

Entwicklung einer leistungsfähigen Detektions-Elektronik für die Multispitzen-Rastersondenmikroskopie zur Fehleranalyse an integrierten Schaltungen

Von der Fakultät für Mathematik, Informatik und Naturwissenschaften der
RWTH Aachen University zur Erlangung des akademischen Grades eines
Doktors der Ingenieurwissenschaften
genehmigte Dissertation

vorgelegt von

Diplom-Ingenieur

Richard Spiegelberg

aus Bedburg

Berichter: apl. Prof. Dr. rer. nat. Bert Voigtländer
Prof. Dr.-Ing. Rainer Waser
Prof. Dr. rer. nat. Markus Morgenstern

Tag der mündlichen Prüfung: 24.11.2015

Diese Dissertation ist auf den Internetseiten der Universitätsbibliothek
online verfügbar.

Abstract

This thesis deals with the development and construction of a detection electronics which is mainly used in atomic force microscopy. The electronics have been realized by using a field-programmable gate array (FPGA). A detection method in atomic force microscopy is the frequency modulation method, which is usually implemented by a phase-locked loop. In this work, the phase detection is implemented using a Hilbert filter. This allows a very high detection bandwidth in excess of tens of kilohertz. The implementation of the phase determination is amplitude-independent, which is not the case with the usually used lock-in method. The electronics is used in the operation with a needle sensor and tested for samples from the semiconductor industry. By realizing a sampling rate of 100 MHz , sensors for the AFM can be operated at a eigenfrequency up to several megahertz.

The detection electronics fulfills with its high bandwidth an essential requirement for an application in failure analysis of integrated circuits. There a short time is required for scanning relatively large areas ($> 10\text{ }\mu\text{m}$). Thus, the position of individual SRAM cells or the position of the transistors can be determined so that they can be contacted electrically. For that purpose, multiple tips of a multiprobe scanning force microscope are needed. Therefore, the electronics was constructed modular and is designed for operations of up to ten tips.

The detection electronics is also suitable for the imaging of atomic structures with a detection bandwidth of about hundred hertz. In this case, the frequency resolution is 2 mHz . The noise spectral density of the frequency shift signal caused by the electronics is $5 \cdot 10^{-5}\text{ Hz}/\sqrt{\text{Hz}}$. With regard to the noise, it has been shown, that it is only limited by the thermal noise and the detector noise of the amplifier and not by the developed detection electronics.

Kurzfassung

Die Arbeit beschäftigt sich mit der Entwicklung und dem Aufbau einer Detektionselektronik, die überwiegend in der Rasterkraftmikroskopie eingesetzt wird. Die Elektronik wurde dabei mithilfe eines Field Programmable Gate Array (FPGA) realisiert. Eine Detektionsmethode in der Rasterkraftmikroskopie ist die Frequenzmodulations-Methode, die meist durch eine phasengesteuerte Regelschleife realisiert wird. Im Rahmen dieser Arbeit wurde die Phasendetektion mithilfe eines Hilbertfilters implementiert. Dadurch können sehr hohe Detektionsbandbreiten oberhalb von zehn Kilohertz realisiert werden. Die Implementierung der Phasenbestimmung erfolgt zudem amplitudenunabhängig, was bei der üblicherweise verwendeten Lockin-Methode zur Phasenbestimmung nicht der Fall ist. Die Elektronik wurde im Betrieb mit einem Nadelsensor verwendet und auf Proben aus der Halbleiterindustrie getestet. Durch eine realisierte Abtastrate von 100 MHz können Sensoren für die Rasterkraftmikroskopie mit einer Eigenfrequenz bis zu einigen Megahertz betrieben werden.

Die Detektionselektronik erfüllt mit ihrer hohen Bandbreite eine wesentliche Anforderung für den Einsatz bei der Fehleranalyse an integrierten Schaltungen. Dort ist die Abbildung von relativ großen Bereichen ($> 10\text{ }\mu\text{m}$) in kurzer Zeit notwendig. Somit kann die Position einzelner SRAM-Zellen bzw. die Position der Transistoren bestimmt werden, damit diese im Anschluss elektrisch charakterisiert werden können. Dazu werden mehrere Spitzen eines Multispitzen-Rastersondenmikroskops benötigt, deshalb wurde die Elektronik modular aufgebaut und ist für den Betrieb von bis zu zehn Spitzen ausgelegt.

Die Detektionselektronik eignet sich auch für die Abbildung atomarer Strukturen, bei denen eine Bandbreite von etwa hundert Hertz verwendet wird. In diesem Fall beträgt die Frequenzauflösung 2 mHz . Der durch die Elektronik verursachte Anteil der spektralen Rauschdichte des Frequenzverschiebungssignals beträgt $5 \cdot 10^{-5}\text{ Hz}/\sqrt{\text{Hz}}$. Im Hinblick auf das Rauschen wurde gezeigt, dass dies nur durch das thermische bzw. das Detektor-Rauschlevel des verwendeten Verstärkers und nicht durch die verwendete Detektionselektronik limitiert wird.

Inhaltsverzeichnis

1. Einleitung	5
2. Rasterkraftmikroskopie	11
2.1. Grundprinzip	11
2.1.1. Wechselwirkung zwischen Spitze und Probe	13
2.1.2. Betriebsmodi in der Rasterkraftmikroskopie	14
2.2. Der Nadelsensor als Aktuator im Rasterkraftmikroskop	16
2.2.1. Resonanzkurve eines harmonischen Oszillators	19
2.2.2. Ersatzschaltbild	21
2.3. FM Detektion	26
2.3.1. Self-Oscillation Modus	26
2.3.2. Tracking Modus	27
2.4. Rauschen in der FM Detektion	29
3. Realisierung der FM-Detektionselektronik in der Rasterkraftmikroskopie	35
3.1. Anforderungen an die FM-Detektionselektronik in der Rasterkraftmikroskopie	36
3.2. Konzeptioneller Aufbau und Realisierung der Hardware	38
3.2.1. Oszillatorauswahl	40
3.2.2. Systemtakterzeugung und -verteilung	42
3.2.3. Analogfilterung des Ausgangssignals	44
3.2.4. Antialiasingeffekte durch Abtastung	46
3.2.5. Regelsignale beim Rasterkraftmikroskop-Betrieb	48
3.3. Softwareimplementierung	49
3.3.1. Digitaler Funktionsgenerator auf Basis einer DDS	54
3.3.2. Phasendetektor	57
3.3.3. Hilbert-Transformation	62
3.3.4. CORDIC-Algorithmus - Berechnung trigonometrischer Funktionen . .	72
3.3.5. Mittelwertfilter	78
3.3.6. PID Regler	81
3.3.7. Filterung der Regelsignale mit einem IIR Filter	87
3.3.8. Bandbreite der Phase Locked Loop (PLL)	96

4. Ergebnisse	101
4.1. Charakterisierung der PLL-Elektronik	101
4.1.1. Nadelsensor	102
4.1.2. Phasenrauschen	109
4.1.3. Übertragungsfunktion des Frequenzverschiebungssignals Δf	111
4.1.4. Rauschanalyse des Gesamtsystems	118
4.1.5. Frequenzverschiebungssignal Δf in Abhängigkeit der Bandbreite . .	121
4.1.6. Amplitudenregler	126
4.1.7. Latenz der analogen Komponenten	128
4.2. AFM Messungen	132
5. Zusammenfassung	137
A. Drehung komplexer Zahlen	I
B. Tschebyscheff Filter	II
C. Berechnung der IIR Filterkoeffizienten mit Matlab	XIII
D. Berechnung der Resonanzkurve des Needlesensors mit Matlab	XIV
E. Berechnung einer Vektordrehung mithilfe des Rotating-Verfahrens	XV
F. Berechnung der Needlesensor-Impedanz	XVII

Abkürzungsverzeichnis

AFM Amplitude Force Microscopy

AFP Atomic Force Nanoprober

DDS Digital Direct Synthesis

DSP Digital Signal Processor

FIR Finite Impulse Response

FPGA Field Programmable Gate Array

IIR Infinite Impulse Response

ITRS International Technology Roadmap for Semiconductors

LUT Look-Up-Table

MAC Multiply Accumulate

OCXO Oven Controlled Crystal Oscillator

PID Proportional-Integral-Derivative

PLL Phase Locked Loop

RMS Root Mean Square

SEM Scanning Electron Microscopy

SRAM Static Random-Access Memory

TEM Transmission Electron Microscopy

VCO Voltage Controlled Oscillator

VHDL Very High Speed Integrated Circuit Hardware Description Language

VSWR Voltage Standing Wave Ratio

1. Einleitung

Aufgrund der immer kleiner werdenden Strukturgrößen in der modernen Halbleiter-Nanoelektronik stößt der elektrische Test von einzelnen Bauelementen auf immer größere Schwierigkeiten. Für derartige Messungen wird z.B. eine Transistorstruktur mit mehreren Mess-Spitzen im Nanometerbereich kontaktiert. Die International Technology Roadmap for Semiconductors (ITRS), die die zukünftigen technologischen Herausforderungen in der Halbleiterindustrie definiert, schreibt im Kapitel „Test und Test Equipment“:

Verbesserungen und Innovationssprünge bei existierenden Geräten und Techniken sind erforderlich. Zur Fehleranalyse von Halbleiter ICs ist eine Kontaktierung mit Elektronenmikroskopie (engl. Scanning Electron Microscopy (SEM)) und Rasterkraftmikroskopie (engl. Amplitude Force Microscopy (AFM)) auf der Nanoskala erforderlich, um einzelne Transistoren und Static Random-Access Memory (SRAM) Zellen auf der ersten Kontaktebene elektrisch zu charakterisieren. Dabei besteht die Notwendigkeit, nicht-sichtbare Defekte und Charakteristika einzelner Transistoren elektrisch zu vermessen. Die wesentlichen Herausforderungen sind die Driften der Testspitzen gegenüber der Probe und der Kontaktwiderstand zwischen den Testspitzen und der Probe. [1]

Derzeit existieren zwei unterschiedliche Ansätze für Nanoprober in der Halbleiterindustrie. Gerätehersteller wie Zyvex, Hitachi und Kleindiek Nanotechnik integrieren einen Nanoprober in ein Elektronenmikroskop (SEM). Dabei kontaktieren die Spitzen unter SEM-Kontrolle ein Bauelement zur elektrischen Charakterisierung (siehe Abbildung 1).

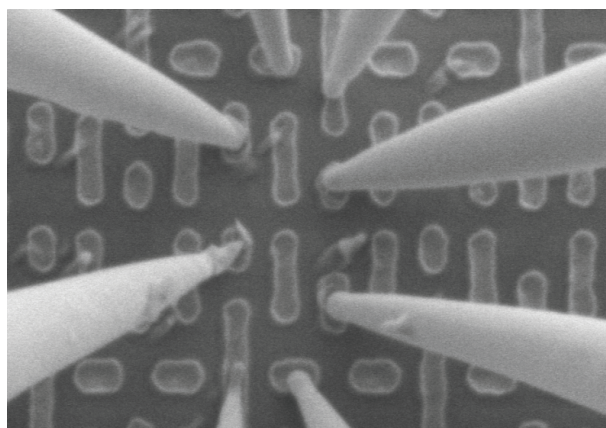


Abb. 1: Kontaktierung einer SRAM Speicherzelle unter Kontrolle eines Elektronenmikroskops [2].

Ein anderes Konzept verfolgt die Firma Multiprobe [3]. Sie vertreibt eine Kombination aus mehreren Rasterkraft-Mikroskopen (AFM) und einem optischen Mikroskop (siehe Abbildung 2). Unter Kontrolle des optischen Mikroskops werden die Spitzen zunächst grob positioniert. Dann werden die zu testenden Strukturen mithilfe der Rasterkraftmikroskopie (AFM) abgebildet. Im Anschluss werden die Spitzen positioniert und in Kontakt mit dem zu messenden Bauelement gebracht.

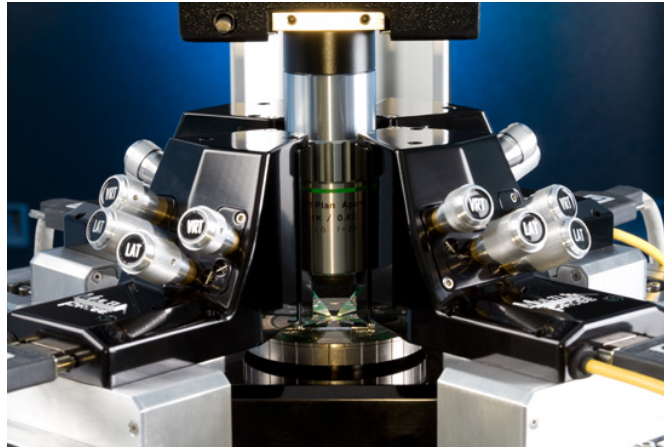


Abb. 2: Abbildung des AFP von Multiprobe mit einem Durchmesser von > 200 mm [3]. Die AFM Detektion erfolgt optisch, daher werden für jede Spitze vier Schrauben für die Justierung des Laserstrahls auf dem Sensor und dem Detektor benötigt.

Beide Ansätze haben Vor- und Nachteile: Beim SEM-Ansatz kann die hohe Auflösung des Elektronenmikroskops ausgenutzt werden. Andererseits ist die Kontrolle der vertikalen Position der Spitze nur schwer möglich und führt zu hohen Kräften beim Kontaktieren bzw. zur Zerstörung der Spitze oder des Bauelementes. Weiterhin kann es durch den Elektronenstrahl zu Veränderungen (Strahlenschäden) im Bauelement kommen. Beim Ansatz mit dem Rasterkraftmikroskop ist die kontrollierte Kraft beim Kontaktieren ein Vorteil, während der Betrieb an Luft (bauartbedingt) ein Nachteil ist. Weiterhin können an Luft Kriechströme auftreten, die unter Vakuumbedingungen vermieden werden. Auch die derzeit verwendete optische Detektion bei der Rasterkraftmikroskopie ist nachteilig, da die mechanische Justierung aller Laserstrahlen diffizil und zeitaufwendig ist (vier Stellschrauben pro Spitze, siehe Abbildung 2).

Eine große Herausforderung bei allen Nanoproben ist die Drift (siehe ITRS Roadmap, oben). Die Spitzen sollen für die elektrischen Messungen stabil an einer Position auf der Probe bleiben. Bei einer immer weiter fortschreitenden Miniaturisierung unterhalb der 32 nm Technologie wird es immer schwieriger, die Spitzen für ausreichend lange Zeiten an einer Stelle zu positionieren. Eine Drift von wenigen Nanometern ist schon nicht mehr tolerierbar. Multiprobe wirbt mit einer Drift von weniger als 5 nm pro Minute. Am Peter-Grünberg-Institut (PGI-3) wird ein Nanoprobe entwickelt, der mehr als 50 mal weniger Drift hat ($< 0.1 \text{ nm/min}$ oder 1 Å/min). Diese sehr geringe Drift der Spitzen gegenüber der Probe wurde durch einen sehr kompakten Aufbau erreicht. Der Nanoprobe ist mit ca. 50 mm Durchmesser wesentlich kompakter als die derzeit auf dem Markt verfügbaren Nanoproben mit Durchmessern von über 200 mm. Der Nanoprobe soll im Modus der Rasterkraftmikroskopie arbeiten um definierte Kontaktkräfte (und damit auch definierte Kontaktwiderstände) zwischen Spitzen und Probe zu messen. Weiterhin soll die komplizierte optische Detektion des Signals bei der Rasterkraftmikroskopie durch eine rein elektrische Detektionsmethode ersetzt werden, um die Bedienung wesentlich zu vereinfachen und den Aufbau zu verkleinern.

Die Kombination eines ultrakompakten Nanoproben (50 mal geringere Drift als ein kommerzieller Nanoprobe) mit einem Betrieb im Vakuum (der hochauflösende Elektronenmikroskopie ermöglicht) und eine vollständig elektrische Detektion ohne mechanische Justierung sind die Alleinstellungsmerkmale des am PGI-3 entwickelten Nanoproben. Für den Einsatz des Nanoproben werden mehrere Spitzen benötigt (Multispitzen-Rastersondenmikroskopie). Zukünftige Anwendungen sehen eine Verwendung von vier oder mehr Spitzen vor. Die Forschungsarbeiten auf dem Gebiet der Multispitzen-Rastersondenmikroskopie haben um das Jahr 2000 zu ersten Erfolgen geführt. Shuji Hasegawa von der Universität Tokio war der erste, der 2001 ein Multispitzen-Rastertunnelmikroskop vorstellte [4, 5]. Dieses Instrument erlaubte erstmals, vier Spitzen unabhängig voneinander im Nanometerbereich zu positionieren. Hasegawa ist der Pionier dieser Technik und hat zahlreiche Veröffentlichungen publiziert, in denen z.B. die Oberflächenleitfähigkeit und deren Anisotropie untersucht wird, oder Vierpunktmessungen an Nanodrähten mit kleinstem Abstand durchgeführt werden konnten.

Parallel zu den Entwicklungen an Universitäten und Forschungsinstituten [6–10] gibt es inzwischen vier kommerzielle Hersteller von Multispitzen-Rastersondenmikroskopen. Neben dem bereits erwähnten Multispitzen-Rasterkraftmikroskop von Multiprobe, hat Omicron (Deutschland) den größten Marktanteil neben RHK (USA) und Unisoku (Japan). Omicron, RHK und Unisoku haben sich dabei auf den Einsatz des Rastersondenmikroskops im Ultra-

hochvakuum spezialisiert. Diese Firmen bedienen den rasant steigenden Forschungszweig, in dem elektrische Messungen im Nanometerbereich durchgeführt werden.

In der Rasterkraftmikroskopie ist die Standard-Detektionsmethode derzeit die sogenannte *Beam-Deflection* Detektion, bei der ein Laserstrahl der Rückseite eines Federbalkens (des Kraftsensors) reflektiert und anschließend detektiert wird. Diese Detektionsmethode ist mit einer Justage der Laserstrahlen für alle Spitzen verbunden. Weiterhin kann diese Detektionsmethode bei Nanoproben nur an Luft betrieben werden, was die Benutzung eines hochauflösenden Elektronenmikroskops ausschließt.

Soll ein Rastersondenmikroskop zusammen mit einem hochauflösenden Elektronenmikroskop in eine Aparatur integriert werden, welche die Proben im Vakuum abtastet, muss eine andere Detektionsmethode verwendet werden. In dieser Arbeit wird eine Detektionsmethode eingesetzt, die keinen optischen Strahlengang benötigt, sondern eine komplett elektrische Detektion ermöglicht. Der Ansatz beruht auf der Verwendung eines Nadelsensors [11] (engl. Needle sensor), einem 3 mm langen Quarzschwinger, der entlang seiner Längsachse schwingt (siehe Abbildung 3(a)).

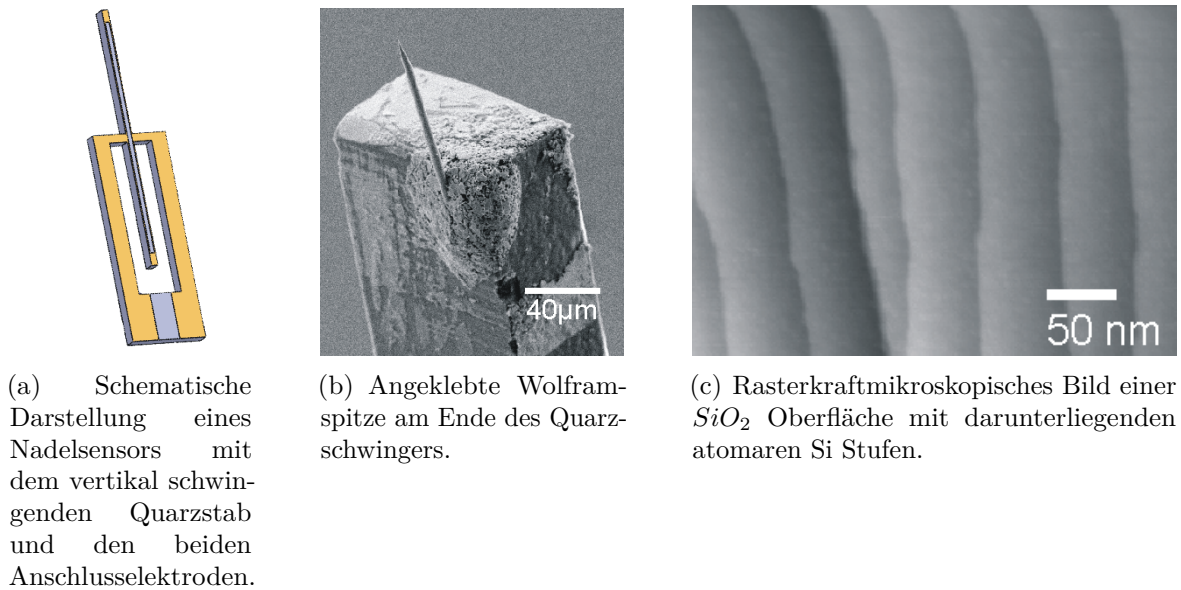


Abb. 3: Darstellung eines Nadelsensors mit der angeklebten Wolframspitze und die damit vermessene SiO_2 Probenoberfläche [11].

Der Sensor verfügt über zwei Elektroden: Über die eine Elektrode erfolgt die mechanische Anregung der Nadel piezoelektrisch (Inverser Piezoeffekt). Über die andere Elektrode wird die mechanische Schwingung der Quarznadel piezoelektrisch in ein elektrisches Detektionssignal umgewandelt (Piezoeffekt). Derartige Nadelsensoren sind kommerziell verfügbar. Abbildung 3(b) zeigt eine am Ende des Quarzsschwingers angeklebte Wolframspitze, die für die Abrasterung der Probe benötigt wird. Abbildung 3(c) zeigt ein mit einem Nadelsensor aufgenommenes Bild einer SiO_2 Oberfläche mit darunterliegenden atomaren Si Stufen. Neben der vollständig elektronischen Detektion ist auch die sehr kleine Basisfläche des Nadelsensors sehr vorteilhaft für eine Integration in einen kompakten Nanoprober mit mehreren Spitzen.

Es soll für die Rasterkraftmikroskopie der parallele Betrieb von vier mindestens Nadelsensoren innerhalb eines Nanoprobers gewährleistet sein, die bei einer Frequenz von 1 MHz arbeiten. Um das Signal hundert mal innerhalb einer Schwingung abtasten zu können, wurden für die Digitalisierung Analog-/Digitalwandler (ADC) und Digital-/Analogwandler (DAC) mit einer Abtastrate von 100 MHz eingesetzt. Hierbei wurde im Rahmen dieser Arbeit ein Field Programmable Gate Array (FPGA) verwendet, da dieser im Hinblick auf zeitkritische Anwendungen und wegen seiner parallelen Signalverarbeitung gegenüber eines herkömmlichen Digital Signal Processor (DSP)s besser geeignet ist.

Das Messsignal ist das Frequenzverschiebungssignal des Nadelsensors aufgrund einer Wechselwirkung zwischen Spitze und Probe [12, 13]. Diese Frequenzverschiebung muss von dem 1 MHz Signal demoduliert werden. Dazu wird üblicherweise eine PLL verwendet. Die PLL ist dabei ein vollständig digital implementierter Regelkreis. Das Eingangssignal des Regelkreises ist die gemessene Phasenverschiebung die aufgrund einer Wechselwirkung zwischen Spitze und Probe innerhalb des Nadelsensors verursacht wird. Um diese zu messen wurde in dieser Arbeit ein Algorithmus unter Verwendung eines Hilbertfilters verwendet, der eine amplitudenunabhängige Bestimmung der Phase ermöglicht. Ferner erfolgt zu jedem Abtastwert eine Bestimmung der Phase, was einer hohen Phasenbestimmungsrate von 100 MSamples/s entspricht. Kommerzielle PLLs verwenden die Lockin-Technik zur Phasenbestimmung, bei der die Phasenbestimmungsrate deutlich unterhalb der Abtastrate liegt.

2. Rasterkraftmikroskopie

Um Strukturen auflösen zu können, die sich mithilfe eines konventionellen Lichtmikroskops nicht mehr darstellen lassen, können Elektronenmikroskope verwendet werden. Sollen hingegen Oberflächen mit atomarer Auflösung betrachtet werden, kann ein Transmission Electron Microscopy (TEM) oder Rastersondenmikroskop verwendet werden. Innerhalb der Rastersondenmikroskopie findet eine Unterscheidung in die Rasterkraftmikroskopie und Rastertunnelmikroskopie statt. Die Verwendung der Rastersondenmikroskopie gegenüber dem TEM bietet Vorteile hinsichtlich des Präparationsaufwandes der zu untersuchenden Probe. Bei Verwendung des TEM muss die Probe in feine Scheiben geschnitten werden, was bei der Untersuchung mithilfe der Rasterkraft- bzw. Rastertunnelmikroskopie entfällt. Im Folgenden wird der Schwerpunkt auf die Grundlagen der Rasterkraftmikroskopie gelegt.

2.1. Grundprinzip

Die Rasterkraftmikroskopie kann zum Abbilden der Topographie der Oberflächen von Materialien bis hin zur atomaren Auflösung verwendet werden. Verwendet wird dazu im Idealfall eine atomar scharfe Sondenspitze [14], welche rasterförmig über die Probe verfahren wird. Die Positionierung wird dabei von Piezoaktuatoren vorgenommen. Ändert sich der Abstand zwischen Spitze und Probe, ändert sich somit die auf die Spitze wirkende Kraft, welche mittels verschiedener Methoden gemessen werden kann. Um den Abstand zwischen Spitze und Probe möglichst konstant zu halten, wird eine Abstandsregelung verwendet. In Abbildung 4 ist der schematische Aufbau eines Rasterkraftmikroskops dargestellt.

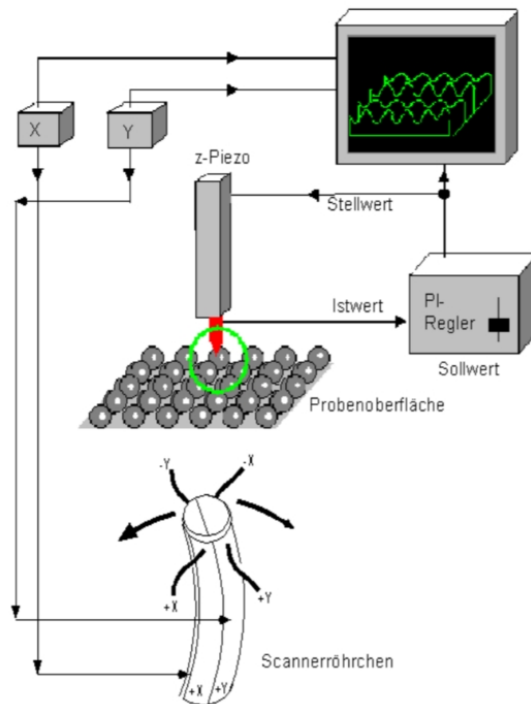


Abb. 4: Aufbau eines Rasterkraftmikroskopes [15].

Üblicherweise wird die Spitze an einem Federbalken (im Folgenden Cantilever [16, 17] genannt) integriert, der aufgrund seines Aufbaus als eine weiche Feder (Federkonstante k ca. $10\text{--}50\text{ N/m}$) beschrieben werden kann. Der Cantilever dient als Hebelarm für die Spitze. Durch Veränderung des Abstands und somit eine Änderung der wirkenden Kraft auf die Spitze, ändert sich die Auslenkung des Cantilevers. Diese Auslenkung bzw. Verbiegung wird meist durch Reflektion eines Laserstrahls am Cantilever mittels einer positionsempfindlichen Photodiode gemessen [15]. Alternativ können Oberflächen auch mithilfe eines anderen Sensors analysiert werden. Dazu eignet sich der Nadelsensor (engl. Needle sensor), welcher im Vergleich zum Cantilever eine viel größere Federkonstante (ca. 10^6 N/m) aufweist. Deshalb wird der Sensor auch überwiegend in der dynamischen AFM verwendet (vgl. Kapitel 2.1.2).

Im Folgenden sollen die Wechselwirkungen zwischen Spitze und Probe physikalisch betrachtet werden. Dabei treten die Wechselwirkungen unabhängig von der Wahl des Sensors auf.

2.1.1. Wechselwirkung zwischen Spitze und Probe

Bei der Untersuchung der Wechselwirkungen zwischen Spitze und Probe lassen sich zwei Bereiche definieren. Man unterscheidet den kontaktlosen vom kontaktbehafteten Bereich. Dazu ist in Abbildung 5 die Kraft aufgrund eines Lennard-Jones-Potentials dargestellt, das als Modellpotential für die Wechselwirkung zwischen Spitze und Probe angenommen wird:

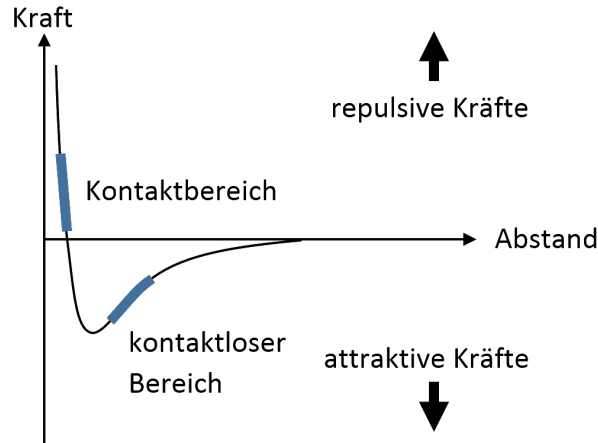


Abb. 5: Kraft zwischen Spitze und Probe aufgrund des Lennard-Jones-Potentials [15].

Das Lennard-Jones-Potential beschreibt die zwischen Spitze und Probe wirkende Wechselwirkung in Abhängigkeit des Abstandes der Spitze von der Probe. Ist der Abstand hinreichend groß, tritt keine Wechselwirkung auf, was einer Kraft nahe Null entspricht. Wird der Abstand verringert, treten zunächst Van-der-Waals-Kräfte auf. Der Einfluss durch diese steigt mit kleiner werdendem Abstand in sechster Potenz an. Die Spitze erfährt in diesem kontaktlosen Bereich eine anziehende (attraktive) Kraft.

Wird der Abstand weiter verringert, treten Kontaktkräfte auf, welche eine abstoßende Wirkung hervorrufen. Solche repulsiven Kräfte treten bei sehr geringen Abständen (kleiner als 10 Å) auf. Sie beruhen auf Basis des Pauli-Prinzips. Hierbei tritt eine Überlagerung der Elektronenaufenthaltsbereiche auf, was aufgrund des Pauli-Prinzips zu einer stark abstoßenden Kraft führt. Eine Betrachtung der Kräfte bestehend aus der Van-der-Waals-Kraft und den abstoßenden Kräften kann vereinfacht mit einem Gesamtpotential $\Phi(r)$ beschrieben werden:

$$\Phi(r) = -c_2 \cdot \left(\frac{1}{r^6} - \frac{1}{r^{12}} \right) \quad (2.1)$$

Die repulsiven Kontaktkräfte sind wegen der 12. Potenz bei kleinen Abständen wesentlich größer als die attraktiven Van-der-Waals-Kräfte (6. Potenz). Das Gesamtpotential ist eine qualitative Näherung für Wechselwirkung zwischen Spitze und Probe.

Im folgenden Abschnitt soll auf die verschiedenen Betriebsmodi innerhalb des AFM-Betriebs eingegangen werden.

2.1.2. Betriebsmodi in der Rasterkraftmikroskopie

Allgemein lässt sich der Betrieb innerhalb der Rasterkraftmikroskopie in einen statischen und dynamischen Bereich unterteilen. Im statischen Betrieb wird der Sensor nicht zum Schwingen angeregt. Vielmehr ist der Sensor in Kontakt mit der Probenoberfläche. Durch eine Verschiebung der Probe folgt der Sensor der Oberflächentopographie. Damit die Kräfte auf die Oberfläche nicht so groß werden, sind geringe Federkonstanten notwendig, weshalb im statischen Modus Cantilever verwendet werden. Durch die Anpassung an die Oberfläche verbiegt sich der Cantilever, was meist durch die bereits vorgestellte Laserdetektionmethode detektiert wird.

Im Gegensatz dazu wird im dynamischen Modus der Sensor zum Schwingen angeregt. Eine große Federkonstante ist hierbei vorteilhaft, damit der Sensor kein Snap-to-Contact erfährt.

Der Nadelsensor wird in der dynamischen Rasterkraftmikroskopie eingesetzt. Die dynamische Rasterkraftmikroskopie lässt sich in zwei weitere Bereiche unterteilen. Dabei wird unterschieden, ob der Sensor innerhalb des Schwingens die Probe berührt oder nicht. Im Folgenden seien die drei wesentlichen Betriebsmodi in der Rasterkraftmikroskopie vorgestellt.

Contact Mode Der Contact Mode wird meist innerhalb der statischen Rasterkraftmikroskopie eingesetzt. Dabei besteht zwischen dem Sensor und der Probe ein mechanischer Kontakt, weshalb in diesem Modus der Cantilever zum Einsatz kommt. Durch den direkten Kontakt zwischen Spitze und Probe werden in diesem Modus überwiegend repulsive Kräfte gemessen. Durch Verfahren der Probe wird der Cantilever vereinfacht gesagt über die Probe gezogen und somit verbogen. Die Auslenkung des Cantilevers lässt sich mittels der Laserdetektion auswerten. Wird die Probe verfahren, ändert sich der Abstand, was durch die Regelung ausgeglichen werden soll. Die Regelung verändert den Abstand zwischen Spitze und Probe derart, dass die eingestellte Sollverbiegung eingehalten wird. Dabei stellt das Reglersignal die Auslenkung des Cantilevers und somit die Topographie der Probe dar.

Intermittent Contact Mode Der Intermittent Contact Mode ist ein dynamischer Modus, in dem der Sensor zum Schwingen angeregt wird. Dabei ist die Oszillationsamplitude relativ groß (ca. 50 nm). Der Sensor berührt in periodischen Abständen die Probe. Dabei werden etwaige Wasserfilme auf der Probenoberfläche durchschlagen und die Wechselwirkung mit der Probe gemessen. Im Vergleich zum Contact Mode wird der Sensor treten keine lateralen Kräfte auf.

Non-Contact Mode Der Non-Contact Mode, der ebenfalls in der dynamischen Rasterkraftmikroskopie eingesetzt wird, kam im Rahmen dieser Arbeit ausschließlich zum Einsatz. Der Abstand zwischen Spitze und Probe ist so zu wählen, dass eine freie Oszillation des Sensors möglich ist. Durch eine Abstandsänderung zwischen Spitze und Probe verändert sich die Wechselwirkung zwischen Spitze und Probe und damit die Resonanzfrequenz des Sensors. Diese Verschiebung der Resonanzkurve kann gemessen werden und für die Abbildung der Oberflächentopographie genutzt werden.

Grundsätzlich existieren innerhalb des Non-Contact Modes zwei Möglichkeiten die auftretende Frequenzverschiebung zu messen. Eine Detektion ist über die Verwendung der AM- (engl. Amplitude Modulation) oder FM (engl. Frequency Modulation)-Detektion möglich. An dieser Stelle wird nur kurz auf den Unterschied der beiden Detektionsmethoden eingegangen.

Bei der AM-Detektion wird die Amplitude gemessen. Eine Änderung in der gemessenen Amplituden kann aufgrund von dissipativen oder konservativen Wechselwirkungen auftreten. In der FM-Detektion wird neben der Amplitude auch die Phase gemessen. Durch die Messung der Amplitude kann die Dissipation bestimmt werden. Konservative Wechselwirkungen lassen sich durch eine Änderung in der gemessenen Phase bestimmen. Im Folgenden wird in dieser Arbeit der Non-Contact Mode mit einer FM-Detektionsmethode verwendet.

2.2. Der Nadelsensor als Aktuator im Rasterkraftmikroskop

Der Nadelsensor ist ein teilweise goldbeschichteter Quarz, welcher in der verwendeten Ausführung eine Resonanzfrequenz von 1 MHz besitzt. Der Quarz ist - wie in Abbildung 6 dargestellt - seitlich von Elektroden umgeben. Eine Elektrode dient der Anregung des Nadelsensors. Dabei wird der inverse Piezoeffekt ausgenutzt, wodurch der Quarz durch Anlegen einer elektrischen Spannung eine mechanische Ausdehnung erfährt. Die Anregung erfolgt dabei in Form einer sinusförmigen Spannung bei der Resonanzfrequenz des Sensors (hier 1 MHz), an einer Elektrode.

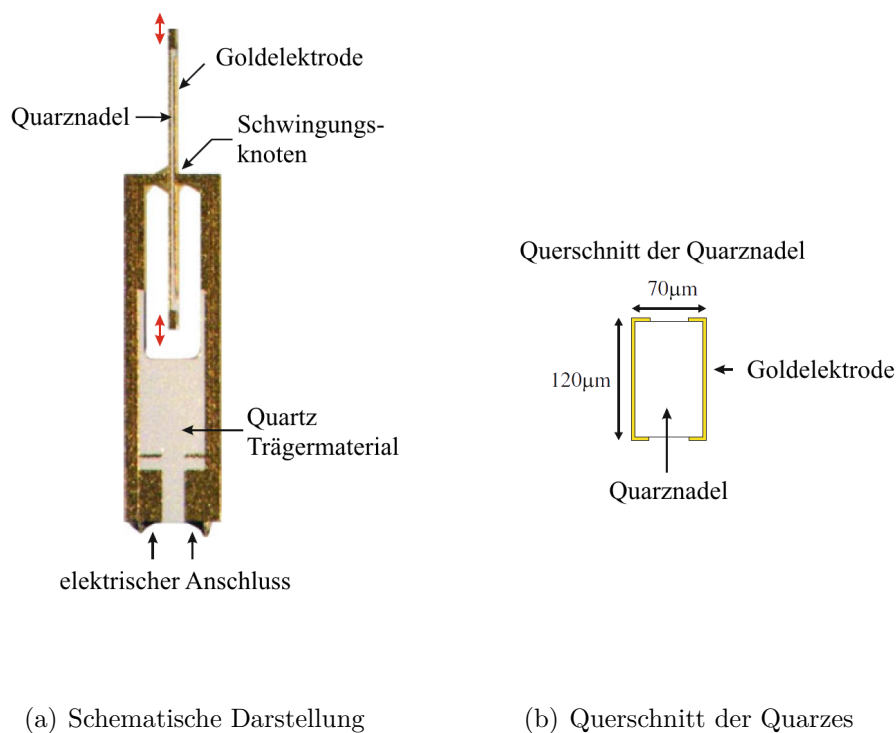


Abb. 6: Foto eines Nadelsensors, welcher im AFM als Kraftsensor verwendet wird [18].

Über die zweite Elektrode wird über den direkten Piezoeffekts die durch die Anregung resultierende Oszillation des Sensors gemessen. Die Güte des Sensors beträgt im Vakuum ca. 10000 bis 30000. Aufgrund der mechanischen Beschaffenheit und Größe des Sensors bietet der Sensor gegenüber anderen Sensoren (vgl. Cantilever) enorme Platzvorteile. Die axiale Bauart ist sehr kompakt und ermöglicht den Einsatz mehrerer Nadelsensoren innerhalb eines Multispitzen-Rasterkraftmikroskops.

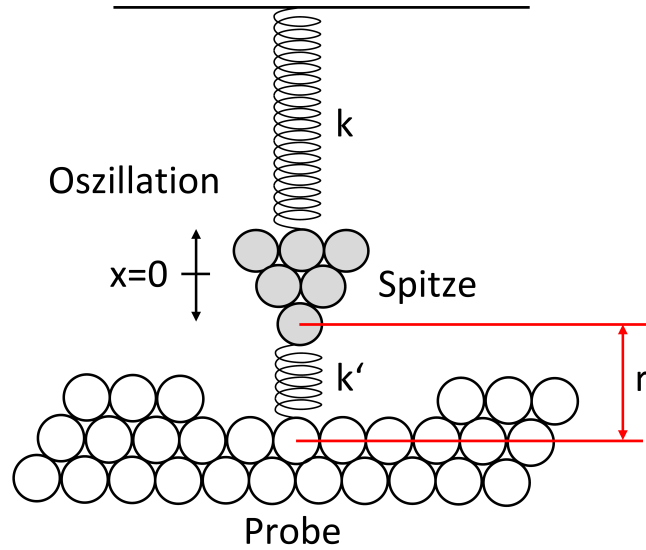


Abb. 7: Kräfte zwischen Spitze und Probe werden durch Feder mit Konstante k' approximiert. Der Cantilever selber ist eine Feder mit Federkonstante k . Abstand r definiert den Abstand als Distanz zwischen den Atommittelpunkten zwischen Spitze und Probe.

Die Wechselwirkungen zwischen Spitze und Probe beeinflussen das Schwingungsverhalten des Sensors derart, dass sich die Resonanzfrequenz des Sensors verschiebt. Am Beispiel des harmonischen Oszillators lässt sich das Prinzip erläutern. Dabei soll das Verhalten der Spitze durch die in Abbildung 7 dargestellten Federn beschrieben werden. Die obere Feder repräsentiert das Schwingungsverhalten des Cantilevers, welcher eine reale Feder ist. Ferner wird das Verhalten zwischen Spitze und Probe ebenfalls durch eine Feder mit Federkonstante k' beschrieben. Diese Näherung gilt für kleine Schwingungsamplituden, da die Kraft bei diesen Amplituden linear approximiert wird. k' ist der negative Kraftgradient der Wechselwirkung zwischen Spitze und Probe und lässt sich beschreiben durch:

$$k' = - \frac{\partial F_{\text{Spitze-Probe}}}{\partial x} \Big|_{x=0} \quad (2.2)$$

Die effektive Federkonstante k_{eff} der beiden Federn hängt dabei von dem Abstand r zwischen Spitze und Probe ab.

Die für einen angeregten gedämpften harmonischen Oszillator geltende Bewegungsgleichung beschreibt die Bewegung der Feder mit der Konstante k_{eff} :

$$m\ddot{x} + \lambda\dot{x} + k_{eff}x = C \cos(\omega t) \quad (2.3)$$

$$\text{mit } k_{eff} = k + k' \quad (2.4)$$

$$\lambda = \frac{m \cdot \omega_0}{Q} \quad (2.5)$$

Die Lösung der Gleichung liefert einen Ausdruck für die Auslenkung $x(t)$ in Abhängigkeit der Zeit. An dieser Stelle soll jedoch der bekannte Zusammenhang zwischen Federkonstante, Masse und der Resonanzfrequenz eines schwingenden Federsystems (Gleichung 2.7) verwendet werden:

$$\omega_0 \rightarrow \omega'_0 \quad (2.6)$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \rightarrow \omega'_0 = \sqrt{\frac{k_{eff}}{m}} = \sqrt{\frac{k}{m} \left(1 + \frac{k'}{k}\right)} \quad (2.7)$$

ω'_0 beschreibt dabei die Resonanzfrequenz des Sensors. ω' beschreibt die Resonanzfrequenz des gesamten Systems bestehend aus Spitze und Wechselwirkung zwischen Spitze und Probe unter Verwendung von k_{eff} . Da in der Praxis eine viel geringere Federkonstante zwischen Spitze und Probe, als die Federkonstante des Sensors ($|k'| \ll k$) zu erwarten ist, kann folgende Vereinfachung vorgenommen werden ($\sqrt{1+x} \approx 1 + \frac{1}{2}x$, $|x| \ll 1$):

$$\Rightarrow \omega'_0 \approx \omega_0 \left(1 + \frac{k'}{2k}\right) \quad (2.8)$$

Damit ergibt sich die Frequenzabweichung Δf als:

$$\Rightarrow \Delta f = \frac{\omega' - \omega_0}{2\pi} = -\frac{f_0}{2k} \cdot k' = -\frac{f_0}{2k} \frac{\partial F}{\partial x} \Big|_{x=0} \quad (2.9)$$

Da k und f_0 konstant sind, ist eine Frequenzänderung bzw. Verschiebung der Resonanzkurve ausschließlich vom negativen Kraftgradienten der Spitze-Probe-Wechselwirkung abhängig. Somit kann für kleine Amplituden über die Messung der Frequenzverschiebung der Kraftgradient bzw. die Oberflächentopographie abgebildet werden.

2.2.1. Resonanzkurve eines harmonischen Oszillators

Idealerweise wird der Nadelsensor in der FM-Detektionsmethode immer in seiner Resonanzfrequenz betrieben. Um diese bestimmen zu können, kann ein Bodeplot erstellt werden. Dieser stellt die Amplitude und Phase der resultierenden Schwingung bezogen auf die anregende Schwingung in Abhängigkeit der Frequenz dar. Der allgemeine Zusammenhang zwischen Amplituden- und Phasengang ist in Abbildung 8 bei verschiedenen Güten dargestellt. Die Amplitude bzw. Phase kann durch die folgenden Formeln beschrieben werden [18]:

$$\frac{A}{A_{drive}} = \frac{1}{\sqrt{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right)^2 + \frac{1}{Q^2} \frac{\omega^2}{\omega_0^2}}} \quad (2.10)$$

$$\tan(\phi) = \frac{-\frac{\omega}{\omega_0}}{Q \left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2\right]} \quad (2.11)$$

Je kleiner die Güte, desto flacher verlaufen Amplituden- und Phasengang. Je größer die Güte ist, desto größer sind die Änderungen von Amplitude und Phase des Nadelsensors bei einer Betrachtung nahe der Resonanzfrequenz.

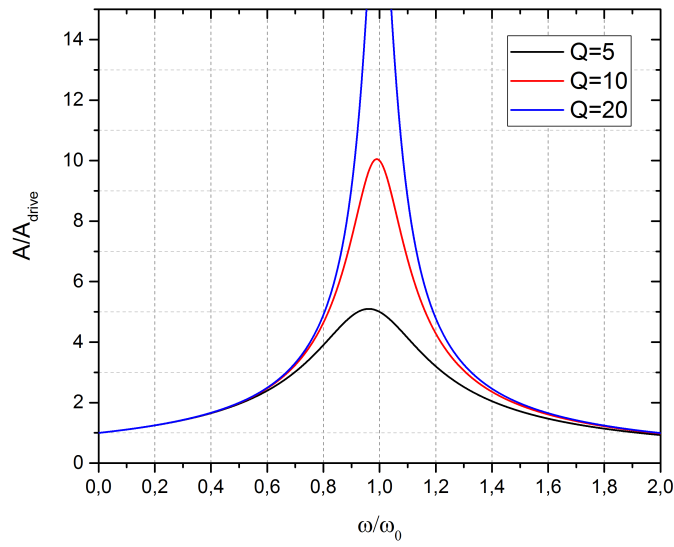
Die Güte ist ein Maß für die innerhalb eines schwingfähigen Systems geltende Relation der Gesamtenergie zum Energieverlust und kann formal durch folgenden Ausdruck beschrieben werden:

$$Q = 2\pi \frac{\text{Gesamtenergie der Schwingung zur Zeit } t}{\text{Energieverlust pro Periode zur Zeit } t} \quad (2.12)$$

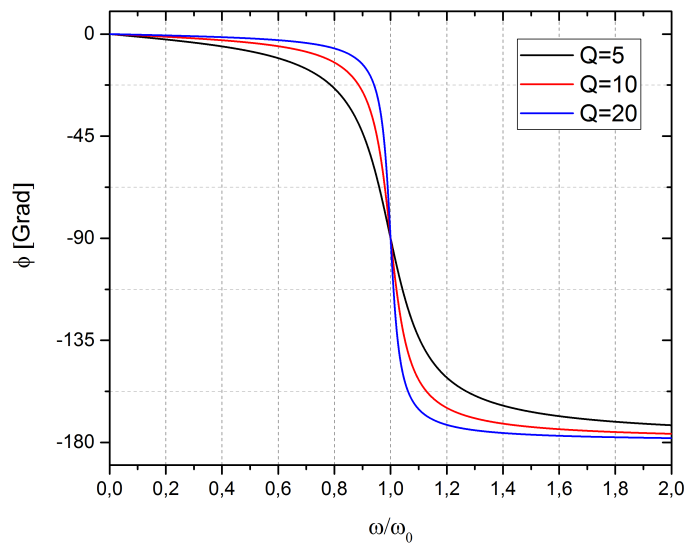
Alternativ kann die Güte auch durch die Resonanzkurve bestimmt werden. Dazu wird der Auszug eines gemessenen Amplitudengangs in Abbildung 9 betrachtet. Die Resonanzfrequenz sei mit f_0 bezeichnet und wird zu 0 dB angenommen. Für die Bestimmung der Güte müssen nun die Frequenzen bestimmt werden, bei denen der Amplitudengang -3 dB beträgt. Bei diesen beiden Frequenzen ist die Amplitude bereits auf den Wert $\frac{1}{\sqrt{2}}$ der Maximalamplitude abgefallen. Die beiden Frequenzen seien mit f_1 und f_2 bezeichnet.

Die Güte Q ergibt sich zu:

$$Q = \frac{f_0}{f_2 - f_1} \quad (2.13)$$



(a) Amplitudengang eines harmonischen Oszillators in Abhängigkeit der Güte Q . Je größer die Güte, desto schwächer ist der Oszillator gedämpft. Die Amplitudenverstärkung in Resonanz entspricht dem Gütefaktor Q .



(b) Phasengang eines harmonischen Oszillators in Abhängigkeit der Güte Q . Je größer die Güte, desto steiler ist die Änderung der Phase in Resonanz.

Abb. 8: Bodeplot eines harmonischen Oszillators in Abhängigkeit der Güte Q . Die Güte gibt die Verstärkung der anregenden Schwingung in der Resonanzfrequenz an. Die Phase durchläuft um die Resonanzfrequenz herum eine Änderung von 180° .

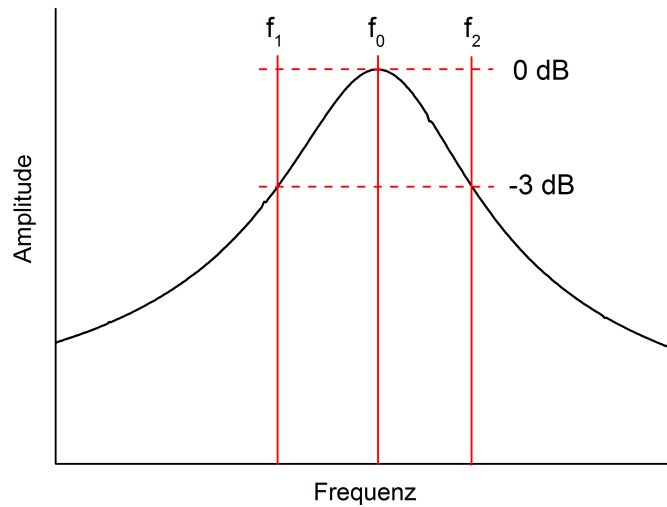


Abb. 9: Bestimmung der Güte durch den Amplitudengang des Nadelsensors. Dazu werden die Resonanzfrequenz f_0 und die Frequenzen benötigt, bei denen die Amplitude bereits um 3 dB abgefallen ist.

Dabei beschreibt f_2 die Frequenz oberhalb der Resonanzfrequenz, bei der die Amplitude um 3 dB abgefallen ist. f_1 repräsentiert entsprechend die Frequenz unterhalb der Resonanzfrequenz.

Im Folgenden wird der Nadelsensor in Bezug auf seine elektrischen Eigenschaften durch ein Ersatzschaltbild beschrieben. Es wird gezeigt, dass eine elektrische Betrachtung zu der ähnlichen Resonanzkurve führt, wie die auf einer mechanischen Betrachtung basierende.

2.2.2. Ersatzschaltbild

Das Ersatzschaltbild eines Nadelsensors lässt sich mithilfe des in Abbildung 6 dargestellten Aufbaus beschreiben. Der Nadelsensor verfügt über einen piezoelektrischen Kristall, welcher sich durch Anregungen zum Schwingen bringen lässt. Die mechanischen Ausmaße des Kristalls bestimmen im Wesentlichen die Resonanzfrequenz des Kristalls. Elektrisch betrachtet entspricht dies einem Schwingkreis [11]. Dazu sei im Folgenden ein Reihenschwingkreis angenommen. Das Ersatzschaltbild eines piezoelektrischen Kristalls ist in Abbildung 10 dargestellt.

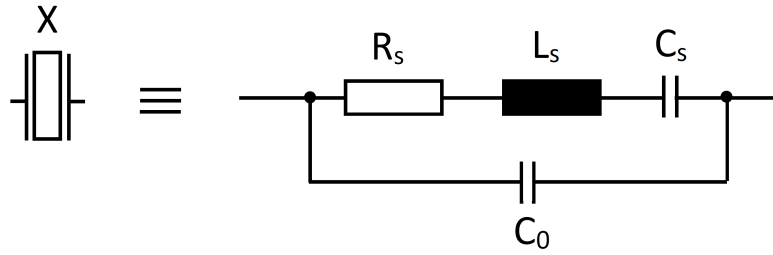


Abb. 10: Ersatzschaltbild eines Nadelsensors [11]. Ein Schwingkreis bestehend aus C_s , R_s und L_s modelliert das dynamische Verhalten des Sensors. Kapazitive Effekte werden durch C_0 abgebildet.

Zu erkennen ist, dass das Ersatzschaltbild eines Nadelsensors in zwei Bereiche unterteilt werden kann. Dabei werden diese in einen statischen und einen dynamischen Bereich unterteilt. Das dynamische Verhalten lässt sich durch einen gedämpften harmonischen Oszillator beschreiben, der im Allgemeinen aus den mechanischen Komponenten Dämpfung, Elastizität und Massenträgheit besteht. Elektrisch betrachtet entspricht dies einem Schwingkreis, der sich durch ein ohmsches, kapazitives und induktives Element darstellen lässt.

Der statische Bereich wird elektrisch durch eine Kapazität abgebildet, die in der Realität die Kapazität zwischen den Elektroden darstellt. Durch Anwendung der komplexen Wechselstromtheorie erhält man für den statischen Bereich die folgende Impedanz:

$$Z_0 = -j \frac{1}{\omega C_0} \quad (2.14)$$

Für den dynamischen Bereich kann Abbildung 11 zur Berechnung der Impedanz verwendet werden.

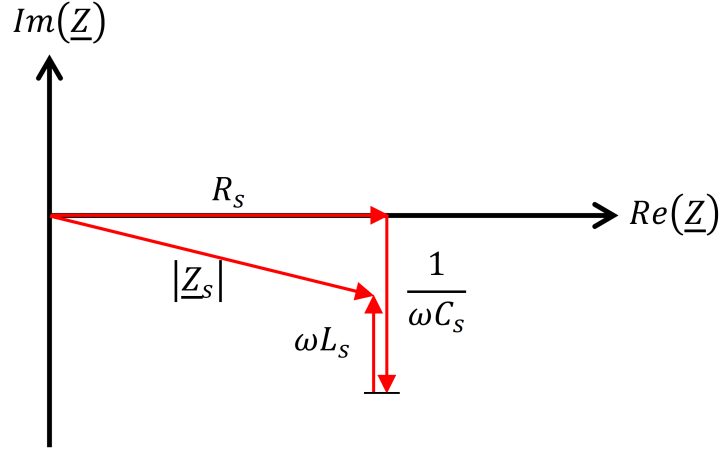


Abb. 11: Berechnung der Impedanz des dynamischen Teils des Nadelsensors. Die Impedanz setzt sich aus der Reihenschaltung von ohmschen, kapazitiven und induktiven Anteilen zusammen. Dabei stellt der Strom die Bezugsachse dar, da dieser in einer Reihenschaltung für alle Komponenten gleich ist.

Die Impedanz des dynamischen Bereiches ergibt sich zu:

$$Z_s = R_s - j\frac{1}{\omega C_s} + j\omega L_s = R_s + j\left(\omega L_s - \frac{1}{\omega C_s}\right) = R_s + jX_s \quad (2.15)$$

Die Resonanzfrequenz des Sensors wird primär durch den dynamischen Bereich bestimmt. Durch Eliminierung der Blindwiderstände bzw. der Reaktanz nimmt die Impedanz Z_s ein Minimum an, welches nur von dem ohmschen Anteil R_s abhängig ist. Nimmt die Impedanz ihr Minimum an, kann maximale Energie über den Nadelsensor übertragen kann, weshalb im Falle von Resonanz die folgende Bedingung gelten muss:

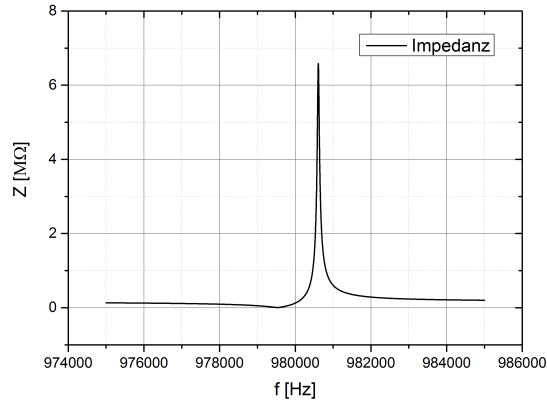
$$X_s = \omega L_s - \frac{1}{\omega C_s} = 0 \quad (2.16)$$

Da die parasitäre Kapazität des Sensors permanent existent und unabhängig von dem dynamischen Teil ist, ist diese, wie bereits im Ersatzschaltbild dargestellt, parallel zum dynamischen Bereich anzunehmen. Um die Gesamtimpedanz des Sensors zu berechnen können zwei parallel geschaltete Impedanzen angenommen werden. Daraus resultiert die nachfolgende Formel zur Berechnung der Gesamtimpedanz des Sensors:

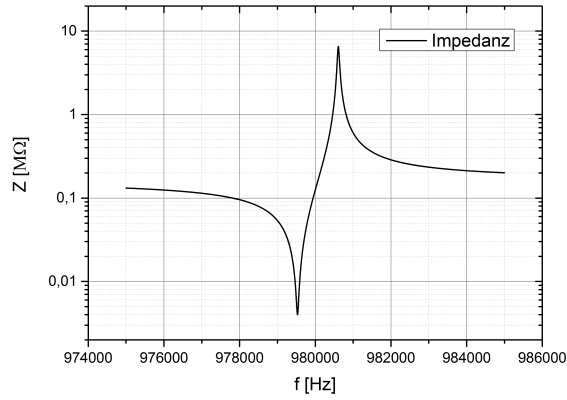
$$Z = \frac{Z_0 Z_S}{Z_0 + Z_S} \quad (2.17)$$

$$Z = R_S \left[\frac{X_0^2}{R_S^2 + (X_0 + X_S)^2} \right] + iX_0 \left[\frac{R_S^2 + X_0 X_S + X_S^2}{R_S^2 + (X_0 + X_S)^2} \right] \quad (2.18)$$

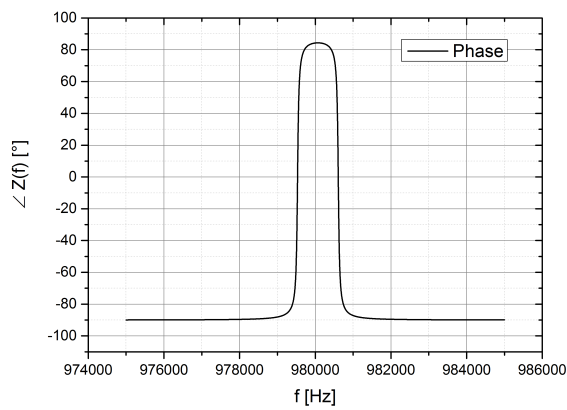
Eine ausführliche Herleitung der Gesamtimpedanz ist im Anhang F zu finden. Im Folgenden soll die Impedanz in Abhängigkeit der Frequenz grafisch dargestellt werden. Dazu müssen reale Werte für die im Ersatzschaltbild dargestellten Komponenten bestimmt werden. Angenommen wurden $R_s = 4 \text{ k}\Omega$, $C_s = 2.2 \text{ fF}$, $L_s = 12 \text{ H}$ und $C_0 = 1 \text{ pF}$ [11]. In Abbildung 12 sind Betrag und Phase von Z_s dargestellt. Der Matlabcode für die Simulation ist dem Anhang beigelegt (siehe Anhang D).



(a) Betrag (Lineare Darstellung).



(b) Betrag (Logarithmische Darstellung).



(c) Phase des Nadelsensors.

Abb. 12: Impedanz eines Nadelsensors dargestellt in Betrag und Phase auf Basis seines Ersatzschaltbildes.

2.3. FM Detektion

In diesem Abschnitt soll die in dieser Arbeit verwendete Methode der FM-Detektion vorgestellt werden. Bei der Verwendung der FM-Detektion wird der Nadelsensor im dynamischen Modus der Rasterkraftmikroskopie betrieben. Ferner ist der Abstand zwischen Spitze und Probe hinreichend groß, so dass ein freies Schwingen des Nadelsensors möglich ist. Treten bei der Analyse der Probe Wechselwirkungen zwischen Spitze und Probe auf, entspricht dies einer Verschiebung der Resonanzkurve des Nadelsensors, welche durch die Folgenden Modi gemessen werden können. Innerhalb der FM-Detektion wird zwischen dem Self-Oscillation Modus und dem Tracking Modus unterschieden, die im Folgenden vorgestellt werden.

2.3.1. Self-Oscillation Modus

Soll der Nadelsensor im Self Oscillation Modus betrieben werden, regt sich der Sensor im Idealfall aufgrund von thermischem Rauschen selber an. Dies ist möglich, da das thermische Rauschen ein weißes Rauschen¹ darstellt und aufgrund der hohen Güte des Sensors (ca. 10.000 an Luft) den Frequenzbereich des weiß verteilten Rauschens in der Resonanzfrequenz derart verstärkt, dass der Sensor anfängt zu Schwingen. Schwingt der Nadelsensor in seiner Resonanzfrequenz, beträgt die Phasenverschiebung zwischen dem Ein- und Ausgangssignal des Sensors -90° . In Abbildung 13 ist der schematische Aufbau einer FM-Detektion im Self-Oscillation Modus dargestellt. In der Abbildung wurde zur Veranschaulichung ein Cantilever als Sensor verwendet. Bei Verwendung eines Nadelsensors entfällt die Laser-Detektion, da die Schwingung elektrisch gemessen wird. In Abbildung 13 ist der stationäre eingeschwungene Zustand dargestellt. Die Auslenkung des Cantilevers wird mithilfe eines Laserstrahls und einer Photodiode detektiert. Das Signal wird zum einen zur Messung der Schwingungsamplitude und zum anderen zur permanenten Anregung des Sensors verwendet. Dazu muss das Eingangssignal über den dargestellten Phasenshift um idealerweise 90° verschoben werden, bevor es dem Sensor als Eingangssignal zugeführt wird. Das Anregungssignal wird zusätzlich über einen Amplitudenreglerkreis auf einen konstanten Wert geregelt. Ist die gemessene Amplitude aufgrund von dissipativen Wechselwirkungen zu klein, muss das Ausgangssignal und somit der Multiplikator für das Anregungssignal

¹Weißes Rauschen weist ein konstantes Leistungsdichtespektrum über den gesamten Frequenzbereich auf. In der Praxis wird es häufig zur Modellierung von realen Modellen verwendet, da sich hiermit zufällige Störungen beschreiben lassen. Der Begriff des weißen Rauschens kommt aus der Farblehre, bei der sich die Farbe Weiß als eine Überlagerung von verschiedenen Farbanteilen zu der Farbe Weiß darstellen. Die als weiß empfundene Farbe weist allerdings im Gegensatz zum weißen Rauschen kein konstantes Leistungsdichtespektrum auf [19].

erhöht werden. Folglich wird die Amplitude der Schwingung vergrößert. Die gemessene Amplitude steigt, was den Regler veranlasst, den Multiplikator zu verringern, bis die gewünschte Amplitude erreicht wird. Benötigt wird die Amplitudenregelung für etwaige auftretende dissipative Wechselwirkungen zwischen Spitze und Probe, die die Schwingungsamplitude verringern können. Schwingt der Sensor in seiner Resonanzfrequenz und ändert sich diese aufgrund konservativer Wechselwirkungen, muss diese Frequenzänderung bzw. Frequenzverschiebung gemessen werden. Über die gemessene Frequenzverschiebung kann die Oberfläche abgebildet werden. Eine konstante Frequenzverschiebung während der Messung bedeutet einen konstanten Abstand zwischen Spitze und Probe.

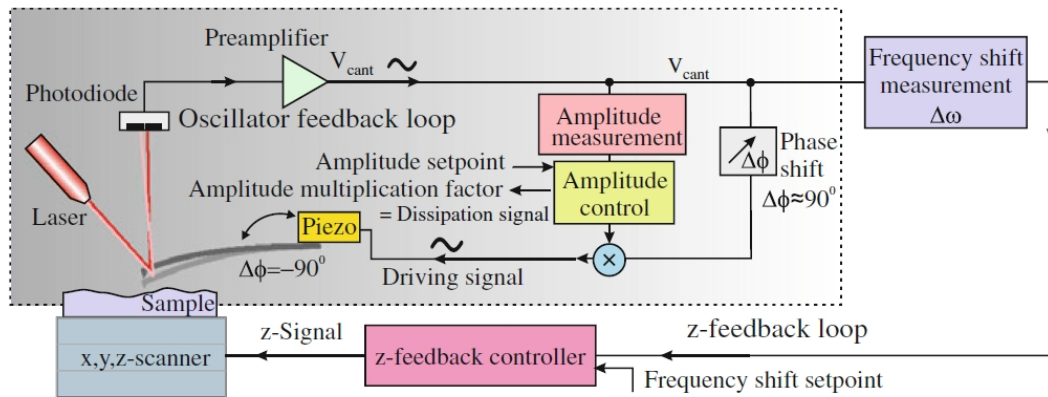


Abb. 13: Schematischer Aufbau einer FM-Detektion im Self-Oscillation Modus [18].

Zur Messung der Frequenzverschiebung existieren verschiedene Methoden. Möglich ist die Verwendung eines Lockin-Verstärkers, der an dieser Stelle nicht weiter vorgestellt wird. Alternativ kann die Frequenzverschiebung über eine PLL [20] detektiert werden, welche innerhalb der entwickelten Elektronik zum Einsatz kommt (vgl. Kapitel 3). Im Folgenden wird der Tracking Modus vorgestellt, in welchem die PLL ebenfalls ihren Einsatz findet.

2.3.2. Tracking Modus

Im Vergleich zum Self-Oscillation Modus wird der Sensor im Tracking Modus aktiv durch die Elektronik angeregt. Dabei schwingt der Sensor nicht automatisch bei seiner Resonanzfrequenz, sondern bei der Frequenz, mit der dieser angeregt wird. Durch Bestimmung des Bodeplots (vgl. Kapitel 2.2.1) kann die Resonanzfrequenz ermittelt werden. Idealerweise wird der Sensor bei dieser angeregt. Aufgrund von dissipativen Wechselwirkungen zwischen Spitze und Probe ändert sich die Oszillationsamplitude des Sensors. Durch die in Abbildung 14 dargestellte Amplitudenregelung können dissipative Wechselwirkungen

gemessen und geregelt werden. Somit lässt sich die Oszillationsamplitude auf einen gewünschten Wert einstellen. Das Ausgangssignal des Amplitudenreglers entspricht der Dissipation. Zur Messung von konservativen Wechselwirkungen zwischen Spitze und Probe wird die PLL verwendet. Da die Anregungsfrequenz zunächst konstant ist, misst die PLL eine konstante Phase. Der Zusammenhang zwischen Phase und Frequenz lässt sich aus dem Bodeplot entnehmen. Im Falle von konservativen Wechselwirkungen verschiebt sich die Resonanzkurve des Sensors. Da dieser jedoch zunächst mit der alten Resonanzfrequenz angeregt wird, ändert sich der Wert der gemessenen Phase. Die PLL versucht die gemessene Phasenabweichung über eine Anpassung der Anregungsfrequenz zu kompensieren. Durch eine Anpassung der Anregungsfrequenz stellt sich die zuvor gemessene Phase wieder ein. Die Anpassung der Frequenz erfolgt über den Phasenregler. Dieser regelt die Phase auf einen vorgegebenen Wert, der typischerweise -90° beträgt, da die Verschiebung im Resonanzfall -90° beträgt. Das Ausgangssignal des Phasenreglers entspricht der Frequenzverschiebung der Resonanzkurve.

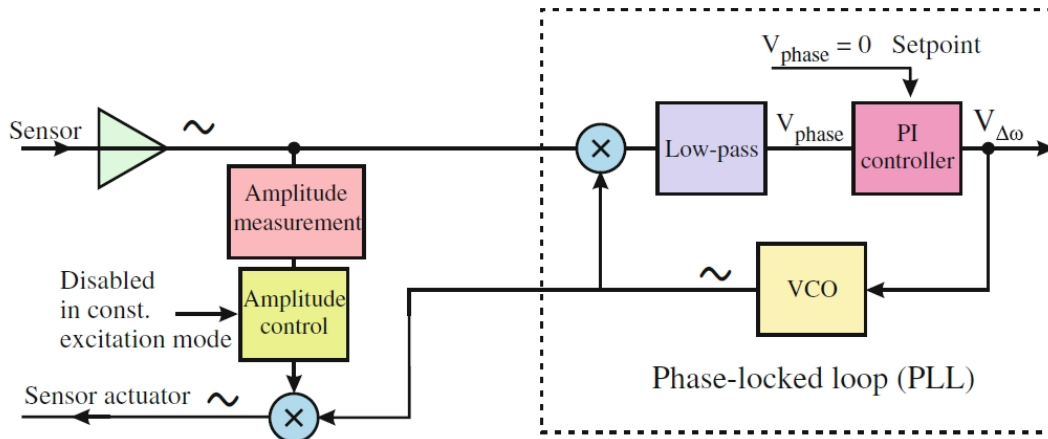


Abb. 14: Schematischer Aufbau einer FM-Detektion im Tracking Modus [18].

Zur Bestimmung der Frequenz- bzw. Phasenverschiebung wird im Folgenden kurz die Funktionsweise der PLL erläutert. Der allgemeine Aufbau einer PLL ist in Abbildung 15 dargestellt. Eine PLL ist eine phasengesteuerte Regelschleife. Sie bezeichnet den Aufbau einer Schaltung, die die Phase, und damit zusammenhängend die Frequenz eines veränderbaren Oszillators (in der analogen Elektronik als Voltage Controlled Oscillator (VCO), in der digitalen Elektronik als Digital Direct Synthesis (DDS) bezeichnet) derart verändert, dass die Phasendifferenz des Oszillators und des zu messenden Signals möglichst konstant ist. Überlicherweise findet die PLL ihren Einsatz in der Nachrichten-, Regel- und Messtechnik bei der Realisierung von Filtern oder zur Modulation bzw. Demodulation.

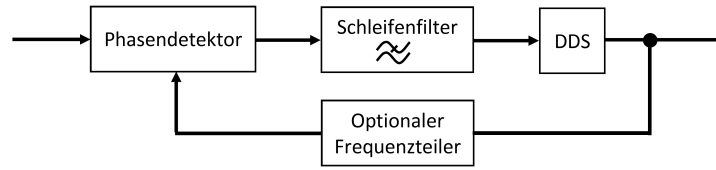


Abb. 15: Schematischer Aufbau einer PLL.

Das zu messende Eingangssignal und das Ausgangssignal der DDS werden dem Phasendetektor zugeführt. Der Phasendetektor vergleicht die beiden Signale hinsichtlich der Phasendifferenz und berechnet daraus eine Phasenabweichung. Der Schleifenfilter (typischerweise ein Tiefpass) wandelt die Phasenabweichung in ein Steuersignal für die DDS um. Die DDS verändert daraufhin ihre Ausgangsfrequenz. Durch das ständige Anpassen der DDS-Frequenz folgt die Frequenz der DDS der des zu messenden Eingangssignals. Das Ausgangssignal des Schleifenfilters entspricht somit der Frequenzabweichung.

2.4. Rauschen in der FM Detektion

In der FM-Modulation treten zwei wesentliche Rauschkomponenten auf. Die Rauschanteile setzen sich aus dem thermischen und dem Detektorrauschen zusammen. Um die Rauschanteile bestimmen zu können, wird im Folgenden zunächst das Rauschen eines harmonischen Oszillators betrachtet, der aufgrund von thermischem Rauschen [21] eine Oszillation erfährt. Dabei beträgt die in einem harmonischen Oszillator gespeicherte Energie $E = 1/2k\langle z^2 \rangle + 1/2m\langle v^2 \rangle$. Sie wird durch die kinetische Energie und die Federkraft gebildet, welche im Mittel gleich groß sind. Die Energie entspricht dabei vollständig der durch thermische Anregung erzeugten Energie $k_B T$. Somit ergibt sich der folgende Zusammenhang:

$$E = \frac{1}{2}k\langle z^2 \rangle + \frac{1}{2}m\langle v^2 \rangle = k_B T \quad (2.19)$$

$$\rightarrow \frac{1}{2}k\langle \Delta z^2 \rangle = \frac{1}{2}k_B T \quad (2.20)$$

$$\langle \Delta z^2 \rangle = \frac{k_B T}{k} \quad (2.21)$$

$\langle \Delta z \rangle$ beschreibt die mittlere Schwingungsamplitude, die an einem harmonischen Oszillator aufgrund von thermischem Rauschen auftritt. Bei Betrachtung des verwendeten Nadelsensors, der eine Federkonstante von ca. $k = 10^6$ N/m besitzt, ergibt sich somit eine Schwingungsamplitude von ca. 20 pm. Um die thermische Rauschdichte des anregen-

den Signals (weißes Rauschen) zu berechnen, wird folgende Übertragungsfunktion eines harmonischen Oszillators betrachtet:

$$G^2(f) = \frac{1}{\left(1 - \frac{f^2}{f_0^2}\right)^2 + \frac{1}{Q^2} \cdot \frac{f^2}{f_0^2}} \quad (2.22)$$

Mit Hilfe der Übertragungsfunktion kann der Zusammenhang zwischen der anregenden- und resultierenden Rauschdichte formuliert werden. Durch Verwendung der Übertragungsfunktion kann die resultierende Rauschdichte $N_{th,osc}$ in Abhängigkeit der Frequenz wie folgt bestimmt werden:

$$N_{th,osc}(f) = N_{th,exc} \cdot G(f) \quad (2.23)$$

$N_{th,osc}$ stellt dabei die Rauschdichte der Schwingungsamplitude dar. Integriert man diese über alle Frequenzen, erhält man die tatsächliche Rauschamplitude. Der Zusammenhang ist in der folgenden Gleichung dargestellt:

$$\langle \Delta z^2 \rangle = \int_0^\infty N_{th,osc}^2(f) df \quad (2.24)$$

$$N_{th,exc}^2 \int_0^\infty G^2(f) df = \frac{k_B T}{k} \quad (2.25)$$

Durch Lösen des Integrals ergibt sich die Rauschdichte $N_{th,osc}$ zu:

$$N_{th,exc} = \sqrt{\frac{2k_B T}{\pi k Q f_0}} \quad (2.26)$$

In Formel 2.26 beschreibt f_0 die Resonanzfrequenz und Q die Güte des Oszillators. Die Güte des Nadelsensors beträgt an Luft ca. 10000, bei einer Resonanzfrequenz von ca. 1 MHz. Um die Amplitudenrauschdichte für eine gegebene Bandbreite zu bestimmen, kann Formel 2.24 entsprechend umformuliert werden zu:

$$\langle \Delta z^2(f_1, f_2) \rangle = \int_{f_1}^{f_2} N_{th,osc}^2(f) df = \frac{2k_B T}{\pi k Q f_0} \int_{f_1}^{f_2} G^2(f) df \quad (2.27)$$

Thermisches Rauschen im dynamischen AFM mit FM-Detektion Innerhalb der FM-Detektion wird der Sensor in seiner Resonanzfrequenz betrieben. Eine Rauschkomponente bei der Frequenz f_{mod} führt zu einem Signal bei $f_0 \pm f_{mod}$. Die Übertragungsfunktion des Oszillators ergibt sich bei den Frequenzen zu:

$$G^2(f_0 + f_{mod}) = \frac{1}{\left(1 - \frac{(f_0 + f_{mod})^2}{f_0^2}\right)^2 + \frac{1}{Q^2} \frac{(f_0 + f_{mod})^2}{f_0^2}} \approx \frac{1}{4 \frac{f_{mod}^2}{f_0^2} + \frac{1}{Q^2}} \stackrel{f_{mod} > \frac{f_0}{2Q}}{\approx} \frac{f_0^2}{4 f_{mod}^2} \quad (2.28)$$

Unter der Annahme, dass $f_{mod} > \frac{f_0}{2Q}$ gilt, ist die Vereinfachung in Gleichung zulässig. Durch Anpassung von Gleichung 2.23 ergibt sich die folgende Gleichung unter Berücksichtigung der Modulationsfrequenz f_{mod} :

$$N_{z,th}^2(f_0 + f_{mod}) = N_{th,exc}^2 G(f_0 + f_{mod})^2 = \frac{k_B T f_0}{2\pi k Q f_{mod}^2} \quad (2.29)$$

In der FM-Modulation wandelt sich das Amplitudenrauschen in ein Frequenzrauschen entsprechend der folgenden Gleichung um:

$$N_{f,th}(f_{mod}) = \frac{\sqrt{2} f_{mod}}{A} N_{z,th}(f_0 + f_{mod}) = \sqrt{\frac{k_B T f_0}{\pi k Q A^2}} = const. \quad (2.30)$$

$$\langle \Delta f_{th} \rangle = \sqrt{\int_0^B N_{f,th}^2(f_{mod}) df_{mod}} = \sqrt{\frac{k_B T}{\pi A^2 k Q}} f_0 B \quad (2.31)$$

Es wurde gezeigt, dass die spektrale Frequenzrauschdichte im dynamischen Modus unabhängig von der Modulationsfrequenz ist. Ferner ist diese konstant und stellt somit das Grundrauschen dar. Das thermische Rauschen wird ergänzt um das sogenannte Detektorrauschen, welches durch die Verwendung eines elektrischen Vorverstärkers [22] zustande kommt.

Schwingungsrauschen im FM-Detektionsmodus Das Detektorrauschen dominiert in der Regel das thermische Rauschen, welches somit die Limitierung hinsichtlich des minimalen Rauschlevels darstellt. Der Vorverstärker ist ein Ladungsverstärker, welcher das Sensorausgangssignal in eine äquivalente Spannung umwandelt. Die Einheit der Rauschdichte $N_{z,sens}$ wird in m/\sqrt{Hz} angegeben und setzt sich aus der Rauschdichte des Vorverstärkers (V/\sqrt{Hz}) und dem Amplitudenkalibrierungsfaktor für die Umrechnung der

Oszillationsamplitude in eine äquivalente Spannung von 0.63 V/nm [11] zusammen.

$$\langle \Delta z^2 \rangle = \int_0^B N_{z,sens}^2 df = N_{z,sens}^2 B \quad (2.32)$$

$$N_{f,sens}(f_{mod}) = \frac{\sqrt{2} f_{mod}}{A} N_{z,sens} \quad (2.33)$$

$$\langle \Delta f_{sens} \rangle = \int_0^B N_{f,sens}(f_{mod}) df_{mod} = \sqrt{\frac{2 N_{z,sens}^2}{3 A^2}} B^3 \quad (2.34)$$

Rauschen im FM-Detektionsmodus In den vorherigen Abschnitten wurde gezeigt, dass sich das Rauschen als Überlagerung von zwei Rauschanteilen darstellen lässt. Die thermische Rauschdichte stellt die minimale Rauschdichte dar und ist bandbreitenunabhängig. Die Detektorrauschdichte steigt linear mit der Bandbreite an. In Abbildung 16 ist das Ergebnis einer experimentellen Messung dargestellt.

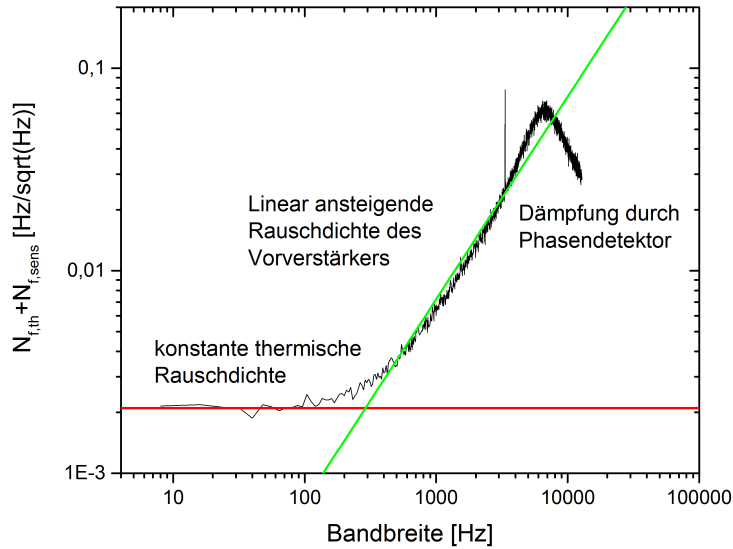


Abb. 16: Experimentell gemessene Rauschdichte des Phasenreglersignals, gemessen mit der entwickelten Elektronik bei Verwendung eines Nadelsensors an Luft im Self-Oscillation Modus.

Um in der Rasterkraftmikroskopie Messungen in der FM-Detektion durchführen zu können, muss primär die Phase gemessen werden. Dabei wird die Phase nach der Bestimmung gemittelt. Durch die Mittelung wird das Rauschen reduziert. Die Mittelung weist dabei eine Tiefpasscharakteristik auf, welche in Abbildung 16 als Dämpfung durch den Phasendetektor

angegeben ist. Durch die Phasenmittelung wird primär die erreichbare Bandbreite innerhalb der Phasenregelung bestimmt. Die Bandbreite verringert sich mit zunehmender Anzahl an Phasenmittlungen (vgl. Kapitel 3.3.5).

3. Realisierung der FM-Detektionselektronik in der Rasterkraftmikroskopie

Das Konzept für die Realisierung der Elektronik basiert auf den Erfahrungen und Analysen aus den folgenden Veröffentlichungen. Hauptbestandteil der Elektronik ist die PLL, welche meistens mithilfe eines FPGAs digital implementiert wurde. Die PLLs unterscheiden sich dabei im Wesentlichen durch die Art und Weise der Phasenbestimmung. Es wird zwischen der S-PLL und M-PLL unterschieden [23].

Die M-PLL verwendet zur Phasendetektion zwei Multiplikatoren für die Multiplikation des Referenzsignals und des Eingangssignals, sowie die Multiplikation des Referenzsignals und des um -90° verschobenen Eingangssignals. Die Phasenverschiebung wird dabei mit einem Hilbertfilter (vgl. [24]) realisiert. Die Bestimmung der Phase erfolgt bei der M-PLL durch zwei Tiefpassfilter, wodurch diese in der Phasenbestimmungsrate und somit letztlich die erzielbare Bandbreite im Regelkreis vergleichsweise gering (≤ 10 kHz) ist.

Eine alternative Methode ist die Verwendung der S-PLL. Hierbei erfolgt die Phasenbestimmung indirekt über das Argument des Eingangssignals. Zunächst wird das Eingangssignal durch den Einsatz eines Hilbertfilters um -90° verschoben. Anschließend kann durch eine Berechnung das Argument des Eingangssignals berechnet werden. Das Argument ($\omega t + \varphi$) enthält Informationen über die Frequenz und die Phase des Eingangssignals. Im zweiten Schritt erfolgt eine Subtraktion des berechneten Arguments vom dem Argument (ωt) der Referenzfrequenz. Daraus lässt sich die Phase des Eingangssignals φ bestimmen. Der Vorteil bei Verwendung der S-PLL gegenüber der M-PLL ist die Eliminierung der Tiefpassfilter innerhalb des Phasendetektors, wodurch sich eine höhere Bandbreite bis 100 kHz realisieren lässt [23]. Die Bandbreite bezieht sich hierbei lediglich auf den Phasendetektor und nicht auf den gesamten Regelkreis innerhalb des AFM-Betriebes. Zur Digitalisierung des Sensorsignals verwendet die Arbeitsgruppe von Takeshi Fukuma eine Abtastrate von 20 MHz und 14 Bit Wandler. Bei Verwendung eines Hilbertfilters treten innerhalb des Filter Laufzeitverzögerungen auf, welche bei Verwendung einer IQ-Demodulation vergleichsweise gering sind [25]. Die vorgestellte Methode ist ebenfalls eine Methode von der Arbeitsgruppe unter der Leitung von Takeshi Fukuma. Bei einer IQ-Demodulation werden Hochpassfilter benötigt, um die Amplitude und Phase über weitere Algorithmen berechnen zu können. Durch Verwendung der Hochpassfilter kann die Bandbreite im Vergleich zur Verwendung von Tiefpassfiltern erhöht werden, wodurch eine größere Bandbreite realisiert werden kann. Bei dieser Methode konnten Phasendetektorbandbreiten bis 100 kHz realisiert werden [25]. Für die Digitalisierung des Eingangssignals wurde hierbei eine Abtastfrequenz von 100 MHz

verwendet.

Aus den vorgestellten Veröffentlichungen ist erkennbar, dass die Verwendung einer S-PLL im Vergleich zur M-PLL und zum Lockin-Verfahren [26] größere Bandbreiten realisieren kann. Bei der S-PLL erfolgt die Berechnung des Arguments und somit auch die Phase lediglich aus dem Eingangssignals selber, woraus dieses relativ rauschanfällig ist. Die Verwendung der M-PLL ist unter Betrachtung der IQ-Demodulation weniger rauschanfällig, erreicht jedoch nur geringe Bandbreiten aufgrund der verwendeten Tiefpassfilter. Vorteilhaft ist bei beiden Methoden im Vergleich zum Lockin-Verfahren die amplitudenunabhängige Berechnung der Phase.

Daraus konnten Anforderungen an die im Rahmen dieser Arbeit entwickelte Elektronik formuliert werden. Die Bestimmung der Phase sollte wie bereits vorgestellt ebenfalls amplitudenunabhängig erfolgen. Ferner sollten moderne und schnelle Wandler zum Einsatz kommen, die eine hohe Auflösung und eine geringe Laufzeit aufweisen. Verwendet wurden 16 Bit Wandler mit einer Abtastfrequenz von 100 MHz. Die Phasenbestimmung wurde nach dem Prinzip der Quadraturamplitudenmodulation realisiert. Dabei erfolgt die Bestimmung der Phase durch zwei Komponenten des Eingangssignals und durch zwei des Referenzsignals. Damit lässt sich die Phase ohne Verwendung von weiteren Filters berechnen. Die Phasenbestimmungsrate entspricht dabei der Abtastfrequenz des Eingangssignals. Für die Verwendung der Quadraturamplitudenmodulation wird ein Hilbertfilter benötigt. Die Laufzeit innerhalb des Filters lässt sich durch die Art und Weise der digitalen Implementierung beeinflussen. Dabei wurde eine geringe Laufzeit einer speicherplatz-effizienten Implementierung vorgezogen.

3.1. Anforderungen an die FM-Detektionselektronik in der Rasterkraftmikroskopie

In dem am PGI-3 entwickelten Multispitzen Rasterkraftmikroskop (Nanoprober) wird ein Quarzsensord, der Nadelsensord, eingesetzt. Dieser Sensor wird üblicherweise im dynamischen Frequenzmodulationsmodus mit einer PLL betrieben. Deshalb sollte die Elektronik diesen Modus unterstützen. Da der Nadelsensord eine Resonanzfrequenz von typischerweise 1 MHz hat, muss die Elektronik diese hohen Schwingungsfrequenzen unterstützen.

Eine zentrale Anforderung für einen Nanoprober zur Fehleranalyse an integrierten Schaltungen ist eine möglichst hohe Detektionsbandbreite. Um die Zielstrukturen auf teilweise isolierten Substraten (Halbleiter Chips), die dann kontaktiert und vermessen werden sollen, aufzufinden, müssen diese zunächst mit dem Rasterkraftmikroskop abgebildet werden. Dabei handelt es sich um Bereiche von typischerweise $10 \times 10 \mu\text{m}$. Diese Bereiche sollen in

wenigen Minuten abgebildet werden können. Um dies zu realisieren muss die Detektionsbandbreite so hoch wie möglich sein. Eine Detektionsbandbreite der Frequenzverschiebung von 10 kHz ist dabei anzustreben.

Das Rauschen des Frequenzverschiebungssignals ist durch das thermische Rauschen des Nadelsensors und durch das Detektorrauschen des verwendeten Vorverstärkers gegeben. Ein Rauschen durch die Detektionselektronik sollte niedriger sein, als das oben beschriebene Rauschen.

Ferner sollte die Detektionselektronik modular aufgebaut sein, da für ein Multispitzen Mikroskop mindestens vier, in Zukunft auch sechs Instanzen der Elektronik benötigt werden.

Neben einer analogen Ankopplung der Detektionselektronik an die Datenakquisitionselektronik, die für die z-Regelung und das Abrastern verantwortlich ist, wäre eine digitale Anbindung wünschenswert. Dabei sollte die Übertragungsrate so gewählt werden, dass alle Regelsignale bei einer Detektionsbandbreite von 10 kHz übertragen werden können.

Die Anforderungen an die Detektionselektronik in der Rasterkraftmikroskopie sind im Folgenden zusammengefasst dargestellt:

1. Unterstützung der FM Detektionsmethode mit PLL im Rasterkraftmikroskop-Betrieb
2. Oszillationsfrequenzen von einigen Megahertz sollen unterstützt werden
3. Bandbreiten der Frequenzdetektion deutlich oberhalb von 1 kHz sollten unterstützt werden
4. Das Rauschen des Frequenzverschiebungssignals sollte nahe des theoretischen Limit liegen
5. Modularer Aufbau zum Betrieb mehrerer Abtastspitzen
6. Schnelle Ankopplung der Detektionselektronik an die Datenakquisitionselektronik

In den Folgenden Kapiteln wird das verwendete Konzept im Hinblick auf die Hardwarerealisierung ebenso wie die Implementierung der Software beschrieben.

3.2. Konzeptioneller Aufbau und Realisierung der Hardware

Eine grundlegende Voraussetzung für die Entwicklung der Elektronik war die Möglichkeit der modularen Erweiterung, um den Betrieb eines Mehr-Spitzen-Rasterkraftmikroskops realisieren zu können. Dabei sollte der Aufbau möglichst platzsparend erfolgen. So wurde versucht, die benötigte Elektronik für den Betrieb eines Ein-Spitzen-Rasterkraftmikroskops im Hinblick auf die Ansteuerung und Auswertung des Sensors innerhalb einer Baugruppe zu implementieren. Die Baugruppe ist in Abbildung 17 dargestellt. Die Baugruppe ist Teil eines 19 Zoll Baugruppenträgers, der über zehn Steckplätze verfügt. Jeder Steckplatz bzw. jede Baugruppe stellt dabei eine autonome Einheit dar, welche unabhängig von den anderen funktioniert. Durch den Einsatz eines voll bestückten Baugruppenträgers lassen sich somit maximal zehn Spitzen eines Rasterkraftmikroskops betreiben. Die Entwicklung eines Einschubs wurde aus konzeptionellen Gründen in zwei Bereiche unterteilt. Zum einen wurde eine Platine entworfen, die die Elektronik für die digital implementierten Funktionen zur Verfügung stellt. Diese Einheit sei im Folgenden als digitale Platine bezeichnet. Diese realisiert den Datenaustausch zur Konfiguration der Elektronik über einen Computer. Ferner wird auf dieser die Speicherung der gesamten Parametrierung der Baugruppe vorgenommen. Der Kern der digitalen Platine stellt der FPGA dar. Die zweite Einheit ist als Aufstecklösung konzipiert und beinhaltet die Elektronik der analogen Komponenten, im Folgenden analoge Platine genannt. Dazu zählen alle Analog-/Digitalwandler und Digital-/Analogwandler, welche wiederum durch den auf der digitalen Platine befindlichen FPGA angesteuert werden. Die analoge Platine besteht aus fünf analogen Ausgangs- und zwei Eingangskanälen, deren Funktion im Folgenden beschrieben ist. Zur Sensoranregung kann einer der zwei Ausgänge - AFM Out 1 und AFM Out 2 - benutzt werden. Um das Sensorsignal einlesen zu können, wird der Eingang - AFM In 1 - verwendet. Die genannten Kanäle werden mit einer Abtastrate von 100 MHz bei einer Auflösung von 16 Bit betrieben. Bei einer Abtastfrequenz von 100 MHz wird das Eingangssignals - welches eine Frequenz von ca. 1 MHz aufweist - entsprechend durch 100 Stützstellen abgebildet. Drei weitere Ausgänge können unabhängig voneinander für die Regelsignale (Dissipation, Frequenzverschiebungssignal, Phase und Amplitude) während des Betriebs verwendet werden. Deren Abtastrate beträgt 1 MHz bei einer Auflösung von 20 Bit mit einer maximalen Ausgangsspannung von ± 10 V. Die Elektronik verfügt derzeit über einen weiteren - derzeit noch nicht in Betrieb genommenen - Eingang, der bei einer Kombination von Rasterkraft- und Rastertunnelmikroskopie verwendet wird, da hiermit die Messung eines Tunnelstromes erfolgen kann. In Tabelle 1 ist ein Überblick über die verwendeten Wandler und deren Eigenschaften aufgelistet.

	AFM Out 1/2	AFM In 1	Out S1/S2/S3	STM In 1
Baustein	AD9747	LTC2165	AD5791	AD7641
Taktrate (MSamples/s)	100	100	1	2
Auflösung (Bit)	16	16	20	18
Max. Signalpegel (Vpp)	0.5	2	20	20

Tab. 1: Darstellung aller verwendeten Analog-Digital- und Digital-Analogwandler auf der analogen Platine. Die angegebenen Taktraten entsprechen den implementierten Abtastraten, welche durch den FPGA gesteuert werden.

Verbunden sind die Baugruppen über eine Bus-Leiterplatte (engl. Backplane), über die die einzelnen Baugruppen konfiguriert werden können. Die Kommunikation wurde hierbei über den Can-Bus realisiert. Über den Can-Bus können die Baugruppen konfiguriert und ausgelesen werden. Die Anbindung an einen Computer wird über die Kommunikationsplatine wahlweise über USB oder Ethernet hergestellt. Die individuellen Einstellungen werden dabei auf der Baugruppe gespeichert und stehen nach jedem Neustart zur Verfügung. Zur nicht flüchtigen Speicherung von Daten wird ein FRAM verwendet, welches über I^2C -Bus angesteuert wird.

Die Stromversorgung der Baugruppen wird zentral über die Spannungsversorgungsplatine realisiert. Dabei werden die zulässigen Grenzen hinsichtlich Temperaturüberschreitungen aufgrund des Stromverbrauch aller Baugruppen und Spannungsschwankungen überwacht. Durch die Aufteilung von analogen und digitalen Komponenten auf zwei Platinen kann ein etwaiger Austausch oder eine Verbesserung im jeweiligen Bereich unabhängig von einander erfolgen. Durch einen separaten Aufbau bzw. die Realisierung einer Aufstecklösung können die Teilbereiche separat entwickelt und im Falle eines Austausches kostengünstig und zeitsparend ersetzt werden.

Da jeder Einschub über mehrere Wandler verfügt, die idealerweise alle parallel betrieben werden sollen, bietet sich der Einsatz eines FPGA an. Dieser ermöglicht das freie Programmieren und Verschalten von logischen Elementen, aus denen sich komplexe und anwendungsspezifische Funktionsblöcke generieren lassen. Dabei stellt die Flexibilität in Hinblick auf nachträgliche Änderungen in der digitalen Verschaltung ohne entsprechende Änderungen an der Platine vornehmen zu müssen einen Vorteil dar. Gegenüber eines Mikrocontrollers oder DSP bietet der FPGA den Vorteil, dass alle Abläufe parallel und taktsynchron ablaufen. Innerhalb eines FPGA lassen sich somit Prozesse parallelisieren, was bei schnellen Signalverarbeitungen vorteilhaft ist.

Jeder Einschub verfügt auf der Vorderseite über Lemobuchsen, an denen der Sensor,

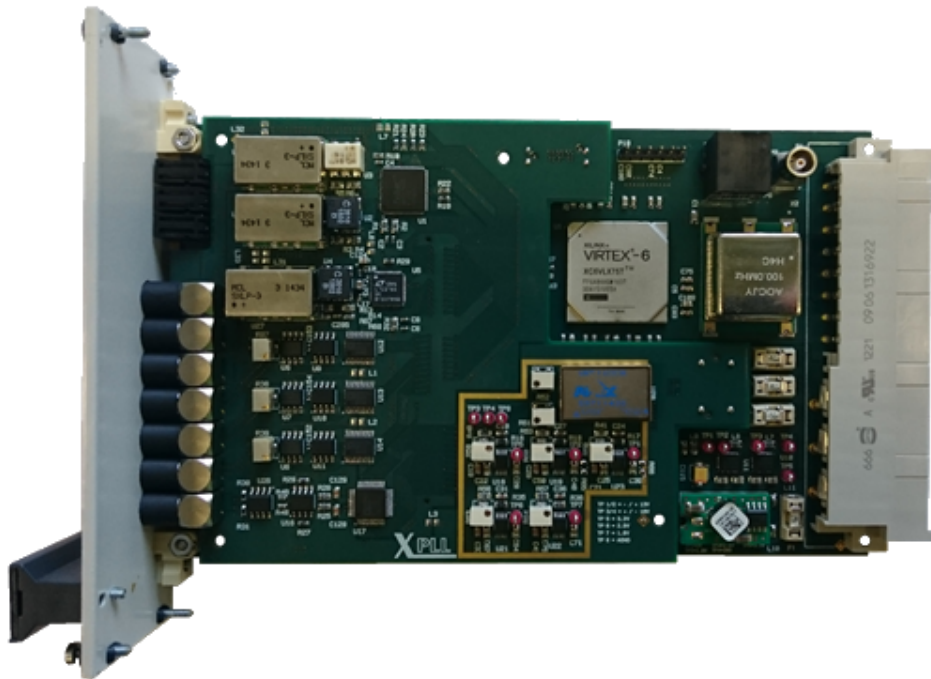


Abb. 17: Foto eines Einschubes für eine Spitze der im Rahmen dieser Arbeit gebauten Elektronik (XPLL). Die Elektronik ist für den Betrieb von zehn Spitzen konzipiert.

sowie alle anderen benötigten Elektroniken angeschlossen werden. Zusätzlich verfügt jeder Einschub über einen eigenen Netzwerkanschluss, über den die Regelsignale digital übertragen werden können. Derzeit werden die Reglersignale als Broadcast-Nachrichten versendet. Diese Möglichkeit soll langfristig einen Teil der analogen Platine ersetzen, da die Regelsignale, insbesondere soll die z-Regelung, durch eine weitere Elektronik übernommen werden, welche die Signale derzeit digitalisiert. Durch eine direkte Verbindung beider Elektroniken könnten ein Digital-/Analogwandler auf der Baugruppe und ein Analog-/Digitalwandler in der externen Elektronik eingespart werden. Dies könnte zusätzliches Rauschen durch die Verwendung der analogen Komponenten eliminieren und somit das Signal-Rausch-Verhältnis verbessern.

3.2.1. Oszillatorauswahl

Im Rahmen der Arbeit wurde die Verwendung eines temperaturkompensierten Oszillators (engl. Oven Controlled Crystal Oscillator (OCXO)) im Vergleich zu einem herkömmlichen Quarzoszillator untersucht. Bei Verwendung eines herkömmlichen Oszillators fiel auf, dass die gemessene Phase bei einer *konstanten* Anregungsfrequenz im Tracking Modus den in Abbildung 18 dargestellten Verlauf aufweist. Idealerweise sollte die Phase konstant

sein. Das Rauschen der gemessenen Phase hängt dabei von der im Phasendetektor eingestellten Phasenrate ab. Die Amplitude des Phasenrauschens ist im Bereich von Milligrad (vgl. Abbildung 58). Die in Abbildung 18 weisen jedoch sogenannte *Glitches* auf. Die gemessenen Phasensprünge springen dabei um mehrere Grad, was für den Betrieb eines Rasterkraftmikroskops nicht hinreichend genau ist. Erwartete Phasenänderungen belaufen sich dabei im Bereich von Milligrad.

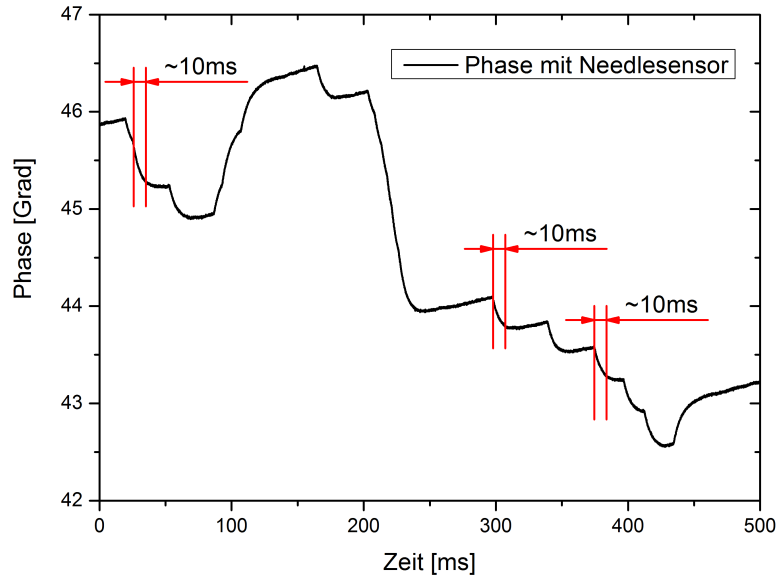


Abb. 18: Gemessene Phase bei Verwendung eines herkömmlichen Oszillators.

Der Nadelsensor erfährt dabei einen Sprung in der Anregungsfrequenz - aufgrund einer sprunghaften Änderung der Phase des Oszillators - was zu einer Änderung in der Phase innerhalb des Nadelsensors führt. Aufgrund der hohen Güte benötigt der Sensor etwa Q -Schwingungen um eine Anpassung der Phase durchzuführen. In der Abbildung ist zu erkennen, dass die Anpassung der Phase auf einen Wert etwa 10 Millisekunden dauert. Nach Gleichung 3.1 benötigt der Sensor ca. 3 ms Zeit ($Q = 10000$, $f_0 = 1$ MHz), sich auf $1 - 1/e$ des neuen stationären Endwertes einzustellen.

$$\tau \approx \frac{2Q}{\omega_0} \approx \frac{T \cdot Q}{\pi} \approx 3 \text{ ms} \quad (3.1)$$

In Abbildung 18 ist zu erkennen, dass der Sensor in etwa 3τ benötigt, um sich auf die neue Frequenz einzustellen. Somit ist davon auszugehen, dass der Nadelsensor Sprünge in

der Anregungsfrequenz erfährt. Da die Anregungsfrequenz innerhalb des FPGA auf Basis einer DDS erzeugt wird, ist davon auszugehen, dass der Takt, mit dem die digitalen Werte durch den Wandler in ein analoges Signal gewandelt werden, variiert. Die Amplitudenwerte des Sinus sind dabei korrekt, jedoch variiert der Abtastabstand, was zu einer sprunghaften Änderung in der Anregungsfrequenz führt. Durch Austausch des herkömmlichen Oszillators durch Verwendung eines temperaturkompensierten Quarzoszillators konnte der Effekt eliminiert werden. Ein wesentliches Kriterium der Quarzoszillatoren ist dabei die Frequenzstabilität und das Phasenrauschen. Im Vergleich zu herkömmlichen Quarzoszillatoren, die eine Stabilität von ± 25 ppm aufweisen, bietet der OCXO eine Stabilität von ± 50 ppb innerhalb eines Temperaturbereiches von $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ bis $+50\text{ }^{\circ}\text{C}$. Durch die Verwendung eines temperaturkompensierten Quarzoszillators lässt sich somit eine um den Faktor 500 höhere Frequenzstabilität erreichen. Des Weiteren weisen diese keine *Glitches* innerhalb der Phase auf.

3.2.2. Systemtakterzeugung und -verteilung

Im vorherigen Abschnitt wurde gezeigt, welchen Einfluss die Wahl des Taktgenerators (OCXO) auf die Stabilität des Sensors haben kann. Dabei waren die Frequenzstabilität, sowie *Glitches* innerhalb der Phase ein wesentliches Merkmal. Ein weiteres Kriterium, welches bei der Realisierung von FPGAs, im Speziellen bei der Verwendung von Analog-/Digital bzw. Digital-/Analogwandler zur Erzeugung präziser Signale zu beachten ist, ist der Jitter. Jitter bezeichnet das zeitliche Schwanken bei der Übertragung von Digitalsignalen. Hierbei tritt der Jitter innerhalb der Taktsignale für die Wandler auf. Der Takt steuert die Analog-/Digital und die Digital-/Analogwandler. In Abbildung 19 ist Jitter innerhalb eines digitalen Signals dargestellt. Durch den Jitter erfolgt eine Flankenänderung innerhalb eines Zeitintervalls, welches den Jitter darstellt.

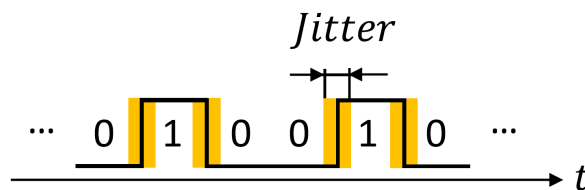


Abb. 19: Zeitliche Änderung des Digitalsignales, welches zur Ansteuerung der Wandler dient. Aufgrund von Jitter erfolgen die Flankenwechsel innerhalb der gelb dargestellten Bereiche, wodurch die Abtastzeitpunkte variieren.

Eine Analyse von Silicon Labs [27] hat das Phasenrauschen und den Phasenjitter verschiedener FPGA untersucht. Der Phasenjitter des im Rahmen dieser Arbeit verwendeten

FPGA wurde mit 1920 fs RMS angegeben. Der Phasenjitter beträgt ca. 1/5000 des Taktes, der die Wandler ansteuert. Dies entspricht einem Phasenjitter von damit ca. $0.7 m^\circ$, sofern der 1 MHz Nadelsensor verwendet wird. Durch den Einsatz eines externen Clock-Distribution-Chips kann der Phasenjitter verringert werden. Dabei wird der Takt vom Oszillator (OCXO) *direkt* mit den Wandlern verbunden. Da der Oszillator über einen anderen Spannungspegel als der FPGA-Takteingang verfügt, muss das Signal entsprechend angepasst werden.

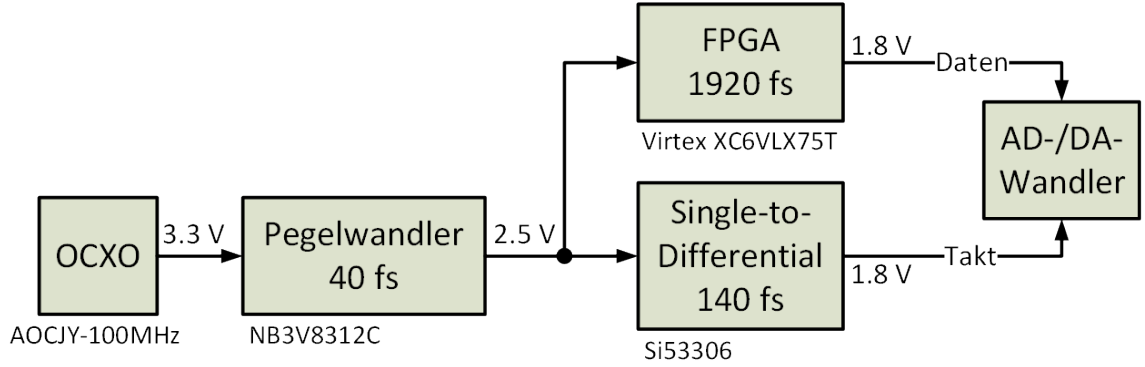


Abb. 20: Takterzeugung und -verteilung zur Ansteuerung des FPGA und der analogen Wandler.

Dazu wird ein Pegelwandler verwendet. Dieser hat ein Phasenjitter von 40 fs RMS bei einer Frequenz von 100 MHz. Um den zusätzlichen Phasenjitter des FPGAs bei der Wandlertaktung zu umgehen, muss ein sogenannter Single-to-Differential Chip eingesetzt werden. Dieser wandelt das single-ended Taktsignal in ein differentiellles Signal um, welches bei der Ansteuerung der Wandler benötigt wird. Dabei verursacht dieser einen zusätzlichen Phasenjitter von 140 fs RMS. Somit ergeben sich der folgende Phasenjitter:

$$\begin{aligned}
 \text{Phasenjitter}_{\text{Pegelwandler}+\text{FPGA}} &= 40 \text{ fs}_{\text{RMS}} + 1920 \text{ fs}_{\text{RMS}} & (3.2) \\
 &= 1960 \text{ fs}_{\text{RMS}} \approx \frac{1}{5102} \text{ Taktperiode} \\
 &= 0.7 m^\circ @ 1 \text{ MHz}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{Phasenjitter}_{\text{Pegelwandler}+\text{Single-to-Differential}} &= 40 \text{ fs}_{\text{RMS}} + 140 \text{ fs}_{\text{RMS}} & (3.3) \\
 &= 180 \text{ fs}_{\text{RMS}} \approx \frac{1}{5555} \text{ Taktperiode} \\
 &= 0.06 m^\circ @ 1 \text{ MHz}
 \end{aligned}$$

Bei Ansteuerung der Wandler durch den FPGA ergibt sich der Phasenjitter in etwa zu 2 ps RMS, was einer 1/5000 Schwingung des Systemtaktes von 100 MHz entspricht. Durch die Erzeugung des Wandlertaktes unabhängig vom FPGA - durch den Einsatz eines externen Clock-Distribution-Chips - kann der Einfluss auf 1/55555 Schwingung der Abtastfrequenz reduziert werden. Entscheidend dabei ist, dass der Takt, mit dem Wandler arbeiten, einen möglichst geringen Jitter aufweisen. Die eigentlichen Daten, die der FPGA durch die DDS erzeugt, weisen weiterhin einen größeren Jitter auf, als der Takt durch die Clock-Distribution. Dies kann jedoch vernachlässigt werden, da entscheidend ist, dass die Daten bei einer steigenden Taktflanke zur Verfügung gestellt sind.

3.2.3. Analogfilterung des Ausgangssignals

Das Anregungssignal wird durch die Elektronik mithilfe eines 16 Bit Digital-/Analogwandlers erzeugt. Verwendet wird dazu eine Abtastrate von 100 MSamples/s. Es stehen zwei identische Ausgangssignale zur Verfügung. Beide Ausgänge werden jeweils tiefpassgefiltert, um die Abtastfrequenz zu filtern und somit ein gutes Signal-Rauschverhältnis zu erreichen. Die Grenzfrequenz liegt bei 3 MHz. Das Filterverhalten ist in Abbildung 21 zu sehen. Die Dämpfung innerhalb des Sperrbandes beträgt 60 dB. Das Anregungssignal erzeugt eine maximale Amplitude von 1 Vpp bei 50 Ω Terminierung.

In Abbildung 21(a) ist die Übertragungsfunktion des verwendeten Tiefpassfilters dargestellt. Zu erkennen ist, dass die Dämpfung von 60 dB bereits unterhalb von 10 MHz eintritt. Für höhere Frequenzen wird diese weitestgehend eingehalten. Lediglich bei Frequenzen oberhalb von 100 MHz wird eine Dämpfung von 50 dB erreicht. In Abbildung 21(b) ist der Verlauf der Übertragungsfunktion bis zu einer Frequenz von 10 MHz dargestellt. Zu erkennen ist, dass die Dämpfung ab einer Grenzfrequenz von 3 MHz linear verläuft, bis eine Dämpfung von 60 dB erreicht wird.

In Abbildung 21(c) ist das Stehwellenverhältnis (engl. Voltage Standing Wave Ratio (VSWR)) des Filters in Abhängigkeit der Signalfrequenz dargestellt. Aufgrund von Reflexionen kann innerhalb des Filters eine stehende Welle entstehen. Dabei wird das Stehwellenverhältnis wie folgt definiert:

$$VSWR = \frac{H + R}{H - R} \quad (3.4)$$

Dabei bezeichnet H die Amplitude der hinlaufende Welle und R die der rücklaufenden Welle. Tritt keine Reflexion am Ausgang des Filters auf ($R=0$), nimmt das Stehwellenverhältnis den

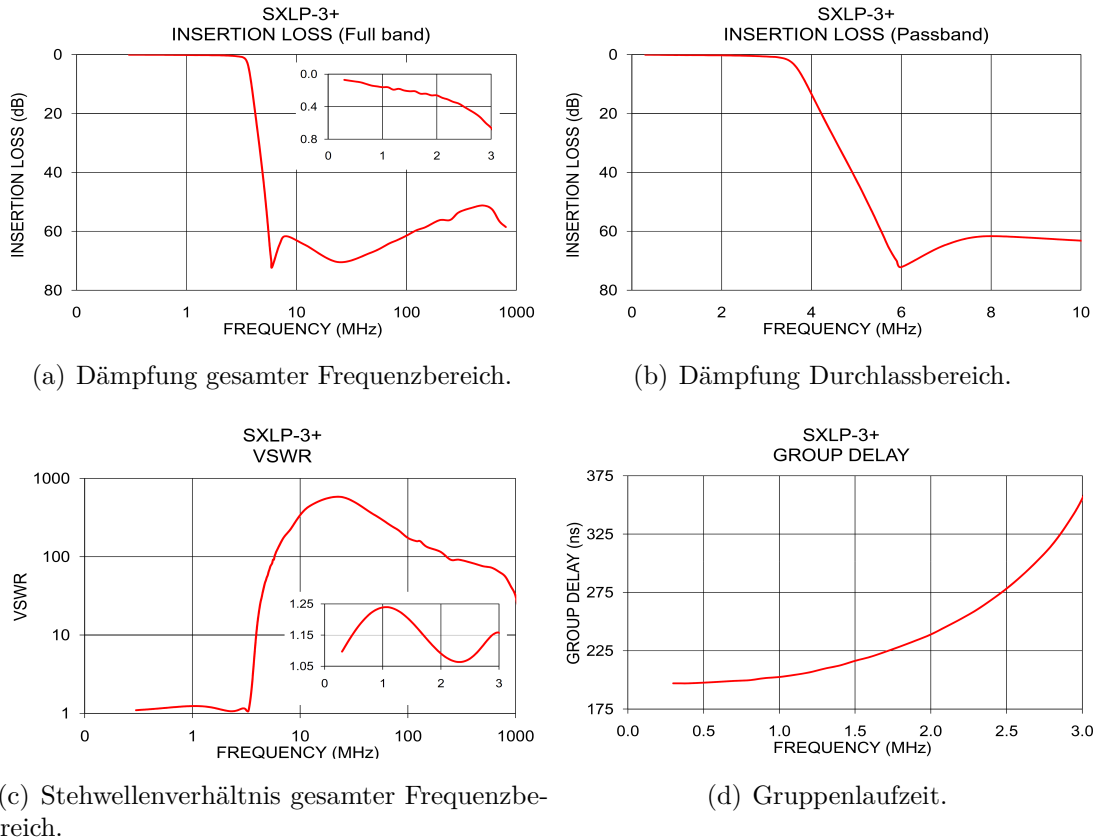


Abb. 21: Charakteristika des analogen Tiefpassfilter SXLP-3+ von Mini-Circuits [28].

Wert Eins an. Bei diesem Wert wird nahezu die Energie an den Verbraucher abgegeben, da keine Leistung am Ausgang (da $R=0$) reflektiert wird. Somit ist ein Stehwellenverhältnis von $VSWR=1$ anzustreben. Aus Abbildung 21(c) ist ersichtlich, da bei einer Signalfrequenz von 1 MHz der Wert des Stehwellenverhältnis eine Wert zwischen Eins und Zwei annimmt. Bei einem Wert von Zwei wird $\frac{1}{3}$ der eingespeisten Leistung am Ausgang reflektiert. In Abbildung 21(d) ist die Gruppenlaufzeit des Filters dargestellt. Zu erkennen ist, dass bei Signalfrequenz von 1 MHz eine Laufzeit von ca. 200 ns benötigt wird. Somit wird das Eingangssignal bei Verwendung eines 1 MHz Nadelsensors innerhalb des Filters um 72° verschoben, was zu einer Vergrößerung der Laufzeit innerhalb der Detektionselektronik führt.

3.2.4. Antialiasingeffekte durch Abtastung

Das Messsignal ist das Ausgangssignal des im AFM verwendeten Nadelsensors nach dem Ladungsvorverstärkers. Es ist typischerweise sinusförmig und wird durch einen 16 Bit Analog-/Digitalwandler mit einer Abtastrate von 100 MSamples/s abgetastet. Die Eingangsamplitude ist beim analogen Eingang auf maximal 2 Vpp begrenzt. Zu beachten ist, dass der Eingang $50\ \Omega$ terminiert ist und der somit benötigte Strom bei der Verwendung eines externen Vorverstärkers - oder einer zusätzlichen Verstärkerstufe - zur Verfügung gestellt werden muss.

Das Messsignal muss hinsichtlich der Bandbreite für die Benutzung der AFM-Resonanzfrequenzen ausgelegt sein. Dabei besitzen Nadelsensoren verglichen zu anderen Sensoren (vgl. Tuningfork-Sensoren) eine relativ hohe Resonanzfrequenz bis in den niedrigen Megahertzbereich. Der im Rahmen dieser Arbeit verwendete Nadelsensor hat eine Resonanzfrequenz von 1 MHz. Um das Signal entsprechend digital abbilden zu können, muss es nach dem Abtasttheorem nach Nyquist mit mindestens der doppelten Frequenz abgetastet werden. Um das Signal-Rausch-Verhältnis stets zu maximieren, empfiehlt es sich, die Abtastrate so hoch wie möglich zu wählen. Die aktuelle Implementierung verwendet somit eine Abtastrate von 100 MHz, was einer theoretisch maximalen Resonanzfrequenz von 50 MHz entspricht. Das Messsignal enthält jedoch auch Rauschanteile oberhalb der halben Abtastrate, welche bei der Abtastung aufgrund von Antialiasing im digitalen Spektrum vorhanden sind und somit das Signal-Rausch-Verhältnis verringern. Um Antialiasing zu vermeiden, müssen Frequenzanteile oberhalb der halben Abtastrate derart gedämpft werden, dass diese nicht mehr durch den Analog-Digital-Wandler aufgelöst werden können. Der Zusammenhang ist in Abbildung 22 dargestellt.

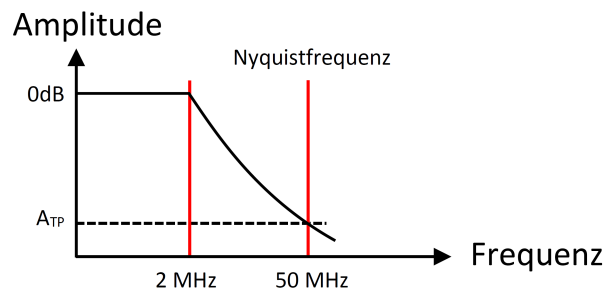


Abb. 22: Frequenzgang eines Antialiasingfilters, der bei der halben Abtastfrequenz eine Dämpfung A_{TP} aufweisen sollte, die unterhalb der Auflösung eines Bit liegt.

Allgemein lässt sich die erforderliche Dämpfung eines Antialiasing-Filters bei der halben Abtastfrequenz mit einem N-Bit Analog-Digital-Wandler wie folgt berechnen:

$$\begin{aligned} \text{Dämpfung } A_{TP} \left(\frac{f_{\text{Sample}}}{2} \right) &\geq 20 \cdot \log \left(\frac{U_{\text{max}}}{U_{\text{LSB}}} \right) \text{ dB} \\ &= 20 \cdot \log (2^N - 1) \text{ dB} \approx 6.02 \cdot N \cdot \text{dB} \end{aligned} \quad (3.5)$$

Um die Bedingungen eines Antialiasingfilters zu erfüllen, müsste somit der Filter eine Dämpfung von ca. 96 dB aufweisen. Um die Flankensteilheit des benötigten Filters zu berechnen, werden die Bandbreite bzw. Grenzfrequenz des Filters und die erforderliche Dämpfung benötigt. Daraus ergibt sich folgende Formel:

$$\text{Filtersteilheit in dB/Dekade} \quad \delta_{\text{Dek}} = \frac{-A_{TP} \left(\frac{f_{\text{Sample}}}{2} \right)}{\log \left(\frac{f_{\text{Sample}}}{2 \cdot \text{Hz}} \right) - \log \left(\frac{f_{\text{Cutoff}}}{\text{Hz}} \right)} \quad (3.6)$$

Die Formel unterstellt dabei einen linearen Verlauf des Amplitudenfrequenzgangs. Nach obiger Berechnung müsste der Filter durch Verwendung eines Tiefpasses 6. Ordnung bei einer Grenzfrequenz von 3 MHz realisierbar sein:

$$\frac{104.60 \text{ dB/Dekade}}{20 \text{ dB/Dekade}} \approx 5.23 \rightarrow \text{Filter 6. Ordnung} \quad (3.7)$$

Zum Einsatz kam ein Tiefpassfilter, dessen Charakteristik in Abbildung 21 dargestellt ist. Dieser weist bei der halben Abtastfrequenz (50 MHz) eine Dämpfung von durchschnittlich -60 dB auf. Der Filter ist gegenüber einem herkömmlichen Tiefpass steilflankiger, jedoch weist er nicht die theoretisch geforderte Dämpfung von 96 dB auf. Konkret bedeutet dies, dass Frequenzen oberhalb der halben Abtastfrequenz nicht unterhalb der 1 Bitauflösung des ADCs unterdrückt werden, jedoch erreicht man durch den Einsatz des aktuellen Filters eine Reduzierung auf 6 Bit, jedoch wird diese Reduzierung schon ab einer Frequenz von 10 MHz erreicht, was positiv zu bewerten ist. Allerdings wird das Eingangssignals bei Verwendung des vorgestellten Antialiasingfilters um die auftretende Gruppenlaufzeit von ca. 200 ns bei einer Frequenz von 1 MHz (vgl. Abbildung 21(d)) verzögert. Der Filter liefert somit einen Betrag zur Gesamtlaufzeit innerhalb der Detektionselektronik.

3.2.5. Regelsignale beim Rasterkraftmikroskop-Betrieb

Um während des AFM-Betriebes die Oberflächenstruktur abbilden zu können, kann das Ausgangssignal des Phasenreglers verwendet werden. Das Signal wird als Δf -Signal bezeichnet. Es gibt die Frequenzverschiebung an, die im Arbeitspunkt durch Veränderung des Spitzen-Probenabstandes auftreten. Um die Topographie der Probe nachzufahren, wird der Abstand zwischen Spitze und Probe auf einen konstanten Wert geregelt. So wird das Δf -Signal zum einen für die z-Regelung der Oberflächentopographie verwendet. Um das Signal zu der für die z-Regelung benötigten Elektronik übertragen zu können, stehen analoge Ausgangskanäle zur Verfügung. Die Ausgänge sind mit einem 20 Bit DAC ausgestattet und lassen sich von -10 V...+10 V ansteuern. Die Abtastrate beträgt 1 MSamples/s. Die hier erwarteten Änderungen liegen im unteren Kiloherzbereich ($\leq 10\text{ kHz}$), somit ist eine Abtastrate von 1 MSamples/s völlig ausreichend.

3.3. Softwareimplementierung

Der Aufbau der Elektronik basiert auf einer vollständig digital implementierten FM-Detektionsmethode. Dabei wurde das in Abbildung 23 dargestellte Blockschaltbild innerhalb des FPGAs implementiert.

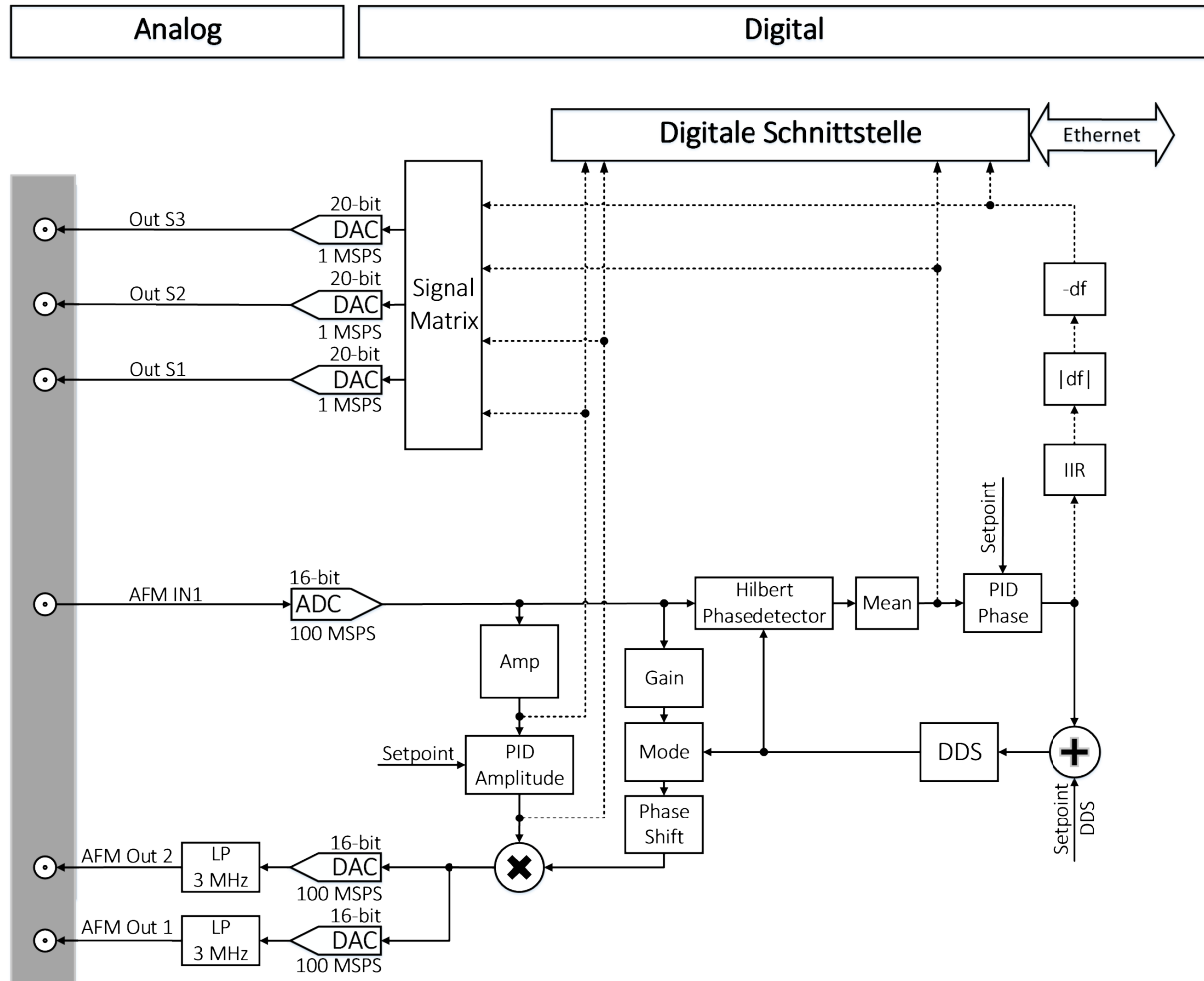


Abb. 23: Schematischer Aufbau der entwickelten Detektionselektronik.

Im Folgenden wird kurz auf die Beschreibung der einzelnen Komponenten eingegangen.

Signalmatrix Die Signalmatrix ermöglicht das Ein- und Ausschalten der drei analogen Reglerausgänge. Über die Signalmatrix kann jedem Ausgang eines von vier möglichen Signalen zugewiesen werden. Zur Auswahl stehen die gemessene Amplitude, das Amplitudenreglersignal (Dissipation), die gemessene Phase und das Phasenreglersignal (Δf).

Digitale Schnittstelle Über die digitale Schnittstelle kann die Netzwerkschnittstelle des betreffenden Einschubs aktiviert bzw. deaktiviert werden. Im Falle einer Aktivierung werden die im Abschnitt Signalmatrix erwähnten Signale per Broadcast-Nachricht mit einer Bandbreite von 10 kSamples/s gesendet.

Amp Zur Messung der Amplitude wird der Scheitelwert des Eingangssignals bestimmt und mithilfe des arithmetischen Mittels gemittelt. Die Anzahl an Mittelungen ist dabei einstellbar.

Hilbert Phasendetektor Für die Phasenbestimmung des Eingangssignals, welches vom Nadelsensor kommt, wird ein Hilbert-Phasendetektor verwendet. Dieser ermöglicht eine schnelle und amplitudenunabhängige Bestimmung der Phase. In Kapitel 3.3.3 wird die Funktionsweise und Art der Implementierung vorgestellt.

Mode Über die Mode-Funktion wird der Signalpfad innerhalb des FPGA verändert. Bei Verwendung des Tracking Modus wird die Anregungsfrequenz durch die DDS erzeugt. Im Gegensatz dazu muss bei Verwendung des Self-Oscillation Modus das Anregungssignal aus dem eingelesenen Nadelsensorsignal generiert werden. Eine Umschaltung zwischen den beiden Modi findet mithilfe der Mode-Funktion statt.

Gain Im Betrieb des Self Oscillation-Modus kann die Benutzung eines optionalen Gains erforderlich sein. In diesem Betriebsmodus wird dem Nadelsensor das abgetastete Signal wieder zur Verfügung gestellt. Durch etwaige auftretende Dämpfung innerhalb der Übertrager oder durch andere Einflüsse kann es dazu kommen, dass das Eingangssignal entsprechend verstärkt werden muss, damit es im Anschluss wieder dem Sensor zur Verfügung gestellt wird. Generell gilt, dass die Verstärkung innerhalb des Self-Oscillation-Regelkreises idealerweise gleich eins ist. Durch die Verwendung von Bitoperationen lassen sich Verstärkungen in Form von Zweierpotenzen leicht realisieren, weshalb über die Gain-Funktion eine Verstärkung größer gleich eins zu wählen ist. Andernfalls würde die Amplitude exponentiell abklingen. Ist die Verstärkung groß genug (≥ 1), kann der Amplitudenregler dazu benutzt werden, die Gesamtverstärkung auf den Wert eins zu regeln.

Phase Shift Der Einsatz des Phase Shifts ist für den Betrieb innerhalb des Self-Oscillation Modus konzipiert. Hierbei ist es wichtig, den idealen Versatz von -90° zu erreichen, der im Resonanzfall zwischen Ein- und Ausgangssignal des Nadelsensors vorliegen muss. Dazu

kann durch einen zusätzlichen Phasenversatz die auftretende Laufzeitverzögerung innerhalb des Analog- und Digitalteils zum gewünschten Phasenversatz korrigiert werden.

Mean Innerhalb dieses Blockes wird eine Mittelung des Signals aus dem Hilbert Phasendetektor in Form einer arithmetischen Mittelung durchgeführt. Die Mittelungsanzahl kann von 8 bis 65536 Werten variiert werden. Durch Erhöhung der Anzahl der Mittelungen, die für die Berechnung verwendet werden, wird das Phasenrauschen reduziert.

DDS Die DDS stellt eine digitale Möglichkeit dar, sinusförmige bzw. cosinusförmige Signale zu generieren. Dies entspricht in der analogen Implementierung eines VCOs. Die Verwendung eines digitalen Oszillators ist im Vergleich dazu unabhängig von Temperaturschwankungen und lässt sich je nach Anwendungsbereich sehr fein in der Frequenz einstellen.

PID Amplitude / PID Phase Die PID-Blöcke repräsentieren die jeweiligen Einheiten für die Regelung der Amplitude und Phase. Die Regler werden benötigt, um die gemessene Größe (Istwert) auf die vorgegebene Größe (Sollwert) zu regeln. Der Phasenregler erreicht dies durch Veränderung der Frequenz, die von der DDS erzeugt wird. Die Sollamplitude wird durch Anpassung der Amplitude des sinusförmigen Anregungssignals, welches dem Sensor zugeführt wird, erreicht.

IIR Um das Rauschen zu verringern, können allgemein Filter eingesetzt werden. Infinite Impulse Response (IIR) Filter stellen eine Alternative zu den Finite Impulse Response (FIR) Filtern dar. IIR Filter sind durch die Existenz einer unendlichen langen Impulsantwort gekennzeichnet. Innerhalb dieser Arbeit werden diese für die Tiefpassfilterung verwendet. Eine ausführliche Beschreibung und die Art der Implementierung innerhalb des FPGA ist in Kapitel 3.3.7 dargestellt.

-dF Ein wesentliches Regelsignal im AFM-Betrieb ist das Phasenreglersignal Δf . Über dieses lässt sich die Topographie der zu messenden Probe abbilden. Das Signal wird ebenfalls für die z-Regelung benötigt. Wird aufgrund einer Änderung der Oberflächenbeschaffenheit der Abstand zwischen Spitze und Probe verringert, so muss die z-Regelung den Abstand zwischen Spitze und Probe wieder auf den zuvor festgelegten Abstand regeln. Die z-Regelung ist nicht Bestandteil der hier beschriebenen Elektronik und wird durch eine externe Elektronik übernommen [29]. In dieser Elektronik wird das Phasenreglersignal für

3 REALISIERUNG DER FM-DETEKTIONSELEKTRONIK IN DER RASTERKRAFTMIKROSKOPIE

die z-Regelung benutzt. Aufgrund von etwaigen Regelungsvorzeichen muss die Möglichkeit bestehen, optional eine Invertierung des Signals zu ermöglichen.

|dF| Diese Option bietet die Möglichkeit, das Phasenreglersignal nur mit positivem Vorzeichen auf den analogen Ausgang auszugeben. Hierbei sei auf Abbildung 5 verwiesen. Durch Veränderung des Abstandes zwischen Spitze und Probe (z.B. an einer scharfen Stufenkante) kann es zu einem Sprung vom kontaktlosen Bereich in den kontaktbehafteten Bereich kommen. Problematisch hierbei ist, dass die Kraftgradient-Abstandskurve das Vorzeichen ihrer Steigung ändert. Sollte der beschriebene Fall eintreten, regelt die z-Regelung in die falsche Richtung, da sich Kraftgradient-Abstandsbeziehung nun invertiert verhält. Um dies zu vermeiden, kann der Betrag des Phasenreglersignals zur z-Regelung benutzt werden.

Betriebsmodi Die in Kapitel 2.3.1 und 2.3.2 vorgestellten Betriebsmodi innerhalb der FM-Detektion sollen im Folgenden mithilfe des Blockschaltbildes erläutert werden. Dafür sind in Abbildung 24 die dafür relevanten Komponenten dargestellt.

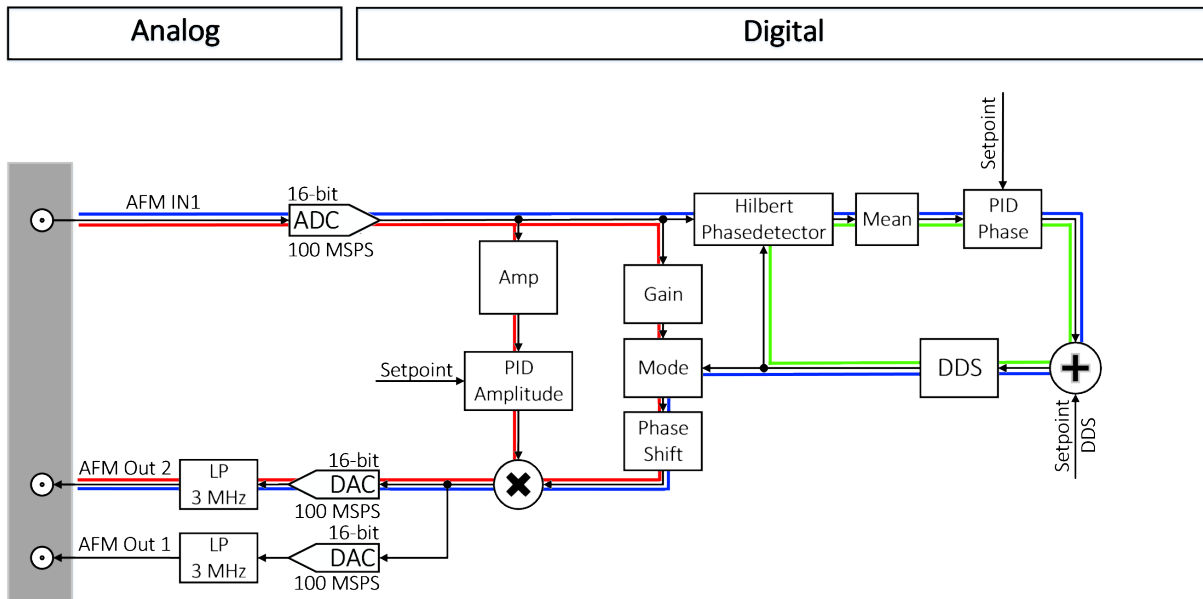


Abb. 24: Ausschnitt des Blockschaltbildes der Elektronik. In rot dargestellt ist der Pfad für den Self-Oscillation Modus. Der Pfad für den Tracking Modus ist in blau dargestellt. In beiden Modi wird der Phasenregelkreis (PLL) benötigt, welcher grün dargestellt ist.

In Abbildung 24 sind die verschiedenen Pfade in Abhängigkeit der verwendeten Modi dargestellt. Bei Verwendung des Self-Oscillation Modus durchläuft das Signal den rot dargestellten Pfad. Dabei wird das Eingangssignal idealerweise um 90° in der Phase verschoben und um die eventuell vorhandene Dissipation korrigiert dem Sensor zugeführt (vgl. vorheriges Kapitel - Self Oscillation Modus). Alternativ ist der Signalpfad bei Benutzung des Tracking Modus in blau dargestellt. Hierbei wird der Sensor durch die DDS angeregt. Das Ausgangssignal des Sensors wird zur Phasenbestimmung dem Phasendetektor zugeführt. Die gemessene Phase wird mit dem Phasensollwert verglichen und im Falle von Abweichungen vom Phasensollwert dem Phasenregler zugeführt. Dieser regelt den Phasenfehler über eine Anpassung in der DDS-Frequenz aus. Unabhängig von der Wahl des Betriebsmodus wird die Phasenregelschleife benötigt, um die gemessene Phase möglichst konstant zu regeln. Der dafür benötigte Signalpfad ist in Abbildung 24 grün dargestellt. Die Funktion dieser Regelschleife wird auch PLL genannt.

In den folgenden Abschnitten wird zunächst der Digitalteil, im Speziellen die Funktionsweise der DDS, des Phasendetektors, der Proportional-Integral-Derivative (PID)-Regler und der IIR-Filter.

Den Kern des Digitalteils der Elektronik stellt ein FPGA der Firma Xilinx dar. Es handelt sich dabei um einen FPGA vom Typ Virtex 6 (XC6VLX75T). Im Folgenden werden die in Abbildung 25 dargestellten Komponenten einer PLL, welche im FPGA digital implementiert sind, vorgestellt. Die Implementierung erfolgte dabei mithilfe der Hardwarebeschreibungssprache Very High Speed Integrated Circuit Hardware Description Language (VHDL).

Der Schwerpunkt liegt dabei auf der Implementierung des Phasendetektors. Dieser unterscheidet sich im Wesentlichen in seiner Implementierung im Vergleich zu kommerziell erhältlichen PLLs. Teilkomponenten des Phasendetektors sind der Hilbertfilter (siehe Kapitel 3.3.3) und die Arkustangensbestimmung (siehe Kapitel 3.3.4), welche beide ausführlich in separaten Kapitel erläutert werden.

Grundsätzlich lässt sich die PLL aus drei Komponenten aufbauen. Diese sind der Phasendetektor, ein Schleifenfilter (PID) und die DDS. Die DDS dient zum digitalen Erzeugen von sinusförmigen Signalen, dessen Frequenz digital einstellbar ist. Der Phasendetektor berechnet die Phase zwischen zwei Eingangssignalen, wobei der Auflösung und Bestimmungsrate der zu berechnenden Phase eine besondere Bedeutung zukommt, denn sie bestimmen unter anderem die maximale Bandbreite der PLL und somit die gesamte Elektronik während des

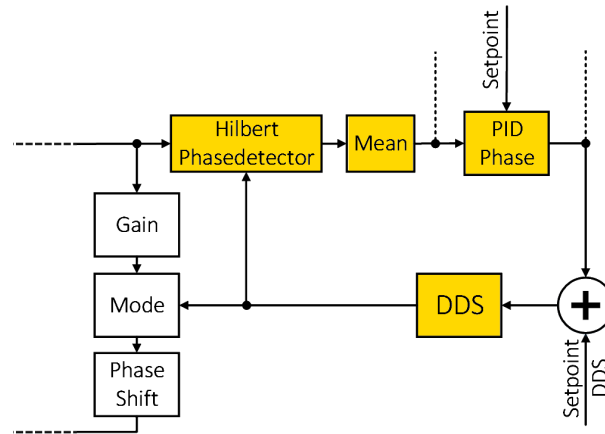


Abb. 25: Komponenten der digital implementierten PLL bestehend aus einem Phasendetektor, IIR-Filter, PID-Regler und einer DDS.

Betriebs. Die Bandbreite bestimmt die Zeit, die benötigt wird, um eine Probe abzubilden. Die dargestellten IIR Blöcke sind optionale Tiefpassfilter. Für die grundlegende Funktion einer PLL ist die Existenz des IIR-Filters nicht notwendig. Allerdings ist der Filter für die Verbesserung des Signalrauschdichtespektrums beim Phasenreglersignal hilfreich. Das Signal dient zur z-Regelung und eine Reduzierung der Rauschdichte verbessert die Qualität des aufgenommen Bildes der Probe. Es wird in Kapitel 3.3.7 eine Implementierung und Berechnung des IIR-Filters vorgestellt.

3.3.1. Digitaler Funktionsgenerator auf Basis einer DDS

Eine DDS wird zur Erzeugung periodischer Signale verwendet. Typischerweise werden damit sinus- bzw. cosinusförmige Signale erzeugt. Das Konzept basiert auf der Idee, die Amplitudenwerte aus der Phase zu bestimmen. Die Anzahl der verfügbaren Phasenwerte zum Abbilden einer gesamten Schwingung ist dabei durch die Implementierung vorgegeben. Durch die digitale Realisierung erfolgt die Bestimmung der Amplitudenwerte zu jedem Taktsignal. Mit jedem Taktsignal wird die Phase inkrementiert, wodurch ein neuer Amplitudenwert generiert werden kann. Nach einem Durchlauf der Phase von 0 bis 2π ist eine Sinusschwingung vollständig abgebildet worden. Durch weiteres Inkrementieren der Phase beginnt diese wieder bei 0. Dadurch kann ein kontinuierlicher sinusförmiger Verlauf erzeugt werden. Die Zeit, die benötigt wird, um die Phasenwerte von 0 bis 2π zu durchlaufen, bestimmt die Frequenz des Ausgangssignals. Zur Bestimmung der maximalen Frequenz wird das Abtasttheorem von Nyquist benötigt. Dieses besagt, dass die Signalfrequenz maximal der halben Abtastrate entsprechen darf, damit das Signal aus den abgetasteten Werten „rekonstruiert“ werden kann. Konkret bedeutet dies, dass die durch

die DDS erzeugte Sinusschwingung mindestens zwei Amplitudenwerte und somit zwei Phasenwerte verwendet. Der Durchlauf der Phasenwerte von 0 bis 2π erfolgt innerhalb von zwei Taktsignalen. Die maximale Signalfrequenz bestimmt sich somit zu:

$$DDS_{Max. Freq.} = \frac{Systemtakt}{2} = \frac{100 \text{ MHz}}{2} = 50 \text{ MHz} \quad (3.8)$$

Zur Bestimmung der minimalen Ausgangsfrequenz, welche auch die Frequenzauflösung innerhalb des DDS bestimmt, muss die Anzahl der Phasenwerte für die Abbildung des Bereiches von 0 bis 2π bekannt sein. Die geringste Frequenz wird realisiert indem jeder verfügbare Phasenwert verwendet wird, um daraus einen Amplitudenwert zu generieren. Da es sich um eine digitale Implementierung handelt, wird die Anzahl an Phasenwerten über einen Bitvektor mit einer vorgegeben Bitbreite k realisiert. Daraus ergibt sich die maximale Anzahl von 2^k Werten für verschiedene Phasenwerte. Da zu jedem Systemtakt eine Amplitude aus einem Phasenwert generiert wird, ergibt sich die minimale Ausgangsfrequenz der DDS zu:

$$\begin{aligned} DDS_{Min. Freq.} = DDS_{Auflösung} &= \frac{Systemtakt}{\text{Anzahl Frequenzwerte}} = \frac{100 \text{ MHz}}{2^{48}} \quad (3.9) \\ &= 0.355 \text{ } \mu\text{Hz} \end{aligned}$$

Durch die Verwendung eines Bitvektors, der den Wert des Phaseninkrements darstellt - im Folgenden Phasenwort genannt - und eine Bitbreite von $k=48$ aufweist, kann eine minimale Frequenz von $\approx 0.36 \text{ } \mu\text{Hz}$ erzeugt werden. Über die Anzahl übersprungener Phasenwerte lässt sich die Signalfrequenz einstellen. Wird nur jeder zweite Phasenwert benutzt, verdoppelt sich die Frequenz des Ausgangssignals. Durch Überspringen von n Phasenwerten, berechnet sich die Ausgangsfrequenz zu: $n \cdot f_{min} = n \cdot 0.355 \text{ } \mu\text{Hz}$. Da die Frequenz des Ausgangssignals sich als Vielfaches der minimalen Frequenz darstellt, entspricht dies auch der Frequenzauflösung der DDS. Da das Ausgangssignal für die Anregung des Nadelsensor benötigt wird, sollte die Frequenzauflösung deutlich geringer als die erwarteten Frequenzänderung beim Betrieb des AFM sein. Die erwartete Frequenzänderungen liegen in der Größenordnung von wenigen Millihertz. Somit reicht eine Frequenzauflösung der DDS von weniger als einem Mikrohertz aus.

Im Hinblick auf die Implementierung stellt das Phasenwort das Eingangssignal der DDS dar. Dieses enthält den Wert der Phasenschrittweite. Das Phasenregister summiert den aktuellen Phasenwert um den aktuellen - in der Regel konstanten - Wert des Phasenwortes

und speichert diesen als Grundlage für den nächsten Phasenwert. Der aktuelle Phasenwert wird Phasenakkumulatorsignal genannt, aus welchem sich die Amplitudenwerte generieren lassen. Die Amplitudenwerte können dabei mithilfe einer Look-Up-Table (LUT) erzeugt werden. Eine LUT ist eine Tabelle, in der zu jedem Phasenwert der entsprechende Amplitudenwert abgespeichert wird.

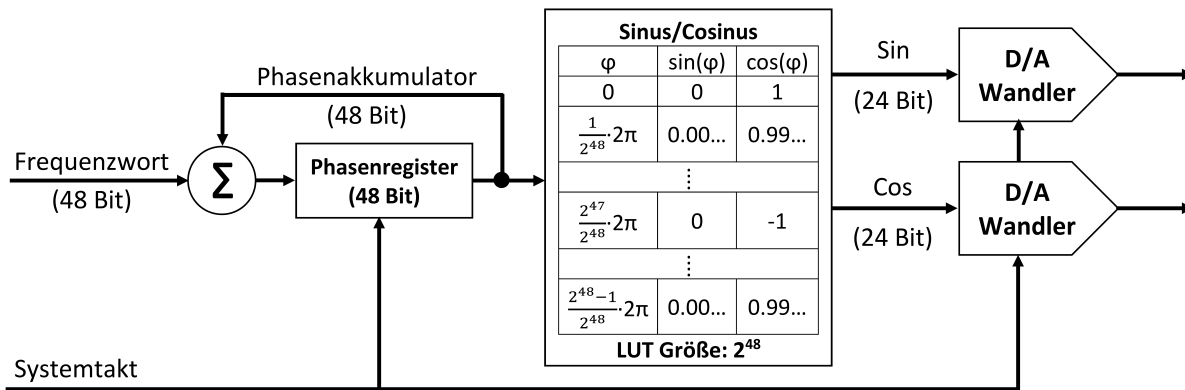


Abb. 26: Schematischer Aufbau einer DDS basierend auf einer LUT.

Hierbei wird somit keine Berechnung zur Laufzeit benötigt, es werden lediglich die Werte abgerufen. Neben der Verwendung von LUT können die Amplitudenwerte auch mithilfe von Algorithmen (vgl. Kapitel 3.3.4) zur Laufzeit berechnet werden. Der Vorteil bei der Verwendung von Algorithmen ist der hierfür geringere Speicheraufwand im Logikchip. Allerdings benötigt die Berechnung mehrere Systemtakte, was einer Erhöhung der Laufzeit im Vergleich zur Verwendung von einer LUT zur Folge hat. Da die Generierung der Amplitudenwerte ebenfalls digital erfolgt, hängt die Größe einer LUT oder die benötigte Zeit bei der Berechnung durch Algorithmen auch von der gewünschten Amplitudenauflösung ab. Innerhalb des FPGA, welcher für diese Arbeit eingesetzt wurde, werden die Signale mit einer Auflösung von 32 Bit über eine LUT erzeugt. Die Verwendung einer LUT ermöglicht dabei schnelle Anpassungen bei Änderungen im Frequenzwort bzw. in der Ausgangsfrequenz.

Nach der Generierung der Amplitudenwerte können diese digital weiterverarbeitet werden. Für die Anregung des Nadelsensors wird jedoch ein analoger Sinus benötigt. Dazu wird das Amplitudensignal mithilfe eines Digital-/Analogwandlers umgewandelt. Idealerweise wird der Wandler mit dem gleichen Systemtakt wie der Takt zur Erzeugung der Amplitudenwerte innerhalb der DDS betrieben.

3.3.2. Phasendetektor

Im Phasendetektor soll die Phase zwischen zwei in der Regel frequenzgleichen sinusförmigen Schwingungen ermittelt werden. Ein in der Praxis oft eingesetztes Verfahren ist das sogenannte Lockin-Verfahren [26, 30]. Innerhalb des Phasendetektors wird dazu ein Referenzsignal benötigt, welches als Bezugsgröße für die Berechnung der Phase dient. Aufgrund der einfachen Realisierung wurden Lockin-Verfahren häufig zur Phasenberechnung innerhalb analoger Implementierungen verwendet. Das Prinzip lässt sich jedoch auch mithilfe digitaler Elemente bspw. innerhalb eines FPGA oder DSP implementieren. Im Folgenden sei das Sensorsignal durch $A \cdot \sin(\omega_1 t + \varphi)$ und das Referenzsignal durch $B \cdot \sin(\omega_2 t)$ beschreiben. Dabei unterscheiden sich die beiden Signale in ihrer Amplitude, Frequenz bzw. Phase. Durch eine Multiplikation der beiden Signale ergibt sich der folgende Zusammenhang:

$$A \cdot \sin(\omega_1 t + \varphi) \cdot B \cdot \sin(\omega_2 t) \quad (3.10)$$

$$= \frac{1}{2} AB [\underbrace{\cos((\omega_1 - \omega_2)t + \varphi)}_{C(\varphi) \text{ für } \omega_1 \approx \omega_2} + \underbrace{\cos((\omega_1 + \omega_2)t + \varphi)}_{f(2\omega) \text{ für } \omega_1 \approx \omega_2}] \quad (3.11)$$

Dabei generiert der erste Summand in obiger Formel einen konstanten Beitrag in Abhängigkeit von φ . Der zweite Summand liefert ein Wechsellsignal mit doppelter Frequenz, welches sich durch den Einsatz eines Tiefpasses herausfiltern lässt. Das gefilterte Signal lässt sich dann als eine niederfrequenten Schwingung $C(\varphi) = \frac{1}{2} AB \cdot \cos((\omega_1 - \omega_2)t + \varphi)$, die Informationen über die zu berechnende Phase enthält, darstellen. Für den Fall, dass die Frequenzen beider Signale identisch sind, vereinfacht sich $C(\varphi)$ zu $\frac{1}{2} AB \cdot \cos(\varphi)$. Daraus lässt sich die Phase durch Einsetzen der jeweiligen Amplituden berechnen.

Nachteilig ist hierbei, dass die Amplituden beider Signale bekannt sein müssen, da sie in die Berechnung der Phase einfließen. Im Falle einer digitalen Implementierung steht das Referenzsignal digital zur Verfügung. Die Bestimmung der Amplitude des Sensorsignals erfolgt über die Wandlung des analogen Signals. Ein weiterer Nachteil bei dem vorgestellten Verfahren ist, dass die Verwendung eines Tiefpassfilters unerlässlich ist. Um hochfrequente Anteile in der Phase zu eliminieren, muss der Kosinusterm mit doppelter Frequenz entsprechend gut gefiltert werden.

Alternativ wird in dieser Arbeit eine Methode vorgestellt, die eine amplitudenunabhängige Phasenbestimmung bei sehr schnellen Bestimmungsraten (max. 100 MHz) möglich macht. Der schematische Aufbau des Phasendetektors ist in Abbildung 27 dargestellt.

Das Verfahren basiert auf dem Einsatz eines Hilbertfilters [24], der zur Erzeugung eines komplexwertigen Signals (Phasenverschiebung von -90° gegenüber dem Eingangssignal) eingesetzt werden kann. Die Verwendung von komplexwertigen Signalen ermöglicht die Verwendung geeigneter Additionstheoreme zur amplitudenunabhängigen Phasenbestimmung. Zur Berechnung der Phase wird weiterhin die Arkustangensfunktion benötigt. Diese ist innerhalb des FPGA durch Verwendung des Cordic-Algorithmus (vgl. Kapitel 3.3.4) implementiert.

Im Folgenden wird die Phasenbestimmung durch Verwendung des Hilbertfilters vorgestellt. Durch das in Abbildung 27 dargestellte Blockschaltbild wird eine schnelle und amplitudenunabhängige Phasenbestimmung ermöglicht. Weiterhin lassen sich die generierten Signale zur Bestimmung der Amplitude benutzen (grau dargestellter Bereich). Die Bestimmung der Amplitude wurde im Rahmen dieser Arbeit allerdings anderweitig realisiert (vgl. Kapitel 3.3, Abschnitt **Amp**).

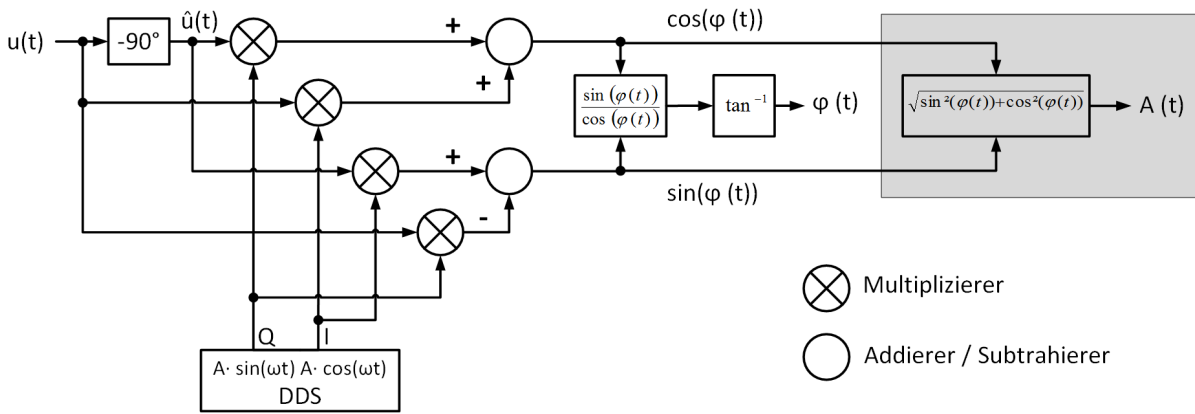


Abb. 27: Blockschaltbild der Phasenbestimmung auf Basis des Eingangssignals unter Verwendung eines Hilbertfilters, sowie Multiplizierer und Addierer bzw. Subtrahierer, einer Division und einer Arctan-Berechnung [31]. Grau: Zusätzlich kann die Bestimmung der Amplitude implementiert werden, was im Rahmen dieser Arbeit nicht umgesetzt wurde.

Die Bestimmung der Phase durch den Einsatz des Hilbertfilters hat einige Vorteile, wie z.B. eine wesentlich schnellere Bestimmung der Phase im Vergleich zur Lockin-Technik. Das in der Abbildung dargestellte Eingangssignal $u(t)$ entspricht dem Sensorsignal, welches am Ausgang des Vorverstärkers anliegt und mit dem Eingang der Elektronik verbunden wird. Der Sensor wird dabei - im Tracking Modus - von dem Sinussignal aus der DDS angeregt. Dieses ist in der Abbildung als Q-Signal der DDS dargestellt.

Grundlage der Phasenbestimmung bilden die folgenden Gleichungen unter Verwendung trigonometrischer Additionstheoreme. Es wird unterstellt, das Eingangssignal $u(t)$ habe

eine Phasenverschiebung zu den Signalen der DDS. Die Frequenzen der Signale sind dabei identisch. Für das Eingangssignal wird $u(t) = B \cdot \cos(\omega t + \varphi(t))$ angenommen. Der Hilbertfilter erzeugt daraus das Signal $\hat{u}(t)$. Dieses ergibt sich durch eine Verschiebung um -90° von $u(t)$. Daraus ergibt sich $\hat{u}(t) = B \cdot \sin(\omega t + \varphi(t))$. Für die Ausgangssignale der DDS sei $Q = A \cdot \sin(\omega t)$ und $I = A \cdot \cos(\omega t)$ angenommen. Die in Abbildung 27 darstellten Rechenoperationen unterstellen den folgenden Zusammenhang für das Signal hinter dem in der Abbildung dargestellten Division:

$$\frac{I \cdot \hat{u}(t) - Q \cdot u(t)}{I \cdot u(t) + Q \cdot \hat{u}(t)} = \frac{A \cos(\omega t) B \sin(\omega t + \varphi(t)) - A \sin(\omega t) B \cos(\omega t + \varphi(t))}{A \cos(\omega t) B \cos(\omega t + \varphi(t)) + A \sin(\omega t) B \sin(\omega t + \varphi(t))} \quad (3.12)$$

Ferner werden die folgenden Additionstheoreme betrachtet, um die Berechnung entsprechend zu vereinfachen:

$$\sin(x \pm y) = \sin(x)\cos(y) \pm \cos(x)\sin(y) \quad (3.13)$$

$$\cos(x \pm y) = \cos(x)\cos(y) \mp \sin(x)\sin(y) \quad (3.14)$$

Durch Anwendung der Additionstheoreme in Gleichung 3.13 und 3.14 lässt sich der Zusammenhang aus Abbildung 27 wie in Gleichung 3.12 darstellt, beschreiben als:

$$\frac{AB \sin(\varphi(t))}{AB \cos(-\varphi(t))} = \frac{\sin(\varphi(t))}{\cos(\varphi(t))} = \tan(\varphi(t)) \quad (3.15)$$

Daraus erhält man den Tangens der berechneten Phase zwischen Eingangssignal und den Signalen der DDS, welche durch Verwendung des in Kapitel 3.3.4 vorgestellten Cordicalalgorithmus den Arkustangens bildet, woraus sich nun die Phase $\varphi(t)$ berechnen lässt. Zu erkennen ist, dass das Eingangssignal und die beiden Referenzsignale der DDS verschiedene Amplituden aufweisen. Durch Anwendung der Additionstheoreme lässt sich der Einfluss der verschiedenen Amplituden eliminieren. Dies ist ein Vorteil gegenüber der Bestimmung der Phase durch die Lockin-Technik.

Grafisch ist der Zusammenhang der benötigten Signale in Abbildung 28 dargestellt. Dabei erfolgt eine zeitdiskrete Betrachtung aller Signale. Dargestellt sind die von der DDS generierten Signale, sowie ein beispielhaftes Eingangssignal $u(t)$ und das daraus durch den Hilbertfilter generierte Signal $\hat{u}(t)$. Zusätzlich wird ein Systemtakt dargestellt, der verdeutlichen soll, dass es möglich ist, zu jedem dieser Zeitpunkte eine Phase zu berechnen, die im Falle von idealen Signalen konstant ist. Die Phasenbestimmungsrate entspricht

dabei der Abtastrate des Eingangssignals und entspricht 100 MHz.

Dabei ist zu beachten, dass dies eine Phase in Bezug auf den mithilfe der DDS erzeugten Signale darstellt. Hierbei wurde für $u(t) = \cos(\omega t + \varphi(t))$ angenommen, was zu einer Phase $\varphi(t)$ führt. In der Praxis kann jedoch nicht immer davon ausgegangen werden, dass das Eingangssignal in Bezug auf die Phase ein cosinusförmiges Signal darstellt. Prinzipiell sollte sich ein sinusförmiges (bezieht sich hierbei auf die Phasenlage untereinander) Signal in einer Anpassung der berechneten Phase um 90° ergeben. Durch die Polstellen der Tangensfunktion bei $\pm n \cdot \pi/2$ kann es vorkommen, dass die gemessene Phase sich sprunghaft um 180° ändert. In der Praxis kann dies innerhalb eines Frequenzdurchlaufs bei der Erstellung eines Bodeplots auftreten. Der Grund dafür liegt in der frequenzabhängigen Phase des Nadelsensors. Die Phase des Nadelsensors durchläuft um die Resonanzfrequenz herum eine Änderung von 180° . Die Berechnung der Phase innerhalb des FPGA erfolgt durch eine CORDIC-Implementierung, welche für die Berechnung der Phase einen Wertebereich von -180° bis $+180^\circ$ aufweist. Ein Winkel von $+190^\circ$ wird demnach als -10° dargestellt.

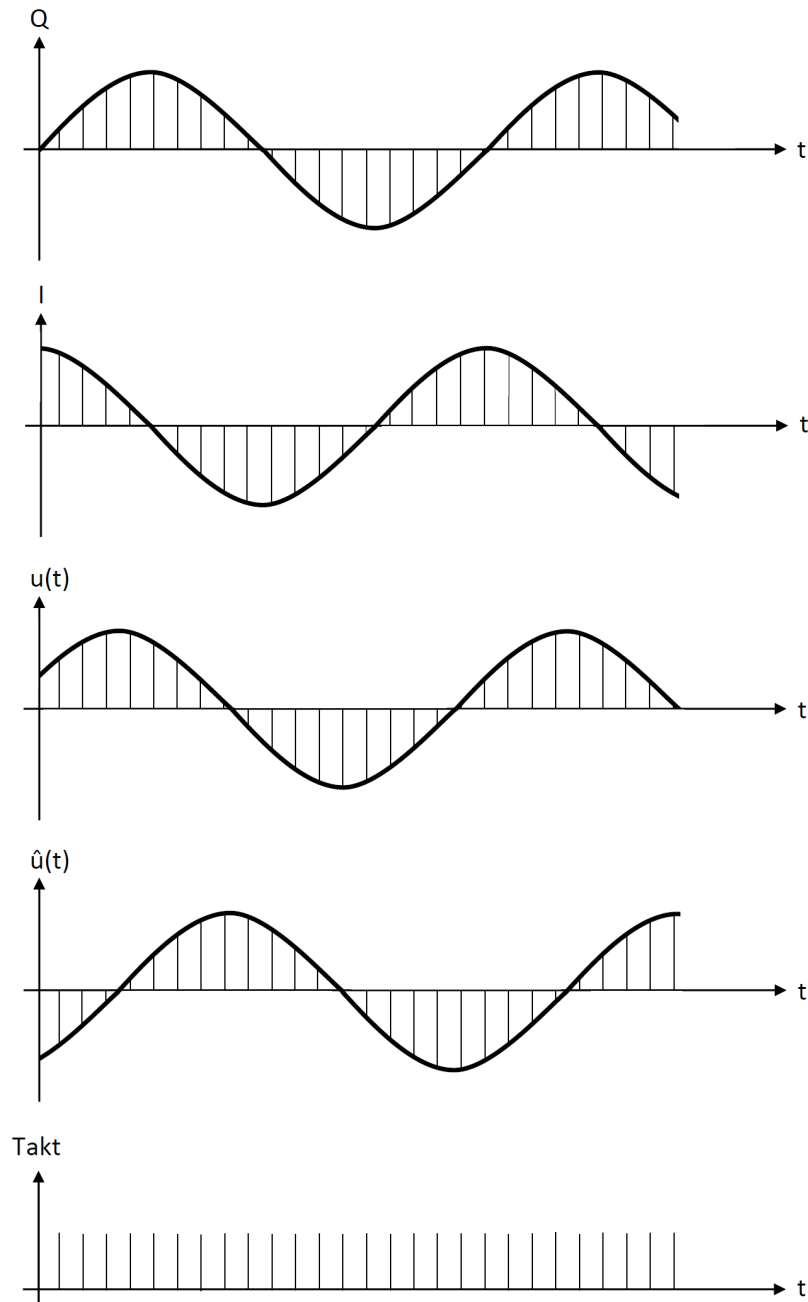


Abb. 28: Zeitliche Darstellung der bei der Phasenbestimmung benötigten Signale. I und Q sind die von der DDS erzeugten Signale, welche den Cosinus (I) und Sinus (Q) darstellen. $u(t)$ stellt das Eingangssignal vom Nadelsensor dar, welches mithilfe des Hilbertfilters das um -90° Grad verschobene Signal $\hat{u}(t)$ erzeugt. Es ist zu erkennen, dass mit jedem Systemtakt, welcher dem Abtasttakt des analogen Eingangssignals entspricht, jeweils ein Wert von allen Signalen vorliegt, was eine Phasenbestimmung mit nur einem Abtastwert ermöglicht [31].

Da es sich um eine digitale Realisierung handelt, wird das Eingangssignal mit einer im Vergleich zur Signalfrequenz relativ hohen Abtastrate (100 MHz Abtastfrequenz bei einer Signalfrequenz von 1 MHz) abgetastet. Der Hilbertfilter, die Multiplikationen, die Division und die trigonometrische Funktion benötigen jeweils unterschiedliche Laufzeiten, durch deren Summe die Laufzeit innerhalb der Phasendetektion bestimmt werden kann. Insgesamt ergibt sich eine Laufzeit von 100 Systemtakt. Die Bestimmungsrage ist im Vergleich zur Lockin-Technik bedeutend größer, da hierbei die maximal mögliche Phasenbestimmungsrage unterhalb der doppelten Signalfrequenz (hier $2 \cdot 1 \text{ MHz} = 2 \text{ MHz}$) liegt. Das vorgestellte Verfahren benötigt ferner zur Phasenbestimmung lediglich einen einzelnen Abtastwert. Um die Genauigkeit der Phase zu erhöhen, bedarf es einer optionalen Mittelung.

3.3.3. Hilbert-Transformation

Um einen Hilbertfilter digital implementieren zu können, kann dieser als FIR-Filter realisiert werden. Die nötigen Koeffizienten werden im Folgenden berechnet. Dazu ist eine Analyse der Übertragungsfunktion notwendig. Über die Übertragungsfunktion kann durch Verwendung der inversen Fouriertransformation die Impulsantwort des Hilbertfilters berechnet werden. Durch anschließende Diskretisierung der Impulsantwort lassen sich die benötigten Koeffizienten berechnen.

Die Hilbert-Transformation wird dazu benutzt, aus einem Zeitsignal ein um -90° verschobenes Zeitsignal zu erzeugen. Dadurch lässt sich mithilfe der komplexen Zahlen (siehe Anhang A) aus einem reellen Zeitsignal ein analytisches (komplexwertiges) Zeitsignal generieren. Dabei entspricht der Imaginäranteil der Hilbert-Transformierten des Realanteils. Um aus einem reellen Signal ein komplexwertiges zu generieren, bedarf es einer Phasendrehung um -90° . Das reelle Signal sei $x_r(t)$ und habe das Spektrum $X_r(\omega)$. Der Hilbertfilter habe die Impulsantwort $h(t)$ bzw. die Übertragungsfunktion $H(\omega)$. Grafisch ist der Zusammenhang in Abbildung 29 dargestellt.

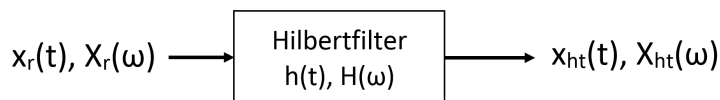


Abb. 29: Hilbertfilter als Block mit Impulsantwort $h(t)$ bzw. Übertragungsfunktion $H(\omega)$.

Durch eine Faltung im Zeitbereich bzw. eine Multiplikation im Frequenzbereich erhält man für das Ausgangssignal $x_{ht}(t)$ bzw. für das Spektrum $X_{ht}(\omega)$ des Filters:

$$x_{ht}(t) = h(t) * x_r(t) \quad (3.16)$$

$$X_{ht}(\omega) = H(\omega) \cdot X_r(\omega) \quad (3.17)$$

Folglich soll die Übertragungsfunktion bzw. die Impulsantwort des Hilbertfilters bestimmt werden. Durch eine Multiplikation mit $-j$ kann eine Drehung des Eingangssignals von -90° für alle im Eingangsspektrum vorhandenen Komponenten erfolgen. Der entsprechende Beweis ist dem Anhang A zu entnehmen. Folglich ergibt sich die Übertragungsfunktion $H(\omega)$ zu:

$$H(\omega) = \begin{cases} +j, & \omega \leq 0 \\ -j, & \omega > 0 \end{cases} \quad (3.18)$$

Zu erkennen ist, dass die Übertragungsfunktion auch für negative Frequenzen definiert ist. In den physikalischen Betrachtungen existieren keine negativen Frequenzen, allerdings erweist sich die formale Einführung negativer Frequenzen bei Verwendung der komplexen Zahlen als sinnvoll. So ist beispielsweise der $\cos(\omega t)$ bei Betrachtung der Euler-Gleichung definiert als:

$$\cos(\omega t) = \frac{1}{2} \{ e^{j\omega t} + e^{j(-\omega)t} \} \quad (3.19)$$

Die Bedeutung des Ausdrucks $e^{j(-\omega)t}$ kann somit als Rechtsdrehung (mathematisch negative Drehrichtung) interpretiert werden [32]. Durch Einführung einer negativen Frequenz lassen sich Berechnungen mithilfe der komplexen Zahlen leichter berechnen bzw. darstellen. Grafisch kann bei Betrachtung einer harmonischen Schwingung das folgende Spektrum als einseitiges bzw. zweiseitiges Spektrum, wie in Abbildung 30 zu sehen, dargestellt werden. Durch Aufteilung des einseitigen Spektrums in ein zweiseitiges muss die Amplitude des Spektrums entsprechend halbiert werden, damit eine Betrachtung des gesamten Spektrums wieder dem ursprünglichen Spektrum entspricht.

Zusammengefasst kann die Übertragungsfunktion $H(\omega)$ des Hilbertfilters als eine Drehung von -90° für positive Frequenzen und als eine Drehung von $+90^\circ$ für negative Frequenzen verstanden werden.

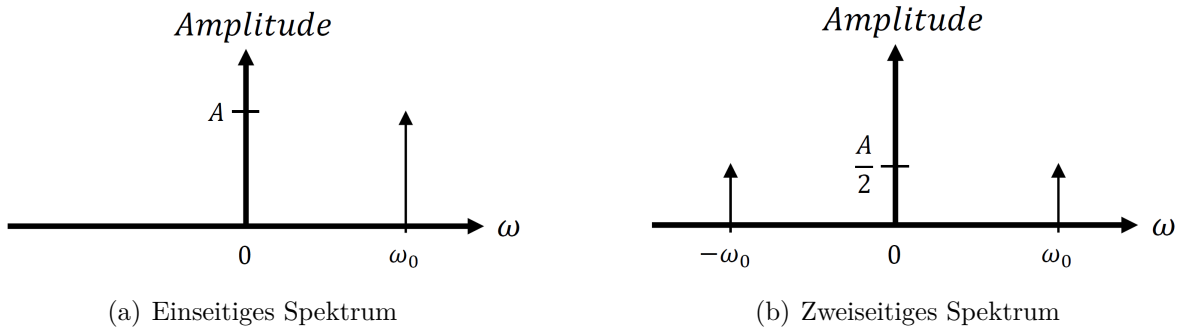


Abb. 30: Darstellung des Spektrums einer harmonischen Schwingung.

Aus dem reellen Zeitsignal $x_r(t)$ lässt sich mithilfe des Hilbertfilters nun das komplexe Zeitsignal $x_c(t)$ erzeugen durch:

$$x_c(t) = x_r(t) + j \cdot x_i(t) \quad (3.20)$$

Dabei entspricht der Realanteil dem reellen Zeitsignal $x_r(t)$. Der Imaginäranteil von $x_c(t) - x_i(t)$ entspricht der Hilberttransformierten des reellen Zeitsignals $x_r(t)$. Der Zusammenhang ist in Abbildung 31 verdeutlicht.

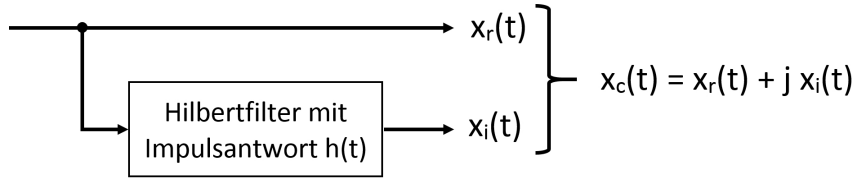


Abb. 31: Erzeugung eines komplexen Signals aus einem reellen Zeitsignal durch Verwendung der Hilberttransformierten.

Im Folgenden wird das reelle Zeitsignal $x_r(t) = \cos(\omega_0 \cdot t)$ betrachtet. Dann gilt für $x_i(t) = \cos(\omega_0 \cdot t - \frac{\pi}{2}) = \sin(\omega_0 \cdot t)$. Das Ergebnis von $x_c(t)$ ist in Abbildung 32 dargestellt. Bei Verwendung der Euler Formel gilt:

$$x_c(t) = x_r(t) + j \cdot x_i(t) = \cos(\omega_0 \cdot t) + j \cdot \sin(\omega_0 \cdot t) = e^{j\omega_0 t} \quad (3.21)$$

Im Folgenden wird die Impulsantwort des Hilbertfilters durch Verwendung der inversen Fouriertransformation berechnet.

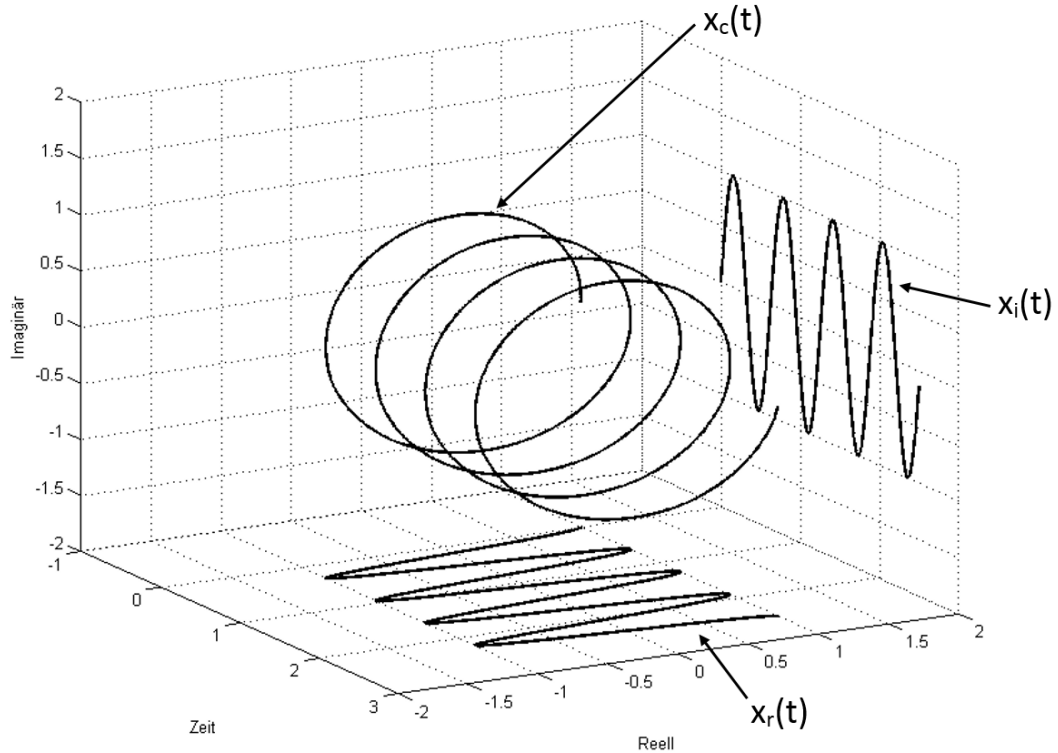


Abb. 32: Das komplexe Signal $x_c(t)$ mit dem reellen Zeitsignal $x_r(t) = \cos(\omega_0 t)$ als Real- und dem durch den Hilbertfilter erzeugten imaginären Zeitsignal $x_i(t) = \sin(\omega_0 t)$ [33].

Impulsantwort eines Hilbertfilters Unter der Impulsantwort eines Filters versteht man das am Ausgang des Filters resultierende Signal als Ergebnis eines Impulses am Eingang des Filters. Um diese berechnen zu können, kann die inverse Fouriertransformation (vgl. [33]) verwendet werden. Dazu wird die Übertragungsfunktion $H(\omega)$ in den Zeitbereich transformiert. Allgemein gilt für eine Impulsantwort $h(t)$:

$$h(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} H(f) \cdot e^{j2\pi ft} df \quad (3.22)$$

Zunächst werden einige Änderungen an der vorherigen Gleichung vorgenommen:

- Um eine Darstellung in Abhängigkeit von ω zu erhalten, muss f durch ω substituiert werden. Mit $\omega = 2\pi f$ erhält man $df = \frac{d\omega}{2\pi}$.
- Die Tatsache, dass die diskrete Frequenzantwort ein zur Abtastrate periodisches Signal ist, erlaubt es, die Grenzen des Integrals auf $-\frac{\omega_s}{2}$ bzw. $+\frac{\omega_s}{2}$ zu setzen.

3 REALISIERUNG DER FM-DETEKTIONSELEKTRONIK IN DER RASTERKRAFTMIKROSKOPIE

Nach der Substitution und der Anpassung der Grenzen ergibt sich für die Impulsantwort folgender Ausdruck:

$$h(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\frac{\omega_s}{2}}^{\frac{\omega_s}{2}} H(\omega) e^{j\omega t} d\omega = \frac{1}{2\pi} \int_{-\frac{\omega_s}{2}}^0 j e^{j\omega t} d\omega + \frac{1}{2\pi} \int_0^{\frac{\omega_s}{2}} -j e^{j\omega t} d\omega \quad (3.23)$$

$$= \frac{1}{2\pi t} \left(\left[e^{j\omega t} \right]_{-\frac{\omega_s}{2}}^0 - \left[e^{j\omega t} \right]_0^{\frac{\omega_s}{2}} \right) = \frac{1}{2\pi t} \left(e^{j0} - e^{-j\omega_s t/2} - e^{j\omega_s t/2} + e^{j0} \right) \quad (3.24)$$

$$= \frac{1}{2\pi t} [2 - 2\cos(\omega_s t/2)] = \frac{1}{\pi t} \left[1 - \cos\left(\frac{\omega_s t}{2}\right) \right] \quad (3.25)$$

Um den Wert der Impulsantwort für $t = 0$ berechnen zu können, bedarf es der Verwendung der L'Hospital-Regel, da der Ausdruck zu einem Grenzwert der Form $\frac{0}{0}$ führt. Nach L'Hospital ergibt sich der Wert von $h(0)$ zu:

$$h(0) = \frac{\frac{d}{dt} (1 - \cos(\omega_s t/2))}{\frac{d}{dt} \pi t} \Big|_{t \rightarrow 0} = \frac{\omega_s \sin(\omega_s t/2)}{2\pi} \Big|_{t \rightarrow 0} = 0 \quad (3.26)$$

Um den Filter digital aufbauen zu können, muss die Impulsantwort diskret betrachtet werden. Dazu muss die Zeit t durch diskrete Zeiteinheiten mit $n \cdot t_s$ ersetzt werden. t_s bezeichnet dabei den zeitlichen Abstand zwischen zwei Abtastwerten. Über $f_s = \frac{1}{t_s}$ lässt sich die Abtastfrequenz bestimmen. Daraus resultiert die diskrete Form:

$$h(n) = \frac{1}{\pi n t_s} \left[1 - \cos\left(\frac{\omega_s n t_s}{2}\right) \right] \quad (3.27)$$

$$= \frac{1}{\pi n t_s} \left[1 - \cos\left(\frac{2\pi f_s n}{2 f_s}\right) \right] = \frac{f_s}{\pi n} [1 - \cos(\pi n)], \quad n \neq 0$$

$$h(n) = 0, \quad n = 0 \quad (3.28)$$

Die diskrete Impulsantwort $h(n)$ ist in Abbildung 33 dargestellt. Hierbei wurde eine Abtastfrequenz $f_s=1$ angenommen.

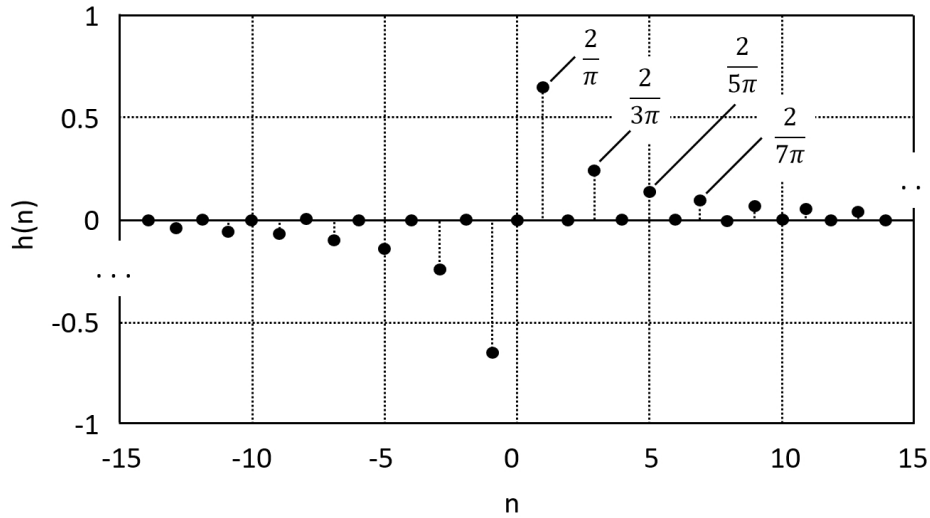


Abb. 33: Diskrete Hilbert-Impulsantwort $h(n)$ für $f_s=1$ [33].

Realisierung einer diskreten Hilbert-Transformation Aus Formel 3.16 ergibt sich die Hilberttransformierte als Faltung des Eingangssignals mit der Impulsantwort des Filters. Durch die Diskretisierung der Signale ergibt sich der folgende Zusammenhang:

$$x_i(n) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} h(k)x_r(n-k) \quad (3.29)$$

Um einen diskreten Hilbertfilter realisieren zu können, wird der folgende Aufbau eines k -stufigen FIR-Filters betrachtet. FIR-Filter sind nicht rekursive Filter im Vergleich zu rekursiven IIR-Filter (vgl. Kapitel 3.3.7).

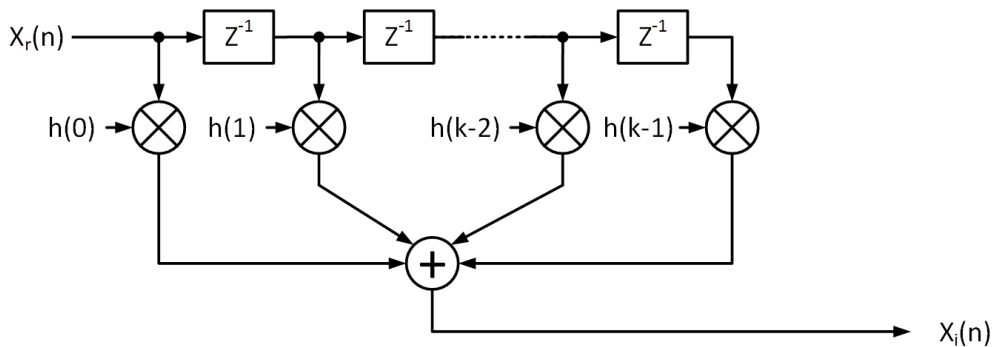


Abb. 34: Implementierung eines k -stufigen FIR-Filters [33].

In Abbildung 34 ist zu erkennen, dass das Eingangssignal $x_r(n)$ um maximal $k-1$ Verzögerungsglieder mit den jeweiligen Multiplikatoren verbunden wird. Die Multiplikatoren

multiplizieren die jeweiligen Koeffizienten von $h(k)$ mit dem verzögerten Wert des Eingangssignals. Ideal betrachtet hat ein Hilbert-Filter eine unendliche Länge, was in der Praxis nicht realisierbar ist. Ein Einfluss der Koeffizienten nimmt beim Hilbertfilter mit steigender Anzahl an Verzögerungsgliedern ab. Die Länge der Implementierung hängt somit primär von den digital zur Verfügung stehenden Ressourcen und der Laufzeit, die toleriert werden kann, ab. Je größer die Anzahl an Verzögerungsgliedern, desto mehr Laufzeit benötigt der Filter und desto mehr Ressourcen werden bei der Implementierung innerhalb des FPGA benötigt. Ein Maß für die minimale Anzahl an Koeffizienten bzw. Verzögerungsgliedern ist die Welligkeit des Filters. Die Übertragungsfunktion sollte idealerweise 0 dB betragen. Je mehr Koeffizienten implementiert werden, umso geringer ist die Welligkeit im Frequenzspektrum. In Abbildung 35 ist die Übertragungsfunktion und der Phasengang des verwendeten Hilbertfilters dargestellt. Die Anzahl an verwendeten Koeffizienten beträgt 299. Somit werden für die Implementierung innerhalb des FPGA 298 Zeitverzögerungsglieder benötigt.

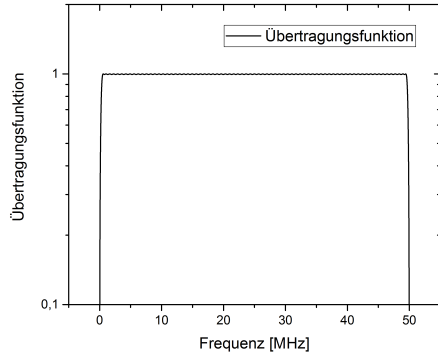
Aufgrund der Signallaufzeit innerhalb des Filters muss für größere Frequenzen die Phasendrehung absolut betrachtet größer werden, damit sich insgesamt eine Phasendrehung von -90° einstellt. Über die Steigung der linear abfallenden Phasen-Frequenzbeziehung aus Abbildung 35(c) lässt sich die Laufzeit innerhalb des Filters berechnen zu:

$$\Delta t = \frac{\Delta \varphi}{360^\circ \cdot \Delta f} \quad (3.30)$$

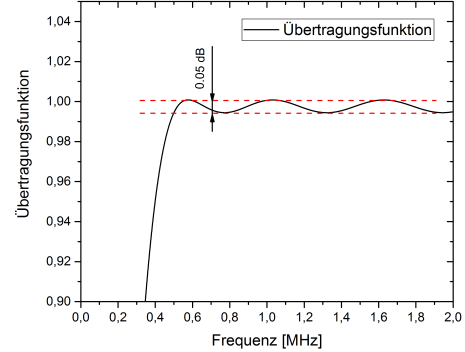
$$= \frac{385.94^\circ}{360^\circ \cdot 720 \text{ kHz}} = 1.49 \mu s \approx \frac{N-1}{2} \cdot 10 \text{ ns} \quad (3.31)$$

Durch Formel 3.30 lässt sich die Gruppenlaufzeit des Filters auf Basis des Phasengangs bzw. der Steigung des Phasengangs berechnen. Alternativ ergibt sich die Gruppenlaufzeit als $\frac{N-1}{2}$ -Taktzyklen. Dabei entspricht N der Anzahl der Koeffizienten. Somit werden für die Implementierung von N Koeffizienten $N-1$ Zeitverzögerungen benötigt. Die Laufzeitverzögerung oder auch Gruppenlaufzeit (engl. *Latency*) ergibt sich demnach zu $1.49 \mu s$.

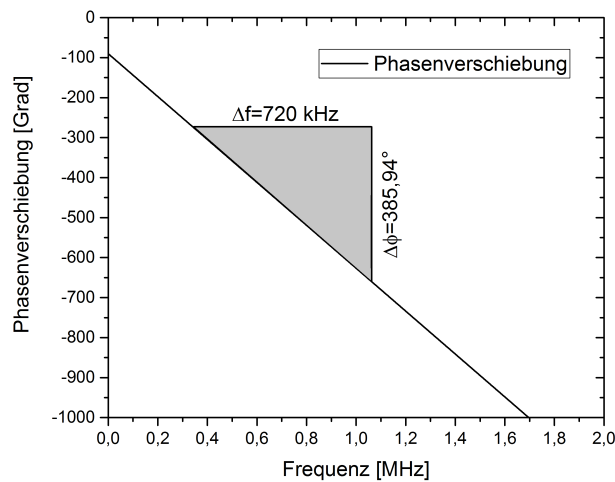
Um ein komplexes Signal aus dem reellen Zeitsignal $x_r(t)$ erzeugen zu können, muss dieses entsprechend um die Laufzeit des Hilbertfilters verzögert werden, damit das erzeugte Signal $x_i(t)$ eine exakte Phasenverschiebung von -90° zwischen dem reellen Zeitsignal und sich selber aufweist. Der in Abbildung 31 dargestellte Zusammenhang wird somit um die Gruppenlaufzeit des Filters erweitert und führt zu dem in Abbildung 36 dargestellten Blockschaltbild. Die dargestellten Blöcke z^{-1} entsprechen dabei einer Verzögerung von einem Abtasttakt. Die entsprechend verzögerten Abtastwerte werden dann mithilfe der



(a) Übertragungsfunktion des Hilbertfilters. Idealerweise beträgt diese für alle Frequenzen 1 bzw. 0 dB.



(b) Ausschnitt der Übertragungsfunktion des Hilbertfilters. Zu erkennen ist, dass die Welligkeit 0.05 dB beträgt.

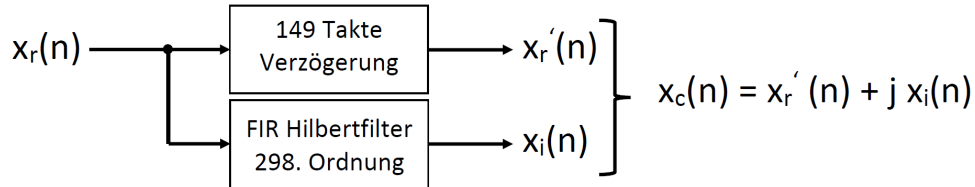


(c) Phasengang des Hilbertfilters.

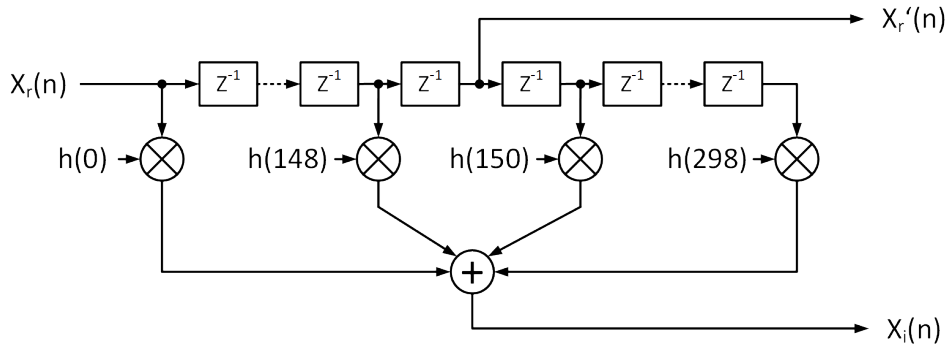
Abb. 35: Mit Matlab generierte Charakteristik des verwendeten Hilbertfilters auf Basis der Impulsantwort. Der Filter hat eine Ordnung von 299 und weist eine Welligkeit von 0.05 dB auf. Da die Phasendecktion unabhängig von der Amplitude des Eingangssignals erfolgt - idealer Hilbertfilter hat eine Verstärkung von 0 dB - ist es zwingend erforderlich, dass die Welligkeit innerhalb realen Hilbertfilters so gering wie möglich ist. Die Ordnung wurde hierbei auf 298 festgestellt, da die Verwendung eines größeren Filters die vorhandenen Ressourcen innerhalb des FPGA erschöpft hätten.

3 REALISIERUNG DER FM-DETEKTIONSELEKTRONIK IN DER RASTERKRAFTMIKROSKOPIE

Multiplizierer mit den jeweiligen Koeffizienten multipliziert. Dabei beschreiben $h(0) \dots h(298)$ die Werte aus Abbildung 33. Allerdings wurde hierbei eine Abtastfrequenz von $f_s = 1 \text{ Hz}$ angenommen. In der Impulsantwort ist zu erkennen, dass jeder zweite Koeffizient den Wert Null aufweist. Somit ist in Abbildung 36(b) nur hinter jedem zweiten Verzögerungsglied eine Multiplikation vorhanden.



(a) Blockschaltbild zur Erzeugung des komplexen Signals unter Beachtung der Gruppenlaufzeit des Hilbertfilters.



(b) FIR Implementierung des Hilbertfilters.

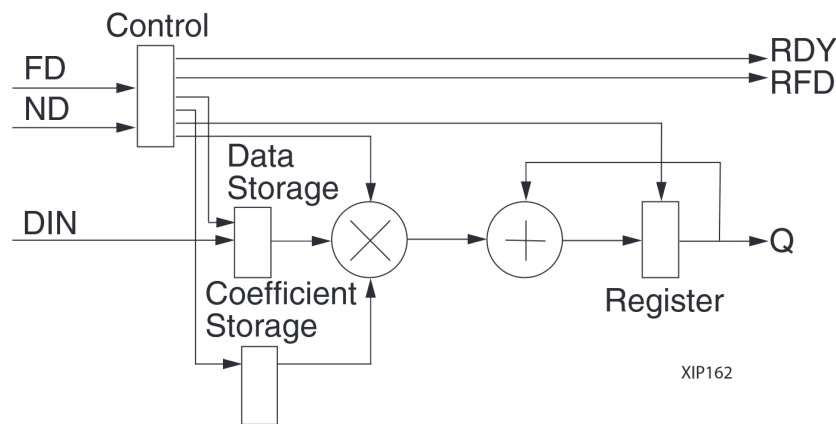
Abb. 36: Erzeugung eines komplexwertigen Signals aus einem reellen Eingangssignal.

Da sich die Gruppenlaufzeit eines FIR-Filters mit antisymmetrischen Koeffizienten aus der halben Anzahl an Gesamtverzögerungsglieder ergibt, kann die notwendige Verzögerung des reellen Zeitsignals $x_r(t)$ innerhalb des Filters durch den Abgriff hinter dem $\frac{N-1}{2}$ - Verzögerungselement realisiert werden. Das Signal $x'_r(n)$ weist somit eine Verzögerung von 149 Takten gegenüber dem Signal $x_r(n)$ auf. Aus den so erhaltenen Signalen lässt sich nun das komplexe Signal $x_c(n)$ bestehend aus dem verzögerten Signal $x'_r(n)$ als Reanteil- und dem durch die Hilbertfilter generierten Signal $x_i(n)$ als Imaginäranteil erzeugen.

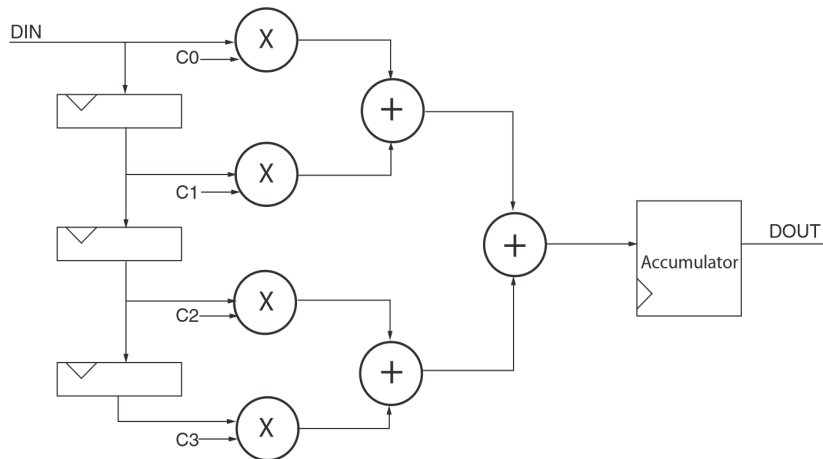
Abschließend sei erwähnt, dass in Kapitel 4.1.7 gezeigt wird, dass die Gruppenlaufzeit des Hilbertfilters statt $1.49 \mu\text{s}$ lediglich $0.49 \mu\text{s}$ beträgt. Für die Berechnung der Koeffizienten innerhalb des Hilbertfilters werden bei Verwendung von 299 Koeffizienten insgesamt 149 Multiplizierer - jeder 2. Wert ist Null beim Hilbertfilter - verwendet. Die Ausgangssignale der Multiplizierer müssen im Anschluss daran aufsummiert werden. In einem Takt können

üblicherweise zwei Werte aufsummiert werden. Somit wird im ersten Takt die Summierung von den Ausgangssignalen der Multiplizierer 1 und 3 gebildet. Im nächsten Takt kann die Summe über der zuvor berechneten Summe und des Ausgangssignals von Multiplizierer 5 gebildet werden (...). Somit benötigt der Filter üblicherweise 149 Takte für die Aufsummierung benötigt. Somit beträgt die Laufzeit $1.49 \mu s$.

Durch die Verwendung von Multiply Accumulate (MAC)-Funktionseinheiten innerhalb des FPGAs lassen sich in einem Takt mehrere Summierungen durchführen, wodurch die Laufzeit innerhalb des Filters minimiert wird. In Abbildung 37 ist der Aufbau einer einzelnen MAC bzw. die Benutzung mehrerer MACs dargestellt.



(a) Blockschaltbild einer MAC.



(b) Blockschaltbild mehrerer MACs.

Abb. 37: MAC-Funktionsblöcke eignen sich für die Berechnung der Summe von Produkten innerhalb der FIR-Implementierung [34].

In Abbildung 37(a) ist zu erkennen, dass die Daten in einem *Data Storage* zwischen gespeichert werden. Die zugehörigen Koeffizienten werden in einem *Coeffizient Storage* gespeichert. So kann zu jedem Takt - ausgelöst durch die *Control*-Einheit - eine Multiplikation durchgeführt werden. Das Ergebnis der Multiplikation wird in der Einheit *Register* gespeichert. Durch die Rückkopplung des Ausgangssignals von der *Register*-Einheit wird das Ergebnis der nächsten Multiplikation aufsummiert. Innerhalb der *Register*-Einheit findet somit eine Akkumulation der berechneten Ausgangswerte der Multiplikationen statt. Hierbei kann innerhalb eines Takts nur ein Wert der Multiplikation berechnet bzw. aufsummiert werden.

Durch die Benutzung mehrerer MACs, wie in Abbildung 37(b) dargestellt, kann die Laufzeit entsprechend verkürzt werden, da wie in dem Beispiel dargestellt vier Multiplikationen gleichzeitig durchgeführt werden. Dadurch kann innerhalb eines Taktes die Summierung von dem Ergebnis der Multiplikation der Koeffizienten C_0 und C_1 als auch die Summierung von dem Ergebnis der Multiplikation von C_2 und C_3 durchgeführt werden. Im dargestellten Beispiel konnte somit ein Takt eingespart werden.

Durch die Verwendung mehrerer MACs lässt sich benötigte Berechnungszeit minimieren. Entscheidend ist dabei, wieviele Ressourcen für die Implementierung einer MAC zur Verfügung stehen. Innerhalb des FPGAs wird diese Implementierung seitens des Herstellers durch einen LogiCORE IP FIR Compiler [35] übernommen. Es konnte eine Reduzierung der Laufzeit auf ca. $\frac{1}{3}$ erreicht werden.

3.3.4. CORDIC-Algorithmus - Berechnung trigonometrischer Funktionen

Der CORDIC-Algorithmus stellt eine Möglichkeit dar, Standardfunktionen wie Sinus, Cosinus, etc. zu berechnen. Alternativ lassen sich komplexe Funktionen durch Lookup-Tabellen bestimmen. Da dies viel Speicherplatz benötigt, stellt der CORDIC-Algorithmus eine Alternative dazu dar, die auf Konvergenzverfahren durch Koordinatentransformationen basiert. Vorteil hierbei ist, dass das Verfahren nur die Berechnung einfacher Operationen (Addition, Schiebeoperationen) benötigt. Die Berechnung von Sinus und Cosinus wird dabei auf die Koordinatentransformationen zurückgeführt [36–38]. Abbildung 38 zeigt die Drehung eines Vektors von Punkt (x_0, y_0) zum Punkt (x_n, y_n) . Dabei wird der Vektor um den Winkel φ gedreht. Seine Länge bleibt dabei unverändert.

Durch Anwendung der trigonometrischen Funktionen ergibt sich die Gleichung 3.32 und 3.33 in Abhängigkeit der Ausgangskoordinaten x_0 und y_0 von der Länge und Winkeln des Vektors.

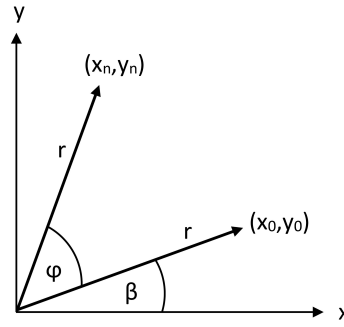


Abb. 38: Vektordrehung im karthesischen Koordinatensystem.

$$\cos(\beta) = \frac{x_0}{r} \Leftrightarrow x_0 = r \cdot \cos(\beta) \quad (3.32)$$

$$\sin(\beta) = \frac{y_0}{r} \Leftrightarrow y_0 = r \cdot \sin(\beta) \quad (3.33)$$

Nun wird der Vektor um den Winkel φ gedreht. Dazu wird das Argument um den Winkel φ ergänzt (siehe Gleichung 3.32). Er ergibt sich durch Anwendung der Additionstheoreme folgende Beziehung:

$$x_n = r \cdot \cos(\varphi + \beta) = r \cdot \cos(\beta) \cdot \cos(\varphi) - r \cdot \sin(\beta) \cdot \sin(\varphi) \quad (3.34)$$

$$= x_0 \cdot \cos(\varphi) - y_0 \cdot \sin(\varphi)$$

$$y_n = r \cdot \sin(\varphi + \beta) = r \cdot \sin(\beta) \cdot \cos(\varphi) + r \cdot \cos(\beta) \cdot \sin(\varphi) \quad (3.35)$$

$$= x_0 \cdot \sin(\varphi) + y_0 \cdot \cos(\varphi)$$

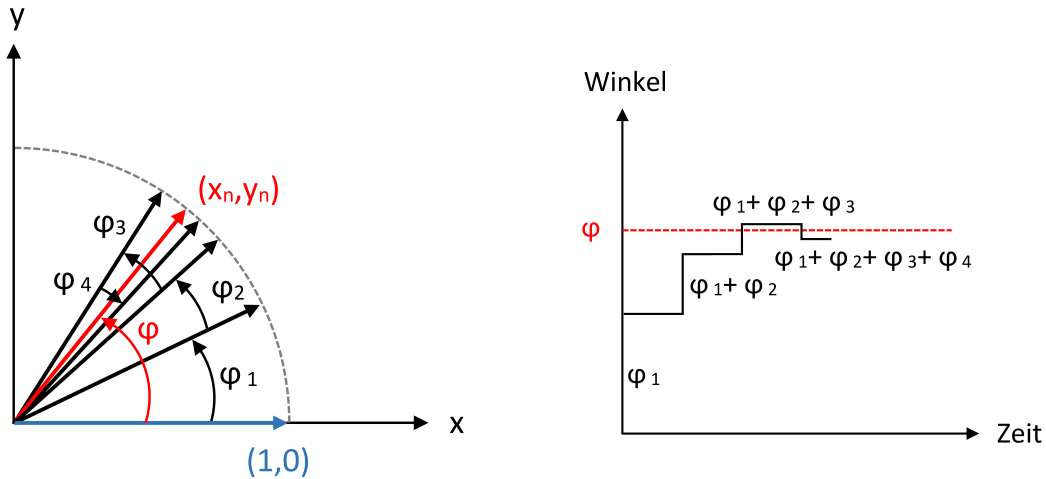
Gleichung 3.36 lässt sich mit Hilfe der Matrixschreibweise darstellen. Der Ergebnisvektor ergibt sich als Multiplikation der Drehmatrix und des Ausgangsvektors:

$$\begin{bmatrix} x_n \\ y_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\varphi) & -\sin(\varphi) \\ \sin(\varphi) & \cos(\varphi) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{1 + \tan^2(\varphi)}} \cdot \begin{bmatrix} 1 & -\tan(\varphi) \\ \tan(\varphi) & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \end{bmatrix} \quad (3.36)$$

Durch das Ersetzen von Sinus und Cosinus durch den Tangens lassen sich die Zielkoordinaten nur noch in Abhängigkeit von einer Winkelfunktion darstellen. Im Folgenden wird die Drehung um den Winkel φ durch Drehungen um Teilwinkel φ_i realisiert. Die Teilwinkel sind fest vorgegeben (vgl. Einstellung FIR im FPGA) und deren Größe nimmt mit zunehmenden Index ab. Somit lässt sich jeder Winkel über eine Approximation als Linearkombination der Teilwinkel φ_i darstellen. Für den Winkel φ gilt nach Gleichung 3.37:

$$\varphi = \sum_{i=0}^{n-1} \sigma_i \cdot \varphi_i \quad \sigma_i \in \{-1, 1\} \quad (3.37)$$

Wird bei einer Teildrehung ein zu großer Winkel erreicht, muss über den nächsten (kleineren) Teilwinkel wieder zurückgedreht werden. Somit ergibt sich eine immer genauer werdende Vor- und Rückwärtsdrehung bis hin zum gewünschten Zielwinkel. Abbildung 39 verdeutlicht den Sachverhalt.



(a) Ausgangsvektor (1,0) wird um Vektor φ gedreht. Die Drehung erfolgt dabei in Teilschritten.

(b) Darstellung des Drehwinkels φ als Summe von Teilwinkeln.

Abb. 39: Vektordrehung im kartesischen Koordinatensystem unter Verwendung von Teilwinkeln. [38].

Die Steuerung der Drehrichtung bzw. des Vorzeichens der jeweiligen Teilwinkel wird durch die Hilfsvariable z_i innerhalb mehrerer Iterationen gelöst. Dabei gilt für $z_0 = \varphi$. Innerhalb der Iteration i wird dabei um den Teilwinkel i gedreht. Dabei gilt:

$$z_{i+1} = z_i - \sigma_i \cdot \varphi_i \quad (3.38)$$

$$\sigma_i = \begin{cases} 1, & z_i \geq 0 \\ -1, & z_i < 0 \end{cases} \quad (3.39)$$

Das Ergebnis der Drehung ist in Gleichung 3.40 dargestellt.

$$\begin{bmatrix} x_{i+1} \\ y_{i+1} \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{1 + \tan^2(\varphi_i)}} \cdot \begin{bmatrix} 1 & -\sigma_i \cdot \tan(\varphi_i) \\ \sigma_i \cdot \tan(\varphi_i) & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \end{bmatrix} \quad (3.40)$$

Um die Anzahl der Teilwinkel n für eine gegebene Genauigkeit möglichst gering zu halten, sollte der Betrag der Teilwinkel mit zunehmendem Index kleiner werden. Dabei stellt die Implementierung mithilfe von Zweierpotenzen eine einfache Lösung dar, da sich Zweierpotenzen durch bitweise Schiebeoperationen realisieren lassen.

$$\tan(\varphi_i) = 2^{-i} \quad (3.41)$$

Durch die obige Beziehung lässt sich Gleichung 3.40 wie folgt umschreiben:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} x_n \\ y_n \end{bmatrix} &= \prod_{i=0}^{n-1} \cos(\varphi_i) \cdot \begin{bmatrix} 1 & -\sigma_i \cdot 2^{-i} \\ \sigma_i \cdot 2^{-i} & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \end{bmatrix} \\ &= K \cdot \prod_{i=0}^{n-1} \begin{bmatrix} 1 & -\sigma_i \cdot 2^{-i} \\ \sigma_i \cdot 2^{-i} & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.42)$$

$$\text{mit } K = \prod_{i=0}^{n-1} \cos(\varphi_i) = \prod_{i=0}^{n-1} \frac{1}{\sqrt{1 + \tan^2(\varphi_i)}} = \prod_{i=0}^{n-1} \frac{1}{\sqrt{1 + 2^{-2i}}}$$

K stellt dabei den Skalierungsfaktor dar. Für $k \rightarrow \infty$ gilt:

$$K = \lim_{n \rightarrow \infty} \prod_{i=0}^{n-1} \frac{1}{\sqrt{1 + 2^{-2i}}} \equiv 0.607253 \quad (3.43)$$

Für $n > 10$ wird dieser Wert für K gut approximiert. Somit muss am Ende eines jeden Iterationsdurchlaufs der korrekte Amplitudenwert für den Skalierungsfaktor bestimmt werden.

Der Cordic-Algorithmus kann in zwei verschiedene Betriebsarten betrieben werden, welche im Folgenden vorgestellt werden.

Rotating Modus Bei Verwendung des Rotating Modus können Vektoren um einen vorgegeben Winkel gedreht werden. Dabei gilt allgemein die folgende Berechnungsformel für die Teilergebnisse ohne Berücksichtigung des Skalierungsfaktors:

$$\begin{bmatrix} x_{i+1} \\ y_{i+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -\sigma_i \cdot 2^{-i} \\ \sigma_i \cdot 2^{-i} & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_i - \sigma_i \cdot 2^{-i} \cdot y_i \\ y_i + \sigma_i \cdot 2^{-i} \cdot x_i \end{bmatrix} \quad (3.44)$$

Für z_{i+} gilt:

$$0 \leftarrow z_{i+1} = z_i - \operatorname{sgn}(z_i) \cdot \arctan(2^{-i}) \quad z_0 = \varphi \quad (3.45)$$

Ein Beispiel für eine Drehung eines Vektors ist im Anhang E aufgeführt.

Weiterhin besteht die Möglichkeit bei geschickter Wahl des Ausgangsvektors $[x_0, y_0]$ trigonometrische Funktionen, wie Sinus und Cosinus, zu berechnen. Dazu gelten die folgenden Gleichungen:

$$\begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} x_n \\ y_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\varphi) & -\sin(\varphi) \\ \sin(\varphi) & \cos(\varphi) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\varphi) \\ \sin(\varphi) \end{bmatrix} \quad (3.46)$$

Vectoring Modus Im Vectoring Modus wird der Ausgangsvektor $[x_0, y_0]$ gedreht, bis dieser auf der positiven x-Achse ($y=0$) liegt. Die aufakkumulierten Teilwinkel der Hilfsvariablen z repräsentieren nach Abschluss der Drehung den Winkel $\arctan(y_0/x_0)$. Zu beachten ist, dass auch hierbei eine Skalierung nach Abschluss einer jeden Iteration zu erfolgen hat. Folgende Gleichungen gelten:

$$x_{i+1} = x_i - \sigma_i \cdot 2^{-i} \cdot y_i \quad (3.47)$$

$$y_{i+1} = y_i + \sigma_i \cdot 2^{-i} \cdot x_i \quad (3.48)$$

$$z_{i+1} = z_i - \sigma_i \cdot \arctan(2^{-i}) \quad \text{mit} \quad z_0 = 0; \quad \sigma_i = \begin{cases} +1, & y_i < 0 \\ -1, & y_i > 0 \end{cases} \quad (3.49)$$

Daraus ergibt sich schließlich:

$$x_n = K^{-1} \cdot \sqrt{x_0^2 + y_0^2} \quad (3.50)$$

$$y_n = 0 \quad (3.51)$$

$$z_n = z_0 + \arctan\left(\frac{y_0}{x_0}\right) = \arctan\left(\frac{y_0}{x_0}\right) \quad (3.52)$$

Innerhalb des FPGAs wird mithilfe des Vectoring Modus die Phase im Phasendetektor bestimmt (vgl. Kapitel 3.3.2). Dazu wird ein LogiCORE IP CORDIC der Firma Xilinx [39] verwendet.

3.3.5. Mittelwertfilter

In Kapitel 3.3.2 wurde gezeigt, wie die Phase mithilfe des Phasendetektors bestimmt werden kann. Die generierten Phasenwerte konnten dabei unabhängig von der Eingangssignalamplitude bestimmt werden. Ferner wurde ein Hilbertfilter benötigt, um einen Algorithmus für die Phasenbestimmung anwenden zu können, der eine Phasenbestimmung mit jedem Abtasttakt möglich macht. Die Elektronik verwendet eine Abtastrate von 100 MHz, woraus sich eine Phasenrate von 100 MSamples/s ergibt. Aus Abbildung 72 ist zu entnehmen, dass die Phase ohne Mittelung eine Standardabweichung von ca. 200 mGrad aufweist. Diese Oszillation in der gemessenen Phase sind Effekte aufgrund Nichtlinearitäten in den Übertragern und des nicht idealen Hilbertfilters. Durch die Welligkeit des Filters wird das Signal nicht exakt mit 0 dB verstärkt, woraus Schwebungen mit der doppelten Signalfrequenz entstehen (vgl. Abbildung 72). Um das Rauschen der Phasenwerte zu minimieren, müssen diese gemittelt werden. Die einfachste Form der Mittelung ist die arithmetische Mittelung. Dabei verhält sich der Mittelwert wie folgt:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} = \frac{1}{n} \cdot x_1 + \frac{1}{n} \cdot x_2 + \dots + \frac{1}{n} \cdot x_n \quad (3.53)$$

Dabei steht n für die Anzahl an Mittelungen. x_i beschreibt den abgetasteten Wert zum Zeitpunkt i . Aus Formel 3.53 ist ersichtlich, dass jeder Abtastwert mit dem gleichen Faktor $\frac{1}{n}$ in die Berechnung des arithmetischen Mittelwertes eingeht. Folglich ist der allgemeine Aufbau (siehe Abbildung 34) eines FIR-Filters für die Realisierung eines simplen Mittelwertfilters geeignet. Für die Mittelung von n Werten werden n Koeffizienten benötigt. Diese weisen alle den gleichen Wert $\frac{1}{n}$ auf.

Bei genauer Betrachtung fällt auf, dass die Implementierung eines solchen Mittelwertfilters mithilfe eines FIR-Filters einer gleitenden Mittelung entspricht. Der Grund dafür liegt darin, dass der Filter n -Werte für die Berechnung verwendet, allerdings für jeden Abtastwert ein gemittelter Wert am Ausgang des FIR-Filters generiert wird. Es findet an dieser Stelle keine Dezimierung statt (vgl. [40]). Bei Betrachtung einer arithmetischen Mittelung findet diese jedoch um den Faktor n statt. Für die Betrachtung der Übertragungsfunktion der arithmetischen Mittelung kann jedoch auch die Übertragungsfunktion einer gleitenden Mittelung verwendet werden, da sich durch eine Dezimierung bei Verwendung der entsprechenden Antialiasingfilter keine Veränderung ergibt.

Im Folgenden soll die Übertragungsfunktion einer arithmetischen Mittelung analysiert werden. Dazu lässt sich das Ausgangssignal entsprechend beschreiben als:

$$y(n) = \frac{1}{n} \cdot x(n) + \frac{1}{n} \cdot x(n-1) + \dots + \frac{1}{n} \cdot x(n-k) \quad (3.54)$$

Durch Verwendung der z-Transformation kann das diskrete Ausgangssignal der Mittelung in den Spektralbereich transformiert werden. Dazu wird die folgende z-Transformation verwendet:

$$x(n) = \sum_{k=0}^n x(k) \delta(n-k) \quad \longleftrightarrow \quad X(z) = \sum_{k=0}^n x(k) \cdot z^{-k} \quad (3.55)$$

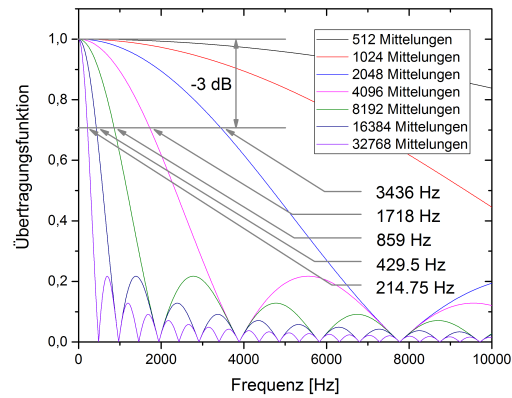
Das Spektrum des Ausgangssignals ergibt sich zu:

$$Y(z) = \frac{1}{n} + \frac{1}{n} \cdot z^{-1} + \dots + \frac{1}{n} \cdot z^{-n} \quad (3.56)$$

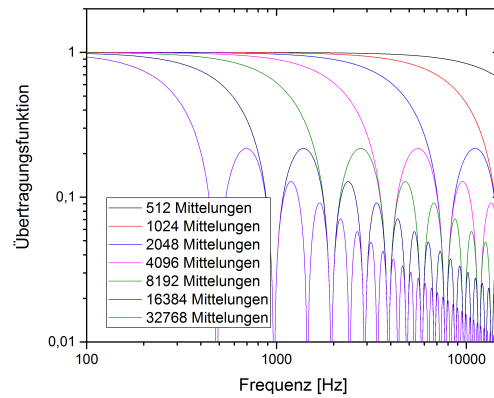
$$Y(e^{j\omega}) = \frac{1}{n} + \frac{1}{n} \cdot e^{-j\omega} + \dots + \frac{1}{n} \cdot e^{-j\omega n} \quad (3.57)$$

Betrachtet man $|Y(e^{j\omega})|$, wie in Abbildung 40 dargestellt, erhält man die Übertragungsfunktion der arithmetischen Mittelung in Abhängigkeit von der Anzahl der Werte, die gemittelt wurden.

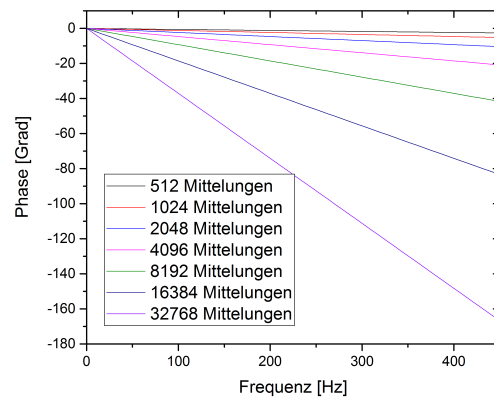
3 REALISIERUNG DER FM-DETEKTIONSELEKTRONIK IN DER RASTERKRAFTMIKROSKOPIE



(a) Amplituden-Übertragungsfunktion der arithmetischen Mittelung (lineare Darstellung).



(b) Amplituden-Übertragungsfunktion der arithmetischen Mittelung (logarithmische Darstellung).



(c) Phasengang der arithmetischen Mittelung.

Abb. 40: Bodeplot der arithmetischen Mittelung in Abhängigkeit der Mittelungsanzahl.

Aus Abbildung 40 ist zu erkennen, dass die arithmetische Mittelung einen Tiefpass darstellt. Je größer die Anzahl an Mittelungen ist, umso geringer ist die Grenzfrequenz des Filters. Die Tiefpasscharakteristik hat entscheidenden Einfluss auf die im System erreichbare Bandbreite (vgl. Kapitel 3.3.8).

3.3.6. PID Regler

PID Regler dienen dazu, innerhalb eines Regelkreises eine Regelgröße einer vorgegebenen Führungsgröße möglichst genau anzunähern. Der prinzipielle Aufbau ist in Abbildung 41 dargestellt.

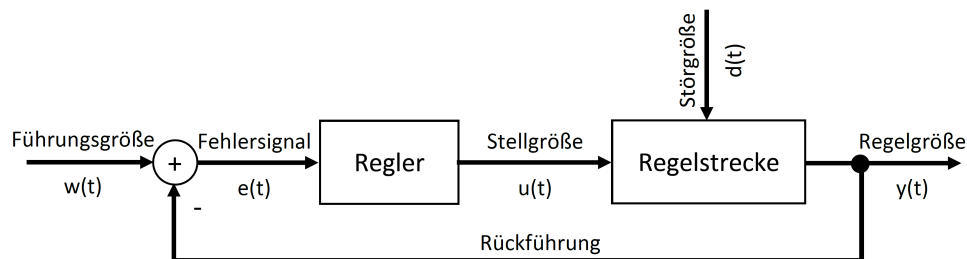


Abb. 41: Blockschaltbild eines PID-Reglers.

Aus der Führungsgröße (=Sollwert) und der Regelgröße (=Istwert) ergibt sich eine Regelabweichung bzw. ein Fehlersignal. Aufgabe des Reglers ist es, die Regelabweichung auf Null zu regeln. Der Regler generiert aus der Regelabweichung eine Stellgröße, die das Eingangssignal der Regelstrecke darstellt. Das Ausgangssignal der Regelstrecke ist die Regelgröße. Diese soll bei guter Regelung möglichst nah an der Führungsgröße liegen. Meist bestehen Regler aus einem proportionalen, integralen und einem differentiellen Anteil, der auf die Regelabweichung angewendet wird. Im Folgenden werden die einzelnen Reglertypen vorgestellt.

P-Anteil Der P-Regler besteht aus einem proportionalen Anteil. Dabei wird das Ausgangssignal (=Stellgröße) aus der Regelabweichung proportional verstärkt gebildet.

$$u(t) = K_p \cdot e(t) \quad (3.58)$$

Abbildung 42(a) zeigt die Sprungantwort eines idealen P-Reglers mit der Verstärkung K_p . Ein P-Regler kann durch die korrekte Wahl von K_p hinreichend schnell auf eine Regelabweichung reagieren. In der Praxis sind die Änderungen der Regelabweichung aber

nicht vorhersehbar und somit muss der P-Anteil entsprechend begrenzt gewählt werden, damit ein eventuelles Überspringen vermieden werden kann. Eine weitere Eigenschaft der P-Regler ist der Nachteil, dass dieser den Endwert nicht zu 100% erreichen kann. Es entsteht eine „bleibende Regelabweichung“, da der Fehler zwar exponentiell abnimmt, jedoch niemals Null erreichen kann.

I-Anteil Der I-Anteil besteht aus einem integrierenden Regler, welcher das Ausgangssignal als zeitliche Integration der Regelabweichung mit der Gewichtung durch die Zeitkonstante t_{Regler} berechnet. Abbildung 42(b) zeigt die Sprungantwort eines idealen I-Reglers. Das Ausgangssignal folgt dabei der folgenden Gleichung:

$$u(t) = \frac{1}{t_{Regler}} \int_0^t e(\tau) d\tau \quad (3.59)$$

$$\frac{U}{E}(s) = \frac{1}{t_{Regler} \cdot s} = \frac{K_i}{s} \quad (3.60)$$

Durch den integrierenden Anteil hinterlässt der I-Regler keine bleibenden Regelabweichungen. Zugleich braucht dieser dafür länger als ein P-Regler.

D-Anteil Das D-Glied ist ein Differenzierer. Abbildung 42(c) zeigt die ideale Sprungantwort eines D-Reglers. Zu erkennen ist, dass dieser nur bei Änderung der Regelabweichung ein Ausgangssignal generiert. Daher ist der Einsatz eines D-Gliedes nur in Verbindung mit einem P- und I-Reglers sinnvoll.

$$u(t) = t_{Regler} \frac{d}{dt} e(t) \quad (3.61)$$

$$\frac{U}{E}(s) = t_{Regler} \cdot s \quad (3.62)$$

In Bezug auf den D-Anteil kann somit nicht von einem Regler gesprochen werden, da dieser lediglich differenzieren kann. Vorzugweise wird der D-Anteil in PD- oder PID-Regler verwendet.

P-Regler - Bestimmung des optimalen P-Wertes des Phasenreglers in der PLL Der Regler wird innerhalb der PLL dazu benötigt, auftretende Phasenfehler, welche sich aus Subtraktion aus dem Sollwert der Phase und der gemessenen Phase ergeben, auszuregeln.

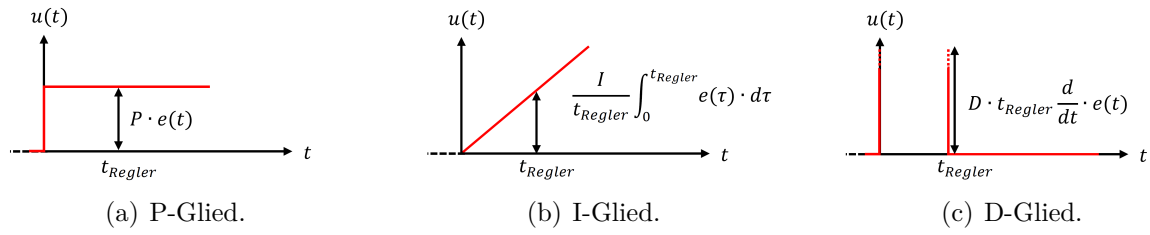


Abb. 42: Sprungantwort eines idealen Stellgliedes.

Dabei soll ein Phasenfehler von Null erreicht werden. Die Grundidee ist, dass die Regelstrecke nicht unbekannt, sondern sehr gut bekannt ist. Dann kann man - wie im Folgenden beschrieben - Informationen über die Strecke dazu nutzen den optimalen P-Wert zu bestimmen. Aufgrund der schnellen Regelung lassen sich hohen Bandbreiten innerhalb des Regelkreises erreichen. Im Folgenden wird eine getrennte Betrachtung im Self-Oscillation bzw. Tracking Modus durchgeführt.

Bestimmung des optimalen P-Wertes im Self Oscillation Modus Im Self Oscillation Modus erfährt der Needle Sensor aufgrund einer Spitze-Probe-Wechselwirkung eine Verschiebung seiner Resonanzkurve. Dies entspricht einer Verschiebung in der Frequenz von Δf . Innerhalb des Self Oscillation Modus stellt sich der Sensor instantan auf die neue Resonanzfrequenz ein. Innerhalb des Phasendetektors wird nun die Phase bestimmt. Da die Frequenz der DDS und die des Sensors unterschiedlich sind, erhöht sich die gemessene Phase linear mit der Zeit. Der Verlauf der gemessenen Phase ist in Abbildung 43 dargestellt.

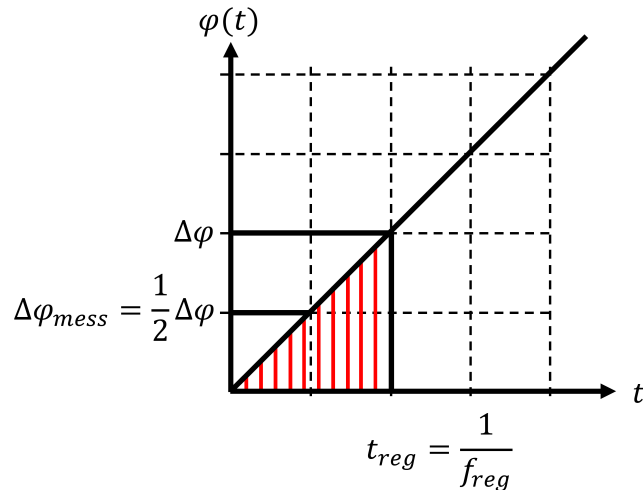


Abb. 43: Phasenabweichung bei sprunghafter Verschiebung der Resonanzfrequenz ohne Regelung.

Der zeitliche Abstand, indem der Regler die Phasenabweichung bestimmt, hängt von der Anzahl an gemittelten Phasenwerten ab. Die Rate der Phasenbestimmung und somit auch des Reglertaktes sei f_{reg} genannt. Daraus ergibt sich das Zeitintervall $t_{reg} = \frac{1}{f_{reg}}$, mit dem der Regler Abweichungen in der gemessenen Phase registriert. Ohne das Vorhandensein einer Mittelung innerhalb des Phasendetektors würde die gemessene Phase $\Delta\varphi$ zum Zeitpunkt $t = t_{reg}$ gemessen. Aufgrund der Mittelung beträgt die gemessene - und gemittelte - Phase $\varphi_{mess} = \frac{1}{2}\Delta\varphi$. Es stellt sich eine neue stationäre Phase ein. Die Abweichung dieser Phase zum Sollwert der Phase sei $\Delta\varphi(t)$ genannt. Die gemessene Phase bzw. Phasenabweichung hängt mit der Frequenzverschiebung Δf wie folgt zusammen:

$$\Delta\varphi(t) = 2\pi\Delta f t_{reg} \quad (3.63)$$

$$\rightarrow \Delta\varphi_{mess} = \frac{1}{2}\Delta\varphi = 2\pi\Delta f \frac{1}{2f_{reg}} \quad (3.64)$$

Die gemessene Phase bzw. die daraus ermittelte Phasenabweichung wird mithilfe des Phasenreglers in eine Frequenzabweichung umgewandelt. Der Zusammenhang zwischen Phasenabweichung und Frequenzabweichung kann über den Parameter P des Regler beschrieben werden durch:

$$\Delta\tilde{f} = P \cdot \Delta\varphi \quad (3.65)$$

Damit der Phasenregler den aufgrund einer Wechselwirkung auftretenden Frequenzsprung innerhalb eines Reglertaktes ausregeln kann, muss die Frequenzabweichung $\Delta\tilde{f}$ am Ausgang des Reglers den Frequenzsprung Δf kompensieren:

$$\Delta\tilde{f} \stackrel{!}{=} \Delta f \quad (3.66)$$

$$\rightarrow \Delta f = P \cdot 2\pi\Delta f \frac{1}{2f_{reg}} \quad (3.67)$$

$$\leftrightarrow P = \frac{2f_{reg}}{2\pi} = \frac{f_{reg}}{180^\circ} \quad (3.68)$$

Bestimmung des optimalen P-Wertes im Tracking Modus Der Phasenregler wird für die Regelung der gemessenen Phase benutzt. Dabei soll diese möglichst der Sollphase entsprechen. Für die Regelung ist entscheidend, wie schnell sich die Phase bei einer sprunghaften Änderung der Oszillationsfrequenz verändert. Dazu ist in Abbildung 44 der

Verlauf der gemessenen Phase nach einer sprunghaften Änderung der Anregungsfrequenz dargestellt.

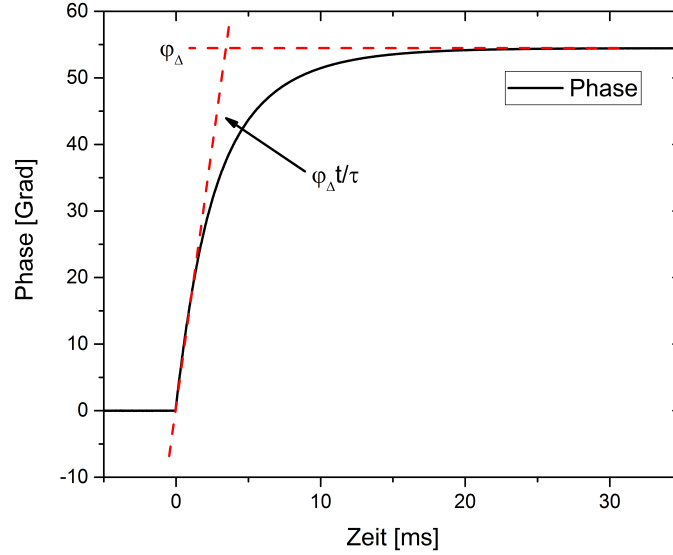


Abb. 44: Der Nadelsensor reagiert bei einer sprunghaften Verschiebung der Resonanzkurve mit dem dargestellten Phasenverlauf. Der Verlauf lässt sich anfangs linearisieren. Durch diesen Zusammenhang lässt sich mithilfe entsprechender Reglerparameter eine hohe Bandbreite erzielen.

Die Zeit, die der Nadelsensor für die Anpassung auf die neue Phase bzw. auf die Änderung der Eigenfrequenz infolge einer Wechselwirkung zwischen Spitze und Probe benötigt, lässt sich wie folgt bestimmen:

$$\tau = \frac{Q}{f_0 \cdot \pi} \quad (3.69)$$

Im Folgenden sei die gemessene Phase als $\Delta\varphi(t)$ bezeichnet. Der erwartete Phasensprung sei mit φ_Δ gegeben. Dann lässt sich der in Abbildung 44 dargestellte Phasenverlauf beschreiben als:

$$\Delta\varphi(t) = \varphi_\Delta \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) \stackrel{t \ll \tau}{\approx} \varphi_\Delta \frac{t}{\tau} \quad (3.70)$$

Um nun die Höhe des erwarteten Phasensprungs bestimmen zu können, muss der gemessene Phasenverlauf in Abhängigkeit der Phasenmittlungsrate betrachtet werden, da dies dem Takt des Reglers entspricht.

$$\Delta\varphi(t_{Sample}) = \frac{1}{2}\varphi_{\Delta} \frac{t_{Sample}}{\tau} \quad (3.71)$$

$$= \varphi_{\Delta} \cdot t_{Sample} \cdot \frac{f_0\pi}{2Q} \quad (3.72)$$

$$= \varphi_{\Delta} \frac{f_0}{f_{Sample}} \frac{\pi}{2Q} \quad (3.73)$$

$$\leftrightarrow \varphi_{\Delta} = \Delta\varphi \frac{f_{Sample}}{f_0} \frac{2Q}{\pi} \quad (3.74)$$

Durch obige Gleichung kann mithilfe der Abtastrate bzw. der Phasenbestimmungsrate, welche dem Reglertakt entspricht, über die gemessene Phase einen Rückschluss auf die zu erwartende Höhe des Phasensprungs geschlossen werden. Da der Regler aus der Phasendifferenz ein Ausgangssignal generiert, welches einer Frequenzabweichung entspricht, muss aus dem nun bekannten Phasensprung φ_{Δ} die zugehörige Frequenzabweichung berechnet werden. Dies erfolgt über den Zusammenhang zwischen Frequenz und Phase mithilfe des Bodeplots zur Resonanzkurvenbestimmung:

$$f_{\Delta} = \varphi_{\Delta} \frac{f_0}{2Q} = \frac{\Delta\varphi \cdot f_{Sample}}{\pi} \quad (3.75)$$

$$= \Delta\varphi \frac{f_{Sample}}{180} \quad (3.76)$$

Über die Abtastfrequenz, welche der Mittlungsfrequenz in der Phasenbestimmung entspricht, kann nun die gemessene Phasenänderung des erwarteten Phasensprung approximiert werden. Ferner lässt sich aus diesem die notwendige Frequenzabweichung berechnen. Idealerweise ist dies innerhalb eines Zeitschrittes möglich. Somit ist es möglich, einen Phasensprung durch Vorausberechnung mithilfe eines gemessenen Phasenwertes zu berechnen und die sonst übliche Zeitkonstante für die Phasen Anpassung zu eliminieren. Der Phasenregler wandelt dabei eine Phasenabweichung in eine Frequenzabweichung um. Der Zusammenhang wird dabei wie folgt beschrieben:

$$f_{\Delta} = \underbrace{\frac{f_{Sample}}{180}}_{\text{optimierter P-Faktor}} \Delta\varphi \quad (3.77)$$

Der optimierte P-Faktor hängt somit nur von der Abtastfrequenz ab. Innerhalb des FPGAs ist im Phasenregler ein zusätzliches Verhältnis von $f_{\Delta}/\Delta\varphi = 0.1 \frac{Hz}{^\circ}$ aufgrund von Bitvektoranpassungen vorhanden. Dieses muss bei der Berechnung des optimierten P-Faktor entsprechend kompensiert werden. Somit ergibt sich für die Berechnung des P-Faktors innerhalb des Self-Oscillation Modus als auch für den Tracking Modus folgende Formel:

$$P = \frac{f_{Sample[Hz]}}{180^\circ} \cdot \frac{10^\circ}{Hz} \quad (3.78)$$

Daraus resultieren die in Tabelle 2 dargestellten optimierten P-Faktoren für die Verwendung des Phasenreglers. Die Phasenbestimmungsrate aus Tabelle 2 entspricht dabei f_{Sample} in Formel 3.78.

Anzahl Mittelungen Phase	Phasenbestimmungsrate [Hz]	P-Faktor berechnet
2048	48828	2712
4096	24414	1356
8192	12207	678
16384	6103	340
32768	3051	170

Tab. 2: P-Faktoren in Abhängigkeit der Phasenbestimmungsrate. Dargestellt sind die berechneten P-Faktoren. Die Werte wurden mithilfe der Übertragungsfunktion bestimmt (vgl. Kapitel 4.1.3).

3.3.7. Filterung der Regelsignale mit einem IIR Filter

Zur Bestimmung der Phase innerhalb des Phasendetektors werden die in Kapitel 3.3.3 beschriebenen Hilbertfilter und der Cordic-Algorithmus (Kapitel 3.3.4) verwendet. Die Phase dient als Führungsgröße des Phasenreglers. Das Ausgangssignal des Phasenreglers ist das sogenannte Frequenzverschiebungssignal Δf . Dieses wird innerhalb des AFM-Betriebes für die z-Regelung benötigt. Diese wird über eine externe Elektronik [29] realisiert. Die

Verbindung der beiden Elektroniken erfolgt derzeit analog. Um das Signal-Rauschspektrum des Frequenzverschiebungssignals Δf zu verbessern, kann dieses durch den Einsatz eines IIR-Filters [41] gefiltert werden. Diese Art von Filter haben eine unendliche Impulsantwort. Im Gegensatz zu den FIR-Filtern erzeugen IIR-Filter das Ausgangssignal mittel Rekursion, was zu einer unendlichen Impulsantwort führt. Durch die Verwendung einer Rekursion benötigen IIR-Filter im Vergleich zu FIR-Filtern eine geringere Ordnung zum realisieren gleicher Filtercharakteristiken. Ein Vergleich der beiden Filterarten ist in Abbildung 45 dargestellt.

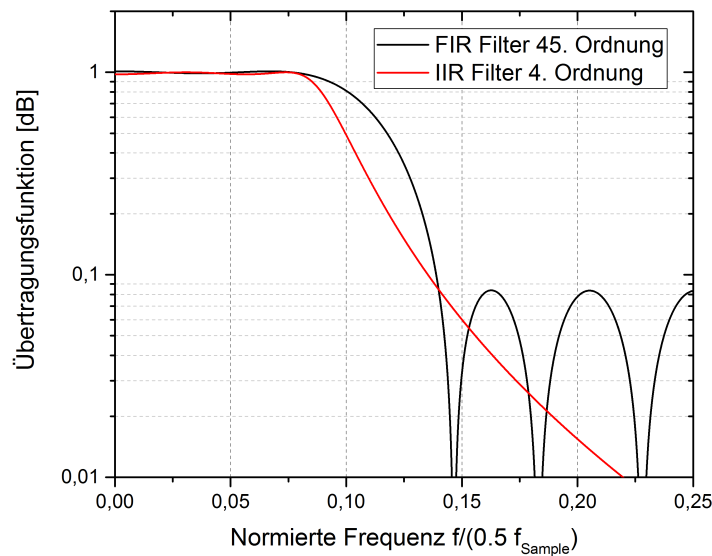


Abb. 45: Vergleich einer Filtercharakteristik von FIR- und IIR-Filter.

Zu erkennen ist, dass der IIR Filter im Durchlassbereich ein geringeres Schwingungsverhalten und zudem im Übergang von Durchlass- und Sperrbereich einen steileren Abfall realisiert. Ein Vergleich der Ordnungen zeigt, dass der IIR (4. Ordnung) deutlich weniger Implementierungsstufen benötigt als der FIR (45. Ordnung). Während der FIR-Filter 45 Multiplikationen benötigt, kommt der IIR-Filter bei einer Ordnung von 4 mit lediglich 9 Multiplikationen für jeden diskreten Ausgangswert. Somit erfolgt die Implementierung eines IIR-Filter deutlich Ressourcen schonender und bietet zugleich noch eine bessere Performance bzgl. Welligkeit und Steilheit. Aus Implementierungssicht lässt sich die Ordnung (Länge der Impulsantwort) eines FIR-Filters nur in soweit erhöhen, als dass die Multiplikationen und Additionen innerhalb einer gewissen Zeit berechnet werden können, bis einer neuer Abtastwert vorliegt. Im Vergleich dazu ist die Länge der Impulsantwort

nicht durch die Anzahl der Ordnung beschränkt und in der Regel länger als die Anzahl der Verzögerungselemente.

Zusammenfassend lässt sich sagen, dass IIR-Filter für eine gegebene Anzahl an Multiplikationen ein bessere Filterung des Eingangssignals als FIR-Filter realisieren.

Für die Realisierung eines digitalen IIR-Filters stehen verschiedene Filterstrukturen zur Verfügung (siehe Abbildung 46). Ein Vergleich der beiden Formen zeigt, dass die Direkt-Form I lediglich einen Akkumulator zur Aufsummierung der einzelnen Teilergebnisse benötigt. Jedoch werden in dieser Form doppelt soviele Verzögerungsglieder benötigt als bei der Direkt-Form II. Da es sich hierbei um eine digitale Implementierung handelt, sollte die Genauigkeit der Filterkoeffizienten so präzise wie möglich sein, um möglichst viele Quantisierungsfehler durch Begrenzung der Bitbreite zu vermeiden. Folglich ist die Bitbreite der Filterkoeffizienten größer auszulegen, als die Bitbreite des eigentlichen Eingangssignals.

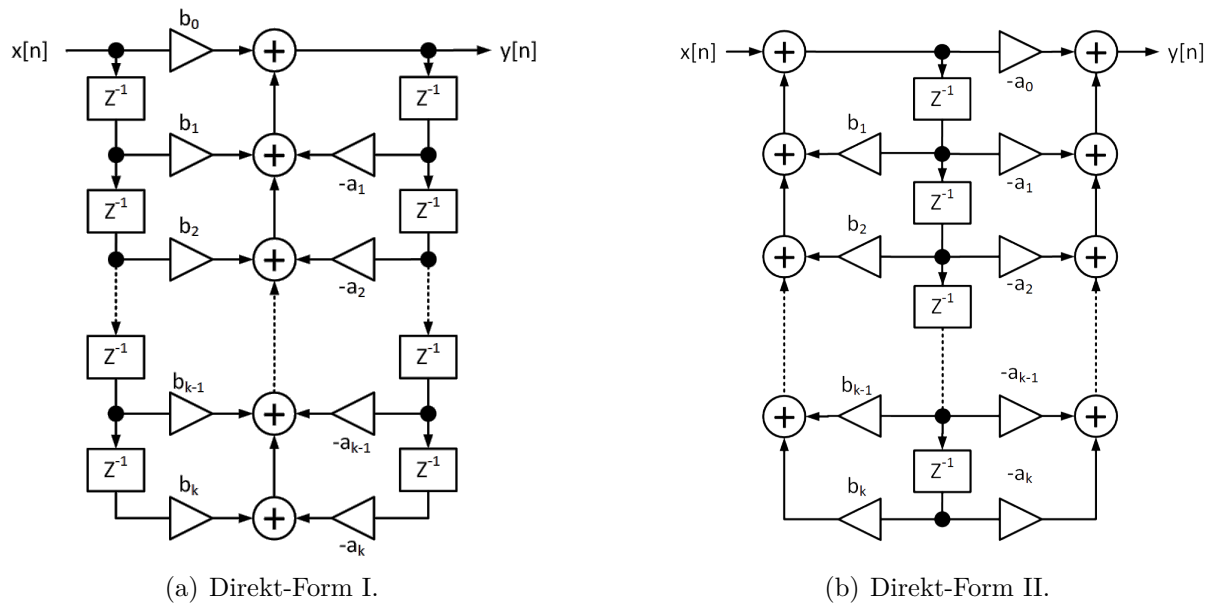


Abb. 46: Vergleich der IIR-Filterstrukturen Direkt-Form I und II.

Um Filter höherer Ordnung zu realisieren, verwendet man auch kaskadierte IIR-Filter (vgl. Abbildung 47). Die Realisierung von IIR-Filtern höherer Ordnung wird in der Praxis meist durch die Aneinanderreihung mehreren IIR-Filterstrukturen 2. Ordnung realisiert. Die Unterteilung der IIR-Struktur in „2. Ordnung Strukturen (SOS, engl. Second Order Structure)“ wird in der digitalen Signalverarbeitung auch Unterteilung in sogenannte „Biquadfilter“ genannt.

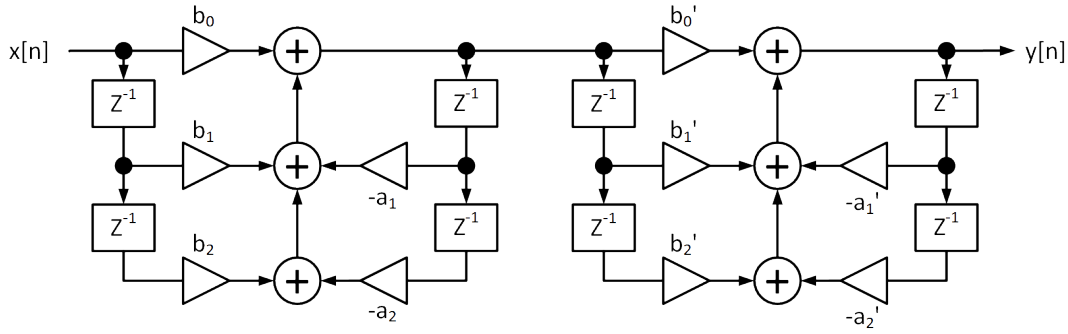


Abb. 47: Kaskadierte IIR-Filter (SOS) durch Verwendung der Direkt-Form I.

Der Name ist auf die quadratische Abhängigkeit in der z -Ebene zurückzuführen. Betrachtet man einen Biquadfilter für sich, so ergibt sich das Ausgangssignal $y[n]$ als Funktion des Eingangssignals $x[n]$ zu:

$$y[n] = \frac{1}{a_0} (b_0 x[n] + b_1 x[n-1] b_2 x[n-2] - a_1 y[n-1] - a_2 y[n-2]) \quad \text{mit } a_0 = 1 \quad (3.79)$$

$$y[n] = b_0 x[n] + b_1 x[n-1] b_2 x[n-2] - a_1 y[n-1] - a_2 y[n-2] \quad (3.80)$$

Durch Normierung von $a_0 = 1$ ergibt sich die Übertragungsfunktion $H(z) = \frac{y[n]}{x[n]}$ zu:

$$H(z) = \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2}}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}} \quad (3.81)$$

Als Gesamtübertragungsfunktion ergibt sich nach Abbildung 48 eine Serialisierung der einzelnen Übertragungsfunktionen.

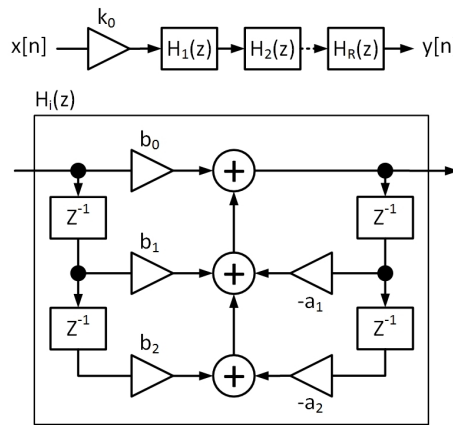


Abb. 48: Serialisierung mehrerer kaskadierter IIR-Strukturen [42].

Für $H(z)$ gilt:

$$H(z) = k_0 \cdot \prod_{i=1}^R \frac{1 + a_{0i}z^{-1} + a_{1i}z^{-2}}{1 - b_{0i}z^{-1} - b_{1i}z^{-2}} \quad (3.82)$$

$$H(z) = k_0 \cdot H_1(z) \cdot H_2(z) \quad (3.83)$$

Um im Durchlassbereich eine Verstärkung von 0 dB zu gewährleisten, muss k_0 berechnet werden. Dazu muss gelten:

$$H(1) \stackrel{!}{=} 1 \quad (3.84)$$

Abschließend lassen sich die Filterkoeffizienten durch Multiplikation von k_0 in einen der beiden Filter berechnen. Die Filterstruktur kann dabei sowohl in der Direkt-Form I oder Direkt-Form II abgebildet werden. Vorteil der sogenannten Second Order Structures ist bessere Aufteilung der Polstellen der Filterkoeffizienten. So lassen sich hierbei zwei konjugierte komplexe Polstellen innerhalb eines Filters verwenden (siehe Anhang B). Eine Überprüfung der Stabilität lässt sich durch Prüfung jener Stabilität einer einzelnen Filterstruktur überprüfen. Ist jeder Filter für sich betrachtet stabil, dann ist auch die Aneinanderreihung, also der gesamte IIR-Filter stabil.

Im Folgenden werden die wichtigsten digitalen Tiefpassfilter vorgestellt.

Filterarten In der Praxis existieren eine Vielzahl von digitalen IIR Filtern. Die wichtigsten sind Butterworth-, Tschebyscheff- und Elliptic-Filter. Ein Vergleich der Filter ist in Abbildung 49 dargestellt.

Butterworthfilter weisen ein vergleichsweise geringe Flankensteilheit im Übergang vom Durchlass- zum Sperrbereich auf. Ein Tschebyschefffilter weist bei vergleichbarer Flankensteilheit eine geringere Ordnung. Ellipticfilter weisen im direkten Vergleich die höchste Flankensteilheit auf, jedoch treten dabei starke Phasenverzerrungen auf.

Im Folgenden soll ein digitaler IIR-Tschebyschefffilter Typ I implementiert werden. Im Rahmen dieser Arbeit weisen die IIR-Implementierungen eine Biquadstruktur auf. Ein Tschebyschefffilter Typ I zeichnet sich durch einen nicht flachen Durchlassbereich aus (engl.: equiripple passband). Im Sperrbereich weist dieser Filter jedoch ein maximal flaches Frequenzverhalten auf. Bei Verwendung eines Tschebyschefffilters vom Typ II verhalten sich die Frequenzverhalten entsprechend umgekehrt. Hierbei verläuft der Durchlassbereich flach.

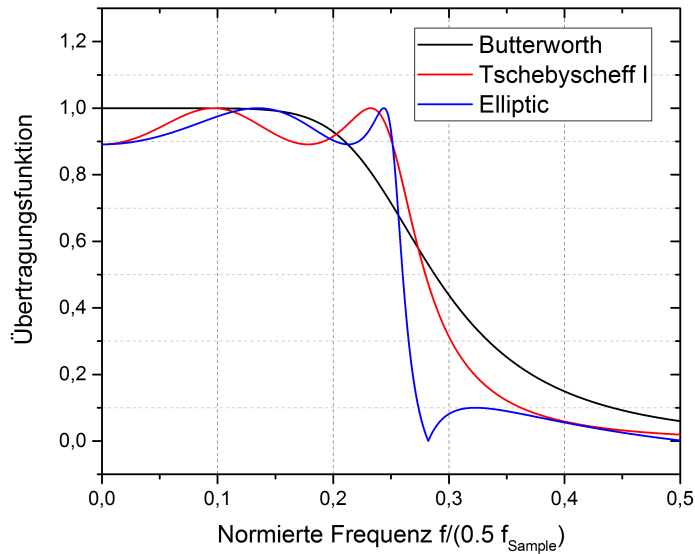
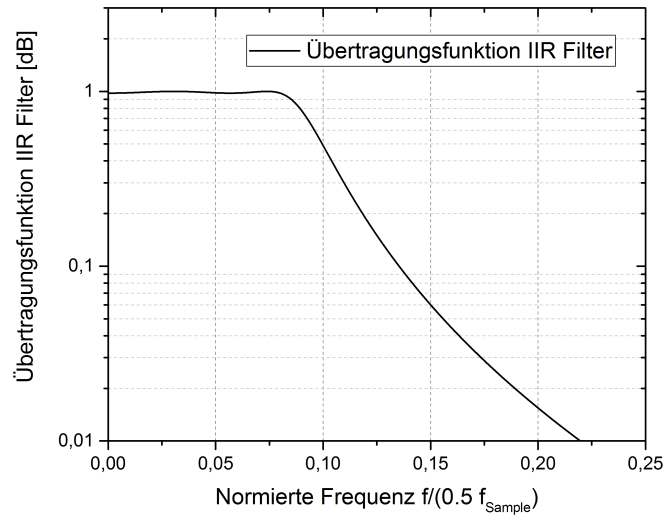


Abb. 49: Vergleich digitaler IIR-Filter.

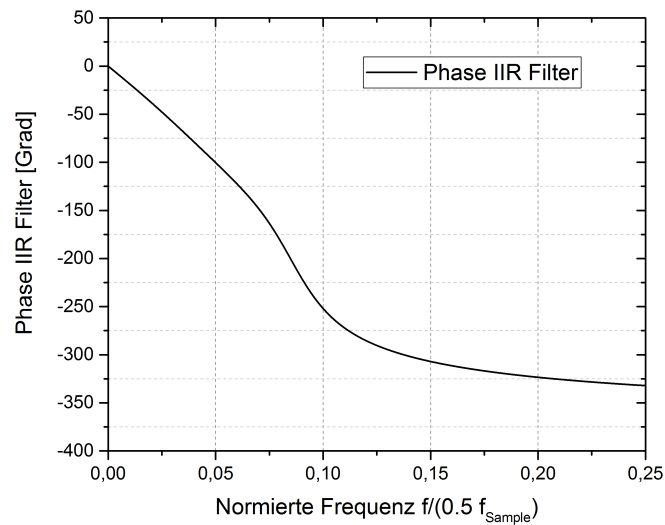
Die Flankensteilheit ist hierbei jedoch nicht so groß, wie bei dem Typ I. Eine entsprechende Berechnung der Koeffizienten für den Typ I und II ist im Anhang B dargestellt.

Für Berechnung der Koeffizienten kann die Funktion *IIR*, welche im Anhang (vgl. Kapitel C) dargestellt ist, verwendet werden. Beispielhaft sei ein Tschebyscheff-Tiefpass Typ I mit einem Verhältnis von Grenzfrequenz zur Abtastrate von $1/25$ betrachtet. Ferner soll der Filter eine Welligkeit im Durchlassbereich von 0.2 dB aufweisen. Der Amplituden- und Phasengang ist in Abbildung 50 dargestellt. Auf der x-Achse ist dabei die normierte Frequenz aufgetragen. Ein Wert von 1 entspricht dabei der halben Abtastfrequenz. Somit ist die normierte Grenzfrequenz $0.08 \left(\frac{1}{25} \cdot 2 \right)$.

IIR-Filter als Ausgangsfilter für das Δf -Signal Im Rahmen dieser Arbeit wird der IIR-Filter zur Filterung des analogen Δf -Ausgangssignals verwendet. Dieses entspricht dem Ausgangssignal des Phasenreglers und somit der Frequenzabweichung von der Resonanzfrequenz des Nadelsensors im stationären Zustand bei einem vorgegebenen Abstand zwischen der Spitze des Sensors und der zu messenden Probe. Die Bandbreite bestimmt dabei die Abtastgeschwindigkeit, mit der der Sensor die Probe abrastert. Um das Signal-Rauschverhältnis zu verbessern, ist es vorteilhaft Rauschanteile oberhalb der Bandbreite zu eliminieren bzw. zu minimieren. Dazu ist ein möglichst steilerflankiger Filter von Vorteil, damit oberhalb der Bandbreite möglichst viele Rauschanteile gefiltert werden. Hierbei kam ein IIR-Filter zum Einsatz (vgl. Kapitel 3.3.7).



(a) IIR Übertragungsfunktion.



(b) IIR Phasenverlauf.

Abb. 50: IIR Tiefpass mit Tschebyscheff-Charakteristik und 4. Ordnung. Auf der x-Achse ist die normierte Frequenz aufgetragen. Ein normierte Frequenz von 1 entspricht der halben Abtastfrequenz. Somit beträgt im dargestellten Filter die Grenzfrequenz $1/25$ der Abtastfrequenz. Die Welligkeit im Durchlassbereich beträgt 0.2 dB.

Die Phasendetektion, der PID-Regler und der IIR-Filter verwenden den selben Takt, welcher durch den Benutzer variiert werden kann. Der Takt wird durch die Anzahl der Mittelungen bestimmt, mit der die Phase im Phasendetektor gebildet wird. Da die Phasenbestimmungsrate - bzw. der Filtertakt - variabel ist, ergibt sich bei der Verwendung der gleichen Koeffizienten eine andere Grenzfrequenz. Tabelle 3 zeigt den Zusammenhang zwischen den verschiedenen Phasenbestimmungsraten - entspricht dem Filtertakt - im Vergleich zur Grenzfrequenz des IIR-Filters.

Innerhalb der Implementierung können derzeit fünf verschiedene Grenzfrequenzen realisiert werden. Dabei kann eine Grenzfrequenz von $1/50$, $1/25$, $1/12.5$, $1/6.25$, oder $1/3.125$ der Filtertakt realisiert werden. Aus Tabelle 3 kann entnommen werden, dass die verschiedenen Koeffizientensätze A bis E verwendet werden.

In Kapitel B wurde gezeigt, wie die entsprechenden Koeffizienten für vorgegebene Grenzfrequenzen und Filtertakte berechnet werden können. Entscheidend ist dabei das Verhältnis von Grenzfrequenz und Filtertakt (Phasenbestimmungsrate). Durch Implementierung einer einfachen arithmetischen Mittelung zur Bestimmung der Phase ergibt sich durch Verdoppelung der Mittelungen eine halb so große Bandbreite. Wählt man für die verschiedenen Grenzfrequenzen ebenfalls Vielfache von einer Zweierpotenz, ergeben sich für ausgewählte Kombinationen von Takt und Grenzfrequenz das gleiche Verhältnis, was eine Verwendung der gleichen IIR-Koeffizienten ermöglicht. Vorteilhaft erweist sich hierbei die geringe Anzahl an verschiedenen Koeffizientensätzen. Alternativ könnten die Parameter für beliebige Grenzfrequenzen anhand der in Kapitel B vorgestellten Verfahren neu berechnet werden. Um die Komplexität des Systems auf ein Minimum zu reduzieren, wurde unter Berücksichtigung der Benutzerfreundlichkeit des Programms auf diese Funktion bewusst verzichtet.

Falls das Verhältnis von Grenzfrequenz und Filtertakt zu gering ist (siehe Tabelle 3, „-“ Zellen), entstehen durch die begrenzte Bitbreite der Koeffizienten im FPGA derartige Rundungsfehler, dass die Stabilität des Filters beeinträchtigt wird. Die in der Tabelle mit „/“ gekennzeichneten Felder entfallen, da hierbei die Grenzfrequenz oberhalb des halben Filtertaktes liegt, was nach dem Nyquist-Shannon-Abtasttheorem [43] nicht möglich ist.

		Grenzfrequenz IIR-Filter											
		Aus	61 Hz	122 Hz	244 Hz	488 Hz	976 Hz	1953 Hz	3906 Hz	7812 Hz	15625 Hz	31250 Hz	62500 Hz
Phasenbestimmungsrate (Anzahl Mittelungen)	195.3 kHz (512)		-	-	-	-	-	-	A	B	C	D	E
	97.6 kHz (1024)		-	-	-	-	-	A	B	C	D	E	/
	48.8 kHz (2048)		-	-	-	-	A	B	C	D	E	/	/
	24414 Hz (4096)		-	-	-	A	B	C	D	E	/	/	/
	12207 Hz (8192)		-	-	A	B	C	D	E	/	/	/	/
	6103 Hz (16384)		-	A	B	C	D	E	/	/	/	/	/
	3051 Hz (32768)		A	B	C	D	E	/	/	/	/	/	/

Tab. 3: Koeffizientenvergleich in Bezug auf IIR-Takt und IIR-Grenzfrequenz.

3.3.8. Bandbreite der PLL

Die Bandbreite der PLL wird durch die in Abbildung 51 dargestellten Elemente bestimmt.

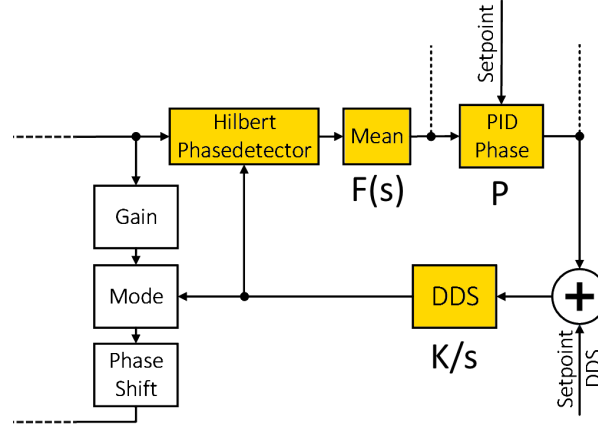


Abb. 51: Bandbreitenbestimmung der PLL.

Im Folgenden soll der Einfluss des Mittelwertfilters auf die Limitierung der Bandbreite der PLL analysiert werden. Dazu sei ein Mittelwertfilter mit einer Mittelung von 32768 Phasenwerten betrachtet. Es wird gezeigt, dass die Bandbreite des Mittelwertfilters die Limitierung der Bandbreite der PLL darstellt.

Die Übertragungsfunktion $H(s)$ einer PLL ist allgemein gegeben durch [31]:

$$H(s) = \frac{G(s)}{1 + G(s)} \quad (3.85)$$

Dabei wird $G(s)$ durch die Übertragungsfunktion $F(s)$ des Mittelwertfilters und zusätzliche Konstanten innerhalb der Schleife bestimmt. Der Faktor P beschreibt den idealen P-Wert des Phasenreglers. Die Konstante K stellt den Zusammenhang zwischen einer Änderung der Phase und der daraus resultierenden Änderung der Ausgangsfrequenz der DDS dar. Der Zusammenhang ist durch die folgende Gleichung gegeben:

$$G(s) = \underbrace{\frac{K}{s}}_{\text{DDS}} \cdot P \cdot \underbrace{F(s)}_{\text{Übertragungsfunktion Filter}} \quad (3.86)$$

$$= \frac{K'}{s} \cdot F(s) \quad \text{mit } K' = K \cdot P$$

Der Filter ist als arithmetischer Mittelwertfilter implementiert. Dazu sei die Übertragungsfunktion (vgl. Kapitel 3.3.5) in Abbildung 52 bei einer Phasenmittelung von 32768 Werten dargestellt. Um die Übertragungsfunktion $F(s)$ zu bestimmen, wird die Übertragungsfunktion der arithmetischen Mittelung asymptotisch durch die Übertragungsfunktion eines Tiefpasses 1. Ordnung angenähert.

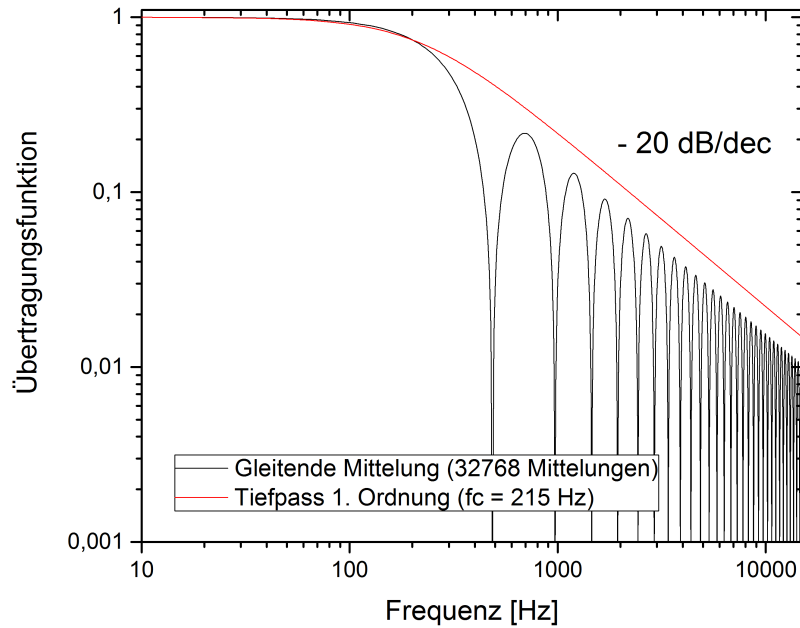


Abb. 52: Fehler des Phasenreglers bei einer sinusförmigen Modulation in Abhängigkeit der Modulationsfrequenz.

Für eine Mittelung von 32768 Phasenwerten kann zur Näherung ein Tiefpass mit einer Grenzfrequenz $f_c = 215 \text{ Hz}$ verwendet werden. Die Übertragungsfunktion $F(s)$ eines Tiefpasses 1. Ordnung ergibt sich zu:

$$F(s) = \frac{1}{1 + s\tau} \quad (3.87)$$

$$f_c = \frac{1}{2\pi\tau} = 215 \text{ Hz} \quad (3.88)$$

$$\rightarrow \tau = \frac{1}{2\pi \cdot 215 \text{ Hz}} \quad (3.89)$$

Dabei beschreibt τ die Zeitkonstante des passiven Tiefpasses 1. Ordnung. In der analogen Implementierung wird τ beschrieben durch $\tau = RC$. Um die Übertragungsfunktion der

PLL bestimmen zu können, bedarf es der Bestimmung der Konstante K' . Im Folgenden sei die Konstante $K' = K \cdot P$ bestimmt. Dazu sei ein Zusammenhang zwischen einer Änderung der Phase am Ausgang des Phasendetektors und die daraus resultierende Änderung der Ausgangsfrequenz der DDS betrachtet. Die maximale Phase am Ausgang des Phasendetektors beträgt $\pm\pi \text{ rad}$. Daraus resultiert ein Bereich von $2\pi \text{ rad}$, der mithilfe eines Bitvektors (24 Bit) kodiert wird. Eine zusätzliche Konstante wird durch die Multiplikation mit dem P-Wert innerhalb des Phasenreglers erreicht. Dabei für die Berechnung der Konstanten K' der in Kapitel 3.3.6 berechnete P-Wert ($P=170$) für eine Mittelung von 32768 Phasenwerten verwendet (vgl. Tabelle 2). Das Ausgangssignal des Phasenreglers dient der Anpassung der DDS-Frequenz. Die DDS kann digital mithilfe von 48 Bits über einen Bereich von 100 MHz eingestellt werden. Das Ausgangssignal des Phasenreglers weist eine Bitbreite von 40 Bit ($24 \text{ Bit Phase} \cdot 16 \text{ Bit Reglerkonstanten} = 40 \text{ Bit}$) auf. Somit entspricht das maximale Ausgangssignal am Reglerausgang einer Verschiebung der DDS-Frequenz von $2^{\frac{40}{48}} \cdot 100 \text{ MHz} = 390625 \text{ Hz}$. Der Zusammenhang ist wie folgt zusammengefasst:

$$\frac{\underbrace{2\pi \text{ rad}}_{\text{max. Phase}} \cdot \underbrace{2^{24}}_{\text{24-Bit Phase}} \cdot \underbrace{170}_{\text{Konstante P-Regler}}}{\underbrace{2^{40}}_{\text{max. DDS-Frequenzänderung}}} \cdot \underbrace{390625 \text{ Hz}}_{2^{\frac{40}{48}} \cdot 100 \text{ MHz}} \approx 1013 \text{ Hz} \cdot \text{rad} \quad (3.90)$$

Also entspricht eine Änderung der Phase um $2\pi \text{ rad}$ einer Änderung der DDS-Frequenz um 1013 Hz. Folglich gilt für die Konstante K' :

$$K' \approx \frac{1013 \text{ Hz} \cdot \text{rad}}{2\pi \text{ rad}} \approx 161 \text{ Hz} \quad (3.91)$$

Durch Einsetzen von Gleichung 3.86 in Gleichung 3.85 und der Konstante K' kann die Übertragungsfunktion berechnet werden. Dazu sei $H(s)$ durch $H(j\omega)$ mit $s = j\omega$ ersetzt. Bei Berechnung der Übertragungsfunktion in Abhängigkeit von ω ist eine zusätzliche Skalierung der Konstanten K' um den Faktor 2π vorzunehmen, da die Betrachtung bisher in der Einheit Hz und nicht in $\text{Hz} \cdot \text{rad}$ erfolgte. In Abbildung 53 ist der Betrag der komplexen Übertragungsfunktion $|H(jf)|$ dargestellt:

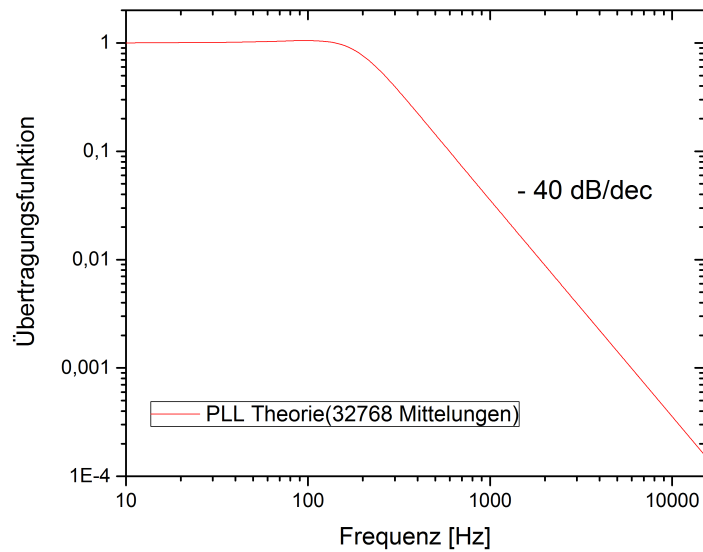


Abb. 53: Übertragungsfunktion der PLL für eine Mittelung von 32768 Phasenwerten.

Der Zusammenhang zwischen anderen Phasenbestimmungsraten und der daraus resultierenden Bandbreite der PLL lässt sich ausgehend von obigen Berechnungen entsprechend übertragen. Dazu sei in der folgenden Tabelle 4 abschließend ein Überblick über die erzielbaren Bandbreiten in Abhängigkeit anderer Phasenbestimmungsraten dargestellt.

Mittelungen	-3 dB Grenzf. [kHz]	0 dB Grenzf. [kHz]	Phasenrate [kHz]	$\frac{\text{Phasenrate}}{-3 \text{ dB Grenzf.}}$	$\frac{\text{Phasenrate}}{0 \text{ dB Grenzf.}}$
512	19.0	13.5	195	10.2	14.4
1024	9.5	6.8	98	10.3	14.4
2048	4.7	3.3	49	10.4	14.8
4096	2.3	1.6	24	10.4	15.0

Tab. 4: Zusammenhang zwischen Bandbreite (-3 dB Grenzfrequenz) und der Phasenbestimmungsrate. Die erzielbare Bandbreite hängt dabei linear von der Phasenbestimmungsrate ab. Es ergibt sich aufgrund der arithmetischen Mittelung (vgl. Kapitel 3.3.5) ein Verhältnis von Phasenbestimmungsrate zu -3 dB Grenzfrequenz von ca. 10.

Die Anzahl an Phasenmittlungen verändern die Grenzfrequenz des Mittelwertfilters, welche folglich auch der Grenzfrequenz der PLL entspricht. Ein Vergleich der Übertragungsfunktion des Mittelwertfilters und der PLL zeigt, dass die Ordnung der PLL eine Ordnung größer ist

3 REALISIERUNG DER FM-DETEKTIONSELEKTRONIK IN DER RASTERKRAFTMIKROSKOPIE

als die des Mittelwertfilters. Wird ein einfacher Mittelwertfilter (z.B. Tiefpass 1. Ordnung) verwendet, weist die PLL eine Ordnung von zwei auf.

4. Ergebnisse

Die in diesem Kapitel dargestellten Messungen wurden mit einem Nadelsensor durchgeführt und dienten sowohl der Charakterisierung des Nadelsensors als auch der entwickelten und aufgebauten Elektronik. Im Anschluss daran wurden mit dem Gerät Messungen im AFM-Betrieb durchgeführt. Für die Charakterisierungen wurde der in Abbildung 54 dargestellte Messaufbau verwendet. Der Ausgang der PLL wurde über eine Signalanpassung mit dem Nadelsensor verbunden. Die Signalanpassung erfolgt hierbei über einen Spannungsteiler, da die Ausgangsamplitude der Elektronik für einen direkten Betrieb des Sensors zu groß ist. Das Ausgangssignal des Sensors wird über einen Ladungsvorverstärker [44] in eine der Schwingungsamplitude äquivalentes Spannungssignal umgewandelt. Da die Ausgangsspannung am Vorverstärker den Eingangsspannungsbereich der PLL überschreiten kann, erfolgt hierbei ebenfalls eine Signalanpassung.

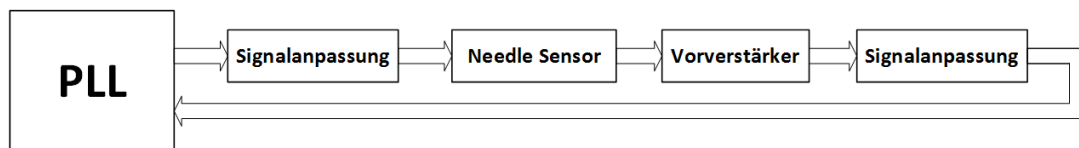


Abb. 54: Messaufbau unter Verwendung eines 1 MHz Needle Sensors und, eines Vorverstärkers und der benötigten Signalanpassung.

4.1. Charakterisierung der PLL-Elektronik

Die Charakterisierung beschäftigt sich mit den Eigenschaften des Gerätes im Hinblick auf Auflösung der Messgrößen und erzielbare Bandbreiten bei Verwendung eines Nadelsensors. Zunächst wird der Nadelsensor hinsichtlich der Resonanzfrequenz untersucht. Die Bestimmung der Resonanzfrequenz ist die Grundlage für den Betrieb mit der FM-Detektionsmethode. Dabei ist die Bestimmung der Phase von besonderer Bedeutung, da sie das Eingangssignal für den Phasenregler darstellt. Um die Regelung zu optimieren, kann die Übertragungsfunktion verwendet werden. Durch die Übertragungsfunktion lässt sich die Elektronik hinsichtlich der erreichbaren Bandbreite optimieren. Im Anschluss daran wird die Sensorelektronik auf Rauschen analysiert. Dazu wird das Rauschen in Abhängigkeit verschiedener Schwingungsamplituden charakterisiert. Je kleiner die Schwingungsamplitude ist, umso größer wird das Rauschen. Folglich wird das Rauschen bei größeren Schwingungsamplituden geringer. Jedoch wird das theoretische thermische Rauschlevel in der Praxis

bei großen Oszillationsamplituden von dem Rauschen der Elektronik dominiert, wodurch sich das Rauschlevel der Elektronik bestimmen lässt.

Analysiert werden die aufgenommenen Rauschleistungsdichtespektren durch Hinzunahme theoretischer Grundlagen. Ferner wird diese Betrachtung für verschiedene Mittelungen in der Phasenbestimmung charakterisiert. Im Anschluss daran erfolgt eine Betrachtung des Amplitudenreglers, im Speziellen im Self-Oscillation Modus. Damit der Sensor in diesem oszillieren kann, muss eine exakte Anpassung der Amplitude, sowie der Phasenverschiebung innerhalb des FPGA vorgenommen werden. Im Hinblick auf die Phasenverschiebung, die es bei Verwendung des Self-Oscillation Modus zu beachten gilt, bedarf es einer Analyse der exakten Laufzeitverzögerungen in der Elektronik. Den Abschluss der Charakterisierung stellt somit eine Messmethode vor, die es ermöglicht eine Analyse der Laufzeitverzögerung durchzuführen. Eine Unterteilung in analoge und digitale Laufzeitverzögerung wird dabei vorgenommen.

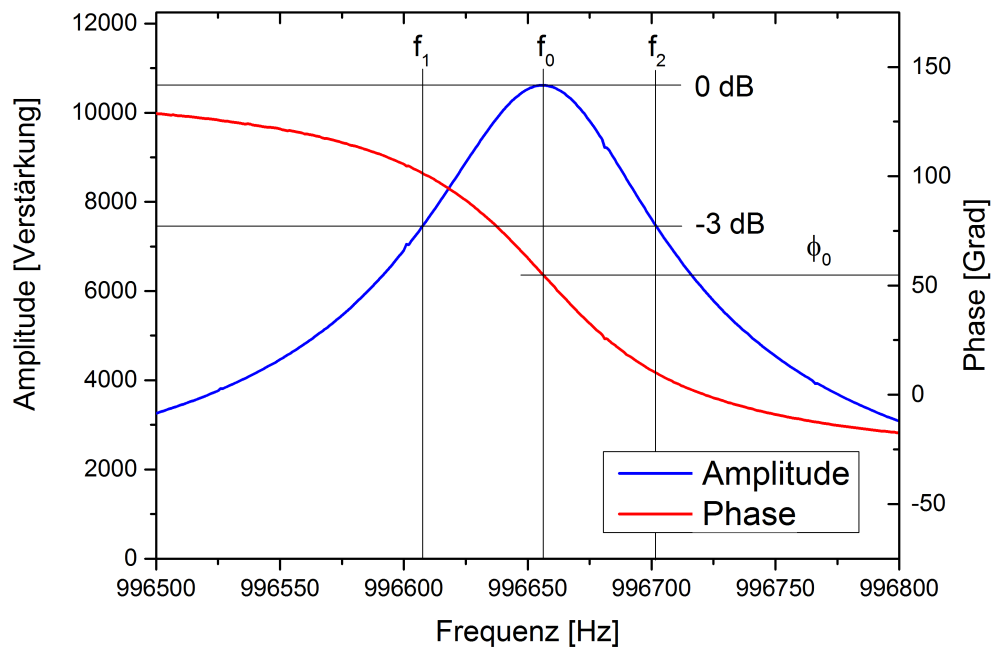
4.1.1. Nadelsensor

Für die folgenden Messungen wurde ein 1 MHz-Nadelsensor verwendet. Der Nadelsensor wurde an Luft betrieben und seine Güte betrug in etwa 10000. Um den Sensor im AFM in Betrieb nehmen zu können, muss jeder Nadelsensor vermessen werden. Gemessen wird dabei die Amplitude und Phase in Abhängigkeit der Frequenz, mit der der Sensor angeregt wird. Im Folgenden wird durch die Messung von Amplitude und Phase die Resonanzfrequenz, sowie die Güte des Sensors bestimmt.

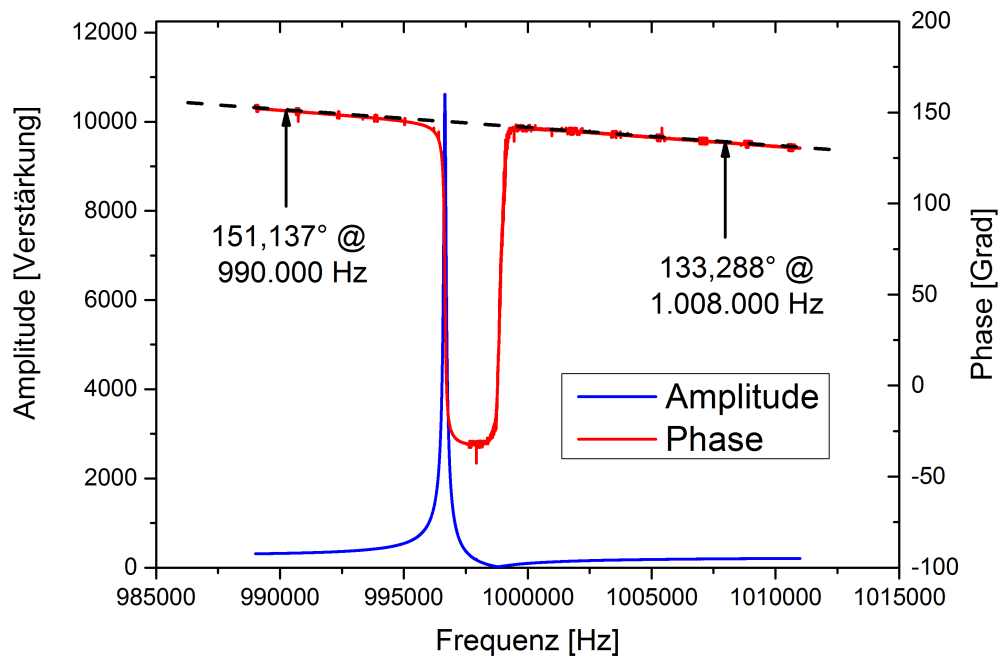
Messung der Resonanzkurve Bei der Resonanzfrequenz, bei der die Amplitude ihren Maximalwert annimmt, durchläuft die Phase die größte Änderung. Diese Tatsache bietet die Grundlage für die Verwendung der FM-Detektion, die bei dem Nadelsensor verwendet wird.

Um die Resonanzfrequenz bzw. den Amplituden- und Phasengang zu bestimmen, kann ein Bodeplot generiert werden. Dazu werden Phase und Amplitude bei verschiedenen Anregungsfrequenzen gemessen. Bei der Messung der Amplitude und Phase sind die jeweiligen Regler ausgeschaltet. In Abbildung 55 ist der gemessene Bodeplot eines 1-MHz Nadelsensors an Luft dargestellt.

Die Resonanzfrequenz entspricht der Frequenz, bei der die Amplitudenverstärkung des Sensors maximal ist. Diese entspricht bei dem gemessenen Sensor $f_0 = 996656 \text{ Hz}$. Die Amplitude wird an der Resonanzfrequenz als Bezugsamplitude für die Bestimmung der Güte verwendet. Dazu wird die Maximalamplitude zu 0 dB angenommen. Die Differenz der



(a) Teilausschnitt des Bodeplots.



(b) Übersicht des Bodeplots. Zu erkennen ist die Resonanz und Antiresonanz des Nadelsensors. Nahe der Resonanz durchläuft die Phase eine Änderung von 180°.

Abb. 55: Gemessener Bodeplot eines Nadelsensors.

Frequenzen, bei denen die Verstärkung -3 dB gegenüber der maximalen Verstärkung beträgt, wird Δf genannt. Aus dem Bodeplot ergibt sich $f_1 = 996607 \text{ Hz}$ und $f_2 = 996702 \text{ Hz}$ für die Frequenzen, bei denen die Amplitude -3 dB beträgt. Die Güte ergibt sich zu $Q = f_0/(f_2 - f_1) \approx 10491$. Eine alternative Methode zur Bestimmung der Güte ist die Anpassung der für einen harmonischen Oszillator geltenden Gleichung 2.10 für die Amplitudenverstärkung. In Abbildung 56 ist eine Anpassung der theoretisch geltenden Formel an die gemessene Amplitude dargestellt.

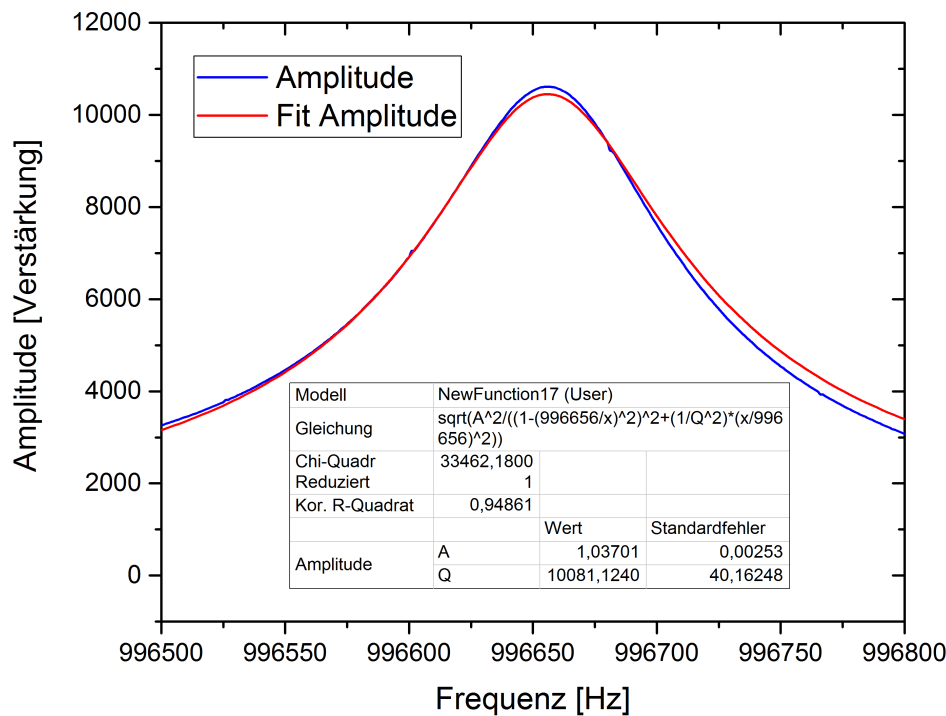


Abb. 56: Anpassung der theoretischen Amplitudenübertragungsfunktion an die gemessene zur Bestimmung der Güte.

Die so bestimmte Güte $Q_{fit} = 10081$ weicht von der gemessenen Güte $Q = 10491$ leicht ab.

In Abbildung 55(a) ist zu erkennen, dass bei der Resonanzfrequenz $f_0 = 996656 \text{ Hz}$ die Phase die maximale Steigung aufweist, weshalb dieser Arbeitspunkt auch für die FM-Detektionsmethode verwendet wird. Somit können konservative Wechselwirkungen durch eine maximale Sensitivität der Phasenänderung gemessen werden. Im Resonanzfall beträgt die Phasenverschiebung am Nadelsensor zwischen anregender Schwingung und resultierender Schwingung 90° . In der Abbildung ist zu erkennen, dass die Phasenverschiebung

$\varphi_0 \approx 55^\circ$ beträgt. Idealerweise sollte diese 90° betragen. Diese Abweichung resultiert aus zusätzlichen Laufzeiten und Phasenverschiebungen (analoger Tiefpass, Übertrager) innerhalb der Elektronik, welche bei einer konstanten Laufzeitverzögerung zu einer frequenzabhängigen Phasenverschiebung führen. Die Laufzeitverzögerung stellt dabei die Summe der einzelnen Laufzeiten innerhalb des Analog-/Digital, Digital-/Analogwandlers und die des Phasendetektors dar. Je größer der betrachtete Frequenzbereich ist, umso größer ist der Einfluss der frequenzabhängigen Phasenverschiebung.

Wird der Bodeplot für einen größeren Frequenzbereich aufgenommen, so ergibt sich der in Abbildung 55(b) dargestellte Verlauf der Amplitude und Phase. Hierbei ist der Einfluss durch die frequenzabhängige Phasenverschiebung anhand der linear weglauenden Phase zu erkennen. Somit wirken sich Laufzeiten innerhalb des Analogteils und Zeiten für die Phasenberechnung innerhalb des FPGA auf die gemessene Phase aus. Über die Steigung der linearen Verzerrung kann die konstante Laufzeitverschiebung berechnet werden. Durch Linearisierung kann die zeitliche Verschiebung wie folgt berechnet werden:

$$\rightarrow \Delta\phi = 360^\circ \cdot \Delta f \cdot \Delta t \quad (4.1)$$

$$\leftrightarrow \Delta t = \frac{\Delta\phi}{360^\circ \cdot \Delta f} \quad (4.2)$$

Da sich die Steigung der linear weglauenden Phase durch zwei gemessene Punkte bestimmen lässt, wurden diese aus dem Bodeplot abgelesen. Bei einer Frequenz $f_l = 990 \text{ kHz}$ beträgt die gemessene Phase $\varphi_l = 151.137^\circ$. Entsprechend wurde die Phase bei der Frequenz $f_h = 1008 \text{ kHz}$ zu $\varphi_h = 133.288^\circ$ abgelesen. Durch Einsetzen in Gleichung 4.2 erhält man für die Laufzeitverzögerung einen Wert $\Delta t \approx 2.75 \mu\text{s}$.

Dabei ist zu beachten, dass dies eine Gesamtlaufzeit unter Einbeziehung aller analogen Komponenten, die für die Messung des Bodeplot benötigt werden, darstellt. Ferner geht in dieser Betrachtung ebenfalls die zeitliche Verzögerung mit einer Auflösung von $n \cdot 10 \text{ ns}$ (vgl. Abbildung 24, Block *Phase Shift*) ein. Somit ergibt sich daraus eine frequenzabhängige Verschiebung. Bei der Bestimmung der Gesamtlaufzeit muss der Mittelwertfilter nicht berücksichtigt werden. Die Gruppenlaufzeit des Filters verursacht eine Verschiebung in die vor dem Filter berechnete Phase. Eine Messmethode zur Bestimmung der analogen Laufzeit der PLL ohne Verwendung des Nadelsensors und des Ladungsverstärkers ist in Kapitel 4.1.7 beschrieben.

Ein weiteres Merkmal in Abbildung 55(b) ist, dass die Phase oberhalb der eigentlichen Resonanzfrequenz einen weiteren Phasensprung von 180° durchläuft. Dieses Verhalten

lässt sich anhand des Ersatzschaltbildes des Nadelsensors erklären. Dieser verfügt über einen Parallel- und Serienschwingkreis. In seiner zweiten Resonanz nimmt die Amplitudenverstärkung ein lokales Minimum an (vgl. Kapitel 2.2.2).

Im Folgenden wird der Sensor in seiner Resonanz betrieben. In der folgenden Messung soll die Zeit, die der Sensor benötigt, um auf eine sprunghafte Änderung der Anregungsfrequenz - die einer sprunghaften Verschiebung der Resonanzkurve entspricht - mit einer Amplitudenänderung zu reagieren, gemessen werden.

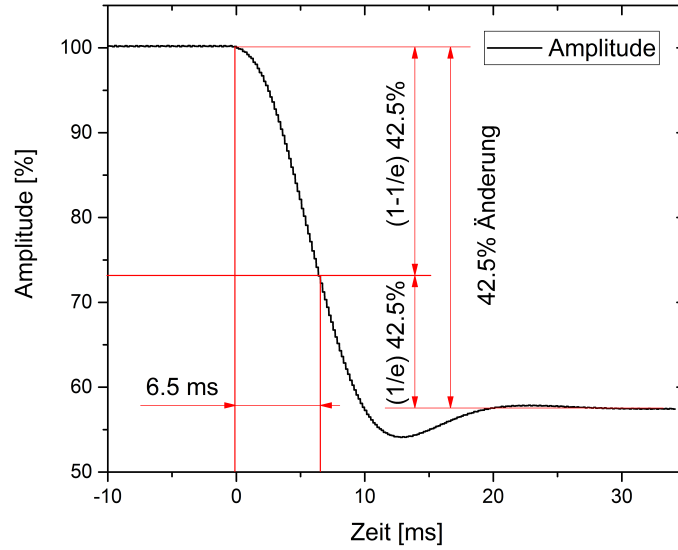
Zeitkonstante für Amplitudenänderung Während der Rasterung einer Probe im AFM-Betrieb sollen dissipative und konservative Wechselwirkungen zwischen Spitze und Probe gemessen werden. In der FM-Detektion lassen sich dissipative Wechselwirkungen über den Einsatz des Amplitudenreglers messen. Konservative Wechselwirkungen stellen eine Verschiebung der Resonanzfrequenz dar, die in einer Veränderung der Phase resultiert. Dabei unterliegt die Elektronik gewissen Bandbreiten, jedoch soll innerhalb dieses Abschnittes untersucht werden, mit welcher Bandbreite der Nadelsensor nach einer sprunghaften Änderung der Resonanzfrequenz seine Amplitude ändert. Dazu soll die Zeit untersucht werden, die die Sensoramplitude benötigt, um auf einen Sprung in der konservativen Wechselwirkung zwischen Spitze und Probe zu reagieren.

Durch eine konservative Wechselwirkung verschiebt sich die Resonanzkurve und der Sensor wird im Falle einer nicht aktiven Regelung nicht mehr in seiner neuen Resonanzfrequenz betrieben. Der Sensor reagiert mit einer messbaren Amplituden- und Phasenänderung darauf. Da die Messungen an Luft und ohne Probe durchgeführt wurden, können Wechselwirkungen mit der Probe nicht gemessen werden. Alternativ lässt sich das Verhalten durch einen Sprung in der Anregungsfrequenz darstellen. Hierbei wird eine Verschiebung der Resonanzkurve simuliert, welche aufgrund der neuen Anregungsfrequenz ebenfalls zu einer Amplituden- und Phasenänderung führt. Dazu werden sowohl der Amplituden- als auch der Phasenregler ausgeschaltet und der Sensor wird im Tracking Modus betrieben. Dabei wird dieser zunächst in Resonanz angeregt und erfährt dann einen Sprung in der Anregungsfrequenz. Gemessen wird dabei der Verlauf der Amplitude und Phase als Funktion der Zeit. Daraus lassen sich Rückschlüsse auf die Bandbreite der Reaktion des Sensors schließen. Zu beachten ist, dass der Sensor im stationären Zustand immer mit der Frequenz schwingt, mit der dieser angeregt wird. Ändert sich somit die Anregungsfrequenz, benötigt der Sensor Zeit, sich auf die neue Frequenz einzustellen. Die Amplitude nähert sich exponentiell der neuen Gleichgewichtsamplitude mit der folgenden Zeitkonstante an:

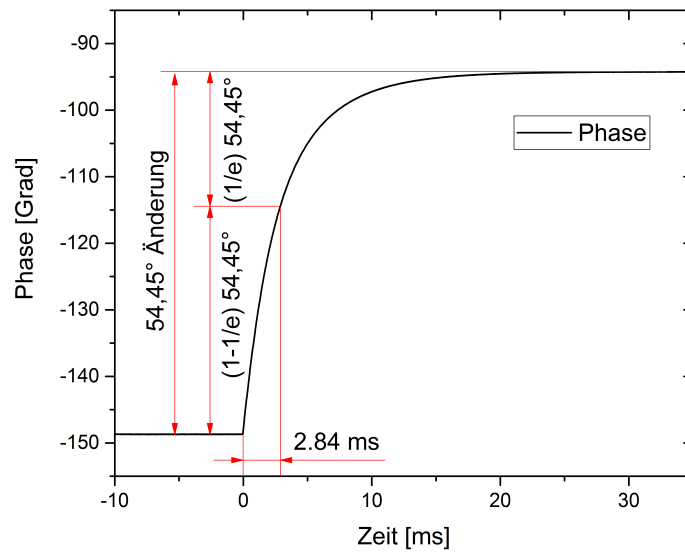
$$\tau \approx \frac{2Q}{\omega_0} \approx \frac{T \cdot Q}{\pi} \quad (4.3)$$

Durch Einsetzen von $Q = 10491$ und $\omega_0 = 2\pi \cdot 996656 \text{ Hz}$ ergibt sich $\tau \approx 3.35 \text{ ms}$. Experimentell wurde die Anregungsfrequenz ausgehend von der Resonanzfrequenz sprunghaft um 50 Hz geändert. Eine Verschiebung der Anregungsfrequenz von 50 Hz führt fast zu einer Halbierung der Ausgangsamplitude. Der Verlauf der Amplitude und der Phase ist in Abbildung 57 dargestellt. Die Veränderung der Amplitude auf einen Wert von $1 - 1/e$ der neuen Amplitude benötigt laut gemessenen Amplitudenverlaufs ca. 6.5 ms (siehe Abbildung 57(a)). Eine vollständige Anpassung auf die neue Amplitude benötigt ca. 25 ms. Um die maximale Bandbreite in der Amplitudenregelung zu bestimmen, wird üblicherweise die Zeit verwendet, bei der die Anpassung auf $1 - 1/e$ der Amplitudenänderung erfolgt ist. Die gemessene Zeit beträgt ca. 6.5 ms und liegt über der berechneten Zeitkonstante mit $\tau \approx 3.35 \text{ ms}$. Zusätzlich zum exponentiellen Verhalten der Amplitude können Schwebungsverhalten auftreten, die die Zeitkonstante verändern und einen möglichen Grund für die Abweichung zur berechneten Zeitkonstante darstellen. Daraus ergibt sich eine intrinsische Bandbreite des Nadelsensors zu ca. 153 Hz. Aus Abbildung 57(b) ist der Verlauf der Phase dargestellt. Zu erkennen ist, dass die Anpassung auf $1 - 1/e$ der neuen Phase die berechnete Zeit von ca. 2.8 ms benötigt. Dies entspricht einer maximalen Bandbreite von ca. 350 Hz. Ausgehend von den obigen Messergebnissen würde eine Dimensionierung des Phasenreglers hinsichtlich der maximalen Bandbreite auf maximal 350 Hz als ausreichend schließen lassen. Um die Bandbreite in der FM-Detektion zu erhöhen - was einer Reduzierung der Zeit für eine Messung einer Probe entspricht - nutzt man die Linearität in der anfänglichen Phasenänderung aus (vgl. Kapitel 3.3.6). Somit können trotz des gemessenen Verlaufs Bandbreiten bis zu zehn Kilohertz in der FM-Detektion erreicht werden. Um hohe Bandbreiten in der Regelung realisieren zu können, muss die Elektronik darauf ausgelegt sein, kurze Laufzeitverzögerungen und eine gute Phasenauflösung aufzuweisen. Die Phasenbestimmung findet dabei im Phasendetektor statt, welcher die Phase aus dem abgetasteten analogen Signal generiert.

Da in der FM-Detektionsmethode die erwarteten Amplitudenänderungen gering sind, ist eine Auslegung der Bandbreite des Amplitudenreglers von mehreren hundert Hertz vollkommen ausreichend. In der FM-Detektion wird die Bandbreite im Wesentlichen durch die Anpassung des Sensors auf eine neue Phase bestimmt. Da der Sensor dabei in seiner Resonanz betrieben wird, erfolgen hierbei sehr geringe Änderungen in der Amplitudenänderung, weshalb die vergleichsweise langsame Amplitudenregelung keine



(a) Amplitudenänderung bei einem Frequenzsprung von 50 Hz.



(b) Phasenänderung bei einem Frequenzsprung von 50 Hz.

Abb. 57: Sprungantwort des Nadelsensors im Tracking-Modus.

Probleme in der schnelleren FM-Detektion darstellt.

Wesentliches Kriterium für die schnelle Regelung in der FM-Detektionsmethode ist die Bestimmung der Phase. Dazu wird im folgenden Abschnitt die Phasenauflösung bzw. das Rauschen der Phase in Abhängigkeit von verschiedenen Mittelungen analysiert.

4.1.2. Phasenrauschen

Grundlage für eine schnelle Regelung ist das Vorhandensein valider Phasenwerte. Zu jedem Phasenwert berechnet der Regler eine Regelabweichung (*Regelabweichung* = *Sollphase* – *Istphase*), aus welcher sich das Regelsignal berechnen lässt. Der Takt des Phasenreglers entspricht dabei dem Takt, mit welchem die Phasenwerte berechnet werden. Da davon ausgegangen wird, dass der Regler auftretende Abweichungen innerhalb eines bzw. weniger Takte ausregeln kann (vgl. Kapitel 3.3.6), bestimmt sich die erreichbare Bandbreite der Regelung unter anderem durch die Mittelung innerhalb des Phasendetektors (vgl. Kapitel 3.3.5).

Im Folgenden wird die Phase bzw. das Phasenrauschen im stationären Zustand bei verschiedenen Mittelungen gemessen. Der Amplituden- und Phasenregler wird dabei nicht verwendet. Die Bestimmung der Phase erfolgt innerhalb des Phasendetektors. Dabei wird zu jedem Abtastwert ein Phasenwert berechnet. Dies entspricht einer maximalen Anzahl von 100 Millionen Werten pro Sekunde. Um die Genauigkeit der berechneten Phasenwerte zu erhöhen, werden die Werte im Anschluss an die Berechnung innerhalb des FPGA - in dem Funktionsblock *Mean* - gemittelt. Dazu wird eine arithmetische Mittelung verwendet. Aus den gemittelten Phasenwerten ergibt sich in Abhängigkeit der Mittelungsanzahl die in Abbildung 58 dargestellte Standardabweichung des Phasenrauschens. Bei einer Phasenrate von ca. 100 kHz (1024 Mittelungen) beträgt die Standardabweichung des Rauschens ca. 10 mGrad bei Verwendung des Nadelsensors. Da dieser zusätzliches Rauschen erzeugt, ist in Abbildung 58 zum Vergleich das Rauschen der gemessenen Phase ohne Verwendung des Nadelsensors dargestellt. Zu erkennen ist, dass das Phasenrauschen bei Verwendung des Nadelsensors eine Standardabweichung von ca. 3 mGrad bei einer Amplitude von 1 nm und einer Phasenrate von 1.5 kHz hat. Diese lässt sich durch Erhöhung der Mittelung nicht signifikant reduzieren. Der Grund dafür liegt im thermischen Rauschen des Sensors, welches zur einem amplitudenabhängigen Phasenrauschen führt.

Um das Phasenrauschen der Elektronik zu charakterisieren, wurde eine zweite Messreihe ohne Verwendung des Nadelsensors und des Vorverstärkers durchgeführt. Dabei wurde der Ausgang der Elektronik mit dem Eingang verbunden und die Phase bei der gleichen Frequenz wie die Resonanzfrequenz des Nadelsensors aufgenommen. Das Ergebnis ist

ebenfalls in Abbildung 58 dargestellt. Der Einfluss der analogen Elektronik, bestehend aus Digital-/Analog- und Analog-/Digital-Wandler, ist dabei berücksichtigt, lediglich der Einfluss des Sensors und des Vorverstärkers wurden eliminiert.

Zu erkennen ist, dass die Standardabweichung des Phasenrauschens bei den Messungen ohne Nadelsensor geringer ist. Die Auflösung der Elektronik stellt somit nicht das auflösungslimitierende Element dar. Dabei lässt sich eine Standardabweichung von ca. $500 \mu\text{Grad}$ bei einer Phasenrate von 1.5 kHz erreichen.

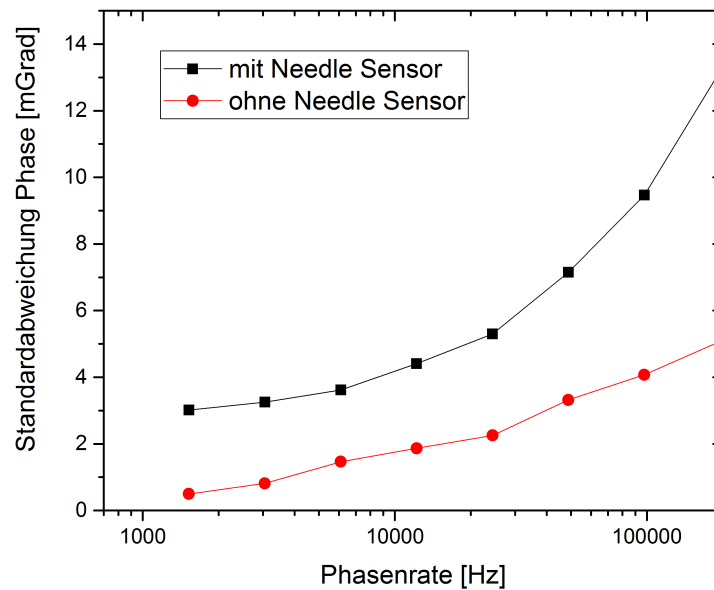


Abb. 58: Standardabweichung der gemessenen Phase in Abhängigkeit verschiedener Phasenmittlungen im Tracking-Modus. Schwarz: Messungen mit Nadelsensor, Rot: Messungen ohne Nadelsensor.

In Abbildung 59 ist zu erkennen, dass die gemessenen Standardabweichungen der Phase ca. einen Faktor zwei größer sind, als die theoretisch ermittelten Werte für das Phasenrauschen. Grund dafür ist, dass die theoretischen Überlegungen unterstellen, dass bis zu einer Bandbreite B die Komponenten des thermischen bzw. Detektorrauschens einbezogen werden und keine Rauschanteile bei höheren Frequenzen berücksichtigt werden. Spektrale Rauschkomponenten oberhalb der Bandbreite B werden nicht betrachtet. In der Realität lässt sich das vollständige Eliminieren für spektrale Komponenten oberhalb der Bandbreite nur durch den Einsatz steilflankiger Filter realisieren. In Kapitel 4.1.4 wird eine Methode vorgestellt, wie sich Rauschkomponenten oberhalb der Bandbreite minimieren lassen und somit eine bessere Anpassung der gemessenen Werte an die theoretischen erfolgt.

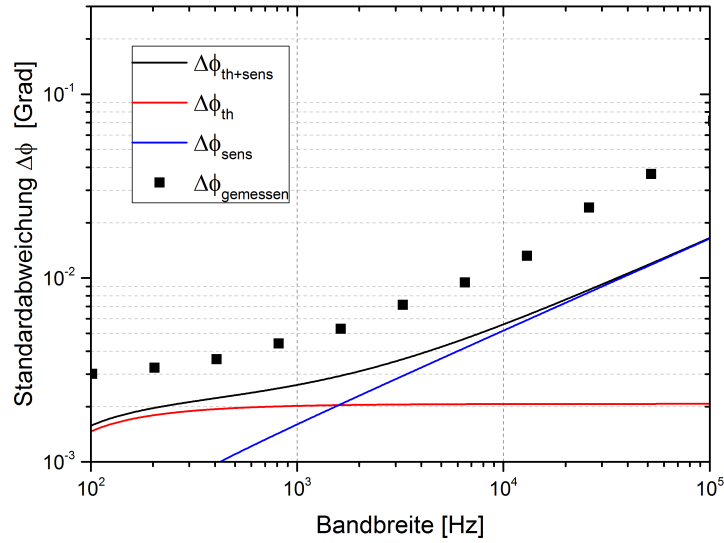


Abb. 59: Vergleich der gemessenen Standardabweichungen der Phase mit den theoretischen Phasenrauschkomponenten. Rot: thermisch bedingtes Phasenrauschen des Nadelsensors. Blau: Phasenrauschen bedingt durch den Vorverstärker Schwarz: Überlagerung der beiden Phasenrauschanteile.

In den vorherigen Abschnitten wurde die Bestimmung der Resonanzfrequenz und der Sprungantwort des Sensors und die Analyse des Phasenrauschens in Abhängigkeit von verschiedenen Mittelungen vorgestellt. Die Messungen wurden ohne Verwendung von Reglern durchgeführt. Im Hinblick auf die Bandbreite der Regelung wird im Folgenden der geschlossene Regelkreis analysiert. Der Regelkreis umfasst alle in der PLL bereits vorgestellten Komponenten. Um diesen zu analysieren, wird eine Übertragungsfunktion verwendet. Diese analysiert das Ausgangssignal des Phasenreglers.

4.1.3. Übertragungsfunktion des Frequenzverschiebungssignals Δf

Die Übertragungsfunktion ermöglicht eine Analyse und Optimierung der Regelparameter für den Regelkreislauf. Für die Messung wurde der Self-Oscillation Modus verwendet. Hierbei schwingt der Sensor bei seiner Resonanzfrequenz, welche sich idealerweise bei der Messung der Übertragungsfunktion nicht ändert. Durch Aktivierung der Regler, werden Amplitude und Phase auf den jeweiligen Sollwert geregelt. Ferner wird eine sinusförmige Modulation in der von der DDS generierten PLL-Frequenz erzeugt. Der Nadelsensor schwingt dabei weiter in seiner festen Resonanzfrequenz, da es sich hierbei um den Self-

Oscillation Modus handelt.

Eine Änderung der Resonanzfrequenz des Nadelsensors durch eine Änderung der Spitze-Probe-Wechselwirkung wird durch einen Sprung oder eine Modulation in der DDS-Frequenz emuliert. Die Phase wird dabei unter Verwendung des Phasendetektors bestimmt. Dieser vergleicht die Phase seiner beiden Eingänge, an denen das DDS-Signal und das Signal des Nadelsensors anliegen. Dabei ist eine Änderung in der Phase sowohl auf eine Änderung im Signal des Nadelsensors, als auch eine Änderung im Signal der DDS zurückzuführen. Aufgrund der Frequenzänderung der DDS ändert sich die gemessene Phase, was wiederum den Regler veranlasst, die PLL-Frequenz zu ändern. Dieser Prozess erfolgt mit dem Ziel, den vorherigen Sollwert der Phase durch Frequenzanpassung wiederherzustellen. Das kontrollierte Ändern der PLL-Frequenz kann in Form einer sinusförmigen oder rechteckförmigen Modulation erfolgen. Modulation bedeutet, dass die Änderung in unterschiedlichen Frequenzen erfolgt. Durch Betrachtung des Phasenreglersignals kann überprüft werden, bis zu welcher Modulationsfrequenz der Regler der Modulation folgen kann. Da der Regelkreis bandbegrenzt ist, kann der Phasenregler einer Modulation oberhalb der Bandbreite des Regelkreises nicht mehr folgen. Somit kann die Amplitude des Phasenreglersignals im Verhältnis zur Modulationsamplitude als Übertragungsfunktion in Abhängigkeit der Modulationsfrequenz zur Feststellung der Bandbreite bzw. zur Optimierung der Reglerparameter benutzt werden.

Aus Kapitel 3.3.6 ist bereits bekannt, dass ein idealer P-Faktor für die Einstellung des Phasenreglers verwendet werden kann. In Abbildung 60 sind Übertragungsfunktionen des Frequenzverschiebungssignals Δf in Abhängigkeit verschiedener P-Faktoren dargestellt. Die Phasenmittelung beträgt hierbei 2048, was einer Phasenrate von ca. 48 kHz entspricht. Die Berechnung des optimierten P-Faktors ergibt $P=2712$.

Ist der P-Faktor des Reglers zu gering (siehe schwarze Übertragungsfunktion), fällt die Übertragungsfunktion bei geringen Modulationsfrequenzen ab, da der Regler mehr Zeit benötigt, um die Phasenabweichung auszuregeln. Ist der P-Faktor zu groß, nimmt die Übertragungsfunktion einen Wert größer als Eins an. Man spricht hierbei vom sogenannten Überschwingen (engl. Gain Peaking). Dies ist sehr deutlich an der dunkelblauen Kurve zu erkennen. Idealerweise verläuft die Übertragungsfunktion wie die hellblaue oder pink dargestellte Kurve. Kann ein geringes Überschwingen toleriert werden, kann somit die Bandbreite leicht erhöht werden. Im Vergleich dazu weist die rote Kurve kein Überschwingen auf, jedoch ist die Bandbreite hierbei geringer als bei den Kurven für $P=2300$ bzw. $P=2500$, bei denen leichtes Überschwingen auftritt. Die Bandbreite ist dabei die Frequenz, bei der die Übertragungsfunktion den Wert $-3 \text{ dB} \approx 0.707$ annimmt.

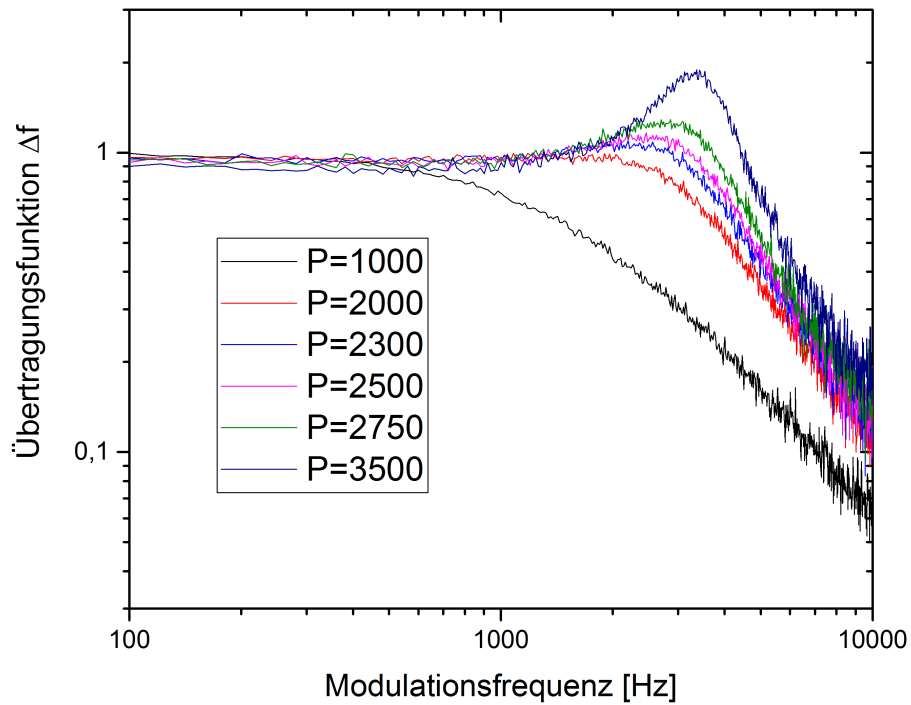


Abb. 60: Δf bzw. PLL-Übertragungsfunktion bei 2048 Phasenmittlungen für verschiedene P-Werte.

Im Folgenden werden verschiedene Übertragungsfunktionen für verschiedene Phasenraten betrachtet. Dabei wurde zunächst eine Anpassung des P-Faktors vorgenommen (vgl. Abbildung 60). Dazu wurde die PLL-Frequenz sinusförmig moduliert. Die Amplitude der sinusförmigen Modulation entspricht dabei der Frequenzabweichung ausgehend von der Resonanzfrequenz. Die Modulation hat eine Amplitude von 10 Hz. Somit wird die DDS-Frequenz sinusförmig von $f_{min} = 996656 - 5 \text{ Hz}$ bis $f_{max} = 996656 + 5 \text{ Hz}$ moduliert. Der Regler regelt dabei die aus der Frequenzverschiebung resultierende Phase und den sich daraus resultierenden Phasenfehler aus. In Abbildung 61 ist die Übertragungsfunktion von Δf für sieben verschiedene Phasenmittlungen dargestellt. Zu erkennen ist, dass sich die Grenzfrequenzen (Frequenz bei der die Übertragungsfunktion den Wert -3 dB annimmt) voneinander unterscheiden. Je größer die Anzahl an Mittlungen, desto kleiner ist die Grenzfrequenz bzw. die erzielbare Bandbreite.

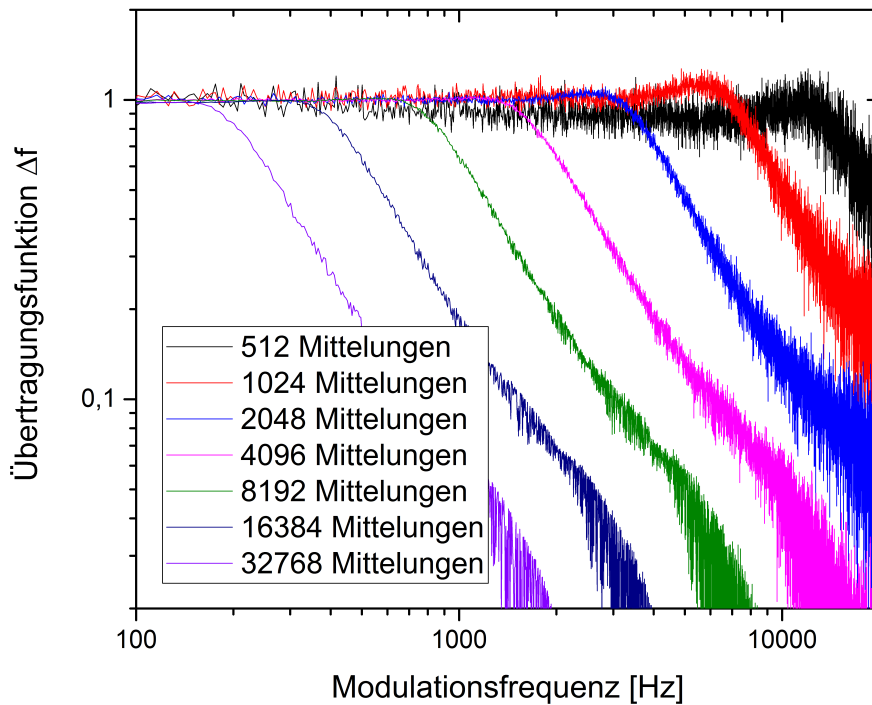


Abb. 61: Δf bzw. PLL-Übertragungsfunktion für verschiedene Phasenmittlungen und jeweils optimiertem P-Wert.

Betrachtet sei im Folgenden die Übertragungsfunktion für 32768 Mittelungen. Zu erkennen ist, dass hierbei die Grenzfrequenz in etwa bei 200 Hz liegt. Die Phasenrate beträgt bei 32768 Mittelungen ca. 3 kHz ($100 \text{ MHz} / 32768 \approx 3051 \text{ Hz}$). Die erreichbare Bandbreite ist jedoch eine Potenz geringer als die Phasenrate. Der Zusammenhang ist in Kapitel 3.3.8 erläutert. Der Grund für die Begrenzung der Bandbreite liegt in der Übertragungsfunktion des Mittelwertfilters.

In Abbildung 62 ist ein Vergleich der gemessenen Übertragungsfunktion mit der in der Theorie berechneten (vgl. Kapitel 3.3.8) für eine Mittelung von 32768 Phasenwerten dargestellt.

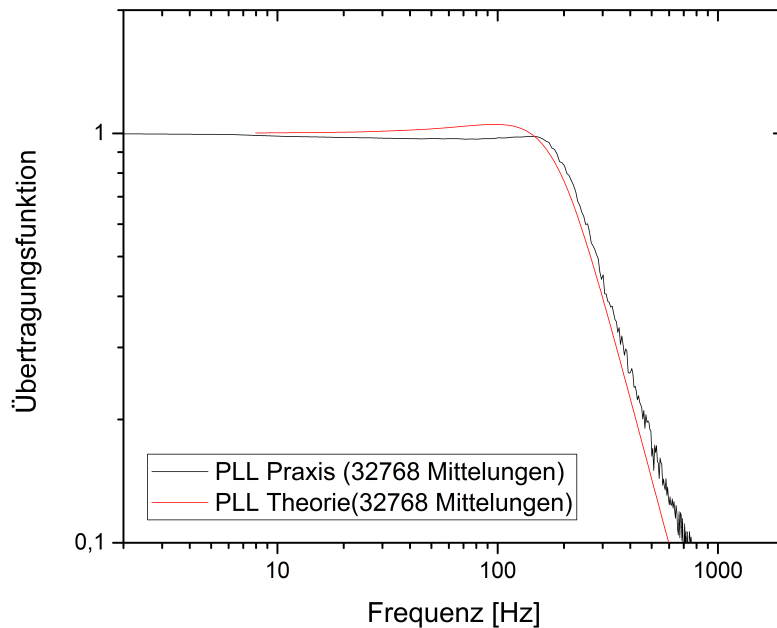
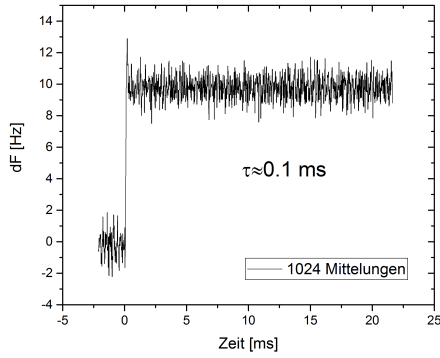


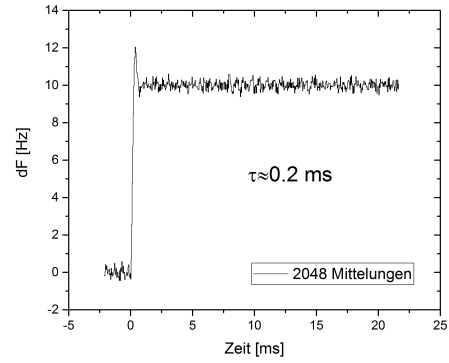
Abb. 62: Gemessener und berechneter Verlauf der Übertragungsfunktion bei einer Phasenmittelung über 32768 Werte. In schwarz dargestellt ist der gemessene Verlauf der Übertragungsfunktion. In rot dargestellt die berechnete Übertragungsfunktion basierend auf einem Tiefpass 1. Ordnung als Mittelwertfilter.

Die Bandbreite bzw. Grenzfrequenz der PLL wird somit durch die Grenzfrequenz des Mittelwertfilters bestimmt. Der Mittelwertfilter hat beispielsweise bei einer Mittelung von 32768 Phasenwerten eine Phasenrate von 3 kHz (vgl. Abbildung 40), wobei die Grenzfrequenz bei ca. 215 Hz liegt. Das Verhältnis von Phasenbestimmungsrate und Bandbreite (z.B. $3 \text{ kHz} / 215 \text{ Hz} \approx 14$) beschreibt somit die Anzahl an Regelungsschritten die benötigt werden, um eine Regelabweichung auszuregeln. Die Bestimmung des P-Wertes erfolgte unter der Annahme, dass der Regler die Regelabweichung innerhalb eines Regeltaktes ausregeln kann, da das Verhalten der Regelstrecke bekannt ist. Somit stellt der Regler keine Limitierung hinsichtlich der erreichbaren Bandbreite innerhalb der PLL dar.

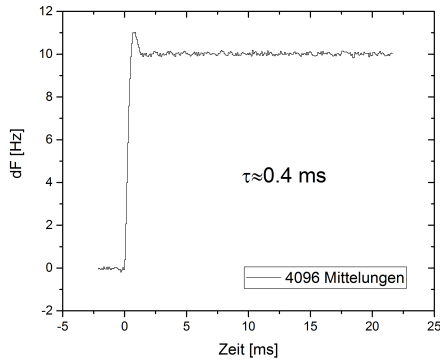
Das Regelverhalten sei im Folgenden durch eine rechteckförmige Modulation betrachtet. Dadurch lässt sich die Sprungantwort des Phasenreglers bestimmen. Dazu wird die Modulationsfrequenz auf 1 Hz festgesetzt. In Abhängigkeit der verschiedenen Phasenmittlungen ergibt sich der in Abbildung 63 dargestellte zeitliche Verlauf des Phasenreglersignals. Zu erkennen ist, dass mit zunehmender Mittelungsanzahl das Rauschen des Phasenreglersignals verringert wird.



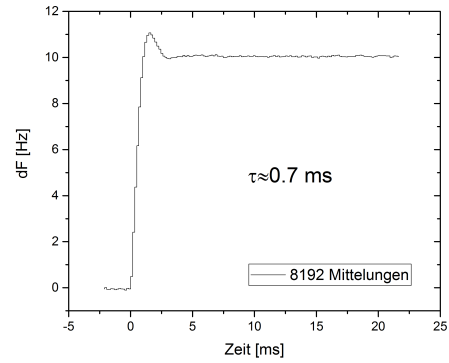
(a) 97.7 kHz Phasenrate.



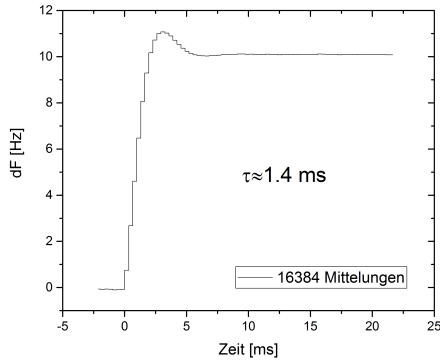
(b) 48.8 kHz Phasenrate.



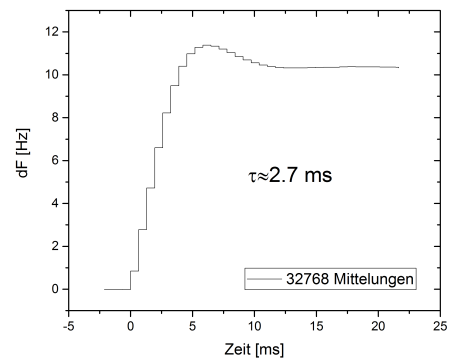
(c) 24.4 kHz Phasenrate.



(d) 12.2 kHz Phasenrate.



(e) 6.1 kHz Phasenrate.



(f) 3 kHz Phasenrate.

Abb. 63: Dargestellt ist das Phasenreglersignal bei einer rechteckförmigen Modulation der PLL-Frequenz. Die Modulation erfolgt in Form eines Rechtecks bei einer Amplitude von 10 Hz, was einer Abweichung von ± 5 Hz um die Resonanzfrequenz entspricht. Die Modulationsfrequenz beträgt 1 Hz. Dargestellt sind die verschiedenen Phasenreglersignale in Abhängigkeit von der Phasenmittelung.

Betrachtet man bei einer Mittelung von 8192 Werten (Phasenrate von 12.21 kHz) einen Sprung im Phasenreglersignal, sind die einzelnen Reglertakte und das sich stufenförmig ergebende Ausgangssignal des Reglers zu erkennen. In Abbildung 64 ist das aufgrund eines Sprunges in der DDS-Frequenz resultierende Phasenreglersignal dargestellt. Zu erkennen sind die einzelnen Ausgangswerte des Reglers bei einer Phasenmittelung von 12.21 kHz. Der Regler benötigt zum Ausregeln innerhalb des geschlossenen Regelsystems etwa 5 ms, jedoch durchläuft er den stationären Endwert bereits nach etwa 1 ms, was einer Bandbreite von 1 kHz entspricht (vgl. Abbildung 61).

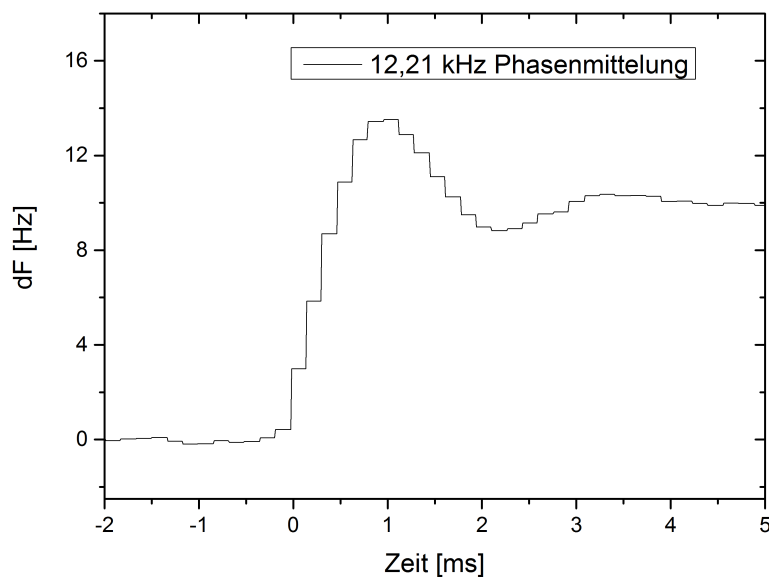


Abb. 64: Dargestellt ist das Phasenregelsignal bei einer rechteckförmigen Modulation der PLL-Frequenz. Die Modulation erfolgt in Form eines Rechtecks bei einer Amplitude von 10 Hz, was einer Abweichung um ± 5 Hz um die Resonanzfrequenz entspricht. Die Modulationsfrequenz beträgt 1 Hz. Dargestellt ist das Phasenregelsignale für eine Mittelung von 12.21 kHz.

Bei genauer Betrachtung fällt auf, dass der Regler in Abbildung 63(c)-63(f) nach etwa vierzehn (vgl. Verhältnis Phasenbestimmungsrate und Bandbreite) Takten den stationären Endwert bis auf kleine Oszillationen erreicht hat. Ein idealer P-Faktor hätte den Phasenfehler innerhalb eines Taktes ausgeregelt. Der Grund für die Abweichung liegt auch hierbei in der Übertragungsfunktion des Mittelwertfilters.

Bisherige Analysen wurden im Hinblick auf das dynamische Verhalten des Sensors und der Elektronik durchgeführt. Ein wesentliches Merkmal ist dabei die Übertragungsfunktion der PLL, welche sich als sinnvolles Hilfsmittel zur Justierung der Reglerparameter eignet.

Im folgenden Abschnitt soll nun das Rauschen im stationären Zustand untersucht werden. Dabei wird das Rauschdichtespektrum des Phasenreglersignals untersucht. Es wird gezeigt, dass das Rauschdichtespektrum eine Funktion der Schwingungsamplitude des Sensors darstellt, mithilfe derer sich Aussagen über das Rauschen, genauer dem thermischen Rauschen, dem Detektorrauschen und dem Rauschen der Elektronik treffen lassen.

4.1.4. Rauschanalyse des Gesamtsystems

Zunächst seien die Voraussetzungen, unter denen die Messungen durchgeführt wurden, erläutert. Der Nadelsensor wird im Tracking- oder Self-Oscillation Modus in seiner Resonanzfrequenz betrieben. Die Amplituden- und Phasenregelung sind dabei aktiviert. Der Phasenregler wurde mit mithilfe der bereits vorgestellten Übertragungsfunktion durch Verwendung des optimierten P-Wertes (vgl. Kapitel 3.3.6) optimiert. Das Ausgangssignal des Phasenreglers (Δf -Signal), das die Abweichung von der Resonanzfrequenz darstellt, wurde über die analogen Ausgänge der Elektronik mit dem Spektrumanalysator HP35670A verbunden. In Abbildung 65 ist das mithilfe des Spektrumanalysators dargestellte Spektrum des Phasenreglersignals zu sehen.

Das in Abbildung 65 gezeigte Spektrum wurde bei einer Phasenrate von 97.66 kHz aufgenommen. Die Schwingungsamplitude des Sensors betrug 0.125 nm. Da es sich hierbei um eine geringe Oszillationsamplitude handelt, ist der Rauschanteil im Signal entsprechend höher, als bei größeren Amplituden. Es soll gezeigt werden, dass das durch die Elektronik erzeugte Rauschen deutlich geringer ist, als das thermische Rauschen vom Sensor bzw. des Vorverstärkers. Unter den genannten Voraussetzungen lässt sich das dargestellte Rauschdichtespektrum im Wesentlichen durch zwei Komponenten darstellen. Die in der Abbildung waagerecht dargestellte rote Linie entspricht dem thermischen Rauschen $N_{f,th}$, welches von der Amplitude des Sensors abhängt. Je größer die Amplitude, umso geringer ist das thermische Rauschen. Das thermische Rauschen stellt dabei eine Funktion der Güte, Resonanzfrequenz und der Temperatur dar. Mit steigender Amplitude verringert sich das thermische Rauschen. Durch Vergrößerung der Amplitude lässt sich der Einfluss des thermischen Rauschens minimieren und eine Aussage über das Grundrauschen der Elektronik treffen.

Die zweite Rauschdichtekomponente ist die des Vorverstärkers, der als Ladungsverstärker implementiert ist. Verwendet wurde dabei ein Ladungsverstärker der Firma Femto mit der Bezeichnung HQA-15M-10T [44]. Das sogenannte Detektorrauschen ist eine linear ansteigende Funktion in Abhängigkeit der Frequenz. Dargestellt ist der Zusammenhang

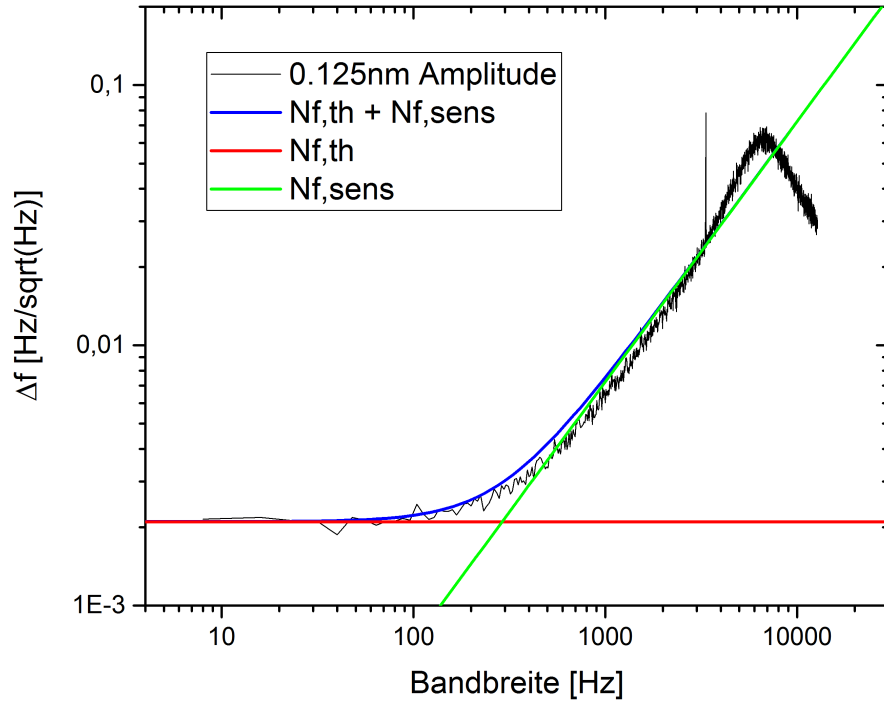


Abb. 65: Δf Spektrum im Tracking Modus bei einer Resonanzfrequenz von ca. 996 kHz und einer Oszillationsamplitude von 0.125 nm aufgenommen.

in der grün dargestellten Linie in Abbildung 65. Die thermische Rauschdichte und die Detektorrauschdichte seien gegeben durch Formel 2.30 und 2.33. Dazu seien die in Tabelle 5 dargestellten Parameter verwendet.

Q	f_0 [Hz]	Amp. A [m]	k_B [$\frac{J}{K}$]	Temp. T [K]	k [$\frac{N}{m}$]	$N_{z,sens}$ [$\frac{m}{\sqrt{Hz}}$]
8667	996662	$0.125 \cdot 10^{-9}$	$1.38 \cdot 10^{-23}$	300	$1.91 \cdot 10^6$	$6.4 \cdot 10^{-16}$

Tab. 5: Benötigte Parameter zur Berechnung der Rauschdichte.

Eine Überlagerung von beiden Rauschdichteanteilen erhält man durch den folgenden Ausdruck: $\sqrt{N_{f,th}^2 + N_{f,sens}^2}$. Das Ergebnis ist die blau dargestellte Kurve in Abbildung 65. Zu erkennen ist, dass die theoretischen Grundannahmen der Existenz des thermischen Rauschens und des Detektorrauschens eine gute Beschreibung des gemessenen Rauschdichtespektrums des Phasenreglersignals darstellen.

Im vorherigen Abschnitt wurde erläutert, dass die Phasenbestimmungsrate Einfluss auf

die maximale Bandbreite des Regelkreises hat. Bei einer Phasenmittelung von 97.66 kHz konnte eine maximale Bandbreite von 9.5 kHz erreicht werden. Im dargestellten Rauschdichtespektrum ist dies durch Abfall der Rauschanteile oberhalb von 7.5 kHz erkennbar (-3 dB bei 9.5 kHz). Frequenzanteile, die oberhalb dieser Frequenz liegen, werden aufgrund der Phasenmittelung, die als Tiefpass wirkt, gedämpft.

Abbildung 66 zeigt das Spektrum des Phasenreglersignals Δf am analogen Ausgang der Elektronik. Es handelt sich hierbei um eine Amplitudenserie, da der Nadelsensor bei verschiedenen Amplituden angeregt wird, jedoch die Phasenmittelung bei beiden Messungen unverändert blieb. Im vorliegenden Beispiel wird die Amplitudenserie bei einer Phasenmittelung von 97.66 kHz durchgeführt. Durch Erhöhung der Amplitude wird das Δf -Rauschen verringert. Die maximale Amplitude beträgt 16 nm. Zusätzlich zu dem gemessenen Δf -Rauschen ist das ideale Rauschen als Summe von thermischem Rauschen und Detektorrauschen eingezeichnet. Das Detektorrauschen steigt mit zunehmender Frequenz linear an.

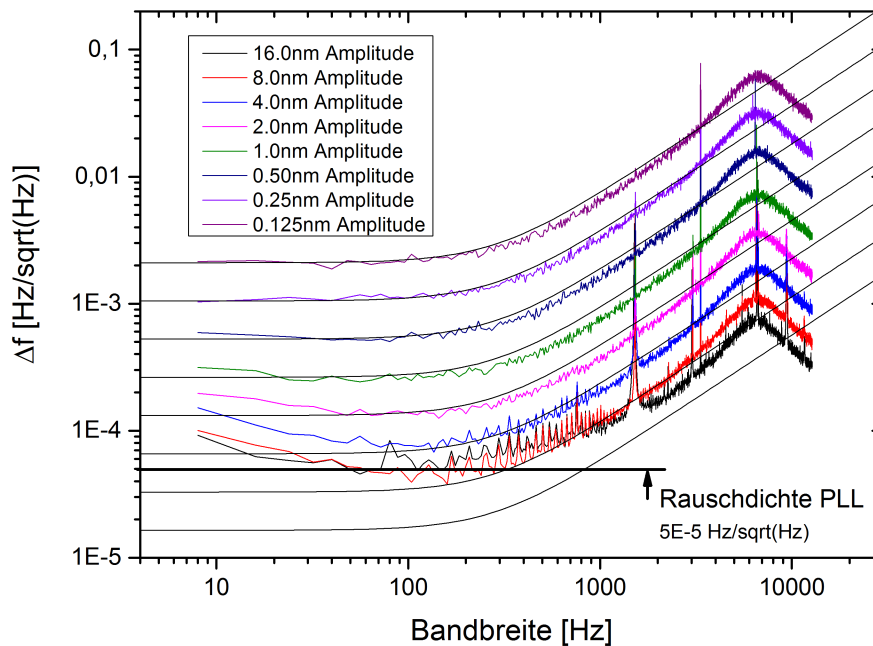


Abb. 66: Δf Spektrum für verschiedene Amplituden im Tracking-Modus bei einer Resonanzfrequenz von ca. 996 kHz. Zusätzlich ist der theoretische Verlauf in Abhängigkeit der Amplituden eingezeichnet. Das elektronische Rauschlevel beträgt ca. $5 \cdot 10^{-5} \frac{\text{Hz}}{\sqrt{\text{Hz}}}$.

Erhöht man nun die Amplitude des Sensors, wird das Rauschen gemäß Gleichung 2.30 verringert. Zu beachten ist, dass der Ladungs-Vorverstärker eine maximale Ausgangsspannung von ± 10 V unterstützt. Im vorliegenden Messaufbau wird die maximale Spannung bei einer Sensoramplitude von 16 nm erreicht. Zur Bestimmung der Amplitude aus der Spannung am Verstärkerausgang wird ein Kalibrierungsfaktor von ca. 0.63 V/nm verwendet [11]. Das Ergebnis der Amplitudenserie ist in Abbildung 66 dargestellt. Die Amplitude wird dabei jeweils um den Faktor 2 erhöht. Zu erkennen ist, dass der gemessene Verlauf bis zu einer Amplitude von 4 nm dem theoretisch berechneten Verlauf der Rauschdichte entspricht. Bei größeren Amplituden verringert sich der Abstand zwischen den gemessenen Kurven nicht mehr, was auf ein Grundrauschen der Elektronik zurückzuführen ist. Das Grundrauschen liegt ca. bei $5 \cdot 10^{-5} \frac{\text{Hz}}{\sqrt{\text{Hz}}}$. Zu beachten ist jedoch, dass hierbei der Ladungsverstärker im Grenzbereich seiner Spezifikation betrieben wird. Somit kann an dieser Stelle keine eindeutige Aussage über das Grundrauschen der PLL getroffen werden. Lediglich die Summe aller verwendeten Komponenten bestehend aus Vorverstärker, Nadelsensor und PLL führten zu einem Limit im Grundrauschen von $5 \cdot 10^{-5} \frac{\text{Hz}}{\sqrt{\text{Hz}}}$.

Eine Vergleichsmessung mit der bisher verwendeten Elektronik EasyPLL der Firma NanoSurf [45] ist in Abbildung 67 dargestellt. Die Messungen werden mit einem Nadelsensor, dessen Resonanzfrequenz bei 640 kHz liegt, aufgenommen. Die Angabe der Amplitude bezieht sich hierbei auf die Spannung am Ausgang des Vorverstärkers. Die größte Amplitude entspricht einer Ausgangsspannung von 200 mV am Ladungsverstärkerausgang. Somit wird der Verstärker hierbei nicht in den Grenzen der Spezifikation betrieben. Zu erkennen ist, dass das Grundrauschen bei ca. $1 \cdot 10^{-3} \frac{\text{Hz}}{\sqrt{\text{Hz}}}$ liegt. Im Vergleich zur entworfenen Elektronik ist dies ein ca. 20 mal größeres Grundrauschen.

Die EasyPLL unterstützt eine maximale Bandbreite von 1.2 kHz. Im Vergleich zur XPLL konnte die Bandbreite um mehr als das Zehnfache erhöht werden.

Die Amplitudenserie wird bei einer konstanten Phasenmittelung von 97.66 kHz für verschiedene Schwingungsamplituden des Nadelsensors aufgenommen. Im Vergleich dazu wird im folgenden Abschnitt das Spektrum des Frequenzverschiebungssignals Δf in Abhängigkeit der verschiedenen Bandbreiten bei einer konstanten Oszillationsamplitude aufgenommen.

4.1.5. Frequenzverschiebungssignal Δf in Abhängigkeit der Bandbreite

Im Gegensatz zur Amplitudenserie werden bei konstanter Anregungsamplitude des Nadelsensors die verschiedenen Phasenreglersignalspektren in Abhängigkeit der Phasenmitte-

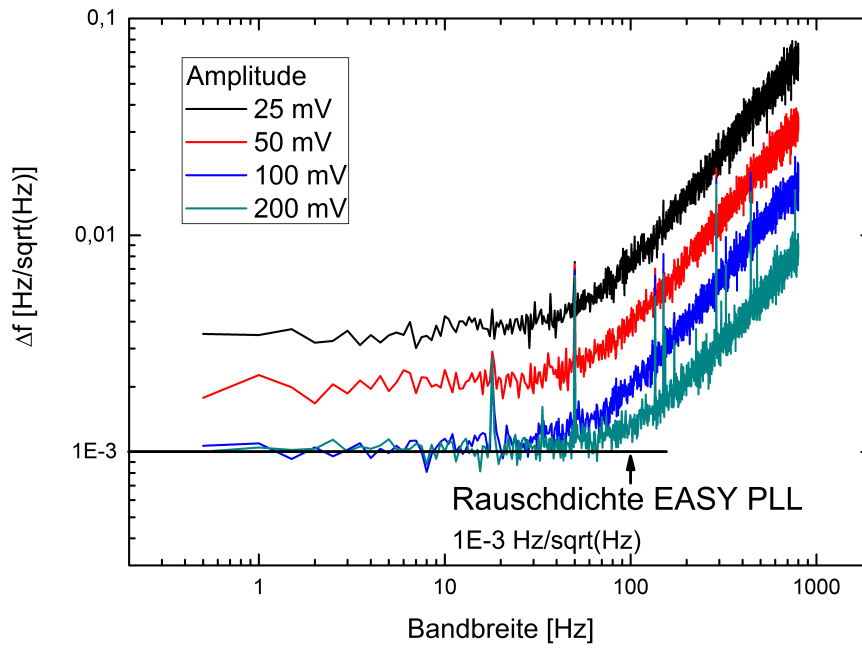


Abb. 67: Δf Spektrum für verschiedene Amplituden bei einer Resonanzfrequenz von ca. 640 kHz. Das elektronische Rauschlevel der EasyPLL beträgt ca. $1 \cdot 10^{-3} \frac{\text{Hz}}{\sqrt{\text{Hz}}}$.

lungen aufgenommen. Bei den dargestellten Messungen wird der Nadelsensor mit einer Amplitude von 0.125 nm betrieben. In Abbildung 68 sind die Spektren des Phasenreglersignals für eine konstante Anregungsamplitude bei Phasenraten von 97.66 kHz bis hin zu 1.53 kHz dargestellt.

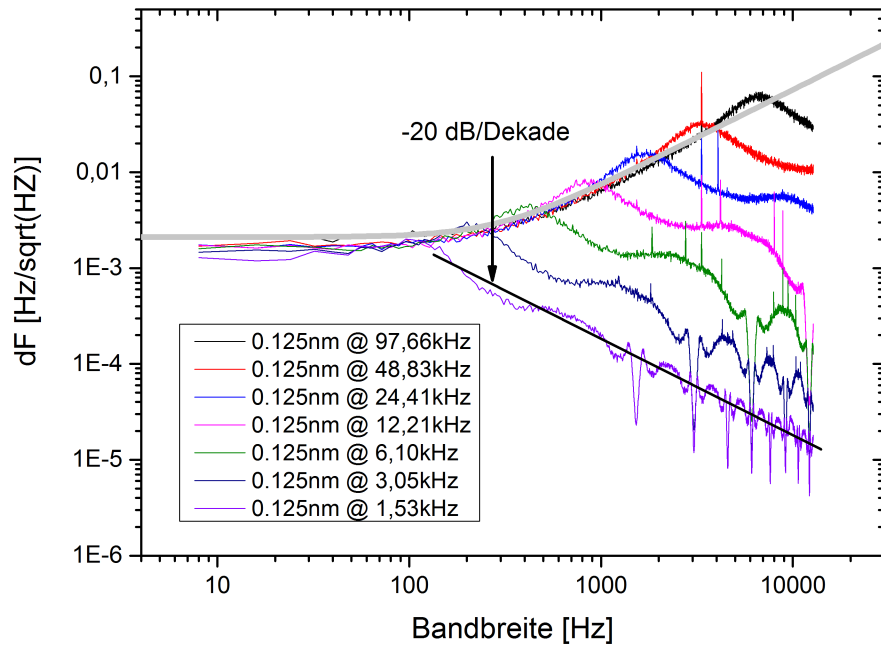


Abb. 68: Δf Spektrum für verschiedene Phasenmittlungen im Tracking-Modus bei einer Resonanzfrequenz von ca. 996 kHz und einer konstanten Amplitude von 0.125 nm.

Zu erkennen ist, dass die Bandbreite des Phasenreglersignals mit der Anzahl an Phasenmittlungen variiert. Mit steigender Bandbreite wird der Anteil des linear ansteigenden Detektorrauschens erhöht. Bei einer Phasenmittlung von 97.66 kHz kann eine Phasenregelbandbreite von 9.5 kHz erreicht werden. Je höher die Bandbreite, desto schneller kann während des AFM-Betriebs die Probe abgerastert werden. Allerdings wird durch eine Erhöhung der Bandbreite bzw. durch eine Verringerung der Phasenmittlungen die minimal mögliche Phasenauflösung aufgrund von zunehmendem Rauschen vergrößert (vgl. Abbildung 58).

Der Verlauf der verschiedenen Kurven unterscheidet sich im Wesentlichen nur durch die Grenzfrequenz, die eine Funktion der Phasenmittlung darstellt. Da für die verschiedenen Messungen die gleichen Anregungsamplituden gewählt wurden, ergibt sich für alle Messungen das gleiche thermische sowie Detektorrauschdichtespektrum. Um den Einfluss von Frequenzen oberhalb der Grenzfrequenz zu minimieren, lässt sich das Phasenreglersignal zusätzlich digital über den Einsatz eines IIR-Filters (vgl. Kapitel 3.3.7) außerhalb des Phasenregelkreises tiefpassfiltern, bevor es in ein analoges Signal umgewandelt wird.

In Abbildung 69 die Spektren für das Phasereglersignal mit und ohne IIR-Tiefpassfilter

dargestellt. Die Mittelung beträgt hierbei 1024 Phasenwerte. Somit resultiert daraus eine Bandbreite (-3 dB) von 9.5 kHz. Die schwarze Kurve zeigt den Verlauf des Rauschdichtespektrums ohne zusätzliche Filterung des Signals. Zu erkennen ist, dass die Dämpfung oberhalb der Bandbreite ohne Verwendung eines zusätzlichen Filters mit -20 dB/Dekade abfällt (vgl. auch Abbildung 68). Durch Verwendung des Filters können fünf verschiedene Grenzfrequenzen eingestellt werden (vgl. Tabelle 3). Zu erkennen ist, dass die Flankensteilheit des IIR-Tiefpasses bedeutend steiler ist, als die eines einfachen Mittelwertfilters. Ferner ist zu sehen, dass die Flankensteilheit des IIR-Filters bei geringeren Bandbreiten abnimmt. Generell gilt, dass durch den Einsatz eines IIR-Filters das Frequenzspektrum oberhalb der Bandbreite wesentlich besser gedämpft wird, als nur bei der Verwendung des Mittelwertfilters (vgl. Kapitel 3.3.5).

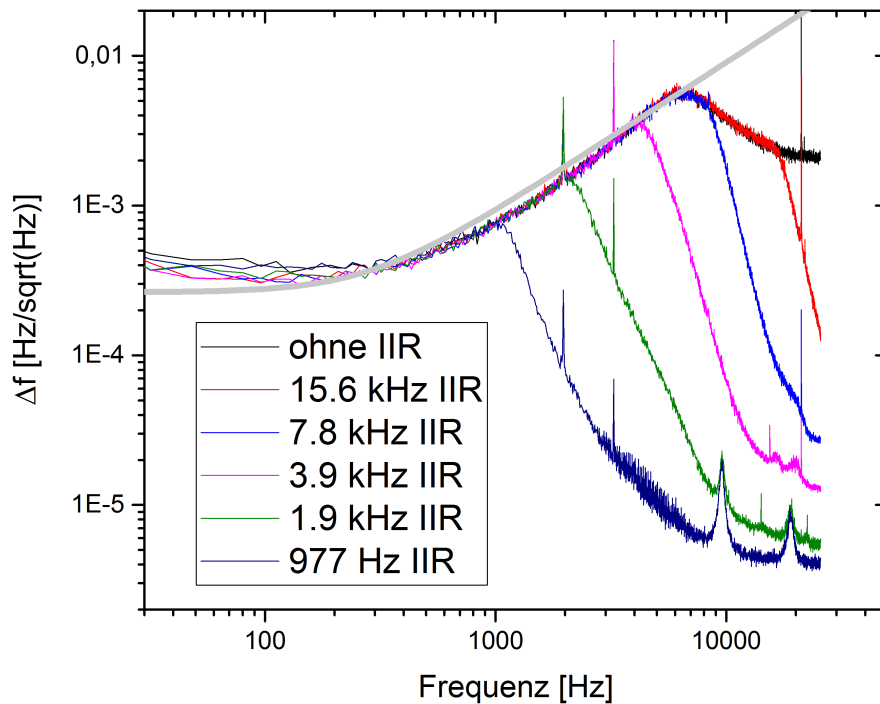


Abb. 69: Δf Spektrum für verschiedene Phasenmittlungen im Tracking-Modus bei einer Resonanzfrequenz von ca. 996 kHz und einer konstanten Amplitude von 0.125 nm.

In Abhängigkeit der gewählten Grenzfrequenz des Filters werden die spektralen Anteile derart gedämpft, dass sich daraus ein Vergleich der Standardabweichung des Phasenreglersignals wie in Abbildung 70 dargestellt, ergibt.

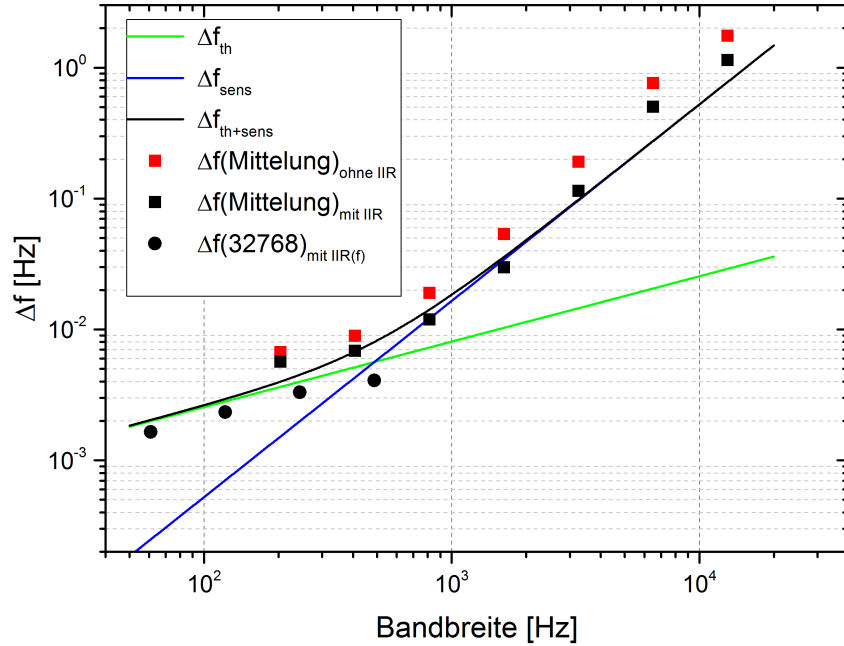


Abb. 70: Theoretisches Spektrum von Δf -Signal erweitert um Standardabweichung von gemessenem Δf .

Durch Integration des Rauschdichtespektrums des Phasenreglersignals lässt sich die Standardabweichung von Δf in Hertz berechnen. Der theoretische Verlauf der Standardabweichung ist in Abbildung 70 als Summe des thermischen (grün dargestellt) und des Detektorrauschens (blau dargestellt) in schwarz dargestellt. Die Messungen zeigen für verschiedene Phasenraten Bandbreiten (abhängig von der Mittelung) den Vergleich der Standardabweichung des Phasenreglersignals mit und ohne IIR-Filter. Die Messungen ohne Filter sind als rote Quadrate dargestellt. Zu erkennen ist, dass die Standardabweichung, also das Rauschen, höher ist, als bei Verwendung des Filters. Gernerell existieren für jede Phasenmittlungen verschiedene Grenzfrequenzen des Filters (vgl. Tabelle 3). Die Bestimmung der schwarzen Quadrate erfolgte jeweils mit einem IIR-Filter, der als Grenzfrequenz etwa die Bandbreite der aktuellen Phasenrate besitzt. Zu erkennen ist, dass durch Verwendung der Filter die gemessene Standardabweichung näher an der theoretisch berechneten liegt. Die Messungen der Standardabweichung wurden an dieser Stelle mithilfe des Oszilloskops bestimmt. Somit können Abweichungen vom tatsächlichen Wert auftreten. Jedoch ist der Vergleich zwischen den Messungen mit und ohne Filter aussagekräftig genug, da bei beiden die gleiche Messmethode verwendet wurde.

Die entworfene Elektronik ist für die Realisierung hoher Bandbreiten ebenso wie für kleine Bandbreiten bei hoher Frequenzauflösung konzipiert. In Abbildung 70 ist auch eine Messung für eine Mittelung über 32768 Werte dargestellt (schwarze Kreise). Hierbei wurde die Standardabweichung von Δf in Abhängigkeit der verschiedenen IIR-Grenzfrequenzen dargestellt. Zu erkennen ist, dass bei geringen Grenzfrequenzen die Standardabweichung etwa der theoretisch berechneten entspricht. Durch den Einsatz der Filter lässt sich die Standardabweichung des Δf -Signals bei einer Bandbreite unterhalb von 100 kHz auf 2 mHz reduzieren.

In den vorherigen Abschnitten wurde der Phasenregler im Hinblick auf die zu erwartende Bandbreite und das daraus resultierende Phasenrauschen bzw. Frequenzrauschen charakterisiert. Dazu wurde der Regler mithilfe des optimierten P-Faktors justiert und durch den Einsatz der Übertragungsfunktion validiert. Eine spektrale Analyse des Frequenzverschiebungssignals zeigte, dass durch den Einsatz weiterer Filter das Rauschen verringert werden kann.

Im Folgenden soll nun der Amplitudenregler charakterisiert werden.

4.1.6. Amplitudenregler

Innerhalb dieses Abschnitts soll der Einsatz des Amplitudenreglers untersucht werden. Im Self-Oscillation Modus kommt dem Amplitudenregler eine besondere Bedeutung zu. Der Versatz zwischen Eingangs- und Ausgangssignal soll in der Resonanz am Sensor -90° betragen. Da sich der Sensor selbst anregt muss der Versatz zwischen Ausgangs- und Eingangssignal (vom Sensor durch die Elektronik zum Sensor) $+90^\circ$ betragen. Das Ausgangssignal des Sensors wird digital abgetastet und über Digital-Analog-Wandler wieder dem Sensor zugeführt. Idealerweise sollte kein Versatz bzw. keine Laufzeitverzögerung durch die Elektronik hervorgerufen werden, wodurch digital ein Versatz von $+90^\circ$ realisiert werden muss. In der Praxis treten jedoch Laufzeitverzögerungen auf. Diese können durch zusätzliche Phasenverschiebungen innerhalb des Digitalteils erzeugt werden, so dass die Verschiebung von $+90^\circ$ abweichen muss. Die Auflösung der Phasenverschiebung hängt von der Abtastrate und der Resonanzfrequenz ab. Die Phasenverschiebung wird innerhalb des FPGA durch eine Anzahl Pausen mit einer Länge von jeweils 10 ns realisiert. Dies entspricht einer Pause von einem Abtasttakt bei einer Abtastrate von 100 MSamples/s. Bei einer Resonanzfrequenz von ca. 1 MHz ergibt sich daraus eine zeitliche Verschiebung von $1/100$ einer Schwingung, was 3.6° entspricht. Da der Sensor sich mit seinem Ausgangssignal selber anregt, muss die Verstärkung innerhalb des Self-Oscillation Modus exakt den Wert

0 dB aufweisen. In der Praxis ist die Verstärkung kleiner als 0 dB, da durch die Verwendung von analogen Komponenten, wie z.B. Übertragern geringe Dämpfungen auftreten. Ist die Verstärkung somit kleiner als 0 dB tritt innerhalb weniger Schwingungen ein Abklingen der Oszillationsamplitude ein. Dieses führt dazu, dass der Sensor nicht mehr schwingt. Somit ist der Einsatz des Amplitudenreglers unverzichtbar. Wird der Sensor exakt in der Resonanz betrieben, was einer Verschiebung von 90° entspricht, ist die Amplitude des Sensors maximal. Um die gemessene Amplitude auf die vorgegebene Sollamplitude zu regeln, wird in der idealen Resonanz ein geringes Amplitudereglersignal benötigt, da die Amplitude maximal ist. Weicht die Phasenverschiebung von der idealen Verschiebung von 90° ab, reagiert der Sensor mit einer geringeren Amplitude (gemäß Bodeplot), als in der Resonanz. Dies führt dazu, dass die gemessene Amplitude eine größere Abweichung vom Amplitudensollwert aufweist, was durch den Amplitudenregler durch Erhöhung seines Ausgangssignals kompensiert wird. Das Reglerausgangssignal ist ein Multiplikator für das Anregungssignal des Sensors, mit welchem das Oszillationssignal multipliziert wird. In Abbildung 71 ist der Verlauf des Amplitudereglersignals in Abhängigkeit der im Digitalteil zusätzlich erzeugten Phasenverschiebung. Dabei ist zu beachten, dass der Multiplikator durch den Amplitudenregler nur zwischen den Werten Null und Eins angepasst werden kann. Ist somit die Verstärkung innerhalb des Regelkreises kleiner als 0 dB, kann dies durch den alleinigen Einsatz des Amplitudenreglers nicht kompensiert werden. In diesem Fall kann das abgetastete Eingangssignals entsprechend der benötigten Verstärkung digital verstärkt werden (Gain-Block), so dass im Anschluss daran eine Anpassung durch den Amplitudenregler auf eine Gesamtverstärkung von 0 dB erfolgt.

Idealerweise muss die Elektronik eine Verschiebung von $+90^\circ$ erzeugen, damit die negative Verschiebung am Sensor kompensiert wird. In der Abbildung ist zu erkennen, dass das Amplitudereglersignal ein Minimum bei einer Verschiebung von $+100^\circ$ erreicht. Das Signal hängt dabei von der Phasenverschiebung ab, welche sich antiproportional zum Amplitudenverlauf nahe der Resonanzfrequenz verhält. Zu erkennen ist, dass eine Verschiebung von $+90^\circ$ keine ideale Kompensation darstellt, da das Minimum in dem Amplitudereglersignal bei einer Verschiebung von $+100^\circ$ auftritt. Aufgrund von Abtastvorgängen und Berechnungen innerhalb des FPGA wird eine zusätzliche Laufzeitverzögerung von $+10^\circ$ hervorgerufen. Eine Laufzeitverschiebung von $+10^\circ$ entspricht bei einer Signalfrequenz von ca. 1 MHz einem zeitlichen Versatz von ca. 27 ns. Dieser Versatz ergibt sich als Summe aller zeitlich auftretenden Verzögerungen innerhalb des Analog- und Digitalteils und stellt einen Versatz über mehrere Schwingungen hinweg dar. Typischerweise weisen Analog- / Digitalwandler bzw. Digital- / Analogwandler Laufzeitverschiebungen im Mikrosekunden-

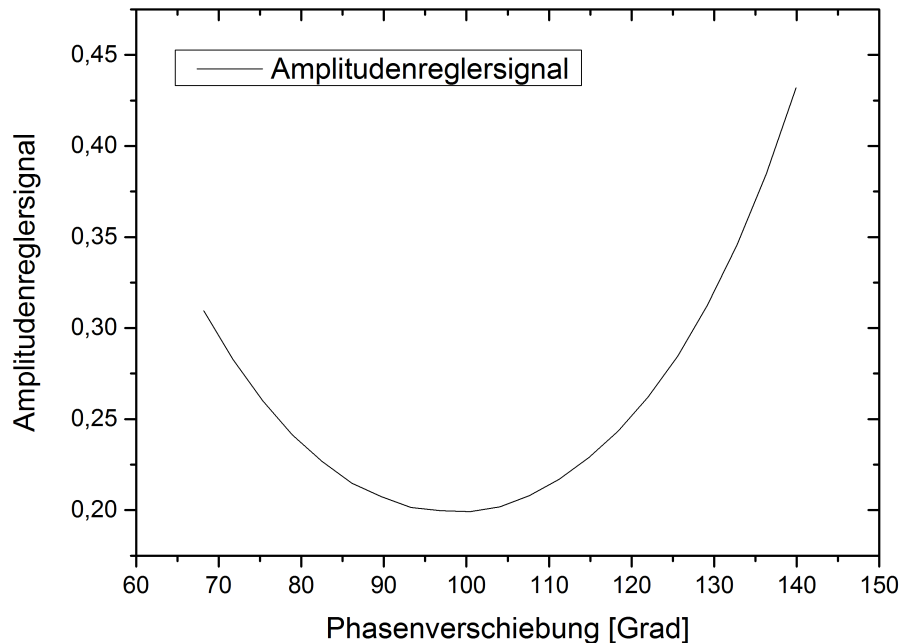


Abb. 71: Gemessenes Amplitudenreglersignal im Self-Oscillation Modus bei einer Resonanzfrequenz von 996656 Hz in Abhängigkeit der Phasenverschiebung.

bereich auf, weshalb ein Versatz von 10° als Versatz von $n \cdot 360^\circ + 10^\circ$ zu interpretieren ist. Um die tatsächliche Laufzeitverschiebung innerhalb des Analog- und Digitalteils berechnen zu können, wird im Folgenden Abschnitt eine Analyse der Laufzeiten durchgeführt.

4.1.7. Latenz der analogen Komponenten

Die Gesamtlaufzeit ergibt sich als Summe der Laufzeitverzögerungen infolge der beiden Wandlungen und der digitalen Berechnung innerhalb des FPGA. Zur Messung der Laufzeitverzögerung wurde ein Aufbau ohne Nadelsensor verwendet. Dabei wurde der Ausgang des für den Nadelsensor bestimmten Oszillationssignals mit dem Eingang verbunden (ohne Nadelsensor). So wird das Anregungssignal ohne zusätzliche Verzögerung durch Sensor und Vorverstärker eingelesen und zur Phasenberechnung benutzt. Es wurde bei einer konstanten Oszillatorfrequenz von 1 MHz die Phase gemessen. Diese gemessene Phase betrug im Mittelwert 4° . Während der Messung waren Amplituden- und Phasenregler deaktiviert. Für die Phasenbestimmung wurde auf jede Art der Mittelung verzichtet. Die so gemessene Phase weist eine Rate von 100 Millionen Werten pro Sekunde auf. Zum Zeitpunkt $t=0$ wurde ein einmaliger Sprung in der Anregungsfrequenz von 500 Hz durch-

geführt. Daraufhin lief die Phase zunächst, wie in Abbildung 4.1.7 dargestellt, weg. Die neue Anregungsfrequenz liegt direkt am Eingang des Phasendetektors an. Aufgrund der Laufzeitverzögerung liegt das externe Signal später am zweiten Eingang des Phasendetektors an. Innerhalb dieser Laufzeit läuft die Phase linear weg, da die beiden Frequenzen am Eingang des Phasendetektors unterschiedlich sind. Nach ca. $1.5 \mu s$ erreichte die gemessene Phase im Mittel einen stationären Endwert. Nach dieser Zeit liegen an den Eingängen des Phasendetektors wieder gleiche Signalfrequenzen an, woraus sich eine konstante Phase ergibt.

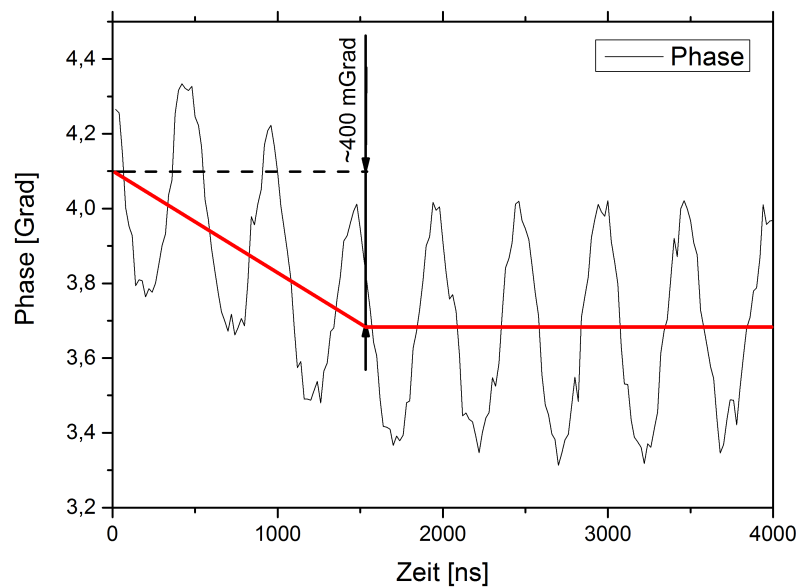


Abb. 72: Gemessener Phasenverlauf bei einer Frequenzänderung von 500 Hz.

Durch die Verwendung von Übertragern können in der Analogelektronik aufgrund von Ummagnetisierungseffekten Verzerrungen auftreten, die in der gemessenen Phase sinusförmige Überlagerungen, wie in der Abbildung dargestellt, verursachen. Im normalen Betrieb werden diese Überlagerungen durch Einsatz der Mittelung unterdrückt. Um die Laufzeit zu messen, wurde jedoch auf sämtliche Mittelungen verzichtet. Um die Laufzeitverzögerungen zu berechnen, existieren zwei Möglichkeiten. Die Messung zeigt, dass nach ca. $1.5 \mu s$ ein neuer stationärer Endwert der Phase erreicht wurde. Alternativ kann die Laufzeitverzögerung über die Änderung der Phase berechnet werden:

$$\Delta\phi = 360^\circ \cdot \Delta f \cdot \Delta t \quad (4.4)$$

$$\Leftrightarrow \Delta t = \frac{\Delta\phi}{360^\circ \cdot \Delta f} \approx 1.67 \mu s \quad (4.5)$$

Durch einen Sprung von 500 Hz in der Anregungsfrequenz wird eine neue stationäre Phase von 3.7° erreicht. Dies bedeutet, dass eine Änderung von 500 Hz eine Phasenänderung von ca. $400 m^\circ$ bewirkt. Mit obiger Formel lässt sich die zeitliche Verzögerung zu ca. $2.2 \mu s$ berechnen. Dieser weicht von der abgelesenen Laufzeitverzögerung von $1.5 \mu s$ ab. Da die Phase hierbei mit einer Rate von 100 MHz erzeugt wurde und diese durch Rauschen überlagert ist, soll im Folgenden eine Analyse der verwendeten Komponenten hinsichtlich der jeweiligen Laufzeiten durchgeführt werden.

Die berechnete Verzögerung ergibt sich aus der Summe der analogen und digitalen Verzögerung. Durch Abzug der digitalen Verzögerung erhält man die durch die Analogelektronik verursachte Verzögerung. Die Latenz des Phasendetektors, bestehend aus Hilbertfilter und Multiplizierer und Addieren und der Arkustangensbildung, beträgt 52 Takte. Dies entspricht bei einem Systemtakt von 100 MHz einer zeitlichen Verzögerung von $0.52 \mu s$. Daraus resultiert eine analoge Latenz von ca. $1 \mu s$. Der Analogteil besteht zum einen aus den Wandlern und zum anderen aus Tiefpassfiltern (vgl. Kapitel 3.2.3). Laut Herstellerangaben weisen die Analog-/Digital bzw. Digital-/Analogwandler eine Laufzeitverzögerung von 7 bzw. 8 Takten auf. Dies entspricht einer Gesamtzeit von $15 \cdot 10 ns = 150 ns = 0.15 \mu s$. Aus dem Datenblatt der analogen Filter (siehe Abbildung 21) lässt sich die Gruppenlaufzeit bei einer Signalfrequenz von 1 MHz in etwa zu $200 ns = 0.2 \mu s$ bestimmen. Bei Verwendung eines Übertragers ist zwischen Primär- und Sekundärseite im idealen Übertrager ein Versatz von 90° . Bei einer Frequenz von 1 MHz entspricht dies bei der Verwendung von zwei Übertragern insgesamt einem Versatz von ca. $0,5 \mu s$. Somit ergibt sich als Summe der analogen Laufzeiten $(0.2 + 0.2 + 0.15 + 0.5) \mu s \approx 1 \mu s$, was der berechneten analogen Laufzeitverzögerung entspricht. Der Zusammenhang ist in Abbildung 73 dargestellt. Für diese Messung beträgt die zusätzliche Phasenverschiebung innerhalb des FPGA Null Takte. Zusammenfassend ergibt sich die Laufzeit als Summe vieler Einzelkomponenten. Die Laufzeit bestimmt dabei die in der Detektion erzielbare Bandbreite. Ausgehend von der Überlegung, dass die Laufzeit innerhalb einer Regelstrecke bei einer bestimmten Bandbreite zu einer Phasenverschiebung zwischen dem Mess- und dem Regelsignal führt, bei der die Regelung instabil wird, lässt sich die maximale Bandbreite innerhalb des Regelkreises bestimmen. Bei einer Laufzeit von ca. $1.6 \mu s$ ergibt sich eine Bandbreite von 625000 Hz.

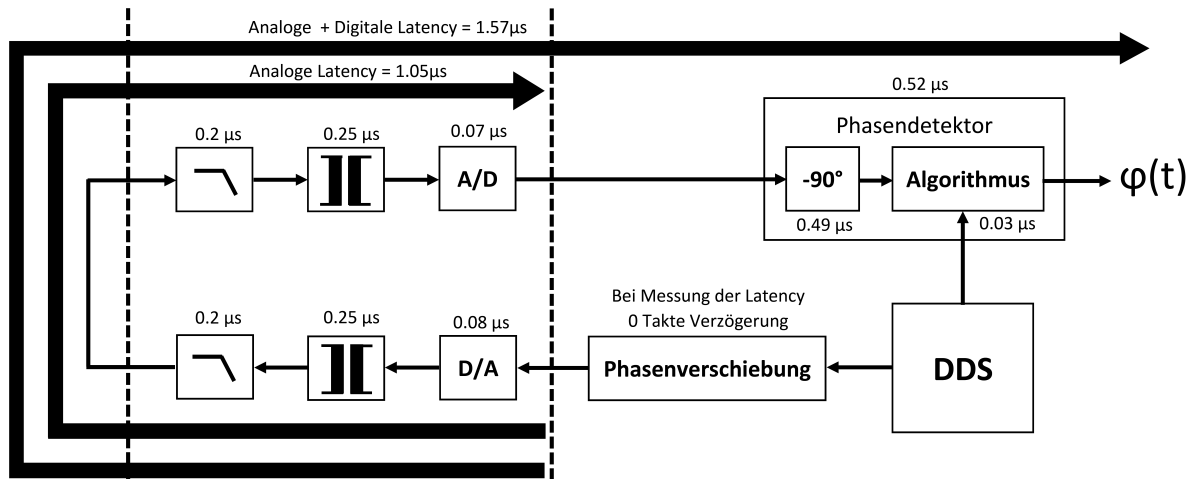


Abb. 73: Analyse des Signalpfades unter Berücksichtigung der Laufzeit.

Allerdings beträgt hierbei die Phasenverschiebung zwischen Mess- und Regelsignal -360° , was zu einer instabilen Regelung führt. In der Theorie darf ein Versatz zwischen Mess- und Regelsignal maximal -180° betragen (vgl. Phasenrand). In der Praxis wird eine ein Phasenrand von 30° für eine Regelung mit Störverhalten empfohlen [46]. Somit ergibt sich unter den genannten Voraussetzungen eine maximale Bandbreite von ca. 52 kHz.

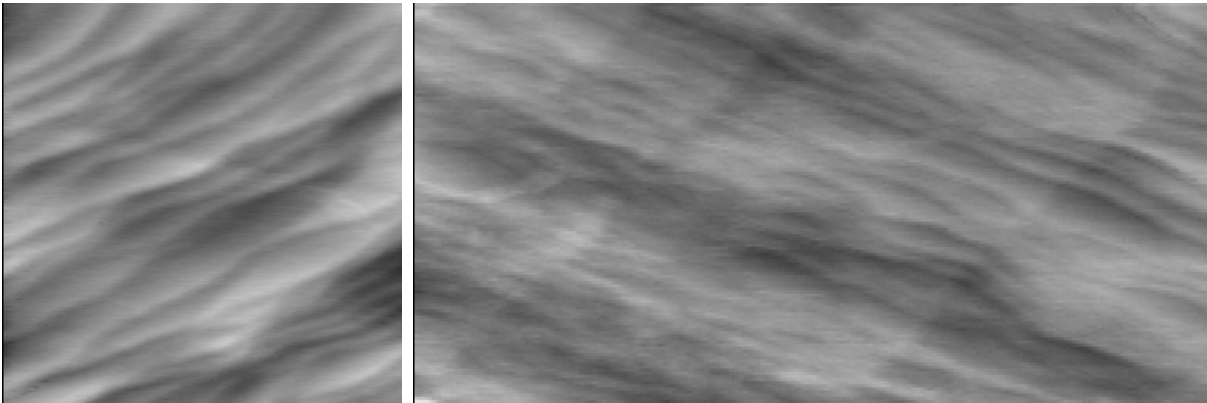
Soll diese erhöht werden, müssen Optimierungen der einzelnen Komponenten vorgenommen werden. Die Wandler weisen dabei eine vergleichsweise geringe Laufzeit auf. Durch Verwendung des Hilbertfilters, der Übertrager und analogen Filter ergibt sich ein Großteil der gesamten Laufzeit. Die Laufzeit des Hilbertfilters ist unter dem Hintergrund der Ordnung des Filters vergleichsweise gering, da ein herkömmlicher FIR-Filter - ohne Verwendung von MACs - eine Laufzeit von 1.49 μs (vgl. Kapitel 3.3.3) aufweist. Eine Reduzierung der Laufzeit innerhalb des Filter ist somit nur auf Kosten der benötigten Ressourcen innerhalb des FPGAs möglich.

Ein weiterer Ansatz, die Laufzeit zu verringern, ist die Wahl anderer analoger Filter. Die Filter werden hierbei zur Unterdrückung der Abtastfrequenz (vgl. Antialiasingfilter, Kapitel 3.2.3) benötigt. Sofern Filter verwendet werden, die die gewünschte Dämpfung bei der halben Abtastrate aufweisen, kann durch den Austausch ggf. die Laufzeit reduziert werden.

Weiterhin besteht die Möglichkeit der Eliminierung der Übertrager. Diese ermöglichen einen Einsatz der Elektronik im Hinblick auf eine galvanische Trennung auf Kosten der Laufzeit.

4.2. AFM Messungen

Zunächst wurde die Tauglichkeit der XPLL zur Anfertigung von AFM-Messungen mit einem Nadelsensor an einer einkristallinen, polierten Platinprobe getestet. Abbildung 74 zeigt zwei Aufnahmen mit Bildbereichen von (a) 406 nm und (b) 1625 nm. Es sind klar atomare Stufenkanten zu erkennen.



(a) Platinkristall Pt(111), Bildbereich 406 nm.

(b) Platinkristall Pt(111), Bildbereich 1625 nm.

Abb. 74: Oberfläche eines Platin-Einkristalls, abgerastert mit einem Nadelsensor-AFM mit der XPLL an Luft im Tracking Modus. Atomar hohe Stufenkanten konnten aufgelöst werden.

Im Folgenden werden Aufnahmen einer Probe der Halbleiterindustrie, welche bis zu einer Kontaktebene abgeschliffen wurde, präsentiert, um die Leistungsfähigkeit und die Geschwindigkeit der XPLL bei AFM-Abbildungen zu demonstrieren. Die AFM-Messungen wurden mit einem 1 MHz Nadelsensor mit einem Q-Faktor von 10000 an Luft im Tracking Modus aufgenommen. Bei der Messung aus Abbildung 75 beträgt der Scanbereich $3.25 \mu\text{m} \times 2.6 \mu\text{m}$. Die Scangeschwindigkeit beträgt 620 nm/m. Die für das Bild benötigte Zeit beträgt 35 Minuten. Als helle Erhebungen sind Kontaktpads mit einer Höhe von ca. 10 nm zu erkennen.

Abbildung 76 verdeutlicht die Leistungsfähigkeit der XPLL. Die Messungen mit der im Rahmen dieser Arbeit entwickelten Elektronik (Abb. 76(b) bis 76(d)) konnten bei erhöhten Scangeschwindigkeiten ähnlichen Kontrast und Auflösung liefern, wie mit der kommerziellen EasyPLL (Abb. 76(a)), die aber nur bis zu geringeren Scangeschwindigkeiten betrieben werden kann.

Die Breite des Scanbereichs beträgt bei den Messungen $5 \mu\text{m}$. Die Scangeschwindigkeit und Phasenbestimmungsrate variiert bei den Messungen. Die Frequenzverschiebung beträgt

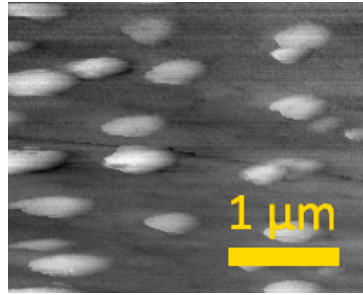
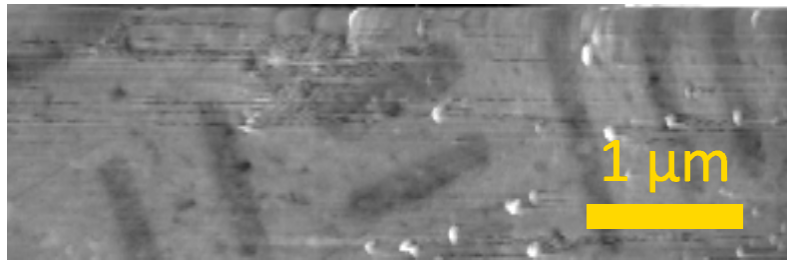


Abb. 75: AFM-Messung mit XPLL als Detektionselektronik. Sie zeigt eine Halbleiterprobe, abgerastert mit einem 1 MHz Nadelsensor an Luft im Tracking Modus. Kontaktpads sind als helle Erhebungen sichtbar.

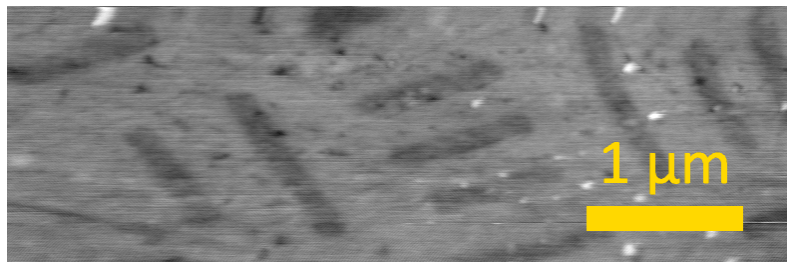
bei den Messungen aus Abbildung 76 $+0.95$ Hz. Ferner beträgt die Oszillationsamplitude bei den Messungen ca. 1 nm. Bei den Messungen wurde stets die gleiche Stelle der Halbleiterprobe abgerastert, damit ein Vergleich zwischen den Einstellungen besser möglich ist.

Zu erkennen ist, dass die Messungen aus Abbildung 76(b) und 76(c) sich optisch kaum unterscheiden. Der Kontrast ist wegen der hohen Phasenbestimmungsrate bei der Messung mit der schnelleren Scangeschwindigkeit höher als bei der nur halb so schnellen Messung aus Abbildung 76(b). In Abbildung 76(d) wurde die Phasenbestimmungsrate auf 97 kHz erhöht. Dies entspricht einer maximalen Bandbreite von ca. 9.5 kHz. Zu erkennen ist, dass der Kontrast im Vergleich zu der Messung auf Abbildung 76(c) deutlich weicher ist. Dies liegt am erhöhten Rauschen des Frequenzverschiebungssignals. Grobe Strukturen im Bereich von Mikrometern lassen sich dennoch gut darstellen bzw. erkennen. Durch die Wahl einer größeren Frequenzverschiebung als Vorgabe für das z-Feedback kann das höhere Rauschen bei größerer Bandbreite ausgeglichen werden. In Abbildung 77 ist ein mit $10 \mu\text{m/s}$ schnellerer Scan eines Kontaktfelds der Halbleiterprobe mit zwei verschiedenen Phasenbestimmungsraten aufgenommen worden. Das zusätzliche Rauschen bei erhöhter Phasenbestimmungsrate ist hier durch einen höheren Sollwert für die Frequenzverschiebung ausgeglichen.

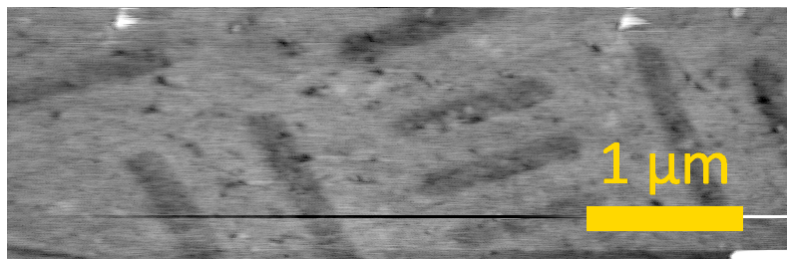
Mit einer Phasenbestimmungsrate von 97 kHz waren Aufnahmen mit einer Scangeschwindigkeit von $20 \mu\text{m/s}$ möglich. In Abbildung 78 sind solche, durchgeführt mit $dF=+3$ Hz, und verschiedenen Oszillationsamplituden gezeigt. Bei einer niedrigen Oszillationsamplitude von 0.35 nm ergibt sich ein erhöhtes Rauschen (vgl. Abbildung 78(a)). Während eine Erhöhung der Amplitude auf 1.4 nm zu einem schwächeren Signal (vgl. Abbildung 78(c)) führt. Eine mittlere Oszillationsamplitude von 1 nm stellt ein Optimum von geringem Rauschen und stärkerem Signal dar.



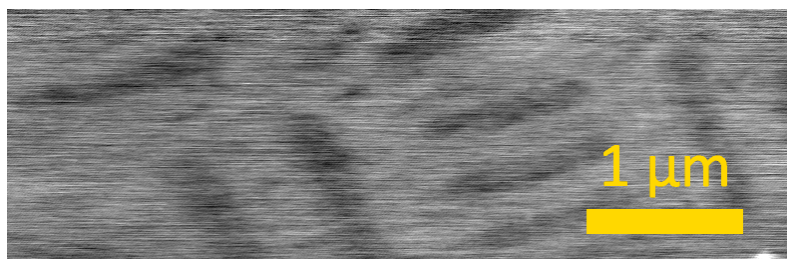
(a) AFM-Scan, aufgenommen mit EasyPLL, Bandbreite 1300 Hz, Scangeschwindigkeit $1.25 \mu\text{m/s}$



(b) AFM-Scan, aufgenommen mit XPLL, Phasenbestimmungsrate 48 kHz, Scangeschwindigkeit $2.5 \mu\text{m/s}$, IIR-Filter aus, Grauskala $\pm 38 \text{ \AA}$, weiße Punkte $+30\dots+40 \text{ \AA}$, dunkle Streifen $-10\dots-15 \text{ \AA}$

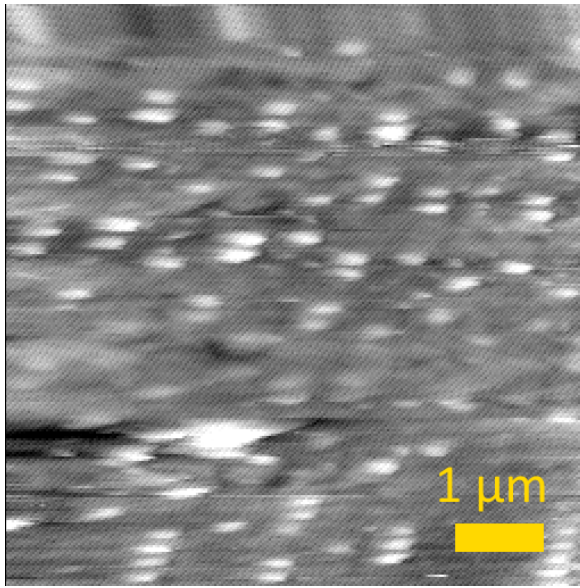


(c) Phasenbestimmungsrate 48 kHz, Scangeschwindigkeit $5 \mu\text{m/s}$, IIR-Filter aus, Grauskala $\pm 32.5 \text{ \AA}$, weiße Punkte $+25 \text{ \AA}$, dunkle Streifen $-10\dots-15 \text{ \AA}$

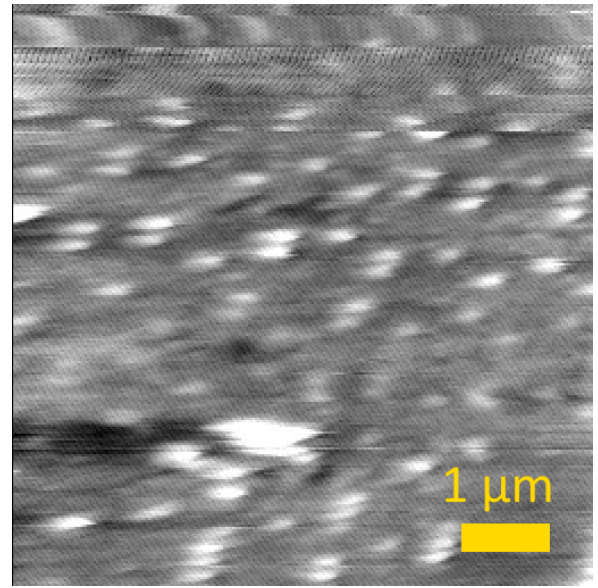


(d) Phasenbestimmungsrate 97 kHz, Scangeschwindigkeit $5 \mu\text{m/s}$, IIR-Filter 32 kHz, Grauskala $\pm 32.5 \text{ \AA}$, weiße Punkte $+25 \text{ \AA}$, dunkle Streifen -10 \AA

Abb. 76: Probe aus der Halbleiterindustrie, abgerastert mit einem 1 MHz Nadelsensor an Luft im Tracking Modus unter Verwendung (a) der kommerziellen EasyPLL und (b)-(d) der XPLL. Die XPLL wurde bei höheren Scangeschwindigkeiten und erhöhter Phasenbestimmungsrate betrieben. Eine sehr hohe Phasenbestimmungsrate führt zu dabei einem erhöhten Rauschen des Frequenzverschiebungssignals und zu einer Reduktion der Bildschärfe.

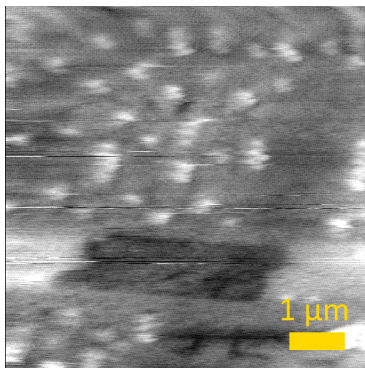


(a) Phasenbestimmungsrate 48 kHz, $dF + 1$ Hz, IIR-Filter aus.

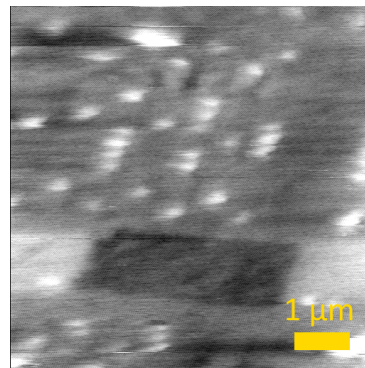


(b) Phasenbestimmungsrate 97 kHz, $dF + 3$ Hz, IIR-Filter 32 kHz.

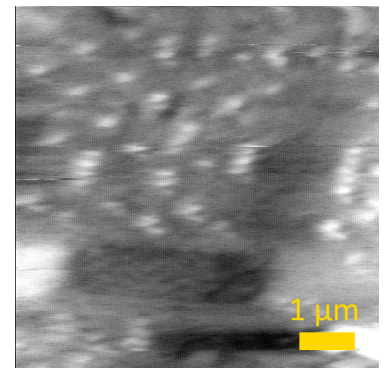
Abb. 77: Probe aus der Halbleiterindustrie, abgerastert mit einem 1 MHz Nadelsensor an Luft im Tracking Modus. Bildgröße $6.5 \mu m$, Scangeschwindigkeit $10 \mu m/s$, Oszillationsamplitude ca. 1 nm. Die Höhe der abgebildeten Kontakte beträgt etwa 10 nm. Das zusätzliche Phasenrauschen der PLL bei höheren Bandbreiten ist durch einen IIR-Filter und durch einen erhöhten dF Setpoint der z-Regelung ausgeglichen.



(a) Oszillationsamplitude 0.35 nm. Das Rauschen steigt gegenüber höheren Oszillationsamplituden.



(b) Oszillationsamplitude 1 nm.



(c) Oszillationsamplitude 1.4 nm. Die Schärfe der Abbildung sinkt gegenüber niedrigeren Amplituden.

Abb. 78: Probe aus der Halbleiterindustrie, abgerastert mit einer Scangeschwindigkeit $20 \mu m/s$. Bildgröße $6.5 \mu m$. Phasenbestimmungsrate 97 kHz, $dF + 3$ Hz, IIR-Filter 32 kHz. Verschiedene Oszillationsamplituden wurden verwendet.

Die Möglichkeit des Abrasterns der Probe mit $20\ \mu\text{m}/\text{s}$ erlaubte, die $6.5\ \mu\text{m}$ breiten Aufnahmen in Abb. 78 innerhalb von je nur 5 Minuten und 30 Sekunden anzufertigen. Somit ist die XPLL gut geeignet, um schnell auf Halbleiterproben Strukturen wie die hier vorhandenen Kontakte zu lokalisieren.

5. Zusammenfassung

Die Arbeit beschäftigt sich mit der Entwicklung und dem Aufbau einer digital implementierten Detektionselektronik im Bereich der Rastersondenmikroskopie. Die Implementierung sieht derzeit nur eine Verwendung der Rasterkraftmikroskopie vor. Für zukünftige Anwendungen, die aus einer Kombination aus Rasterkraft- und Rastertunnelmikroskopie bestehen, wurde ein Messeingang zur Aufnahme von Tunnelströmen vorgesehen. Für den Betrieb der Rasterkraftmikroskopie wurde ein Nadelsensor mit einer Resonanzfrequenz von 1 MHz verwendet, welche für die Abbildung von Proben aus der Halbleiterindustrie verwendet wurde. Durch eine realisierte Abtastrate von 100 MHz können generell Sensoren mit einer Eigenfrequenz bis zu einigen MHz betrieben werden.

Das Kernelement der entwickelten Elektronik stellt dabei ein FPGA dar. Dieser dient der parallelen Ansteuerung der Wandler, die zur Erzeugung bzw. Messung der benötigten Signale verwendet werden. Dabei bietet die Verwendung eines FPGA verglichen zu einem DSP diverse Vorteile, besonders im Hinblick auf die Echtzeitfähigkeit und die damit verbundene parallele Verarbeitung der Signale.

Innerhalb der Rasterkraftmikroskopie existieren verschiedene Detektionsmethoden, von denen die Frequenzmodulations-Methode im Rahmen der Arbeit überwiegend zum Einsatz kam. Diese wird durch eine PLL realisiert, welche wiederum Bestandteil des FPGA ist. Dabei wird das Messsignal, welches zur Bestimmung der Topographie der zumessenden Probe verwendet wird, mit einem Referenzsignal in Bezug auf die Phasendifferenz der beiden Signale verglichen. Die Phasendifferenz dient als Regelsignal, um durch Anpassung der Referenzfrequenz beide Signale phasensynchron zu regeln. Um eine hohe Frequenzstabilität zu erreichen, wurde ein OCXO verwendet. Dieser stellt die Basis für die Takterzeugung eines jeden Signals innerhalb des FPGA dar.

Innerhalb der PLL stellt die Bestimmung der Phasendifferenz ein wesentliches Kriterium im Hinblick auf die zu erreichende Genauigkeit, das Messsignal und das Referenzsignal phasensynchron zu regeln, dar. In der Praxis wird die Phasenbestimmung üblicherweise durch Verwendung der Lockin-Technik realisiert. Im Rahmen dieser Arbeit wurde die Phasendetektion allerdings durch Verwendung eines Hilbertfilters implementiert. Dadurch können - im Vergleich zur Lockin-Technik - sehr hohe Detektionsbandbreiten oberhalb von zehn Kilohertz erreicht werden. Die Implementierung der Phasenbestimmung erfolgt zudem amplitudenunabhängig, was bei einer Lockin-Methode zur Phasenbestimmung nicht der Fall ist, sofern nur ein Multiplizier verwendet wird.

Hohe Detektionsbandbreiten sind erforderlich, da die Elektronik zur Fehleranalyse an integrierten Schaltungen genutzt werden soll und Bestandteil eines neuartigen Nanoprobers ist, dessen Aufgabe die Kontaktierung der Messspitzen und die Durchführung von Messungen an den Halbleiterstrukturen sind. Hierbei ist eine möglichst schnelle Abbildung der Probenoberfläche vorteilhaft, da so der zeitliche Aufwand für die Positionierung der Messspitzen verringert werden kann. Die Abbildung von relativ großen Bereichen ($> 10 \mu m$) soll möglichst schnell erfolgen. Somit kann die Position einzelner SRAM-Zellen bzw. die Position der Transistoren bestimmt werden, damit diese im Anschluss elektrisch charakterisiert werden können. Dazu werden mehrere Spitzen eines Multispitzen-Rastersondenmikroskops benötigt, weshalb die Elektronik modular aufgebaut wurde. Ein Betrieb von bis zu zehn Spitzen ist durch Verwendung eines voll bestückten Einschubs möglich. Zusammengefasst dient die Elektronik - die Teil eines Nanoprobers ist - zur Abbildung der Probenoberfläche um die Position der zu kontaktierenden Spitzen ausfindig zu machen, welches eine alternative Methode gegenüber der kommerziell erhältlichen optischen Positionierhilfe darstellt. Als Vorteil der Positionierung mithilfe der Rasterkraftmikroskopie im Gegensatz zur optischen Methode ist dabei beispielsweise die Kontrolle über die Andrückkraft der Spitzen auf die Probe, was bei einer Verwendung einer optischen Methode nicht überprüft werden kann. Im Falle zu großer Andrückkraft führt dies zu Beschädigungen an Spitze und Probe. Weiterhin können durch die Kombination von Rasterkraft- und Rastertunnelmikroskopie Leitfähigkeitskarten der Probe erstellt werden.

Die Detektionselektronik eignet sich auch für die Abbildung atomarer Strukturen, bei denen eine Bandbreite von etwa 100 Hertz verwendet wird. In diesem Fall beträgt die erzielte Frequenzauflösung 2 mHz. Der durch die Elektronik verursachte Anteil der spektralen Rauschdichte des Frequenzverschiebungssignals beträgt $5 \cdot 10^{-5} Hz / \sqrt{Hz}$. Im Hinblick auf das Rauschen wurde gezeigt, dass dies nur durch das thermische bzw. das Detektor-Rauschlevel des verwendeten Verstärkers und nicht durch die verwendete Detektionselektronik limitiert wird.

Abbildungsverzeichnis

1.	Kontaktierung einer SRAM Speicherzelle.	5
2.	Darstellung eines AFP von Multiprobe.	6
3.	Darstellung eines Nadelsensors.	8
4.	Aufbau eines Rasterkraftmikroskopes.	12
5.	Darstellung der Kraft zwischen Spitze und Probe.	13
6.	Foto eines Nadelsensors.	16
7.	Kräfte zwischen Spitze und Probe.	17
8.	Bodeplot eines harmonischen Oszillators in Abhängigkeit der Güte Q	20
9.	Bestimmung der Güte durch den Amplitudengang des Nadelsensors. . . .	21
10.	Ersatzschaltbild eines Nadelsensors.	22
11.	Berechnung der Impedanz des dynamischen Teils des Nadelsensors. . . .	23
12.	Impedanz eines Nadelsensors.	25
13.	Schematischer Aufbau einer FM-Detektion im Self-Oscillation Modus. . . .	27
14.	Schematischer Aufbau einer FM-Detektion im Tracking Modus.	28
15.	Schematischer Aufbau einer PLL.	29
16.	Experimentell bestimmte Frequenzrauschdichte.	32
17.	Foto eines Einschubes für eine Spitze.	40
18.	Gemessene Phase bei Verwendung eines herkömmlichen Oszillators. . . .	41
19.	Zeitliche Änderung des Digitalsignals.	42
20.	Takterzeugung und -verteilung.	43
21.	Charakteristika des analogen Tiefpassfilter.	45
22.	Frequenzgang eines Antialiasingfilters.	46
23.	Schematischer Aufbau der entwickelten Detektionselektronik.	49
24.	Ausschnitt des Blockschaltbild der Elektronik.	52
25.	Komponenten der digital implementierten PLL.	54
26.	Schematischer Aufbau einer DDS basierend auf einer LUT.	56
27.	Blockschaltbild der Phasenbestimmung unter Verwendung des Hilbertfilters. .	58
28.	Zeitliche Darstellung der bei der Phasenbestimmung benötigten Signale. . .	61
29.	Zusammenhang Impulsantwort und Übertragungsfunktion beim Hilbertfilter. .	62
30.	Darstellung des Spektrums einer harmonischen Schwingung.	64
31.	Erzeugung eines komplexen Signals.	64
32.	Komplexes Signal mit zugehörigem Real- und Imaginäranteil.	65
33.	Diskrete Hilbert-Impulsantwort des Hilbertfilters.	67
34.	Implementierung eines k-stufigen FIR-Filters.	67

35.	Übertragungsfunktion und Phasengang des Hilbertfilters.	69
36.	Erzeugung eines komplexwertigen Signals aus einem reellen Eingangssignal.	70
37.	MAC-Funktionsblock.	71
38.	Vektordrehung im kartesischen Koordinatensystem.	73
39.	Vektordrehung unter Verwendung von Teilwinkeln.	74
40.	Bodeplot der arithmetischen Mittelung in Abhängigkeit der Mittelungsanzahl.	80
41.	Blockschaltbild eines PID-Reglers.	81
42.	Sprungantwort eines idealen Stellgliedes.	83
43.	Phasenabweichung bei Verschiebung der Resonanzfrequenz.	83
44.	Reaktion des Nadelsensors auf sprunghafte Änderung der Oszillationsfrequenz.	85
45.	Vergleich einer Filtercharakteristik von FIR- und IIR-Filter.	88
46.	Vergleich der IIR-Filterstrukturen Direkt-Form I und II.	89
47.	Kaskadierte IIR-Filter (SOS) durch Verwendung der Direkt-Form I.	90
48.	Serialisierung mehrerer kaskadierter IIR-Strukturen.	90
49.	Vergleich digitaler IIR-Filter.	92
50.	IIR Tiefpass mit Tschebyscheff-Charakteristik.	93
51.	Bandbreitenbestimmung der PLL.	96
52.	Fehler des Phasenreglers bei einer sinusförmigen Modulation.	97
53.	Übertragungsfunktion der PLL für eine Mittelung von 32768 Phasenwerten.	99
54.	Versuchsaufbau zur Messung der Charakteristika.	101
55.	Gemessener Bodeplot eines Nadelsensors.	103
56.	Vergleich von Theorie und gemessener Amplitudenübertragungsfunktion.	104
57.	Sprungantwort des Nadelsensors im Tracking-Modus.	108
58.	Standardabweichung für verschiedene Phasenmittlungen im Tracking-Modus.	110
59.	Vergleich gemessene Standardabweichungen mit Theorie.	111
60.	Δf bzw. PLL-Übertragungsfunktion für verschiedene P-Werte.	113
61.	Δf bzw. PLL-Übertragungsfunktion für verschiedene Phasenmittlungen.	114
62.	Bandbreite der PLL für 32768 Phasenwerte.	115
63.	Phasenregelsignal bei rechteckförmiger Modulation der PLL-Frequenz.	116
64.	Phasenregelsignal bei rechteckförmiger Modulation (12.21 kHz).	117
65.	Δf Spektrum im Tracking Modus.	119
66.	Δf Spektren für verschiedene Amplituden bei 996 kHz (XPLL).	120
67.	Δf Spektren für verschiedene Amplituden bei 640 kHz (EasyPLL).	122
68.	Δf Spektren für verschiedene Phasenmittlungen bei 996 kHz (XPLL).	123
69.	$\Delta f + IIR$ Spektren für verschiedene Phasenmittlungen bei 996 kHz (XPLL).	124

70.	Vergleich theoretisches Spektrum Δf und gemessenes Δf	125
71.	Amplitudenreglersignal in Abhängigkeit der Phasenverschiebung.	128
72.	Gemessener Phasenverlauf bei einer Frequenzänderung von 500 Hz.	129
73.	Analyse des Signalpfades unter Berücksichtigung der Laufzeit.	131
74.	Oberfläche eines Platin-Einkristalls, abgerastert mit einem Nadelsensor. . .	132
75.	AFM-Messung an Halbleiterprobe mit XPLL.	133
76.	Probe aus der Halbleiterindustrie (I), Vergleich EasyPLL und XPLL. . . .	134
77.	Probe aus der Halbleiterindustrie (II), XPLL.	135
78.	Probe aus der Halbleiterindustrie (III), XPLL.	135
79.	Übertragungsfunktion eines Tiefpasses mit Tschebyscheff-Charakteristik. .	II
80.	Zusammenhang zwischen der s- und z-Ebene.	V
81.	Analoge und Digitale Frequenznormierung.	VI
82.	Pol- und Nullstellen eines digitalen Tschebyscheff I IIR-Filters.	VII
83.	Übertragungsfunktion eines Tschebyscheff II Tiefpass.	X

Tabellenverzeichnis

1.	Eigenschaften der verwendeten Analog-Digital- und Digital-Analogwandler.	39
2.	P-Faktoren in Abhängigkeit der Phasenbestimmungsrate.	87
3.	Koeffizientenvergleich in Bezug auf IIR-Takt und IIR-Grenzfrequenz. . . .	95
4.	Zusammenhang zwischen Bandbreite und Phasenbestimmungsrate.	99
5.	Benötigte Parameter zur Berechnung der Rauschdichte.	119

Literatur

- [1] International Technology Roadmap for Semiconductors. <http://www.itrs.net>, abgerufen am 19.08.2015.
- [2] LLC Zyvex Labs. <http://www.zyvex.com>, abgerufen am 19.08.2015.
- [3] Inc. DCG Systems. <http://www.multiprobe.com>, abgerufen am 19.08.2015.
- [4] Ichiro Shiraki, Fuhito Tanabe, Rei Hobara, Tadaaki Nagao, and Shuji Hasegawa. Independently driven four-tip probes for conductivity measurements in ultrahigh vacuum. *Surface Science*, 493(2001)633-643.
- [5] Rei Hobara, Naoka Nagamura, Shuji Hasegawa, Iwao Matsuda, Yuko Yamamoto, Yutaka Miyatake, and Toshihiko Nagamura. Variable-temperature independently driven four-tip scanning tunneling microscope. *Rev. Sci. Instrum.* 78(2007)053705.
- [6] Mark Salomons, Bruno V. C. Martins, Janik Zikovsky, and Robert A. Wolkow. Four-probe measurements with a three-probe scanning tunneling microscope. *Rev. Sci. Instrum.* 85(2014)045126.
- [7] O. Guise, H. Marbach, J.T. Yates Jr., and et al. Development and performance of the nanoworkbench: A four tip stm for conductivity measurements down to submicrometer scales. *Rev. Sci. Instrum.* 76(2005)045107.
- [8] Tomonobu Nakayama, Osamu Kubo, Yoshitaka Shingaya, Seiji Higuchi, Tsuyoshi Hasegawa, Chun-Sheng Jiang, Taichi Okuda, Yuji Kuwahara, Kazuhiro Takami, and Masakazu Aono. Development and application of multiple-probe scanning probe microscopes. *Adv. Funct. Mat.* 24(2012)1675.
- [9] V. Cherepanov, E. Zubkov, H. Junker, S. Korte, M. Blab, P. Coenen, and B. Voigtländer. Ultra compact multitip scanning tunneling microscope with a diameter of 50 nm. *Rev. Sci. Instrum.* 83(2012)033707.
- [10] An-Ping Li, Kendal W. Clark, X.-G. Zhang, and Arthur P. Baddorf. Electron transport at the nanometer-scale spatially revealed by four-probe scanning tunneling microscopy. *Adv. Funct. Mat.* 23(2013)2509-2524.
- [11] Ireneusz Morawski, Józef Blicharski, and Bert Voigtländer. Voltage preamplifier for extensional quartz sensors used in scanning force microscopy. *Rev. Sci. Instrum.* 82(2011)063701.

- [12] T. R. Albrecht, P. Grütter, D. Horne, and D. Rugar. Frequency modulation detection using high-q cantilever for enhanced force microscope sensitivity. *J. Appl. Phys.* 69(1991)668.
- [13] Dai Kobayashi, Shigeki Kawai, and Hideki Kawakatsu. New fm detection techniques for scanning probe microscopy. *J. Appl. Phys.* 43(2004)4566.
- [14] Johann Jersch, Tobias Maletzky, and Harald Fuchs. Interface circuits for quartz crystal sensors in scanning probe microscopy applications. *Rev. Sci. Instrum.* 77(2006)083701.
- [15] Gemeinschaftslabor für Elektronenmikroskopie. Grundlagen Rastersondenmikroskopie. http://www.gfe.rwth-aachen.de/downloads/Grundlagen_RKM.pdf, abgerufen am 19.08.2015.
- [16] Sangmin An, Mun heon Hong, Jongwoo Kim, Soyoung Kwon, Kunyoung Lee, Manhee Lee, and Wonho Jhe. Quartz tuning fork-based frequency modulation atomic force spectroscopy and microscopy with all digital phase-locked loop. *Rev. Sci. Instrum.* 83(2012)113705.
- [17] Takeshi Fukuma, Masayuki Kimura, Kei Kobayashi, Kazumi Matsushige, and Hirofumi Yamada. Development of low noise cantilever deflection sensor for multienvironment frequency-modulation atomic force microscopy. *Rev. Sci. Instrum.* 76(2005)053704.
- [18] Bert Voigtländer. *Scanning Probe Microscopy*. Springer, ISBN 978-3-662-45239-4, 2015.
- [19] Dipl.-Ing. Eberhard Sengpiel. Thermisches Rauschen oder Wärmerauschen. <http://www.sengpielaudio.com/Rechner-rauschen.htm>, abgerufen am 19.08.2015.
- [20] Atila Madureira Bueno, Jose Manoel Balthazar, and Jose Roberto Castilho Piqueira. Phase-locked loop design applied to frequency-modulated atomic force microscopy. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation* 16(2011)3835-3843.
- [21] Peter R. Saulson. Thermal noise in mechanical experiments. *Phys. Rev. D* 42(1990)2437.
- [22] Stefan Torbrügge, Oliver Schaff, and Jörg Rychen. Application of the kolibrisensor to combined atomic-resolution scanning tunneling microscopy and noncontact atomic-force microscopy imaging. *J. Vac. Sci. Technol. B* 28(2010)C4E12.

- [23] Yuji Mitani, Mamoru Kubo, Ken ichiro Muramoto, and Takeshi Fukuma. Wideband digital frequency detector with subtraction-based phase comparator for frequency modulation atomic force microscopy. *Rev. Sci. Instrum.* 80(2009)083705.
- [24] Martin Kumm and M. Shahab Sanjari. Digital hilbert transformers for fpga-based phase-locked loops. *FPL*. 10.1109(2008)4629940.
- [25] Kazuki Miyata, Hitoshi Asakawa, and Takeshi Fukuma. Real-time atomic-resolution imaging of crystal growth process in water by phase modulation atomic force microscopy at one frame per second. *Appl. Phys. Lett.* 103(2013)203104.
- [26] Dr. G. Bradley Armen. Phase sensitive detection: the lock-in amplifier. <http://www.phys.utk.edu/labs/modphys/lock-in%20amplifier%20experiment.pdf>, abgerufen am 19.08.2015.
- [27] Silicon Laboratories. FPGA reference clock phase jitter specifications. <https://www.silabs.com/Support%20Documents/TechnicalDocs/AN699.pdf>, abgerufen am 19.08.2015.
- [28] Mini-Circuits. Low pass filter SXLP-3+. <http://www.minicircuits.com/pdfs/SXLP-3+.pdf>, abgerufen am 19.08.2015.
- [29] CreaTec Fischer & Co. GmbH. <http://www.createc.de>, abgerufen am 19.08.2015.
- [30] Floyd M. Gardner. *Phaselock Techniques*. Wiley, ISBN 978-0471430636, 2005.
- [31] Roland E. Best. *Phase Locked Loops: Design, Simulation, and Applications*. McGraw-Hill, ISBN 978-0071493758, 2007.
- [32] Prof. Dr.-Ing. Dietmar Rudolph. Spektren periodischer zeitfunktionen. http://www.diru-beze.de/signale/skripte/SuS_SS05/Spec_period_ZF_S05.pdf, abgerufen am 19.08.2015.
- [33] Richard G. Lyons. *Understanding Digital Signal Processing*. Addison-Wesley, ISBN 978-0137027415, 2010.
- [34] Xilinx. Applicationnote, mac fir v5.1. http://www.xilinx.com/ipcenter/catalog/logicore/docs/mac_fir.pdf, abgerufen am 19.08.2015.
- [35] Xilinx. Applicationnote, logicore ip fir compiler v5.0. http://www.xilinx.com/support/documentation/ip_documentation/fir_compiler_ds534.pdf, abgerufen am 19.08.2015.

- [36] Dirk Linke. Cordic algorithm. http://www.uio.no/studier/emner/matnat/ifi/INF5430/v12/undervisningsmateriale/dirk/Lecture_cordic.pdf, abgerufen am 19.08.2015.
- [37] Dipl.-Ing. (FH) Marcel Beuler. Cordic-algorithmus zur auswertung elementarer funktionen in hardware. http://digdok.bib.thm.de/volltexte/2009/4148/pdf/CORDIC_Algorithmus.pdf, abgerufen am 19.08.2015.
- [38] Marc Reichenbach and Michael Schmidt. Vhdl - cordic verfahren. <http://www3.informatik.uni-erlangen.de/Lehre/VHDL-RA/SS2012/lectures/02-cordic.pdf>, abgerufen am 19.08.2015.
- [39] Xilinx. Applicationnote, logicore ip cordic v6.0. http://www.xilinx.com/support/documentation/ip_documentation/cordic/v6_0/pg105-cordic.pdf, abgerufen am 19.08.2015.
- [40] Ronald E. Crochiere and Lawrence R. Rabiner. Interpolation and decimation of digital signals - a tutorial review. *Proceedings of the IEEE*, 69(1981)300-331.
- [41] Stale A. Skogstad, Sverre Holm, and Mats Hovin. Digital iir filters with minimal group delay for real-time applications. *ICEngTechnol.* 10.1109(2012)6396136.
- [42] Professor Tapio Saramäki. Linear digital filtering i - design of iir filters. <http://www.cs.tut.fi/~ts/part4.pdf>, abgerufen am 19.08.2015.
- [43] Karl-Dirk Kammeyer. *Nachrichtenübertragung*. Springer, ISBN 978-3-8348-0896-7, 2011.
- [44] FEMTO Messtechnik GmbH. Datasheet - high frequency charge amplifier hqa-15m-10t. http://www.femto.de/images/pdf-dokumente/de-hqa-15m-10t_r3.pdf, abgerufen am 19.08.2015.
- [45] Nanosurf AG. Operating instructions. November, 2004.
- [46] Gerd Schulz. *Regelungstechnik 1*. Oldenbourg Wissenschaftsverlag, ISBN 978-3486591941, 2010.
- [47] Alan V. Oppenheim and Ronald W. Schaffer. *Zeitdiskrete Signalverarbeitung*. Pearson Studium, ISBN 978-3827370778, 2004.
- [48] Juliane Budde, Martin Vallon, Helena Weitz, and Ansgar Bohmann. Möbiustransformationen. <http://www.mathematik-netz.de/pdf/MT.pdf>, abgerufen am 19.08.2015.

A. Drehung komplexer Zahlen

Gegeben sei die komplexe Zahl $z = a + b \cdot j = r(\cos\varphi + j \cdot \sin\varphi)$.

Behauptung

Durch Multiplikation einer komplexen Zahl z mit j wird diese um 90° gedreht.

Beweis

$$z \cdot j = (a + b \cdot j)j = a \cdot j + b \cdot j^2 = -b + a \cdot j \quad (\text{A.1})$$

Eine Fallunterscheidung überprüft die Lage der von z vor und nach der Drehung:

- Sei $a \geq 0$ und $b \geq 0$ liegt z im ersten Quadranten,
also muss $z \cdot j$ wegen $-b \leq 0$ und $a \geq 0$ im zweiten Quadranten liegen
- Sei $a \leq 0$ und $b \geq 0$ liegt z im zweiten Quadranten,
also muss $z \cdot j$ wegen $-b \leq 0$ und $a \leq 0$ im dritten Quadranten liegen

In gleicher Weise kann überprüft werden:

- Liegt z im dritten Quadranten, muss $z \cdot j$ im vierten Quadranten liegen
- Liegt z im vierten Quadranten, muss $z \cdot j$ im ersten Quadranten liegen

Alternativ lässt sich auch die Polarform verwenden:

$$z \cdot j = r(\cos\varphi + j \cdot \sin\varphi) \cdot j \quad (\text{A.2})$$

$$= r(-\sin\varphi + j \cdot \cos\varphi) \quad (\text{A.3})$$

$$= r\left(\cos\left(\frac{\pi}{2} + \varphi\right) + j \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} + \varphi\right)\right) \quad (\text{A.4})$$

Aus Überlegungen heraus muss der Fall $\sin\left(\frac{\pi}{2} + \varphi\right) = \cos\varphi$ ausgeschlossen werden, da sonst der erhaltene Punkt im gleichen Quadranten liegen würde wie der Ausgangspunkt. Somit ist nur die Lösung $z \cdot j = r\left(\cos\left(\frac{\pi}{2} + \varphi\right) + j \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} + \varphi\right)\right)$ zulässig. Der so erhaltene Punkt entspricht dem Ausgangspunkt gedreht um $\frac{\pi}{2}$. ■

B. Tschebyscheff Filter

Der Tschebyscheff Filter existiert in zwei verschiedenen Arten. Dieser wird unterschieden in Typ I und Typ II. Dabei weist Typ I im Durchlassbereich eine Welligkeit auf. Im Sperrbereich verläuft dieser maximal flach. Typ II ist hingegen im Durchlassbereich maximal flach, und weist allerdings im Sperrbereich eine Welligkeit auf. Im Folgenden werden beide Filter anhand eines Beispiels berechnet.

Tschebyscheff Filter Typ I Die allgemeine Form des quadrierten Amplituden-Frequenzgangs eines analogen Tschebyscheff-Tiefpasses I ist in Abbildung 79 dargestellt.

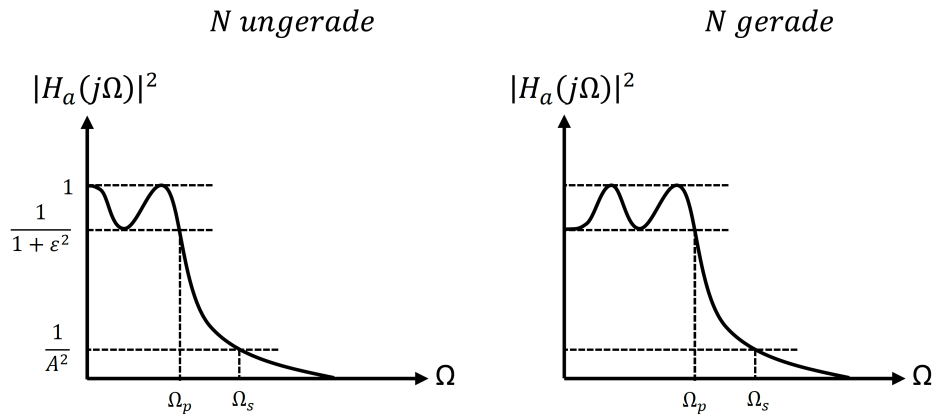


Abb. 79: Quadrierte Übertragungsfunktion eines Tiefpass mit Tschebyscheff-Charakteristik [42]. Dargestellte Charakteristik entspricht dem Filter vom Typ I. links: Filter mit ungerader Ordnung, rechts: Filter mit gerader Ordnung.

Der quadrierte Amplitudengang $|H_a(j\Omega)|^2$ lässt sich in Abhängigkeit der Frequenz durch den folgenden Ausdruck beschreiben:

$$|H_a(j\Omega)|^2 = \frac{1}{1 + \epsilon^2 T_N^2(\Omega)} \quad (\text{B.1})$$

$$T_N(\Omega) = \begin{cases} \cos(N \cdot \cos^{-1}\Omega), & |\Omega| \leq 1 \\ \cosh(N \cdot \cosh^{-1}\Omega), & |\Omega| > 1 \end{cases} \quad (\text{B.2})$$

T_N stellen in obigen Formeln die Tschebyscheff Polynome dar. Die Ordnung der Filters wird durch N repräsentiert. Der Tschebyscheff-Filter I weist im Durchlassbereich eine Welligkeit auf. Diese wird mithilfe des Welligkeitsfaktors ϵ dargestellt. Im Sperrbereich

verläuft die Übertragungsfunktion des Filters flach. Die Dämpfung wird dabei durch den Faktor A beschrieben.

Im Folgenden wird ein Analogfilter entsprechend den vorgegebenen Charakteristiken berechnet, welcher im Anschluss daran in einen äquivalenten digitalen IIR-Filter umgewandelt wird. Üblicherweise existieren Ansprüche an die Dämpfung im Durchlass- und Sperrbereich des Filters. Daraus kann die Ordnung des Filters berechnet werden. Die Ordnung lässt sich durch folgende Gleichung berechnen:

$$N \geq \frac{\cosh^{-1} \left(\sqrt{\frac{A^2-1}{\epsilon^2}} \right)}{\cosh^{-1}(\Omega_s)} \quad (\text{B.3})$$

Ω_s stellt dabei die Eckfrequenz im Sperrbereich dar. Diese ist die niedrigste Frequenz, bei der die gewünschte Dämpfung im Sperrbereich erst mals erreicht wird. Die folgenden Berechnungen stellen die Grundlage für die Filterimplementierung innerhalb des FPGA dar. Derzeit ist eine Implementierung eines IIR-Filters vierter Ordnung vorgesehen. Somit ist die Flankensteilheit des Filters innerhalb des Übergangs zwischen Durchlass- und Sperrbereich festgelegt. Reicht diese in der Realität nicht aus, muss die Ordnung des Filters erhöht werden. Im Folgenden gilt somit $n=4$. Die Übertragungsfunktion des Filters lässt sich wie folgt beschreiben:

$$H_a(s) = \frac{H_0}{\prod_{k=1}^N (s - p_k)} \quad (\text{B.4})$$

$$H_0 = \begin{cases} \prod_{k=1}^N (-p_k), & N \text{ ungerade} \\ \sqrt{\frac{1}{1+\epsilon^2}} \prod_{k=1}^N (-p_k), & N \text{ gerade} \end{cases} \quad (\text{B.5})$$

p_k stellen die Polstellen des Filters dar. Die Übertragungsfunktion ergibt sich in Abhängigkeit der Ordnung und der gewünschten Welligkeit im Durchlassbereich. Der Welligkeitsfaktor lässt sich beschreiben als $\epsilon = 10^{A_p/10} - 1$. Die Welligkeit im Durchlassbereich wird mit $A_p=0.2$ dB festgelegt. Darauf basierend lassen sich die Polstellen der Übertragungsfunktion berechnen:

$$p_k = \sigma_k + j \cdot \Omega_k, \quad k = 1, \dots, N \quad (\text{B.6})$$

$$\sigma_k = -\frac{\gamma - \gamma^{-1}}{2} \sin \left[\frac{(2k-1)\pi}{2N} \right] \quad (\text{B.7})$$

$$\Omega_k = \frac{\gamma + \gamma^{-1}}{2} \cos \left[\frac{(2k-1)\pi}{2N} \right] \quad (\text{B.8})$$

$$\gamma = \left(\frac{1 + \sqrt{1 + \epsilon^2}}{\epsilon} \right)^{1/N} \quad (\text{B.9})$$

Durch Einsetzen der Größen erhält man die vier Polstellen der analogen Übertragungsfunktion:

$$P_1 = -0.224 + j \cdot 1.0715 = 1.095e^{j1.78} \quad (\text{B.10})$$

$$P_2 = -0.542 + j \cdot 0.4438 = 0.7e^{j2.46} \quad (\text{B.11})$$

$$P_3 = -0.542 - j \cdot 0.4438 = 0.7e^{-j2.46} \quad (\text{B.12})$$

$$P_4 = -0.224 - j \cdot 1.0715 = 1.095e^{-j1.78} \quad (\text{B.13})$$

Der Zähler der Übertragungsfunktion H_0 ergibt sich zu:

$$H_0 = \sqrt{\frac{1}{1 + \epsilon^2}} \prod_{k=1}^N (-p_k) = 0.574 \quad (\text{B.14})$$

Für die Übertragungsfunktion $H_a(s)$ erhält man nun:

$$H_a(s) = \frac{0.574}{(s^2 + 0.4548s + 1.095^2)(s^2 + 1.087s + 0.49)} \quad (\text{B.15})$$

Im folgenden Abschnitt wird nun der beschriebene analoge Filter in einen äquivalenten digitalen Filter transformiert. Dazu wird die bilineare Transformation verwendet.

Bilineare Transformation eines Tschebyscheff-Tiefpassfilters Um einen analogen Filter in einen digitalen Filter zu überführen, muss die analoge Übertragungsfunktion $H_a(s)$ in eine äquivalente Funktion $H(z)$ transformiert werden. Hierbei wird eine Transformation eines zeitkontinuierlichen Systems in ein zeitdiskretes System vorgenommen. Eine elemen-

tare Methode stellt dabei die bilineare Transformation [47] dar, welche den Bezug zwischen analogen, kontinuierlichen und digitalen, diskreten Systemen herstellt. Die bilineare Transformation ist eine konforme Abbildung, welche Punkte in der komplexen Ebene (s-Ebene) auf einen Punkt in der z-Ebene (vgl. Möbiustransformation [48]) abbilden. Die Abbildung lässt sich allgemein wie folgt beschreiben:

$$H(z) = H_a(s) \Big|_{s=c \frac{z-1}{z+1}} \quad H_a(s) = H(z) \Big|_{z=\frac{1+s}{1-\frac{s}{c}}} \quad (\text{B.16})$$

Die Transformation entspricht einem Abbild der linken s-Ebene in den Einheitskreis. Dabei wird ein stabiles $H_a(s)$ in ein stabiles $H(z)$ transformiert. Die imaginäre Achse $s = j\Omega$ wird zur Hülle des Einheitskreises $z = e^{j\omega}$. Abbildung 80 verdeutlicht die Transformation vom zeitkontinuierlichen in den zeitdiskreten Frequenzraum.

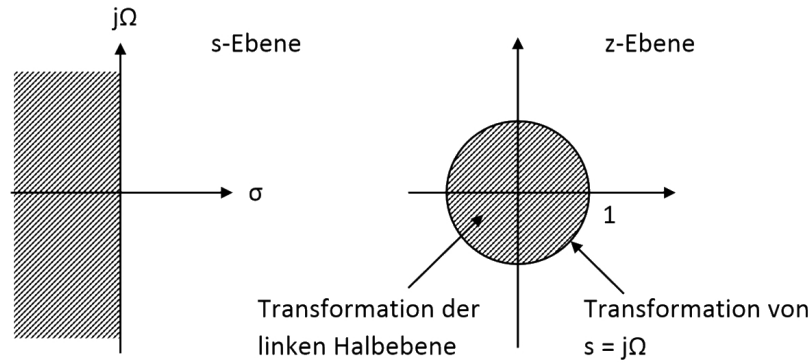


Abb. 80: Zusammenhang zwischen der s- und z-Ebene [42].

$$H(e^{j\omega}) = H_a(j \cdot \Omega) = \dots = H_a\left(j \cdot c \cdot \tan\left(\frac{\omega}{2}\right)\right) \quad (\text{B.17})$$

$$\rightarrow \Omega = c \cdot \tan\left(\frac{\omega}{2}\right) \quad (\text{B.18})$$

$$\leftrightarrow \omega = 2 \cdot \arctan\left(\frac{\Omega}{c}\right) \quad (\text{B.19})$$

Die nichtlineare Frequenztransformation wird durch obige Gleichung am Beispiel der imaginären Achse verdeutlicht. Durch Verwendung der Transformationsvorschrift für die Frequenzachse ergibt sich nun der in Abbildung 81 dargestellte transformierte Amplitudengang des Filters.

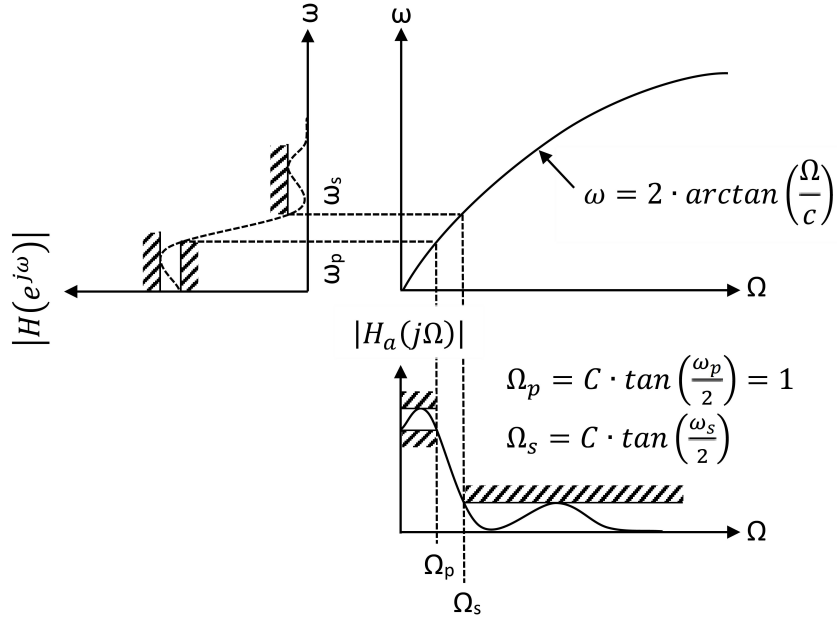


Abb. 81: Analoge und Digitale Frequenznormierung [42].

Um den Filter digital implementieren zu können, muss die analoge Übertragungsfunktion in eine digitale transformiert werden. Dazu können die Null- und Polstellen des Filters verwendet werden. Alternativ kann die Impulsinvarianzmethode benutzt werden, um die analoge Impulsantwort in eine digitale zu transformieren mithilfe der Impulsinvarianz-Transformation [47]. Über die Transformationsvorschrift $z = \frac{1+\frac{s}{c}}{1-\frac{s}{c}}$ können nun die Null- und Polstellen des analogen Filters transformiert werden. $s = \infty$ wird zu $z = -1$ transformiert. Um die Transformation durchführen zu können, muss zunächst die Konstante c berechnet werden:

$$\frac{f_{Cutoff}}{f_{Sample}} = \frac{1}{25} \quad (\text{B.20})$$

$$c = \cot\left(\frac{\omega_p}{2}\right) = \frac{1}{\tan\left(\frac{\omega_p}{2}\right)} \approx 7.915 \quad (\text{B.21})$$

Durch Transformation erhält man nun vier Null- und vier Polstellen, welche in Abbildung 82 dargestellt sind:

Polstellen :

$$p_1 = 0.95e^{j0.27}$$

$$p_3 = 0.87e^{-j0.11}$$

$$p_2 = 0.87e^{j0.11}$$

$$p_4 = 0.95e^{-j0.27}$$

Nullstellen :

$$z_1 = -1$$

$$z_3 = -1$$

$$z_2 = -1$$

$$z_4 = -1$$

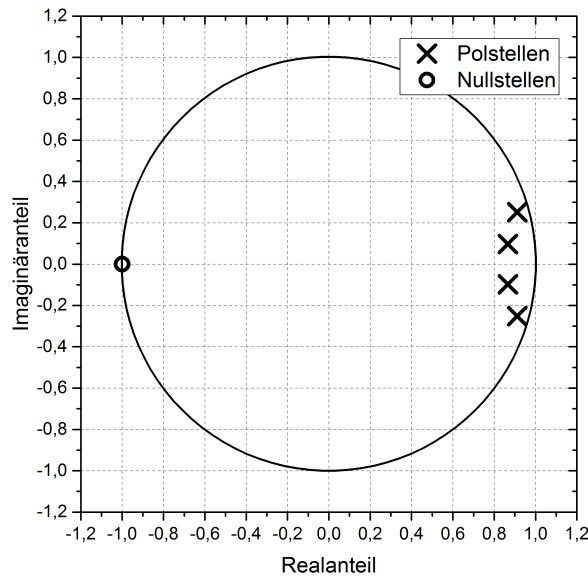


Abb. 82: Pol- und Nullstellen eines digitalen Tschebyscheff I IIR-Filters.

Daraus ergibt sich insgesamt die Übertragungsfunktion $H(z)$ zu:

$$H(z) = \frac{(z+1)(z+1)}{(z-0.95e^{j0.27})(z-0.95e^{-j0.27})} \cdot \frac{(z+1)(z+1)}{(z-0.87e^{j0.11})(z-0.87e^{-j0.11})} \quad (\text{B.22})$$

Für die digitale Implementierung sollen die bereits in Kapitel 3.3.7 vorgestellten Biquadfilterstrukturen verwendet werden. Jeder Biquadfilter stellt dabei einen Filter zweiter Ordnung dar. Idealerweise lassen sich die vorhandenen Polstellen derart auf zwei Bi-

quadfilter aufteilen, dass jeder Filter aus zwei Null- und einem Polstellenpaar besteht, welches eine Polstelle und die dazugehörige konjugierte komplexe Polstelle enthält. Die Übertragungsfunktion des ersten Biquadfilters ergibt sich zu $H_1(z)$:

$$H_1(z) = \frac{(z+1)(z+1)}{(z-0.95e^{j0.27})(z-0.95e^{-j0.27})} \quad (\text{B.23})$$

$$= \frac{z^2 + 2z + 1}{z^2 - 1.822z + 0.893} = \frac{1 + 2z^{-1} + z^{-2}}{1 - 1.822z^{-1} + 0.893z^{-2}} \quad (\text{B.24})$$

Entsprechend ergibt sich bei Verwendung des zweiten Polstellenpaares die Übertragungsfunktion $H_2(z)$ zu:

$$H_2(z) = \frac{1 + 2z^{-1} + z^{-2}}{1 - 1.733z^{-1} + 0.76z^{-2}} \quad (\text{B.25})$$

Für $H(z)$ gilt:

$$H(z) = k_0 \cdot \prod_{i=1}^R \frac{1 + a_{0i}z^{-1} + a_{1i}z^{-2}}{1 - b_{0i}z^{-1} - b_{1i}z^{-2}} \quad (\text{B.26})$$

$$H(z) = k_0 \cdot \frac{1 + 2z^{-1} + z^{-2}}{1 - 1.822z^{-1} + 0.893z^{-2}} \cdot \frac{1 + 2z^{-1} + z^{-2}}{1 - 1.733z^{-1} + 0.76z^{-2}} \quad (\text{B.27})$$

Um im Durchlassbereich eine Verstärkung von 0dB zu gewährleisten, muss k_0 berechnet werden. Dazu muss gelten:

$$H(1) = 8346.37 \cdot k_0 \stackrel{!}{=} 1 \quad (\text{B.28})$$

$$k_0 = 1.198 \cdot 10^{-4} \quad (\text{B.29})$$

Abschließend wird k_0 beispielsweise in den ersten Biquadfilter multipliziert und so ergeben sich die beiden Übertragungsfunktionen zu:

$$H_1(z) = \frac{0.0001198 + 0.0002396z^{-1} + 0.0001198z^{-2}}{1 - 1.733z^{-1} + 0.76z^{-2}} \quad (\text{B.30})$$

$$H_2(z) = \frac{1 + 2z^{-1} + z^{-2}}{1 - 1.822z^{-1} + 0.893z^{-2}} \quad (\text{B.31})$$

Alternativ können die Koeffizienten mithilfe von Matlab berechnet werden. Dazu kann die Funktion *cheby1* verwendet werden. Die entsprechenden Koeffizienten sind nachfolgend dargestellt:

```
1 >> IIR(25,1,0.2)
2 sos =
3 0.000119043626624    0.000238087260548
4 0.000119043628312    1.000000000000000
5 -1.733063008921802    0.760468967492710
6
7 1.000000000000000    1.999999938672026
8 0.999999985818274    1.000000000000000
9 -1.823297918865801    0.894416180880014
```

Listing 1: Aufruf der Funktion IIR mit Ausgabe der Filterkoeffizienten

Zu erkennen ist, dass die Koeffizienten gleich sind, da Matlab für die Implementierung ebenfalls eine Biquadfilterstruktur verwendet. Die verwendete Funktion *IIR* ist im Anhang (vgl. Kapitel C) dargestellt. Abschließend ist der berechnete Filter im Hinblick auf Amplituden- und Phasengang in Abbildung 50 dargestellt. Auf der x-Achse ist dabei die normalisierte Frequenz aufgetragen. Ein Wert von 1 entspricht dabei der halben Abtastfrequenz.

Im beschriebenen Beispiel wurde ein Tschebyscheff-Tiefpassfilter vom Typ I in Form eines digital IIR-Filters realisiert. Im Vergleich zum Tschebyscheff-Filter vom Typ II weist der Filter vom Typ I eine höhere Flankensteilheit im Übergangsbereich vom Durchlass- in den Sperrbereich auf, weshalb der Filter vom Typ I implementiert wurde. Dieser Filter weist jedoch eine Welligkeit im Durchlassbereich auf. Diese wurde auf 0.2 dB festgelegt. Über die Ordnung $N=4$ wurde der Filter hinsichtlich der frei wählbaren Parameter vollständig beschrieben. Eine Welligkeit von 0.2 dB entspricht einer maximalen Welligkeit von ca. 2%. Grund für den Einsatz des IIR-Filters ist die Rauschreduzierung oberhalb der Bandbreite im Δf -Signal. Somit wurde Wert auf möglichst hohe Flankensteilheit gelegt. Alternativ lassen sich Koeffizienten über die Bediensoftware entsprechend ändern, so dass die Verwendung eines Tschebyscheff-Filters vom Typ II evaluiert werden kann. Im Folgenden werden die Berechnungsgrundlagen für diesen Filter erläutert.

Tschebyscheff Filter Typ II In Abbildung 83 ist die allgemeine Übertragungsfunktion eines analogen Tschebyscheff-Tiefpassfilters vom Typ II dargestellt. Dabei wird zwischen gerader und ungerader Ordnung unterschieden. Die Welligkeit im Durchlassbereich wird

mit $\frac{1}{1+\epsilon^2}$ angegeben. Die Grenzfrequenz ist mit $\Omega_p = 1$ bezeichnet. Die Frequenz, bei der erstmals die Welligkeit von $\frac{1}{A^2}$ erreicht wird, sei als Ω_s bezeichnet.

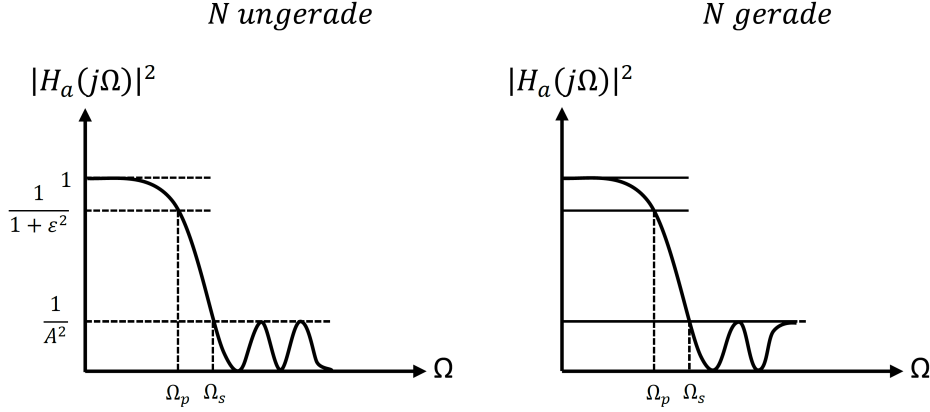


Abb. 83: Übertragungsfunktion eines Tschebyscheff II Tiefpass [42].

Das Vorgehen entspricht demjenigen des bereits beschriebenen Filters vom Typ I. Der quadrierte Amplitudengang $|H_a(j\Omega)|^2$ lässt sich durch Formel B.32 beschreiben.

$$|H_a(j\Omega)|^2 = \frac{1}{1 + \frac{A^2-1}{[T_N(\frac{\Omega_s}{\Omega})]^2}} \quad T_N(\Omega) = \begin{cases} \cos(N \cdot \cos^{-1}\Omega), & |\Omega| \leq 1 \\ \cosh(N \cdot \cosh^{-1}\Omega), & |\Omega| > 1 \end{cases} \quad (\text{B.32})$$

Durch die Wahl der Grenzfrequenz Ω_s bzw. der nötigen Dämpfung im Sperrbereich bestimmt sich die Ordnung des Filters zu:

$$N \geq \frac{\cosh^{-1} \sqrt{\frac{A^2-1}{\epsilon^2}}}{\cosh^{-1}(\Omega_s)} \quad (\text{B.33})$$

Soll im Betrieb die Umschaltung zwischen beiden Filtern möglich sein und ferner die Implementierung innerhalb des FPGA nicht geändert werden, muss die Ordnung mit $N=4$ beibehalten werden. Grundsätzlich lässt sich die Ordnung des implementierten Filters erhöhen, was einer Verbesserung der Flankensteilheit und der Welligkeit im Durchlass- bzw. Sperrbereich auf Kosten der benötigten FPGA-Ressourcen gleich kommt. Dazu ist allerdings eine erneute Synthesierung des VHDL-Codes nötig. Somit gilt für den Filter zunächst eine Ordnung mit $N=4$, was auch den Aufbau dieses Filters mittels zweier hintereinander geschalteter Biquadfilter ermöglicht. Ferner werden folgende Größen als gegeben angenommen: $f_{Cutoff}=10$ kHz, $f_{Sample}=195.3125$ kHz, $R_p=0.2$ dB, $R_s \geq 60$ dB. Dies

entspricht einer Phasenmittelung von 512 Werten (100 MHz/512=195.3125 kHz), woraus eine Bandbreite von ca. 20 kHz (vgl. Kapitel 4.1.3) resultiert. Um das Detektorrauschen weitestgehend zu unterdrücken, wird eine Grenzfrequenz von 10 kHz festgelegt. Es handelt sich hierbei um frei gewählte Parameter. Daraus resultiert unter Berücksichtigung der Ordnung:

$$\frac{1}{1 + \epsilon^2} = 10^{\frac{-R_p}{10}} \quad (\text{B.34})$$

$$\leftrightarrow \epsilon^2 = 0.0471285 \quad (\text{B.35})$$

$$\frac{1}{A^2} = 10^{\frac{-R_s}{10}} \quad (\text{B.36})$$

$$\leftrightarrow A^2 = 1E6 \quad (\text{B.37})$$

$$\rightarrow 4 \geq \frac{\cosh^{-1} \sqrt{\frac{A^2-1}{\epsilon^2}}}{\cosh^{-1}(\Omega_s)} \leftrightarrow \Omega_s = \cosh \left(\frac{\cosh^{-1} \sqrt{\frac{A^2-1}{\epsilon^2}}}{N} \right) = 4.9496 \quad (\text{B.38})$$

Unter den gegebenen Voraussetzungen wird die Dämpfung von 60 dB im Sperrbereich beim 4.9496-fachen der Grenzfrequenz (da $\Omega_p = 1$), also bei $f_s = 4.9496 \cdot f_{Cutoff} = 49,496$ kHz erreicht. Die Übertragungsfunktion des Filters ergibt sich wie folgt:

$$H_a(s) = \begin{cases} H_0 \frac{\prod_{k=1}^N (s - z_k)}{\prod_{k=1}^N (s - p_k)}, & N \text{ gerade} \\ H_0 \frac{\prod_{k=1}^{N-1} (s - z_k)}{\prod_{k=1}^N (s - p_k)}, & N \text{ ungerade} \end{cases} \quad H_0 = \begin{cases} \frac{\prod_{k=1}^N (-p_k)}{\prod_{k=1}^N (-z_k)}, & N \text{ gerade} \\ \frac{\prod_{k=1}^N (-p_k)}{\prod_{k=1}^{N-1} (-z_k)}, & N \text{ ungerade} \end{cases}$$

Die Null- und Polstellen der Übertragungsfunktion bestimmen sich zu:

Nullstellen :

$$z_k = j \frac{\Omega_s}{\cos\left(\frac{(2k-1)\pi}{2N}\right)}, \quad k = 1, \dots, N \quad (\text{B.39})$$

Polstellen :

$$p_k = \sigma_k + j \cdot \Omega_k, \quad k = 1, \dots, N \quad (\text{B.40})$$

$$\sigma_k = \frac{\Omega_s \alpha_k}{\alpha_k^2 + \beta_k^2} \quad (\text{B.41})$$

$$\Omega_k = \frac{-\Omega_s \beta_k}{\alpha_k^2 + \beta_k^2} \quad (\text{B.42})$$

$$\alpha_k = -\frac{\gamma - \gamma^{-1}}{2} \cdot \sin\left(\frac{(2k-1)\pi}{2N}\right) \quad (\text{B.43})$$

$$\beta_k = \frac{\gamma + \gamma^{-1}}{2} \cdot \cos\left(\frac{(2k-1)\pi}{2N}\right) \quad (\text{B.44})$$

$$\gamma = \left(A + \sqrt{A^2 - 1}\right)^{\frac{1}{N}} \quad (\text{B.45})$$

Daraus lassen sich die Pol- und Nullstellen bestimmen. Im Anschluss daran müssen diese durch die bilineare Transformation transformiert werden. Daraus lässt sich die komplexe Übertragungsfunktion $H(z)$ bestimmen. Durch Anpassung des Amplitudenkorrekturfaktors k_0 wird die Verstärkung entsprechend auf 0 dB normiert. Durch geschickte Verteilung der Pol- und Nullstellen erhält man für beide Biquadfilter eine Übertragungsfunktion.

Alternativ können die Koeffizienten mithilfe von Matlab über die Funktion *cheby2* berechnet werden. Die so erhaltenen Koeffizienten könnten über die Bediensoftware in den FPGA geladen werden. Somit ließe sich die Filtercharakteristik im Betrieb ändern bzw. optimieren.

C. Berechnung der IIR Filterkoeffizienten mit Matlab

```
1      >> IIR(25,1,0.2)
2      sos =
3          0.000119043626624    0.000238087260548
4          0.000119043628312    1.000000000000000
5          -1.733063008921802    0.760468967492710
6
7          1.000000000000000    1.999999938672026
8          0.999999985818274    1.000000000000000
9          -1.823297918865801    0.894416180880014
10
11      _____
12
13      %IIR.m
14      function [ ] = IIR( fsample, fcut, ripple)
15
16      format long
17      %Ordnung des IIR Filters
18      n=4;
19
20      %Berechnung der Übertragungsfunktions-Koeffizienten
21      [b,a] = cheby1(n,ripple,fcut/(0.5*fsample));
22      freqz(b,a);
23
24      %Umwandeln in Pol- und Nullstellen
25      [z,p,k]=tf2zp(b,a);
26
27      %Umwandeln ein SOS (Second Order Section) Filter
28      sos=zp2sos(z,p,k)
29
30      figure;
31      zplane(z,p);
32      end
```

Listing 2: Berechnung der Filterkoeffizienten des IIR-Filters

D. Berechnung der Resonanzkurve des Needlesensors mit Matlab

```

1      function [ ] = Needle(Rs, Cs, Ls, C0)
2
3      %Start- Stopfrequenz mit 5000 Datenpunkten für den Plot
4      f = linspace(975E3,985E3,5000);
5      w = 2*pi*f;
6
7      %Definiere die Übertragungsfunktion
8      Xs=w.*Ls-(1./(w.*Cs));
9      X0=-1./(w.*C0);
10     Z = Rs.*(X0.^2./(Rs.^2+(X0+Xs).^2))+
11         j.*X0.*((Rs.^2+X0.*Xs+Xs.^2)./(Rs.^2+(X0+Xs).^2));
12
13     figure(1);
14     plot(w/(2*pi),abs(Z));
15     grid; xlabel('f□(Hz)'); ylabel('|Z(f)|□(\Omega)');
16     title('Magnitude□Response');
17
18     figure(2);
19     semilogx(w/(2*pi),20*log10(abs(Z)));
20     grid; xlabel('f□(Hz)'); ylabel('|Z(f)|□dB');
21     title('Log□Magnitude□Response');
22
23     figure(3);
24     plot(w/(2*pi),unwrap(angle(Z))*180/pi);
25     grid; xlabel('f□(Hz)'); ylabel('\angle Z(f)□(\circ)');
26     title('Phase□Response');
27
28     end

```

Listing 3: Matlab-Funktion Needle zur Berechnung der Impedanz eines Nadelsensors.

E. Berechnung einer Vektordrehung mithilfe des Rotating-Verfahrens

Der Vektor $[x_0, y_0] = [4, 1]$ soll um $\varphi = 52^\circ = 0.907571$ gedreht werden. Das Ergebnis $[x_8, y_8]$ soll nach acht Iterationen bestimmt werden:

$$x_1 = x_0 - \sigma_0 \cdot 2^{-0} \cdot y_0 = 3$$

$$y_1 = y_0 + \sigma_0 \cdot 2^{-0} \cdot x_0 = 5$$

$$z_1 = z_0 - \sigma_0 \cdot \arctan(2^{-0}) = 0.122$$

$$\rightarrow \sigma_1 = 1$$

$$x_2 = x_1 - \sigma_1 \cdot 2^{-1} \cdot y_1 = 0.5$$

$$y_2 = y_1 + \sigma_1 \cdot 2^{-1} \cdot x_1 = 6.5$$

$$z_2 = z_1 - \sigma_1 \cdot \arctan(2^{-1}) = -0.341$$

$$\rightarrow \sigma_2 = -1$$

$$x_3 = x_2 - \sigma_2 \cdot 2^{-2} \cdot y_2 = 2.125$$

$$y_3 = y_2 + \sigma_2 \cdot 2^{-2} \cdot x_2 = 6.375$$

$$z_3 = z_2 - \sigma_2 \cdot \arctan(2^{-2}) = -0.096$$

$$\rightarrow \sigma_3 = -1$$

$$x_4 = x_3 - \sigma_3 \cdot 2^{-3} \cdot y_3 = 2.921$$

$$y_4 = y_3 + \sigma_3 \cdot 2^{-3} \cdot x_3 = 6.109$$

$$z_4 = z_3 - \sigma_3 \cdot \arctan(2^{-3}) = 0.027$$

$$\rightarrow \sigma_4 = 1$$

$$x_5 = x_4 - \sigma_4 \cdot 2^{-4} \cdot y_4 = 2.54$$

$$y_5 = y_4 + \sigma_4 \cdot 2^{-4} \cdot x_4 = 6.292$$

$$z_5 = z_4 - \sigma_4 \cdot \arctan(2^{-4}) = -0.034$$

$$\rightarrow \sigma_5 = -1$$

$$x_6 = x_5 - \sigma_5 \cdot 2^{-5} \cdot y_5 = 2.73$$

$$y_6 = y_5 + \sigma_5 \cdot 2^{-5} \cdot x_5 = 6.21$$

$$z_6 = z_5 - \sigma_5 \cdot \arctan(2^{-5}) = -0.003$$

$$\rightarrow \sigma_6 = -1$$

$$x_7 = x_6 - \sigma_6 \cdot 2^{-6} \cdot y_6 = 2.833$$

$$y_7 = y_6 + \sigma_6 \cdot 2^{-6} \cdot x_6 = 6.169$$

$$z_7 = z_6 - \sigma_6 \cdot \arctan(2^{-6}) = 0.012$$

$$\rightarrow \sigma_7 = 1$$

$$x_8 = x_7 - \sigma_7 \cdot 2^{-7} \cdot y_7 = 2.785$$

$$y_8 = y_7 + \sigma_7 \cdot 2^{-7} \cdot x_7 = 6.192$$

$$z_8 = z_7 - \sigma_7 \cdot \arctan(2^{-7}) = 0.004$$

$$\rightarrow \sigma_8 = 1$$

Der Skalierungsfaktor ergibt sich nach Formel 3.43 zu: $K|_{n=8} = 0.607259$. Für den exakten Ergebnisvektor nach acht Iterationen ergibt sich somit:

$$\begin{bmatrix} x_n \\ y_n \end{bmatrix} = K * \begin{bmatrix} x_8 \\ y_8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.67464 \\ 3.7677 \end{bmatrix}$$

F. Berechnung der Needlesensor-Impedanz

Das Ersatzschaltbild eines Needlesensors ist in Abbildung 10 dargestellt. Mit Annahme der Existenz eines statischen Bereiches, der durch die Kapazität zwischen den Sensorelektroden gebildet wird, erweitert um einen dynamischen Bereich, der das Verhalten eines gedämpften harmonischen Oszillators abbildet, ergibt sich für den jeweiligen Bereich folgende Impedanz:

$$Z_s = R_s - j \frac{1}{\omega C_s} + j \frac{1}{\omega L_s} = R_s + j \left(\omega L_s - \frac{1}{\omega C_s} \right) \quad (\text{F.1})$$

$$Z_0 = -j \frac{1}{\omega C_0} \quad (\text{F.2})$$

Die Gesamtimpedanz ergibt sich nun als Parallelschaltung der beiden einzelnen Impedanzen Z_0 und Z_s zu:

$$Z = \frac{Z_0 \cdot Z_s}{Z_0 + Z_s} \quad (\text{F.3})$$

$$= \frac{-j \frac{1}{\omega C_0} (R_s + j X_s)}{-j \frac{1}{\omega C_0} + R_s + j X_s} \quad (\text{F.4})$$

$$= \frac{j X_0 (R_s + j X_s)}{j X_0 + R_s + j X_s} = \frac{j X_0 R_s - X_0 X_s}{R_s + j (X_0 + X_s)} \quad (\text{F.5})$$

$$= \frac{j X_0 R_s (R_s - j (X_0 + X_s)) - X_0 X_s (R_s - j (X_0 + X_s))}{R_s^2 + (X_0 + X_s)^2} \quad (\text{F.6})$$

$$= \frac{j X_0 R_s^2 + X_0 R_s (X_0 + X_s) - X_0 X_s R_s + j X_0 X_s (X_0 + X_s)}{R_s^2 + (X_0 + X_s)^2} \quad (\text{F.7})$$

$$= \frac{X_0^2 R_s + j X_0 (R_s^2 + X_s (X_0 + X_s))}{R_s^2 + (X_0 + X_s)^2} \quad (\text{F.8})$$

$$= R_s \left[\frac{X_0^2}{R_s^2 + (X_0 + X_s)^2} \right] + j X_0 \left[\frac{R_s^2 + X_0 X_s + X_s^2}{R_s^2 + (X_0 + X_s)^2} \right] \quad (\text{F.9})$$

Danksagung

Zunächst möchte ich mich an dieser Stelle bei all denjenigen bedanken, die mich während der Anfertigung dieser Dissertation unterstützt und motiviert haben.

Besonderer Dank gilt meinem Betreuer und Doktorvater Herrn **Prof. Dr. Bert Voigtländer**. Die anregenden Diskussionen und Hilfestellungen haben maßgeblich zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen.

Mein Dank gilt auch Herrn **Prof. Dr. Stefan Tautz** für die Möglichkeit in seinem Institut diese Arbeit anfertigen zu können.

Herzlichen Dank auch Herrn **Prof. Dr. Rainer Waser**, der sich bereit erklärt hat, diese Arbeit zu bewerten und ein Zweitgutachten anzufertigen.

Des Weiteren bedanke ich mich bei:

Dr. Stefan Korte, da ohne ihn die Erstellung der AFM-Bilder nicht möglich gewesen wäre.

Bei **Dr. Hans-Joachim Krause** für seine Unterstützung und die Benutzung seines Spektrumanalysators, ohne den eine Vielzahl der Abbildungen nicht möglich gewesen wären.

Dem Gastwissenschaftler **Dr. Ireneusz Morawski** für seine technischen Anregungen im Hinblick auf die Verbesserung der Elektronik.

Den Doktoranden unserer Arbeitsgruppe **Felix Lüpke** und **Sven Just** sowie **Dr. Marcus Blab** für die wissenschaftlichen, sowie technischen Diskussionen.

Und bei allen Doktoranden, Diplom-, Master-, und Bachelorstudenten und Mitarbeitern des Peter-Grünberg-Instituts-3 für das tolle Arbeitsklima, welches mich sogar im Nachbargebäude, in dem ich als einsamer Doktorand arbeitete, erreichte.

Der gesamten Arbeitsgruppe unter der Leitung von **Dr. Heinz Rongen** aus dem Institut ZEA-2, die mir im Hinblick auf technische Fragen und Problemstellungen mit Rat und

Tat zur Seite standen.

Ebenso gilt mein Dank **Prof. Hans-Josef Ackermann**, **Prof. Mark Hellmanns** und **Dipl.-Ing. Heinz Römer** von der Fachhochschule Aachen, die mich bei der Prototypenentwicklung unterstützten.

Ebenso danke ich **Christian Benden**, der mich während motivationsschwacher Phasen mit netten Gesprächen auch über die Arbeit hinaus wieder motivieren konnte.

Bei **Sebastian Dolgener**, **Maximilian Froitzheim**, **Svenja Kalt B. Sc.**, **Christine Marx**, **Daniel Schnitzler M. Sc.**, **Dipl.-Ing. Dominik Sieben** und vor allem mit einem großen Lob bei **Christina Hoppe** für das Korrekturlesen dieser Arbeit.

Bei **Thomas Bong M. Sc.**, der in unserer Arbeitsgruppe sein Praxissemester erfolgreich absolvierte und die Entwicklung und den Aufbau einer intelligenten Spannungsversorgung für die im Rahmen dieser Arbeit entwickelte FM-Detektionselektronik vorantrieb.

Besonderer Dank gilt meinen Eltern **Monika und Ewald Spiegelberg** für die Unterstützung während meines kompletten Bildungswegs.