-Ansatzes für die experimentellen Daten zu prüfen, werden weitere Ansätze für die Bestimmung der komplexen Azimutalmodenamplituden herangezogen. An dieser Stelle erfolgt ein Vergleich zur Lösung mittels der Pseudoinversen von \mathbf{W} in (4.8). Damit findet die Lösung nach *Mertins* [56] mit der minimalen ℓ_2 -Norm für $\|\mathbf{W}\mathbf{A}_m - \mathbf{p}\|$ statt. Nach *Mertins* kann die Pseudoinverse mit hoher Genauigkeit über die Singulärwertzerlegung (engl.: Singular Value Decomposition (SVD)) ermittelt werden.

In der Literatur wird dieser Ansatz ebenfalls zum Lösen der Gleichungssysteme bei Messungen akustischer Moden verwendet, so beispielsweise von *Tapken* [85]. Wird allerdings das gleiche zulässige Modenspektrum wie bei der Verwendung des OMP in Abschnitt 4.2.2 herangezogen, ist das Gleichungssystem unterbestimmt. Aus diesem Grund werden die Azimutalmodenordnungen des Lösungsvektors \mathbf{A}_m frequenzabhängig eingeschränkt. Es werden nur jene Umfangsmodenordnungen zugelassen, die für

$$m = h_{VLR}V_{VLR} + v_{R1}B_{R1} + h_{S1}V_{S1} + v_{R2}B_{R2} + h_{S2}V_{S2} \quad (\text{D.1})$$

die Bedingungen

- (a) Zulässige Umfangsmodenordnung: $-274 \leq m \leq +274$
- (b) Zulässige Harmonische der Statoren: $-5 \geq h_i \geq +5$
- (c) Maximal zwei Statoren sind an der Interaktion beteiligt. Die Harmonische h_i ist für mindestens einen Stator null.
- (d) Zulässige Harmonische der Rotoren in Abhängigkeit von der Erregerordnung (EO):
 $h_{R1}NB_{R1} + h_{R2}NB_{R2} = EO$
- (e) Maximale Summe aller Harmonischen der Statoren bei Streumoden (Mehr als ein Stator ist beteiligt): $\sum_{i=0}^2 h_i \leq 4$

erfüllen. Diese Bedingungen sind nicht aus physikalischen Anforderungen abgeleitet, sondern stellen Erfahrungswerte aus vorangegangenen Auswertungen dar. Für alle betrachteten Frequenzen ist das Gleichungssystem mit diesen Randbedingungen überbestimmt. Für EO32 ergeben sich unter Berücksichtigung dieser Bedingungen beispielsweise 96 Einträge für den Lösungsvektor \mathbf{A}_m .

Abbildung D.1. zeigt für die in Kapitel 7 betrachteten Moden sowohl den Betrag $|A_m|$ als auch die Phase $\angle A_m$ der mit dem OMP- und mit dem SVD-Ansatz analysierten

Azimutalmoden. Ergänzend kommen die Differenzen zwischen beiden Verfahren sowie das SRV_R nach (4.12) hinzu.

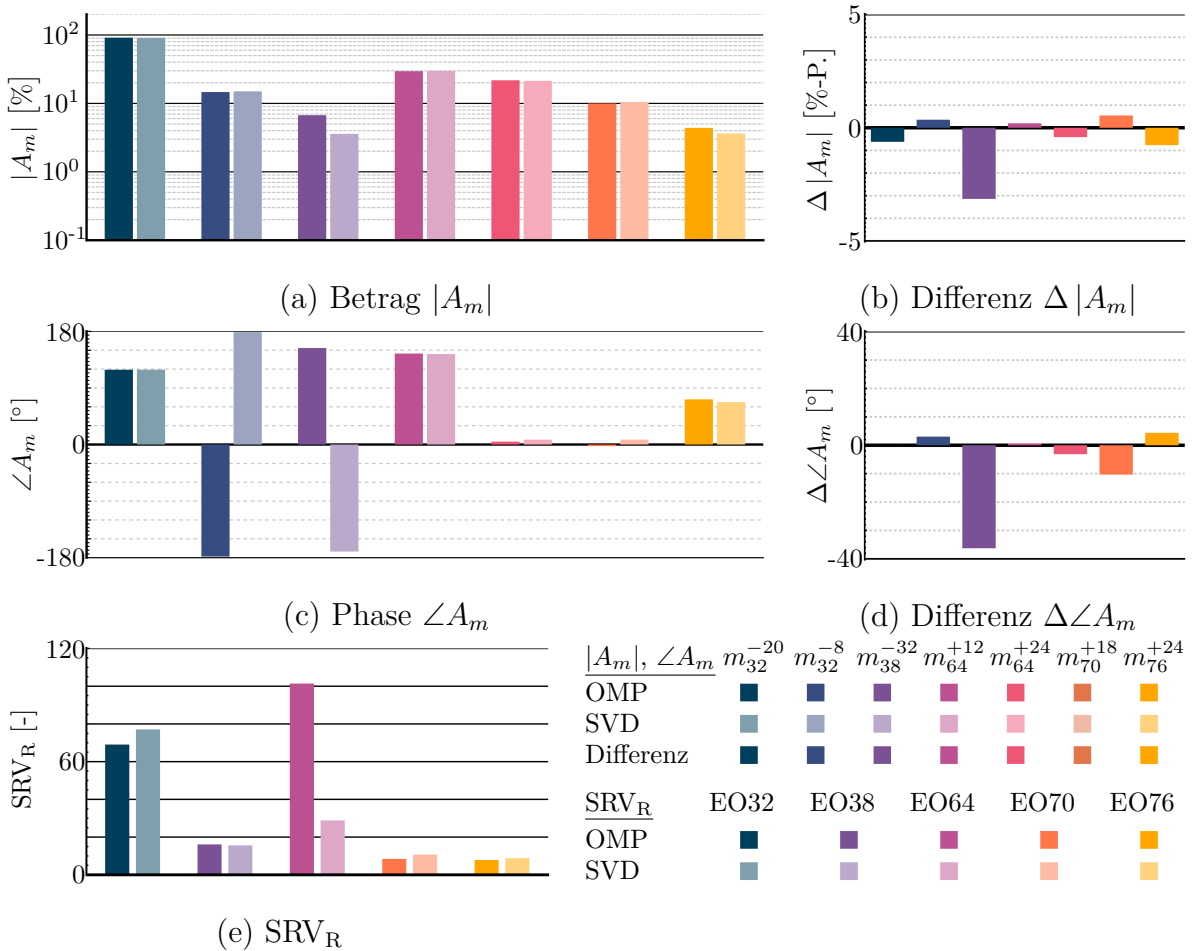


Abbildung D.1.: Vergleich der Beträge $|A_m|$, Phasen $\angle A_m$ und deren Differenzen sowie dem SRV_R (4.12) aus der Auswertung mit dem OMP und der SVD (Singulärwertzerlegung) für Sensor S_{A7} bei BP2 in Messebene D

Für dominante Moden mit hohen Beträgen zeigt sich eine sehr gute Übereinstimmung zwischen beiden Verfahren. Mit abnehmendem Betrag treten allerdings vermehrt höhere Abweichungen bei der Phase auf, da für diese Moden bereits eine kleine Änderung von Real- oder Imaginärteil zu großen Änderungen der Phase führt. Die Mode m_{38}^{-32} fällt hier besonders auf. Diese wird von beiden Verfahren zuverlässig erkannt, aber unterschiedlich bewertet. Auch die Phase der Mode m_{32}^{-8} fällt in Abbildung D.1. (c) auf. Da die Phase in beiden Fällen zu ca. 180° ermittelt wird, ist aber der Unterschied wesentlich geringer als er erscheint, was auch Abbildung D.1. (d) zeigt.

Anhand des SRV_R zeigt sich keines der Verfahren als überlegen. Je nach Betriebspunkt, Messebene und Frequenz ändert sich das Verfahren, mit dem das höhere SRV_R erreicht wird. Abbildung D.1. (e) zeigt dies für die fünf betrachteten Frequenzen in Messebene D bei BP2.

Die grundsätzliche Eignung beider Verfahren wurde bereits von anderen Autoren gezeigt. Die Gegenüberstellung der Ergebnisse unterstreicht dies für die Analyse dominanter Azimutalmoden an diesem Prüfstand. Sie zeigt allerdings auch die Unsicherheiten bei Moden geringer Beträge.

Während die Singulärwertzerlegung durch die zuvor beschriebene Vorauswahl der Azimutalmodenordnungen eingeschränkt ist, ist der Einsatz des OMP in dieser Hinsicht flexibler möglich. Aus diesem Grund wird dieser Ansatz für die Azimutalmodenanalysen dieser Arbeit eingesetzt.

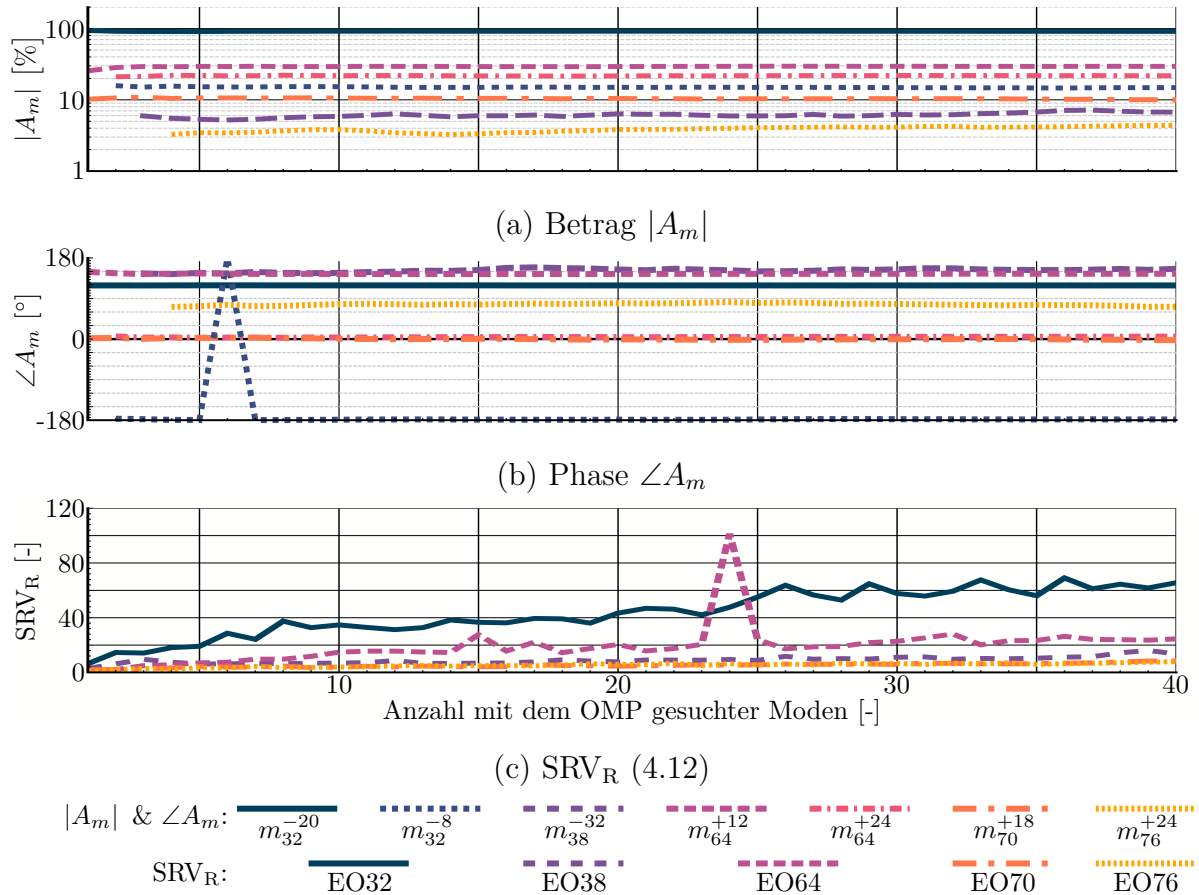


Abbildung D.2.: Einfluss der Anzahl mit dem OMP analysierter Moden auf die ausgewerteten Beträge $|A_m|$ und Phasen $\angle A_m$. Gezeigt sind ausgewählte Moden sowie das SRV_R (4.12) der jeweiligen Erregerordnungen für Sensor S_{A7} in Messebene D.

Für den OMP zeigt Abbildung D.2. ergänzend den Einfluss der zu suchenden Anzahl an Azimutalmoden. Für die dominanten Azimutalmoden muss sichergestellt sein, dass eine Änderung dieser Anzahl keinen Einfluss auf die Azimutalmodenamplituden hat. Abbildung D.2. (a) zeigt Beträge, die weitestgehend unabhängig von der Anzahl zu suchender Moden sind. Ebenso verhält es sich für die Phase. Das SRV_R steigt dagegen mit zunehmender Anzahl zu suchender Moden. Dies zeigt, dass die Änderung dieser Größe nicht dazu führt, dass die Ergebnisse verfälscht werden.

Für Moden mit kleinen Beträgen trifft dies allerdings nicht zu. Diese sind stärkeren Änderungen unterworfen, weshalb sie in den Auswertungen nicht direkt betrachtet werden.

Diese trotzdem in der Modenanalyse zu berücksichtigen bringt allerdings den Vorteil mit sich, dass mit der Überlagerung vieler Azimutalmoden die Drücke an den Messstellen besser wiedergeben werden können. Für die Unsicherheitsanalyse bedeutet dies, dass das synthetisierte Signal eine bessere Übereinstimmung mit den Messdaten erreichen kann. Davon ist unabhängig, ob die gefundenen Moden niedriger Beträge tatsächlich so auftreten oder ob es sich rein um Ergebnisse des Lösungsansatzes aufgrund der vorgegebenen Übertragungsmatrix \mathbf{W} handelt.

Diese Methode ist demnach gleichermaßen für die Modenanalyse in Kapitel 6 wie auch zur Erzeugung des Eingangssatzes für die Unsicherheitsanalyse in Kapitel 7 geeignet und wird dementsprechend verwendet.

D.2. Unabhängigkeitsstudie

Zur Bestimmung der nötigen Mindestanzahl an Iterationen für die Unsicherheitsanalyse nach Abschnitt 4.4 wird die Gesamtunsicherheit aller Sensoren der Messebene D mit 2500 Iterationen berechnet. Der so generierte Datensatz wird in Schritten von 100 Iterationen mehrfach analysiert. Die Analyse für 200 Iterationen beinhaltet somit jene für 100 analysierte Iterationen sowie die nächsten 100 Iterationsschritte. Die einzelnen Analysen sind somit nicht unabhängig voneinander, da stets der Datensatz der vorherigen Analyse eine Teilmenge des betrachteten Datensatzes ist. Dieser Kompromiss wird gewählt, um die Rechenzeit zu reduzieren.

Für die Bewertung werden sowohl die Ergebnisse der Einzelsensoren als auch deren kombinierte Auswertung betrachtet. Wie in den Analysen in Kapitel 7 wird dabei das 90 % Konfidenzintervall sieben dominanter Moden für Betrag und Phase separat betrachtet. Für die Analysen wird jene Anzahl an Iterationen verwendet, ab der sowohl die oberen als auch die unteren Grenzen von Betrag und Phase stabil sind. Als stabil werden diese hier betrachtet, wenn der Betrag, bezogen auf den Fall mit 2500 Iterationen, absolut um nicht mehr als 0,1 %-P. oder relativ um nicht mehr als 1 % schwankt. Für die Phase wird eine absolute Abweichung von bis zu $0,5^\circ$ toleriert. Hinzu kommt die Bedingung, dass eine Analyse hier nur dann als unabhängig gilt, wenn auch alle Analysen unter Berücksichtigung einer höheren Zahl an Iterationen diese Bedingungen erfüllen. Werden beispielsweise die Grenzen bei 2200 und 2400 Iterationen eingehalten, bei 2300 aber nicht, so ist Unabhängigkeit erst bei 2400 Iterationen erreicht.

In einer Messebene stellt sich die Unabhängigkeit für jeden Sensor zu einem anderen Zeitpunkt ein. Als letztes, und damit maßgebend für alle Sensoren in Messebene D, wird für die Sensoren S_{A7} und S_{A12} Unabhängigkeit bei 500 bzw. 900 Iterationen erreicht. Abbildung D.3. zeigt die Verläufe der oberen und unteren Grenzen des Konfidenzintervalls für Betrag und Phase dieser Sensoren. Unter Hinzunahme eines Sicherheitsfaktors wird die Anzahl betrachteter Iterationen für Kapitel 7 um gut ein Drittel auf 1250 Iterationen angehoben.

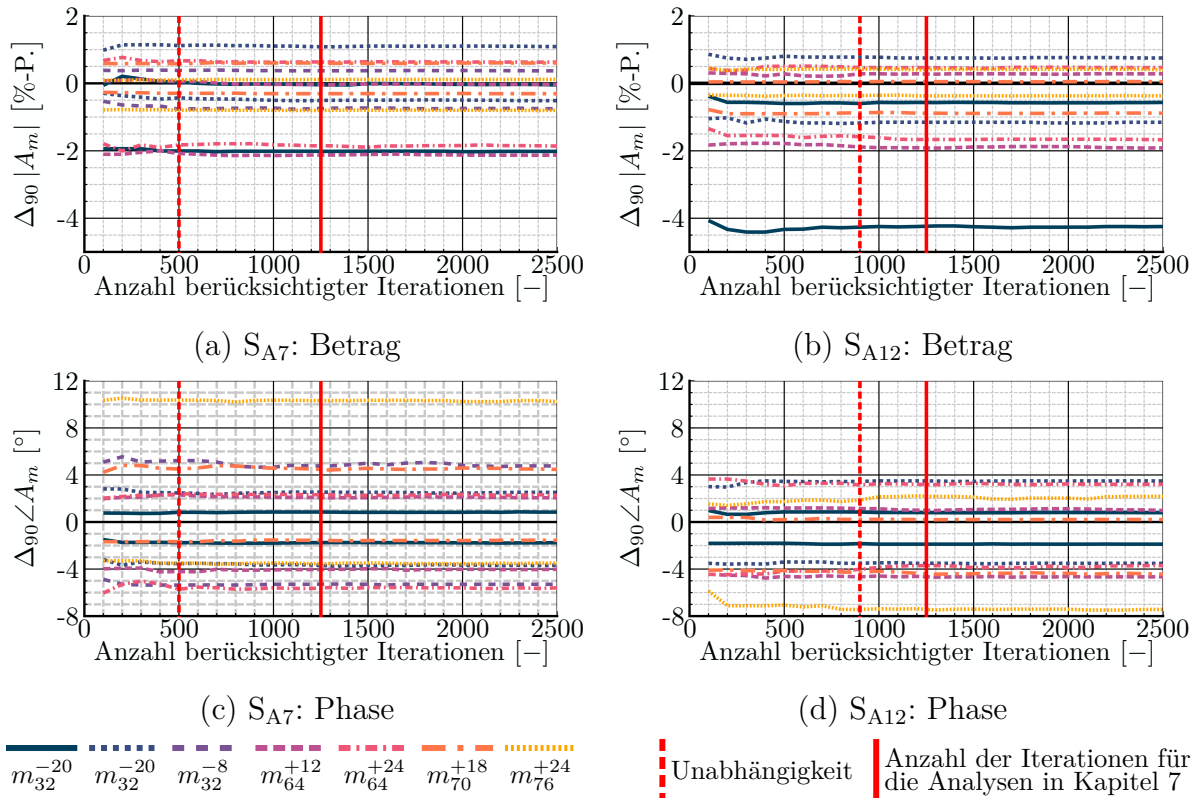


Abbildung D.3.: Grenzen des 90 % Konfidenzintervalls der Gesamtunsicherheit nach Abschnitt 4.4 bei unterschiedlich vielen ausgewerteten Iterationen für die Sensoren S_{A7} und S_{A12}

D.3. Einfluss zurückstehender Sensoren

Abschnitt 7.5.2 beschreibt den Einfluss von Sensoren, die gegenüber der Wand zurück stehen. An dieser Stelle wird lediglich die Erzeugung des Datensatzes sowie dessen Vergleich mit experimentellen Daten beschrieben. Der Verstärkungsfaktor G sowie der Phasenversatz $\Delta\angle p$ zwischen den Fällen mit und ohne Sensorrückstand werden durch Interpolation für jeden berechneten Rückstand in Abschnitt 7.5.2 aus diesem Datensatz ermittelt.

Der Datensatz beinhaltet die Rückstände 0,05 mm und 0,10 mm, die Frequenzen 0,25 kHz, 5 kHz, 10 kHz, 15 kHz und 20 kHz sowie die Temperaturen 25 °C, 50 °C und 75 °C. Dies deckt den relevanten Bereich der Sensoren in Messebene D ab.

Der Datensatz ist das Ergebnis numerischer Simulationen eines zylindrischen Kanalsegments mit Nabe und hohem Naben-Verhältnis. Der eingesetzte Strömungslöser ist auch hier TRACE Harmonic Balance. Die Randbedingungen sind so gewählt, dass eine stationäre Strömung von 100 m/s auftritt. Diese wird von instationären Druckschwankungen überlagert, die als Randbedingungen am Eintrittsrand aufgeprägt sind.

Die zurückstehende Fläche ist eben und hat den gleichen Durchmesser wie die Zugangsbohrungen im Gehäuse. Davon wird allerdings nur der effektive Sensordurchmesser, wie er in Abbildung 4.7. gezeigt ist, betrachtet. Als Referenzfläche für den Fall ohne Sensorrückstand wird die zylindrische Kanalkontur beibehalten und die entsprechende Fläche an derselben Axial- und Umfangsposition verwendet. Somit wird der Effekt des zurückstehenden Sensors vom Einfluss der veränderten Form (gekrümmt zu eben) überlagert. Nicht berücksichtigt wird dagegen der Einfluss des Radialspalts in der Bohrung um den Sensor (siehe Abbildung 7.11.).

Der Vergleich von Betrag und Phase findet jeweils flächengemittelt statt. Für jede betrachtete Temperatur wird ein separater Referenzfall verwendet, um den Temperatureinfluss auf den zurückstehenden Sensor von der veränderten Ausbreitung im Kanal zu isolieren. Abbildung D.4. zeigt die Verstärkungsfaktoren und die Phasenversätze des Datensatzes für die Unsicherheitsanalyse. Diese sind analog zu den dynamischen Kalibrierdaten in Abschnitt 4.1.3 aufgebaut.

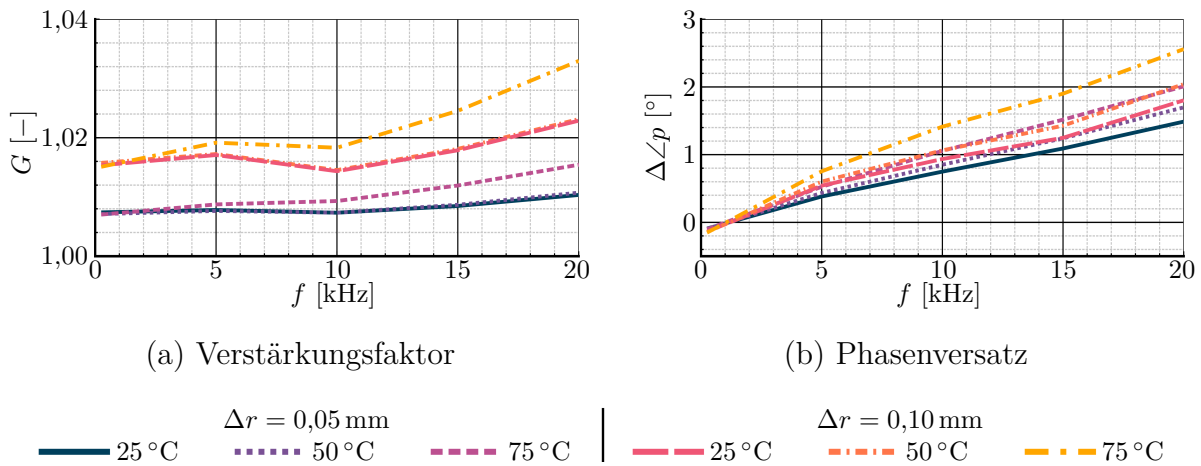


Abbildung D.4.: Verstärkungsfaktor und Phasenversatz in Abhängigkeit vom Rückstand eines Sensors Δr für 0,05 mm und 0,10 mm sowie von der Temperatur bei 25 °C, 50 °C und 75 °C

Zur Bewertung der Vorhersagegüte liegen lediglich für Sensor S_{R10} Kalibrierdaten bei zwei verschiedenen Rückständen vor. Dieser Sensor wurde dynamisch ohne Rückstand und mit einem Rückstand von 0,25 mm kalibriert. Analog zu den numerischen Daten werden aus den Kalibrierdaten Verstärkungsfaktor und Phasenversatz ermittelt. Diese sind in Abbildung D.5. gezeigt.

In Abgrenzung zu Abbildung D.4. zeigen die Daten der dynamischen Kalibrierung für den Verstärkungsfaktor einen Beginn bei 1,00. Die numerischen Daten zeigen dagegen auch bei niedrigen Frequenzen einen höheren Verstärkungsfaktor. Es wird angenommen, dass dies auf die veränderte Form (gekrümmt gegenüber eben) zwischen Referenzfall und dem jeweiligen Fall mit Rückstand bei den Simulationen zurückzuführen ist. In den experimentell ermittelten Daten aus der dynamischen Kalibrierung ist die Oberfläche dagegen immer eben. Der Anstieg des Verstärkungsfaktors ist von dort aus in den experimentellen Kalibrierdaten stärker, was durch den größeren Rückstand hervorgerufen wird.

Für den Phasenversatz ist in beiden Fällen ein annähernd linearer Verlauf festzustellen. Dieser ist in den numerischen Fällen stärker als in den Kalibrierdaten. Die Ursache dafür ist nicht bekannt.

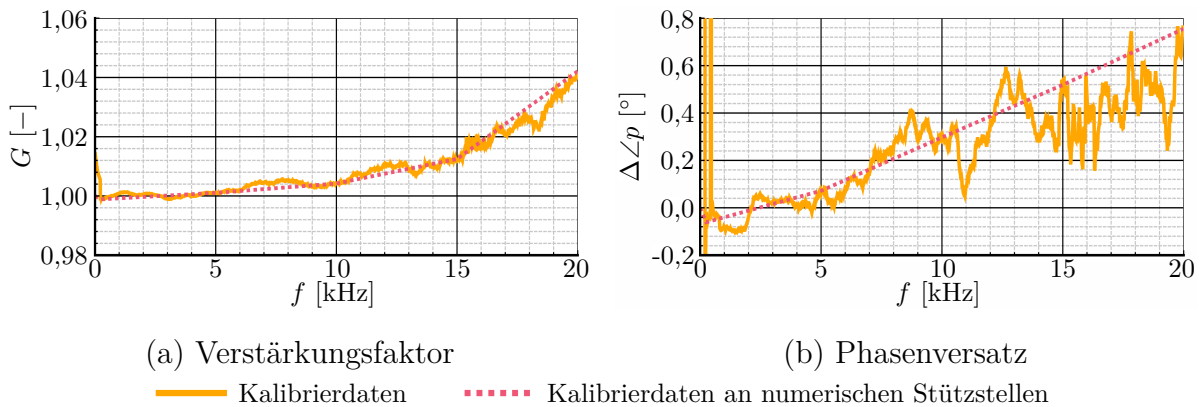


Abbildung D.5.: Verstärkungsfaktor und Phasenversatz durch Sensorrückstand in der dynamischen Kalibrierung von Sensor S_{R10} mit einem Rückstand von 0,25 mm gegenüber dem Fall ohne Rückstand

Der Vergleich mit den Kalibrierdaten bestätigt, dass die Größenordnung der Abweichungen in den numerischen Fällen plausibel ist. Damit kann der Datensatz für die Unsicherheitsanalyse in Kapitel 7 verwendet werden, auch wenn keine genaue Übereinstimmung numerischer und experimenteller Daten gezeigt werden kann.

Es zeigen sich auch qualitative Unterschiede. So ist für zukünftige Betrachtungen zu prüfen, inwieweit der Versatz im Verstärkungsfaktor bei niedrigen Frequenzen tatsächlich durch die Änderung der Form hervorgerufen wird. Weiterhin ist die Ursache für das lokale Maximum im Verstärkungsfaktor bei 5 kHz zu untersuchen. In den Kalibrierdaten zeigt sich ein solches Verhalten nicht.

D.4. Stabilität und Reproduzierbarkeit

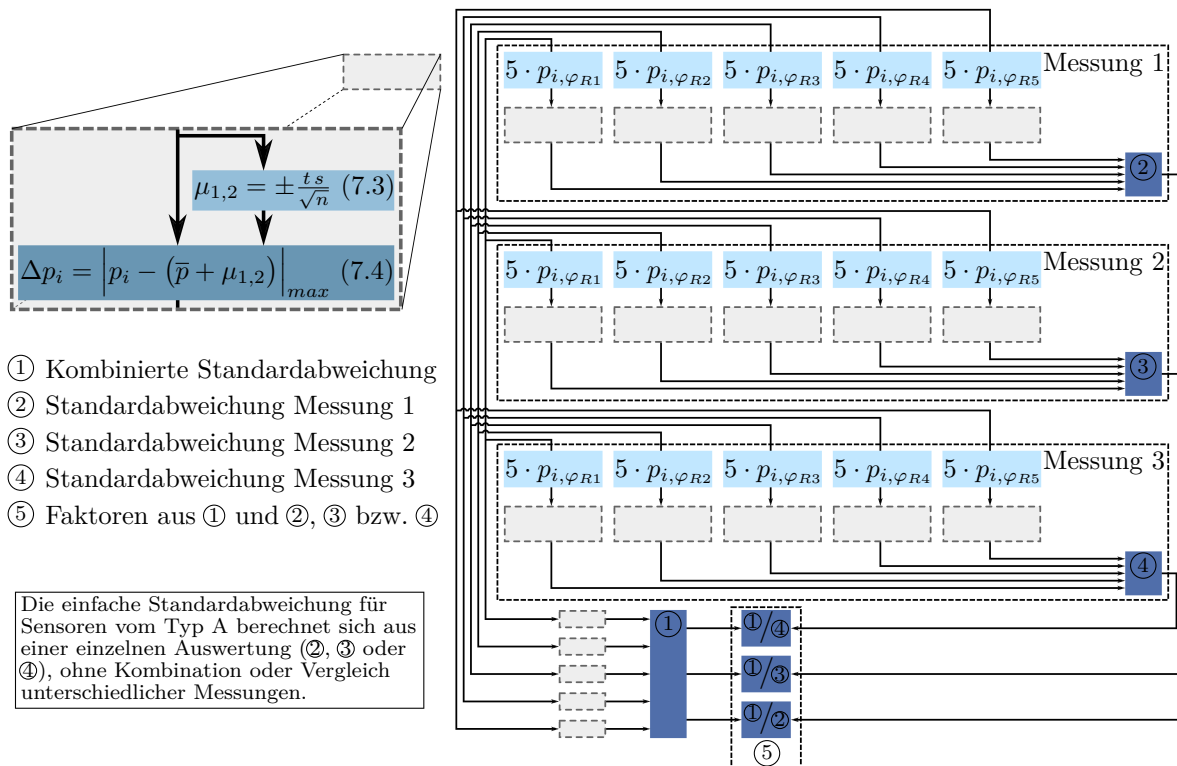


Abbildung D.6.: Bestimmung des Reproduzierbarkeitsfaktors aus den Standardabweichungen dreier Einzelmessungen des Repro-Rasters. Die verwendeten Rohdaten werden mit dem Repro-Raster an den Umfangspositionen φ_{R1} bis φ_{R5} gemessen. Abbildung 7.3. zeigt eine vereinfachte Variante dieser Darstellung.

D.5. Nichtlinearität

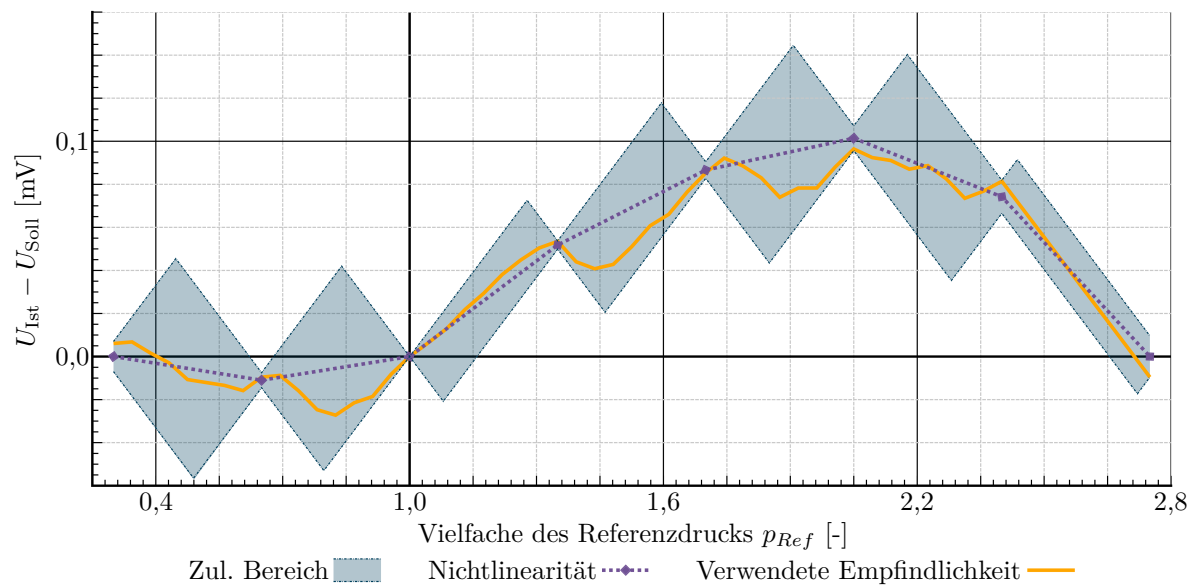


Abbildung D.7.: Nichtlinearität der Empfindlichkeit von Sensor S_{A3} aus den Daten der stationären Kalibrierung mit zulässigem Streubereich aus der Nichtlinearität sowie der Reproduzierbarkeit der Empfindlichkeit

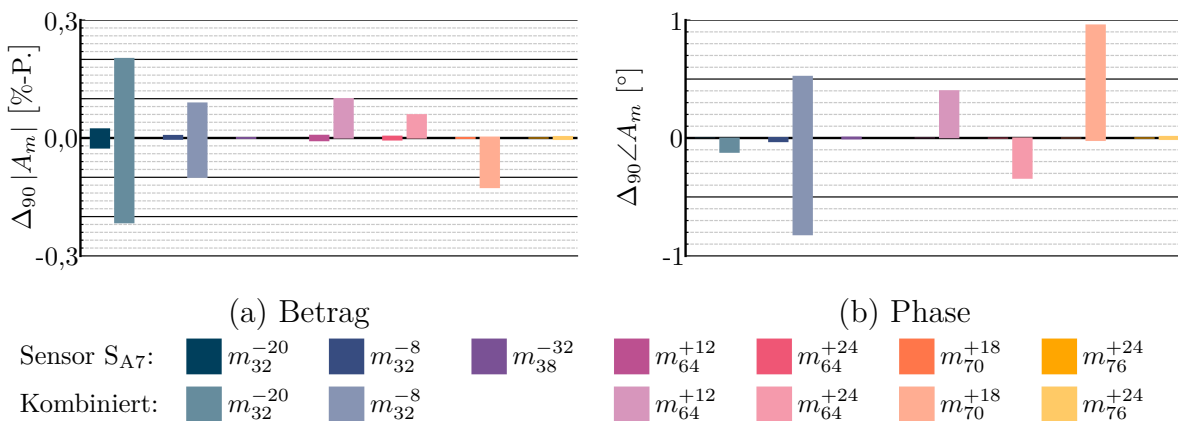


Abbildung D.8.: Einfluss aus der Reproduzierbarkeit der Empfindlichkeit bei BP2 in Messebene D. Gezeigt ist das 90 % Konfidenzintervall von Betrag $|A_m|$ und Phase $\angle A_m$ gegenüber dem Referenzwert von Sensor S_{A7} sowie für die kombinierte Auswertung.

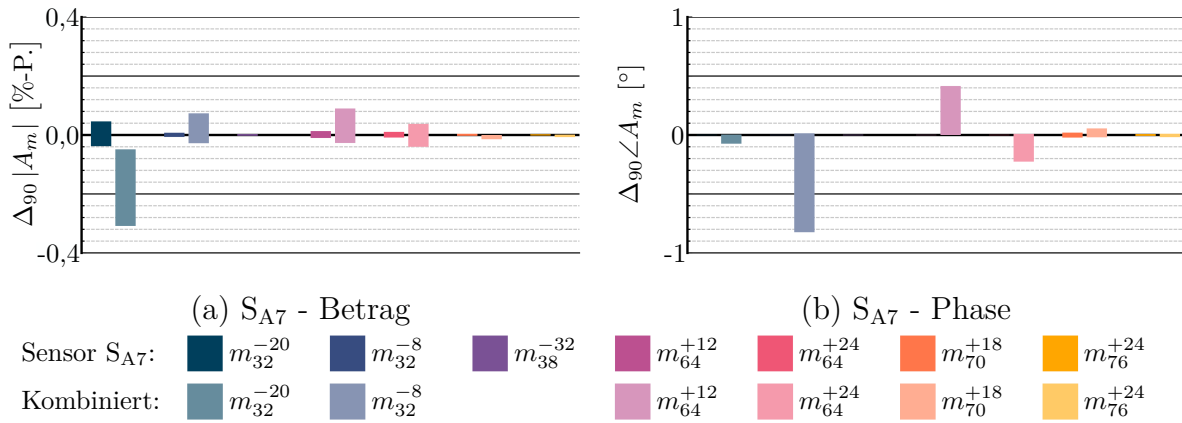


Abbildung D.9.: Einfluss der Nichtlinearität bei BP2 in Messebene D. Gezeigt ist das 90 % Konfidenzintervall von Betrag $|A_m|$ und Phase $\angle A_m$ gegenüber dem Referenzwert von Sensor S_{A7} sowie für die kombinierte Auswertung.

Tabelle D.1.: Einfluss des thermischen Empfindlichkeitsdrifts bei BP2 in Messebene D. Gezeigt sind die Auswirkungen auf Betrag $|A_m|$ und Phase $\angle A_m$ gegenüber dem Referenzwert von Sensor S_{A7} sowie für die kombinierte Auswertung.

Mode	S_{A7}		Kombiniert	
	$\Delta A_m $ [%-P.]	$\Delta \angle A_m$ [°]	$\Delta A_m $ [%-P.]	$\Delta \angle A_m$ [°]
m_{32}^{-20}	0,59	0,00	0,50	0,00
m_{32}^{-8}	0,10	0,00	0,18	-0,81
m_{38}^{-32}	0,04	0,00		
m_{64}^{+12}	0,19	0,00	0,22	0,32
m_{64}^{+24}	0,14	0,00	0,15	-0,20
m_{70}^{+18}	0,06	0,00	0,06	0,03
m_{76}^{+24}	0,03	0,00	0,05	0,02

D.6. Umfangsperiodizität in Messebene X

Für die experimentellen Untersuchungen sind Sprünge beim Vergleich der Beträge von Sensoren an unterschiedlichen Absolutpositionen, wie sie in Abschnitt 8.1.2 thematisiert werden, ebenfalls zu erwarten. Für die Messebene X liegen dazu Daten vor, für die die erste Statorreihe in Schritten von $0,2^\circ$ verstellt wurde, während die beiden anderen Statorreihen ihre Position beibehalten haben. Mit diesen Daten kann weder eine vollständige Modenanalyse durchgeführt werden, noch lassen sich damit direkte Vergleiche zu den untersuchten numerischen Daten anstellen. Es lässt sich aber der Einfluss verschiedener Schaufeln der ersten Statorreihe zeigen. Abbildung D.10. zeigt dazu die Beträge sowie die Realteile der komplexen Drücke bei Erregerordnung EO32.

Da im Gegensatz zu den Analysen in Kapitel 8 alle drei Statorreihen verbaut sind, ist nicht davon auszugehen, dass von einem Sensor zum nächsten ein perfekter Übergang

auftritt. Dies wäre nur dann zu erwarten, wenn das Vorleitrad sowie der Stator 2 keinen Einfluss auf die instationären Drücke an den Messstellen haben.

Mit Blick auf die Periodenlänge der einzelnen Verläufe kann der erste Stator aber klar als dominanter Einfluss identifiziert werden. Vor diesem Hintergrund wäre zu erwarten gewesen, dass Orte gleicher Phase in Abbildung D.10. (b) auf einen Punkt fallen. Diese liegen allerdings um bis zu $1,2^\circ$ voneinander entfernt. Neben den zuvor genannten Einflüssen der Sensoren selbst ist auch eine fehlerhafte Positionierung der Sensoren möglich. Der hier ermittelte Wert liegt aber deutlich über dem aus den Erfahrungen in der Fertigung abgeleiteten Wert nach Abschnitt 7.5.1. Aus diesem Grund wird dort eine zusätzliche Analyse mit bis zu $1,2^\circ$ Abweichung in der Umfangsposition der Sensoren durchgeführt.

Für die Analysen in Kapitel 8 sind die Signale der einzelnen Sensoren isoliert zu betrachten. Für einen idealen Verdichter müssten sich die Signale nach jeder Schaufelteilung wiederholen, da hier sowohl die Sensoren als auch Vorleitrad und Stator 2 ortsfest sind. Neben Einflüssen aus Betriebspunktschwankungen und der Messkette ist lediglich von Einflüssen durch die Schaufeln des ersten Stators auszugehen.

Abbildung D.10. zeigt für einzelne Sensoren eine sehr gute Periodizität, so z. B. für Sensor S_{A12} . Dagegen ist für Sensor S_{A10} klar zu erkennen, dass hier Störeinflüsse vorliegen. Für detaillierte Analysen zum Ursprung der Störeinflüsse sind diese Daten nicht geeignet. Sie zeigen aber, dass, wie auch in Abbildung 8.4., keine ideale Periodizität vorliegt.

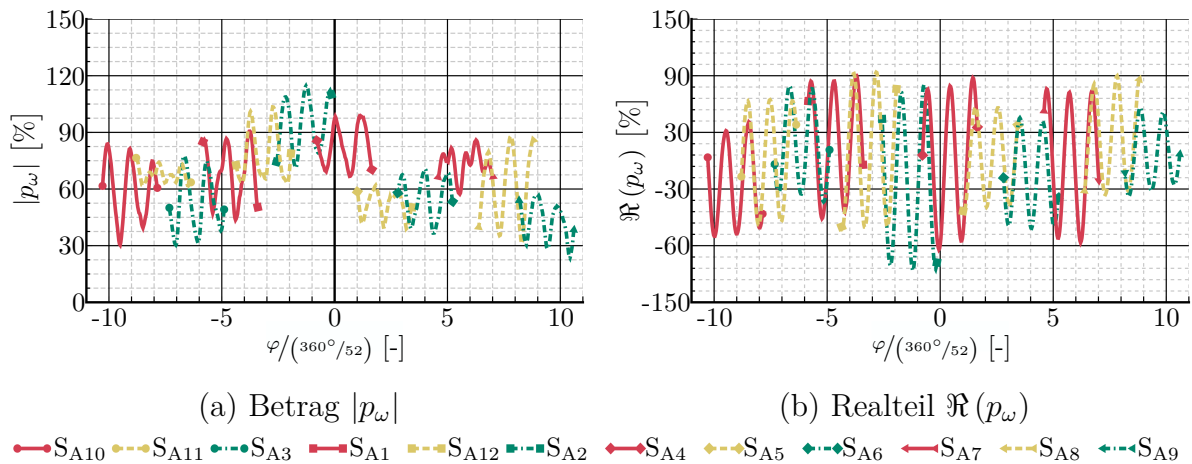


Abbildung D.10.: Experimentell ermittelte instationäre Druckverteilung am Gehäuse in Messebene X für die Erregerordnung EO32 bei BP2. Die Reihe des ersten Stators wird verfahren, während die Schaufeln von Vorleitrad und Stator 2 nicht bewegt werden.