

# Geometrieverarbeitung für die numerische Simulation

# E

Eine der wichtigsten Voraussetzungen für die zuverlässige und effiziente numerische Simulation beispielsweise von Strömungs- oder Deformationsprozessen ist die Verfügbarkeit von qualitativ hochwertigen 3-D-Modellen. Durch die ständig steigende Leistungsfähigkeit der Berechnungsalgorithmen sowohl auf der Hardware- als auch auf der Software-Ebene können dabei immer detailliertere 3-D-Modelle eingesetzt werden. Während aber heutzutage die eigentliche Simulationsrechnung weitgehend automatisiert ist, müssen bei der Erzeugung von digitalen 3-D-Modellen immer noch viele Schritte manuell durchgeführt werden. Dies führt zu Anwendungsszenarien, in denen für die Vor- und Nachbereitung der Simulation mehr (Kosten-) Aufwand betrieben werden muss als für die eigentliche Berechnung.

Die geometrischen Rohdaten für die Generierung von 3-D-Modellen stammen typischerweise aus CAD-Systemen oder sie resultieren aus der direkten Vermessung von realen Objekten, beispielsweise mittels 3-D-Laserscanner oder medizinischer Bildgebung. In jedem Fall werden sie zunächst in eine mathematische Flächen-Repräsentation konvertiert, die sich besonders gut für Simulationsberechnungen eignet. Diese Repräsentation besteht aus einer großen Zahl kleiner Dreiecke oder Vierecke, mit denen eine gegebene Oberfläche beliebig genau angenähert werden kann. Der Vorteil dieser Repräsentation als Polygon-Netz besteht darin, dass selbst extrem komplexe Formen wie eine Auto-Karosserie oder ein menschliches Gehirn durch sehr einfache Elemente im Rahmen der vorgegebenen Genauigkeitsanforderungen dargestellt werden können. Steigende Anforderungen können durch eine erhöhte Anzahl von Polygonen befriedigt werden, ohne dass der Rechenaufwand überproportional wächst. 3-D-Modelle mit einer Million Polygone und mehr sind in heutigen Anwendungen keine Seltenheit.

Während die einfache Umwandlung der Rohdaten in ein Polygon-Netz in der Regel keine großen Schwierigkeiten bereitet, liegt die Problematik darin, bestimmte vorgegebene Qualitätsanforderungen zu erfüllen. Diese Anforderungen beziehen sich beispielsweise auf die Form der einzelnen Polygone, möglichst gleichseitig oder rechteckig, auf die Anordnung und Ausrichtung der Polygone sowie auf die Konsistenz der Daten, keine Löcher oder Selbstdurchdringungen.

Die Konsistenz eines Polygon-Netzes ist notwendig, damit das Netz überhaupt ein geschlossenes Objekt mit einer wohldefinierten Innen- und Außenseite beschreibt. Obwohl die Forderung nach Konsistenz

offensichtlich ist, erfüllen die meisten geometrischen Modelle diese Eigenschaft zunächst nicht. Die Gründe hierfür liegen in Rechenungenauigkeiten beispielsweise bei Schnittberechnungen oder im Auftreten von Messungenauigkeiten. Neuere Methoden zur „Reparatur“ von Polygon-Netzen, das heißt Methoden zur Herstellung der Konsistenz, greifen auf so genannte volumetrische Darstellungen zurück. Hierbei wird der Raum in kleine Zellen, die Voxel, unterteilt. Auf der Basis einer Reihe von geometrischen Regeln wird dann für jede Zelle bestimmt, ob sie im Inneren oder außerhalb des Objektes liegt. Aus der Voxel-Darstellung kann anschließend ein konsistentes Polygon-Netz extrahiert werden.

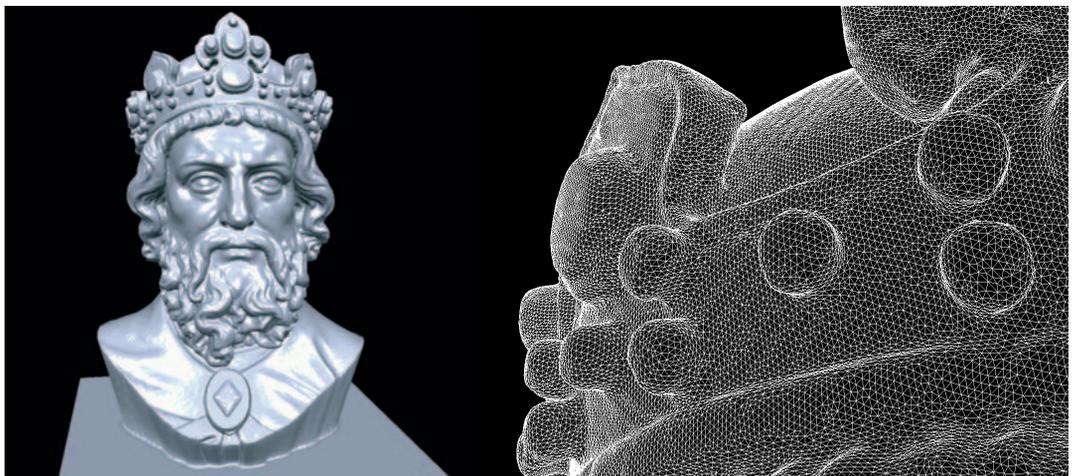


Bild 1: Digitales 3-D-Modell einer Karlsbüste mit etwa 1,5 Millionen Dreiecken.

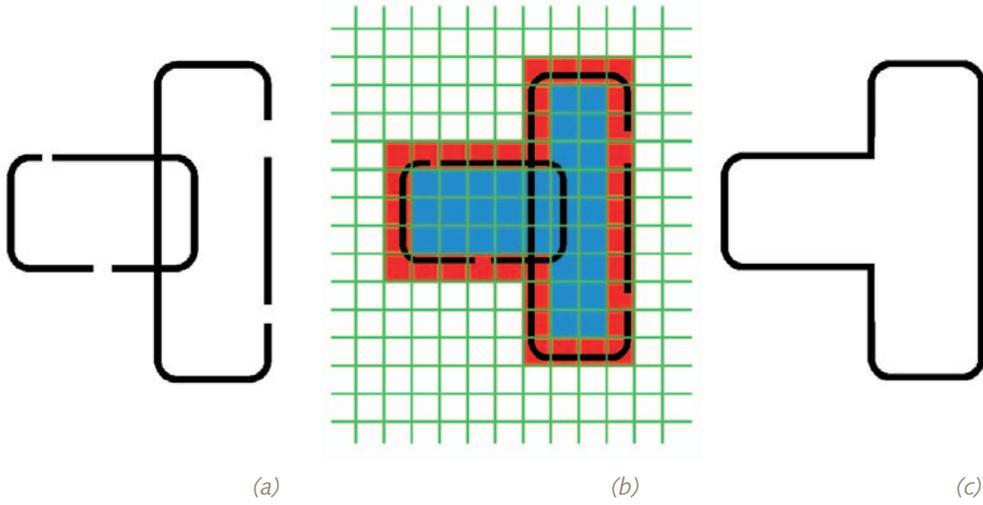


Bild 2: 2-D-Beispiel der Modell-Reparatur: Ausgehend von einer inkonsistenten Beschreibung (a) wird ein volumetrisches (Voxel-) Modell erzeugt (b), das jedem Voxel einen Status „innen“, „außen“ oder „Oberfläche“ zuordnet. Aus dem Voxel-Modell wird dann wieder ein konsistentes Polygon-Netz extrahiert.(c)

Nachdem die Konsistenz sichergestellt ist, können weitere Optimierungsalgorithmen angewendet werden, um die Qualität der einzelnen Polygone zu verbessern. Hierbei sind zum Beispiel Dreiecke mit schlechtem Seitenverhältnis oder großen Innenwinkeln zu eliminieren, da diese zu schlecht konditionierten Berechnungen führen.

Über die geometrische Qualität einzelner Polygone hinaus ist deren Orientierung und Anordnung wichtig für die Gesamtqualität des 3-D-Modells. Hierbei kommt zum Tragen, dass durch die richtige Anordnung der Polygone bei gleicher Anzahl von Elementen eine deutlich verbesserte Approximation erreicht werden kann.

Dieser Effekt basiert zum einen darauf, dass durch eine adaptive Vernetzung in flachen Bereichen der Geometrie relativ große Polygone eine hinreichend gute Approximation liefern und dadurch Elemente eingespart werden können. Zum anderen können scharfe Kanten eines Objektes nur dann korrekt abgebildet werden, wenn sie exakt mit den Kanten zwischen den Polygonen zusammenfallen.

Um alle diese Verarbeitungsschritte zu automatisieren, sind Algorithmen notwendig, die die geometrische Struktur des Eingabemodells analysieren und die Vernetzung entsprechend steuern. Unter dem Begriff der „diskreten Differentialgeometrie“ sind in den letzten

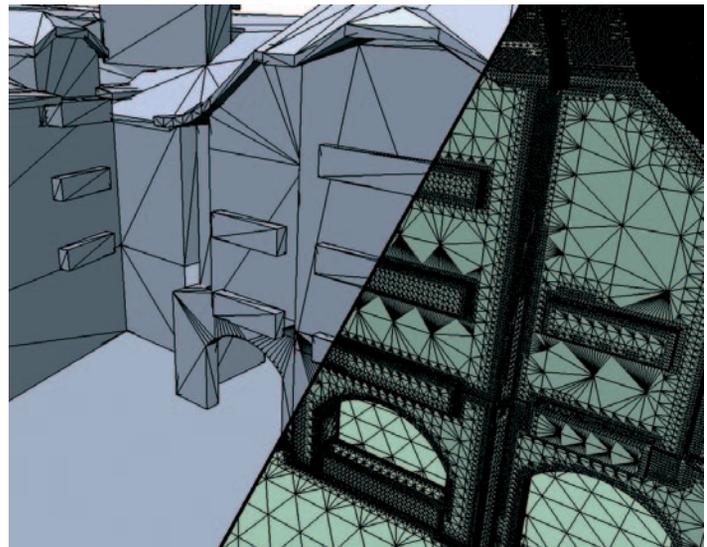


Bild 3: Beispiel eines 3-D-Modells vor (links) und nach (rechts) der Reparatur.

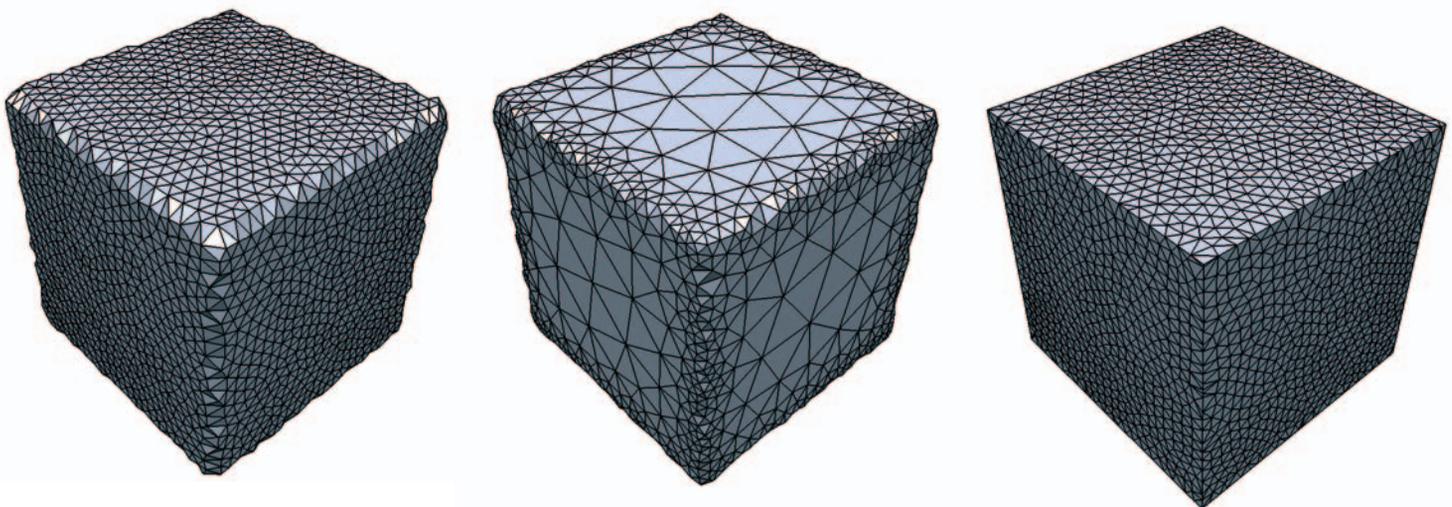


Bild 4: Für die uniforme Vernetzung (links) wird nur die Form der einzelnen Dreiecke optimiert. Bei der adaptiven Vernetzung (Mitte) wird die Größe der Dreiecke an die lokale Oberflächenkrümmung angepasst. Zur Erhaltung scharfer Kanten müssen die Polygone an den Objektkanten ausgerichtet werden (rechts).

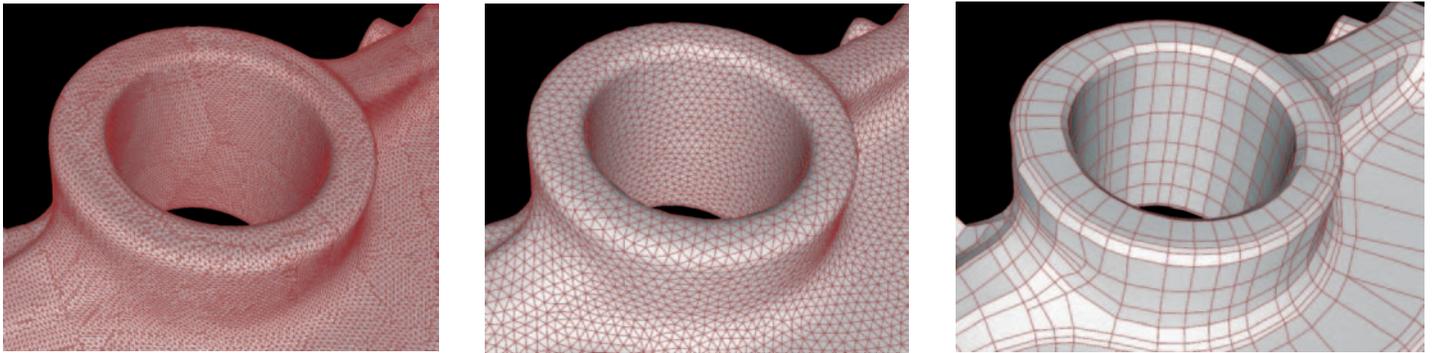


Bild 5: Aus den Rohdaten (links) können optimierte Polygon-Netze erzeugt werden, indem die Form einzelner Elemente verbessert wird (Mitte). Durch Ausrichtung der Polygonkanten an den Krümmungsrichtungen entstehen Netze, die optimal an die Struktur der zugrunde liegenden Geometrie angepasst sind (rechts).

Jahren innovative Methoden entwickelt worden, die es erlauben, geometrische Konzepte wie Krümmungen oder Hauptkrümmungsrichtungen auf Polygon-Netze zu übertragen. Mit der so gewonnenen Information kann die Größe der Polygone an die lokale Krümmung angepasst werden und die Orientierung der Polygonkanten an die Krümmungsrichtungen.

Soll die Simulation zur Formoptimierung eingesetzt werden, zum Beispiel zur Optimierung des Luftwiderstandes, müssen verschiedene Varianten der Eingabegeometrie miteinander verglichen werden. In den meisten Anwendungen müssen diese Varianten explizit modelliert werden und dann jede für sich gemäß der obigen Prozedur in ein Polygon-Netz konvertiert werden. Um die Effizienz und die Flexibilität eines Simulationssystems zu steigern, werden daher Verfahren benötigt, mit denen Form-Varianten direkt aus einer Polygon-Repräsentation generiert werden können. Darüber hinaus sollten diese Varianten idealerweise direkt durch die Simulation gesteuert werden, um einen simulationsgetriebenen Optimierungsprozess zu realisieren. Die Problematik liegt hierbei darin, die Anzahl der Freiheitsgrade effektiv zu reduzieren, um „sinnvolle“ Modifikationen des Eingabemodells mit wenigen Parametern zu kontrollieren. Hierfür hat sich das „Boundary Constraint Multiresolution Modeling“ etabliert, bei dem das Biegeverhalten einer dünnen elastischen Platte imitiert wird, um die Eingabegeometrie zu deformieren. Die globale Deformation wird dabei so berechnet, dass die lokalen Details der Geometrie erhalten bleiben.

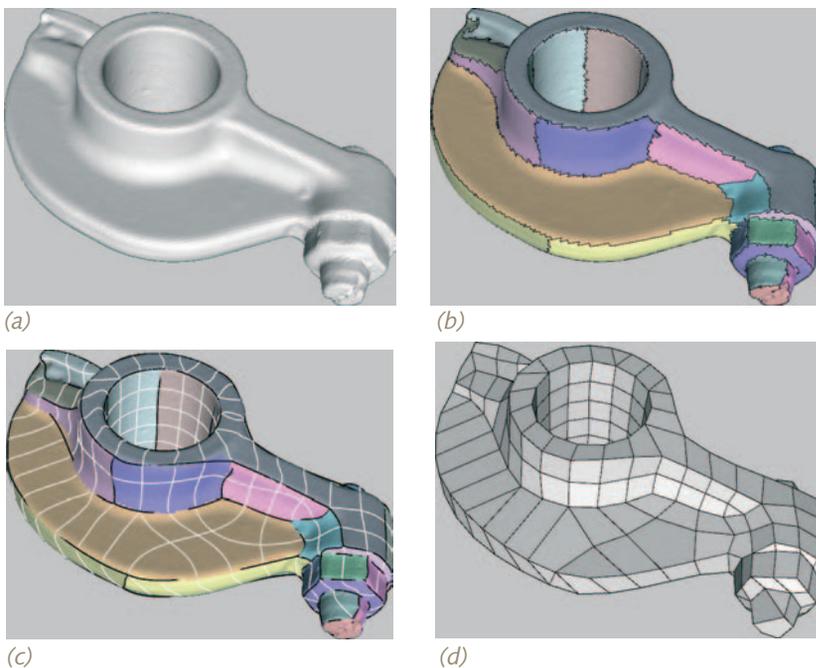
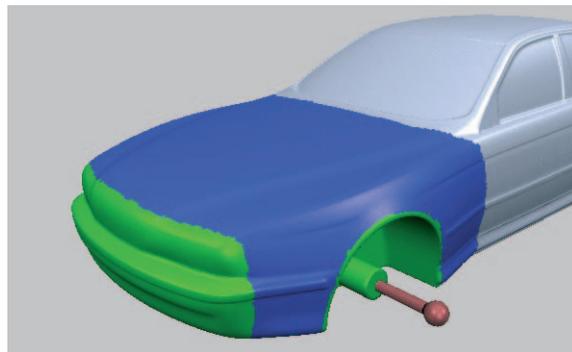
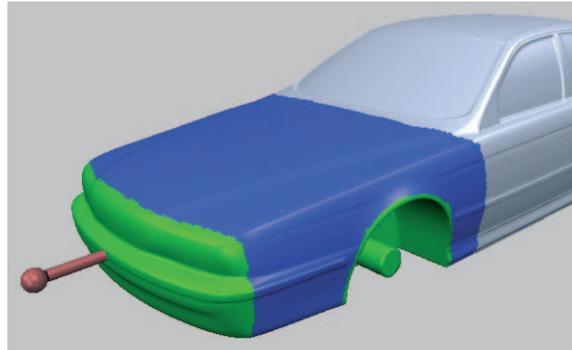
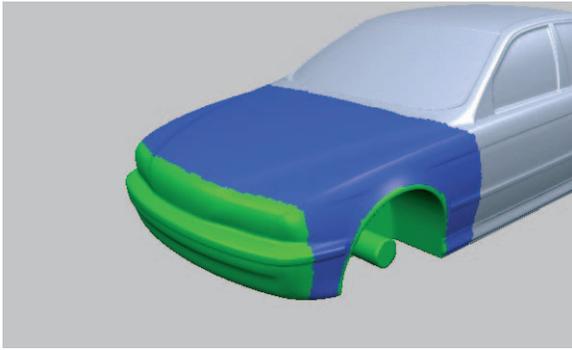


Bild 6: Durch Analyse der Eingabegeometrie (a) kann eine Segmentierung in verschiedene Zusammenhangskomponenten berechnet werden (b). Auf der Basis dieser Struktur wird die Vernetzung gesteuert (c), wodurch man bereits mit sehr wenigen Polygonen eine gute Annäherung an die Originaldaten erhält (d).



Ähnlich einer Frequenzanalyse erreicht man dies, indem man das 3-D-Modell in die globale Form (= niedrige Frequenzen) und die lokalen Details (= hohe Frequenzen) zerlegt und dann die einzelnen Frequenzbänder separat modifiziert.

Mit den beschriebenen Verfahren zur Erzeugung, Reparatur, Optimierung und Deformation von Polygon-Netzen lässt sich ein kompletter Workflow zur Analyse und Optimierung von komplexen Bauteilen realisieren, der keine weitere kosten- und zeitintensive Konvertierung zwischen verschiedenen Geometrie-Repräsentationen erfordert. Hierdurch lässt sich der Automatisierungsgrad und damit auch die Effizienz bei der simulationsgestützten Entwicklung deutlich erhöhen.

Während in den heute etablierten Entwicklungsabläufen immer noch eine strenge Trennung zwischen Design (wo NURBS-Darstellungen der Standard sind) und Simulation (wo Polygon-Netze der Standard sind) vorherrscht, können zukünftig rein polygonbasierte Systeme eingesetzt werden. Mit diesen Systemen können fast alle Phasen der industriellen Entwicklung integriert werden: vom Konzept-Design, über Reverse Engineering und die Analyse von Bauteil-Varianten durch Simulation bis hin zum Rapid Prototyping.

*Bild 7: In diesem Beispiel wird die Motorhaube eines Fahrzeuges modifiziert. Das 3-D-Modell besteht aus weit über 100.000 Dreiecken. Mit den grünen Regionen an der Front und den Radkästen wird die Deformation kontrolliert. Pro Bereich ergeben sich sieben Parameter (3 x Translation, 3 x Rotation, 1 x Skalierung). Der blaue Bereich der Oberfläche verformt sich entsprechend der Bewegung der grünen Bereiche (boundary constraints) und verhält sich dabei wie eine elastische Gummi-Haut. Dadurch ergibt sich eine natürliche Deformation, bei der die geometrischen Details erhalten bleiben.*

<http://www-i8.informatik.rwth-aachen.de/>

**Autor:**  
Univ.-Prof. Dr.rer.nat.  
Leif Kobbelt ist Inhaber des  
Lehrstuhls für Informatik 8  
(Computergraphik und  
Multimedia).