

Mathematik ist überall

BERICHTE
AUS DER
RHEINISCH-
WESTFÄLISCHEN
TECHNISCHEN
HOCHSCHULE
AACHEN

AUSGABE 2/2008

ISSN-NR.
0179-079X



Wovon Sie früher auch träumten: Jetzt ist die Zeit, es wahr zu machen.

Sie wollten schon immer an wegweisenden Projekten mitwirken? Bei uns können Sie das. Vom ersten Tag an. Einer guten Idee ist es schließlich egal, wer sie hat: der Junior oder der Abteilungsleiter. Und gute Ideen – die brauchen wir. Sie haben uns zu dem gemacht, was wir sind: einer der wichtigsten technologischen Schrittmacher. Im Mobilfunk. Im Digital-Fernsehen. In der Funktechnik. Auch bei Flugsicherung, drahtloser Automobiltechnik oder EMV sind wir federführend – und praktisch in allen unseren Geschäftsgebieten einer der drei Top-Player am Weltmarkt. Damit wir das auch bleiben, brauchen wir Sie. Als frischgebackenen Hochschulabsolventen, Praktikanten, Werkstudenten (m/w) oder fertigen Sie Ihre Abschlussarbeit (Bachelor, Master, Diplom) bei uns an. Wir freuen uns auf Sie!

www.career.rohde-schwarz.com

75 Years of
Driving
Innovation


ROHDE & SCHWARZ

Impressum
Herausgegeben
im Auftrag
des Rektors:
Dezernat Presse- und
Öffentlichkeitsarbeit
der RWTH Aachen
Templergraben 55
52056 Aachen
Telefon 0241/80-94327
Telefax 0241/80-92324
Pressestelle@zhv.rwth-aachen.de
www.rwth-aachen.de

Verantwortlich:
Toni Wimmer

Redaktion:
Sabine Busse
Angelika Hamacher



AUS DEM INHALT

Fotos:
Peter Winandy
Martin Lux
(Seite 70, 71)

Titel:
Mathematik an
der RWTH Aachen:
Wissenschaft transparent
an der Schnittstelle
zwischen Abstraktion
und Innovation.
Peter Winandy

Rücktitel:
Mitarbeiter des Lehrstuhls
D für Mathematik sowie
des Rechen- und
Kommunikations-
zentrums mit „ihrer“
RWTH-ID.
Peter Winandy

Art direction:
Klaus Endrikat

Anzeigen:
print'n'press, Aachen
jh@p-n-p.de

Anzeigenberatung:
Elisabeth Mörs
Telefon 06131/580 04 96
e.moers@gzm-mainz.de

DTP:
ZAHRENDesign,
Aachen

Druck:
Brimberg
Druck und Verlag GmbH,
Aachen

Gedruckt auf
chlorfrei gebleichtem Papier

Das Wissenschaftsmagazin
„RWTH-Themen“
erscheint einmal pro Semester.
Nachdruck einzelner Artikel,
auch auszugsweise,
nur mit Genehmigung der Redaktion.
Für den Inhalt der Beiträge
sind die Autoren verantwortlich.

Wintersemester 2008

Mathematik ist überall?!	
Eine Schlüsseltechnologie verändert die Welt	6
Die virtuelle Erschließung der Realität	12
VDI-Richtlinie 4008,9 – Eine Modellerweiterung	
Analyse der Zuverlässigkeit redundanter Systeme	20
Yin-Yang-Kurven lösen ein Packungsproblem	26
Unendliche Spiele	30
Verkehrsstau auf Autobahnen – Kann die Mathematik helfen?	34
Wie viele Patienten braucht eine Klinische Studie?	36
Diskret, leicht zu merken und massenhaft verfügbar	42
Strömungen fordern die Numerik heraus	46
Frühwarnsysteme für Technik und Wirtschaft	50
Der Mathezirkel – Schüler machen Mathematik	58
Mathematik in die Schulen	60
Statistik multimedial	64
Tagung der Deutschen Stochastiker	70
Das SuperC	72
Namen & Nachrichten	74

Mathematik ist überall?!

Erster Wissenschaftsherbst in Aachen

Aachen hat wieder die Nase vorne: Das Bundesministerium für Bildung und Forschung sowie der Stifterverband für die Deutsche Wissenschaft haben ihr bewährtes Veranstaltungsformat des Wissenschaftssommers von einem zentralen deutschen Standort auf mehrere Austragungsorte ausgedehnt. Aachen hat den Zuschlag für die erste Auflage dieser regionalen Veranstaltungsformate erhalten.

Aachen wäre nicht die Spitze im Westen, wenn diese Gelegenheit nicht einvernehmlich von allen Partnern eine besondere Ausprägung als Wissenschaftsherbst gefunden hätte. Vom 9. bis zum 18. November bietet die Veranstaltergemeinschaft aus Stadt Aachen, RWTH Aachen, FH Aachen, Musikhochschule NRW, Abteilung Aachen, Katholische Hochschule NRW, Abteilung Aachen, und Forschungszentrum Jülich ein buntes Feuerwerk an unterhaltsamer Wissenschaftsvermittlung. Kunst und Kabarett, Film und Theater, Musik und Ausstellungen stehen dabei ganz im Zeichen der Mathematik. Den Höhepunkt bildet die Aachener Wissenschaftsnacht am 14. November. Das umfangreiche Programm erfahren Sie unter **www.aachener-wissenschaftsherbst.de**.

Grundlage für diese öffentlichkeitswirksame Präsentation von konkreter Anwendung mathematischer Lehre und Forschung ist die akribische Arbeit der Wissenschaftlerinnen und Wissenschaftler in der Fakultät für Mathematik, Informatik und Naturwissenschaften. Ihr Engagement und ihre Kreativität, vor allem aber auch ihre Kooperation mit anderen Disziplinen der Hochschule schaffen die Voraussetzungen für wegweisende Innovationen in gänzlich anderen Fachgebieten. Aktuelle Beispiele dieser grundlegenden Arbeit der Mathematik finden Sie in dieser Ausgabe der „RWTH-Themen“ zusammengefasst. Ich wünsche viel Vergnügen bei der Lektüre!

Univ.-Prof. Dr.-Ing.
Ernst Schmachtenberg
Rektor



Hier erfahren Sie mehr – www.porsche.de oder Telefon 01805 356 - 911, Fax - 912 (EUR 0,14/min).

**Welche Linie wir in seinem Design besonders betont haben?
Die Erblinie.**

Der Boxster S Porsche Design Edition 2.

Erbe: Motorsport. Auffälligstes Merkmal: der Mittelmotor. Die Vorteile:
optimale Gewichtsverteilung auf Vorder- und Hinterachse und ein
niedriger Schwerpunkt. Für hohe Traktion und außergewöhnliche Agilität
in Kurven. Dazu sorgt die Leichtbauweise für einen niedrigen Verbrauch.

Porsche empfiehlt **Mobil 1**



PORSCHE

Mathematik ist überall!

Eine Schlüsseltechnologie verändert die Welt

RWTHTHEMEN 2/2008

D

Das Wissenschaftsjahr 2008 ist der Mathematik gewidmet und steht unter dem Motto „Mathematik – Alles, was zählt“. Damit rückt eine Disziplin in den Fokus des Interesses, deren Ergebnisse und Beiträge Grundlage vieler technischer Innovationen sind, deren Bedeutung aber oft nicht transparent ist.

In Mathematik steckt jede Menge Leben und im Leben jede Menge Mathematik

Moderne Kommunikation wie Mobilfunk oder Internet basiert auf mathematischen Verfahren, die einen weitgehend reibungslosen und störungsfreien Ablauf gewährleisten. Verschlüsselungstechniken gestatten den Austausch sensibler Daten und machen damit Geschäfte über das Internet attraktiv. Daraus ergeben sich logistische Herausforderungen im Warenverkehr, die ohne mathematische Optimierungsverfahren nicht bewältigt werden können. Ökologische und ökonomische Anforderungen zwingen die Menschen zu einem sparsamen und verantwortungsvollen Umgang mit den vorhandenen Ressourcen und erfordern ständige Innovationen. Viele dieser Entwicklungen basieren auf mathematischen Simulationen der oft hochkomplexen Strukturen und erzeugen dabei ein Verständnis für diese Systeme. In vielen Fällen sparen diese Verfahren insbesondere Zeit und Kosten für den Bau von Prototypen, so dass Innovationszyklen deutlich verkürzt werden können. Sinnvolle Analysen und Prognosen für komplexe Systeme in Technik, Medizin, Ökonomie und Ökologie sind ohne mathematische Modelle kaum möglich. Aber Mathematik ist nicht nur in der Hochtechnologie von Bedeutung, sie spielt – oft unbemerkt – in vielen Bereichen unseres Alltags eine wesentliche Rolle und hilft uns, wichtige Entscheidungen zu treffen. Optimierte Ampelschaltungen steuern Verkehrsflüsse. Medikamente und Therapien werden erst nach einer gesetzlich geregelten statistischen Prüfung zugelassen. Entscheidungen zu Finanzanlagen und Geldgeschäften bedürfen grundlegender

mathematischer Kenntnisse, um die angebotenen Finanzprodukte beurteilen zu können. Die Risiken von Versicherungsverträgen müssen bewertet und die zugehörigen Prämien tarifiert werden. Diese Auswahl von Anwendungen und Anwendungsfeldern lässt sich noch um viele Beispiele und Gebiete ergänzen. Mathematik ist eine Schlüsseltechnologie, ohne deren Beiträge unser Leben jetzt und in Zukunft anders aussähe: im Leben steckt jede Menge Mathematik.

Die Bedeutung der Mathematik erschöpft sich aber keineswegs in ihrer Anwendbarkeit in Wissenschaft und Praxis. Schon gar nicht stellt sie eine lose Sammlung nützlicher Methoden für Dieses oder Jenes dar. Für das Selbstverständnis der meisten Mathematiker ist vielmehr die Vorstellung bedeutsam, dass die Mathematik ihrem Wesen nach eine Geisteswissenschaft ist. Mathematische Denkmethode und Theorien belegen, zu welchen autonomen und kreativen Leistungen der menschliche Geist fähig ist. Wie auch immer die Entwicklung und möglicherweise Anwendung mathematischen Wissens verlaufen sind und verlaufen, die mathematischen Objekte sind ihrer Natur nach Gebilde des reinen Denkens. Das Faszinierende an der Mathematik ist die Möglichkeit, durch Denken neue Welten erschaffen zu können, deren innere Stimmigkeit grundsätzlich von jedem überprüft werden kann. Was Außenstehende oft nicht ahnen: Das Universum mathematischer Theorien und Anwendungen expandiert ständig: In Mathematik steckt jede Menge Leben.

Aus diesen Aspekten resultieren die Grundpfeiler mathematischer Forschung: Grundlagenforschung und anwendungsorientierte Forschung. Jede für sich trägt zu neuen Erkenntnissen bei, beide sind unverzichtbar in der Modellierung und Analyse realer Probleme und beeinflussen einander. Aus Anwendungen ergeben sich oft interessante, rein mathematische Fragestellungen, die in der Gegenwart keine erkennbare Praxisrelevanz haben. In der Vergangenheit hat sich je-



Bild 1: Mathematik ist überall! Untersicht der Domkuppel zu Aachen mit Blick durch den Barbarossaleuchter. Die Weiheinschrift unter dem großen Gesims des Oktogons lautet „In jeglichem Teil Zahl und Mass“. Foto mit perspektivisch angelegter Montage: Lambert Rosenbusch, Architekt, Brauweiler

doch schon oft erwiesen, dass derartige Ergebnisse in späteren Zeiten Innovationen erst möglich machten. Mathematische Grundlagenforschung und anwendungsbezogene Mathematik sind daher zwei Seiten einer Medaille, sie bedingen und brauchen einander.

Mathematik in Aachen

Die Fachgruppe Mathematik ist Teil der Fakultät für Mathematik, Informatik und Naturwissenschaften. Nachfolgend ein Überblick ausgewählter Forschungsrichtungen in der Fachgruppe Mathematik, Seitenweise beziehen sich auf Artikel in dieser Ausgabe der „RWTH-Themen“.

Gruppen, die ebenso wie andere Verknüpfungsstrukturen, zum Beispiel Ringe und Körper, in der Algebra untersucht werden, spielen in vielen Gebieten der Mathematik eine fundamentale Rolle, vom Rechnen mit ganzen Zahlen bis hin zu modernen Theorien von Elementarteilchen. Die Arbeitsgruppe „Algorithmische Algebra“ liefert, ausgehend von theoretischen Erkenntnissen, Beiträge zur Entwicklung von Algorithmen und Software im Bereich der Computeralgebra. Diese werden sowohl für innermathematische Experimente und Forschungen, als auch für Anwendungen außerhalb der Mathematik, etwa in den Ingenieurwissenschaften, eingesetzt. Der konstruktive Aspekt, die Verwendung des Computers als essenzielles Werkzeug, die thematische Breite und das weitgefächerte Interesse an Anwendungen, sowohl innerhalb als auch außerhalb der Mathematik, sind hervorstechende Merkmale dieser Arbeitsgruppe. Die „Diskrete Mathematik“ und die „Zahlentheorie“ beschäftigt sich mit den Eigenschaften der natürlichen Zahlen und von endlichen Strukturen. Eine spannende Anwendung der Zahlentheorie findet man in der Kryptographie, deren Verfahren etwa bei Computersicherheitsfragen und dem elektronischen Geldverkehr eingesetzt werden, siehe Seite 42. Komplexe Probleme im Bereich Produktionsplanung und Logi-

stik führen meist auf Modelle der diskreten Mathematik. Beispiele solcher Probleme sind etwa: Wie hat ein Paketdienstleister die Standorte und Ausstattung seiner Depots zu wählen, um mit möglichst geringen Kosten seine Kunden optimal zu versorgen? Oder: Wie muss ein Automobilhersteller die Lager auf seinem Produktionsgelände bestücken, um die Transportwege zur Produktionsstraße zu optimieren? In der Arbeitsgruppe „Diskrete Mathematik“ werden Grundlagenthemen aus diesem Bereich untersucht, aber auch Algorithmen und Software zur Lösung solcher Optimierungsprobleme entwickelt.

In den letzten Jahren hat sich an mehreren Universitäten weltweit eine neue Disziplin „Computational Engineering Science“, kurz CES, herausgebildet, worin sich das enorme Potenzial einer engen synergetischen Verbindung von Mathematik, Informatik, Natur- und Ingenieurwissenschaften widerspiegelt. Die RWTH definiert dieses Thema als eines ihrer Kompetenz- beziehungsweise Zukunftsbereiche, der durch geeignete strukturelle Maßnahmen gefestigt und weiter ausgebaut werden soll. Zentrales Forschungsthema auf diesem Gebiet ist die mathematische Modellierung und numerische Simulation technischer und ingenieurwissenschaftlicher Systeme, siehe Seite 12. Die Entwicklung neuer Methoden zur Behandlung sehr komplexer Modelle aus dem CES Bereich ist ein Forschungsschwerpunkt des Fachgebiets „Numerische Analysis“.

Mehrere in der Fachgruppe vertretende Forschungsgebiete gehören zum Bereich der „Analysis“. Viele Naturgesetze können durch Differentialgleichungen beschrieben werden, und strukturelle Untersuchungen von Differentialgleichungen haben deshalb neben ihrem mathematischen Erkenntniswert oft ganz direkte Auswirkungen auf die entsprechenden Anwendungsbereiche in Natur- und Ingenieurwissenschaften, wie zum Beispiel Aerodynamik, Meteorologie und Mehrphasenströmungen in chemischen

Prozessen. Im Forschungsschwerpunkt „Mathematik strömungsbasierter Prozesse“ werden sowohl qualitative Eigenschaften – Stichworte Existenz, Eindeutigkeit und Glattheit von Lösungen – strömungsbasierter Prozesse als auch numerische Verfahren zur approximativen Bestimmung der Lösung untersucht. Ein weiterer Forschungsschwerpunkt liegt im Bereich der Modellierung und Analyse dynamischer Prozesse in der Biologie.

Die Minimierung von Kosten, die Maximierung der Effizienz oder die optimale Steuerung eines Prozesses sind Ziele, die in vielen Bereichen von Technik und Wirtschaft verfolgt werden, und Zustände maximaler Entropie oder minimaler Energie spielen in der Physik eine zentrale Rolle. Die Wissenschaftler in der Arbeitsgruppe „Optimierung“ befassen sich mit grundlegenden Eigenschaften von Modellen aus diesem Bereich und mit der Entwicklung von Algorithmen zur approximativen Bestimmung optimaler Zustände. Dabei werden unter anderem grundlegende Fragen nach Existenz, Eindeutigkeit und Charakterisierung lokaler und globaler Minima in sehr komplexen Optimierungsproblemen behandelt, aber auch numerische Verfahren zur optimalen Steuerung von bestimmten Strömungsprozessen entwickelt. Zur Behandlung dieser Fragestellungen werden Methoden aus der Analysis, der diskreten Mathematik sowie der numerischen Analysis eingesetzt, siehe Seite 34. Eine interdisziplinär ausgerichtete, anwendungsorientierte Forschung gehört zum Selbstverständnis der Aachener „Statistik“. Forschungsschwerpunkte sind stochastische Modelle und Methoden in den Lebens- und Ingenieurwissenschaften mit weiteren Anwendungsbereichen in den Biowissenschaften, dem Versicherungswesen und der Informatik. Dabei werden zum Beispiel Fragen der Modellierung und Zuverlässigkeit technischer Systeme, siehe Seite 20, der mathematischen und angewandten Statistik, der

Change-Point-Analyse, siehe Seite 50, und der Planung klinischer Studien, siehe Seite 36, behandelt. Die Entwicklung und Anwendung von Methoden der angewandten Statistik im Rahmen der statistischen Beratung von Unternehmen und RWTH-Instituten ist dabei ebenso Bestandteil des Interessenspektrums wie die Weiterentwicklung von eLearning-Angeboten zur Stochastik, siehe Seite 64.

Die Fachgruppe Mathematik ist in mehrere an der RWTH angesiedelte größere Forschungsprojekte involviert. Mitglieder der Fachgruppe haben Teilprojekte in den Sonderforschungsbereichen 401 „Strömungsbeeinflussung und Strömungs-Struktur-Wechselwirkung an Tragflügeln“ und 540 „Modellgestützte experimentelle Analyse kinetischer Phänomene in mehrphasigen fluiden Reaktionssystemen“. Im Rahmen der Exzellenzinitiative werden an der RWTH Aachen eine Graduiertenschule und drei Exzellenzcluster gefördert. Die Fachgruppe ist mit Projekten in dieser Graduiertenschule und in einem der drei Exzellenzcluster vertreten. Im Rahmen der Exzellenzinitiative werden in der Fakultät für Mathematik, Informatik und Naturwissenschaften acht neue Junior Research Groups etabliert, von denen zwei der Fachgruppe Mathematik zugeordnet sind. Im inter fakultativen „Center for Computational Engineering Science“ sind zwei Mathematikprofessuren verankert. Von 2002 bis 2008 war das Interdisziplinäre Graduiertenkolleg „Hierarchie und Symmetrie in mathematischen Modellen“ in der Mathematik angesiedelt.

Das Studium der Mathematik

Die grundlegende Bedeutung der Mathematik für Ausbildung, Wirtschaft und Forschung erzeugt einen hohen Bedarf an mathematisch sehr gut ausgebildeten Fachkräften. Neben Ingenieuren sind dies insbesondere Absolventen eines Mathematikstudiums. Banken, Versicherungen, Unternehmensberatungen, Telekommunikations- und

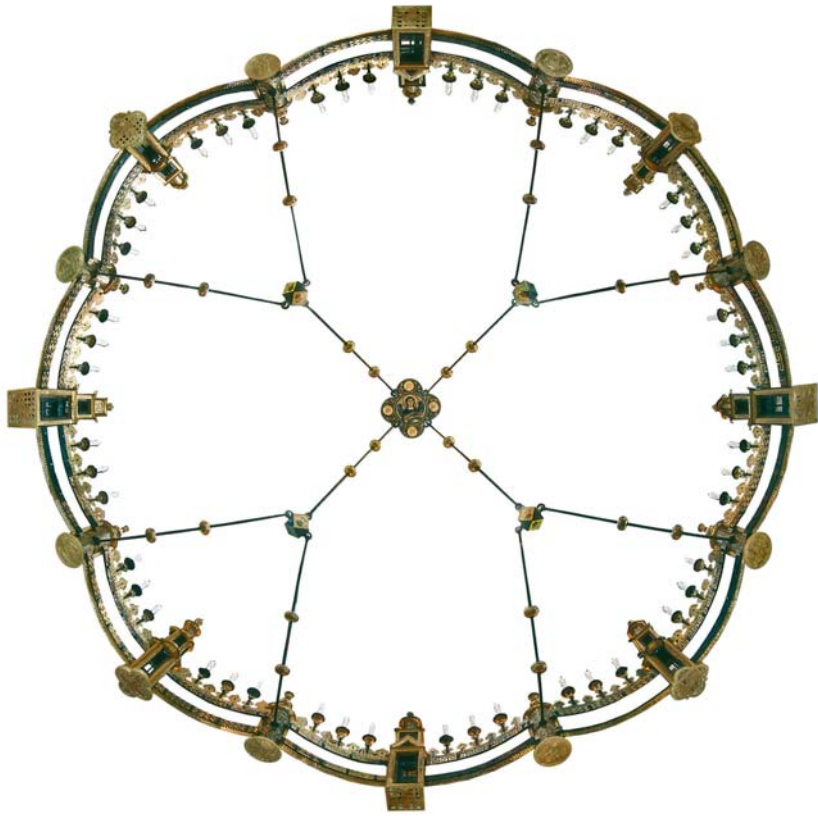


Bild 2: Friedrich Barbarossa und seine Gemahlin Beatrix stifteten für den Aachener Dom den Radleuchter, Symbol des himmlischen Jerusalems, der die geometrischen Figuren in sich vereint. Abweichend von der biblischen Beschreibung der Stadt mit zwölf Eingängen sind in Aachen je acht Haupt- und ebenso viele Nebentore dargestellt, deren Positionen jedes für sich ein Acht- bezie-

hungsweise beide gemeinsam ein regelmäßiges Sechzehneck bilden. Die rosettenförmige Gestalt des Barbarossaleuchters wird aus acht Kreissegmenten gebildet. Es handelt sich dabei um Abschnitte der Umkreise der durch je zwei benachbarte Nebentore und den Mittelpunkt des Achtecks gebildeten gleichschenkligen Dreiecke.

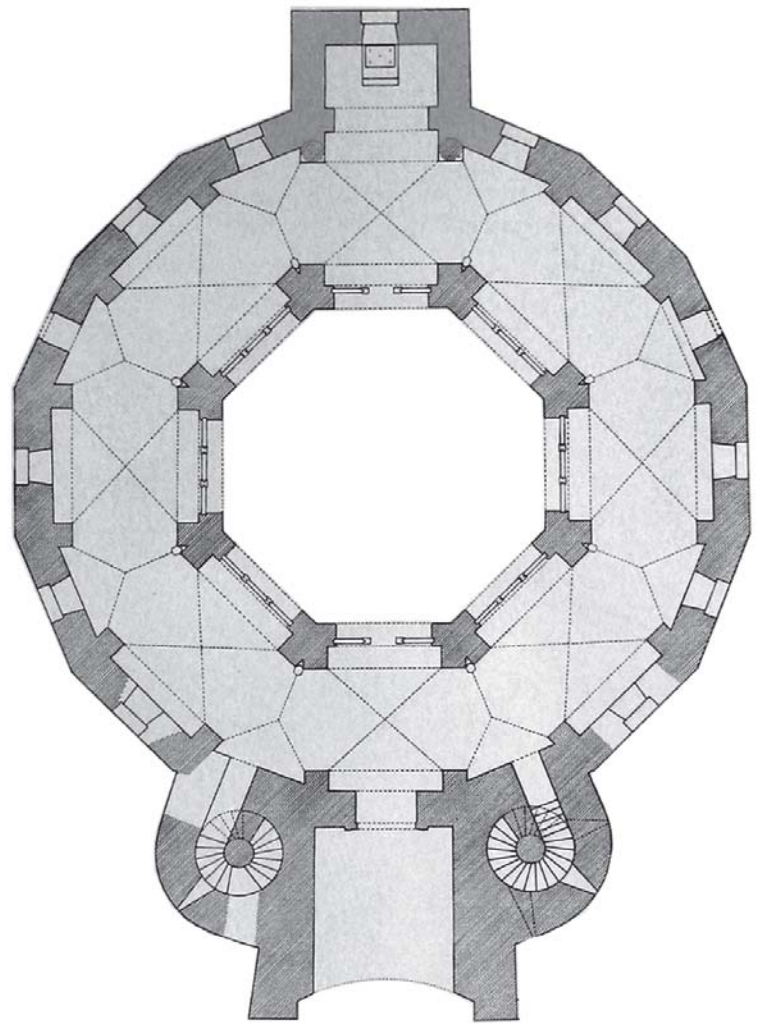


Bild 3: Grundriss der Aachener Pfalzkapelle, Ausschnitt nach Albrecht Haupt „Monumenta Germaniae Architectonica“, Taf. IX. Der inner Umfang des Oktogons beträgt 144 karolingische Fuß von je 33,3 Zentimeter. Die Altarnische weist exakt in Ostrichtung.

8

Softwareunternehmen, Pharmabereich, Energieerzeuger, Forschungs- und Entwicklungsabteilungen von Industrieunternehmen, öffentliche Verwaltungen und nicht zuletzt Bildungsträger, Hochschulen und Schulen haben einen hohen, tendenziell wachsenden Bedarf an Mathematikern. Viele Unternehmen setzen diese auch in „mathematikfreien“ Arbeitsbereichen ein, da sie die durch ein Mathematikstudium besonders geförderten Fähigkeiten wie logisches und abstraktes Denken, eine sehr gute Auffassungsgabe, Kreativität und Flexibilität sehr schätzen. Die Chancen auf dem Arbeitsmarkt sowie die Karrieremöglichkeiten sind exzellent, die Arbeitsfelder vielfältig und interessant. Die Entscheidung für ein Mathematikstudium bietet daher ausgezeichnete Perspektiven. Das Studium selbst ist abwechslungsreich mit unterschiedlichen Vertiefungsmöglichkeiten, stellt jedoch auch hohe Anforderungen an Studieninteressier-

te. Eigenschaften wie Kreativität, logisches Denken, Neugierde, Geduld, Durchhaltevermögen und Fleiß sowie eine gute schulische Mathematikausbildung sind wichtige Voraussetzungen.

Die Fachgruppe Mathematik betreut die im Wintersemester 2006/2007 eingeführten Bachelor- und Masterstudiengänge Mathematik, die auslaufenden Diplom-Studiengänge Mathematik und Computermathematik sowie die Lehramtsstudiengänge. Im Wintersemester 2007/2008 waren 1.200 Studierende in Mathematikstudiengängen der RWTH Aachen eingeschrieben. Die Information, Betreuung und Beratung von Studieninteressierten und Studierenden ist ein zentrales Anliegen der Dozenten. Daher ist zum Beispiel die Teilnahme an einer Studieninformation vor Aufnahme eines Mathematikstudiums sowohl für den Bachelor-Studiengang als auch für die Lehramtsstudiengänge obligatorisch, wobei insbesondere die mathemati-

schen Vorkenntnisse durch einen Test geprüft werden. Mentorenprogramme unterstützen die Studierenden in ihrer Studienorganisation und helfen ihnen bei der Orientierung im Studium.

Im Bachelor-Studiengang ist der Studienbeginn zum Winter- und zum Sommersemester möglich. Um den Studienanfängern den Einstieg zu erleichtern, findet im ersten Jahr eine sehr intensive Betreuung statt. Dazu dienen eine einführende Veranstaltung zu „Mathematischen Grundlagen“ und das betreuungsintensive, zweisemestrige „Begleitpraktikum“, in dem die in den Vorlesungen vermittelten Inhalte aufgegriffen und am Computer geübt werden. Wichtige Grundlagenkenntnisse werden in den Vorlesungen „Algebra“ und „Analysis“ vermittelt. Themen aus der angewandten Mathematik werden in den Veranstaltungen „Stochastik“ und „Numerische Analysis“ behandelt. Außerdem gibt es schon im ersten Semes-

ter eine einführende Veranstaltung im Bereich „Modellierung und Simulation“. Programmierkenntnisse werden in einem „Kompaktkurs C++“ vermittelt. Die mathematischen Bestandteile werden ergänzt durch ein Anwendungsfach, wobei nahezu jedes an der RWTH studierbare Fach gewählt werden kann. Grundpfeiler des Lehramtsstudiums Mathematik sind eine solide Ausbildung in den mathematischen Grundlagen der Analysis, Algebra und der angewandten Mathematik sowie in Fachdidaktik. Ein disziplinübergreifender Schwerpunkt wird durch das Modul „Faszination Technik“ gebildet, das ein adäquates Verstehen von beziehungsweise Umgang mit Technik aus interdisziplinärer, fachspezifischer und pädagogisch-didaktischer Sicht vermittelt.

Weitere Ausbildungsaktivitäten

Die Dozenten der Mathematik unterrichten nicht nur Mathe-

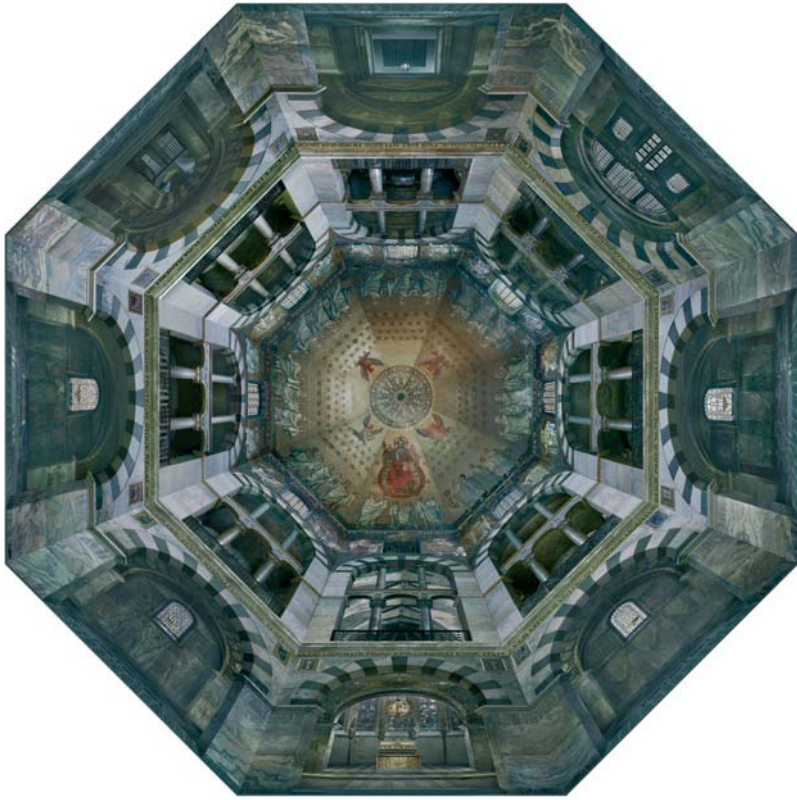


Bild 4: Eine 360 Grad Untersicht des Zentralbaus der Pfalzkapelle Karls des Großen zu Aachen: Die entsprechend Euklid für Zentralbauten häufig genutzte Geometrie des regelmäßigen Achtecks bildet im Aachener Dom die mathematische Basis der Konstruktion. Alle architektonischen Elemente des Bauwerks werden aus

dieser Grundform abgeleitet. Dazu zählt unter anderem - wie aus dem Grundriss ersichtlich - der Umgang in der Art eines Sechzehnecks oder die 32 antiken Säulen im Obergeschoss. Perspektivisch angelegte Fotomontage: Lambert Rosenbusch, Architekt, Brauweiler

matikstudierende, sondern leisten auch vielfältige Lehraufgaben für andere Fächer wie zum Beispiel Ingenieur-, Lebens- und Naturwissenschaften sowie Betriebswirtschaftslehre. Mehr als zwei Drittel aller RWTH-Studierenden besuchen mindestens eine Mathematik- oder Statistikveranstaltung von Dozenten der Mathematik, viele nehmen im Rahmen ihres Studiengangs an mehreren Mathematikvorlesungen teil. Die Fachgruppe Mathematik ist maßgeblich am interdisziplinären Studiengang Computational Engineering Science beteiligt. Zudem ist Mathematik ein etabliertes Nebenfach in anderen Studiengängen wie etwa Informatik oder Physik. Zu Beginn jeden Wintersemesters bietet die Fachgruppe Mathematik außerdem den Vorkurs Mathematik an, der von einem Großteil der Studienanfänger als Vorbereitung auf die Vorlesungen ihres Studiengangs wahrgenommen wird.

Neben den Angeboten für Studierende bietet die Fach-

gruppe Mathematik vielfältige Weiterbildungsmöglichkeiten für Lehrer an, siehe Seite 60. Workshops zu aktuellen Themen der Mathematik werden regelmäßig organisiert und erfreuen sich eines großen Interesses. Schwerpunkte in diesen Veranstaltungen bilden der Computereinsatz im schulischen Mathematikunterricht sowie die Vermittlung aktueller praxisrelevanter mathematischer Themen. Ergänzt werden diese Fortbildungskonzepte durch Angebote für Schüler, die neben dem Werben für das Fach selbst insbesondere der Nachwuchsgewinnung dienen. Dozenten der Fachgruppe Mathematik gehen in Schulen und referieren dort über Themen, die mit Schulwissen verstanden werden können. Sie informieren dabei insbesondere über Chancen und Anforderungen des Mathematikstudiums, um Interessierte frühzeitig auf die Perspektiven dieses Studiums hinzuweisen. Den Schülern soll vermittelt werden, dass Mathe-

matik spannend, interessant und wichtig ist. Im Rahmen dieser Initiativen besitzt der „Mathe-Zirkel“, siehe Seite 58, eine lange Tradition. Er richtet sich an mathematisch besonders interessierte und begabte Schüler und ist eine der Aktivitäten zur Nachwuchsförderung. Der Erfolg dieser Maßnahme wird dadurch unterstrichen, dass einerseits Preisträger in bundesweiten Mathematikwettbewerben aus dem Mathe-Zirkel hervorgingen und andererseits besonders begabte Studierende für die Mathematik gewonnen werden konnten. Im Rahmen der „MINT-Initiative“¹ werden in Promotionsprojekten aktuelle Themen für die Schule aufbereitet und Lernmaterialien erstellt. Weiterhin werden Mathe-Camps für Schüler der Oberstufe angeboten, in denen diese Materialien eingesetzt werden.

Neben klassischen Lehrmethoden spielen zunehmend auch Neue Medien in der Vermittlung mathematischer Inhalte eine wichtige Rolle – Online-Kurse, Inhalte,

Animationen und Aufgaben werden über das Internet bereitgestellt. Die Lernenden und Lehrenden – Studierende, Schüler, Lehrer – können so jederzeit auf die Inhalte zugreifen. Sie erhalten bei der Bearbeitung von Aufgaben und durch Online-Tests direkte Rückmeldungen über ihren Lernerfolg. So enthält die Lehr- und Lernumgebung EMILeA-stat neben Inhalten zur angewandten Statistik und zur elementaren Mathematik eine Vielzahl von Beispielen, Aufgaben mit Lösungen und interaktiven Elementen, siehe Seite 64.

Aktivitäten zum Jahr der Mathematik

Die Fachgruppe Mathematik beteiligt sich mit vielfältigen Aktivitäten an den Veranstaltungen zum Jahr der Mathematik, unter anderem fand im Juni der „Tag der Mathematik 2008“ statt, im November stehen Veranstaltungen im Rahmen des „Wissenschaftsherbstes“ auf dem Programm. Begleitet wer-

den diese Veranstaltungen durch die Beteiligung am „MathFilm Festival 2008“ mit den Filmen „A Beautiful Mind“, „Proof“ und „Cube“ sowie der Reihe „Mathematik in Filmen“, in der ausgewählte populärwissenschaftliche Filme rund um die Mathematik aufgeführt werden. Eine Ausstellung mit Exponaten des „Mathematikums“ in Gießen soll helfen, Mathematik zugänglich zu machen. Zudem ist eine Vielzahl von Vorträgen für Mathematikinteressierte im Veranstaltungsprogramm enthalten. Themen sind etwa „Kunst und Mathematik“, „Mathematik und die Kunst der Abkürzung“, „Kleinste Widerstände“, „Wie viel Mathematik ein Hai braucht“, „Verursacht der Klimawandel höhere Sturmrisiken?“ oder Isaac Newtons „Principia“, eine grundlegende Schrift der Mathematik.

Die Beiträge in dieser Ausgabe der „RWTH-Themen“ zeigen das Spektrum der Mathematik, ihrer Anwendungen und

Anwendungsbereiche und beleuchten die Grundpfeiler mathematischer Forschung: Grundlagenforschung und anwendungsorientierte Forschung. Neben Forschungsaktivitäten werden auch beispielhaft einige Angebote im Bereich Ausbildung und Nachwuchsförderung vorgestellt. Ob Verkehrsstaus, Packungsprobleme auf Oberflächen, unendliche Spiele, die Zuverlässigkeit technischer Systeme, Frühwarnsysteme für Finanzmarktdaten, der Einsatz von Kundennummern, die Planung klinischer Studien, die Simulation von Mehrphasenströmungen oder die Simulation geophysikalischer Strömungen – sie alle haben eines gemeinsam: die Mathematik.

www.mathematik.rwth-aachen.de

Autoren:

Univ.-Prof. Dr.rer.nat. Erhard Cramer betreut das Lehr- und Forschungsgebiet Angewandte Stochastik am Institut für Statistik und Wirtschaftsmathematik. Univ.-Prof. Dr.rer.nat. Arnold Reusken ist Inhaber des Lehrstuhls für Numerische Mathematik.

¹MINT steht für Mathematik, Informatik, Naturwissenschaften und Technik. Mit ihrer Initiative „MINT-Zukunft schaffen“ wollen die Bundesvereinigungen der Deutschen Arbeitgeberverbände und der Bundesverband der Deutschen Industrie e.V. MINT-Einzelinitiativen bündeln und dazu beitragen, die Attraktivität von MINT-Fächern zu steigern. Ziele der Initiative sind unter anderem, Beiträge zur Verbesserung von Unterricht und Lehre an Schulen und Hochschulen zu leisten, Schüler für ein Studium von MINT-Fächern verstärkt zu interessieren und damit dem am Wissenschaftsstandort Deutschland bestehenden Mangel an naturwissenschaftlich-technisch qualifizierten Fachkräften entgegenzuwirken.

Blickfang.



Fasziniert in Sekunden: der Ford Mondeo Titanium S. Schon auf den ersten Blick beschleunigt das Ford kinetic Design Ihren Puls. Besonders betont wird seine sportliche Note durch das Ford Individual-Styling-Paket und die serienmäßigen Highlights wie z. B.: Sportsitze vorn, Leder-/Alcantara®-Polsterung, 18"-Leichtmetallräder und Bi-Xenon Scheinwerfer. Spätestens der 2,2 l TDCi-Dieselmotor mit kraftvollen 129 kW (175 PS) und max. 400 Nm Drehmoment wird Sie vollends überzeugen.

FordMondeo Titanium S

Feel the difference



www.ford.de/mondeo

Mathematik – die virtuelle Erschließung der Realität

Die großen aktuellen Herausforderungen wie etwa Klimawandel, Limitierung fossiler Brenn- und anderer Rohstoffe, Bevölkerungswachstum und Globalisierung – um nur einige zu nennen – eröffnen in ihrer Komplexität kaum überschaubare Problemfelder, die jedoch als zentrale Komponente die Forderung nach nachhaltiger und somit höchst effizienter Nutzung der immer knapper werdenden Ressourcen unterstreichen. Vor diesem Hintergrund müssen fortwährend etablierte ingenieurwissenschaftliche Konzepte und Praktiken neu hinterfragt und in manchen Bereichen signifikant verbessert werden. Damit ist nicht eine ohnehin stattfindende inkrementelle Verbesserung gemeint, sondern gefragt sind Durchbrüche hinsichtlich der Optimierung beziehungsweise Intensivierung bestehender sowie der Entwicklung gänzlich neuer Prozessklassen. Dies betrifft nicht nur die Ebene der Produktionstechnik sondern auch den Innovationsnachschub aus dem Grundlagenbereich. Exemplarisch wird in der chemischen Großindustrie der mittelfristig unumgängliche Wechsel von petrochemischen Chemikalien auf beispielsweise Biomasse als Ausgangsstoff völlig neue Prozessrouten mit sich bringen, die verfahrenstechnisch effektiv und effizient umzusetzen sind. Um dies zu erreichen, ist ein tiefgehendes Verständnis auf mechanistischer Ebene notwendig, das allein auf Basis experimenteller Untersuchungen nicht zu erzielen ist. Ein Schlüssel zur Umgehung der skalen- und materialbedingten Begrenzungen von Experimenten liegt in der virtuellen Erschließung des untersuchten Problemfeldes. Die moderne Rechnertechnologie eröffnet hierzu noch bis vor kurzem ungeahnte Möglichkeiten. Um diese Technologie jedoch überhaupt einsetzen und dann zur vollen Entfaltung bringen zu können, bedarf es einer geeigneten Schnittstelle zwischen realer Welt und ihrer Bearbeitung durch den Computer. Diese Schnittstelle liefert die Mathematik in der Form einer

mathematischen Modellierung der zu untersuchenden Prozesse. Je realitätsnäher die Modelle sind, umso größer sind meist die damit verbundenen Herausforderungen an die Mathematik. Bei ausreichender Realitätsnähe der Modelle erlaubt dieser Ansatz eine Nachbildung der realen Prozesse oder auch nur einzelner relevanter Teilaspekte in Computersimulationen. Auf dieser Basis sind virtuelle Experimente möglich, die „echten“ Experimenten häufig sogar überlegen sind, da alle im Modell erfassten Systemgrößen zumindest prinzipiell zeitlich und räumlich lokal berechnet werden können. Im Gegensatz dazu können in Experimenten meist nur einige der benötigten Größen direkt gemessen werden und diese auch meist nicht überall und zu jedem Zeitpunkt. Die Untersuchung technischer und ingenieurwissenschaftlicher Systeme auf diese rechnergestützte Art und Weise ist das wesentliche Element im modernen Ansatz des Computational Engineering Science, kurz CES.

CES und Mathematik

Um virtuelle Experimente in Form von Computersimulationen realitätsnah durchführen zu können, gilt es, eine ganze Reihe an Schwierigkeiten zu überwinden. Dies gelingt nur in der interdisziplinären Zusammenarbeit von Wissenschaftlern insbesondere aus den Bereichen Ingenieurwissenschaften, Informatik und Mathematik. Dass hierbei Mathematik eine zentrale Rolle spielt, ist schon deshalb offensichtlich, weil die zugrunde liegenden Modelle aus mathematischen Beziehungen – oft in Form gewöhnlicher oder partieller Differentialgleichungen – bestehen. Auf dieser Ebene stellt die Mathematik die Sprache bereit, in der einerseits alle beteiligten Disziplinen missverständnisfrei über die betrachteten Prozesse und Systeme kommunizieren können und in der schließlich Rechner überhaupt zum Einsatz kommen können. Allerdings sind etliche Schritte für den Weg hin zum modell- und rechnergestützten Verständnis und zur Optimie-

rung eines Prozesses erforderlich. Dies beginnt mit der Erarbeitung eines mathematischen Modells. Kann dies auf first principles aufgebaut werden, so ist die grundsätzliche Formulierung oft zum Beispiel aus physikalischen Prinzipien heraus bekannt. Diese sind durch konstituierende Gleichungen zu vervollständigen, durch welche das Verhalten der beteiligten „Materialien“ beschrieben wird. Ob die Gleichungen, auf denen das resultierende Modell beruht, überhaupt Lösungen besitzen, hängt von der Form dieser Gleichungen ab und kann nur im Zusammenspiel mit mathematischer Analysis beantwortet werden. Oft ist die Lösung dieser aus Grundprinzipien abgeleiteten Modelle zu aufwändig. Dann sind vereinfachte Modelle gesucht, welche die relevanten Aspekte dennoch realitätsnah erfassen. Solche Modelle können durch mathematische Techniken wie beispielsweise Homogenisierung, Störungstheorie oder asymptotische Entwicklungen in rigoroser Weise aus höherwertigen Modellen abgeleitet werden. In beiden Fällen ergeben sich mathematische Modelle, deren Lösung nicht in analytisch geschlossener Form angegeben werden kann, sondern nur durch numerische Berechnung angenähert werden kann. Zu diesem Zweck werden Diskretisierungsverfahren entwickelt, wobei ein ursprünglich kontinuierliches Problem in ein diskretes, und deshalb mit Hilfe eines Computers im Prinzip behandelbares, Problem umgesetzt wird. Bei einer Diskretisierungsmethode wird das Gebiet, auf dem das Modell formuliert ist, zum Beispiel das Umfeld eines Tragflügels bei einem Aerodynamikmodell, in viele kleine Zellen unterteilt. Für jede Zelle soll dann ein Wert bestimmt werden, der zum Beispiel den Mittelwert der tatsächlichen Lösung gut annähert. Die Entwicklung und Implementierung von Diskretisierungsverfahren und Methoden zur Behandlung der sich ergebenden diskreten Probleme bilden ein zentrales Thema des Fachgebietes Numerische Mathematik.

Innovative wissenschaftliche Herausforderungen

Die Simulationsaufgaben in CES können in vielen Fällen nicht mit herkömmlichen Blackbox-Softwarepaketen angegangen werden. Es gibt eine Klasse von Problemen, die auf einem grundlegenden Niveau behandelt werden müssen, weil sie nur durch das enge Zusammenspiel mehrerer Aspekte handhabbar werden, die Anwendungshintergründe, Modellierung, Analyse und Simulation des Modells betreffen. Das ist zum Beispiel dann der Fall, wenn verschiedene Skalen wichtig sind, die mit derzeitig und in naher Zukunft verfügbaren Rechenressourcen nicht adäquat aufgelöst werden können. Das Erfassen der relevanten Interaktionen zwischen diesen Skalen stellt ein mathematisches Problem dar, das für die Formulierung des zugrunde liegenden mathematischen Modells und den Entwurf von Verfahren zur Lösung dieses Modells entscheidend ist. In zahlreichen Anwendungsgebieten, die auf den ersten Blick sehr unterschiedlich erscheinen, wie beispielsweise der Werkstoffkunde, der Fluidodynamik, der Molekulardynamik und den damit verbundenen Mehrphasenproblemen, liegen solche Situationen vor. Die Stärke der Mathematik besteht darin, ein besseres Verständnis des gemeinsamen Kerns dieser Probleme zu vermitteln, und auf dieser Basis neue allgemeine Lösungskonzepte zu entwickeln. Dabei sind effiziente iterative Lösungstechniken oder adaptive Diskretisierungskonzepte, die analytisch fundiert sind, typische Bestandteile moderner Simulationsmethoden. Oft liegt das eigentliche Ziel nicht allein in der Simulation komplexer Prozesse selbst. Die hocheffiziente Simulation realer Prozesse ist typischerweise notwendig, um solche Prozesse in einen gewünschten optimalen Zustand zu steuern oder sogar fehlende Komponenten eines adäquaten Modells identifizieren zu können. Die zugehörigen „inversen“ Probleme stellen massive Herausforderungen für die ma-

Die Rolle der Mathematik in Computational Engineering Science

thematischen Lösungskomponenten dar. Dies gilt insbesondere dann, wenn Mehrskaleneffekte auftreten und eine geeignete Regularisierungsstrategie nicht mehr ad hoc gewählt werden kann. Ein Merkmal der Forschungsarbeiten im CES-Bereich ist die Interdisziplinarität. An vielen Stellen, zum Beispiel bei der Modellierung und der Validierung der Simulationsergebnisse aber auch bei der Methodenimplementierung, ist eine intensive Zusammenarbeit zwischen Wissenschaftlern aus unterschiedlichen Disziplinen erforderlich.

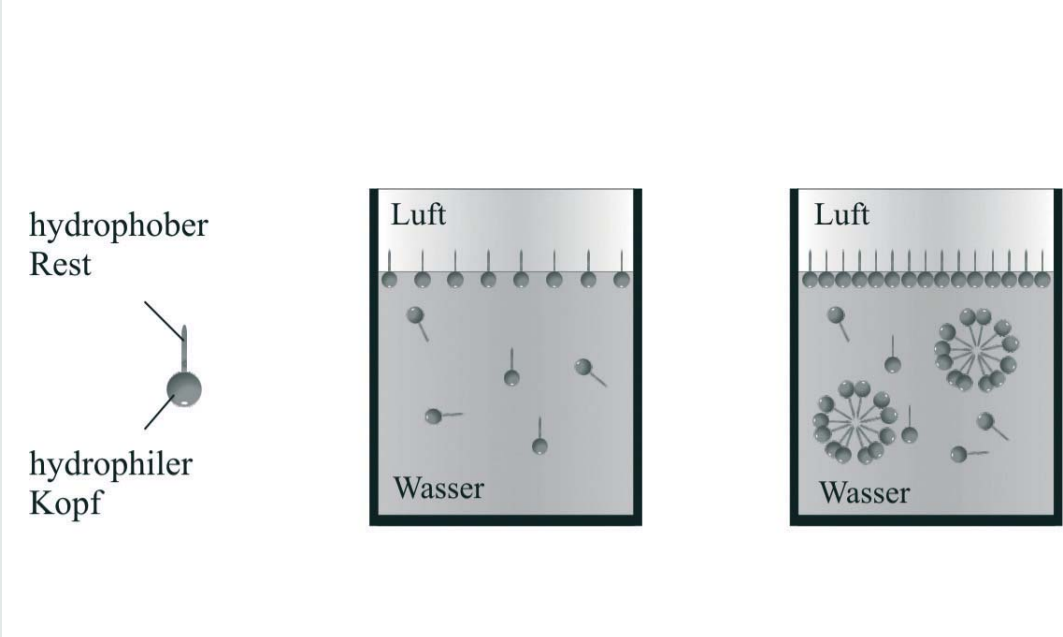
CES in der Fachgruppe Mathematik

Die RWTH Aachen hat der Bedeutung des zukunftsweisenden Themas CES bereits vor mehreren Jahren durch die Einführung des interdisziplinären Diplomstudiengangs „Computational Engineering Science“ Rechnung getragen, der inzwischen auf ein Bachelor/Master-Studium umgestellt wurde. Der Studiengang CES wird durch ein modernes Promotionsprogramm in der im Rahmen der Exzellenzinitiative eingerichteten Graduiertenschule „Aachen Institute for Advanced Study in Computational Engineering Science“, kurz AICES, sowie forschungsseitig durch den interakultativen „Center for Computational Engineering Science“, kurz CCES, komplettiert. Die Fachgruppe Mathematik hat zum Aufbau des Studiengangs CES und zur Gründung des CCES sowie der Graduiertenschule AICES maßgeblich beigetragen. Vor diesem Hintergrund hat die Fachgruppe ihre Struktur in Richtung CES geändert.

Die aktuellen Forschungsaktivitäten der Fachgruppe Mathematik im Bereich CES sollen im Folgenden beispielhaft an vier Themen angedeutet werden.

Analysis und Simulation fluider Grenzflächen unter Tensideinfluss

Hautcremes und Mayonnaise sind zwei aus dem Alltag bekannte Beispiele für Emulsionen in der Kosmetik beziehungsweise der Lebensmitteltechnik, bei denen kleine Öltröpfchen fein



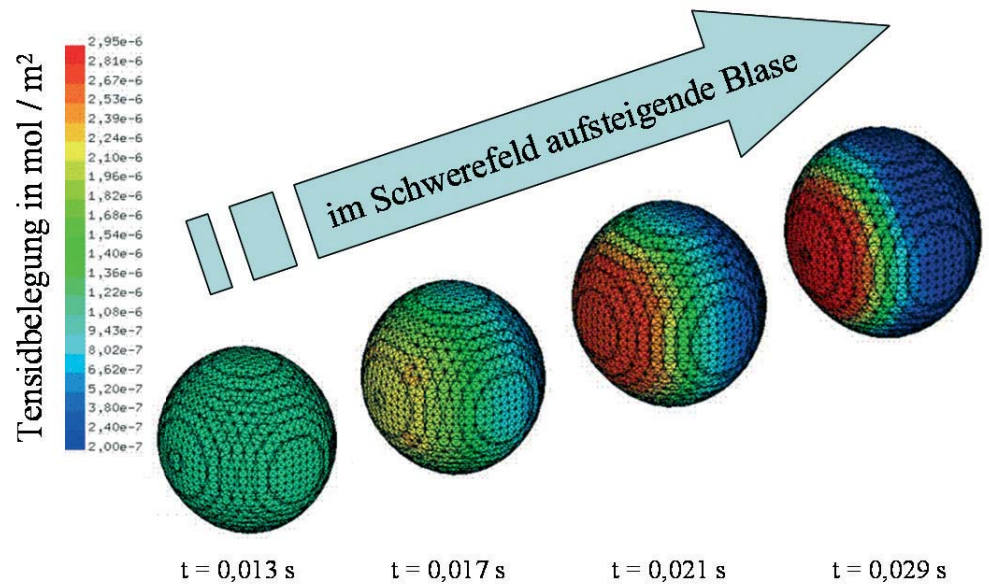
verteilt in Wasser vorliegen. Kommt es zum Zusammenfließen der Tröpfchen, so gehen die positiven Eigenschaften dieser Produkte verloren. Um dies zu verhindern, werden Tenside zugesetzt. Tensidmoleküle haben amphiphilen Charakter durch einen hydrophilen – wasserliebenden – Kopf und einen hydrophoben – wasserabweisenden – Schwanz. Aufgrund dieser Eigenschaft lagern sich Tenside bevorzugt an Phasengrenzflächen an und ändern deren physikochemische Eigenschaften. Insbesondere wird die Oberflächenspannung abhängig vom Belegungsgrad herabgesetzt, siehe Bild 1. Dies beeinflusst die lokalen Kräfte an der fluiden Grenzfläche, wodurch Strömungen einerseits gedämpft, andererseits auch angefacht werden können – bis hin zur so genannten Grenzflächenturbulenz. In Emulsionen nutzt man den dämpfenden Effekt, durch den ein Abfließen der Flüssigkeit zwischen zwei Tröpfchen stark verzögert wird. Diese stabilisierende Eigenschaft der Tenside wird auch in der Verfahrenstechnik genutzt, etwa um disperse Zweiphasenströmungen mit einer engen Größenverteilung der Blasen oder Tropfen zu rea-

lisieren. Beispielsweise lässt man in Blasensäulen Gas durch eine Flüssigkeit perlen, um ein Gas in der Flüssigkeit zu lösen, wo es anschließend mit einem in der Flüssigkeit vorgelegten Reaktionspartner ein gewünschtes Produkt bildet. Wieviel von der gasförmigen Komponente in die umgebene Flüssigkeit übergeht, hängt wesentlich von der Größe der Gasblasen ab. Je kleiner diese sind, desto größer ist die insgesamt für den Stoffübergang zur Verfügung stehende Austauschfläche. Andererseits bewirken Wirbel hinter größeren Gasblasen einen schnelleren Abtransport der Übergangskomponente, was zu einer Beschleunigung des Stoffübergangs führt. Deshalb ist man beim Betreiben von Gas-Flüssig-Reaktoren um eine optimale Blasengröße bemüht. Hier können Tenside eingesetzt werden, um selbst bei kleinsten Konzentrationen die Koaleszenz der Blasen zu vermeiden. Hierdurch werden die lokalen Strömungsgeschwindigkeiten in Nähe der Blasenoberfläche und damit der Stoffübergang deutlich beeinflusst. Die Effizienz des Stoffübergangs ist damit in sehr komplexer Weise an die Blasendynamik und den

Bild 1: Tensid, Molekülaufbau und Adsorption an Wasseroberfläche.

Transport der Tenside gekoppelt. Um diesen Einfluss genauer zu verstehen, sind Computersimulationen von Einzelblasen sehr nützlich. Das mathematische Modell zur Beschreibung der Transportprozesse in den Volumenphasen und auf der Phasengrenzfläche basiert auf der Bilanzierung der Erhaltungsgrößen Masse, Impuls und Tensidstoffmenge. Dies liefert partielle Differentialgleichungen innerhalb der Phasen, die an der Phasengrenzfläche durch Transmissionsbedingungen gekoppelt sind. Mathematisch handelt es sich hierbei um freie Randwertprobleme, bei denen die Lage und Form der Grenzfläche wesentlicher Teil der Lösung ist. Die mathematische Analysis solcher Modelle ist eines der Hauptforschungsthemen am Lehrstuhl für Mathematik (CCES). Hinzu kommt die numerische Simulation mittels effizienter Verfahren, die auch die Phasengrenzfläche er-

Bild 2: Entwicklung der Tensidverteilung auf der Oberfläche einer aufsteigenden Blase.



fassen. Bekannte Vertreter sind die Volume-of-Fluid (VOF)-Methode, die Level-Set-Methode und das Front-Tracking-Verfahren. Eine an der RWTH entwickelte VOF-basierte Methode ermöglicht die Simulation von Transportprozessen auf der Phasengrenzfläche und deren Wirkung auf die Partikeldynamik wie etwa die Abbremsung von aufsteigenden oder absinkenden Fluidpartikeln. Bild 2 zeigt die numerisch berechnete Tensidverteilung auf der Oberfläche einer aufsteigenden Gasblase zu unterschiedlichen Zeitpunkten. Das Tensid sammelt sich aufgrund der grenzflächen-nahen Strömungsverhältnisse zunehmend an der hinteren Blasenkappe an, während die Belegung im vorderen Bereich der Blasenoberfläche immer geringer wird. Dies hat Auswirkungen sowohl auf die Aufstiegsgeschwindigkeit als auch auf den lokalen Stoffübergang. Durch solche „virtuellen Experimente“ wird Wissen und Verständnis generiert, welches dann zur Weiterentwicklung von vereinfachten Ingenieur-Modellen wie hier dem „Stagnant Cap Modell“ nutzbar ist.

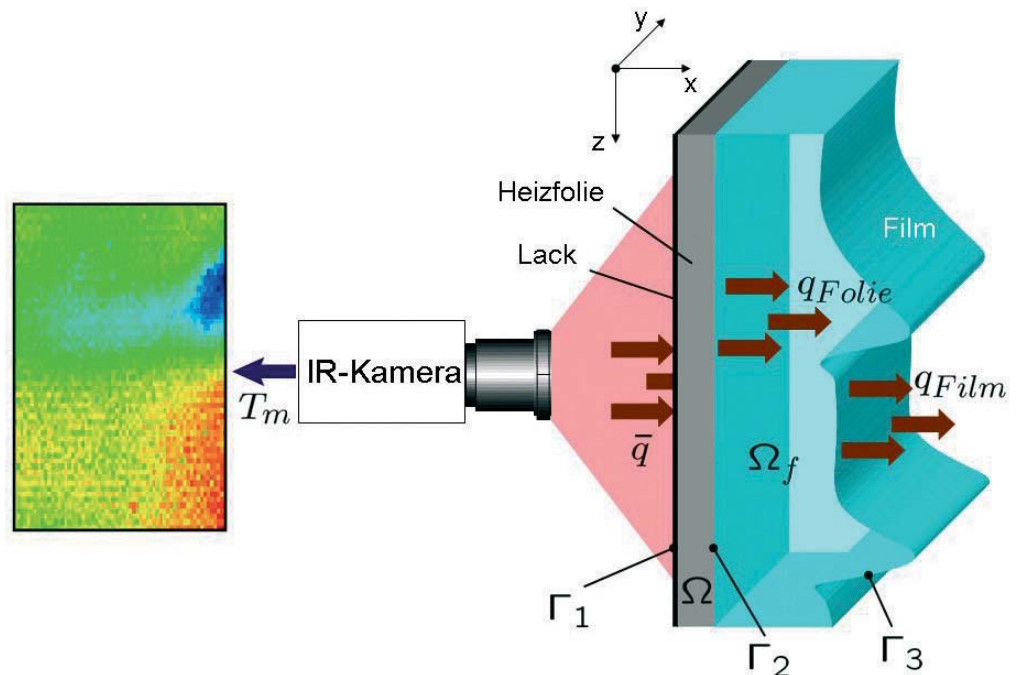


Bild 3: Detailansicht des Messausschnitts.

Numerische Methoden für ein inverses Wärmeleitproblem

Viele mathematische Modelle zur Beschreibung technischer physikalischer Prozesse beruhen auf Bilanzgesetzen für Masse, Impuls und Energie. Solche Bilanzen bringen Änderungsraten der involvierten physikalischen Größen ins Spiel, und man erhält partielle Differentialgleichungen als mathematisches Modell. Ein Standardbeispiel ist die so genannte Wärmeleitungsgleichung zur Beschreibung der Temperaturverteilung zum Beispiel in einer beheizten Platte. Die Lösung dieser partiellen Differentialgleichung erlaubt die Bestimmung der Temperaturverteilung, die sich bei einer gegebenen Anfangstemperatur und gegebenen Wärmeströmen am Gebietsrand im zeitlichen Verlauf einstellt. Aus Problemparametern, wie den Anfangs- und Randbedingungen, werden Systemzustände, wie die Tempera-

turverteilung, ermittelt. Man nennt dies auch „Vorwärtssimulation“. Andererseits ist es offensichtlich von praktischem Interesse, bestimmte Problemparameter wie Anfangs- und Randbedingungen oder auch Materialparameter zu ermitteln, die einen gewünschten Zustand wie eine vorgegebene Temperaturverteilung induzieren. Aus den Zuständen, die experimentell gemessen oder durch Vorwärtssimulation berechnet werden, soll auf die entsprechenden Problemparameter zurückgeschlossen werden. Dies nennt man ein „inverses Problem“. In vielen ingenieurtechnischen Fragestellungen geht es letztlich um solche inversen Probleme.

Am Lehrstuhl für Numerische Mathematik werden im Rahmen des Sonderforschungsbereiches 540 „Modellgestützte experimentelle Analyse kinetischer Phänomene in mehrpha-

sigen fluiden Reaktionssystemen“ Verfahren zur Lösung inverser Wärmeleitprobleme zum Beispiel in welligen Rieselfilmen entwickelt. Die Aufklärung von Wärme- und Stofftransportmechanismen in Rieselfilmen ist von großem Interesse, da diese aufgrund zahlreicher Anwendungsbereiche in der Industrie von hoher Relevanz sind. Anwendungsgebiete sind zum Beispiel die Absorption in Rohrbündelkolonnen, die Aufkonzentrierung von Flüssigkeiten in Fallfilmverdampfern, die Kühlung von flüssigen Lebensmitteln in Fallfilm-Wärmetauschern und die Verdampfungskühlung in Kühlturm-Füllkörpern. In vielen Studien wurde beobachtet, dass sowohl der Wärme- als auch der Stofftransport in Rieselfilmen durch die Welligkeit des Flüssigkeitsfilms signifikant beeinflusst werden. Die Transportmechanismen und die Strömungsei-

genschaften von welligen Rieselfilmen können aber bis heute nur unzureichend durch mathematische Modelle beschrieben werden. Um den Einfluss der Wellenstruktur auf den Wärmetransport in Rieselfilmen zu studieren, werden am Lehrstuhl für Wärme- und Stoffübertragung Messungen in einem Fallfilmapparat durchgeführt. Das Ergebnis einer hochauflösenden Temperaturmessung mit einer Infrarot-Kamera ist in Bild 4 gezeigt. Die Schätzung des Wärmestroms auf der Oberfläche Γ_3 des Rieselfilms, siehe Bild 3, aus solchen Temperaturmessdaten, die auf der Rückseite Γ_1 der Heizfolie aufgenommen wurden, stellt ein sehr komplexes inverses Problem dar, da es an die Fluidynamik des Films gekoppelt ist. In einem ersten Schritt wird deshalb ein einfacheres und dennoch anspruchsvolles Problem betrachtet, bei dem

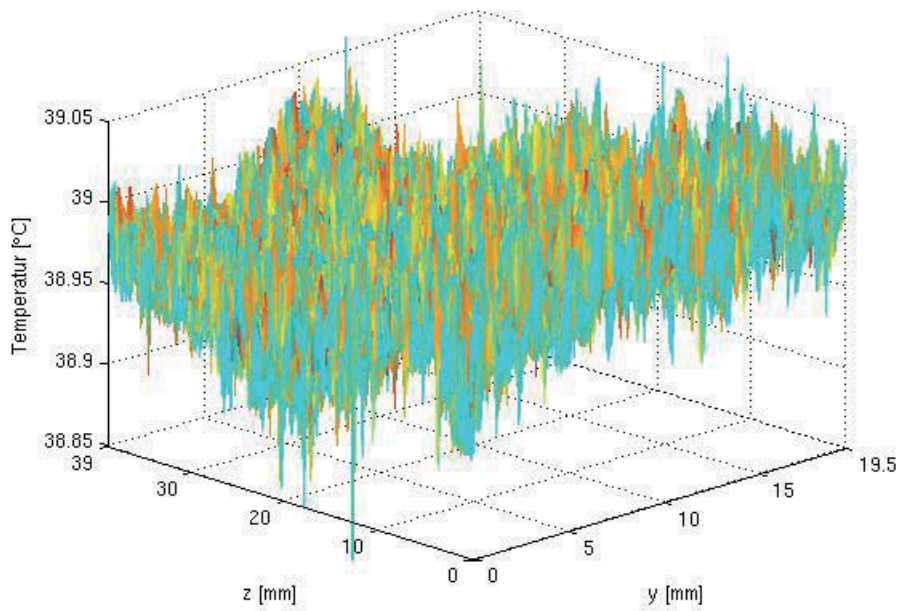


Bild 4: Temperaturmessung mit der Infrarot-Kamera am Lehrstuhl für Wärme- und Stoffübertragung.

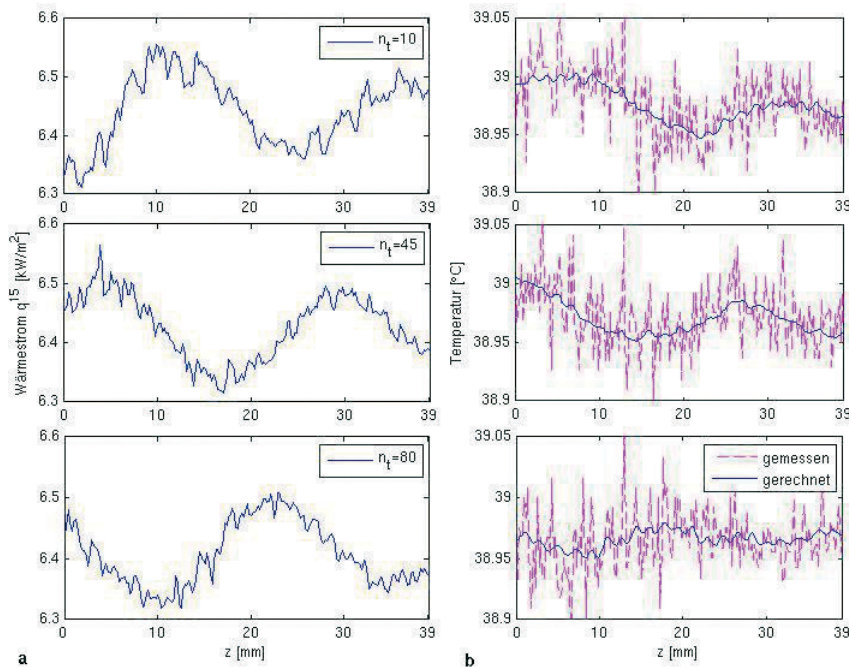


Bild 5: Schätzung des Wärmestroms (links), gemessene und geschätzte Temperatur (rechts).

diese Kopplung entfällt: Es soll der instationäre Wärmestrom von der Heizfolie zum Film als Funktion von Ort und Zeit auf Basis der Temperaturmessungen geschätzt werden. In nachfolgenden Schritten kann dann die Schätzgröße mit anderen für den Fallfilm charakteristischen Größen, wie zum Beispiel der mittleren Filmtemperatur und dem Strömungsprofil, korreliert werden. In diesem stark interdisziplinären Forschungsprojekt sind experimentelle Arbeiten am Lehrstuhl für Wärme- und Stoffübertragung mit numerischen Simulationen am Lehrstuhl für Numerische Mathematik und der Entwicklung einer systematischen Modellierungsmethodik am Lehrstuhl für Prozesstechnik eng verzahnt. Eine Schätzung des Wärmestroms von der Heizfolie zum Film aus den Temperaturmessungen zu drei verschiedenen Zeitpunkten wird

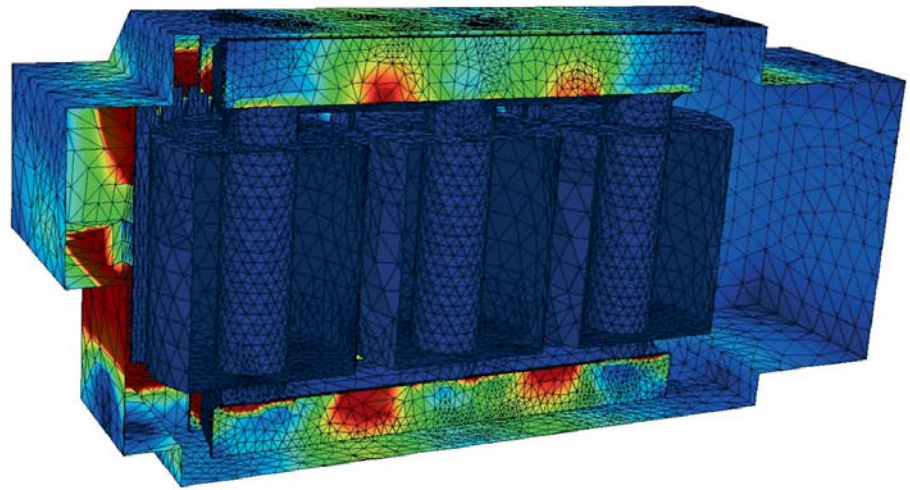
in Bild 5 gezeigt. Die Schätzgröße weist eine wellenförmige Struktur auf, die sich in der Zeit mit der Wellenfrequenz des Rieselfilms bewegt, was den Einfluss der welligen Filmoberfläche auf den Wärmeaustausch widerspiegelt. Ziel der Methodenentwicklung am Lehrstuhl für Numerische Mathematik ist nicht nur das Lösen dieses beispielhaften und in sich sehr herausfordernden inversen Problems. Vielmehr soll auch ein besseres Verständnis der unterschiedlichen Verfahren zur Lösung mehrdimensionaler und nichtlinearer inverser Probleme für Systeme von partiellen Differentialgleichungen zur Beschreibung mehrphasiger reaktiver Strömungssysteme geschaffen werden. Ein solches Verständnis wird als eine notwendige Grundlage zur längerfristigen Behandlung des vollständigen inversen Filmproblems,

wobei Wärmeübergang durch den strömenden Film, Stoffübergang zwischen Film und Umgebungsgas, Reaktion im Film berücksichtigt wird, in der Zukunft angesehen.

Entwicklung numerischer Verfahren für die Maxwell-Gleichungen

Die Interaktionen elektrischer und magnetischer Felder werden durch die Maxwell'schen partiellen Differentialgleichungen beschrieben. Damit können sowohl elektrische Maschinen wie Motoren oder Transformatoren, als auch elektromagnetische Wellen wie beim Mobilfunk bis hin zum sichtbaren Licht modelliert werden. Auch diese Maxwell-Gleichungen lassen sich mit modernen Verfahren der numerischen Mathematik am Computer simulieren. Die Arbeitsgruppe von Univ.-Prof. Dr. Joachim Schöberl vom Lehr-

Bild 6: Die Verlustdichten durch Wirbelströme.



und Forschungsgebiet Wissenschaftliches Rechnen ist sowohl in der theoretischen Analyse solcher Verfahren tätig, als auch in der programmtechnischen Umsetzung. Hier wird das Finite Elemente Paket Netgen/NGSolve entwickelt.

Seit etwa zehn Jahren besteht Zusammenarbeit mit der Firma VA Tech Elin EBG mit Sitz in Linz, Österreich, bei der Simulation von Leistungstransformatoren. Im Transformator wird der Großteil des magnetischen Flusses durch den Kern geführt. Ein kleiner Streufluss dringt jedoch ins Stahlgehäuse und interne massive Konstruktionselemente ein, und verursacht dort Wirbelströme und Verluste. Um den Streufluss zu bündeln, werden Abschirmungen angebracht. Ziel der Simulation ist es, die Verlustdichte möglichst genau zu bestimmen, um damit die Abschirmung optimieren zu können. Die Bilder 6 und 7 zeigen die Simulationsergebnisse eines dreiphasigen Leistungstransformators. Bild 7 zeigt die induzierten Wirbelströme im Gehäuse. Man erkennt deutlich den Schatten der angebrachten Abschirmungen. In Bild 6 sind die Verlustdichten durch Wirbelströme im Gehäuse und in den Pressplatten farbig dargestellt. Die Simulation umfasste rund eine Million komplexe Unbekannte, und kann auf einem PC in etwa 15 Minuten durchgeführt werden.

Bei der Chipproduktion werden einzelne Prozessschritte mittels optischer Messtechnik überwacht. Aus der Intensität eines reflektierten Laserstrahls kann zum Beispiel geschlossen werden, wie tief eine Ätzung bereits vorgedrungen ist. Um den Effekt der Reflektion zu verstärken, werden hunderte Leiterbahnen oder Kontaktierungen periodisch angeordnet. Mittels eines Bloch-Floquet-Ansatzes kann die Simulation auf eine Einheitszelle beschränkt werden. Bild 8 zeigt die Streuung einer einfallenden Lichtwelle von 400 nm Wellenlänge an einem in zwei Richtungen periodisch fortgesetzten Zylinderloch durch den aufgetragenen Photolack.

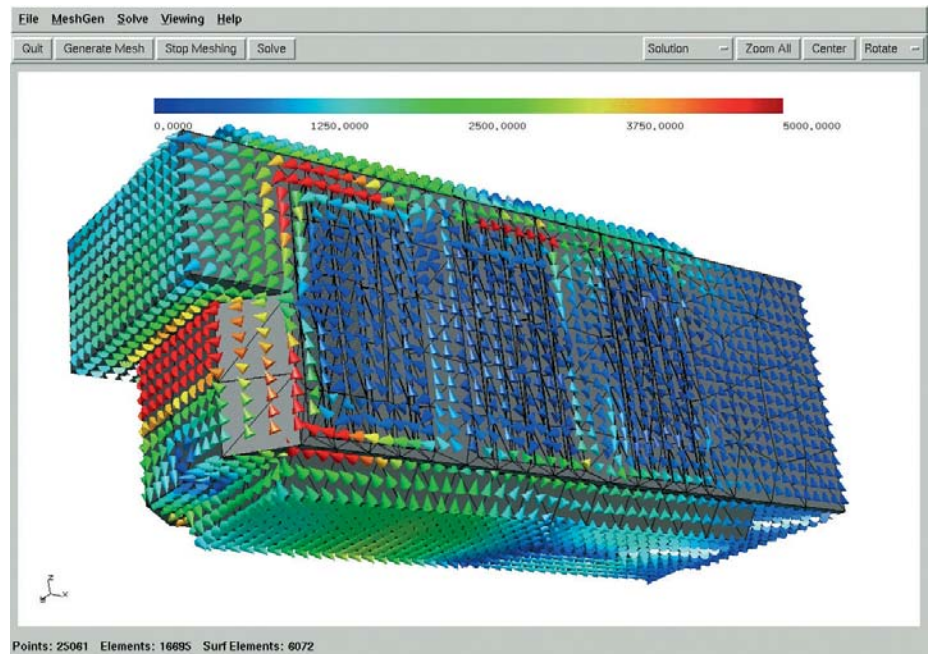


Bild 7: Induzierte Wirbelströme im Gehäuse.

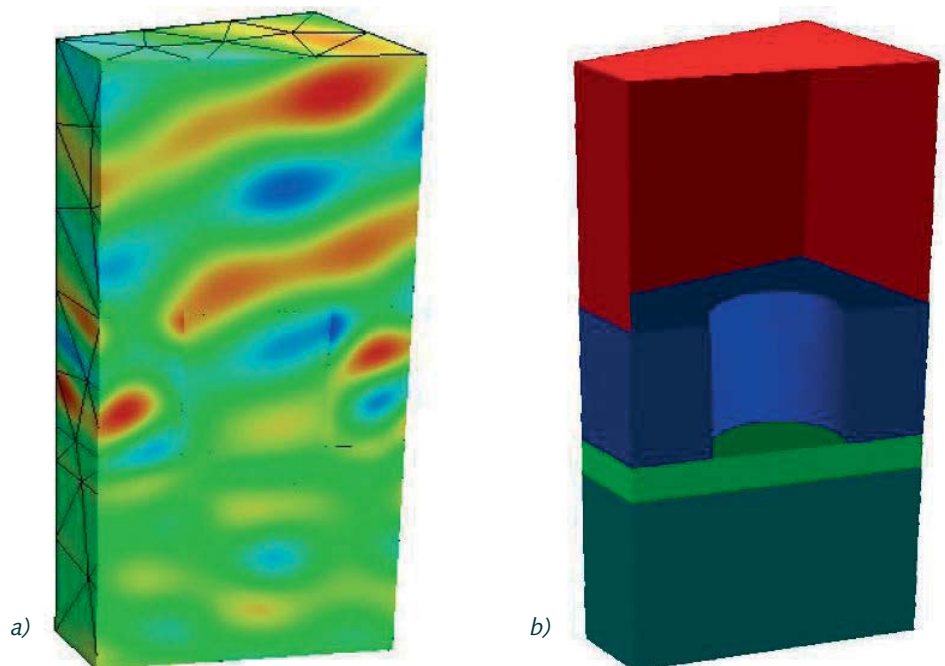


Bild 8: Streuung einer einfallenden Lichtwelle.

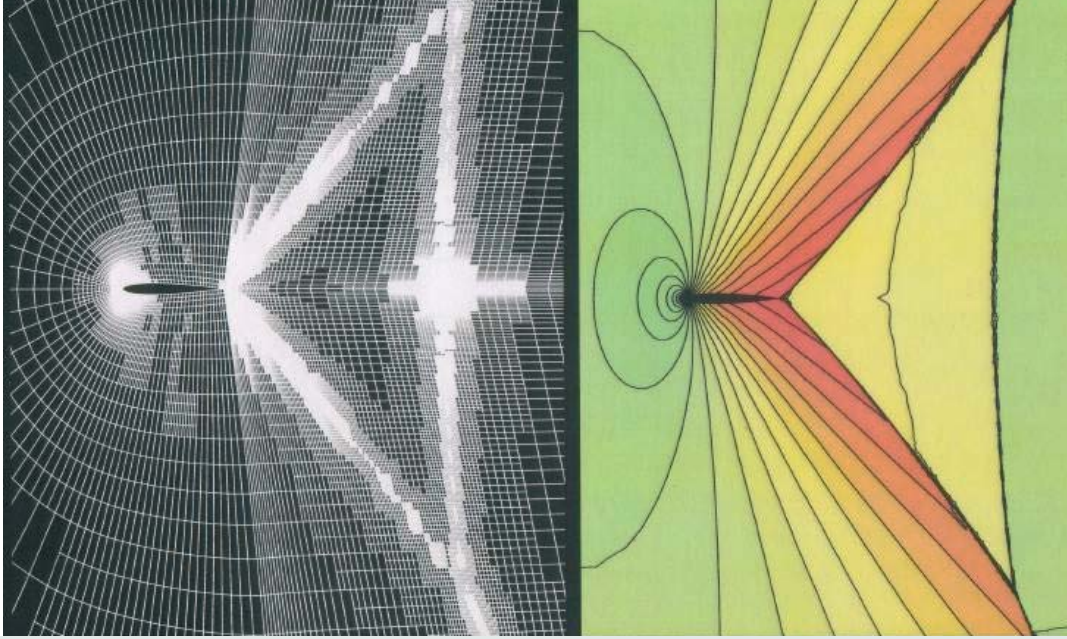


Bild 9: Druckverteilung einer Strömung um ein Tragflügelprofil.

Adaptive Lösungskonzepte

Das mathematische Modell als Grundlage rechnergestützter Simulation ist immer eine Idealisierung der Realität, deren Grad sich unter anderem an der verfügbaren Rechnerleistung orientieren muss. Trotz der rasanten Leistungssteigerung moderner Rechanlagen werden sich beispielsweise turbulente Strömungen noch auf absehbare Zeit einer direkten numerischen Simulation entziehen, da die Spannweite der dabei relevanten Längenskalen nicht zu bewältigen ist. Um den Einfluss kleinskaliger Wirbel auf das makroskopische Strömungsfeld korrekt zu erfassen, müssen nicht aufgelöste Skalen modelliert werden. Je realitätsnäher dieses Modell ist, umso aufwändiger wird die numerische Realisierung. Im gewissen Sinne werden die Anforderungen moderner Simulationsszenarien stets die verfügbare Rechnerkapazität überfordern. Es wird demnach stets darum gehen, den Bereich des derzeit Rechenbaren durch „intelligente“ Diskretisierungskonzepte so weit wie möglich auszuschöpfen, indem man eine gewünschte Lösungsqualität mit möglichst geringem Rechenaufwand gewährleistet. In diesem Sinne sollte dann ein „intelligenter“ Algorithmus so angelegt sein, dass während seines Verlaufs abhängig vom bereits erlangten Zwischenergebnis zusätzliche Freiheitsgrade zur Verbesserung der Approximation so platziert werden, dass die gewünschte Genauigkeit mit möglichst kleiner Gleichungssystemgröße erzielt wird. Solche Algorithmen nennt man adaptiv. Die Entwicklung geeigneter Adaptioniskonzepte ist im Kern eine Anforderung an die Mathematik. Am Lehrstuhl für Mathematik wird diese Thematik seit Jahren aus unterschiedlichen Blickwinkeln behandelt. In theoretischer Hinsicht konnten für viele Problemklassen erstmals Konvergenz- und Komplexitätsraten bewiesen werden, die aufzeigen, in welchem Verhältnis die erreichte Genauigkeit zum entsprechenden Rechenaufwand steht. Dies gelang unter ande-

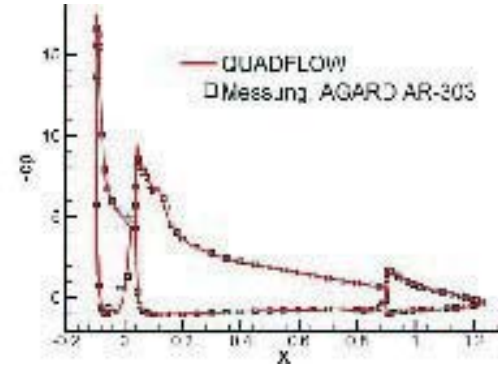
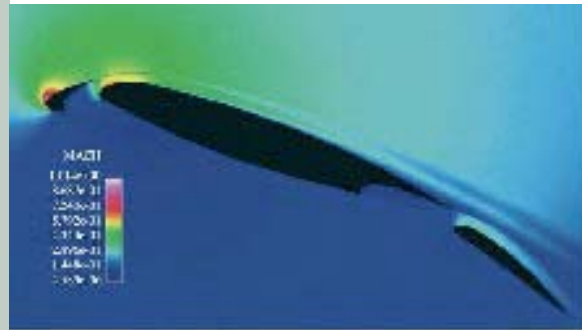
rem über eine Zusammenführung neuer Konzepte aus verschiedenen mathematischen Bereichen wie Approximationstheorie und Harmonische Analyse. Einerseits führte dies auf neue algorithmische Bausteine, andererseits erwiesen sich diese Konzepte auch in scheinbar ganz anderen Bereichen wie Bildkodierung/Kompression oder in der Mathematischen Lerntheorie als ähnlich tragend.

Nun bietet die RWTH und speziell das CCES ein ideales Umfeld, eine solche eher grundlagenorientierte Forschung in hochaktuelle Anwendungen umzusetzen. Im Rahmen des Sonderforschungsbereiches 401 „Strömungsbeeinflussung und Strömungs-Struktur-Wechselwirkungen an Tragflügeln“ wurde in enger Zusammenarbeit mit Wissenschaftlern aus der Fakultät für Maschinenwesen ein adaptives Verfahren zur Behandlung kompressibler Strömungen mit dem langfristigen Ziel entwickelt, bereits auf algorithmischer mathematischer Ebene eine signifikante Komplexitätsreduktion bei der Behandlung von Fluid-Struktur-Wechselwirkungs-Problemen zu erwirken. Gerade bei der Entwicklung von Großraumflugzeugen ist es entscheidend, absehen zu können, wie die Flügelbeziehungsweise Rumpfstruktur auszuliegen ist, um einerseits einen ökonomischen Betrieb zu gewährleisten und andererseits die Kräfte der umströmenden Luft so aufnehmen zu können, dass Instabilität und Materialversagen vermieden wird. In der Kombination von Experiment und numerischer Simulation zur Klärung solcher Fragen möchte man das Gewicht mehr und mehr in Richtung Simulation verschieben. Hierbei stößt man allerdings schnell an die Grenzen des derzeit Rechenbaren. Alleine die kompressiblen Navier-Stokes-Gleichungen als Modell für die Strömungsphase stellen enorme Anforderungen an die Numerik, die durch die Wechselwirkungen mit der umströmten Struktur, durch die dadurch bedingte zeitliche Instationsarität der Wechselwirkungsprozesse und durch die zeitlich variablen Re-

chengemetrien noch erheblich gesteigert werden. Deshalb wurde ein adaptiver Strömungslöser in enger Abstimmung mit einer Gittergenerierungsmethode entwickelt, der insbesondere die zeitliche Variation der Rechenetze optimal unterstützt. Hierzu wurden insbesondere Methoden des Computer Aided Geometric Design, kurz CAGD, verwendet. Das entstandene Verfahren wird nun ständig weiterentwickelt, etwa in Richtung Parallelität aber auch in Bezug auf bessere Turbulenzmodellierung oder Einbeziehung von chemischem und thermischem Nichtgleichgewicht. Es spielt eine zentrale Rolle bei der Auswertung des laufenden Großexperiments „High Reynolds Number Aerostructural Dynamics“ im European Transonic Wind Tunnel. Es bietet ferner vielversprechende Möglichkeiten, die beim Start eines Flugzeugs entstehenden abrollenden Wirbelschleppen in einem weitaus größeren Bereich als bisher möglich berechnen zu können. Ein genaues Verständnis dieser Wirbelstrukturen und darauf aufbauend eine zerfallsbeschleunigende Einflussnahme ist für die Startfrequenz von Flugzeugen und damit für den ökonomischen Betrieb von Flughäfen wesentlich.

Der Adaptionseffekt wird in Bild 9 zunächst anhand eines klassischen Benchmark-Problems gezeigt. Hierbei handelt es sich um eine transsonische reibungsfrei modellierte Strömung um ein Tragflügelprofil unter den typischen Bedingungen des Reiseflugs. Insbesondere soll hier die Fähigkeit des Strömungslösers getestet werden, die Interaktion der unterschiedlichen Verdichtungsstöße auch noch in größerer Entfernung vom Flügel genau auflösen zu können. Die unterschiedliche Färbung deutet die Variation des Drucks im Strömungsfeld an. Das überlagerte Gitter zeigt die stark örtlich variierenden Diskretisierungstiefen, die wiederum die relevanten kleinskaligen Strömungsteile widerspiegeln, während in anderen Bereichen eine grobe Diskretisierung ausreicht. Auf

Bild 10: c_p -Wertverteilung für eine Hochauftriebskonfiguration.



der Grundlage rigoroser mathematischer Analyse werden solche Bereiche im Verlauf des Lösungsprozesses automatisch detektiert. Extrem kleine Gitterweiten sind erwartungsgemäß in der Umgebung der Verdichtungsstöße zu erkennen. Mit einem herkömmlichen Verfahren auf der Grundlage uniformer Diskretisierungen würde die erreichte Genauigkeit etwa 70 Millionen Freiheitsgrade benötigen, während das adaptive Verfahren eine vergleichbare Qualität bei nur 55.000 Freiheitsgraden liefert. Bild 10 zeigt das Strömungsfeld um eine Hochauftriebskonfiguration, diesmal unter Berücksichtigung der Reibung. Der rechte Teil der Abbildung zeigt die hohe Übereinstimmung zwischen Experiment und Simulation. Bild 11 zeigt ein ähnliches Strömungsfeld nun jedoch für eine Hyperschallströmung, etwa 8.5 Mach. Hier ist unter anderem die korrekte Erfassung der dem Bug vorgelagerten Stoßfront wichtig, über die thermische Energie abgeleitet wird.

www.aices.rwth-aachen.de
www.cces.rwth-aachen.de
www.ces.rwth-aachen.de

Autoren:

Univ.-Prof. Dr.rer.nat. Dieter Bothe ist Inhaber des Lehrstuhls für Mathematik am Center for Computational Engineering Science.

Univ.-Prof. Dr.rer.nat. Wolfgang Dahmen ist Inhaber des Lehrstuhls für Mathematik und Leiter des Instituts für Geometrie und Praktische Mathematik.

Univ.-Prof. Dr.rer.nat. Arnold Reusken ist Inhaber des Lehrstuhls für Numerische Mathematik.

Univ.-Prof. Dr.rer.nat. Joachim Schöberl leitet das Lehr- und Forschungsgebiet Wissenschaftliches Rechnen.

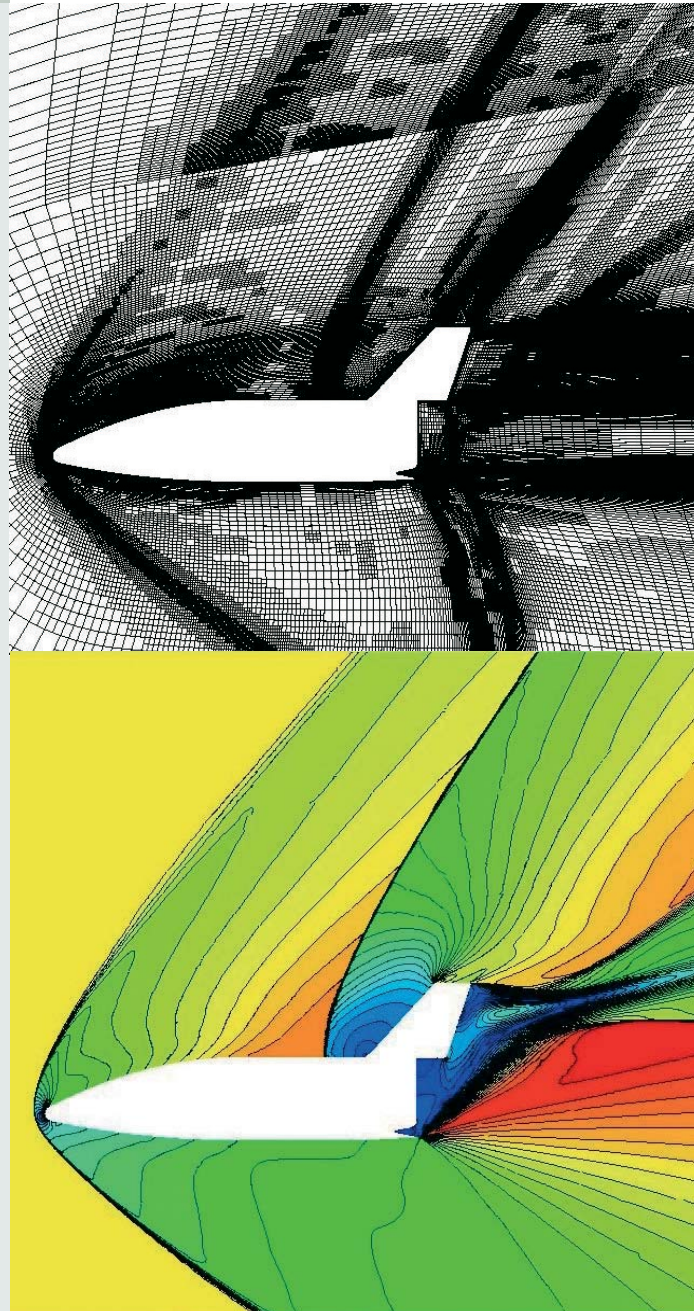


Bild 11: Strömungsfeld für eine Hyperschallströmung.

WABCO



WABCO Vehicle Control Systems ist einer der weltweit führenden Anbieter von elektronischen Brems- und Fahrzeugregelsystemen sowie von Federungs- und Antriebssystemen für Nutzfahrzeuge. Die Produkte des Unternehmens kommen außerdem zunehmend in Automobilen der Luxusklasse und in Sport Utility Vehicles (SUVs) zum Einsatz. Zu den Kunden zählen die bekanntesten Hersteller von Nutzfahrzeugen, Bussen und Pkw. 1869 als Westinghouse Air Brake Company in den USA gegründet, wurde WABCO 1968 von American Standard übernommen und 2007 als unabhängige Gesellschaft ausgegliedert. Das Unternehmen hat seinen Hauptsitz in Brüssel, Belgien und beschäftigt rund 7700 Mitarbeiter in 34 Niederlassungen und Produktionsstätten weltweit. Im Jahr 2007 betrug der Gesamtumsatz von WABCO 2,4 Milliarden US-Dollar. WABCO ist ein an der New Yorker Börse notiertes Unternehmen und trägt das Aktiensymbol WBC. www.wabco-auto.com

Der sehr hohe Grad von innovativer Forschung, Entwicklung und Produktion – speziell auf dem Gebiet der Mikroelektronik sowie in den Bereichen Systemtechnik, Mechatronik und angewandte Regelungstechnik – braucht ständig junge, engagierte, kreative Köpfe mit interdisziplinärem Know-how, die sich bzw. ihre Ideen verwirklichen wollen.

WABCO

Für diese verantwortungsvollen Aufgaben haben wir Einsatzgebiete z. B. in den Teams

**Konstruktion, Versuch, CAD-Betreuung (Pro/E),
System-, Software- und Hardware-Entwicklung,
Einkauf, Vertrieb und Produktion.**

Haben Sie Lust auf Teamarbeit, Teamgeist, Gestaltungsfreiheit, eigenverantwortliches Arbeiten, auf berufliche und persönliche Entwicklungschancen? Reizen Sie flache Hierarchien, finanzielle und soziale Leistungen eines internationalen Unternehmens?

Wir brauchen Sie als:

Diplomingenieure Elektrotechnik

Diplomingenieure Maschinenbau

Diplomingenieure Mechatronik

Diplom-Wirtschaftsingenieure

Haben wir Ihr Interesse geweckt?

Dann besuchen Sie unsere Stellenausschreibungen auf unserer Homepage:

www.wabco-auto.com

Wir freuen uns auf Ihre Online-Bewerbungen!

VDI-Richtlinie 4008,9 – Eine Modellerweiterung

Analyse der Zuverlässigkeit redundanter Systeme

RWTHTHEMEN 2/2008

Ein Schwerpunkt der wissenschaftlichen Arbeit am Institut für Statistik und Wirtschaftsmathematik ist die Stochastik im Ingenieurwesen, insbesondere die Zuverlässigkeitstheorie. Zur Verringerung der Ausfallwahrscheinlichkeit werden in vielen Bereichen technischer Anwendungen so genannte redundante Systeme eingesetzt. Dabei werden mehr Komponenten im Gesamtsystem eingebaut als für den ordnungsgemäßen Betrieb eigentlich notwendig sind – die Betriebssicherheit wird durch zusätzliche „Reserven“ erhöht. Eine derartige Vorgehensweise ist besonders bei sicherheitskritischen Systemen notwendig, da ein Systemausfall fatale Konsequenzen haben kann. Eine redundante Auslegung von Systemen ist somit einerseits zur Erhöhung der Zuverlässigkeit wünschenswert. Andererseits führt sie durch die erhöhte Komponentenanzahl zwangsläufig zu Mehrkosten. Die damit einhergehende zunehmende Komplexität des Systems – eventuell auch durch notwendige Hinzunahme weiterer Hilfskomponenten – kann möglicherweise neue relevante Zuverlässigkeitsprobleme bedingen. In der Praxis ist also stets ein guter Kompromiss zwischen Zuverlässigkeit auf der einen sowie Aufwand und Kosten auf der anderen Seite zu wählen. In einem Teilgebiet der Stochastik, der Zuverlässigkeitstheorie, werden die Modellierung, die deterministische und probabilistische Analyse von Systemen basierend auf der Systemstruktur und Eigenschaften der Systemkomponenten, Kenngrößen der Zuverlässigkeit, Alterungseigenschaften sowie statistische Aussagen über Komponenten und Systeme behandelt. Der Nutzen und die Anwendung mathematischer Methoden zur praxisnäheren Modellierung technischer Strukturen werden in diesem Beitrag exemplarisch an k -von- n -Systemen aufgezeigt.

k -von- n -Systeme

Eine häufig anzutreffende Struktur mit redundanten Komponenten ist das k -von- n -System. Es besteht aus n bauglei-

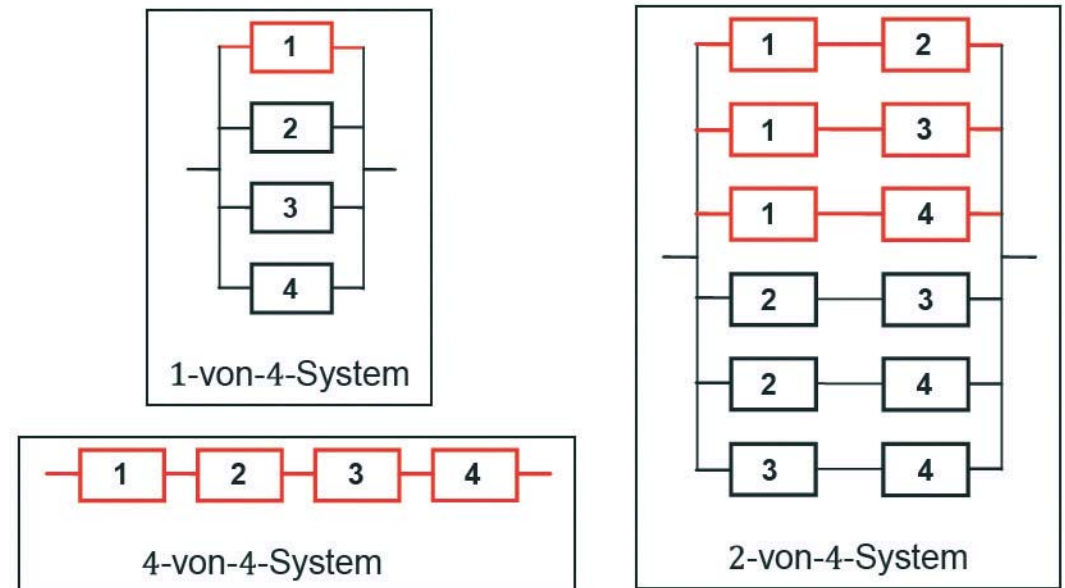


Bild 1: Zuverlässigkeitsschaltbilder.

chen Komponenten, die gleichzeitig in Betrieb genommen werden. Das Gesamtsystem ist funktionstüchtig, falls mindestens k seiner Komponenten intakt sind, beziehungsweise es fällt aus, wenn die $(n-k+1)$ te Komponente ausfällt. Dieser Ausfallzeitpunkt wird als Systemlebensdauer bezeichnet. Wichtige spezielle k -von- n -Systeme sind das Seriensystem (n -von- n -System), bei dem die Bauteile hintereinander geschaltet sind und daher alle intakt sein müssen, und das Parallelsystem (1 -von- n -System), bei dem erst der Ausfall der letzten Komponente den Ausfall des Systems nach sich zieht. Im Folgenden wird nur die Situation der so genannten „heißen“ oder aktiven Reserve betrachtet, das heißt alle Komponenten sind von Beginn an aktiv. Stark vereinfachend kann der Antrieb eines viermotorigen Flugzeugs als ein Beispiel für ein 2 -von- 4 -System mit heißer Reserve dienen. Mindestens zwei intakte Motoren gewährleisten die Flugfähigkeit, oder anders ausgedrückt, bis zu zwei Triebwerksausfälle führen nicht zu einem Unfall. Erst der dritte Komponentenausfall hat den Systemausfall zur Folge. Das

zugehörige Zuverlässigkeitsschaltbild ist, neben Parallel- und Seriensystem, in Bild 1 dargestellt. In der Lesart einer Parallelschaltung ist ein funktionierender Zweig hinreichend für die Funktionsfähigkeit des Systems. Der Ausfall von Komponente 1 führt daher jeweils zum Wegfall der rot markierten Wege. Beim Parallelsystem beziehungsweise beim 2 -von- 4 -System ist das System wegen bestehender alternativer Verbindungen aber weiterhin intakt. Bei dieser Darstellung ist zu beachten, dass die Komponenten eventuell mehrfach genannt sind.

Analyse der Zuverlässigkeit

Aufgrund der Systemstruktur sowie Wissen oder Modellannahmen über die Lebensdauerverteilungen der Komponenten sind etwa Aussagen über die zufallsabhängige Lebensdauer T des Systems von Interesse. Zur Beschreibung der Lebensdauern werden den n Komponenten Zufallsvariablen $X_1, \dots, X_n$ mit jeweils derselben Verteilungsfunktion F (hier zur Ver-

einfachung) zugeordnet. Die Verteilungsfunktion F einer zufälligen Lebensdauer X gibt an jeder Stelle $t \in \mathbb{R}$ die Wahrscheinlichkeit dafür an, dass die Lebensdauer X Werte kleiner oder gleich t annimmt. F modelliert also die Wahrscheinlichkeit, dass das Bauteil vor Erreichen des Zeitpunkts t ausfällt. Alternativ kann diese Wahrscheinlichkeit bei entsprechenden Voraussetzungen durch eine Dichtefunktion $f = F'$ festgelegt werden.

Die Standardmodellierung eines k -von- n -Systems geht von unabhängigen und identisch verteilten Komponentenlebensdauern $X_1, \dots, X_n$ aus, das heißt, die Bauteile werden als gleichwertig angesehen. Gegenseitige Beeinflussungen finden nicht statt. Die Systemlebensdauer T wird dann durch die so genannte Ordnungsstatistik $X_{n-k+1:n}$ beschrieben, die den k -t größten Wert der Komponentenlebensdauern repräsentiert. Mit der Notation $r = n - k + 1$ hat die zugehörige Dichtefunktion die Gestalt

$$f^{X_{r:n}}(x) = r \binom{n}{r} F^{r-1}(x) (1 - F(x))^{n-r} f(x), \quad 1 \leq r \leq n,$$

(siehe VDI-Richtlinie 4008, Blatt 9, Formel 7.4-7).

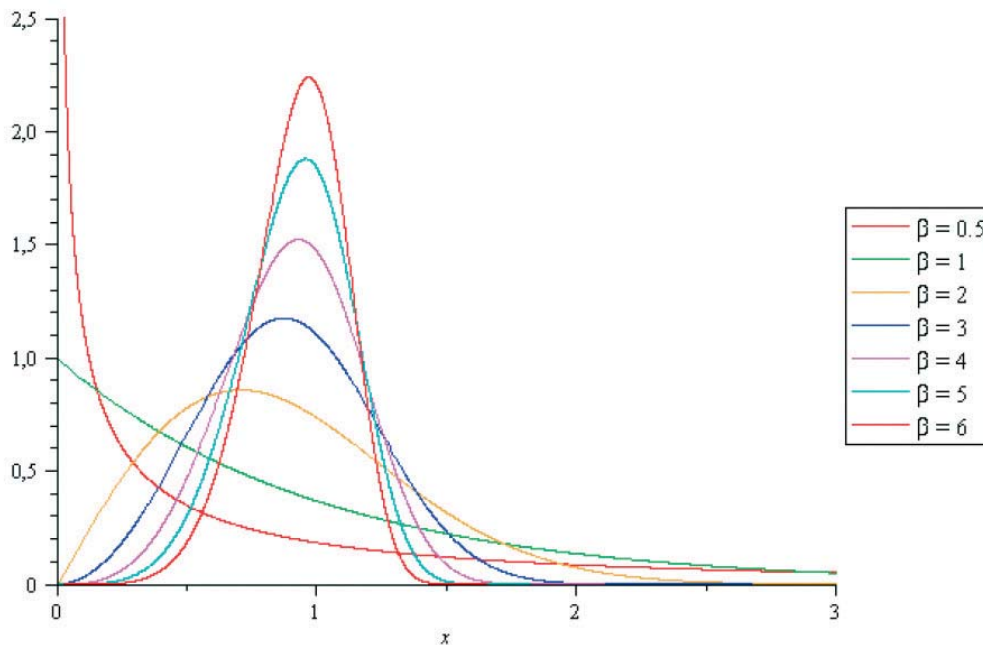


Bild 2: Dichten von Weibull-Verteilungen für $\lambda=1$ und verschiedene β .

In der Praxis werden meist weitere Modellannahmen getroffen: Die Verteilungsfunktion F wird häufig als Exponentialverteilung mit Parameter $\lambda > 0$ gewählt, das heißt

$$F_{\text{exp}}(x) = 1 - \exp(-\lambda x), \quad x > 0,$$

mit der zugehörigen Dichtefunktion

$$f_{\text{exp}}(x) = \lambda \exp(-\lambda x), \quad x > 0.$$

Exponentialverteilungen besitzen sehr angenehme Eigenschaften, sind allerdings in der Modellierung auch sehr einschränkend. Eine flexiblere Verteilungsklasse ist die der Weibull-Verteilungen, deren Verteilungsfunktionen durch

$$F_{\text{Wei}}(x) = 1 - \exp(-\lambda x^\beta), \quad x > 0,$$

und deren Dichte durch

$$f_{\text{Wei}}(x) = \beta \lambda x^{\beta-1} \exp(-\lambda x^\beta), \quad x > 0,$$

mit Parametern $\lambda > 0$ und $\beta > 0$ gegeben sind. Mit der speziellen Wahl $\beta = 1$ sind Exponentialverteilungen in dieser Klasse enthalten. Für $\beta = 2$ wird die Weibull-Verteilung auch als Rayleigh-Verteilung bezeichnet.

Die mittlere Systemlebensdauer eines 2-von-4-Systems mit zugrunde liegender Weibull-Verteilung und Parametern $\lambda > 0$ und $\beta > 0$ ist mit $\delta = \frac{1}{\beta} + 1$ gegeben durch den Ausdruck

$$E_{\text{Wei}}X_{3:4} = 24 \lambda^{-\frac{1}{\beta}} \Gamma(\delta) \left(\frac{1}{2} 4^{-\delta} - 3^{-\delta} + \frac{1}{2} 2^{-\delta} \right).$$

Im Spezialfall einer Exponentialverteilung ergibt sich

$$E_{\text{exp}}X_{3:4} = \frac{13}{12} \lambda^{-1}$$

(siehe VDI-Richtlinie 4008, Blatt 9, Formel 7.4-9).

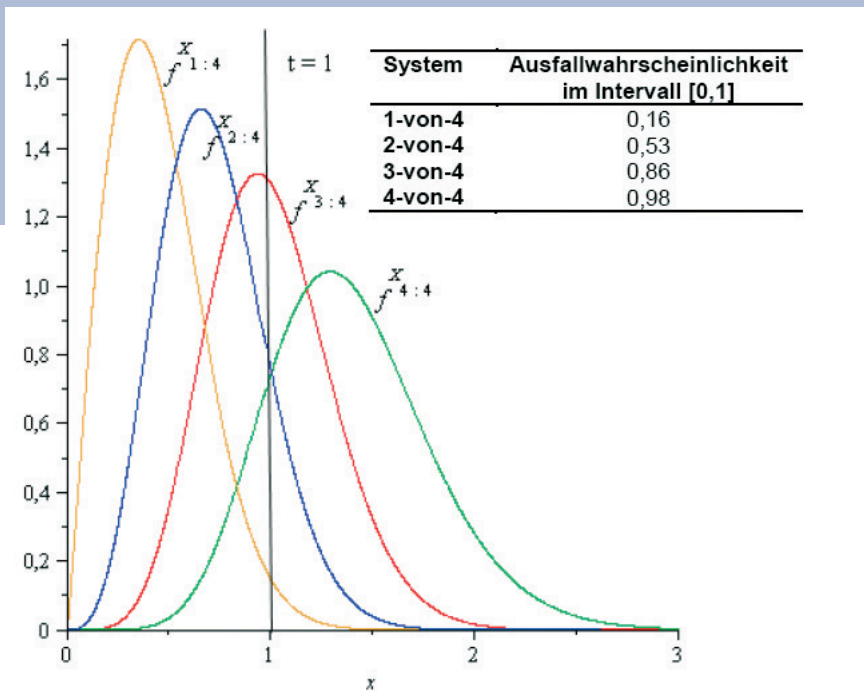


Bild 3a: Dichten von k -von-4-Systemen mit $k=1,\dots,4$ bei einer Rayleigh-Verteilung mit $\lambda=1$.

22

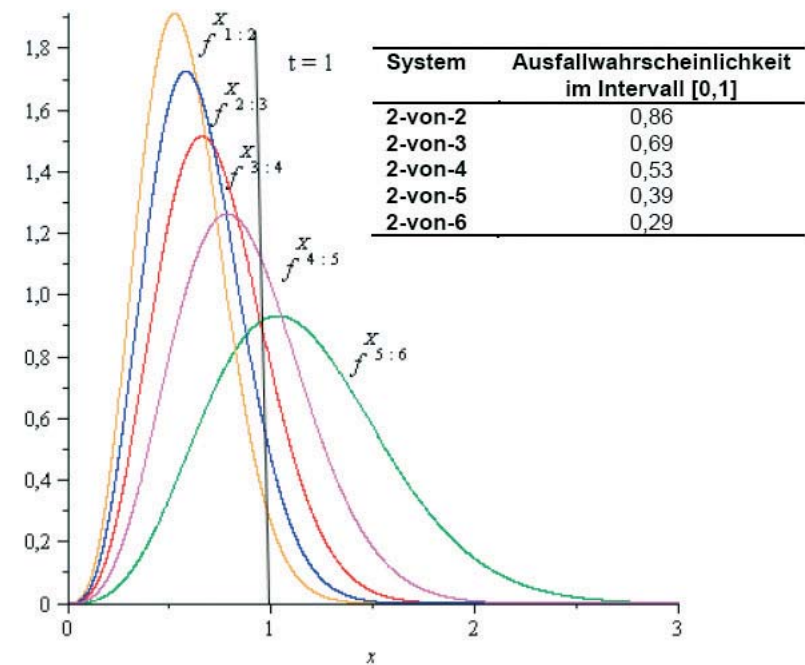


Bild 3b: Dichten von 2-von- n -Systemen mit $n=2,\dots,6$ bei einer Rayleigh-Verteilung mit $\lambda=1$.

Bild 3 zeigt den Effekt einer redundanten Auslegung eines Systems sehr gut: Die Fläche über einem Intervall und unterhalb des Grafen der Dichtefunktion gibt die Wahrscheinlichkeit für den Ausfall einer Komponente beziehungsweise des Systems in diesem Zeitintervall an. Die Bildung eines k -von- n -Systems führt also zu einer „Massenverschiebung“ nach rechts in Richtung wachsender Zeit, also längerer Lebensdauer.



Sequentielles 2-von-4-System	Ausfallzeit	(nachfolgende) Ausfallrate
Start	--	$\alpha_1 f/(1 - F)$
1. Ausfall	$X_{(1)}$	$\alpha_2 f/(1 - F)$
2. Ausfall	$X_{(2)}$	$\alpha_3 f/(1 - F)$
3. Ausfall	$X_{(3)}$	Systemausfall

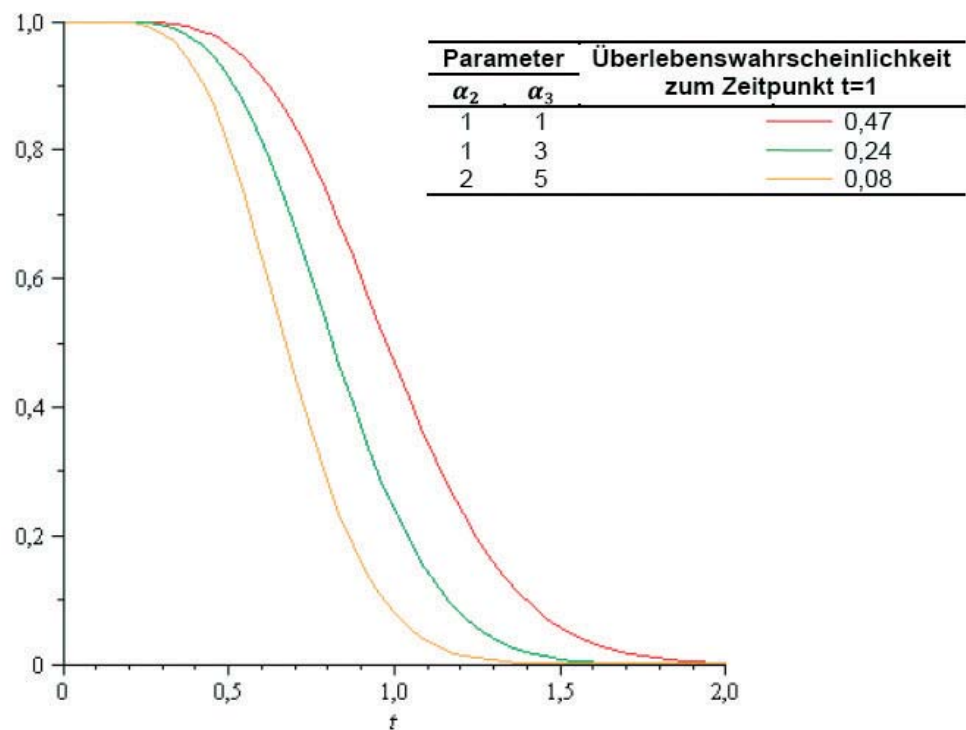
Bild 4: Proportionale Anpassung der Ausfallrate nach Komponentenausfällen.

Modellerweiterung
Die Modellannahme, dass keine gegenseitige Beeinflussung der Komponenten stattfindet, kann auch so verstanden werden, dass die Ausfallrate $f(t)/(1 - F(t))$ – dies ist der Quotient aus Dichte- und Überlebensfunktion – nach Ausfall einer Komponente unverändert bleibt. Die Ausfallrate gibt näherungsweise die Wahrscheinlichkeit an, dass ein Bauteil mit Verteilungsfunktion F in der nächsten Zeiteinheit nach dem Zeitpunkt t ausfällt, wenn es zum Zeitpunkt t noch funktionsfähig war.
Es ist jedoch nicht immer realistisch anzunehmen, dass ausfallende Komponenten keinen Einfluss auf die Lebensdauer der verbleibenden Komponenten haben. Am Beispiel Flugzeug wird deutlich, dass der Ausfall eines Triebwerks eine höhere Belastung der restlichen Motoren zur Folge hat. Zudem können durch einen Ausfall verursachte Schäden nicht ausgeschlossen werden. In einer erweiterten Modellierung von k -von- n -Systemen mit sequenziellen Ordnungsstatistiken (siehe Kamps 1995) ist es möglich, derartige Effekte durch Anpassung der Ausfallraten der nach einem Komponentenaus-

fall noch intakten Elemente zu berücksichtigen. Steigen diese wie vermutet, wird ein tendenziell früherer Ausfall des Systems induziert. Auf diese Weise entsteht eine realitätsnähere Modellierung, die einer erhöhten Belastung oder Vorschädigung noch aktiver Komponenten Rechnung trägt. Allerdings zieht diese scheinbar kleine Änderung einige Konsequenzen nach sich.
Das Modell der sequenziellen Ordnungsstatistiken $X_{(1)}, X_{(2)}, \dots$ ist für ein 2-von-4-System mit proportionaler Anpassung der Ausfallraten in Bild 4 dargestellt.
Die Veränderung nach jedem Komponentenausfall wird also durch eine multiplikative Konstante beschrieben, so dass die Ausfallraten auf den Stufen proportional zueinander sind. Diese Konstanten werden zu Modellparametern im erweiterten Modell der sequenziellen Ordnungsstatistiken.
Ein allgemeineres oder praxisnäheres Modell ist dann von wirklicher Bedeutung, wenn es noch mathematisch handhabbar ist. Das bedeutet in diesem Fall, dass weiterhin Aussagen über die Systemlebensdauer möglich sind in Form von Ver-

teilungen, quantitativen (Kenngrößen) und qualitativen (Alterungseigenschaften) Ergebnissen, und dass auf der Basis von Beobachtungen und Experimenten statistische Schlüsse gezogen werden können. Statistische Methoden werden beispielsweise dazu eingesetzt, Parameter der zugrunde liegenden Verteilungsfunktion F oder die Modellparameter $\alpha_1, \alpha_2, \dots$ zu schätzen oder belastbare Aussagen über die Parameter mittels eines statistischen Tests zu erhalten. Dabei ist stets ein Modelltest von zentraler Bedeutung, der – vereinfachend ausgedrückt – aufgrund von Beobachtungen darüber entscheidet, ob ein System mit einem umfassenderen Modell beschrieben werden muss oder ob nichts gegen die Verwendung des vereinfachten Modells spricht. Liegt ein statistisch signifikanter Unterschied vor, ist die Verwendung des allgemeineren Modells adäquat. Eine detaillierte Beschreibung von Parameterschätzungen und statistischen Tests für sequenzielle k -von- n -Systeme findet sich in Cramer und Kamps (2001). Bild 5 und das zugehörige Ablesbeispiel zeigen die Wahrscheinlichkeit für das Überle-

Bild 5: Überlebenswahrscheinlichkeiten sequenzieller 2-von-4-Systeme.



ben eines 2-von-4-Systems mit $\alpha_1=1$ und zugrundeliegender Rayleigh-Verteilung nach der Zeit $t > 0$ beziehungsweise speziell für $t=1$. Die Grafik illustriert, dass im Fall einer Belastung überlebender Komponenten durch Ausfälle von Bauteilen das herkömmliche Modell der Ordnungsstatistiken die Systemlebensdauer überschätzt (rote Kurve in Bild 5, siehe auch Bild 6 und Bild 7)! Abhängig von der Stärke der Auswirkungen kann die tatsächliche Lebensdauerverteilung erheblich von der im Standardmodell resultierenden Verteilung abweichen.

Auswirkungen der allgemeineren Modellierung
Die aufwändigere Modellierung geht einher mit einer erhöhten mathematischen Komplexität. Beispielsweise kann die Dichtefunktion der Systemlebensdauer nur noch durch eine spezielle Funktion – eine so genannte Meijer-G-Funktion – beschrieben werden (siehe Cramer und Kamps 2003), die von den Modellparametern $\alpha_1, \dots, \alpha_n$ abhängt:

$$f^{X(r)}(x) = \frac{n!}{(n-r)!} \left(\prod_{i=1}^r \alpha_i \right) G_{r,r}^{r,0} \left(1 - F(x) \mid \frac{n\alpha_1, \dots, (n-r+1)\alpha_r}{n\alpha_1-1, \dots, (n-r+1)\alpha_r-1} \right) f(x), \quad 1 \leq r \leq n.$$

Jedoch sind über diese Funktion viele nützliche Eigenschaften bekannt oder nachweisbar. Dadurch können bekannte und wichtige Eigenschaften im herkömmlichen Modell auf die neue Modellklasse übertragen werden. Falls keiner der Nenner in der folgenden Formel zu Null wird, dann kann auch die mittlere Systemlebensdauer eines sequenziellen 2-von-4-Systems basierend auf einer Weibull-Verteilung mit Parametern $\lambda > 0$ und $\beta > 0$ bestimmt werden:

$$E_{Wei}X_{(3)} = 24 \alpha_2 \alpha_3 \lambda^{-\frac{1}{\beta}} \Gamma(\delta) (a_1 4^{-\delta} + a_2 (3\alpha_2)^{-\delta} + a_3 (2\alpha_3)^{-\delta})$$

$$\text{mit } a_1 = ((3\alpha_2 - 4)(2\alpha_3 - 4))^{-1}, \quad a_2 = ((4 - 3\alpha_2)(2\alpha_3 - 3\alpha_2))^{-1}, \\ a_3 = ((4 - 2\alpha_3)(3\alpha_2 - 2\alpha_3))^{-1}.$$

Bild 6: Mittlere Lebensdauer eines sequenziellen 2-von-4-Systems bei $\alpha_1=1$ und Rayleigh-Verteilung ($\lambda=2$) für verschiedene Werte von α_2 und α_3 .

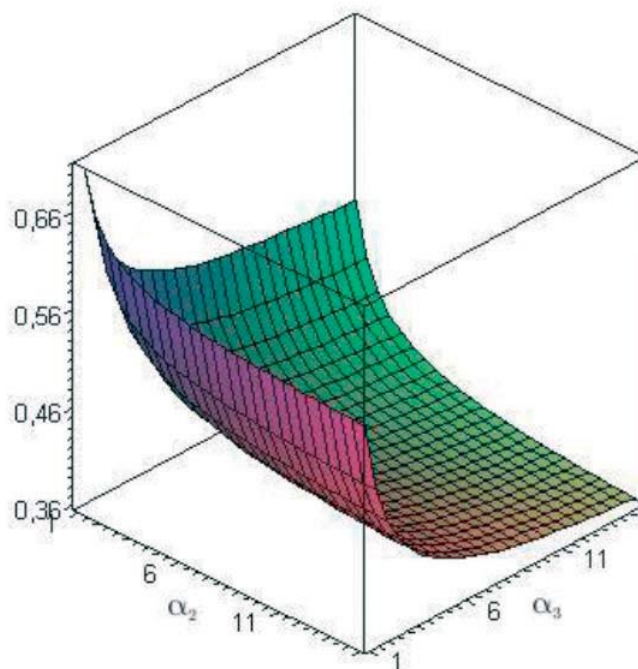


Bild 6 und Bild 7 zeigen die mittlere Lebensdauer eines sequenziellen 2-von-4-Systems für $\alpha_1=1$ und verschiedene Werte α_2 und α_3 . In der Konsequenz kann festgehalten werden, dass ein handhabbares Modell gefunden und analysiert ist, mit dem praxisnähere Beschreibungen und statistische Analysen möglich sind. Weiterhin sind – wie im Standardmodell – explizite Verteilungsaussagen und statistische Verfahren ebenso möglich wie etwa Aussagen über die Vererbung gewisser Alterungseigenschaften der Komponenten auf das Gesamtsystem.

Dieser Beitrag sowie ergänzende Literaturangaben sind unter www.isw.rwth-aachen.de/themen verfügbar.

Autoren:
Univ.-Prof. Dr.rer.nat. Erhard Cramer leitet das Lehr- und Forschungsgebiet Angewandte Stochastik am Institut für Statistik und Wirtschaftsmathematik. Univ.-Prof. Dr.rer.nat. Udo Kamps ist Inhaber des Lehrstuhls für Statistik am Institut für Statistik und Wirtschaftsmathematik.

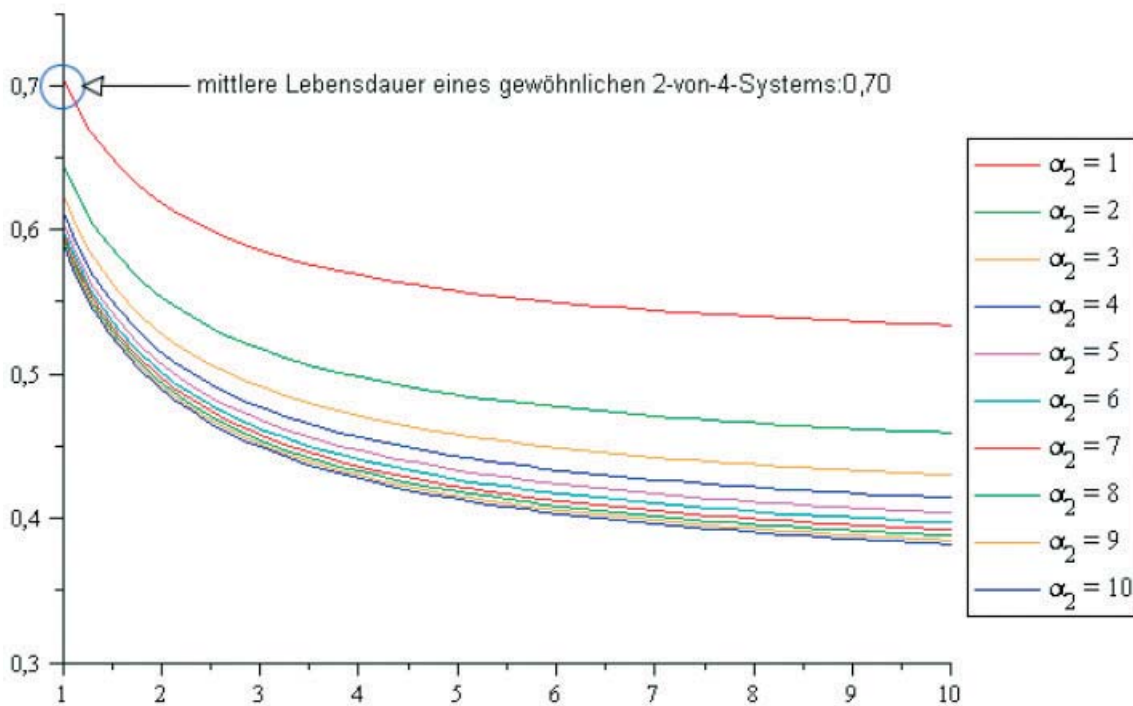


Bild 7: Mittlere Lebensdauer eines sequenziellen 2-von-4-Systems bei $\alpha_1=1$ und Rayleigh-Verteilung ($\lambda=2$) für verschiedene Werte von α_2 und α_3 im Vergleich zur Lebensdauer eines gewöhnlichen 2-von-4-Systems.

Anzeige



Exzellenz braucht exzellente Partner!

Systemhaus SAR GmbH – Ihr Sun Microsystems Campus Reseller



Systemhaus SAR GmbH · Arnold-Sommerfeld-Ring 27 · 52499 Baesweiler
Tel: 0 24 01-9 19 50 · Fax: 0 24 01-91 95 66 · E-Mail: sar@sar.de · www.sar.de · akademie.sar.de

Yin-Yang-Kurven lösen ein Packungsproblem

RWTHTHEMEN 2/2008

Wie muss man eine unhandliche Matratze verbiegen, damit sie möglichst wenig aus dem Kofferraum herausragt? Warum lohnt sich das behutsame und saubere Aufrollen auf eine Kabelrolle, um ein langes Stromkabel zu bändigen? Diese und ähnliche Fragestellungen lassen sich zu den Packungsproblemen zählen, bei denen man einen möglichst großen Anteil eines Gegenstandes durch geeignete Verformung in einen Behälter oder auf einer vorgegebenen Oberfläche platzieren möchte. Auch die Natur kennt solche Optimierungsprobleme: Es ist faszinierend, wie und in welcher verblüffender Dichte extrem lange Stränge viraler DNA in das sehr kleine Volumen eines Bakteriophagenkopfes verpackt werden können.

Für die Modellierung und Computersimulation derartiger Vorgänge ist es oft von entscheidender Bedeutung, solche Probleme in mathematisch idealisierter Form zu analysieren. Ein Beispiel ist die folgende Version.

Packungsproblem (P): Gesucht ist die längste Kurve vorgeschriebener Mindestdicke auf einer gegebenen Oberfläche.

Als eine solche Oberfläche wird die Sphäre vom Radius 1 gewählt. Dann lassen sich für unendlich viele Werte vorgeschriebener Mindestdicke eindeutige Lösungen des Packungsproblems konstruieren. Die einfachsten dieser Lösungskurven erinnern an das aus der fernöstlichen Kultur bekannte Yin-Yang-Symbol. In abgewandelter Form findet man solche Kurven als Nahtlinien auf handelsüblichen Tennisbällen, siehe Bild 1. Auch für Kurven mit verschiedenen Anfangs- und Endpunkten kann man aus geeigneten Halbkreisen eindeutige Lösungen konstruieren, siehe Bild 6.

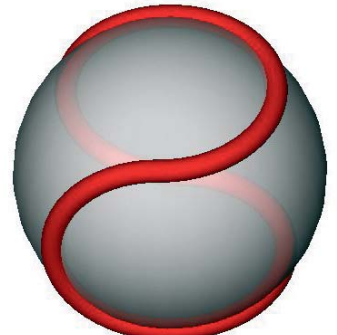
Mit dem Problem (P) betritt man das mathematische Teilgebiet der Variationsrechnung, die ganz dem Prinzip natürlicher Effizienz folgend - nach energetisch günstigsten Lösungen sucht. Die Rolle der „Energie“ übernimmt hier das Längenfunktional, welches Kurven ihre Länge zuordnet. Die Lösungen des Variationsproblems sucht man in der



Bild 1: Die Nahtlinien eines Tennisballs, die aus Halbkreisen zusammengesetzte Kurve



des Yin-Yang-Symbols und eine sphärische Lösungskurve für das Packungsproblem (P).



Klasse der Kurven, die eine solche Längenmessung zulassen. Aber wie beschreibt man mathematisch die „Dicke“ einer Kurve? Die entscheidende Idee für eine in der Variationsrechnung geeignete Definition einer Kurvendicke hatten Oscar Gonzalez und John Maddocks im Jahre 1999, indem sie auf den klassischen Umkreisradius $R(x,y,z)$ dreier Raumpunkte x,y und z zurückgriffen. Wertet man diese Radiusfunktion an allen Tripeln von Kurvenpunkten entlang einer Kurve aus und findet dabei eine positive untere Schranke $\theta > 0$ für alle diese Radien, dann schreibt man der Kurve die Mindestdicke θ zu. Wird der Umkreisradius R für ein Tripel von Kurvenpunkten klein, die entlang der Kurve sehr dicht aufeinander folgen, bedeutet das, dass sich die Kurve dort verstärkt krümmt. Dies ist ein Effekt, der nur von der lokalen Gestalt der Kurve in diesem Bereich abhängt. Wird R aber für drei Kurvenpunkte klein, von denen mindestens zwei durch einen längeren Kurvenbogen getrennt sind, dann kommen sich zwei verschiedene Kurvenstränge im Raum sehr nahe – abhängig von der Gestalt der Kurve als Ganzes, siehe Bild 2.

Mit Methoden der Variationsrechnung kann man zeigen, dass das Problem (P) auf der Sphäre tatsächlich für jede vorgeschriebene Dicke $\theta \in (0,1]$ mindestens eine Lösung besitzt. Darüber hin-

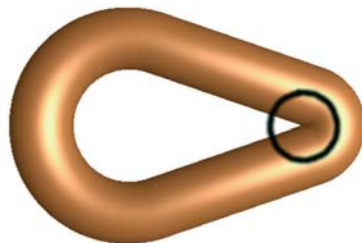
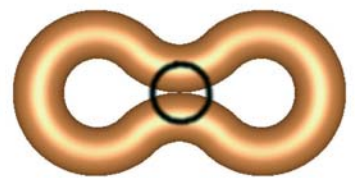


Bild 2: Die Zentrallinien dieser schlauchförmigen Gebilde sind Kurven mit positiver Dicke. Die Dicke wird bei beiden Kurven jeweils durch den Radius der schwarzen Kreislinie bestimmt, den man durch Annäherung mit Umkreisradien $R(x,y,z)$ dreier Kurvenpunkte x,y,z



erhält. Links beschränkt die lokale Krümmung die Dicke; rechts führt die räumliche Nähe verschiedener Kurvenbögen zu einer beschränkten Dicke.

Quelle:
www.ma.utexas.edu/users/og/curvature.html

aus lassen sich für die unendlich vielen Mindestdicken

$$\theta_1 = \sin \pi / 2 = 1, \quad \theta_2 = \sin \pi / 4, \dots, \quad \theta_n = \sin \pi / (2n), \dots$$

geschlossene Kurven konstruieren, deren Länge von keiner anders geformten Kurve dieser Mindestdicken erreicht wird. Speziell liefert die weiter unten beschriebene Konstruktion die Yin-Yang-Kurve auf der Sphäre für die gegebene Dicke θ_2 , siehe Bild 1.

Die Tatsache, dass man explizite und eindeutige Lösungskurven erhält, ist erstaunlich, wenn man berücksichtigt, dass man für eng verwandte Probleme, etwa

für die Suche nach so genannten „idealen Knoten“ zwar die Existenz von Lösungen beweisen konnte, aber fast gar nichts über deren tatsächliche Gestalt weiß. Ideale Knoten sind die Kurven einer vorgegebenen Knotenklasse, welche die Länge bei fixierter Mindestdicke minimieren. In einem Gedankenexperiment erzeugt man beispielsweise die „ideale Kleeblattschlinge“, indem man einen losen Kleeblatt-Knoten fester und fester zusammenzieht, siehe Bild 3. So wie das Packungsproblem (P) ist auch die Suche nach idealen Knoten nicht nur aus mathematischer Sicht in-

Explizite geometrische Konstruktionen in der Variationsrechnung

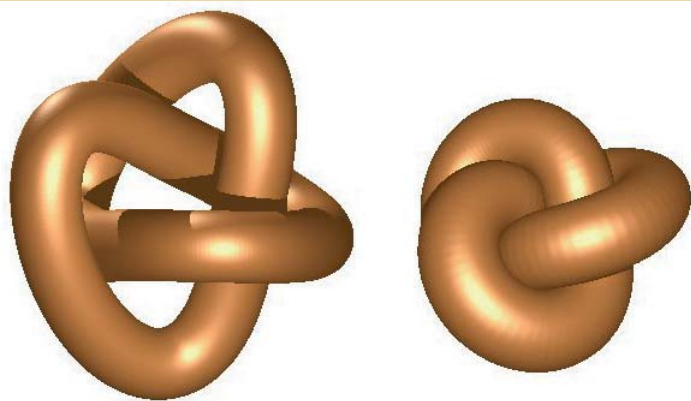


Bild 3: Die ideale Kleeblattschlinge entsteht durch Festziehen eines Knotens, also durch das Minimieren der Kurvenlänge bei gleichbleibender Mindestdicke.
Quelle: www.ma.utexas.edu/users/og/curvature.html

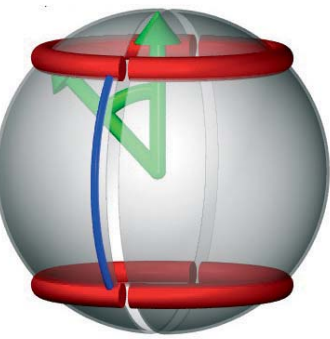
teressant: Es ist experimentell nachweisbar, dass DNA-Moleküle häufig eine verknotete und extrem verdrehte Gestalt annehmen. Aus dem mathematischen Studium idealer Konfigurationen erhofft man sich Rückschlüsse auf die mikrobiologischen Prozesse, bei denen große Mengen verknoteter DNA-Moleküle platzsparend in kleine Volumina verpackt werden. Sucht man zur Lösung des Pro-

blems (P) auf der Sphäre zunächst die längste geschlossene Kurve der Mindestdicke $\theta_1=1$, so ist der Äquator überhaupt der einzige Kandidat und damit die eindeutige Lösung. Tatsächlich ist der Äquator ein Großkreis, also ein Kreis der Länge 2π auf der Sphäre, und besitzt als Kurve im Raum die Dicke 1. Jede anders geformte Kurve auf der Sphäre enthält mindestens drei Punkte, die nicht auf einem Großkreis lie-

gen. Die Ebene durch diese Punkte schneidet demnach die Sphäre in einem Kreis, dessen Radius strikt kleiner als 1 ist. Folglich ist die Dicke jeder sphärischen Kurve, die kein Großkreis ist, strikt kleiner als 1.
Für die folgende Konstruktion wird dem Äquator der vom Nordpol aus gemessene sphärische Winkel $\pi/2$ zugeordnet. Für die vorgeschriebene Mindestdicke $\theta_2=\sin\pi/4$ wählt man an-

stelle des Äquators den Breitenkreis zum sphärischen Winkel $\pi/4$ und dazu einen weiteren Breitenkreis im sphärischen Abstand $\pi/2$. Um aus diesen zwei Breitenkreisen der Dicke θ_2 eine einzige geschlossene Kurve derselben Dicke zu konstruieren, zerschneidet man die Sphäre entlang eines Längenkreises in eine westliche und eine östliche Hemisphäre. Dann verdreht man die östliche Hemisphäre um den Winkel $\pi/2$ gegenüber der westlichen und klebt die so gegeneinander verdrehten Hemisphären abschließend wieder zusammen, siehe Bild 4. Das Ergebnis ist die sphärische Yin-Yang-Kurve, bestehend aus den zusammengeführten Halbkreisen der östlichen und westlichen Hemisphäre.
Allgemein wählt man zu vorgegebener Mindestdicke $\theta_n=\sin\pi/(2n)$ für $n=1,2,3,\dots$ genau n Breitenkreise im sphärischen Abstand π/n . Dann dreht man die östliche gegen die westliche Hemisphäre um den Winkel $k\pi/n$ für ein k aus der Menge $\{1,2,\dots,n-1\}$, bevor man die Hemisphären in verdrehter Stellung

$n=2, k=0$



$n=2, k=1$

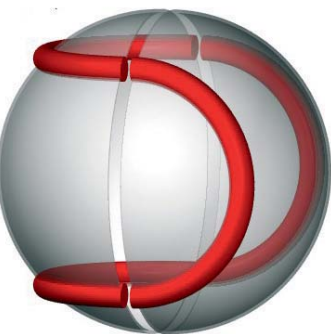
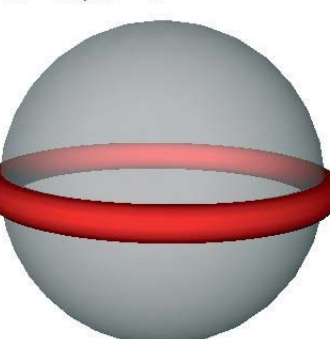
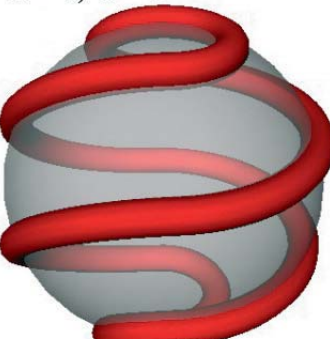


Bild 4: Konstruktion der Lösung mit Dicke $\theta_2 = \sin\pi/4$: Ein Breitenkreis zum sphärischen Winkel $\pi/4$ (grüne Pfeile) und ein zweiter Breitenkreis im sphärischen Abstand $\pi/2$ (blaue Linie) werden durch die Trennung der Hemisphären in vier Halbkreise unterteilt. Nach der Drehung um den Winkel $\pi/2$ fügen sich diese Halbkreise zur geschlossenen Yin-Yang-Kurve zusammen.

$n=1, k=0$



$n=4, k=1$



$n=12, k=5$



Bild 5: Lösungskurven für $n=1, 4$ und 12 . Der Parameter k bestimmt den jeweiligen Drehwinkel der Hemisphären. (Wie in Bild 4 werden die Kurven aus Gründen der Übersichtlichkeit nicht in ihrer vollen Dicke θ_n dargestellt.)



Bild 6: Lösungskurven mit verschiedenen Anfangs- und Endpunkten zu unterschiedlichen Dicken. Die beiden äußeren Kurven sind mit ihrer vollen Kurvendicke dargestellt.

wieder zusammenklebt. Mit elementaren Methoden aus der Algebra lässt sich feststellen, wann dieses Verfahren zu geschlossenen Kurven wie in Bild 5 führt. Dies ist genau dann der Fall, wenn die Zahlen k und n teilerfremd sind. So produzieren etwa bei vorgeschriebener Minstdicke $\theta_4 = \sin \pi/8$ nur die Drehungen um die Winkel $\pi/4$ und $3\pi/4$ geschlossene - und verschiedene - Schleifen. Wenn diese Konstruktion also wirklich zu Lösungen führt, dann weiß man aus der Zahlentheorie auch direkt, wie groß die Lösungsmengen sind. Die Eulersche Phi-Funktion $\varphi(n)$ gibt an, wie viele teilerfremde Zahlen k aus der Menge $\{1, \dots, n-1\}$ zu $n=1, 2, 3, \dots$ existieren, siehe Tabelle 1. Bei jeder Primzahl sind dies naturgemäß alle natürlichen Zahlen, die kleiner sind als diese Primzahl. Es ergeben sich also teils sehr große Mengen an expliziten und in ihrer Gestalt eindeutigen Lösungen.

Warum aber sind diese so konstruierten geschlossenen Kurven tatsächlich Lösungen des Packungsproblems (P) auf der Sphäre? Den Schlüssel zur Beantwortung dieser Frage liefert ein für Untersuchungen aus der statistischen Physik hergeleiteter Satz von Harold Hotelling aus dem Jahr 1939. Dieser Satz erlaubt die explizite Berechnung des Flächeninhalts von tubenförmigen Umgebungen von dicken Kurven auf der Sphäre. Hat die Kurve der Dicke $\theta = \sin \alpha$ die Länge L , dann gilt für den Flächeninhalt F ihrer Tubenumgebung mit sphärischem Radius α die Beziehung $F = 2\theta L$. Andererseits ist der maximal auf der Sphäre über-

deckte Flächeninhalt die Gesamtoberfläche der Sphäre, also 4π . Die Formel von Hotelling liefert demnach die Zahl $2\pi/\theta$ als größtmögliche Länge einer Kurve der Minstdicke θ . Für die zu den Dicken $\theta_n = \sin \pi/(2n)$ konstruierten Kurven kann man leicht zeigen, dass deren sphärische Tubenumgebungen jeweils den maximalen Flächeninhalt 4π haben. Damit ist bewiesen, dass diese Kurven die größtmögliche Länge haben. Es wurden also tatsächlich explizite Lösungen des Packungsproblems für jede der vorgeschriebenen Minstdicken θ_n für $n=1, 2, 3, \dots$ gefunden.

Kann man aber ausschließen, dass es noch ganz andere Lösungen mit diesen Dicken gibt? Bei allgemeinen Variationsproblemen ist dies oft sehr schwierig, und in vielen Fällen ist die Frage nach der Größe der Lösungsmenge bis heute ungeklärt. Hier aber ist die Situation günstiger; denn es lässt sich folgendes beweisen: Angenommen die Tubenumgebung einer dicken sphärischen Kurve hat den auf der Sphäre maximalen Flächeninhalt 4π , dann muss die Kurvendicke den Wert $\theta_n = \sin \pi/(2n)$ für ein n aus der Menge $\{1, 2, 3, \dots\}$ haben. Anschaulich bedeutet das: Möchte man einen Fußball statt mit Geschenkpapier mit einer dicken Kordel einlagig umwickeln, um den Ball als Geschenk zu verpacken, so wird dies nicht mit jeder Kordel funktionieren. Die Dicke der Kordel muss in einem bestimmten Verhältnis zur Oberfläche des Balles stehen. Andernfalls entstünden Lücken, und man wäre gezwungen, die

n	2	3	4	5	6	7	8	9	10	97	120	121	122	123	124	125
$\varphi(n)$	1	2	2	4	2	6	4	6	4	96	32	110	60	80	60	100

Tabelle 1: Einige Werte der Eulerschen Phi-Funktion $\varphi(n)$, welche die Zahl der Lösungskurven der Dicke θ_n angibt.

Kordel in mehreren Lagen um den Ball zu wickeln. Hat man dies eingesehen, dann kann man zeigen, dass die Kurve mit den oben konstruierten Lösungen übereinstimmen muss. Insbesondere liefert dieser Satz die Eindeutigkeit der Lösungen. Hat beispielsweise eine Kurve der Dicke $\theta_2 = \sin \pi/4$ die nach Hotelling maximal mögliche Länge $2\pi/\theta_2$, dann muss die Kurve die sphärische Yin-Yang-Kurve in Bild 4 sein.

Analoge Resultate konnten für Kurven erzielt werden, deren Anfangs- und Endpunkte verschieden sind. Einige der expliziten und eindeutigen Lösungen sind in Bild 6 dargestellt. Auch für die Zwischenwerte $\theta \in (\theta_2, \theta_1) = (\sin \pi/4, 1)$ einer gegebenen Minstdicke wurden Kurven durch Zusammensetzen geeigneter Kreisbögen konstruiert, siehe Bild 7. Da aber die zugehörigen Tubenumgebungen die Sphäre nicht vollständig ausfüllen, ist es bislang eine offene Frage, ob diese Kurven die maximale Länge haben. Gute Kandidaten für die Lösung des Packungsproblems (P) sind sie in jedem Fall.

Autoren:
Dipl.-Math. Henryk Gerlach promoviert an der EPFL Lausanne.
Univ.-Prof. Dr.rer.nat. Heiko von der Mosel betreut das Lehr- und Forschungsgebiet Mathematik.

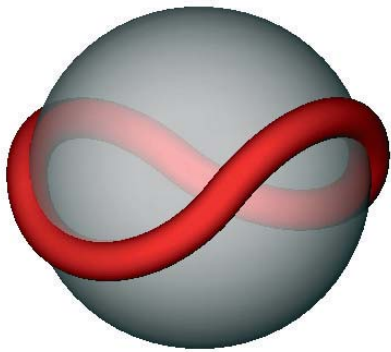


Bild 7: Eine aus kürzeren Kreisbögen zusammengesetzte Kurve der Dicke $\theta \in (\theta_2, \theta_1)$: zumindest ein sehr guter Kandidat.



Wie lässt sich ein Fußball mit einer Kordel „verpacken“?
Professor Heiko von der Mosel vom Lehr- und Forschungsgebiet Mathematik analysiert Packungsprobleme.
Foto: Peter Winandy

Unendliche Spiele

Wie gewinnt man Spiele, die nie enden?

RWTH THEMEN 2/2008

Spiele, die wir aus dem Alltag kennen und mit Kindern und Freunden spielen, sind natürlich von endlicher Dauer. Spiele, die in der Mathematik und ihren Anwendungen auftreten, können dagegen durchaus aus einer unendlichen Folge von Zügen bestehen. Es geht dabei weniger darum, solche Spiele tatsächlich zu spielen. Sie dienen einerseits als Gedankenexperimente um komplizierte mathematische Konzepte und Probleme auf neue Weise zu verstehen, und sie mit spielbasierter Intuition und spieltheoretischen Methoden zu analysieren. Vor allem aber liefern solche Spiele allgemeine mathematische Modelle, mit denen sich viele Probleme und Systeme beschreiben lassen, bei denen verschiedene Agenten - etwa Komponenten und Benutzer eines Rechnersystems - mitwirken und dabei verschiedene Ziele und Interessen verfolgen. Es ist ja längst nicht mehr so, dass Rechner nur dazu eingesetzt werden, um aus einer Eingabe, etwa einem Gleichungssystem, in endlich vielen Schritten eine Lösung zu berechnen. Rechner werden zum Beispiel zur Steuerung von Anlagen eingesetzt, die ständig weiterlaufen, also nicht terminieren, und dabei fortwährend mit ihrer Umgebung interagieren. Die Steuerung muss dabei garantieren, dass die möglichen unendlichen Verläufe des Gesamtsystems, die sich aus dem Zusammenspiel der Aktionen der Umgebung mit den Aktionen der Steuerung ergeben, gewissen Bedingungen genügen. Diese Bedingungen, die Spezifikationen des Systems, werden oft durch Formeln - zum Beispiel einer temporalen Logik - beschrieben.

Ein solches System lässt sich mathematisch als ein nichtterminierendes, also unendliches Spiel modellieren, bei dem der erste Spieler die Rolle der Steuerung übernimmt, und der Gegner die Umgebung simuliert. Die Spezifikation der erlaubten Systemverläufe ist dabei Gewinnbedingung für den Steuerungsspieler: ein unendlicher Verlauf, der die Spezifikation

erfüllt, ist eine von der Steuerung gewonnene Partie des Spiels; wenn der Verlauf aber die Spezifikation verletzt, dann hat die Steuerung verloren. Synthese und Verifikation nichtterminierender, reaktiver Systeme sind also einer der Anwendungsgebiete für unendliche mathematische Spiele.

Gewinnstrategien

Grundlegend für die mathematische Analyse eines Spiels ist der Begriff einer Strategie. Eine Strategie liefert einem Spieler in jeder erreichbaren Position einen seiner möglichen Züge. Indem sich alle beteiligten Spieler auf eine Strategie festlegen und diese befolgen, ergibt sich ein Strategieprofil, welches die Partie eindeutig bestimmt. Natürlich strebt jeder Spieler nach einer optimalen Strategie. Bei Gewinn-Verlust-Spielen wie etwa Schach wäre dies eine Gewinnstrategie, eine Strategie also, mit der ein Spieler jede Partie gewinnt, unabhängig davon, wie der Gegner ziehen wird. Schon vor 95 Jahren hat der Logiker Ernst Zermelo bewiesen, dass im Schachspiel einer von drei Fällen eintreten muss: entweder hat Weiß oder Schwarz, eine Gewinnstrategie, oder aber beide Spieler haben eine Strategie um mindestens ein Unentschieden zu erreichen. Dieses Resultat hat aber eigentlich nicht viel mit dem

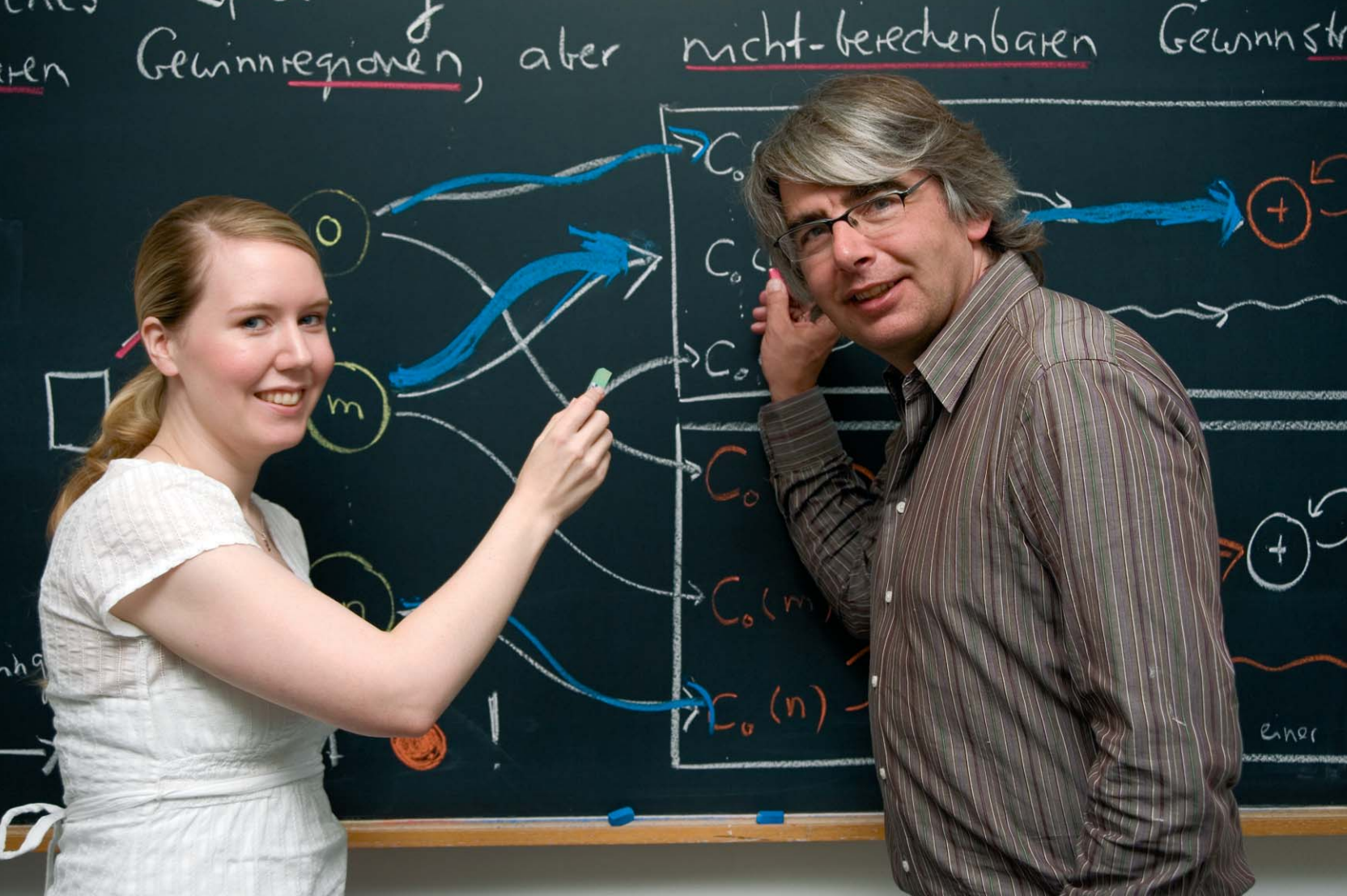
Schachspiel als solchem tun. Es gilt für jedes Spiel, in dem alle Partien endlich sind, oder man zumindest nach endlich vielen Zügen das Resultat der Partie - Gewinn, Verlust, Unentschieden - kennt. Bis heute ist übrigens nicht bekannt, welche der drei Möglichkeiten im Schach tatsächlich zutrifft.

Bei - echten - unendlichen Spielen bestimmt aber erst der vollständige unendliche Verlauf einer Partie, wer diese gewonnen hat. Bekanntlich kann man jede reelle Zahl, etwa zwischen 0 und 1, durch einen unendlichen Dezimalbruch darstellen. Jede Eigenschaft reeller Zahlen, etwa die Eigenschaft, dass die Zahl irrational ist, kann dann als eine Gewinnbedingung in einem unendlichen Spiel aufgefasst werden, bei dem die Spieler abwechselnd die Ziffern des Dezimalbruchs auswählen. Spieler 1 bestimmt also die ungeraden Positionen der Dezimalbruchentwicklung, während Spieler 2 die Ziffern wählt, die an geraden Positionen stehen. Nach unendlich vielen Zügen ist ein unendlicher Dezimalbruch und damit eine reelle Zahl festgelegt. Eine solche unendliche Partie wird von Spieler 1 gewonnen, wenn die dadurch festgelegte Zahl die Gewinnbedingung erfüllt ist, andernfalls hat Spieler 2 gewonnen. Eine grundlegende Frage ist, welche Gewinnbedingungen zu Spielen

führen, bei denen Spieler 1 oder Spieler 2 eine Gewinnstrategie besitzt. Wenn Spieler 1 bei irrationalen Zahlen gewinnt, und bei rationalen Zahlen verliert, dann hat er eine sehr einfache Gewinnstrategie: er braucht gar nicht zu beachten, was sein Gegner tut, sondern spielt einfach in seinen eigenen Zügen eine irrationale Zahlenfolge. Normalerweise sind Gewinnstrategien nicht so einfach und hängen in komplizierter Weise von den Zügen des Gegners ab.

Es gibt aber auch Spiele, bei denen keiner der beiden Spieler eine Gewinnstrategie besitzt. Solche Spiele bezeichnet man als nichtdeterminiert. Es ist gar nicht so einfach, solche Spiele zu finden, und in der Tat besagt ein fundamentales Resultat der Theorie unendlicher Spiele, dass dies nur bei topologisch komplizierten Gewinnbedingungen auftreten kann. Dieses Resultat ist Teil eines Forschungsprogramms, das bis in die 50er Jahre zurückreicht, welches die Existenz von Gewinnstrategien in unendlichen Spielen mit den topologischen Eigenschaften ihrer Gewinnbedingungen in Beziehung setzt. Auf diese Resultate kann man heute noch aufbauen. Allerdings hat die klassische Theorie unendlicher Spiele einen fundamentalen Mangel: sie hat kaum algorithmischen Gehalt.

*Interaktive Konstruktion
von Gewinnspielen.
Foto: Peter Winandy*



Realisierung und Optimierung von Gewinnstrategien

In der oben beschriebenen Modellierung lässt sich ein Softwaremodul für die Steuerung eines reaktiven Systems als eine Strategie in einem unendlichen Spiel verstehen. Die Konstruktion eines Steuerungsmoduls entspricht also der Berechnung einer Strategie, und die Verifikation des Moduls - die Frage, ob die Spezifikationen erfüllt werden - entspricht mathematisch der Frage, ob die Strategie eine Gewinnstrategie ist. Bei Spielen, welche solche Anwendungen modellieren, sind die Gewinnbedingungen in der Regel nicht gar so kompliziert, so dass die Existenz von Gewinnstrategien in der Regel aus bekannten mathematischen Sätzen unmittelbar folgt. Damit ist aber für die Praxis noch nicht viel gewonnen: diese Strategien müssen gefunden, algorithmisch realisiert und optimiert werden. Von besonderer Bedeutung ist dabei der Speicherbedarf einer Strategie, und damit die Frage, in welcher Weise die Strategie vom bisherigen Verlauf der Partie abhängt. Es gibt Spiele, in denen Gewinnstrategien den ganzen bisherigen Verlauf einer Partie berücksichtigen müssen, um einen guten nächsten Zug zu liefern. Dies kann die praktische Realisierung extrem schwierig oder unmöglich machen.

Glücklicherweise kann man aber in vielen - praktisch relevanten - Spielen Gewinnstrategien finden, welche nur beschränkte Information über die Geschichte einer Partie benötigen. Solche Strategien sind durch endliche Automaten realisierbar und erlauben, das Problem der algorithmischen Konstruktion von Gewinnstrategien effektiv zu lösen. In Verbindung mit mathematischer Logik und Automatentheorie liefert die Theorie unendlicher Spiele damit eine tragfähige Methodologie für die Synthese und Verifikation reaktiver Systeme. Auch für andere Aufgaben, etwa die Auswertung logischer Formeln, liefern endliche und unendliche Spiele effiziente algorithmische Methoden. In wichtigen Fällen, etwa bei Formeln, die auf kleinsten und größten Fixpunkten relationaler Operatoren aufgebaut sind, sind spielbasierte Algorithmen die besten bekannten Auswertungsstrategien überhaupt.

Mehrpersonenspiele

Die algorithmische Theorie unendlicher Spiele ist recht weit entwickelt für Zweipersonen-Spiele bei denen jeweils ein Spieler gewinnt, der andere verliert, den so genannten Nullsummen-Spielen. In diesen stehen den Spieler perfekte Information zur Verfügung: sie kennen die vollständige Beschrei-

bung des Spiels, die genaue Position und den gesamten Verlauf der bisherigen Partie. Es gibt allerdings gute Gründe, um über das Modell der Zweipersonen-Nullsummen-Spiele mit perfekter Information hinauszugehen und ehrgeizigere, aber auch wesentlich schwierigere Modelle zu untersuchen.

- In zahlreichen Situationen wie Rechnernetze und verteilte Systeme, Steuerungssysteme mit mehreren unabhängigen Komponenten oder Mehragenten-Systeme liegt eigentlich eine Interaktion vieler Spieler vor.

- In Mehrpersonen-Spielen ohnehin, aber auch in vielen Zweipersonen-Spielen, ist die Situation in der Regel nicht völlig antagonistisch. Die Modellierung durch ein Nullsummen-Spiel ist daher nicht angemessen und trägt dem implizit vorliegenden Kooperationspotenzial nicht Rechnung.

- Auch die Annahme, dass jeder Spieler über den aktuellen Zustand, alle Spielregeln und sämtliche Gewinnbedingungen genau Bescheid weiß, ist oft unrealistisch. Im Gegenteil liegen in der Praxis vielerlei Informationsunsicherheiten vor, deren algorithmische Effekte derzeit noch nicht gut verstanden sind.

Es ist daher eine theoretisch interessante und praktisch relevante Herausforderung, das nicht-terminierende Interaktionsverhalten zwischen mehr als

zwei Agenten, die zwar eigennützig handeln, deren Zielvorgaben sich aber nicht unbedingt gegenseitig ausschließen, und die nicht die vollständige Information über das gesamte System besitzen, angemessen zu modellieren, Lösungskonzepte für diese Modelle zu begründen und algorithmisch zu realisieren.

Als Grundlage in dieser Problematik können Konzepte aus der klassischen, mathematisch-wirtschaftswissenschaftlichen Spieltheorie herangezogen werden. Das populärste Lösungskonzept der Spieltheorie ist wohl der Begriff eines Nash-Gleichgewichts. Dies ist ein Strategieprofil bei dem keiner der Spieler ein Interesse hat, einseitig zu einer anderen Strategie abzuweichen. Ein berühmter Satz des Nobelpreisträgers John Nash besagt, dass jedes endliche Spiel ein Nash-Gleichgewicht besitzt. Dabei setzt man allerdings voraus, dass es den Spielern erlaubt ist, zufällig zwischen ihren verschiedenen Strategien zu wählen. Im bekannten Kinderspiel Stein-Schere-Papier etwa ist ein Nash-Gleichgewicht dadurch gegeben, dass jeder Spieler zufällig, jeweils mit Wahrscheinlichkeit $1/3$, zwischen den drei Möglichkeiten Stein, Schere, oder Papier wählt. Zwar sind die klassischen Lösungskonzepte der Spiel-

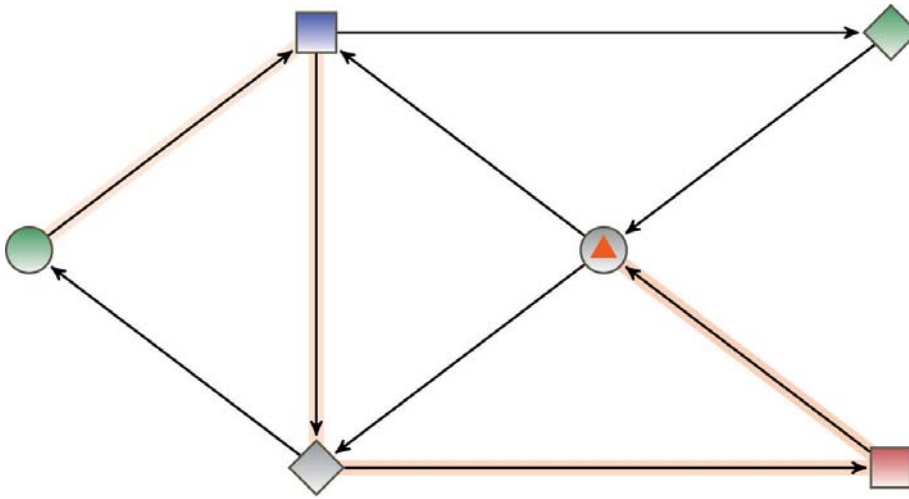


Bild 1: Spiele, in denen zwei oder mehr Spieler in einer unendlichen Folge von Zügen einen Pfad durch einen Spielgraph definieren, haben vielfältige Anwendungen in verschiedenen Zweigen der Mathematik und Informatik, zum Beispiel zur Modellierung reaktiver Systeme.

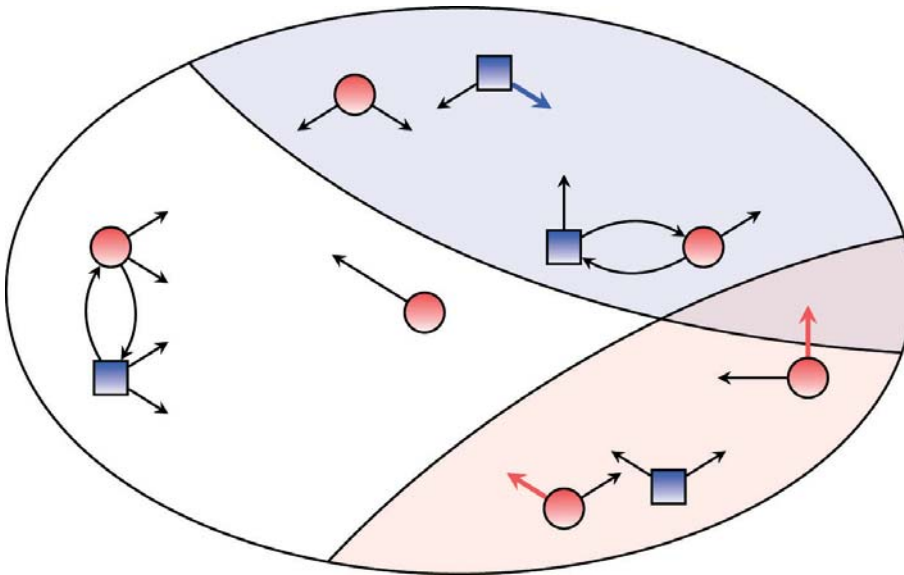


Bild 2: Die wichtigsten mathematischen Probleme bei der Untersuchung unendlicher Spiele sind die Berechnung von Gewinnpositionen und die Konstruktion optimaler Strategien für die einzelnen Spieler.

theorie, wie etwa Nash-Gleichgewichte nicht ohne weiteres auf Mehrpersonenspiele von unendlicher Dauer übertragbar, aber sie liefern wichtige Grundlagen für das aktuelle Forschungsprogramm, die Methoden der klassischen Spieltheorie mit der aus Logik, Automatentheorie, und Verifikation kommenden algorithmischen Theorie unendlicher Zweipersonenspiele zu kombinieren, um tragfähige und algorithmisch realisierbare Lösungskonzepte für unendliche Mehrpersonenspiele zu finden und damit neue Anwendungen zu erschließen.

Die RWTH Aachen spielt hier international eine führende Rolle, unter anderem mit dem Graduiertenkolleg AlgoSyn und in dem Europäischen Netzwerk GAMES (Games for Design and Verification).

Autor:
Univ.-Prof. Dr.phil. Erich Grädel leitet das Lehr- und Forschungsgebiet Mathematische Grundlagen der Informatik (Logik und Komplexität).

Die Rheinisch-
Westfälische
Technische
Hochschule
Aachen
verleiht zum
achten Mal den

RWTH PREIS WISSENSCHAFTS JOURNALISMUS 2009

Im Mittelpunkt steht die Würdigung journalistischer Arbeiten aus Presse, Funk und Fernsehen als Transferleistungen zwischen Experten ausgewiesener Fachbereiche und einem breiten Laienpublikum. Gewürdigt wird vor allem die allgemeinverständliche und publikumswirksame Verdeutlichung komplexer Sachverhalte aus den unterschiedlichsten wissenschaftlichen Disziplinen, die an der RWTH angesiedelt sind.

Der RWTH-Preis Wissenschaftsjournalismus wird seit 1993 vergeben. Seit 2005 wird der Preis in den Kategorien Presse, Hörfunk und Fernsehen mit einer Dotierung von je 1.000 Euro überreicht.

Für die Vergabe des RWTH-Preises Wissenschaftsjournalismus kommen Arbeiten von Journalisten und Wissenschaftlern in deutscher Sprache in Frage, die in den beiden vergangenen Jahren veröffentlicht worden sind. Das zuständige Auswahlgremium setzt sich aus namhaften Vertretern von Medien und Wissenschaft zusammen. Einsendeschluss ist der 6. Februar 2009. Zusätzliche Informationen können angefordert werden beim

**Rektor
der RWTH Aachen**
Pressestelle
Templergraben 55
52062 Aachen

Telefon 0241/80-943 22/23
Telefax 0241/80-923 24
pressestelle@rwth-aachen.de

Verkehrsstau auf Autobahnen

Kann die Mathematik helfen?

Ein täglicher Blick auf die Straßen zeigt, dass inzwischen kein Tag vergeht, in dem Verkehrsteilnehmer nicht in einem Verkehrsstau stehen. Viele Arbeitnehmer und Urlaubssuchende verbringen einen nicht unerheblichen Teil ihrer Zeit in kilometerlangen Schlangen auf Autobahnen oder Fernstraßen. Statistisch gesehen hat sich in dem vergangenen Sommer 2007 eine Stautrecke von 13.417 Kilometern gebildet – eine Schlange von Deutschland bis Australien. Neben dem persönlichen Zeitverlust haben Staus auch eine wirtschaftliche und ökologische Dimension. Laut Umweltbundesamt haben Verkehrsstörungen zu einem erhöhten Benzinverbrauch von 288 Millionen Liter und zusätzlichen 714.000 Tonnen CO₂-Ausstoß geführt. Viele weitere Daten ließen sich angeben, um die Bedeutung des stockenden Straßenverkehrs aufzuzeigen.

Welche hilfreichen Beiträge zur Verkehrsproblematik kann die Mathematik liefern?

Die Ursachen der Verkehrsprobleme sind vielfältig und natürlich nicht vollständig mathematisch beschreibbar. Seit den fünfziger Jahren werden beginnend mit Forschungsarbeiten in den USA Verkehrsphänomene methodisch mit Hilfe von mathematischen Ansätzen untersucht. Im Vordergrund stehen seither analytische und numerische Methoden, die das Verhalten des Verkehrs vorhersagen und simulieren. Zusätzlich werden in jüngster Zeit vermehrt Fragen der optimalen Verkehrssteuerung diskutiert. Langfristig ist ein Ziel der mathematischen Modellierung und Simulation, durch präzise Vorhersage zusammen mit einer intelligenten Umleitungsempfehlung via Routenplaner oder Anzeigetafeln an Autobahnen mögliche Stauungen frühzeitig zu erkennen, deren Verlauf abzuschätzen und Verkehrsteilnehmern die Möglichkeit zu geben, ihre Fahrverhalten den Gegebenheiten anzupassen. Ein Beispiel für mathematisch simulierte Verkehrsprognosen in Nordrhein-Westfalen findet man unter www.autobahn.nrw.de.



Wie kann das Phänomen Verkehr mathematisch beschrieben werden?

Inzwischen existiert eine große Zahl an Modellen zur Beschreibung des Verkehrsphänomens. Diese reichen von mikroskopischen Modellen für einzelne Teilnehmer bis hin zu makroskopischen Modellen. In den makroskopischen Modellen werden Aussagen über die Verkehrsdichte $p_j(x, t)$, also die Anzahl der Teilnehmer pro Meter Straße x zum Zeitpunkt t auf Straße j , getroffen. Eine mathematische Gleichung erhält man aus dem Grundsatz der Erhaltung der Fahrzeuge entlang jedes Straßenstückes:

$$\partial_t p_j(x, t) + \partial_x f_j(p(x, t)) = 0$$

Dieses Modell wurde in den 50er Jahren von M. Lighthill und R. Whitham zur Beschreibung von Verkehrsfluss auf Autobahnen vorgeschlagen. Der auftretende mathematische Fluss f_j - Fahrzeuge pro Meter und Zeit - kann zum Beispiel aus experimentellen Daten bestimmt werden. Typischerweise erhält man eine konkave Funktion ähnlich der roten Linie im Diagramm in Bild 1, in dem die eingezeichneten blauen Punkte Messwerte sind. Falls man annimmt, dass der Fluss sich als $f_j(x, t) = p_j(x, t) v_j(x, t)$ Produkt der Dichte $p_j(x, t)$ und der durchschnittlichen Geschwindigkeit $v_j(x, t)$ darstellen lässt, ist

die Form erklärbar: In Bereichen geringer Verkehrsdichte, das heißt wenige Autos, wird mit hoher Geschwindigkeit und in Bereichen hoher Dichte aber mit geringer Geschwindigkeit gefahren.

Welche Vorhersagen ergeben sich aus dem mathematischen Modell?

Die Gleichung lässt ebenfalls Aussagen über das qualitative Verhalten des Verkehrs zu. Eine mathematische Analyse zeigt, dass die Gleichung zwei Klassen von Lösungen erlaubt. Im Falle, dass Verkehrsteilnehmer aus einem Bereich hoher in einen Bereich mit geringer Dichte fahren, ist die mathematische Lösung „glatt“. Sie bewegt sich in derselben Richtung wie der Verkehr. Anschaulich bedeutet dies, dass Autos kontinuierlich anfahren, wie es zum Beispiel nach der Rotphase einer Ampel zu beobachten ist. Eine qualitative unterschiedliche Lösung ergibt sich in der umgekehrten Situation. Angenommen Verkehrsteilnehmer fahren aus einem Bereich niedriger in einen hohen Verkehrsdichte, dann sagt die Modellgleichung eine unstetige Lösung vorher, die sich gegen die Fahrtrichtung ausbreitet. Dieses Phänomen ist als Stau bekannt. Eine Interpretation der mathematisch vorhergesagten Lösung könnte die folgende sein: Betrachtet man von einem Helikopter aus in einem Stau das

Mathematik bewegt: Staufrei dank Differentialgleichungen. Foto: Peter Winandy

Bremsverhalten der Teilnehmer, so erkennt man, dass das Aufleuchten der Bremslichter der Autos sich gegen die Fahrtrichtung ausbreitet. Interessant ist, dass das vorgeseigte Verhalten allein aus der Form des Fundamentaldiagramms folgt und nicht a priori modelliert worden ist! Somit wurde aus der einfachen Annahme der Erhaltung der Autos und einiger Messwerte ein - einfaches - mathematisches Modell aufgestellt, dessen Lösung zwei wesentliche Verkehrsphänomene, den frei fließenden und den stockenden Verkehr, beschreibt. Ein Beispiel einer numerischen Simulation einer komplizierten Lösung $p_j(x, t)$ ist in dem x - t -Diagramm in Bild 2 abgebildet.

Welche Erweiterungen werden aktuell diskutiert?

Neben der Modellierung des Verkehrsflusses auf Straßen sollte Verkehrsfluss auch auf Kreuzungen beschrieben werden. Im einfachsten Fall werden Prozentsätze angegeben, die den Fahrern vorgeben, in welche Richtung sie weiterfahren sollten. Diese Empfehlungen können zur optimalen Auslastung eines gegebenen Netzes verwendet werden. Heute sind diese Informationen zum Teil als Umleitungsempfehlungen in

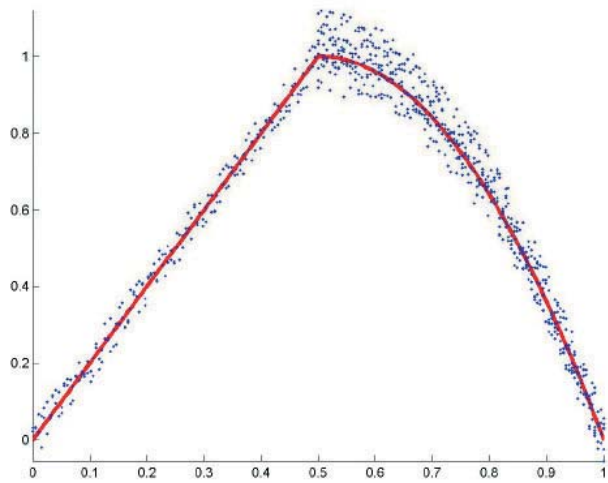


Bild 1: Fundamentaldiagramm für einfache Verkehrsmodelle. Dieses Diagramm zeigt die Abhängigkeit des Verkehrsflusses (y-Achse) von der Verkehrsdichte (x-Achse). Die rote Linie ist die mathematische Näherung, während die blauen Punkte Messpunkte sind.

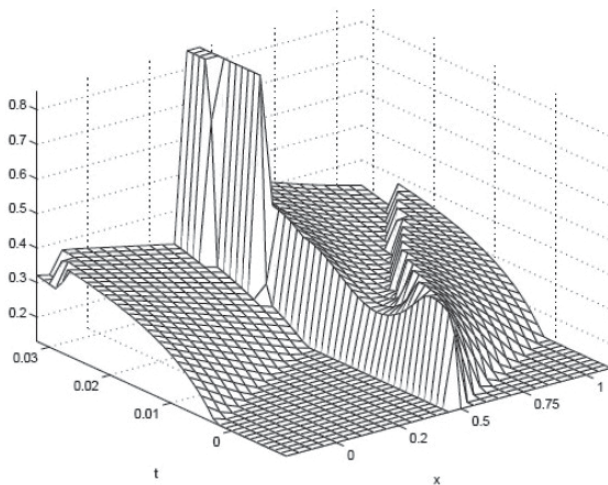


Bild 2: Simulation der räumlichen und zeitlichen Veränderung der Verkehrsdichte im Falle einer Auffahrt. Die Auffahrt befindet sich an der Stelle $x=1/2$ und ist nicht dargestellt. Das Bild zeigt lediglich die Verkehrsdichte auf der Hauptstraße. Durch stetige Zufahrt beobachtet man zur Zeit $t=0.025$ eine sprunghafte Erhöhung. Dies ist ein Stau, der durch die zu geringe Kapazität der Hauptstraße entstanden ist.

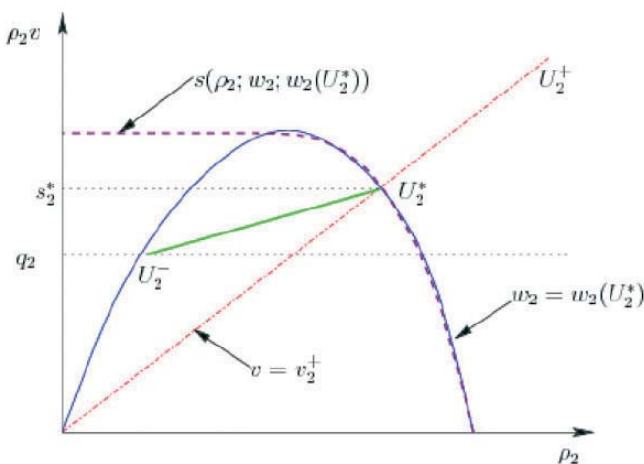


Bild 3: Komplexere mathematische Modelle erweitern die ursprüngliche Dichte-Fluss Beziehung, die in Bild 1 dargestellt war. In dem gezeigten Diagramm erhält man entlang der roten Geraden eine Schar verschobener Fundamentaldiagramme, die zum Beispiel zur Beschreibung von PKW- und LKW-Verkehr benutzt werden können.

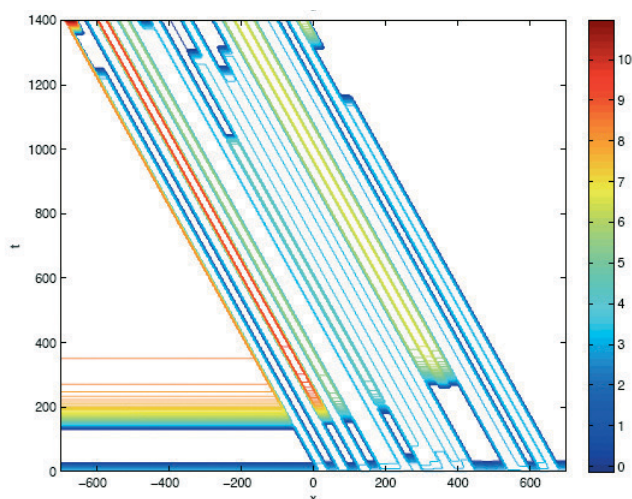


Bild 4: Mit einem Modell basierend auf Differentialgleichungen mit Verzögerungen können komplexe Verkehrsmuster erzeugt werden. In der dargestellten Simulation sind die Höhenlinien eines Dichteprofiles in Raum und Zeit aufgezeichnet. Bereiche hoher Dichte (rot) wechseln sich mit Bereichen niedriger Dichte (blau) ab. Solche Phänomene sind als Stop-and-Go-Wellen auch auf Autobahnen beobachtet worden. Durch Analyse der Gleichungen versucht man zum Beispiel zu verstehen, woher diese Wellen kommen und ob sie stabil sind.

Navigationssystemen und dynamischen Anzeigetafeln in die Praxis umgesetzt.

Das einfache Modell erlaubt nur eine durchschnittliche Geschwindigkeit für alle Fahrzeuge. LKWs und PKWs haben jedoch stark unterschiedliches Fahrverhalten. Ein Modell mit mehr Variabilität für die Geschwindigkeiten ist im letzten Jahrzehnt vorgeschlagen worden und beruht auf der im Bild 3 dargestellten Modifikation des vorher vorgestellten Fundamentaldiagramms. Das ursprüngliche Modell wurde dann um eine zweite Gleichung erweitert. Dadurch ergibt sich ein hyperbolisches System, welches weitere Vorhersagen erlaubt und deren Untersuchung Grundlage aktueller Forschung ist.

Neben einfachen Staus gibt es eine weitere Vielzahl an Phänomenen, die auftreten können. Ein Beispiel sind die Stop-and-Go-Wellen. Im täglichen Autobahnverkehr erlebt man häufig die Situation einer Phase scheinbar spontanen plötzlichen Verlangsamens gefolgt von anschließender Beschleunigung. Eine Möglichkeit zur Erklärung und Vorhersage dieses Verhaltens ist im Rahmen einer Stabilitätsanalyse spezieller Lösungen eines modifizierten Systems. In Bild 4 sind Isolinien für Simulationsergebnisse der Fahrzeuggeschwindigkeit abgebildet. Leichte Störungen in den Anfangsdaten für die spontanen Beschleunigungen führen hier zu Wellenausbreitungen der starken Geschwindigkeitsschwankungen. Diese Lösung kann als Stop-and-Go-Welle interpretiert werden.

Die mathematische Modellierung und Analyse der Verkehrsphänomene kann seit den Anfängen in den 50er Jahren inzwischen die verschiedensten Phänomene erklären und zur aktuellen Vorhersage von Verkehrsverhalten beitragen. Die Mathematik hat hier praxisbezogene Beiträge liefern können. Moderne Navigationssysteme oder automatisch gesteuerte Umleitungssysteme wären ohne das mathematisch-technische Grundlagenverständnis nicht möglich. Verkehr und Logistik werden auch in naher Zukunft beherrschende Themen in der technisierten und globalisierten Welt sein. Die präzise und korrekte Vorhersage von Auswirkungen der Transportphänomene auf Mensch und Umwelt ist hier ein Teilaspekt neuer Fragestellungen, der wiederum Anstoß für weitere mathematische Untersuchungen geben wird.

www.mathc.rwth-aachen.de

Autor:
Univ.-Prof. Dr.rer.nat. Michael Herty betreut das Lehr- und Forschungsgebiet Mathematik (Kontinuierliche Optimierung).

Wie viele Patienten braucht eine Klinische Studie?

Klinische Studien sind ein wichtiges Instrument zur wissenschaftlichen Absicherung der Effizienz einer Behandlung von Erkrankungen. Bei der Planung und Durchführung von klinischen Studien müssen viele Aspekte berücksichtigt werden. Neben der Festlegung des Studienziels und der Wahl des geeigneten Studiendesigns, ist die Bestimmung der benötigten Patientenzahl ein wesentlicher Punkt der Studienplanung.

In einer Studie, die in der Medizinischen Klinik I des Universitätsklinikums Aachen durchgeführt wurde, sollte das therapeutische Potenzial von Kakao mit hohem Flavanolgehalt bei kardiovaskulären Erkrankungen diabetischer Patienten untersucht werden. In der Planungsphase dieser Studie wurden die Statistiker von den Medizinern gefragt, wie viele Patienten behandelt werden müssen, damit die Studie eine ausreichend große Aussagekraft aufweist.

Mit Hilfe der Studie sollte eine verbesserte Wirksamkeit von Kakao mit hohem Flavanolgehalt nachgewiesen werden. Hierzu muss eine Abgrenzung der Wirkung unter der Therapie mit einer hohen Flavanol dosis gegenüber derjenigen Wirkung, die „üblicherweise“ in einer solchen Patientengruppe beobachtet werden würde, erfolgen. Zur Minimierung äußerer beeinflussender Faktoren wählt man eine zeitgleich rekrutierte Vergleichsgruppe, die einen Kakao mit niedrigem Flavanolgehalt erhalten soll. Darüber hinaus benötigt man ein Bewertungskriterium, etwa den Durchmesser der Arteria brachialis, zur Bemessung der verbesserten Wirksamkeit. Insgesamt lässt sich damit die Ausgangsfragestellung in zwei komplementäre statistische Hypothesen übertragen: Die Ausgangshypothese oder Nullhypothese beschreibt den Zustand, dass keine Wirksamkeit vorliegt, das heißt, dass sich die erwarteten Durchmesser zwischen den beiden Gruppen nicht unterscheiden. Ziel des statistischen Nachweises ist es, diese Nullhypothese zugunsten der Alternativhypothese „die erwarteten Durchmesser zwischen den beiden Gruppen unterscheiden



sich“ zu verwerfen. Dabei beschreiben die Hypothesen eine Eigenschaft, etwa den Wirksamkeitsunterschied, einer gedachten, zeitlich unbeschränkten, unendlich großen Population. Diese Eigenschaft wird üblicherweise mit dem Begriff „Wirklichkeit“ umschrieben. Für die Studie entspricht diese Population der Menge aller Diabetiker mit einer kardiovaskulären Erkrankung. Nach Beobachtung der Durchmesser bei jedem Patienten zweier unterschiedlich behandelter Patientengruppen wird ein statis-

tischer Test durchgeführt, dessen Ergebnis unter Berücksichtigung der Wirklichkeit vier Möglichkeiten aufweist: Einerseits kann auf der Basis des statistischen Tests die unbekannte Wirklichkeit bestätigt werden. Dies ist dann der Fall, wenn die Nullhypothese gleicher Wirksamkeit verworfen wird und dies in Wirklichkeit auch korrekt ist, oder wenn die Nullhypothese gleicher Wirksamkeit nicht verworfen wird und dies in Wirklichkeit auch nicht zutrifft. Problematischer sind die beiden Fälle nicht übereinstimmender

Entscheidungen. Man spricht von einem Fehler erster Art, wenn das Verwerfen der Nullhypothese im Gegensatz zur Wirklichkeit steht. Die Häufigkeit des Auftretens solcher Fälle möchte man in engen Grenzen halten, weshalb man als Wahrscheinlichkeit für einen Fehler erster Art fünf Prozent vorgibt. Würde die Studie unter denselben Bedingungen beliebig häufig wiederholt und besteht kein Unterschied zwischen den Behandlungen, so ergäben sich aufgrund von Zufallsschwankungen nur in durchschnittlich fünf

Statistiker planen den Stichprobenumfang



Medizinische Studien brauchen Mediziner und Statistiker. Am Universitätsklinikum Aachen wird beispielsweise das therapeutische Potenzial von Kakao mit hohem Flavanolgehalt bei kardiovaskulären Erkrankungen diabetischer Patienten untersucht.
Foto: Peter Winandy

zu. Es lässt sich nämlich nachweisen, dass die Anzahl zu behandelnder Patienten von der Größenordnung des nachzuweisenden Unterschiedes abhängt. Wie erwartet steigt die Zahl, wenn der nachzuweisende Unterschied kleiner ist. Andererseits benötigt man auch eine gewisse Anzahl von Patienten, um einen Unterschied überhaupt nachweisen zu können. Hierzu ein Beispiel: In einer Quizshow soll ein Kandidat nachweisen, dass er eine bestimmte Fähigkeit besitzt. Dazu soll der Kandidat diese Fähigkeit in vier Versuchen unter Beweis stellen dürfen. Die Nullhypothese würde lauten, dass die Wahrscheinlichkeit rein zufällig die Fähigkeit erfolgreich nachzuweisen 0.5 beträgt. Die entsprechende Alternative lautet, dass die Wahrscheinlichkeit von 0.5 verschieden ist. Nun nehmen wir an, dass der Kandidat in allen möglichen Versuchen die Fähigkeit nachweisen konnte. Die Wahrscheinlichkeit dafür beträgt unter der Gültigkeit der Nullhypothese $0.5^4 = 0.0625$. Dies bedeutet, dass in diesem Versuch die Nullhypothese nicht verworfen werden kann. Entgegen der emotionalen Bewertung hätten also alle vier Versuche auch rein zufällig erfolgreich verlaufen können, ohne dass der Kandidat diese Fähigkeit tatsächlich besitzt. Entsprechendes würde auch gelten, wenn der Kandidat fünf oder sechs Versuche hätte, von denen einer erfolglos verläuft.

Diese Überlegungen liefern jedoch keine befriedigende Lösung für das Problem der Festlegung einer Fallzahl. Denn durch dieses Vorgehen wird nicht sichergestellt, dass ein tatsächlich bestehender Unterschied auch mit hoher Wahrscheinlichkeit, entsprechend einer Power von 80 Prozent, entdeckt wird. Wendet man dies auf die Kakaostudie an und berücksichtigt, dass es zwei gleichgroße Patientengruppen geben soll und die verbesserte Wirksamkeit anhand des Durchmessers der Arteria brachialis beurteilt wird, so ist der Zusammenhang zwischen der Anzahl zu behandelnder Patienten je Gruppe und dem nachzuweisenden Effekt (Δ) gegeben durch die Faustformel $N = 16/\Delta^2$. Dabei be-

37

von 100 dieser Studien fälschlicherweise ein Wirksamkeitsunterschied. Andererseits kann auch die Situation auftreten, dass die Nullhypothese durch den statistischen Test nicht abgelehnt wird, obwohl diese in Wirklichkeit zutrifft. Die Gegenwahrscheinlichkeit für das Auftreten dieser Fehlentscheidung, der so genannte Fehler zweiter Art, wird als Power bezeichnet und gibt die Empfindlichkeit des statistischen Tests an. Üblicherweise wird im Rahmen klinischer Studien 80 Prozent oder mehr gewählt. Die-

se Wahrscheinlichkeit besagt, dass bei beliebig häufiger Wiederholung der Studie ein tatsächlich bestehender Unterschied auch in durchschnittlich 80 von 100 dieser Studien korrekterweise entdeckt wird.

Sollte eine Studie jedoch nicht ausreichend dimensioniert sein, wenn etwa die Zahl der Patienten in den beiden Gruppen nicht genügend groß ist, wird man sehr häufig einen tatsächlich bestehenden Unterschied durch die Studie nicht nachweisen kön-

nen. Dann ist die Power des Versuchs geringer als 80 Prozent. In der Praxis wird die Größenordnung des nachzuweisenden Unterschiedes Gegenstand von Abwägungen zwischen dem Statistiker und dem Kliniker sein, wobei Schweregrad und Folgen der Krankheit zu berücksichtigen sind.

Patientenzahl versus Unterschied
Der Frage nach der Dimensionierung einer Studie kommt eine entscheidende Bedeutung bei der Planung einer klinischen Studie

Statistiker im Gespräch
mit einer Studienkoordinatorin.
Foto: Peter Winandy



zeichnet Δ den Unterschied im mittleren Durchmesser der Arteria brachialis dividiert durch die gemeinsame Standardabweichung. Die Wahl von Δ wird durch keinen internationalen Standard allgemeingültig vorgegeben, so wie dies etwa für die Wahrscheinlichkeiten für einen Fehler erster Art oder zweiter Art – mit fünf Prozent und 80 Prozent – durch die Internationalen Guidelines zur Durchführung Klinischer Studien gegeben ist. In der Praxis wird die Größenordnung des Effektes Δ abhängig von der klinischen Situation festgelegt, so dass in vielen klinischen Disziplinen, wie etwa der Onkologie, auch der Nachweis kleiner Unterschiede etwa in der Mortalitätsrate interessieren.

Abschätzung des Unterschieds

Wie aber gelangt man zu einer Abschätzung für den nachzuweisenden Effekt Δ ? Hierzu gibt es im Allgemeinen drei Ansätze: Möglicherweise liegen zu derselben Fragestellung Ergebnisse einer vergleichbaren Population und ähnlichem Studientyp vor. Dann können, wenn in der Literatur die notwendigen Daten angeführt werden, diese für eine Abschätzung von Δ herangezogen werden. Ist dies nicht der Fall kann eine Vorstudie mit begrenztem Umfang von höchstens zehn Patienten die gleichen Erkenntnisse liefern. Der Vorteil einer

Vorstudie besteht sicherlich auch in der Erprobung des Studienszenarios, hierzu später mehr. Die letzte Möglichkeit besteht in der „plausiblen“ Annahme über den zu erwartenden Unterschied. Man bewertet im Fall des Mittelwertunterschiedes ein Δ von 0.2 als kleinen, 0.4 als mittleren und 0.8 als großen nachzuweisenden Unterschied. Setzt man dies in die obige Formel ein, so ergeben sich Fallzahlen von 400, 100 oder 25 pro Gruppe. In der Kakaostudie kann ein Δ von 0.9 angenommen werden, woraus eine geplante Patientenzahl von 20 je Gruppe resultiert. Die bisherigen Betrachtungen liefern eine valide Abschätzung für die Anzahl zu behandelnder Patienten, wenn zwei Behandlungsgruppen – also zwei Therapien – anhand eines kontinuierlichen Bewertungskriteriums miteinander verglichen und die Werte des Bewertungskriteriums normalverteilt sind. Dies ist sicherlich nicht der Fall, wenn die Behandlungen anhand eines Kriteriums verglichen werden, welches lediglich wenige diskrete, geordnete Werte aufweist. Ein Beispiel für ein solches Kriterium wäre eine Einschätzung des Arztes über den Behandlungserfolg auf einer vierstufigen Skala mit sehr gut, gut, mittel, und schlecht. In einem solchen Fall würde man einen statistischen Test verwenden, der auf dem Vergleich der Häufigkeitsverteilung

der Ausprägungen basiert, was in der obigen Formel zur näherungsweisen Abschätzung der benötigten Patientenzahl durch einen Korrekturfaktor aufgefangen werden kann.

Wird nun auf der Basis dieser Überlegungen die Anzahl bestimmt, so muss bei der Durchführung Klinischer Studien berücksichtigt werden, dass die vor der Studie festgelegte Anzahl selten erreicht wird. Hier sind es vor allem praktischen Gründe, wie ein Umzug oder das Nicht-Erscheinen eines Patienten zu den Nachuntersuchungen, aber auch Therapieabbrecher, die dazu führen, dass nicht für alle Patienten Beobachtungen am Ende der Studie vorliegen. Selbstverständlich resultiert aus einem Unterschreiten der geplanten Anzahl eine Reduzierung der Power. Um dies zu kompensieren, wird im einfachsten Fall die avisierte Anzahl um den zu erwartenden Anteil von Verlusten – der Dropoutrate – erhöht. Dieses Vorgehen ist jedoch nur dann zulässig, wenn das Auftreten von Dropouts unabhängig von der Therapie und begleitenden Faktoren ist. Kann dies nicht mit Sicherheit angenommen werden, so sind modifizierte Überlegungen notwendig.

Es sei hier nur am Rande erwähnt, dass das „Auffüllen der Patientenzahl“ – etwa in Form für jeden Dropout-Patienten wird

ein Patient nachrekrutiert – nicht zu einer validen statistischen Aussage bei dieser Art der statistischen Modellbildung führt. Da die Zahl der nachträglich zu rekrutierenden Patienten bei diesem Vorgehen von der Beobachtung der vorangehenden Dropouts abhängt, sind andere statistische Verfahren, etwa sequenzielle statistische Verfahren, notwendig.

Benötigte Patientenzahl bei Vorinformationen

In manchen Situationen führen weitere Überlegungen dazu, die Annahmen über den nachzuweisenden Unterschied Δ zu modifizieren. So will man im Rahmen Klinischer Studien häufig den Erfolg als Veränderung gegenüber dem Ausgangszustand bemessen. Beispielsweise wurde im Rahmen einer europäischen Klinischen Studie im Bereich der Augenheilkunde, die Veränderung der Sehschärfe nach einem Jahr gegenüber dem Vorwert, in Abhängigkeit von der Wahl des Operationsverfahrens, bewertet. Die Patienten wurden durch eine Zufallszuteilung zugewiesen. Die Methode der Wahl zur Auswertung solcher Daten, ist eine Kovarianzanalyse, bei der die Beziehung zwischen Anfangs- und Endsehschärfe in den beiden Gruppen modelliert wird. Hinsichtlich der Anzahl, mag es ein-



sichtig sein, dass sich die Information über den Zusammenhang zwischen Anfangs- und Endwert positiv auf die Power des Vergleichs der beiden Operationsverfahren auswirkt. Unter gewissen Annahmen wie einer moderat positiven Korrelation von 0.5 zwischen Anfangs- und Endwert wird man mit einem um 25 Prozent reduzierten Stichprobenumfang auskommen, damit verändert sich die obige Faustformel zu $N=12/\Delta^2$.

Benötigte Patientenzahl in speziellen Studiendesigns

Darüber hinaus kann auch die Art der Studiendurchführung zu einer Reduzierung der benötigten Anzahl von Patienten führen. So wird in frühen Phasen der Arzneimittelentwicklung, in denen die Reaktion des Arzneimittels im Körper untersucht werden soll, den Studienteilnehmern zunächst ein Placebo und dann das neue Arzneimittel verabreicht. Um auszuschließen, dass die beobachtete Reaktion nur von der Reihenfolge der Anwendung abhängt, wird einer zweiten Gruppe von Studienteilnehmern Placebo und Arzneimittel in umgekehrter Reihenfolge verabreicht. Dieses so genannte Crossover-Design zeichnet sich durch einen deutlichen Powergewinn aus, bedingt durch die Möglichkeit des Vergleichs der Behandlungen am selben Individuum.

Im Crossover-Design erhalten beide Gruppen beide Behandlungen, nur in umgekehrter Reihenfolge: Gruppe 1: Placebo, Arznei; Gruppe 2: Arznei, Placebo. Damit wird jeder Proband zu seiner eigenen Kontrolle. Unter der Annahme einer moderat positiven Korrelation von 0.5 zwischen den Messwerten desselben Patienten und einer nicht anhaltenden Wirkung über die erste Behandlungsperiode hinaus, lässt sich der Stichprobenumfang um 75 Prozent reduzieren. Eine weitere Reduktion ist durch die Wiederholung der Behandlung der zweiten Periode in einer dritten Periode möglich. Wenn solch komplexe Studienanlagen auch unter den gegebenen praktischen Bedingungen zu realisieren sind, können Empfehlungen zu optimalen Versuchsplänen hilfreich sein. Zur Zeit werden im Rahmen eines vom Bundesministerium für Bildung und Forschung geförderten Kooperationsprojektes der Ruhr-Universität Bochum, der Technischen Universität Dortmund, der Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg, der RWTH Aachen sowie einigen pharmazeutischen Unternehmen solche Versuchspläne entwickelt. Diese sind aber sicher nicht in allen klinischen Situationen anwendbar, etwa dann nicht, wenn sich der Schweregrad der Erkrankung über die Studiendauer ändert. Auch ethi-



Ihr Partner für wissenschaftliche Weiterbildung

Fachplanung und Bauleitung im Brandschutz (Brandschutzkoordinator/in)

Berufsbegleitendes zweisemestriges Weiterbildungsstudium für Fachkräfte des Bauhandwerks

Kursbeginn: Sommersemester 2009

Kursgebühren: 2800,-

Toleranzen im Fahrzeug- und Maschinenbau – Seminarreihe

Grundlagen Form- und Lagetoleranzen

Arithmetische und statistische Toleranzberechnungen

Strategien und Methoden für eine systematische Toleranzfestlegung

Kurstermine: auf Anfrage

Kursgebühren: auf Anfrage

Alle Kurse sind offen für Studierende im Hauptstudium entsprechender ingenieurwissenschaftlicher Studiengänge.

Information und Beratung

Iris Fritz

Zentrum für wissenschaftliche Weiterbildung der FH Köln (ZwW) e.V.

Claudiusstr. 1

50678 Köln

Tel.: 0221/8275-3145

weiterbildung@fh-koeln.de

www.fh-koeln.de Weiterbildung



Zentrum für wissenschaftliche Weiterbildung der Fachhochschule Köln (ZwW) e.V.

Anzeige

sche Überlegungen müssen bei der Planung der benötigten Patientenzahl berücksichtigt werden. Um die Sicherheit der Patienten in der Studie zu gewährleisten, ist man bestrebt, eine sich bereits im Laufe der Studie abzeichnende Wirkung möglichst frühzeitig zu entdecken. Dies impliziert, dass zu vorher festgelegten „Zeitpunkten“ die Daten ausgewertet werden, um die Studie möglicherweise vorzeitig beenden zu können. Natürlich haben Zwischenauswertungen einen negativen Effekt auf die Power der statistischen Aussage. Die Frage, wie groß dieser Powerverlust ist, lässt sich allgemein nicht beantworten. Hierzu ein Beispiel: Für eine Studie sah die Planung vor, dass 770 Patienten verteilt auf zwei Behandlungsgruppen zu rekrutieren seien. Da eine große Unsicherheit bei der Festlegung des nachzuweisenden Unterschiedes vor Studienbeginn bestand, sollte eine Verbesserung frühzeitig entdeckt werden. Dazu wurden drei Zwischenauswertungen geplant, so dass nach jeweils einem Drittel der rekrutierten Patienten eine Zwischenauswertung erfolgen sollte. Dieses Vorgehen zeichnet sich dadurch aus, dass vor allem bei der zweiten sowie bei der letzten Auswertung eine nahezu ähnliche Chance für das Entdecken eines tatsächlich bestehenden Unterschiedes besteht, wie bei einer Studie ohne

Zwischenauswertung. Für diesen Effekt muss die Patientenzahl zwar erhöht werden, aber lediglich um zwei Prozent.

Ein anderer Ansatz ist der des adaptiven Designs. Hierbei wird zunächst eine erste Studienphase durchgeführt und anhand der Auswertung der Ergebnisse dieser Studienphase über den Abbruch zu Gunsten der Wirksamkeit oder Unwirksamkeit oder aber über die Fortführung der Studie entschieden. Offensichtlich lässt sich mit diesem Ansatz die bestehende Unsicherheit bei der Festlegung des nachzuweisenden Unterschiedes überbrücken, wenn man die erste Phase als Vorstudie betrachtet. Die Medizinische Statistik liefert für die Planung der benötigten Patientenzahl in klinischen Studien viele methodische Ansätze, in die sowohl klinische Inhalte, ethische Gesichtspunkte sowie das statistische Analyseverfahren mit einfließen. In jedem Fall sollte man prüfen, ob sich die erforderliche Patientenzahl durch ein alternatives Studiendesign minimieren lässt.

Autoren:

Dr.rer.med. Dipl.-Stat. Nicole Heussen ist Wissenschaftliche Mitarbeiterin am Institut für Medizinische Statistik. Univ.-Prof. Dr.rer.nat. Ralf-Dieter Hilgers ist Leiter des Instituts für Medizinische Statistik.

5 vor 12

DIE AACHENER WISSEN- SCHAFTS- NACHT

14.11.2008



Filmfestival • Theater • Vorträge • Workshops
Kabarett • Ausstellungen • Kindertheater • Musik

GEFÖRDERT VOM



Bundesministerium
für Bildung
und Forschung



RWTHAACHEN
UNIVERSITY

Deutsche Telekom
Stiftung



ZEITWISSEN

WISSENSCHAFTS HERBST AACHEN 2008

AACHEN/JÜLICH 9.-18.11.2008



Wissenschaftsjahr 2008
Mathematik
Alles, was zählt

WWW.AACHENER-WISSENSCHAFTSHERBST.DE

Diskret, leicht zu merken und massenhaft verfügbar

Die RWTH-Kundennummer ist eine einfache aber robuste Identitätsnummer

RWTHTHEMEN 2/2008

Wozu vergibt die RWTH eine Kundennummer? Wie bei allen Organisationen, die viele Personen als Kunden oder Mitglieder zu verwalten haben, reicht auch bei einer Hochschule der Name einer Person allein nicht aus, um ein Zeugnis auszustellen, ein Buch auszuleihen oder eine Klausuranmeldung vorzunehmen. Bei mehreren Zehntausend Studierenden, Alumni und Mitarbeitern ist die Gefahr zu groß, dem falschen „Thomas Lehmann“ oder der falschen „Julia Schröder“ eine Mahnung für ausgeliehene Bücher zu schicken oder sie mit einem vorzeitigen Diplomzeugnis für das falsche Fach zu beglücken. Eine Lösung wäre natürlich, den Namen immer nur in Kombination etwa mit der Anschrift, dem Geburtsort und dem Geburtsdatum zu verwenden. Allerdings sollen nicht bei jedem Verwaltungsvorgang all diese Informationen offengelegt werden müssen. Daher verwenden Organisationen in der Regel Kundennummern oder Mitgliedsnummern, um eine Person eindeutig zu identifizieren.

Leider nutzt dabei jede Organisation eine andere Methode, um die Nummern zuzuweisen. Das gilt nicht nur für die Vielzahl verschiedener Verwaltungen, wie etwa den Rentenversicherungen, Krankenversicherungen, Meldebehörden, Finanzämtern oder Automobilklubs, sondern bereits innerhalb einzelner Organisationen: Das Studierendensekretariat vergibt Matrikelnummern, die Personalabteilung Personalnummern, die Bibliothek markiert Lesesaumweise mit einer Zahlenkombination und das Rechen- und Kommunikationszentrum vergibt Benutzerkennungen. Wie nicht anders zu erwarten, sind diese Nummern und Kennungen völlig unabhängig voneinander und die meisten betroffenen Personen benötigen mehrere solcher Zahlenkombinationen: Viele Studierende beispielsweise stehen als Wissenschaftliche Hilfskräfte in einem Angestelltenverhältnis und nutzen sowohl die Bibliothek als auch die Dienste des Rechen- und Kommunikationszentrums. Im Rahmen der Einführung eines Identitätsmanagements an der RWTH wurde nun beschlossen,

mit jeder Person, die irgendwelche Dienstleistungen der Hochschule in Anspruch nimmt, eine einheitliche Kundennummer zu assoziieren, mit Hilfe derer sich die notwendigen Informationen bei Bedarf aus den verschiedenen Datenbanken synthetisieren lassen. Die Kundennummer soll also als Datenbankschlüssel verwendet werden und deshalb die folgenden Eigenschaften haben:

Großer Nummernvorrat: Für die nächsten Jahrzehnte sollen ausreichend viele Kundennummern zur Verfügung stehen, ohne alte erneut verwenden zu müssen. Mit einem konservativen Ansatz ist von 10.000 neuen pro Jahr zu vergebenden Kundennummern auszugehen.

Anonymität: Aus der Kundennummer sollen keine personenbezogenen Informationen ablesbar sein. Zurzeit werden Matrikelnummern zum Beispiel fortlaufend vergeben, woraus sich das ungefähre Eintrittsdatum erkennen lässt.

Leichte Merkbarkeit: Die Kundennummer soll einprägsam sein und leicht wiedererkannt werden.

Robustheit: Einfache Übermittlungs- oder Tippfehler sollen bemerkt werden, also keine gültige Kundennummer ergeben. Der Benutzer wird in diesem Fall einfach aufgefordert, die Zahlen neu einzugeben.

Gemeinsam haben der Lehrstuhl D für Mathematik sowie Christian Bischof und Guido Bunsen vom Rechen- und Kommunikationszentrum folgenden Vorschlag für eine einheitliche RWTH-Kundennummer, die so genannte RWTH-ID, vorgelegt. Inzwischen hat sie Einzug in die Praxis gehalten: Bisher wurden fast 44.000 RWTH-IDs an Angehörige der Hochschule vergeben.

Die verwendeten Symbole
Zunächst ist festzulegen, aus welchen Symbolen die RWTH-ID gebildet werden soll. Beschränkt man sich auf die zehn Ziffern benötigt man sechs Ziffern für $10^6 = 1.000.000$, also eine Million verschiedene Kundennummern und zusätzliche Stellen für Prüfziffern. Bildet man die Kundennummer jedoch aus den 26 Buchstaben des Alphabets unter Einbeziehung von Groß- und Kleinschreibung und den zehn Ziffern, so hat man 62 Symbole zur Verfügung. Damit können schon mit vier Symbolen $62^4 = 14.776.336$, also fast 15 Millionen, Kundennummern gebildet werden. Für die RWTH-ID finden unter Einbeziehung von Ziffern und Großbuchstaben 32 verschiedene alphanumerische Symbole Verwendung, die in Bild 1 aufgeführt sind. Kleinbuchstaben und Symbole, die leicht verwechselt werden können, werden nicht benutzt: Die Symbole I und J unterscheiden sich nur wenig von 1, das Symbol O nur wenig von 0 und das Symbol V nur we-

nig von U. Deshalb kommen I, J, O und V nicht vor. Damit kann man mit vier Symbolen $32^4 = 1.048.576$, mehr als eine Million, Kundennummern bilden und mit fünf Symbolen bereits $32^5 = 33.554.432$. Das ist eine komfortable Anzahl.

Kommt noch ein Prüfsymbol dazu erhält man eine sechsstellige RWTH-ID. Um ihren Wiedererkennungswert zu steigern, wird eine einheitliche Schreibweise vereinbart, die immer verwendet wird, wenn eine RWTH-ID auf Bescheinigungen, Anträgen, Ausweiskarten oder Internet-Seiten ausgegeben wird: Es kommen immer genau sechs Symbole zum Einsatz, wobei zwei Gruppen von je drei Symbolen durch einen Bindestrich voneinander getrennt werden, etwa SL8-BRX. Man kennt ein ähnliches Verfahren auch von Kreditkarten, auf denen die 16-stellige Kreditkartennummer in Vierergruppen dargestellt wird.

Damit sind bereits die ersten drei der genannten Anforderungen an gute Kundennummern für die RWTH-ID erfüllt. Was aber ist mit der Robustheit? Wenn man das Prüfsymbol der RWTH-ID irgendwie zufällig wählt, kann es passieren, dass man einen Übermittlungs- oder Tippfehler womöglich nicht bemerkt und einen Kunden falsch identifiziert. Die bei Weitem häufigsten Tippfehler bei Tastatureingaben sind einzelne falsche Symbole, so genannte „Einzelfehler“, und das Vertauschen zweier be-

00000	0		01000	8		10000	G		11000	R
00001	1		01001	9		10001	H		11001	S
00010	2		01010	A		10010	K		11010	T
00011	3		01011	B		10011	L		11011	U
00100	4		01100	C		10100	M		11100	W
00101	5		01101	D		10101	N		11101	X
00110	6		01110	E		10110	P		11110	Y
00111	7		01111	F		10111	Q		11111	Z

Bild 1: Übersetzung alphanumerischer Symbole in Binärfolgen.

nachbarter Symbole, so genannte "Dreher". Also kommt es darauf an, das Prüfsymbol so geschickt zu wählen, dass solche Fehler immer bemerkt werden. Hier kommt die Mathematik ins Spiel.

Die Kodierung

Zunächst werden die verwendeten Symbole in Folgen von fünf Binärziffern, also 0 oder 1, übersetzt, wie dies in Bild 1 angegeben ist. Es gibt gerade $2^5 = 32$ solcher Binärfolgen, was auch die Anzahl der ausgewählten Symbole erklärt. Eine RWTH-ID entspricht also einer Binärfolge der Länge 30; die alphanumerischen Symbole werden nur zur Ein- und Ausgabe benutzt. Für das Beispiel SL8-BRX erhält man etwa:

S	L	8	B	R	X
11001	10011	01000	01011	11000	11101

Polynome

Der Vorteil dieser Übersetzung ist, dass man mit diesen Binärfolgen sehr gut rechnen kann: Zunächst können die Binärziffern 0 und 1 addiert und multipliziert werden, so dass jeweils wieder 0 oder 1 herauskommt. Dies macht man einfach so, wie man es von den Zahlen 0 und 1 gewohnt ist, lediglich das Ergebnis der Addition von 1 und 1 ist nun eben $1 + 1 = 0$. Fasst man Addition und Multiplikation als Bitoperationen auf, so sind dies übrigens gerade "exklusives Oder" und "Und".

Eine Binärfolge $a_0, a_1, \dots, a_d$ der Länge $d+1$ interpretiert man als formale Summe $f = a_0 x^0 + a_1 x^1 + a_2 x^2 + \dots + a_d x^d$.

Ausdrücke dieser Form werden als Polynome in der Variablen x bezeichnet. Nach dieser weiteren Übersetzung entspricht einer RWTH-ID also ein Polynom mit $d = 29$. Dabei gibt es zulässige und unzulässige Polynome, also solche, die zu einer gültigen RWTH-ID gehören, und solche, die dies nicht tun. Die Aufgabe besteht nun darin, festzulegen, welche Polynome zulässig sein sollen und welche nicht.

Die Summenschreibweise von Polynomen legt bereits nahe, wie man mit Polynomen sinnvoll rechnen, sie also addieren und multiplizieren kann. Für die a_i sind Addition und Multiplikation schon festgelegt und insgesamt rechnet man so, wie es die aus der Schule bekannten Rechengesetze befehlen: Für die

Potenzen von x gilt das Potenzgesetz $x^i \cdot x^j = x^{i+j}$ und zwischen Addition und Multiplikation gilt das Distributivgesetz. Beim Rechnen mit Polynomen kommt es letztlich immer nur auf die zugrunde liegenden Binärfolgen an, deshalb können Addition und Multiplikation als Bitoperationen auf dem Rechner implementiert werden.

Die hier wichtigste Eigenschaft von Polynomen ist, dass sie analog zu den ganzen Zahlen eine Division mit Rest erlauben: „19 durch 7 ist 2 Rest 5“, das heißt es gilt die Gleichung $19 = 2 \cdot 7 + 5$. Die wesentliche Eigenschaft des eindeutig bestimmten Restes 5 ist, dass er kleiner als der Divisor 7 ist. Für Polynome kann man das ganz ähnlich so formulieren: Ist $f = a_0 x^0 + a_1 x^1 + a_2 x^2 + \dots + a_d x^d$ mit $a_d \neq 0$, so heißt d der Grad von f , wobei sich der Grad eines Polynoms als Ersatz für das „kleiner“ ganzer Zahlen erweist. Sind nämlich f und $g \neq 0$ Polynome, so gibt es eindeutig bestimmte Polynome q und r mit $f = q \cdot g + r$; wobei $r = 0$ oder der Grad von r kleiner als der Grad von g ist.

Mit einem der Division ganzer Zahlen völlig analogen Algorithmus kann man q und r berechnen, wobei dieser Algorithmus leicht mit einem rückgekoppelten Schieberegister für die notwendigen Bitoperationen implementiert werden kann. Wie bei den ganzen Zahlen gibt Division mit Rest noch Anlass zu folgenden Sprechweisen: Hat f bei Division durch g den Rest $r = 0$, so sagt man g teile f analog zu „7 teilt 14“; und ist das



Polynom 1 der einzige gemeinsame Teiler von f und g , so heißen f und g teilerfremd analog zu „11 und 7 sind teilerfremd“.

Zurück zur RWTH-ID und zur Aufgabe festzulegen, welche Polynome zulässig sein sollen. Mit den eben eingeführten Sprechweisen geht das so: Man wählt ein geeignetes Polynom g , hält dieses fest und genau diejenigen Polynome sollen zulässig sein, die von g geteilt werden. Die möglichen RWTH-IDs entsprechen den Polynomen vom Grad kleiner 30 und wählt man g vom Grad k etwa, so kann man zeigen, dass es genau 2^{30-k} zulässige Polynome gibt. Um zu sehen, wie g genau gewählt werden muss, um eine robuste Kundennummer zu erhalten, werden Einzelfehler und Dreher in die neue Sprache übersetzt.

Einzelfehler und Dreher

Bei der Bestimmung eines geeigneten Polynoms g nutzt man aus, dass Tippfehler bei der Eingabe der RWTH-ID aufgrund der Kodierung der Symbole in Binärfolgen der Länge fünf nur in bestimmten Fenstern der Binärfolge auftauchen. Ein Einzelfehler verändert maximal fünf Binärziffern in den Positionen 1-5 oder 6-10 und so weiter aber nicht fünf Binärziffern etwa in den Positionen 3-7. Ein Dreher verändert analog maximal zehn Binärziffern in den Positionen 1-10 oder 6-15 und so weiter durch Vertauschen des jeweils ersten und zweiten Blocks der Länge fünf darin.

Ist f ein zulässiges Polynom, das heißt f wird von g geteilt, so liefert ein Tippfehler ein gestörtes Polynom f' . Der Tippfehler wird bemerkt, wenn f' nicht zulässig ist, also wenn f' nicht von g geteilt wird. Eine genaue Untersuchung der gestörten Polynome f' , die von Einzelfehlern oder Drehern herkommen, zeigt, dass jeder Einzelfehler bemerkt wird, wenn g mindestens den Grad fünf hat und teilerfremd zum Polynom x ist und dass jeder Dreher bemerkt wird, wenn g teilerfremd zum Polynom $1+x^5$ ist.

Diese Analyse liefert also genaue Bedingungen an das zur Beschreibung gültiger RWTH-IDs benutzte Polynom g , so dass beim Eintippen einer RWTH-ID jeder Einzelfehler oder Dreher auch wirklich bemerkt wird. Da es möglichst viele zulässige Polynome geben soll, wählt man g von möglichst kleinem Grad mit den verlangten Eigenschaften, also vom Grad fünf. Man kann zeigen, dass es genau acht solcher Polynome vom Grad fünf gibt, darunter das so genannte USB-5-Polynom $g=1+x^2+x^5$, das auch in anderen Bereichen der Informationstechnik eine Rolle spielt und für die RWTH-ID verwendet wird. Damit gibt es also $2^{30-5}=2^{25}=32^5$ zulässige Polynome, das heißt gültige RWTH-IDs.

Prüfung und Erzeugung

Die Prüfung einer RWTH-ID ist nun ganz einfach: Man übersetzt sie mittels Bild 1 in eine Binärfolge der Länge 30, diese in ein Po-

lynom f vom Grad kleiner 30 und berechnet den Rest r der Division von f durch g . Nur wenn $r=0$ ist, das heißt g teilt f , ist die untersuchte RWTH-ID gültig. Für das Beispiel SL8-BRX erhält man

$$f=(1+x+x^4)+(1+x^3+x^4)\cdot x^5+(x)\cdot x^{10}+(x+x^3+x^4)\cdot x^{15}+(1+x)\cdot x^{20}+(1+x+x^2+x^4)\cdot x^{25}.$$

Dabei gehören die eingeklammerten Ausdrücke zu den Blöcken der Länge fünf in der zugehörigen Binärfolge und man kann nachrechnen, dass f von g geteilt wird.

Zur Erzeugung einer RWTH-ID geht man wie folgt vor: Man wählt eine beliebige Folge von fünf Symbolen aus Bild 1, die die letzten fünf Symbole einer gültigen RWTH-ID werden sollen. Diese übersetzt man in eine Binärfolge der Länge 25, dann in ein Polynom h vom Grad kleiner 25 und berechnet den Rest f der Division von $h\cdot x^5$ durch g . Dann ist $f=r+h\cdot x^5$ ein zulässiges Polynom vom Grad kleiner 30 und die daraus gebildete RWTH-ID besteht aus einem Prüfsymbol gefolgt von den gewählten fünf Symbolen. Zum Beispiel entspricht L8BRX dem Polynom $h=(1+x^3+x^4)+(x)\cdot x^5+(x+x^3+x^4)\cdot x^{10}+(1+x)\cdot x^{15}+(1+x+x^2+x^4)\cdot x^{20}$. Division von $h\cdot x^5$ durch g ergibt in der Tat den Rest $r=1+x+x^4$, der zur Binärfolge 11001, also Symbol S gehört.

Die Mitarbeiter vom Lehrstuhl D für Mathematik sowie dem Rechen- und Kommunikationszentrum sind überzeugt von „ihrer“ RWTH-ID.

Foto: Peter Winandy

Erweiterbarkeit

Sollte der Nummernvorrat doch irgendwann zur Neige gehen, so lässt sich die RWTH-ID übrigens auf beliebig lange Kundennummern erweitern, indem einfach die alten RWTH-IDs durch angehängte Nullen ergänzt werden. Damit geht keinerlei Verlust an Robustheit, sondern lediglich ein leichter Verlust von Anonymität einher, da es offensichtlich wird, wenn man zu den ersten paar Millionen Nutzern gehört!

www.math.rwth-aachen.de

Autor:

Privatdozent Dr.rer.nat Jürgen Müller ist Wissenschaftlicher Mitarbeiter am Lehrstuhl D für Mathematik.



Jobs & Karriere bei LANCOM

LANCOM Systems ist der deutsche Spezialist für Standortvernetzung, mobilen Datenzugang und drahtlose Netzwerke (WLAN) für Unternehmenskunden. Die an unserem Standort Würselen entwickelten Lösungen werden mit großem Erfolg in Deutschland und international vermarktet.

Das Herzstück unserer Produkte ist unser Betriebssystem LCOS. Für dessen Weiterentwicklung suchen wir fortlaufend qualifizierte und engagierte **Entwickler** (Embedded Software).

Das sollten Sie mitbringen:

- Spaß an der Entwicklung und Optimierung von Betriebssystemen
- Diplom, Bachelor oder Master in den Bereichen Informatik oder Elektrotechnik (oder vergleichbare Qualifikation)
- Engagement, Motivation und Teamgeist
- Berufserfahrung wünschenswert, aber keine Voraussetzung

Das bieten wir Ihnen:

- Sie gestalten ein Betriebssystem aktiv mit und sorgen damit beim Kunden vor Ort für spürbare Verbesserungen
- Sie werden Teil eines netten, hoch motivierten Entwickler-Teams
- Sie arbeiten in einem Unternehmen, in dem Technologie und Innovation groß geschrieben werden
- Eine attraktive Vergütung sowie umfangreiche Sozialleistungen

Wir haben Sie neugierig gemacht? Dann sollten wir uns kennen lernen! Unsere aktuellen Stellenangebote finden Sie im Internet unter www.lancom.de. Oder schicken Sie uns eine Initiativbewerbung. Wir freuen uns auf Sie!

Strömungen fordern die Numerik heraus

RAUPTHEMEN 2/2008

D

Die Geophysik weist eine Vielzahl interessanter Strömungen auf, die von der Atmosphäre über Ozeane, Seen und Flüsse bis hin zu Lawinen und Lavaströmungen reichen. Grundlegende Naturgesetze sind die Massenerhaltung und das zweite Newtonsche Gesetz, die Impulserhaltung. Das führt zu inkompressiblen, zeitabhängigen Strömungsgleichungen in drei Raumdimensionen mit oft hochkomplexen physikalischen Zustandsgesetzen für die beteiligten Kräfte.

In vielen Fällen macht erst eine sinnvolle Vereinfachung diese Gleichungen der Analyse und der numerischen Simulation zugänglich. Man betrachte folgendes Beispiel: Der Atlantik mit seinen Nebenmeeren hat eine Fläche von rund 106,2 Millionen km² und eine durchschnittliche Tiefe von rund 3,34 km. Wollte man nun eine Rechnung mit je einem Gitterpunkt pro km² Oberfläche und 10 m Wassertiefe durchführen, so hätte man circa $334 \times 106,2 \times 10^6 = 3,54 \times 10^{10}$ Gitterpunkte (fünfunddreißig Milliarden Punkte), auf denen man dann Zeitrechnungen über Tage und Wochen durchführen müsste, was mehrere hunderttausend Zeitschritte erfordern kann.

Eine klassische Vereinfachung ist die Dimensionsreduktion durch Tiefenmittelung, die zu den so genannten Flachwassergleichungen führt (Saint-Venant 1843). Diese Gleichungen modellieren Oberflächenwellen, deren Wellenlänge wesentlich größer als die Wassertiefe ist. Hierbei werden die Dichte und die horizontalen Geschwindigkeitskomponenten in der Tiefe gemittelt, und die vertikale Geschwindigkeit wird vernachlässigt. Das entstehende System ist nicht nur von niedrigerer Dimension - bei der oben genannten Auflösung wären das circa 106 Millionen Gitterpunkte. Mit ihm lassen sich auch die Strukturen von Oberflächenwellen sehr transparent beschreiben, wie beispielsweise die Wellen, welche ein Stein erzeugt, der in ein flaches Wasserbecken fällt, oder die Wellenfront eines Tsunamis auf

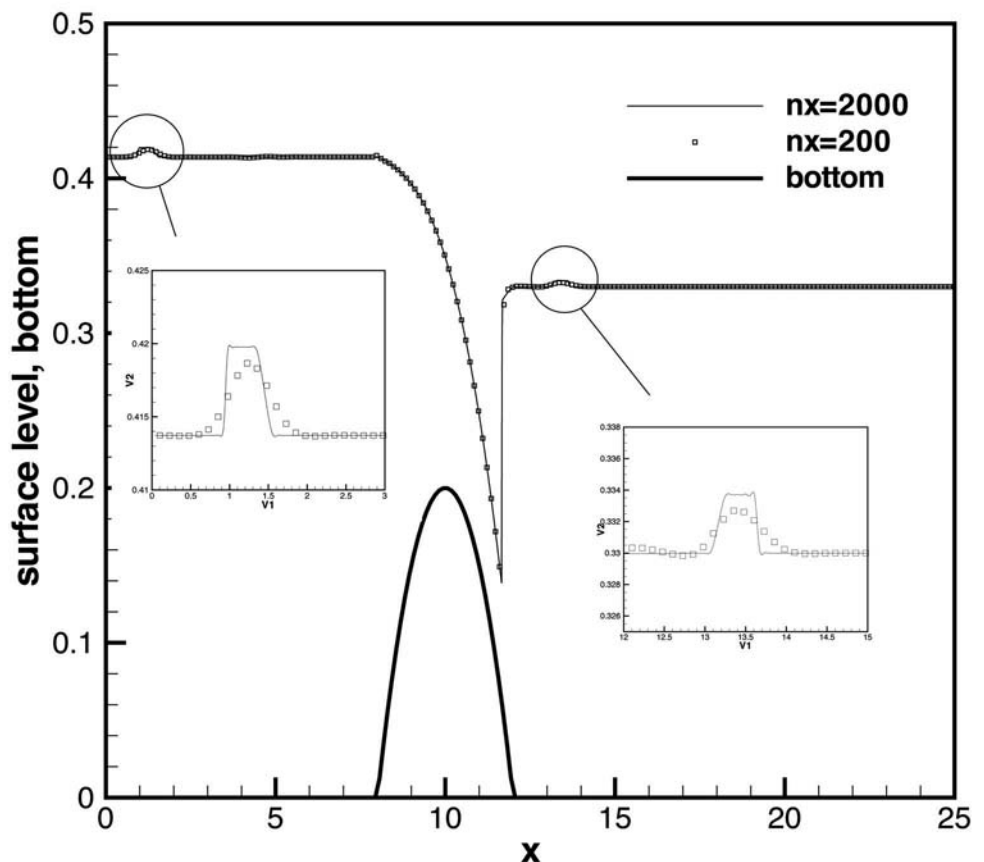


Bild 1: Wasserfall über eine eindimensionale Kanalstufe. Das Gleichgewicht wird fehlerfrei erfasst. Eine aufgebrachte Störung von 2,5 Prozent der Wasserhöhe wird nahezu perfekt über den Wasserfall transportiert, wie der Vergleich der beiden Detailausschnitte zeigt.

dem offenen Meer. Die Flachwassergleichungen gehören deshalb zur Familie der Wellengleichungen oder hyperbolischen Gleichungen. In einer Raumdimension schreibt man sie als

$$h_t + (hu)_x = 0 \quad (1)$$

$$(hu)_t + (hu^2 + \frac{1}{2}gh^2)_x = -ghb_x \quad (2)$$

wobei x , t Raum- und Zeitkoordinate sind und h , u die Wasserhöhe und horizontale Geschwindigkeit. Die Steigung des Untergrundes ist b_x , und g ist die Gravitationskonstante.

Herausforderungen für die Numerik

Es gibt mehrere analytische und numerische Schwierigkeiten bei der Lösung dieser Gleichungen, und eine Arbeitsgruppe der Abteilung Numerische Mathematik hat eine Reihe von Beiträgen zu ihrer Lösung geliefert:

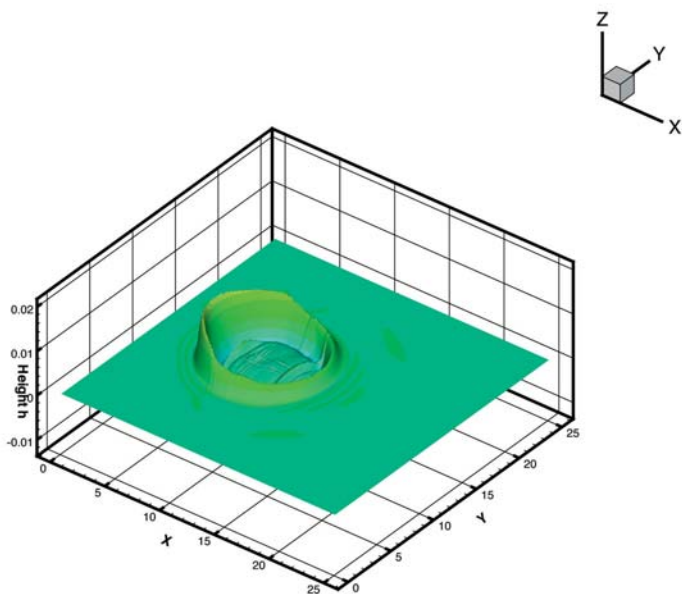
● Die Nichtlinearität

$$hu^2 + \frac{1}{2}gh^2$$

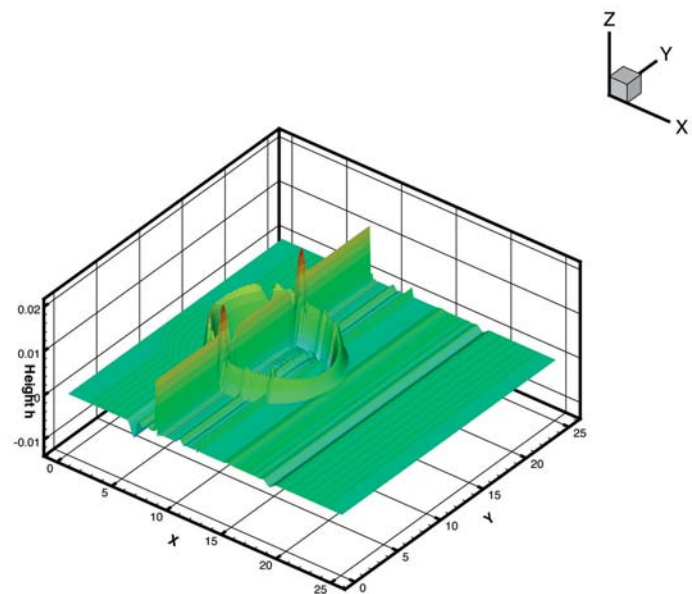
führt zur Entstehung von Singularitäten. Das sind sich brechende Wellen, die in der Theorie hyperbolischer Erhaltungssätze auch Stoß- oder Schockwellen genannt werden. So genannte „konservative“ Verfahren lösen Schocks scharf und robust auf, siehe Bild 1.

● Die Gravitationsbeschleunigung $-gh_b_x$ wirkt dem Gradienten des hydrostatischen Drucks $(g/2)(h^2)_x$ in der Natur entgegen. Beides sind große Kräfte, die sich in der Regel nahezu perfekt aufheben. Man nennt das ein hydrostatisches Gleichgewicht, und es ist von großer Bedeutung, dieses in Simulationen zu erhalten. Beide Kräfte wurden traditionell aber mit Algorithmen behandelt, die zwar je-

Mathematische Modellierung und Simulation in der Geophysik



a)



b)

Bild 2: Störung eines fließenden Gewässers im zweidimensionalen Kanal. a) korrekte Bilanzierung nach Noelle, Xing und Shu. b) Numerische Störung aufgrund vereinfachter Bilanzierung.

der für sich für den jeweiligen Term bestens untersucht waren. Das Zusammenspiel der beiden algorithmischen Komponenten verletzte aber in vielen Fällen das geophysikalische Gleichgewicht. Die so entstehenden Oszillationen ließen sich dann nur schwer von den wirklichen physikalischen Wellen unterscheiden, was Simulationen unbrauchbar oder unnötig teuer machte, siehe Bild 2.

● Verfahren hoher Genauigkeit sind zwar je Rechenschritt teurer als solche niedriger Genauigkeit. In vielen Fällen erreichen sie eine vorgegebene Fehlertoleranz aber schon auf deutlich größeren Gittern, und können deshalb insgesamt Rechenzeit sparen. Erst in jüngster Zeit ist es Noelle, Pankratz, Puppo und Natvig sowie einer spanischen und amerikanischen Gruppe

mit jeweils unterschiedlichen Methoden gelungen, korrekt bilanzierte Verfahren hoher Genauigkeit zu entwickeln, siehe Bild 1.

● Die korrekte Bilanzierung komplexerer geophysikalischer Gleichgewichte, wie zum Beispiel fließende Gewässer, Strömungen mit Bodenreibung oder Erdrotation stellt neue Herausforderungen dar. Vor kurzem konnten Noelle, Xing und Shu erstmals ein korrekt bilanziertes Verfahren hoher Ordnung für fließende Gewässer konstruieren (siehe Bild 1-2). Die Kernschwierigkeit war es, aufgrund der berechneten numerischen Zell-Mittelwerte der physikalischen Erhaltungsgrößen (Wassertiefe, Massenfluss) zu entscheiden, ob ein Gleichgewicht vorliegt, welches durch eine punktweise Energiebilanz be-

schrieben wird. Dieses Kernelement ist sofort von zwei anderen weltweit führenden Arbeitsgruppen aufgegriffen und weiterentwickelt worden.

● Wasserströmungen können zu einer Vielzahl von Randbedingungen führen. Oft muss die Bodenreibung berücksichtigt werden, deren Modellierung je nach Untergrund eine große Herausforderung ist. Gewässer haben meist freie Ränder (Strand, Flus-sufer). Hier muss man unbedingt sicherstellen, dass die jeweils neu berechneten Wasserhöhen nicht-negativ bleiben. Das ist oft ein sehr schwieriges Detailproblem. In einer Raumdimension wurde hierfür für ein tiefengemitteltes Lawinenmodell ein eleganter Frontverfolgungs-Algorithmus entwickelt, siehe Bild 3.

● Weitere Randbedingungen entstehen, wenn man nur einen

Ausschnitt eines Gewässers rechnet, zum Beispiel den Golfstrom als Ausschnitt des Atlantiks. Dann hat das Rechengelände offene Ränder, über die Wellen mit beliebigen Richtungswinkeln frei ein- und auslaufen sollten. Ad-hoc Algorithmen führen hier leicht zu künstlichen Oszillationen, siehe Bild 4.

Instabilitäten des Golfstroms

Einer der führenden norwegischen angewandten Mathematiker und Ozean-Spezialisten, Björn Gjevik, sagte in den vergangenen Jahren aufgrund linearer Stabilitätsbetrachtungen und numerischer Experimente eine Klasse von Instabilitäten des Golfstroms voraus. Aufgrund der zeitlichen Variation des Golfstroms können sich horizontale Wirbel von mehreren hundert Kilometern Durchmesser mit erheblichen Wassergeschwindigkeiten ausbilden. Ein Schwachpunkt der Vorhersage war jedoch, dass die Strömungsrechnungen mit einem traditionellen Finiten-Differenzen-Verfahren durchgeführt worden waren, welches in gewissen Situationen rein numerisch bedingte Instabilitäten entwickelt. In Zusammenarbeit mit Gjevik führten wir unabhängige Rechnungen mit unserem hochgenauen und stabilen Verfahren durch. Dabei konn-

ten wir nicht nur Gjeviks Vorhersagen bestätigen, sondern auch eine neue Einström-Randbedingung für den Golfstrom aufstellen, siehe Bild 4.

Weitere laufende und geplante Projekte betreffen die Überlagerung und Vermischung von Mittelmeer und Atlantik, die wir mit den Professoren Manuel Castro und Carlos Pares der Universität Malaga und Gabriella Puppo des Politecnico Torino durchführen. Eine verbesserte Modellierung von Flusssystemen und Überflutungsgebieten untersuchen wir mit Univ.-Prof. Dr.-Ing. Holger Schüttrumpf und Dipl.-Ing. Sebastian Roger vom RWTH-Institut für Wasserbau und Wasserwirtschaft. Die Geophysik wirft immer wieder mathematische und numerische Fragen auf, für deren Lösung die Anwender Mathematiker brauchen. Oft erfordern diese Fragen die Entwicklung neuer mathematischer Methoden. Das macht die Zusammenarbeit für beide Seiten so fruchtbar.

www.igpm.rwth-aachen.de/noelle

Autor:

Univ.-Prof. Dr.rer.nat. Sebastian Noelle betreut das Lehr- und Forschungsgebiet Mathematik und die Abteilung Numerische Mathematik.

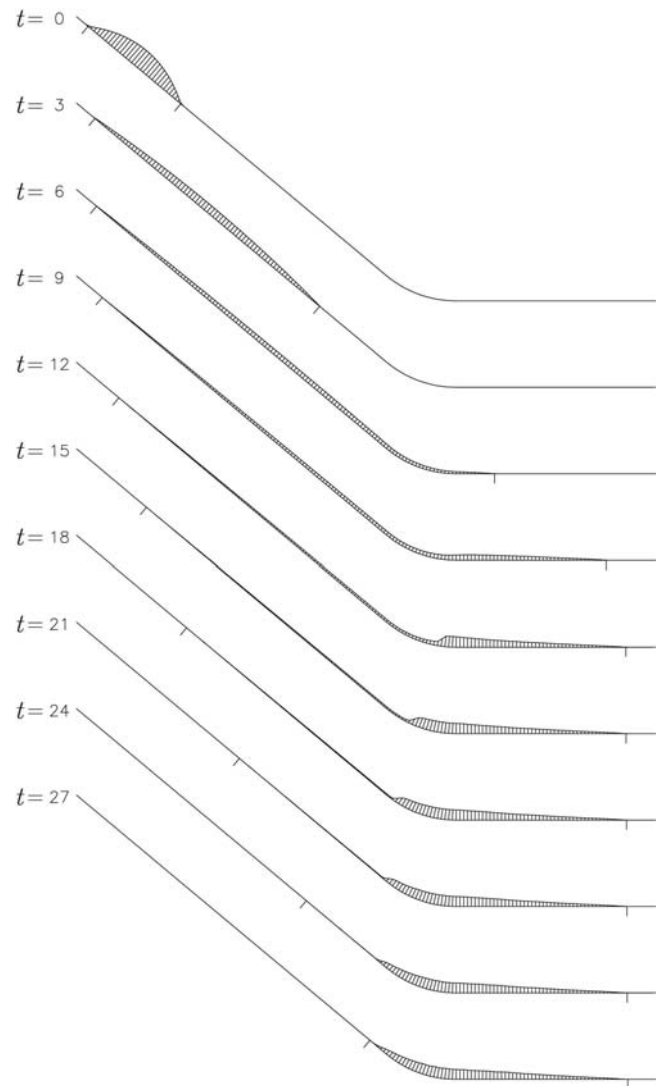


Bild 3: Simulation einer granularen Lawine mit Frontverfolgung nach Tai, Noelle, Gray Hutter.

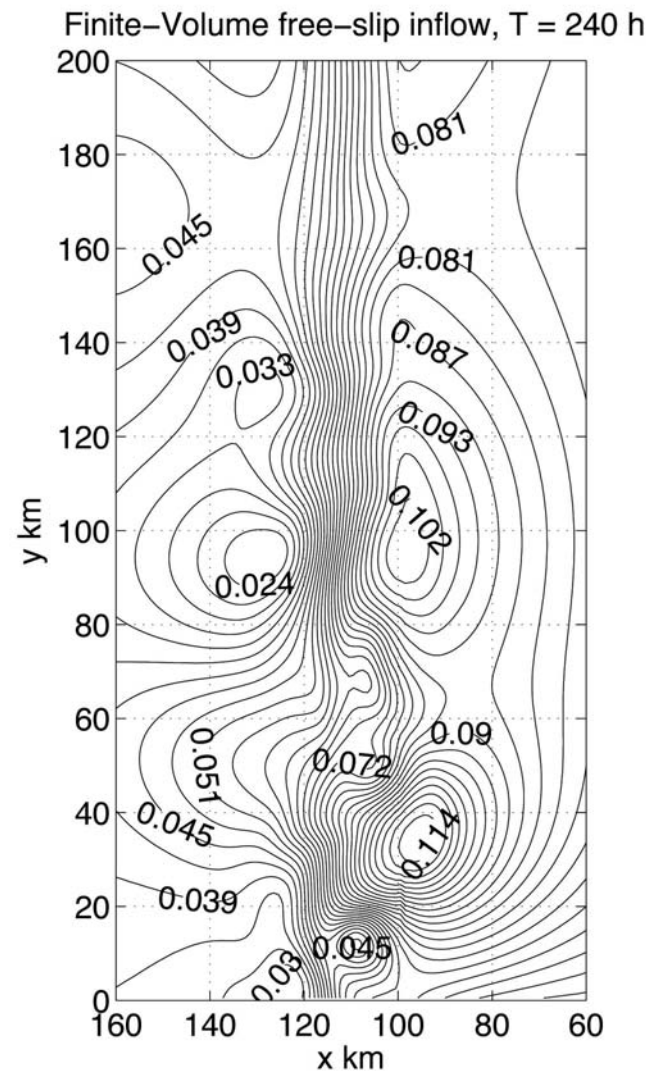
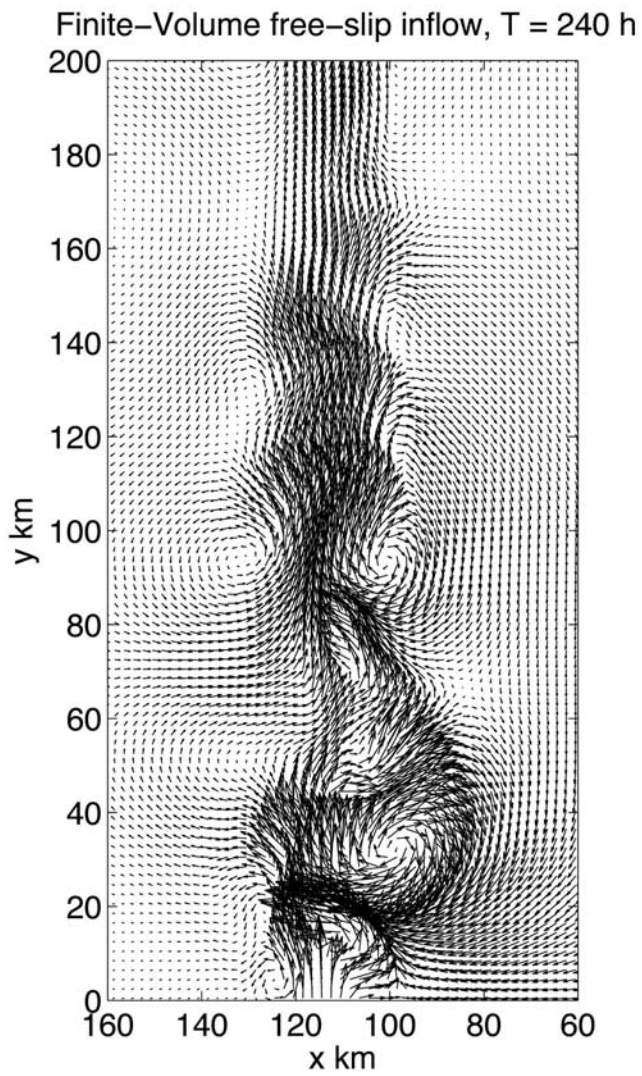


Bild 4: Instabilität des Golfstroms.
Links: horizontales Geschwindigkeitsfeld. Rechts: Wasserspiegel.
Quelle: Pankratz, Natvig, Gjevik, Noelle, Ocean Modeling 2007

Frühwarnsysteme für Technik und Wirtschaft

Online-Detektionsverfahren für stochastische Prozesse sind verborgenen Strukturbrüchen auf der Spur

RWTH THEMEN 2/2008

Die Stochastik ist die Mathematik des Zufalls, also die formale Beschreibung und Analyse von zufallsbehafteten Phänomenen. Nach solchen muss man nicht lange suchen: Vorgänge in der Natur oder von Menschenhand geschaffene technische Systeme liefern unzählige Beispiele, bei denen der Zufall und somit die Stochastik ins Spiel kommen. Zu nennen sind hier etwa das Wetter, Wirtschafts- und Finanzdaten oder industrielle Produktionsprozesse. Häufig ist man an zeitlichen Entwicklungen interessiert und erhebt daher an ausgewählten Zeitpunkten Datenmaterial. Eine wichtige Problemstellung ist dann die Frage, ob strukturelle Zusammenhänge – zumindest über gewisse Zeitabschnitte – unverändert Bestand haben oder Änderungen unterworfen sind. Die Zeitpunkte, an denen Strukturbrüche erfolgen und neue Entwicklungen einsetzen, sind dann zu detektieren. Nur so können aus dem Ruder gelaufene technische Prozesse wieder unter Kontrolle und in ihren Optimalzustand gebracht werden. Auch die Einleitung notwendiger Maßnahmen zur Anpassung an neue ökonomische Gegebenheiten erfordert die frühzeitige Erkennung von Strukturbrüchen. Es geht also um die Konstruktion von Frühwarnsystemen, die uns rechtzeitig auf neue Entwicklungen hinweisen und somit eine Ampel-Funktion übernehmen. Hierzu dienen stochastische Monitoring-Verfahren zur Überwachung von Datenströmen. Ein Schwerpunkt der Aachener Stochastik liegt in der Erforschung der nötigen Grundlagen mit dem Ziel, die Resultate zur Konstruktion und Analyse innovativer Verfahren für komplexe technische und ökonomische Datenströme anzuwenden.

Von der Anwendung in der Industrie...

Über Erfolg oder Nichterfolg eines Produktes entscheidet oft die Produktqualität, die erheblich schwanken kann. Wichtige Beispiele sind Hightech-Produkte wie Computerchips oder Solarmodule. Hier ist die zu öko-

nomisch vertretbaren Kosten technisch erreichbare Qualität gleichzeitig die treibende Kraft für die Forschung. Die erreichbare Produktqualität schlägt sich direkt auf die Rentabilität der Milliardeninvestitionen nieder. Bei Solarmodulen ist etwa die dauerhaft abgegebene Stromleistung die relevante Größe. Für Betreiber von Solarkraftwerken ist die Qualität einer einzelnen Lieferung entscheidend. Hierzu hat der Lehrstuhl für Stochastik in Zusammenarbeit mit der TÜV Rheinland Group spezielle innovative Prüfverfahren entwickelt. Um Reklamationen und hieraus resultierenden Preisabschlägen vorzubeugen, setzt die Industrie zudem seit Jahrzehnten auf die kontinuierliche Überwachung von Produktionsprozessen durch stochastische Verfahren.

Der Weg zu guten Monitoring-Verfahren

1. Stochastische Modellierung: Anwendungssituation und Problemstellung müssen durch ein geeignetes Modell mathematisch erfasst werden. Wie sieht die Welt vor und nach einem Strukturbruch aus?

2. Stochastische Methodenentwicklung: Zur Lösung des gestellten Problems muss eine konkrete Methode gefunden werden. Wie sehen geeignete Prozeduren (Algorithmen) aus, um Strukturbrüche frühzeitig zu erkennen?

3. Mathematische Analyse: Welche analytischen Eigenschaften hat die Lösung? Welchen Einfluss hat etwa die Abhängigkeitsstruktur des Datenstroms?

4. Simulation: Durch Computersimulationen werden die finiten Eigenschaften des Verfahrens für realitätsnahe Modellwelten untersucht, auch um Empfehlungen für die Praxis ableiten zu können.

Die erfassten Qualitätsdaten werden in Echtzeit auf Auffälligkeiten und Abweichungen von der Spezifikation untersucht. Eine abrupte Änderung kann oftmals mit einem technischen Defekt in Verbindung gebracht werden, beispielsweise

dem Ausfall eines Sensors. Kontinuierliche Änderungen deuten hingegen eher auf Verschleißerscheinungen hin. Bei einem Fehlalarm können jedoch durch Produktionsverzögerungen immense Kosten entstehen. Somit besteht der Zielkonflikt, einerseits Abweichungen mit minimaler Verzögerung erkennen zu wollen und andererseits die Fehlalarmrate so gering wie möglich zu halten. Die Überwachung von realen Produktionsdaten aus der Fertigung von Mikroprozessoren (CPUs), für Computer zeigt Bild 1.

...und der Finanzökonomie...

Die modernen Finanzmärkte liefern Datenströme, in denen sich auf komplexe Weise strukturelle ökonomische Zusammenhänge und Zufallseinflüsse überlagern. Wichtige Größen wie Preisnotierungen von Rohstoffen und Aktien werden auf verschiedensten Zeitskalen – von Quartalsdaten bis hin zu Tickdaten – erfasst und stehen online zur Verfügung. Die Zufallskomponente speist sich aus verschiedenen Quellen: Konsumentenverhalten, Stimmungen von Investoren aber auch Naturkatastrophen nehmen Einfluss. Ohne die moderne Stochastik geht hier nichts!

Strukturelle Zusammenhänge zwischen ökonomischen Variablen müssen jedoch nicht zeitlich konstant sein; abrupte oder kontinuierliche Änderungen sind möglich. Dies können unerwartete Bilanzzahlen, feindliche Übernahmen oder Änderungen des Konsumentenverhaltens sowie neue Gesetze aber auch technologische Innovationen sein. Die Anwendung von Monitoring-Verfahren liegt auch hier auf der Hand. Nur so können Strukturbrüche, beispielsweise mögliche Risikofaktoren für die Rendite eines Riester-Fonds, rechtzeitig erkannt werden.

Ein Forschungsschwerpunkt des Lehrstuhls für Stochastik liegt in der Entwicklung von Online-Detektionsverfahren für Probleme, die in einem engen Zusammenhang mit der so genannten Kointegrationstheorie stehen. Diese stellt einen ma-

thematischen Ansatz dar, ökonomische Gleichgewichtsbeziehungen nicht-stationärer Zeitreihen zu modellieren. Für seine Bahn brechenden Arbeiten wurde Clive W. Granger zusammen mit seinem Kollegen und Koautoren Robert F. Engle im Jahr 2003 mit dem ökonomischen Pendant zum Nobelpreis ausgezeichnet. Beide studierten zunächst Mathematik und Physik; Granger studierte Wirtschaftsmathematik an der Universität Nottingham. Nach seinem Ph.D. in Statistik war er als Lecturer für Statistik am Mathematik-Department in Nottingham tätig, bevor er Professor an der Universität von Kalifornien in San Diego (UCSD) wurde.

...über mathematische Modelle und Methoden...

Betrachten wir zunächst einen technischen Produktionsprozess, bei dem ein Input X_t zurzeit t theoretisch zu einem Output $Y_t = gX_t$ mit einer Proportionalitätskonstante g führt. Input und Output werden an diskreten Zeitpunkten $t=0,1,2,\dots$ erfasst. In der Realität sind nun zufällige Störeinflüsse wie Messfehler zu berücksichtigen. Ein Modell der Form $Y_t = gX_t + E_t$ mit einem stochastischen Störterm E_t , der die zufälligen Abweichungen vom wahren Wert nach oben und unten beschreibt, ist schon realistischer. Meist werden Input-Änderungen nur zeitverzögert umgesetzt. So dauert es beim Färben von flüssigen Kunststoffen bis Farbzusatz und Kunststoff homogen vermischt sind. Ein geeignetes Modell hierfür ist: $Y_{t+1} = \delta Y_t + (1-\delta)gX_{t+1} + E_{t+1}$. Der Parameter $\delta \in [0,1]$ misst die Trägheit des Prozesses. Für $\delta=0$ reagiert das System unmittelbar auf den Input. Große Werte von δ korrespondieren zu einem trägen System. Setzt man den Input X_t konstant auf a und die Proportionalitätskonstante g auf 1, dann erhält man die Gleichung $Y_{t+1} = \delta Y_t + (1-\delta)a + E_{t+1}$ die man bei einem Startwert $Y_0=0$ explizit auflösen kann:

$$Y_{t+1} = a(1-\delta^{t+1}) + \delta^t E_1 + \dots + \delta E_t + E_{t+1}$$



Angewandte Mathematik erfordert ein präzises Problemverständnis und auch die Diskussion mit Experten vor Ort. Dann können neue mathematische Lösungen zur Handlungsanweisung für die Praxis werden.
Foto: Peter Winandy

Für $|\delta| < 1$ konvergiert der nicht-stochastische Term gegen a und die Stochastik lehrt, dass sich dann die auftretende gewichtete Summe der E_t nahezu wie ein stationärer Prozess verhält. Um diese genau zu verstehen, braucht man einiges an fortgeschrittener Stochastik. Hier reicht die folgende Anschauung: Stationäre Prozesse beschreiben zufälliges „Rauschen“ gleicher Struktur um eine Mittellage, wobei sich Struktur und Mittellage nicht ändern. Die schwarze Zeitreihe in Bild 4 zeigt einen mustergültigen stationären Prozess. Im Fall $\delta = 1$ nimmt das Modell die Form $Y_{t+1} = Y_t + E_{t+1} = E_1 + \dots + E_{t+1}$ an. Jetzt werden die stochastischen Fehlerterme sukzessive aufsummiert, so dass sich die Verteilung von Y_t mit der Zeit ändert. Man spricht von einem integrierten Prozess oder einer zufälligen Irrfahrt. Die blaue und die rote Reihe in Bild 4 folgen solchen Irrfahrten. Ihr Verhalten ist grundverschieden von dem stationären Prozesse und daher bei weiteren Analysen zu berücksichtigen.

Integrierte Prozesse treten auch in der Ökonomie auf. Logarithmierte Aktienpreise folgen typischerweise einer Irrfahrt. Bei anderen Zeitreihen ist dies jedoch fraglich, so dass mathematische Methoden zur Klärung nötig sind. Bei der Kointegrationstheorie von Engle und Granger stehen sie sogar im Vordergrund.

Wagen wir einen anschaulichen Einblick: Erfüllen zwei Variablen an allen Zeitpunkten t eine lineare Gleichung, sagen wir wieder in Form $Y_t = gX_t$ mit einer Konstanten g , dann sprechen Ökonomen von einem Gleichgewicht. Man muss jedoch Abweichungen vom Gleichgewichtspfad $y = gx$ zulassen. Welcher Natur können diese Abweichungen sein? Manche Paare integrierter ökonomischer Zeitreihen scheinen „einander zu folgen“ und um einen Gleichgewichtspfad zu schwanken. Kann aber überhaupt zwischen zwei integrierten Zeitreihen eine Langfristbeziehung der

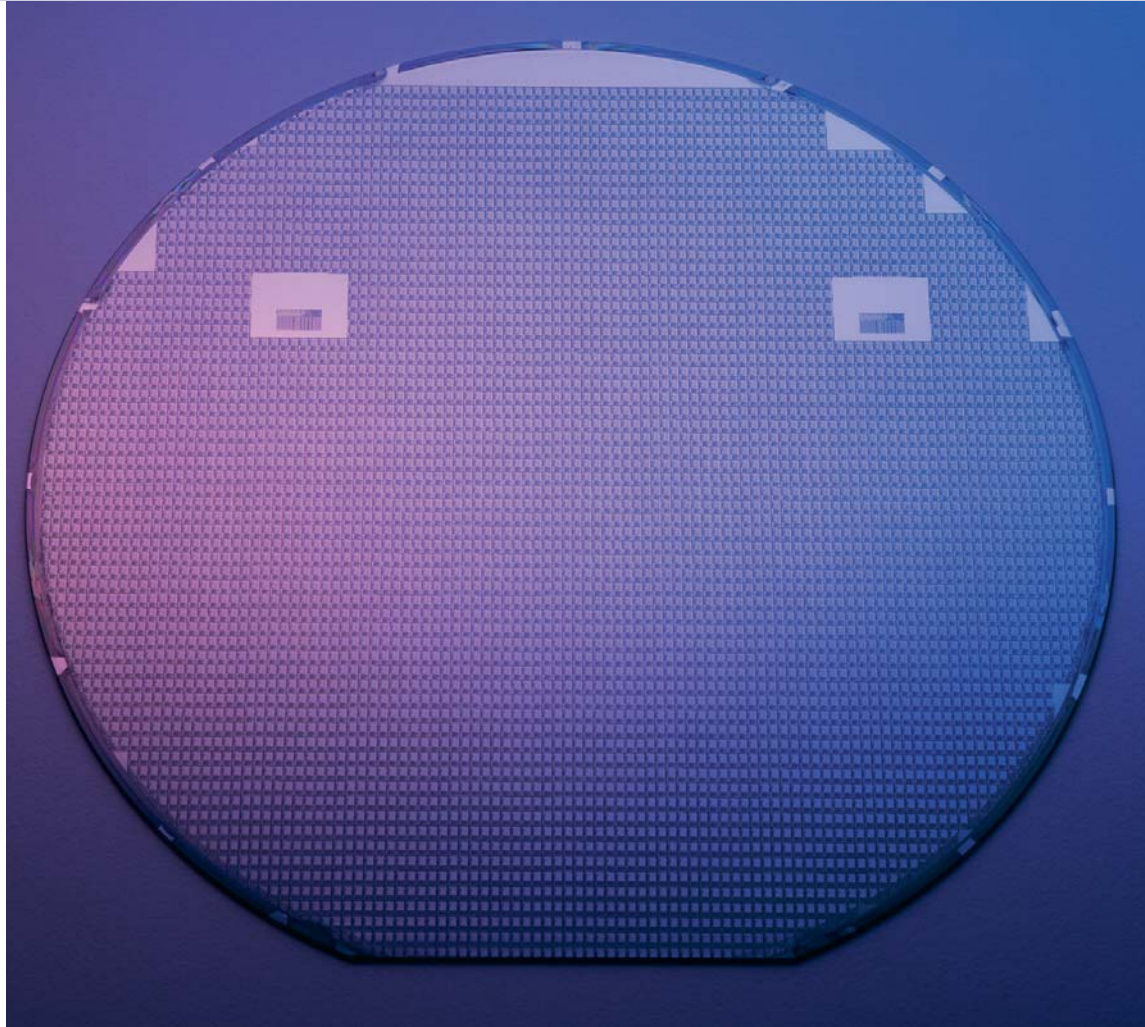
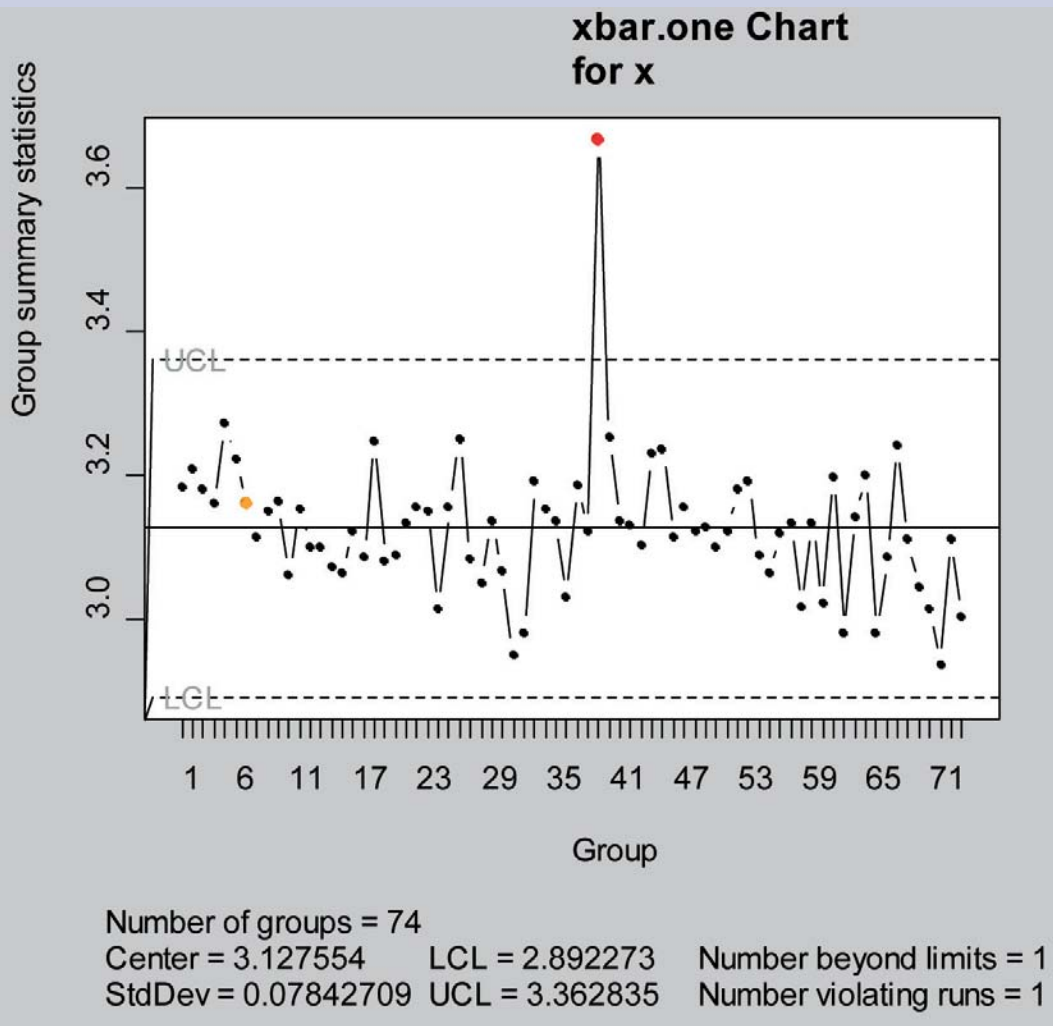


Bild 1: Ein Wafer (links) mit Dutzenden von CPUs. Ein wichtiges Qualitätsmaß ist die Strukturbreite (CD) der kleinsten Mikro- und Nanostrukturen. Die Überwachung von realen CD-Messungen durch ein



Standard-Verfahren ist rechts
gezeigt. Bis auf einen Wafer
(rot) ist der Prozess unter
Kontrolle.
Quelle:
© Christian Delbert –
Fotolia.com.

Form $y = gx$ mit stationären Abweichungen bestehen? Diese Frage hat auch Engle und Granger beschäftigt und sie zu ihrer Kointegrationstheorie geführt.

Für eine mathematisch rigore Beantwortung benötigt man profunde Kenntnisse aus diversen Gebieten der Stochastik. Die Grundideen können aber anhand der folgenden Analogie verstanden werden – für den Zusammenhang mit Perlenketten sei auf die Nobelpreisrede von Granger verwiesen.

Ein Betrunkener und sein Hund: Ein Betrunkener verlässt eine Kneipe. Er kann noch laufen, macht aber nur noch ziel- und planlos mal einen Schritt in diese Richtung und mal in jene, ohne eine spezielle Richtung zu präferieren. Seine Schritte sind zufällig und bilden einen stationären Prozess. Wie verhält es sich mit seiner Position? Bezeichnen wir mit U_i die Schrittweiten in horizontaler Richtung (x-Achse), so ist seine Entfernung von der Kneipe in x-Richtung nach n Schritten durch $X_n = U_1 + \dots + U_n$ gegeben. Dies ist eine Irrfahrt. Irrfahrten wurden bereits vom Botaniker

Robert Brown (1773-1858) beobachtet: Unter dem Mikroskop vollziehen Pollen in einer Flüssigkeit eine scheinbar regellose, unvorhersehbare Zick-Zack-Bewegung. Albert Einstein (1879-1955) gelang es 1905 dieses Phänomen physikalisch zu erklären und mathematisch zu modellieren: Die sichtbaren Partikel erhalten unregelmäßige Stöße der sich ständig bewegenden Atome und Moleküle der Flüssigkeit. Es ist das Verdienst von Norbert Wiener (1894-1966), die Verteilung der Brown'schen Bewegung mathematisch exakt konstruiert zu haben. Tragen wir die skalierten Positionen $X_i/\sqrt{n}$ gegen die Zeitpunkte i auf und verbinden die Punkte durch Linien, so lehrt der Satz von Donsker, dass das stochastische Verhalten der so konstruierten zufälligen Funktion asymptotisch durch die Brown'sche Bewegung beschrieben ist!



Wir nehmen an, dass der Trunkenbold einen jungen Hund hat. Auch junge Hunde wandern ziel- und planlos umher: Jede neue interessante Duftspur, die ihre Nase berührt, diktiert ihnen eine neue Richtung. Der Hund vollzieht also auch eine Irrfahrt Y_i mit stationären Schritten V_i . Der Trunkenbold ruft periodisch seinen Hund, damit er bei ihm bleibt. Der Hund hält kurz inne, um zu bellen. Beide taxieren ihren Abstand und korrigieren ihren nächsten Schritt so, dass sie den Abstand wenigstens ein wenig verringern. Dies führt auf die Gleichungen

$$X_n = X_{n-1} + U_n + c(Y_n - X_n) \\ Y_n = Y_{n-1} + V_n + d(X_n - Y_n)$$

für Konstanten c, d . Bild 3 zeigt die ersten zwölf Schritte dieser Irrfahrt mit Fehlerkorrektur. Folgt man den beiden einzeln, dann sieht es so aus, als ob beide ziel- und planlos – einer Irrfahrt folgend – durch die Nacht schreiten. Dennoch entfernen sie sich nicht weit voneinander: Hat man den einen gefunden, ist der andere nicht fern. Der Abstand der Pfade ist stationär und die Reihen X_n und Y_n sind kointegriert.

Verfolgen wir das Paar noch etwas länger: Bild 4 zeigt die Abstände von der Kneipe für 100 Schritte und die zugehörigen Differenzen $X_n - Y_n$. Man erkennt: Über lange Zeiträume können sich kointegrierte Zeitreihen weit vom Ausgangsniveau entfernen. Die stationären Differenzen hingegen schwanken um ein mittleres Niveau.

Sowohl bei technischen Anwendungen als auch in der Ökonomie stellt sich also oft die Frage, ob eine gegebene Zeitreihe Z_n einen stationären Prozess bildet oder sich wie eine Irrfahrt verhält. Hierzu betrachten wir das Modell $Z_n = bZ_{n-1} + E_n$

Wie viele Solarmodelle müssen geprüft werden? Ein altes statistisches Problem, für das Stochastiker der RWTH im Rahmen eines Forschungsprojektes mit dem TÜV Rheinland eine neue Lösung fanden. Foto: Peter Winandy

mit einem stationären Prozess E_n , der um 0 schwankt und einem Parameter b . Für $b=1$ erhalten wir eine Irrfahrt. Im Fall $|b| < 1$ gibt es unter gewissen Bedingungen an die Fehlerterme E_i stationäre Lösungen. Welcher dieser beiden Fälle gilt nun? Da der Parameter b unbekannt ist, bedienen wir uns der Methode der kleinsten Quadrate, um eine Schätzung



für b zu erhalten. Diese Methode – sie geht auf den Göttinger Mathematiker Carl Friedrich Gauß (1777-1855) zurück – minimiert die Summe der Quadrate $(Z_n - bZ_{n-1})^2$. Die Differenz zwischen Schätzwert und hypothetischem Wert 1 verwenden wir als Testfunktion. Es ist nun nahe liegend, von einem stationären Prozess auszugehen, wenn die Testfunktion sehr klein ist. Doch was heißt hier „sehr klein“?

Mathematische Gemeinsamkeiten technischer und ökonomischer Daten:

- Oft liegen Zeitreihen vor: Jede Beobachtung kann einem Zeitpunkt zugeordnet werden. Zu ihrer Modellierung haben sich stochastische Ansätze durchgesetzt.
- Die Beobachtungen stehen online als sequenzieller Datenstrom zur Verfügung: Nach Eintreffen einer neuen Beobachtung können die zur Verfügung stehenden Daten (neu) analysiert werden.
- Viele Modelle in beiden Bereichen weisen starke strukturelle Ähnlichkeiten auf, so dass interessierende Fragen mit demselben mathematischen Instrumentarium gelöst werden können.
- Die Datenströme sind zeitlichen Änderungen unterworfen, die sich in den Verteilungen widerspiegeln. Die Zeitpunkte von Strukturbrüchen sind oft hochinformativ.

...zur mathematischen Analyse

Wie klein muss nun die Testfunktion sein, damit wir die Irrfahrts-Hypothese verwerfen dürfen? Manchmal ist eine weitere Frage der Weg zur Lösung: Wie wahrscheinlich ist es, dass wir fälschlicherweise die eine Möglichkeit zu Gunsten der anderen verwerfen? Das Ablehnen einer Hypothese ist ja nur dann stichhaltig, wenn es bei Gültigkeit der Hypothese nur sehr unwahrscheinlich ist. Zur Berechnung solcher Fehlerwahrscheinlichkeiten benötigt man die Verteilung der Testfunktion. Für unser Problem ist diese nicht exakt berechenbar, unter anderem weil die zugrunde liegenden Prozesse durch Zeitreihenmodelle beschrieben werden müssen. Wenn Mathematiker etwas nicht exakt berechnen können, wollen sie es zumindest möglichst gut approximieren. Die moderne Stochastik stellt mit dem zentralen Grenzwertsatz ein mächtiges Instrument bereit. Das klassische Ergebnis („In großen Stichproben sind Mittelwerte näherungsweise normalverteilt“) reicht jedoch nicht aus. Man braucht solche Grenzwertsätze für allgemeine Klassen von (nicht-) stationären Prozessen. Auch zu berücksichtigen ist, dass bei Detektionsverfahren die Testfunktion an jedem Zeitpunkt berechnet wird. Aachener Stochastiker beschäftigen sich daher mit den zugehörigen zufälligen Funktionen, für die so genannte funktionale Grenzwertsätze zu beweisen sind, um die ge-

Bild 2: Die Notierungen von Aktienpreisen liefern Datenströme, in denen sich ökonomische und rein zufällige Einflüsse überlagern. Wissenschaftler des Lehrstuhls für

Stochastik beschäftigen sich mit Verfahren zur frühzeitigen Erkennung von Strukturbrüchen. Quelle: ©Gina Sanders - Fotolia.com

Eurogress Aachen
Begegnung ohne Grenzen

Der Veranstaltungsort der Region.

Ob Kongress, Tagung, Konzert, Ballettaufführung, Ball oder Ausstellung: hier finden Sie stets den richtigen Rahmen.

Top-Technik, variables Raumangebot, Spitzen-gastronomie, Kongress-Service etc. sind hier selbstverständlich!

Das gewisse "Mehr" bei uns: Individueller Service.

Wir informieren Sie!

Eurogress Aachen
Monheimsallee 48
52062 Aachen
Telefon 0241/9131-230
Telefax 0241/9131-200
info@Eurogress-Aachen.de

suchten Approximationen zu erhalten. Für viele Verfahren weiß man hier noch nicht sehr viel, aber es bestehen enge Beziehungen zur Brown'sche Bewegung und hieraus abgeleiteten Ito-Prozessen.

Computersimulationen

Was bringen der Einsatz moderner mathematischer Methoden und Resultate über Verfahren zur Erkennung von Strukturbrüchen konkret für die Anwendungen? Mehr, als man zunächst denkt!

Die Anwendung in Bild 5 zeigt, dass die Konstruktion von Detektionsverfahren durch Verteilungsapproximationen gute Ergebnisse liefert: Die gezeigte Zeitreihe erscheint stationär. Da sie jedoch am Computer simuliert wurde, ist das wahre Modell bekannt: Die ersten 99 Beobachtungen folgen einem stationären Zeitreihenmodell. Ab der 100ten Beobachtung liegt eine Irrfahrt vor. Das Computermodell wurde so spezifiziert, dass es als typisch für real auftretende Zeitreihen gelten kann. Ein am Lehrstuhl für Stochastik entwickeltes Detektionsverfahren – basierend auf einem neuen funktionalen Grenzwertsatz – erkennt den Strukturbruch ab der 161ten Beobachtung!

Der Computer ist auch ein wichtiges Instrument für weitere Analysen: Die Simulation von Modellwelten erlaubt es, wichtige Eigenschaften zu quantifizieren. Das Verfahren wird wiederholt (mitunter millionenfach) auf künstlich erzeugte Datensätze angewendet. Wichtige Größen können so nahezu beliebig genau berechnet werden. Bei realitätsnaher Wahl des Computermodells ergeben sich sehr verlässliche Aussagen über die Anwendbarkeit in der Praxis.

www.stochastik.rwth-aachen.de

Autor:

Univ.-Prof. Dr.rer.nat Ansgar Steland ist Inhaber des Lehrstuhls für Stochastik am Institut für Statistik und Wirtschaftsmathematik.

Bild 3: Der Trunkenbold (blau) und sein Hund (rot) vollziehen beide eine Irrfahrt. Der Fehlerkorrekturmechanismus bewirkt, dass sie sich dennoch nicht weit voneinander entfernen: Ihre Pfade sind kointegriert.

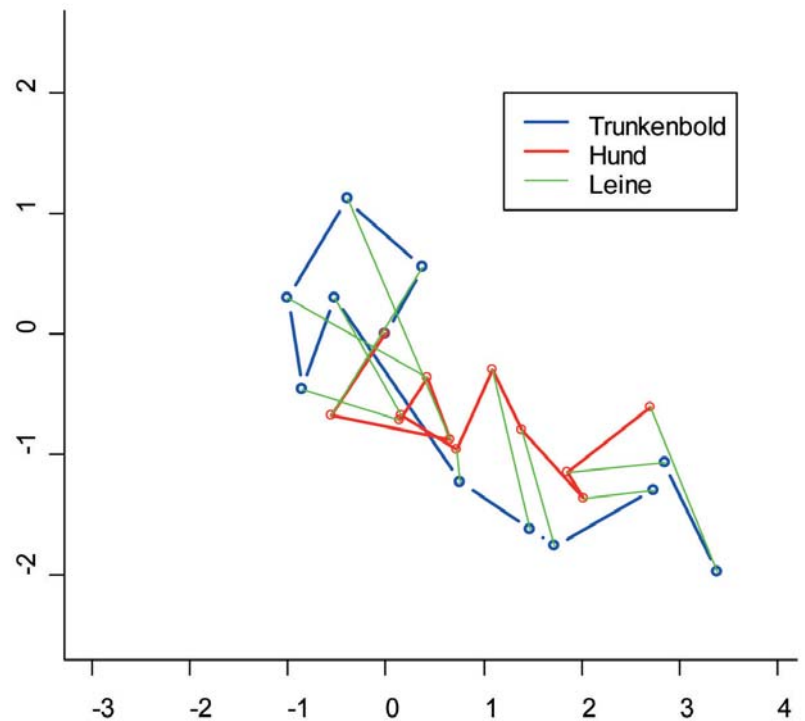


Bild 4: Horizontale Abstände (Trunkenbold: blau, Hund: rot) von der Kneipe für 100 Schritte. Beide Reihen zeigen das Verhalten einer zufälligen Irrfahrt. Die Differenzen (schwarz) bilden jedoch einen stationären Prozess, der gleichmäßig um die Nulllinie fluktuiert.

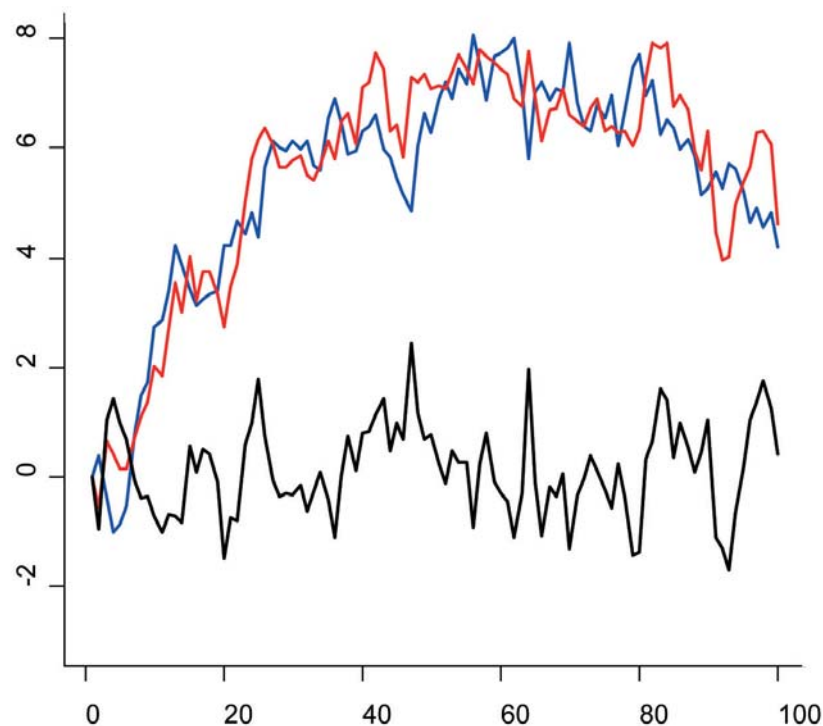
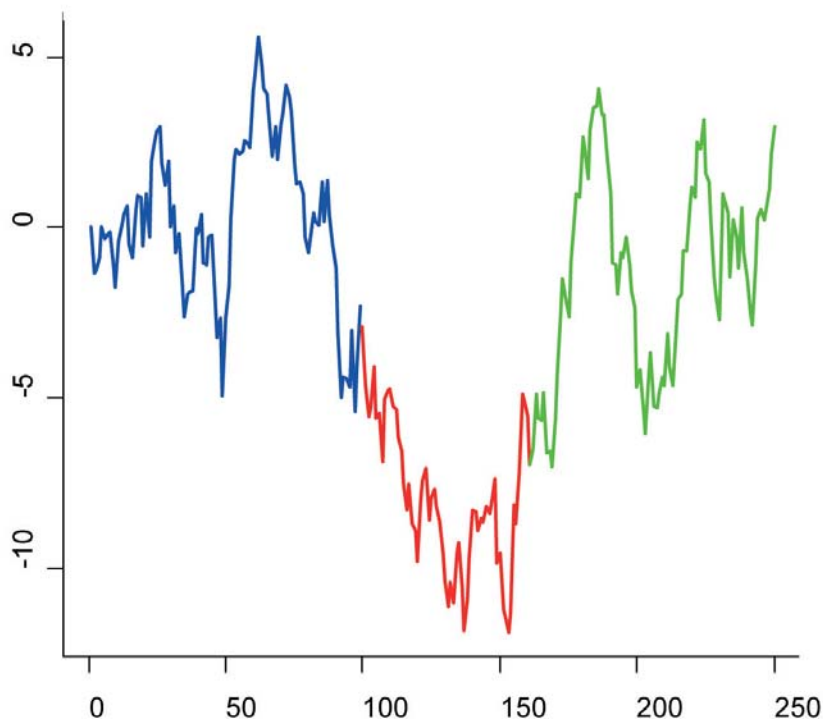


Bild 5: Eine Zeitreihe, die auf den ersten Blick stationär erscheint. Ihr stochastisches Verhalten ändert sich jedoch ab der hundertsten Beobachtung (Strukturbruch) grundsätzlich (rot). Das RWTH-Verfahren deckt dies ab der 161ten Beobachtung auf (grün).





Schindler steht für Mobilität. Mobilität braucht Profis.
Verstärken Sie unser Team deutschlandweit als

Vertriebsstraineer (m/w)

Schindler bewegt täglich mehr als 900 Millionen Menschen auf der ganzen Welt – mit Aufzügen, Fahrtreppen und innovativen Mobilitätslösungen. Hinter diesem Erfolg stehen rund 40'000 Mitarbeitende in über 100 Tochtergesellschaften auf allen Kontinenten.

Mobilität ist das Ziel

Als Vertriebsstraineer erwarten Sie bei uns ein ca. 12-monatiges Programm mit individuell auf Ihre Fähigkeiten ausgearbeitetem Durchlaufplan. Begleitet durch Seminare und Erfahrungsaustausch lernen Sie unser Unternehmen, unsere Produkte sowie den Bedarf unserer Kunden systematisch und umfassend kennen, um nach der Traineeausbildung als Vertriebsingenieur eigenständig tätig zu sein. Insbesondere erwarten Sie folgende spannende Aufgaben:

- Durchlauf aller relevanten Abteilungen des Unternehmens zum Erlangen eines Überblicks
- Vorbereitung auf die Vertriebstätigkeit mithilfe eines erfahrenen Vertriebsingenieurs und gezielter Trainings
- Kennen lernen aller Schindler-Produkte im Neuanlagen- oder Kundendienstbereich
- Volle Übernahme der Vertriebstätigkeit für einen eigenen Kundenstamm und Aufbau eigener Kundenbeziehungen mit Ablauf des Traineeprogramms

Mobilität braucht Sie

Als Vertriebsstraineer sollten Sie ein Studium im Bereich Wirtschaftsingenieurwesen, Maschinenbau, Elektrotechnik oder einer vergleichbaren Fachrichtung mit guten Ergebnissen absolviert haben.

Des Weiteren erwarten wir von Ihnen:

- Verkäufertisches Talent
- Gute Kommunikationsfähigkeit und Kontaktfreudigkeit
- Unternehmerisches Denken und Handeln
- Selbständiges und lösungsorientiertes Arbeiten
- Hohe Belastbarkeit und Einsatzwillen
- Kenntnisse in prozessbezogenen EDV-Anwendungen wie MS Office und SAP

Sie wollen mit uns die Zukunft bewegen? Dann möchten wir Sie kennen lernen und freuen uns auf Ihre vollständigen Bewerbungsunterlagen per E-Mail an bewerbung@de.schindler.com oder schriftlich an

Schindler Deutschland Holding GmbH
Human Resources / Yvonne Braun
Ringstrasse 54, 12105 Berlin
Telefon 030/7029 2637
bewerbung@de.schindler.com

www.schindler.de



Schindler

Der Mathezirkel

Schüler machen Mathematik

RWTH THEMEN 2/2008

Die Entdeckung und Förderung besonders begabter Schüler wird in manchen Fachgebieten, wie etwa dem Sport und der Musik, seit langer Zeit mit großem Aufwand betrieben. Dabei wird die Talentförderung keineswegs den Schulen alleine überlassen. Sportvereine aller möglichen Disziplinen beziehungsweise Privatlehrer und Konservatorien bieten begabten Kindern die Unterstützung, die sie brauchen, um ihre Talente so zu entwickeln, wie es ihren Möglichkeiten entspricht. Ganz anders stellt sich die Situation im Bereich Mathematik dar. Während die mathematische Hochbegabung vieler Kinder bereits in frühem Alter erkennbar ist, gibt es, verglichen mit Sport und Musik, nur wenige regelmäßig stattfindende Fördermöglichkeiten. In der Hauptsache sind dies Mathematik-Arbeitsgemeinschaften einzelner engagierter Lehrer. Die Situation im Schulunterricht ist nicht selten alarmierend. Häufig langweilen sich begabte Schüler und mancher Lehrer ist nicht in der Lage, ihre Fragen entsprechend zu beantworten oder angemessene weiterführende Literatur zu empfehlen. So berichtete mir ein Schüler, der sich unterfordert fühlte und dem die Darstellung im Unterricht zu oberflächlich erschien, sein Lehrer habe ihm als weiterführende Literatur das Schulbuch des nächsten Jahres empfohlen!

Vor diesem Hintergrund habe ich im Jahr 2001 den Mathe-Zirkel gegründet. Ein Angebot für mathematisch besonders interessierte und begabte Schüler, das einmal im Monat an der RWTH stattfindet und bei dem ich seit einiger Zeit von meinem Kollegen Professor Dr. Bernd Schäfer unterstützt werde.

Die Schüler sollen hier erleben, dass Mathematik nicht langweilig ist, sondern spannend, herausfordernd und elegant. Im Mathe-Zirkel werden Themen aus den Bereichen Geometrie, Zahlentheorie, Kombinatorik, Graphentheorie oder Algebra besprochen, die so in der Schule normalerweise nicht behandelt werden. Die Schüler können auch selbst Themen vorschlagen und beliebige Fragen zur Mathematik stellen. Beispiele für Gebiete, die in den letzten Jahren behandelt wurden, sind etwa: Geometrische Transformationen (Kongruenzabbildungen, Ähnlichkeitstransformationen und projektive Transformationen), konvexe Figuren, Rechnen mit Kongruenzen, Primzahlen und ihre Anwendungen in der Kryptographie, pythagoräische Zahlentripel und andere diophantische Gleichungen, elementare Abzählprobleme, der Eulersche Polyedersatz, der Fünffarbensatz, Polynome, komplexe Zahlen, Konstruktionen mit Zirkel und Lineal und vieles mehr. Die Teilnehmer des Mathe-Zirkels haben zum großen Teil bereits an den jährlich stattfindenden Mathe-Camps teilgenommen. Zu diesen einwöchigen Mathematikfreizeiten werden in Zusammenarbeit mit dem Schulamt 16 Schüler der Klassen 9 oder 10 in ein Schullandheim in der Eifel eingeladen. Die Bürgerstiftung der Sparkasse Aachen unterstützt dies großzügig und unbürokratisch. Im Laufe der Zeit haben immer mehr Schüler begonnen, sich für mathematische Wettbewerbe zu interessieren wie bei-

spielsweise den Bundeswettbewerb Mathematik und die Mathematik-Olympiaden. Bei diesen Wettbewerben werden Aufgaben gestellt, die so anspruchsvoll sind, dass sie auch voll ausgebildeten Mathematikern viel abverlangen. Im Mathe-Zirkel werden Beispiele solcher Aufgaben besprochen und es wird versucht, den Jugendlichen das Hintergrundwissen zu vermitteln, das zum Lösen solcher Aufgaben benötigt wird. Hier sind einige Beispiele von Aufgaben, die bei solchen Wettbewerben gestellt wurden und die den Schwierigkeitsgrad illustrieren. Zugleich ist der interessierte Leser eingeladen, sie selbst zu lösen:

1. Ein beliebiges Dreieck soll durch einen geraden Schnitt in zwei umfangs- und inhaltsgleiche Teile zerschnitten werden.
2. Um eine Kugel ist ein räumliches Viereck beschrieben. Zeige, dass die 4 Berührungspunkte in einer Ebene liegen.
3. Gegeben sei eine Folge von 1000 Dezimalziffern. Zeige, dass es eine Zweierpotenz gibt, deren Dezimaldarstellung mit diesen Ziffern beginnt.
4. Die Zahlen $1, 2, 3, \dots, 101$ sind in einer beliebigen Reihenfolge nebeneinander geschrieben. Zeige, dass man 90 von ihnen so durchstreichen kann, dass die übrigen 11 der Größe nach geordnet sind (steigend oder fallend).
5. Wir betrachten die Menge aller Punkte (x, y, z) des Raumes, deren Koordinaten x, y, z ganze Zahlen aus dem Bereich $0, 1, \dots, 100$ sind, ohne den Nullpunkt $(0, 0, 0)$ selbst. Was ist die minimale Anzahl von Ebenen, deren Vereinigung alle diese Punkte enthält, aber nicht den Nullpunkt $(0, 0, 0)$?

In den letzten beiden Jahren konnten zwei Schüler aus dem Mathe-Zirkel bei solchen Wettbewerben hervorragende Erfolge erzielen: Jan Simon gewann im Sommer 2007 beim Bundeswettbewerb Mathematik den Weizmann-Sonderpreis, einen vierwöchigen Aufenthalt

am Weizmann Institute of Science in Rehovot, Israel. Jan Simon studiert mittlerweile Mathematik an der RWTH Aachen und engagiert sich weiter im Mathe-Zirkel.

Im Mai 2008 gewann Bach-Huy Tran einen ersten Preis bei der Bundesrunde der Mathematik-Olympiade in Dresden. Bach-Huy gehört der Klassenstufe 9 an, in der für das ganze Bundesgebiet nur drei erste Preise vergeben wurden. Unter den Aachener Schülern gibt es eine ganze Reihe von außerordentlichen mathematischen Talenten, zu deren Förderung wir durch den Mathe-Zirkel gerne beitragen.

www.math2.rwth-aachen.de

Autor:

Univ.-Prof. Dr.rer.nat.
Eberhard Triesch hat den
Lehrstuhl für Mathematik II
(für Ingenieure) inne.



Professor Eberhard Triesch
 erklärt dem Mathezirkel
 die Potenz-Rechengesetze.
 Foto: Peter Winandy

Anzeige

SEW-EURODRIVE—Driving the world

Wir suchen technikbegeisterte Mitarbeiter mit Drive

Mit über 12.000 Mitarbeitern weltweit bringen wir Bewegung in fast alle Branchen. Das Erfolgsrezept: Getriebemotoren und Antriebselektronik vom Feinsten. Und jede Menge Drive in allem was wir tun. Sie wollen mehr bewegen als andere, und was Sie antreibt, ist der Spaß an einer Aufgabe, die Sie wirklich fordert. Dann starten Sie jetzt durch bei SEW-EURODRIVE – dem erfolgreichen Familienunternehmen und Global Player.

Sie haben Ihr Studium der Fachrichtung Elektro-technik, Wirtschaftsingenieurwesen, Maschinenbau, Mechatronik, Informatik oder Wirtschaftswissenschaften erfolgreich abgeschlossen? Und Sie wollen mit uns in einem internationalen Umfeld etwas bewegen? Interessante Herausforderungen in den Bereichen Engineering, Entwicklung, Vertrieb und Services warten auf Sie. Kommen Sie zu uns!

SEW-EURODRIVE GmbH & Co KG
 Personalreferate Bruchsal
 Postfach 30 23, 76642 Bruchsal
 → www.jobs-sew.de

Mathematik in die Schulen

IN THEMEN 2/2008

B

Besondere Anliegen der Fachgruppe Mathematik sind die Kooperation und der Gedankenaustausch mit den Lehrern der Schulen in der Region Aachen. Ein wesentlicher Aspekt ist hierbei der Wissenstransfer zwischen Hochschule und Schule, dessen Notwendigkeit unbestritten ist. Eine Analyse der aktuellen Situation im Hinblick auf folgende Fragen zeigt dringenden Handlungsbedarf:

- In welcher Beziehung stehen die Mathematik in der Schule und die Mathematik an der Universität?
- Wie wirkt die Hochschule in die Schule hinein und wie wirkt die Schule in die Hochschule hinein?
- Sollte sich an dieser Wechselwirkung etwas ändern?

Den Status quo halten wir für verbesserungsbedürftig gerade mit Blick auf Mathematikkenntnisse und mathematische Arbeitstechniken, die Studienanfänger an einer Technischen Universität beherrschen sollten. Um Missverständnisse zu vermeiden: Diese Anforderungen werden nicht in erster Linie durch ein Mathematikstudium bestimmt. Viele Studiengänge und insbesondere die zahlreichen natur- und ingenieurwissenschaftlichen Studiengänge der RWTH sind jedoch auf ein solides Mathematik-Fundament angewiesen und setzen entsprechendes Schulwissen der Studierenden voraus. Der schulische Mathematikunterricht muss daher auch auf diese Anforderungen vorbereiten, um den Schülern die mit diesen Fächern verbundenen guten Berufsaussichten zu eröffnen. Unsere Aktivitäten sollen die Lehrer dabei unterstützen sowie helfen, den Schülern die bestmögliche Perspektive zu bieten. Ausgewählte Angebote werden nachfolgend dargestellt.

Lehrer bilden sich an der RWTH fort

In der Ausbildung für die Lehrämter Mathematik an Gymnasien, Gesamtschulen sowie Berufskollegs setzt die

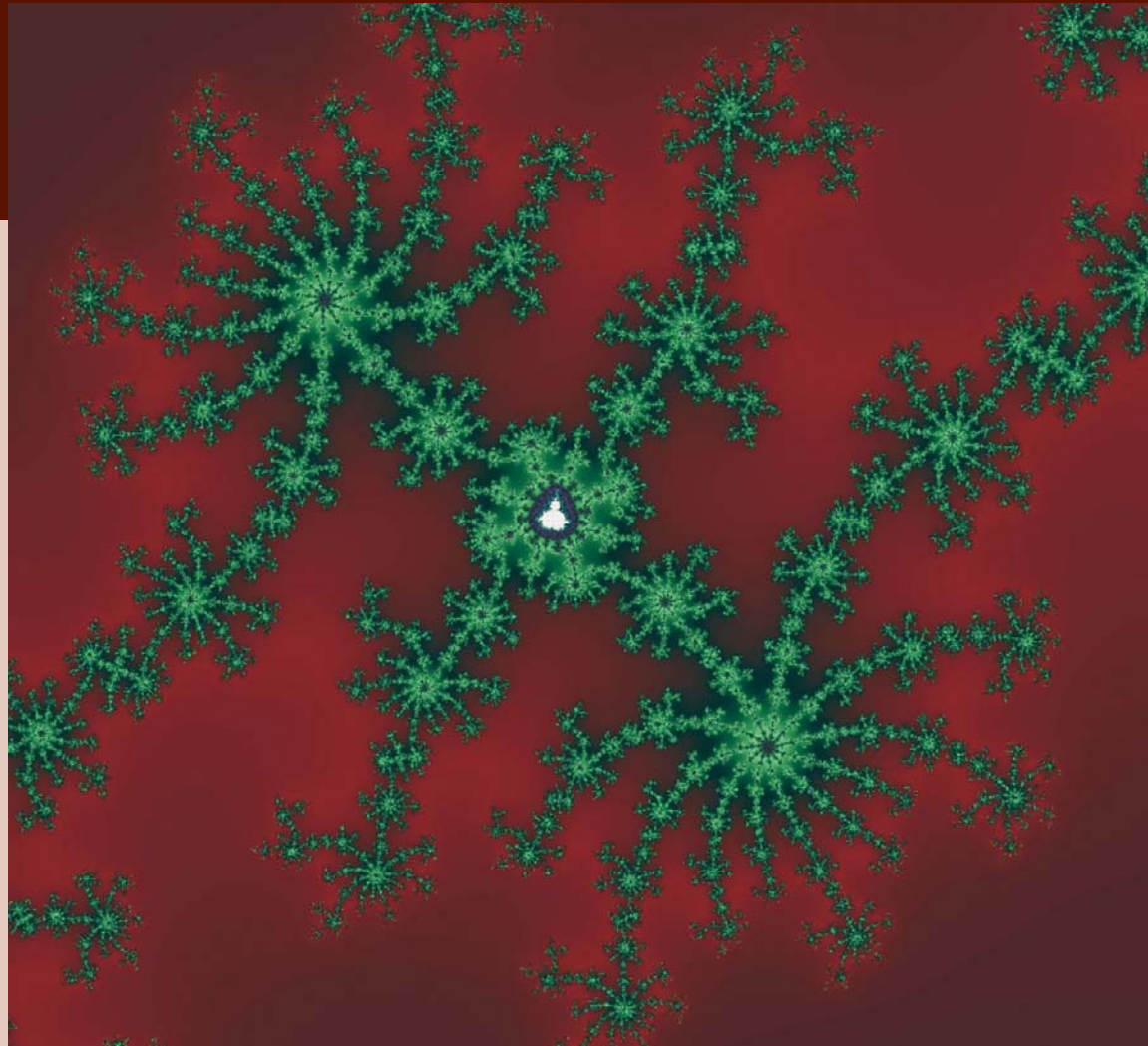


Bild 1: Dieses Bild zeigt einen Ausschnitt der Mandelbrot-Menge. Schüler lernen diese Menge kennen und untersuchen ihre Struktur sowohl theoretisch als auch praktisch mit interaktiven Visualisierungen am Computer.

RWTH eigene Akzente. Beispielsweise wird die angewandte Mathematik in den fachwissenschaftlichen Studienanteilen betont und die Fachdidaktik-Ausbildung behandelt verstärkt den Einsatz von Software, wie etwa Dynamische Geometrie-Systeme oder statistische Software zur Auswertung von Daten. Diese Akzentuierung wirkt durch Veranstaltungen zur Lehrerfortbildung darüber hinaus direkt in die Schulen hinein. Solche Fortbildungen erfolgen unter anderem in Kooperation mit dem Verein zur Förderung des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichts (MNU) sowie

im Rahmen der MINT-Initiative (Mathematik, Informatik, Naturwissenschaften und Technik). Zu den thematischen Schwerpunkten „Computereinsatz im Mathematikunterricht“ und „Stochastik in der Schule“ fanden im Frühjahr 2008 Vortrags- und Diskussionsforen sowie Workshops für Lehrer statt. Diese Veranstaltungen, die im Rahmen des Jahres der Mathematik angeboten wurden, fanden überregional großen Zuspruch. Weitere Workshops mit unterschiedlichen Themen werden auch künftig angeboten.

Schüler erfahren Mathematik an der Universität

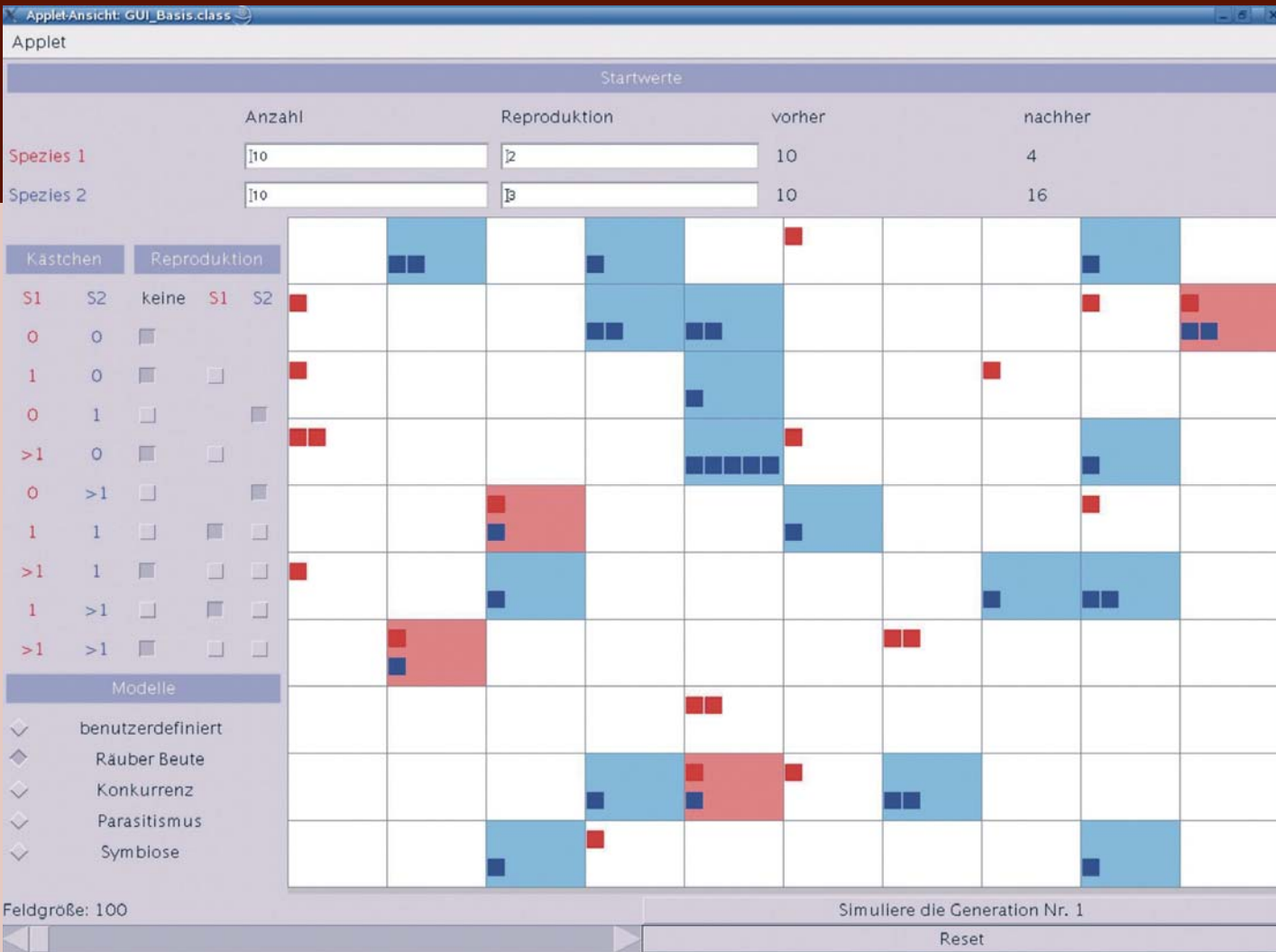
Seit vielen Jahren bietet die Fachgruppe Mathematik Schülern der Sekundarstufen die Möglichkeit, im Rahmen von Workshops und Praktika ihre Mathematikkenntnisse zu erweitern und neue Dimensionen der Mathematik zu erfahren. Zentrales Prinzip ist hierbei die eigenständige aktive Be-

schäftigung mit mathematischen und anwendungsorientierten Problemen, wobei neben einer Einführung und Moderation gegebenenfalls Hilfestellung geboten wird. Die Themenliste umfasst so unterschiedliche Bereiche wie Kodierungstheorie, Kryptographie, die Arbeit mit Computer-Algebra-Systemen, Fibonacci-Zahlen, die Modellierung biologischer Systeme, Regressionsanalysen, Markov-Ketten und die Statistische Qualitätskontrolle. Im Rahmen des MINT-Programms werden – auch gefördert durch Mittel aus der Exzellenzinitiative – jährlich mehrtägige Mathe-Camps an der RWTH Aachen organisiert.

Mathematiker gehen in die Schule

Ein weiteres Angebot der Fachgruppe sind Vorträge zur Mathematik, die Lehrende der RWTH Aachen an Schulen halten. Das Themenangebot reicht von Dynamischen Systemen

Fortbildung für Lehrer und aktuelle Mathematik-Themen für Schüler



oder der Mathematik in einer CD über den Nutzen von Vorinformationen bei Glücksspielen. Auch dichte Kugelpackungen und Primzahlen in der Kryptographie gehören dazu. Interessenten können aus diesem Katalog ein Thema wählen und sich zur Terminabsprache direkt an den jeweiligen Dozenten wenden. Weitere Informationen liefert die Webseite der Fachgruppe Mathematik: <http://www.schule.mathematik.rwth-aachen.de>.

Neue Themen werden erschlossen

Im schulischen Mathematikunterricht steht zunehmend der Anwendungsaspekt im Vordergrund. Dabei ist gegenwärtig eine Tendenz bemerkbar, Mathematikaufgaben in (oft sehr konstruierte) „Sachzusammenhänge“ zu stellen. Andererseits werden authentische und realitätsnahe Anwendungen der Mathematik zu wenig behandelt. Im Rahmen didaktischer

Promotionsprojekte an der RWTH werden deshalb aktuelle interessante Anwendungen und Themenkreise der Mathematik für den Unterricht aufbereitet. Als Ergebnis dieser Promotionsvorhaben werden insbesondere Lehrmaterialien erstellt und den Schulen für den Mathematikunterricht zur Verfügung gestellt.

Grundlage aller Projekte ist die Einsicht, dass Mathematik gerade von und für Anwendungen lebt. Bei authentischen Beispielen ist jedoch meist zusätzlicher Aufwand nötig, um diese fach- und sachgerecht zu erschließen. So können Grundideen oft zugänglich und erfahrbar gemacht werden, obwohl die theoretischen mathematischen Voraussetzungen im Schulwissen nicht zur Verfügung stehen; Computer können dabei als Black Box oder Grey Box wertvolle Hilfe leisten. Nicht verzichtet wird aber auf die gedankliche und begriffliche Herausforderung. Gerade in

solchen Projekten zeigt sich die Notwendigkeit, mehr Theorie zu begreifen und zu entwickeln.

In laufenden Promotionsprojekten werden Themen aus der Modellierung biologischer Systeme, aus Prinzipien und Anwendungen der Fourieranalyse sowie aus der Statistischen Qualitätskontrolle bearbeitet und aufbereitet. Auch diese Projekte, die wir untenstehend näher erläutern, werden durch Mittel aus der Exzellenzinitiative unterstützt.

Lehrerbildung und Schulen stehen im Fokus

Die Fachgruppe Mathematik betrachtet die Ausbildung hochqualifizierter Lehrer sowie das frühzeitige Ansprechen von Schülern als eine Investition in ihre eigene Zukunft. Die Angebotspalette für diese Zielgruppen wird deshalb laufend erweitert und der Dialog in Zukunft intensiviert.

Bild 2: Screenshot eines Computer-Simulationstools zum Projekt „Populationsmodelle“, das Gelegenheit zum eigenständigen Entdecken bietet. Das Bild zeigt Räuber (rot) und Beute (blau) in einem idealisierten Biotop. Was passiert wohl weiter?

Projekt:
**Statistische
Qualitätskontrolle**

Was hat das zufällige Ziehen von Kugeln aus einer Urne mit der Größe von Papierbögen, der Füllmenge von Marmeladengläsern oder dem Durchmesser von Autoreifen zu tun? In allen erwähnten Produktionsbereichen ist die betriebliche Qualitätssicherung zum Beispiel in Form einer „statistischen Qualitätskontrolle“ notwendig. Die statistische Qualitätskontrolle bietet die Möglichkeit, Schülern das gesamte Spektrum einer statistischen Analyse von der Modellierung, wie dem Urnenmodell, über die Herleitung und Auswahl statistischer Verfahren bis hin zur Auswertung der Daten mittels einer Statistiksoftware an realen und realistischen Situationen erfahrbar zu machen. Für aufwändigere Methoden, die weitergehendes Wissen erfordern, bedarf es geeigneter Hilfsmittel, wie beispielsweise Simulationstools mit integrierten Möglichkeiten zur Auswertung der Datensätze. Diese werden unter anderem im Rahmen dieses fachdidaktischen Promotionsprojekts entwickelt.

Ramona Au

Projekt:
**Populationsmodelle
im Mathematik- und
Biologieunterricht**

Wie lässt sich die Wechselbeziehung verschiedener biologischer Spezies mathematisch beschreiben? Was bestimmt Überlebenschancen und Populationsentwicklung? Im Rahmen dieses Projektes entsteht eine Software für die Simulation zweier interagierender Populationen zum Einsatz im Unterricht. Die Software gestattet die Simulation einer Vielzahl von Systemen, wie beispielsweise Räuber-Beute, Konkurrenz oder Parasitismus, und stellt die Interaktion zwischen den Individuen anschaulich dar. Weiter ermöglicht sie die Herleitung einer mathematischen Beschreibung und einer Prognose für die Populationsentwicklung. Im Unterricht wird so anhand einer authentischen und relevanten Anwendung das Verständnis für die Bildung und den Nutzen von Modellen gefördert.

Christina Roeckerath

Projekt:
**Beste Approximation
und Orthogonalität**

Was hat die Abstandsbestimmung eines Punktes von einer Geraden mit der Fourieranalyse von Geräuschen, der Speicherung von Songs auf USB-Sticks oder der Komprimierung von Bildern im JPEG-Format zu tun? Hinter diesen Anwendungen steckt eine gemeinsame mathematische Idee: Die Bestimmung bester Approximationen mittels der Entwicklung über Orthonormalbasen. Diese übergeordnete und tragfähige Methode, die mit Analytischer Geometrie und Analysis zwei der wichtigsten Teilgebiete der Oberstufenmathematik verbindet, steht im Mittelpunkt der Arbeit. Mit einem genaueren Blick auf die Abstandsbestimmungen im dreidimensionalen Raum beginnend, wird sie über Anwendungen in vier oder mehr Dimensionen bis zu Fourier-Entwicklungen und Wavelets ausgebaut.

Johanna Heitzer

Projekt:
Visuelle Wahrnehmung

Warum sehen wir dreidimensional? Wovon hängt die Qualität des Tiefensehens ab? In diesem Projekt soll Schülern unterschiedlicher Jahrgangsstufen der mathematische Hintergrund des biologischen Themas „Tiefensehen“ zugänglich gemacht werden. Schüler der Sekundarstufe I können die Bedeutung der Elementargeometrie in diesem Kontext – auch unter Nutzung dynamischer Geometrie-Software – erfahren. Schüler der Sekundarstufe II sollen mit Hilfe des Computereinsatzes eigenständige Experimente zum Tiefensehen durchführen, Daten erheben, mathematisch auswerten und analysieren.

Anne Schüller



*Mathematik mit Alltagsbezug:
Kombinatorische Grundformeln
am Beispiel Lotto.
Foto: Peter Winandy*

www.schule.mathematik.rwth-aachen.de

Autoren:

Univ.-Prof. Dr.rer.nat.
Erhard Cramer leitet
das Lehr- und Forschungsgebiet
Angewandte Stochastik.
Univ.-Prof. Dr.rer.nat.
Aloys Krieg ist Inhaber des
Lehrstuhls A für Mathematik.
Univ.-Prof. Dr.rer.nat.
Sebastian Walcher leitet
das Lehr- und Forschungsgebiet
Mathematik.



Wir suchen die richtig Guten.

Software-Ingenieure und -Architekten,

die unsere weltweit eingesetzten Echtzeitsysteme für den
Öffentlichen Verkehr mitgestalten wollen,

**die nicht nur ein paar Programmiersprachen,
sondern Objektorientierung als Konzept beherrschen,**

die komplexe Anforderungen in modulare Architektur
und robuste Software umsetzen können,

**die mitdenken, mit ihren Lösungen überzeugen
und Verantwortung übernehmen wollen,**

Frauen und Männer, die mehr als nur einen Job suchen.

Mehr über uns und unsere Systeme
erfahren Sie unter www.ivu.de



Entwicklungsleiter Dik Lokhorst, Aachen

Interessiert? Dann senden Sie mir Ihre
vollständigen Bewerbungsunterlagen an
IVU Traffic Technologies AG
Bundesallee 88, 12161 Berlin
oder job@ivu.de

IVU Traffic Technologies AG



Statistik multimedial Lehren und Lernen mit EMILeA-stat

RAUPTHEMEN 2/2008

D

Statistische Denkweisen sowie die in der Statistik entwickelten Modelle, Werkzeuge und Methoden sind zu fundamentalen Entscheidungs- und Beurteilungshilfsmitteln in vielen Bereichen der Natur-, Lebens-, Sozial-, Wirtschafts- und Ingenieurwissenschaften geworden und werden dort zur Modellbildung und Datenanalyse eingesetzt.

Die Statistik gliedert sich in verschiedene Teilbereiche. Neben der beschreibenden (deskriptiven) und der schließenden (induktiven) Statistik haben sich die explorative und die rechnergestützte interaktive Statistik herausgebildet. Gegenstand der beschreibenden Statistik ist die Aufbereitung und Darstellung von Daten mit den Zielen des Erkennens und Messens von Zusammenhängen und Abhängigkeiten. In der schließenden Statistik wird der Schluss von einer Stichprobe auf die Gesamtheit vollzogen. Statistische Schätz- und Testverfahren bestätigen oder verwerfen vermutete Strukturen. In der explorativen und interaktiven Statistik werden aus den Daten heraus Modelle entwickelt. Diese dienen dann der Beschreibung realer Situationen mit mathematischen Ansätzen und führen zu einem besseren, strukturellen Verständnis.

Aus den vielfältigen Anwendungen und der Notwendigkeit statistischer Methodik leiten sich unter anderem Konsequenzen für das Lehren und Lernen ab. Schülerinnen und Schüler sollten im Rahmen der Curricula elementare Statistik in anwendungsorientierter Ausrichtung kennen gelernt haben. Demnach sollten Lehramtsstudierende in ihrem Studium die Grundzüge der Statistik erlernt und empirische Datenanalyse praktisch eingesetzt haben. Absolventinnen und Absolventen der Mathematik, Informatik, Wirtschafts- und Sozialwissenschaften, Naturwissenschaften, Psychologie, Medizin, Ingenieurwissenschaften, Pädagogik und weiterer Disziplinen mit starkem Statistikbezug sollten über eine solide Vertrautheit mit gängigen statistischen Ver-

fahren in Theorie und Praxis verfügen. Anderen Anwendern, etwa Berufspraktikern, muss eine realistische Möglichkeit zum Erwerb eines Basiswissens in der Statistik eröffnet werden.

Die Lehr- und Lernumgebung EMILeA-stat bietet den genannten Gruppen und allen Interessierten die Möglichkeit, sich über statistische Begriffe, Methoden und Verfahren via Internet zu informieren sowie mittels der in großer Zahl verfügbaren Beispiele, Aufgaben, Lösungen und interaktiven Elemente die grundlegenden Konzepte zu verstehen und einzuüben: eLearning mit EMILeA-stat.

Was ist EMILeA-stat?

Das System EMILeA-stat dient der Bereitstellung von Wissensinhalten der Statistik in einem weiten Verständnis für unterschiedliche Zielgruppen in unterschiedlichen Kontexten. Dabei können die Benutzerinnen und Benutzer weitgehend unabhängig und selbstständig durch die Wissenslandschaft navigieren, aber auch geführt in Form von Kursen einen Wissensbereich erarbeiten. Weiterhin kennzeichnen die ausgeprägten Schwerpunkte Visualisierungen, Interaktionen und kontextbezogenes Lernen als zentrale, konzeptionelle Aspekte die Lehr- und Lernumgebung EMILeA-stat als ein Nutzer-orientiertes System.

Die Struktur von EMILeA-stat unterstützt die Umsetzung unterschiedlicher Lehr- und Lernkonzepte. Ein Defizit in der herkömmlichen Präsenzlehre in der Statistik besteht in der oftmals mangelnden Akzeptanz der Lernenden hinsichtlich der Bedeutung, der Notwendigkeit und der Nützlichkeit der Inhalte. Mit Hilfe von EMILeA-stat können nun punktuell und „just in time“ authentische Beispiele oder praxisnahe Anwendungen in die Präsenzlehre eingebunden werden, die ansonsten den zeitlichen Rahmen sprengen würden oder für die mit herkömmlichen Lehrmitteln ein unverhältnismäßig hoher Aufwand entstünde. Neben der Präsenzlehre werden auch rei-

nes eLearning und „Blended Learning“ unterstützt, das heißt eine Kombination aus computergestützten Selbstlernphasen und klassischen, von Lehrenden durchgeführten Veranstaltungen (Präsenzveranstaltungen). Für das computergestützte Selbststudium kann auf die im System implementierten Lerneinheiten und Kurse zurückgegriffen werden. Diese lassen sich durch entsprechende Angebote, die von den Lehrenden für ihre spezielle Nutzergruppe zusammengestellt wurden, ergänzen.

Welchen Nutzen hat EMILeA-stat?

Zeitgemäßes Lehren und Lernen machen in der heutigen Wissensgesellschaft den Einsatz von Computern, Lernsoftware und Internet unverzichtbar. Der kompetente Umgang mit diesen Medien wird inzwischen nicht nur in speziellen beruflichen Feldern, sondern auch in vielen Alltagssituationen als Grundqualifikation vorausgesetzt. Im Schulunterricht, im Studium sowie in der Aus- und Weiterbildung eröffnen diese Hilfsmittel – aufgrund zentraler Aspekte wie hohe Interaktion, starker Realitätsbezug, flexibles und individuelles Lernen – umfangreiche Möglichkeiten zur Qualitätsverbesserung der Lehre.

Besonders im Bereich der Statistik und Mathematik ist die eigene Aktivität für das (Ein-)Üben und Aneignen dieser Methodiken unerlässlich. Anders als ein klassisches Lehrbuch können Materialien unter Verwendung Neuer Medien diesem Anspruch nach aktiver Beteiligung der Lernenden in vielfältiger Weise genügen. So führen etwa interaktive Visualisierungen zu einer deutlich intensiveren Auseinandersetzung mit den zu analysierenden Daten oder den verfügbaren Diagrammtypen, als dies eine Auswahl statischer Abbildungen vermag. Dies ist ein Aspekt, der auch im Hinblick auf die Ergebnisse der PISA-Studie, beispielsweise in Zusammenhang mit der Lesekompetenz von Grafiken, von wesentlicher Bedeutung ist. Bei

dieser Herangehensweise an das Thema Grafiken werden zum Beispiel im schulischen Statistikunterricht Grundfertigkeiten für das Alltagsleben vermittelt, die ein Verstehen und Hinterfragen der in Printmedien oft verwendeten Darstellungen erst ermöglichen.

Statistische Kenntnisse werden heute in den unterschiedlichsten Bereichen und somit von vielen Gruppen benötigt. Ein Vergleich der entsprechenden Lehr- und Ausbildungsangebote zeigt große inhaltliche Überschneidungen auf. Hier setzt die zentrale Idee der Lehr- und Lernumgebung EMILeA-stat an: Die Entwicklung eines modular aufgebauten Systems, mit dem alle genannten Gruppen aus- und weitergebildet beziehungsweise informiert werden können, siehe Bild 1. Diese Ausrichtung erfordert insbesondere eine spezielle und gruppenspezifische Aufbereitung der Inhalte.

Diese Charakteristika eines nutzerorientierten Systems bilden gleichzeitig einen wichtigen Beitrag zur Wiederverwertbarkeit der Inhalte. Ein weiterer zentraler Aspekt im Sinne der Nachhaltigkeit ist die Struktur von EMILeA-stat. Der kleinste inhaltliche Baustein, also ein Beispiel, eine Aufgabe, ein Begriff oder eine Erläuterung, wird als „Modul“ bezeichnet. Die Module bilden einerseits die Modulwelt, die über den Zugang „Stöbern“ zum freien Navigieren und Erkunden bereitsteht. Andererseits sind sie die Bausteine vorhandener beziehungsweise zu erstellender Kurseinheiten und Kurse. Neben den im System verfügbaren Kursangeboten können Lehrende über eine Warenkorbfunktion eigene Lerneinheiten konzipieren. Sie haben damit die Möglichkeit, ein zielgruppenspezifisches Lehrangebot zusammenzustellen.

Wie kann EMILeA-stat genutzt werden?

EMILeA-stat kann zunächst als reines Informationsforum zum Nachschlagen statistischer Fachbegriffe und Methoden

Ein System für alle Nutzergruppen



Bild 1: Nutzergruppen von EMILeA-stat.

Das Projekt e-stat

Das Verbundprojekt „e-stat“ wurde durch das Bundesministerium für Bildung und Forschung im Programm „Neue Medien in der Bildung (Förderbereich Hochschulen)“ mit einem Fördervolumen von 2.9 Mio. Euro von April 2001 bis Dezember 2004 gefördert (Projektleitung: Prof. Dr. U. Kamps). An der Entwicklung waren Hochschullehrerinnen und Hochschullehrer an mehr als zehn Universitäten beteiligt. Weitere Information zum Projekt sind unter www.emilea.de verfügbar.

Ergebnis des Projekts ist eine innovative Lehr- und Lernumgebung in der angewandten Statistik. Der Name EMILeA-stat bezieht sich auf die zentralen Charakteristika: Multimedialität, Internet-basiertheit, Interaktivität und Anwendungsorientierung.

Die Lehr- und Lernumgebung ist derzeit in der Version 2.0 verfügbar. Sie wird am Institut für Statistik und Wirtschaftsmathematik der RWTH Aachen gepflegt und weiterentwickelt. Sie kann unter <http://emilea-stat.rwth-aachen.de> kostenfrei genutzt werden.

Kontakt:

Prof. Dr. U. Kamps, Prof. Dr. E. Cramer
Institut für Statistik und Wirtschaftsmathematik
RWTH Aachen, Wüllnerstraße 3, 52056 Aachen
E-Mail: e-stat@rwth-aachen.de

EMILeAstat

Bild 2: Inhalte von
EMILeA-stat.



genutzt werden. Hilfreich ist hier insbesondere eine umfangreiche Suchfunktion, die neben einer reinen Schlagwortsuche auch die gezielte Suche nach strukturierten Inhalten erlaubt. Beispielsweise können nur Definitionen oder nur Aufgaben zu einem Begriff von Interesse angezeigt werden. Darüber hinaus bietet EMILeA-stat aber eine Vielzahl von Beispielen und Übungsaufgaben, die in der Auseinandersetzung mit der Thematik helfen sollen, die Begriffe einzüben und zu verstehen. Die Beispiele und Übungsaufgaben sind durchgehend mit Visualisierungen, teilweise interaktiv, und ausführlichen Lösungen versehen, so dass insbesondere das Selbststudium möglich ist und auch gefördert wird. Die Inhalte sind miteinander verknüpft und gestatten damit ein freies Navigieren und entdeckendes Lernen. Natürlich sind die Nutzergruppen hinsichtlich ihrer mathematischen und statistischen Vorkenntnisse wie auch hinsichtlich ihrer Nutzungsintention inhomogen. Dieser Tatsache begegnet EMILeA-stat durch drei Abstraktionsstufen, die beginnend bei der allgemein verständlichen Ebene A die Abstraktion bis zum „Expertenlevel“ C steigert. Dies kommt unter anderem dadurch zum Ausdruck, dass auf Formeln in Stufe A weitgehend verzichtet wird und die Funktionalität interaktiver Grafiken eingeschränkt ist. Aus grundsätzlichen Erwägungen sind Inhalte nicht notwendig auf allen Abstraktionsstufen

verfügbar. Einerseits können Erläuterungen der Stufe A durchaus als Ergänzung der Darstellung auf Stufe C sinnvoll sein, so dass Level A-Module auch auf einem höheren Abstraktionsniveau verwendet werden. Andererseits lassen sich Inhalte für Fortgeschrittene nicht sinnvoll auf dem untersten Level darstellen und werden auf dieser Stufe daher auch nicht thematisiert.

Im System können auch vorgegebene Kurseinheiten zum Einsatz kommen, die zu einem Thema konzipiert wurden. Der Lernende arbeitet dann ein

Lernprogramm seriell ab, kann sich jedoch bei Bedarf oder Interesse jederzeit frei in der Modulwelt bewegen und zum Startpunkt des „Ausflugs“ zurückkehren. Dies kann sowohl begleitend zu einem Präsenzkurs als auch in reinem Selbststudium erfolgen. In diesem Sinne wird das System in Veranstaltungen zur angewandten Statistik des Instituts für Statistik und Wirtschaftsmathematik genutzt. Studierende können die verfügbaren Kurse sowohl als vorlesungsbegleitendes Skript, aber auch als vertiefende Ergänzung des Vor-

lesungsstoffs nutzen. Weiterhin sind speziell auf den Schulunterricht abgestimmte Kurse verfügbar, die in Schulversuchen bereits erfolgreich durchgeführt wurden.

EMILeA-stat umfasst vielfältige Inhalte zu unterschiedlichen Bereichen der Statistik, die kontinuierlich gepflegt und ausgebaut werden, siehe Bild 2. Inhaltliche Schwerpunkte liegen auf den zentralen Themen „Beschreibende und Schließende Statistik“, „Wahrscheinlichkeitsrechnung“, „Statistische Grafiken“, „Mathematische Grundlagen“ und „Vorkurs Ma-



thematik“ sowie „Elementare Finanzmathematik“. Der Springer-Verlag publiziert eine Buchreihe mit Inhalten aus EMILeA-stat.

EMILeA-stat unterscheidet verschiedene Nutzerrollen wie Lernende, Kursdesigner und Modulautoren. Lernende greifen nur auf vorgegebene Inhalte zu, das heißt sie rufen entweder einzelne Inhaltsmodule ab oder nutzen abgespeicherte Kurse und Kurseinheiten. Kursdesigner können über eine Warenkorbfunktion aus vorgegebenen Inhaltsmodulen eigene, serielle Abfolgen dieser Module – eine Kurseinheit beziehungsweise einen Kurs – generieren. Dabei können zwischen den ausgewählten Modulen eigene Texte, Kommentare und Erläuterungen eingefügt werden, die insbesondere die Überleitung zwischen den Modulen glätten sollen und es dem Kursdesigner ermöglichen, eigene Schwerpunktsetzungen vorzunehmen. Ausgewählte Modulautoren haben darüber hinaus die Berechtigung neue Module in das System einzugeben. Die Schreibberechtigung ist aufgrund eines im Konsortium vereinbarten Qualitätsmanagements eingeschränkt. Zudem müssen alle Module durch einen Modulverantwortlichen freigegeben werden. Für einen Nutzer ist über eine Informationsfunktion stets einsehbar, wer das Modul erstellt und freigegeben hat.

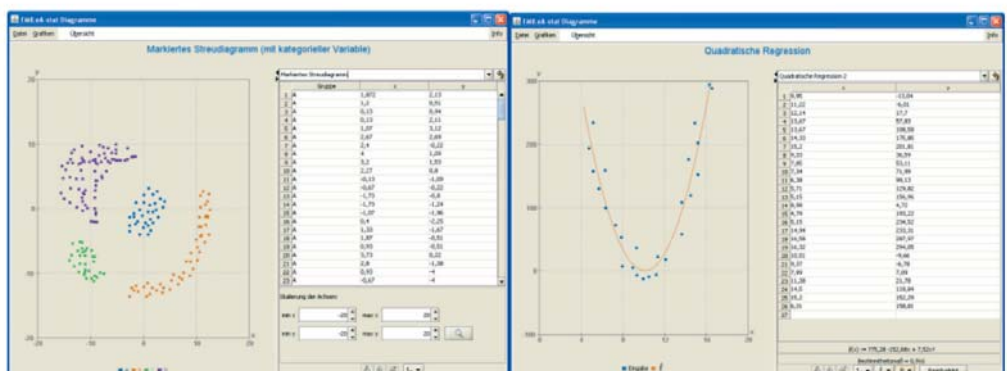
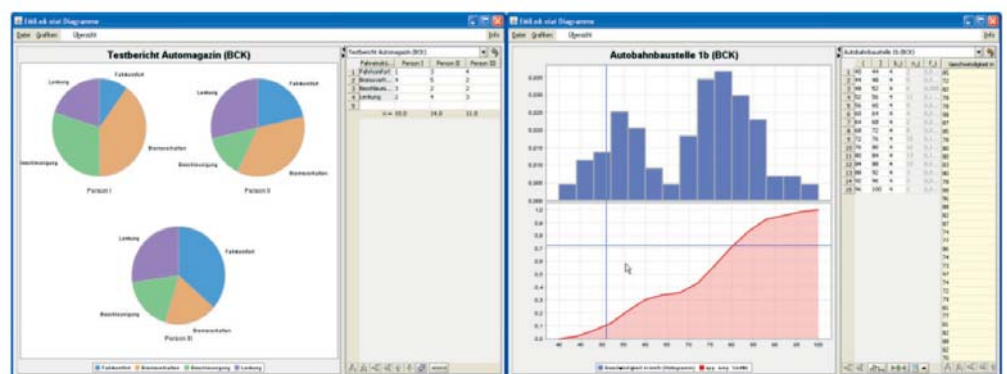
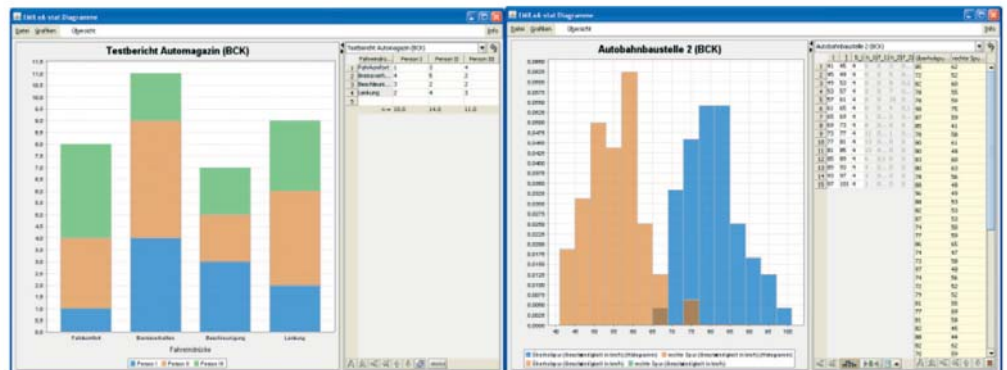
Dieser Beitrag sowie ergänzende Literaturangaben sind unter: www.isw.rwth-aachen.de/themen und <http://emilea-stat.rwth-aachen.de> verfügbar.

Autoren:

Univ.-Prof. Dr.rer.nat. Erhard Cramer leitet das Lehr- und Forschungsgebiet Angewandte Stochastik am Institut für Statistik und Wirtschaftsmathematik. Univ.-Prof. Dr.rer.nat. Udo Kamps hat den Lehrstuhl für Statistik am Institut für Statistik und Wirtschaftsmathematik inne. Dipl.-Inf. Helmut Schottmüller ist Wissenschaftlicher Mitarbeiter am Lehrstuhl für Statistik.

Schwerpunkt Grafiken in EMILeA-stat

Grafische statistische Darstellungen spielen in EMILeA-stat eine ausgezeichnete Rolle. Die Vor- und Nachteile bestimmter grafischer Darstellungen und die damit verbundenen Möglichkeiten der Wissensvermittlung wie auch der Manipulation werden für den Lernenden durch die Interaktionen erfahrbar. Auch ein verstärkter Praxisbezug durch die Analyse realer und aktueller Daten dient dem Verständnis der Lerninhalte und dem Erkennen ihrer Bedeutung. Die folgenden Darstellungen zeigen ausgewählte statistische Grafiken.





In Ihrem eigenen Unternehmen machen Sie schneller Karriere.

Mit Deutschlands wichtigstem Finanzierer von Existenzgründungen.



Wir befördern Sie sofort zum Chef! Denn die Sparkassen-Finanzgruppe unterstützt mehr als die Hälfte aller Existenzgründungen in Deutschland und steht Ihnen als kompetenter Partner für die Planung und die Finanzierung Ihrer Firma gerne zur Seite. Mehr dazu in Ihrer Geschäftsstelle oder unter www.sparkasse.de. **Wenn's um Geld geht – Sparkasse.**

Tagung der Deutschen Stochastiker an der RWTH

Vom 4. bis zum 7. März 2008 veranstalteten die Fachgruppe Stochastik der Deutschen Mathematiker-Vereinigung und die RWTH die „**8th German Open Conference on Probability and Statistics (GOCPS 2008)**“. Das Programm sah 21 eingeladene Plenar- und Sektionshauptvorträge und rund 300 weitere Vorträge in 16 Sektionen vor. Dort präsentierten die Sprecher aus 35 Ländern ein breit gefächertes Spektrum von Themen aus den Bereichen Wahrscheinlichkeitstheorie und Statistik mit Anwendungen in der Finanz- und Versicherungswirtschaft sowie in den Wirtschafts-, Natur-, Lebens- und Ingenieurwissenschaften. Insgesamt waren mehr als 500 Tagungsteilnehmer registriert. Im Rahmen der Tagung wurde auch eine Informationsveranstaltung für Lehrerinnen und Lehrer zum Thema „**Stochastik in Schule und Hochschule**“ angeboten. Im Anschluss fand vom 7. bis 8. März eine Konferenz zum Thema „**Ordered Statistical Data and Its Applications**“ (OSDA 2008) als achte Tagung einer Serie von Treffen zu diesem Thema statt.





<http://gocps2008.rwth-aachen.de>

<http://osda2008.rwth-aachen.de>



Fotos: Peter Winandy

Nach nur 22 Monaten Bauzeit wurde jetzt das studienfunktionale Zentrum SuperC der RWTH Aachen fertiggestellt. Es beherbergt alle wichtigen Verwaltungseinrichtungen für die Studierenden – von der Einschreibung bis zur Zeugnisausgabe. Damit ist die RWTH die erste deutsche Hochschule, die die Serviceleistungen für Studierende räumlich derart bündelt.

Nicht nur in Sachen Funktion, sondern auch architektonisch setzt das SuperC im Kernbereich der Hochschule neue Maßstäbe. Die Pläne zu dem Gebäude stammen von den Architektinnen Susi Fritzer und Eva-Maria Pape, die sich in einem hochschulinternen Wettbewerb durchsetzen konnten. Zu den charakteristischen Merkmalen des studienfunktionalen Zentrums gehören die Glasfassade sowie das weit überkragende Dach, das den Vorplatz überspannt. Durch diese Form erinnert es in der Seitenansicht an den Buchstaben C.

Auf den insgesamt 4.600 Quadratmetern verfügt das SuperC außerdem über Tagungs- und Veranstaltungsräume, eine Cafeteria sowie eine zentrale Informationsstelle.

Das Energiekonzept der SuperC basiert zum großen Teil auf der Nutzung der Geothermie. Im Rahmen eines EU-Demonstrationsprojektes der Fakultät Georessourcen und Materialtechnik wurde im Vorfeld eine 2,5 Kilometer tiefe Bohrung durchgeführt. Mittels eines Wärmetauschers im Untergrund wird das Gebäude über einen geschlossenen Wasserkreislauf gekühlt und beheizt.

72

Das studienfunktionale Zentrum RWTH AACHEN UNIVERSITY SUPERC



RWTH Aachen und Forschungszentrum Jülich

Bündelung der fügetechnischen Kompetenz

Die RWTH Aachen und das Forschungszentrum Jülich haben einen Kooperationsvertrag für ein Fügetechnisches Exzellenz-Zentrum unterschrieben. Dabei bringen die RWTH ihr Institut für Schweiß- und Füge-technik und das Forschungszentrum Jülich die Abteilung Füge- und Prüftechnik der Zentralabteilung Technologie ein. Die Füge-technik ist eine Schlüsseltechnologie, die entscheidend die Entwicklung und Produktion fast aller technischen Produkte beeinflusst. Sie umfasst die stoffschlüssigen Verfahren des Schweißens, Lötens, Klebens und des umformtechnischen Fügens. Viele technische Fragestellungen können nur durch innovative Lösungsansätze aus der Füge-technik gelöst werden. Beispiele hierfür sind insbesondere im Fahrzeugbau, in der Luft- und Raumfahrttechnik, im Schiffbau, in der Energietechnik sowie im Bau von Geräten für die Spitzenforschung zu finden. Durch die gemeinschaftliche Nutzung der personellen und apparativen Ressourcen in Aachen und Jülich entsteht eine in Europa einmalige Bündelung fügetechnischer Fachkompetenz zum Nutzen von Wissenschaft und Industrie. Im globalen Wettbewerb der ingenieurwissenschaftlichen Forschung wird das Exzellenz-Zentrum als größte nationale fügetechnische Arbeits- und Forschungsorganisation ein deutlich sichtbarer Anlaufpunkt für Industrie- und Forschungspartner werden.

Kooperationsvertrag unterzeichnet

Das Forschungszentrum Jülich, die University of California, Berkeley, USA, und die RWTH unterzeichneten ein Memorandum of Understanding. Es besiegelt die Zusammenarbeit zwischen dem Ernst Ruska-Centrum für Mikroskopie und Spektroskopie mit Elektronen (ER-C), betrieben durch das Forschungszentrum Jülich und die RWTH Aachen, und dem National Center for Electron Microscopy (NCEM), vertreten durch die University of California, Berkeley, USA. Die langjährige gute Zusammenarbeit der beiden international herausragenden Zentren für Elektronenmikroskopie wurde damit formal und inhaltlich auf eine neue Stufe gehoben. Vereinbart wurden gemeinsame Studien beider Zentren zur Entwicklung und Verbesserung modernster elektronenoptischer Methoden als Wegbereiter für die Materialforschung. Auch ein verstärkter Austausch von Know-how und Personal sowie die gemeinsame Ausbildung von Doktoranden und Postdoktoranden im Rahmen eines Nachwuchsförderungsprogramms gehören dazu. RWTH-Rektor Ernst Schmachtenberg und Prof. Dr. Achim Bachem, Vorstandsvorsitzender des Forschungszentrums Jülich, konnten NRW-Innovationsminister Prof. Andreas Pinkwart, und den Staatssekretär bei der Bundesforschungsministerin, Thomas Rachel, anlässlich der Vertragsunterzeichnung begrüßen. Mit dem ER-C betreiben das Forschungszentrum Jülich und die RWTH Aachen seit 2004 ein Kompetenzzentrum für atomar auflösende Elektronenmikroskopie und -spektroskopie auf international höchstem Niveau. Das ER-C entwickelt wis-

senschaftlich-technische Infrastruktur und Methoden für die Materialforschung von heute und morgen und ist zugleich das erste nationale Nutzerzentrum für höchstauflösende Elektronenmikroskopie. Es gewährleistet Forschern aus Wissenschaft und Industrie den Zugang zu den leistungsfähigsten Elektronenmikroskopen unserer Zeit und ist Garant für kompetente Betreuung. Das National Center for Electron Microscopy (NCEM), gegründet 1983, ist eins der führenden Zentren weltweit in der Elektronenmikroskopie und Mikrocharakterisierung. In der unmittelbaren Nähe der University of California, Berkeley, im Lawrence Berkeley National Laboratory beheimatet verfügt das NCEM über mehrere einmalige Instrumente sowie hervorragende Kompetenz in der Simulation und Analyse von computergenerierten Bildern. Das NCEM besitzt auch einzigartige Instrumente zur Abbildung von magnetischen Werkstoffen. Darüber hinaus entwickelt das NCEM Verfahren und Werkzeuge für dynamische Experimente vor Ort.

Namen

Auszeichnung für Professor Reiner Kopp

Auf der 9. Internationalen Konferenz zur Umformtechnik in Gyeongju, Südkorea, erhielt der ehemalige Institutsleiter für Bildsamer Formgebung, Univ.-Prof. em. Dr.-Ing. Dr. h.c. mult. Dr.-Ing. E.h. Reiner Kopp, den „JSTP International Prize for Research & Development in Precision Forging“. Mit der Auszeichnung ehrte die Japanische Gesellschaft für Umformtechnik den Aachener für seine besonderen Verdienste um die Forschung und Entwicklung neuer Umformprozesse und multiskaliger Simulationsprozesse. Mit dem „JSTP International Prize for R&D in Precision Forging“ werden Wissenschaftler ausgezeichnet, die durch ihre herausragenden Forschungsarbeiten zur Weiterentwicklung und Optimierung der Umformtechnologien beigetragen haben. Ziel ist es, mit dem hochdotierten Preis die Forschung und Entwicklung von Präzisions schmiedeverfahren und anderen Methoden des endkonturnahen Umformens zu fördern.

Fünf Jahre Philips Lehrstuhl für Medizinische Informationstechnik

Der Philips Lehrstuhl für Medizinische Informationstechnik feierte jetzt sein fünfjähriges Bestehen. Im Jahre 2003 gegründet und mit Mitteln des Philips Forschungslabors in Aachen in Höhe von insgesamt 1,3 Millionen Euro unterstützt, hat sich der von Univ.-Prof. Dr. med. Dr.-Ing. Steffen Leonhardt geleitete Lehrstuhl in den letzten fünf Jahren sowohl national wie auch international eine hohe wissenschaftliche Reputation aufbauen können.

60 Jahre Institut für Bauforschung

Das Institut für Bauforschung, kurz ibac, feierte jetzt sein 60jähriges Bestehen. Seit seiner Gründung im Jahre 1948 entwickelte sich das Institut zu einer Plattform für Forschung über Bindemittel, Beton, Verbundwerkstoffe, Mauerwerk, Bauwerkserhaltung und –instandsetzung sowie Stahl und Stahlkorrosion und führt Material- und Überwachungsprüfungen durch. Auch am DFG-Sonderforschungsbereich „Textilbewehrter Beton – Grundlagen für die Entwicklung einer neuartigen Technologie“, ist das ibac aktuell mit mehreren Projekten beteiligt. Den Grundstein für diesen Erfolg schufen die früheren Leiter Prof. Dr.-Ing. Hummel, Prof. Dr.-Ing. Wesche, Prof. Dr.-Ing. Sasse und Prof. Dr.-Ing. Schießl. Mit den beiden Institutsleitern Univ.-Prof. Dr.-Ing. Wolfgang Brameshuber und Univ.-Prof. Dr.-Ing. Michael Raupach freuten sich zahlreiche Gäste beim Festakt und anschließendem Kolloquium über das Jubiläum des Instituts.

Auszeichnung für Claude Bouvy

Dr.-Ing. Claude Bouvy vom Lehrstuhl für Technische Thermodynamik erhielt den Dr. Tyczka Energiepreis. Der Preis – gestiftet von der Tyczka Energie GmbH & Co. KGaA – wurde von der TU München verliehen. Bouvy erhielt für seine Dissertation „Kombinierte Struktur- und Einsatzoptimierung von Energieversorgungssystemen mit einer Evolutionsstrategie“ ein Preisgeld in Höhe von 2.500 Euro.

Erfolgreich im „Model T-Wettbewerb“

Pünktlich zum 100. Geburtstag des legendären Ford Model T hat sich das Institut für Kraftfahrzeuge (IKA) erfolgreich in einem weltweiten Wettbewerb des Fahrzeugbauers durchgesetzt. Ziel war es, ein innovatives Auto für die Mobilität im 21. Jahrhundert zu entwickeln. Es sollte einfach, leicht, robust und kostengünstig sein. Ein Erfolgsmodell wie das von Henry Ford im Jahr 1908. Das Konzept von Wissenschaftlern und Studierenden des IKA überzeugte die Fachjury und konnte sich erfolgreich gegen fünf weitere Hochschulen aus den USA und Australien durchsetzen. Die RWTH war als einzige europäische Universität für den Wettbewerb ausgewählt worden. Nun winken Stipendien in Höhe von 25.000 US-Dollar. Für die Teilnahme am Wettbewerb musste das Aachener Team ein zuverlässiges Fahrzeug mit geringem Gewicht, das Platz für mindestens zwei Personen bietet, entwickeln. Außerdem soll der Wagen eine Reichweite von mindestens 200 Kilometern haben und zu einem Grundpreis von 7.000 US-Dollar (umgerechnet knapp 5.000 Euro) verkauft werden können. Und das haben die Aachener Wissenschaftler geschafft: Das Basismodell ihres Fahrzeugs kostet 6.780 US-Dollar und bleibt damit sogar leicht unter dem vorgegebenen Höchstpreis des Herstellers.

Werner von Siemens Excellence Award für vier Absolventen

Die Absolventen Melanie Kleiner, Kerstin Meisa, Moritz Pistor und Mark Stegelmann wurden mit dem Werner von Siemens Excellence Award ausgezeichnet. Bei dem mit insgesamt 100.000 Euro dotierten Wettbewerb honoriert die Siemens AG herausragende Diplom- und Masterarbeiten, die im Rahmen eines technisch-naturwissenschaftlichen Studiengangs erstellt wurden und die in einem thematischen Bezug zu den Geschäftsaktivitäten der Siemens Sektoren Industry, Energy und Healthcare stehen. Neben der wissenschaftlichen Leistung wurden vor allem der Innovationsgrad der eingebrachten Ideen und deren praktische Umsetzbarkeit bewertet und pro Arbeit mit 2.500 Euro prämiert. Im Studiengang Informatik erarbeitete Melanie Kleiner in ihrer Diplomarbeit „Ein routine-integrierbares Planungswerkzeug zur operativen Rekonstruktion der Orbita“ ein software-basiertes Tool, das bei der Operation der Augenhöhle nach schweren Verletzungen genutzt werden kann. Die von Kerstin Meisa im Studiengang Elektrotechnik und Informationstechnik erstellte Diplomarbeit „Entwicklung eines rechnergestützten Verfahrens zur Ermittlung von Höchstspannungsreferenznetzen“ ermöglicht die Bestimmung kostenminimaler Stromnetze für die Transportnetzebene nach vorgegebenen Randbedingungen. Im Studiengang Elektrotechnik und Informationstechnik entwickelte Moritz Pistor im Rahmen seiner prämierten Diplomarbeit „Entwicklung und Aufbau eines tragbaren drahtlosen Sensorennetzwerkes zur PDA-basierten Erfassung von Vitalparametern“ ein mobiles Telemonitoring System, das die Diagnose von Krankheiten und die Überwachung von Patienten und Patientinnen außerhalb von Kliniken und Arztpraxen ermöglicht. Mark Stegelmann hat in seiner im Studiengang Informatik erstellten Diplomarbeit „Spezifikation und Komposition von Diensten in dynamischen eHome-Systemen“ ein Konzept entwickelt, mit dem sich solche Dienste automatisch oder nutzergesteuert an sich ändernde Anforderungen anpassen lassen. Der Werner von Siemens Excellence Award wird jährlich an 14 Hochschulen ausgeschrieben.

Auszeichnung für Professor Peter Hanrath

Mit der Carl-Ludwig-Ehrenmedaille erhielt Professor em. Dr. med. Peter Hanrath die höchste Auszeichnung der Deutschen Gesellschaft für Kardiologie. Der Vorstand der Gesellschaft ehrte den ehemaligen Direktor der Medizinischen Klinik I des Universitätsklinikums für seine herausragenden Verdienste auf dem Gebiet der Herz- und Kreislaufforschung. Hanrath war einer der Impulsgeber für die technische Entwicklung und die klinische Anwendung der transösophagealen Echokardiographie. Bei dieser speziellen Form der Echokardiografie, einer Ultraschalluntersuchung des Herzens, wird ein Endoskop mit eingebautem Schallkopf in die Speiseröhre eingeführt und dadurch eine Darstellung des Herzens und benachbarter anatomischer Strukturen ermöglicht. Auf diese Weise können Veränderungen an den nativen Herzklappen bei Entzündungen und Schädigungen von Herzklappenprothesen diagnostiziert sowie die Funktion des Herzens während großer Operationen oder kathetertechnischer Interventionen kontinuierlich überwacht werden.

Ehrendoktorwürde für Professor Bock

Die Cracow University of Economics hat Univ.-Prof. i.R. Dr.rer.nat. Hans-Hermann Bock die Ehrendoktorwürde verliehen. Mit dieser Auszeichnung würdigt die Krakauer Universität die wissenschaftlichen Leistungen des Mathematikers auf dem Gebiet der Klassifikationsverfahren und der statistischen Datenanalyse sowie im Besonderen seine Verdienste um die Etablierung wissenschaftlicher Kontakte zwischen polnischen und deutschen Wissenschaftlern und deren Fachgesellschaften. Bock wurde 1978 für das Lehr- und Forschungsgebiet „Angewandte Statistik“ an die RWTH berufen.

Volkswagen-Stiftung fördert Projekt des Philosophischen Instituts

Für das Vorhaben „Vernünftiger Umgang mit unscharfen Grenzen. Vagheits- und Unbestimmtheitsphänomene als Herausforderung für Philosophie und Recht“ von Univ.-Prof. Dr.phil.habil. Geert Keil vom Philosophischen Institut vergab die Volkswagen-Stiftung ein Fördergeld in Höhe von 800.000 Euro. Keil entwickelte in Zusammenarbeit mit Prof. Dr. Ralf Poscher vom Lehrstuhl für Öffentliches Recht, Rechtssoziologie und Rechtsphilosophie der Universität Bochum dieses Forschungsprojekt. Es hat das Ziel, Vagheits- und Unschärfephänomene in verschiedenen Feldern zu identifizieren und Verfahren des vernünftigen Umgangs mit unscharfen Grenzen zu entwickeln und umzusetzen. Das Projekt wird einen Arbeitsschwerpunkt im Anwendungsfeld „Technik/Umwelt“ haben und sich auf diesem Gebiet die an der RWTH vorhandene ingenieurwissenschaftliche Expertise zunutze machen. Dabei werden Keil und Poscher eng mit „HumTec“ kooperieren, einem aus Mitteln der Exzellenzinitiative eingerichteten Projektzuhause, das interdisziplinäre Spitzenforschung zwischen den Geistes- und den Ingenieurwissenschaften fördert.

Früher Forschen mit UROP International

Das neue „Undergraduate Research Opportunities Program“, kurz UROP International, startete jetzt. UROP ermöglicht Studierenden ab dem zweiten Studienjahr, zeitlich begrenzte Forschungsprojekte an der RWTH Aachen durchzuführen oder Teil eines bestehenden Forschungsteams zu werden. In der Startphase von UROP werden zwei unterschiedliche Programmkomponenten angeboten: RWTH UROP für Studierende der RWTH Aachen und UROP International für Studierende von US-amerikanischen und kanadischen Hochschulen. Ziel von UROP International ist es, die Beziehungen zu nordamerikanischen Partnern und potenziellen Partnern zu stärken sowie die fachliche und außerfachliche Entwicklung der Studierenden zu fördern. Qualifizierte RWTH-Studierende sowie besonders geeignete Studierende von Partnerhochschulen sollen früh in ihrem Studium durch eigene Projekte an forschungsrelevante Themen herangeführt werden und dadurch die Forschungsaktivitäten der RWTH effektiv unterstützen. Die UROP-Projekte werden aus Mitteln der Exzellenzinitiative gefördert.

Ehrendoktorwürde für Professor Rafiq Azzam

Die University of Shanghai for Science and Technology hat Univ.-Prof. Dr.rer.nat. Rafiq Azzam die Ehrendoktorwürde verliehen. Mit dieser Auszeichnung würdigt die chinesische Universität die wissenschaftlichen Leistungen des Aachener Lehrstuhlleiters für Ingenieurgeologie und Hydrogeologie sowie im Besonderen seine Verdienste um die Etablierung wissenschaftlicher Kontakte zwischen chinesischen und deutschen Forschern und deren Fachgesellschaften. Im Rahmen eines Festakts wurde die Ehrenurkunde in Shanghai überreicht. Azzam übernahm im September 2002 die RWTH-Universitätsprofessur für das Fach Ingenieurgeologie und Hydrogeologie.

Auszeichnung für Dr. Olav Gressner

Dr.med. Olav Gressner ist mit dem Ivar-Trautschold-Nachwuchs-Förderpreis geehrt worden. Gressner ist wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Klinische Chemie und Pathobiochemie des Universitätsklinikums Aachen. Der Preis wird von der Deutschen Vereinigten Gesellschaft für Klinische Chemie und Laboratoriumsmedizin e.V. (DGKL) alle zwei Jahre an Nachwuchswissenschaftler, die hervorragende Arbeiten auf dem Gebiet der Klinischen Chemie und Pathobiochemie erbracht haben, vergeben. Er ist mit 5.000 Euro dotiert und kann an Wissenschaftler bis zur Vollendung ihres 36. Lebensjahres verliehen werden.

Zwei RWTH-Professoren im Senat der DFG

Die Mitgliederversammlung der Deutschen Forschungsgemeinschaft wählte jetzt acht neue Mitglieder für den Senat. Zum ersten Mal wurde Univ.-Prof. Dr.rer.nat. Dieter Enders vom Institut für Organische Chemie der RWTH Aachen für zunächst drei Jahre in das wichtigste politische Gremium von Deutschlands größter Forschungsförderorganisation gewählt. Im Bereich der Mathematik wurde Univ.-Prof. Dr.rer.nat. Wolfgang Dahmen für eine zweite Amtszeit von drei Jahren bestätigt. Der Senat ist das wissenschaftspolitische Gremium der Deutschen Forschungsgemeinschaft. Er nimmt übergeordnete Anliegen der Forschung wahr, fördert ihre Zusammenarbeit und berät Regierungen, Parlamente sowie Behörden durch wissenschaftlich begründete Stellungnahmen. Durch die Einrichtung von Schwerpunktprogrammen und Forschergruppen setzt er Akzente in der Forschungsplanung. Der Senat besteht aus 39 wissenschaftlichen Mitgliedern, von denen 36 von der Mitgliederversammlung gewählt werden.

Professor Martin Möller in die Deutsche Akademie der Technikwissenschaften gewählt

Univ.-Prof. Dr.rer.nat. Martin Möller wurde zum Mitglied von acatech, seit dem 01. Januar 2008 Deutsche Akademie der Technikwissenschaften, gewählt. Möller ist Direktor des Deutschen Wollforschungsinstituts e.V. (DWI) an der RWTH Aachen und Lehrstuhlinhaber für Technische und Makromolekulare Chemie. Die Wahl in die Akademie ist eine hohe Auszeichnung. Als Vereinigung herausragender Wissenschaftler berät acatech die Politik, Wirtschaft und Gesellschaft mit aktuellsten Kenntnissen aus der Wissenschaft. Möller wird sein Wissen und seine Erfahrungen zu Polymer- und Materialwissenschaften einbringen und aktiv in den Themennetzwerken Nanotechnologie und Werkstoffe mitarbeiten. Nach der Wahl von 23 neuen Wissenschaftlern verfügt acatech nunmehr über 282 Mitglieder. Davon kommen mit Möller 19 Wissenschaftler von der RWTH Aachen.

In der nächsten Ausgabe:

Globales E-Learning in der Wasserwirtschaft

Klimawandel und Wasserhaushalt

Hochwasserrisiko

Wasser – alles klar?

Nutzung alternativer Wasserressourcen

Kleinkläranlagen aus Textilbewehrtem Beton

Dem Grundwasser auf der Spur

DICLOFENAC und Co – Arzneimittel im Abwasser

Kläranlagen als Energiequelle und -verbraucher

WASSER

Abwasser auf dem Wasser

Elektrokoagulation – Vom Abwasser zum Nutzwasser

Sauberes Trinkwasser für die Zukunft

Automatisierung in der Abwasseraufbereitung

Wasser und Sediment

Adsorption in der Abwasseraufbereitung

Hochwasserschutz aus sozialwissenschaftlicher Perspektive



Grow Further.

GEMEINSAM MEHR BEWEGEN.

Was Sie von Ihrer Zukunft erwarten sollten? Entwicklungsmöglichkeiten. In einem Team aus Persönlichkeiten verschiedenster fachlicher Hintergründe, die sich gegenseitig zu einzigartigen Lösungen inspirieren. Bei weltweiten Strategieprojekten für Kunden aus allen Wirtschaftsbereichen, die Sie bis auf das Äußerste fordern – und dabei das Beste in Ihnen wecken. Kurz: Erwarten Sie bei uns den nötigen Raum, um über sich selbst hinauszuwachsen. Die weltweit führende Strategieberatung sucht herausragende Studentinnen und Studenten, Doktoranden und Professionals aus allen Fachbereichen. **Mehr Informationen erhalten Sie von Ingrid Samuel, Telefon: (0211) 3011-3200, Ortrud Görne, Telefon: (089) 23 17-43 61, oder unter www.bcg.de/karriere**

BCG

THE BOSTON CONSULTING GROUP

NZW-6X2
NZW
5CR-T73
BBZ-S2Y
BNR-LR7 FN

