

Erschließung der automatischen Strömungsoptimierung zur Lösung von Gestaltungsaufgaben im Wasserbau

Von der Fakultät für Bauingenieurwesen der
Rheinisch-Westfälischen Technischen Hochschule Aachen
zur Erlangung des akademischen Grades
eines Doktors der Ingenieurwissenschaften
genehmigte Dissertation

vorgelegt von

Gerd Johannes Wolfram Demny
aus Düsseldorf

Berichter: Universitätsprofessor Dr.-Ing. Jürgen Köngeter
 Professor Dr.-Ing. Hans-Erwin Minor
 Professor Christine A. Shoemaker Ph.D.

Tag der mündlichen Prüfung: 24. August 2004

Diese Dissertation ist auf den Internetseiten der Hochschulbibliothek online verfügbar.

Vorwort

Durch die Verknüpfung von numerischer Strömungsmodellierung mit Optimierungsalgorithmen wird das Werkzeug der automatischen Strömungsoptimierung geschaffen. Der Einsatz dieses Werkzeugs bei der Auslegung wasserbaulicher Anlagen versetzt den planenden Ingenieur in die Lage, das technische Potenzial seiner Aufgabenstellung wesentlich umfassender zu erschließen, als dies bislang möglich war.

Meine Arbeit ist von 1999 bis 2003 im Zuge meiner Tätigkeit als leitender wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Wasserbau und Wasserwirtschaft der RWTH Aachen entstanden. Herrn Universitätsprofessor Dr.-Ing. J. Köngeter danke ich für die Übernahme des Hauptreferates. Seine fortwährende Unterstützung und die Gewährung eines großen persönlichen Freiraumes bei der Forschung haben die Grundlage zum Gelingen dieser Arbeit gelegt.

Herrn Professor Dr.-Ing. H.-E. Minor danke ich für die Übernahme des Korreferats und sein großes Interesse an meiner Arbeit. Ebenso gilt Frau Professor C. Shoemaker Ph.D. mein Dank für die gute fachliche Betreuung während meines Forschungsaufenthaltes an der Cornell University, N.Y., USA und für die Übernahme des Korreferats.

Daneben möchte ich meinen ehemaligen Kollegen und studentischen Mitarbeitern ausdrücklich danken, die durch die vielen fruchtbaren Diskussionen und die tatkräftige Unterstützung wesentlich zum Gelingen meiner Arbeit beigetragen haben.

Frau G. Schwarte möchte ich für die sorgfältige Durchsicht des Manuskripts danken. Ein besonders herzlicher Dank geht an Frau R. Schwarte für die liebe und motivierende Unterstützung bei der Erstellung der Arbeit.

Aachen, im August 2004

Gerd Demny

Abstract

Today, numerical flow models are widely used tools in hydraulic engineering, as for the design of turbine intakes. In this field, problems are often closely linked to the question of an optimal solution depending on various influences. With the connection of an optimization algorithm and a flow model the tool of automatic optimization is created, which can be used to find the optimal solution. The intention of this thesis is to answer the question, if automatic optimization is a trustworthy tool and to what extend it can contribute to the design process in hydraulic engineering.

The various types of problems in hydraulic engineering demand a flexible tool, which can be adapted to a specific application. A concept was developed, which easily allows the exchange of the modules of the automatic optimization. A comprehensive error analysis shows, how errors can impede a successful termination of the optimization process. In order to ensure a validated optimization, a stepwise process of error control was developed.

The separation pier of a small water power plant was optimized to show the practical applicability of the new tool. The horizontal and the vertical shape of the pier were subject to optimization. In comparison to other, well known pier geometries the optimized contours offer an additional reduction of flow losses at the trash-rack. With the help of the automatic optimization a pier contour was identified, which also shows good properties regarding constructional demands.

Inhaltsverzeichnis

Inhaltsverzeichnis	viii
Verzeichnis der Formeln und Abkürzungen	xiii
Abbildungsverzeichnis	xvii
Tabellenverzeichnis	xxiii
1 Einleitung	1
1.1 Einführung in die Thematik	1
1.2 Fragestellung und Ziele	3
1.3 Vorgehensweise	4
2 Konzeption der automatischen Strömungsoptimierung	7
2.1 Vorbemerkung	7
2.2 Stand der Technik	8
2.3 Anforderungen aus der Wasserbaupraxis	10
2.4 Konzept für die modulare Strömungsoptimierung	12
3 Mathematische Grundlagen der automatischen Strömungsoptimierung	15
3.1 Vorbemerkung	15
3.2 Überblick	16
3.3 Formulierung der Zielfunktion	17
3.4 Modellierung des Strömungsfeldes	21
3.4.1 Vorgehen bei der Modellierung	21
3.4.2 Formulierung der Strömungsfeldmechanik	21
3.4.3 Diskretisierung des Strömungsfeldes	26
3.4.4 Iterative Berechnung des Strömungsfeldes	28

3.5	Parametrisierung der Bauwerkskontur	30
3.6	Auswahl des Optimierungsalgorithmus	32
3.6.1	Vorgehen bei der Auswahl	32
3.6.2	Formulierung des Optimierungsproblems	34
3.6.3	Diskretisierung des Gradienten	38
3.6.4	Iterative Lösung	40
3.7	Parallelen zwischen Strömungsmodell und Optimierungsalgorithmus	41
4	Testfall Diffusorströmung	45
4.1	Vorbemerkung	45
4.2	Grundlagen der Diffusorströmung	45
4.3	Numerische Modelle	47
4.4	Energieverluste im Diffusor	50
4.4.1	Mechanismus der Energieumwandlung	50
4.4.2	Gerader Diffusor	52
4.4.3	Konturierter Diffusor	53
4.4.4	Empirischer Diffusorverlustbeiwert	55
4.5	Vorbereitung der Optimierung und Rechenzeiteinsparung	56
5	Fehlerquellen bei der automatischen Optimierung	59
5.1	Vorbemerkung	59
5.2	Vorstellung der Fehlerkategorien	59
5.3	Fehler bei der Formulierung der Zielfunktion	63
5.3.1	Modellfehler der Zielfunktion	63
5.4	Fehler bei der Modellierung des Strömungsfeldes	64
5.4.1	Modellfehler des Strömungsmodells	64
5.4.2	Diskretisierungsfehler des Strömungsmodells	70
5.4.3	Iterationsfehler des Strömungsmodells	77
5.5	Rundungsfehler	81
5.6	Fehler bei der Parametrisierung der Bauwerkskontur	86
5.6.1	Modellfehler bei der Bauwerkskonturierung	86
5.7	Fehler bei der Ableitung des Optimierungsalgorithmus	88
5.7.1	Modellfehler des Optimierungsalgorithmus	88
5.7.2	Diskretisierungsfehler des Gradienten	92
5.7.3	Iterationsfehler des Optimierungsalgorithmus	100
5.8	Zusammenfassung und Verknüpfung der Fehler	106

6	Empfehlungen für die Ingenieurpraxis	111
6.1	Vorbemerkung	111
6.2	Vorgehensweise bei der Validierung	112
6.3	Validierungsprozess	114
6.3.1	Validierung des Strömungsmodells	114
6.3.2	Validierung der Zielfunktion	117
6.3.3	Validierung des Optimierungsalgorithmus	118
6.3.4	Validierung der Konturparametrisierung	123
6.3.5	Überprüfung des Optimierungsergebnisses	124
6.4	Verallgemeinerung des Validierungsprozesses	126
6.5	Validität der automatischen Optimierung am Beispiel der Diffusorkonturierung	128
7	Anwendungsbeispiel Trennpfeilergestaltung	135
7.1	Vorbemerkung	135
7.2	Funktionsweise und Gestaltung des Trennpfeilers	137
7.3	Aufgabenstellung	144
7.4	Module für die Pfeileroptimierung	148
7.4.1	Vorbemerkung	148
7.4.2	Strömungsmodell	148
7.4.3	Zielfunktion	158
7.4.4	Optimierungsalgorithmus	163
7.4.5	Parametrisierung der Kontur	164
7.5	Pfeileroptimierung	168
7.5.1	Vorstellung der Optimierungsrechnungen	168
7.5.2	Durchführung der Optimierung	169
7.5.3	Diskussion der Ergebnisse	177
7.6	Alternative Konturparametrisierung	181
7.7	Schlussfolgerungen und weiterführende Vorschläge	187
8	Zusammenfassung und Ausblick	189
	Literaturverzeichnis	193

Verzeichnis der Formeln und Abkürzungen

a) Koordinaten, Indizes, Funktionen und Vereinbarungen

t	Zeitkoordinate	[T]
$x_i = x, y, z$	Globale Koordinaten	[L]
χ_i	Konturkoordinaten	[L]
i, j, k, l	Laufindex, Zähler	
$B_{(p_i)}$	Bauwerksparametrisierung	
$T_{(\phi)}$	Strömungsgleichungen	
f	Zielfunktion	
c	Konstante	
n	Anzahl	
ϕ	Strömungsgröße	
$\square_m$	Gemittelter Wert	
$\square_0$	Startwert	
$\square_{min}$	Minimaler Wert	
$\square_{max}$	Maximaler Wert	
$\square^*$	Optimaler Wert	

Es gilt die EINSTEIN'sche Summenkonvention.

b) Skalare Größen

A	Fläche	$[L^2]$
B	Bauwerksbreite	$[L]$
H_V	Energiehöhenverlust	$[L]$
H_{V_R}	Energiehöhenverlust am Rechen	$[L]$
L	Bauwerkslänge	$[L]$
Q	Volumenstrom	$[L^3/T]$
Re	REYNOLDS-Zahl	$[-]$
b	Stababstand am Rechen	$[L]$
d	Durchmesser	$[L]$
g	Betrag der Erdbeschleunigung	$[L/T^2]$
h	Differenz	$[L]$
h_g	Finite-Differenzen-Schrittweite	$[L]$
k	Turbulente kinetische Energie	$[L^2/T^2]$
l	Länge	$[L]$
p	Druck	$[M/LT^2]$
r	Radius	$[L]$
s	Stabdicke am Rechen	$[L]$
α, β	Winkel	$[\circ]$
$\alpha_{\square}$	Unterrelaxationsfaktoren	$[-]$
α_{Druck}	Druckhöhenausgleichswert	$[-]$
α_{Geschw}	Geschwindigkeitshöhenausgleichswert	$[-]$
$\beta_{\square}$	Blendingfaktoren	$[-]$
δ	Rechenkorrekturfaktor	$[-]$
ε	Dissipation	$[L^2/T^3]$
$\varepsilon_{\square}$	Relativer Fehler	$[-]$
ν_M	Molekulare Viskosität	$[L^2/T]$
ν_T	Turbulente Viskosität	$[L^2/T]$
φ	Rechenstabformbeiwert	$[-]$
ρ	Dichte	$[M/L^3]$
σ	Absoluter Fehler	
τ	Abbruchkriterium	
ζ	Verlustbeiwert	$[-]$
ζ_D	Diffusorverlustbeiwert	$[-]$

c) Vektorielle und tensorielle Größen

b_{ui}	Untere Grenze der Optimierungsparameter	[L]
b_{oi}	Obere Grenze der Optimierungsparameter	[L]
e_i	Einheitsvektor	[−]
g_i	Gradient	
G_{ij}	HESSE-Matrix	
H_{ij}	Approximation der HESSE-Matrix	
p_i	Optimierungsparameter	[L]
R	Residuum der Strömungsfeldgrößen	
s_i	Differenzvektor	[L]
$u_i = u, v, w$	Strömungsgeschwindigkeit	[L/T]
δ_{ij}	KRONECKER-Delta	[−]

Abbildungsverzeichnis

1.1	Auslegungsprozess umströmter Konturen im Wasserbau	2
1.2	Kriterien für die Akzeptanz der automatischen Optimierung . . .	4
1.3	Aufbau der Arbeit	5
2.1	Generelles Konzept der automatischen Strömungsoptimierung .	8
2.2	Module der automatischen Strömungsoptimierung	13
3.1	Prozess der Formulierung der automatischen Optimierung . . .	17
3.2	Bézierkurven: a) 1. Ordnung, b) 2. Ordnung (nach CASEY, 1983)	33
3.3	Vollständiger Prozess der Formulierung der automatischen Optimierung	42
4.1	Durchströmung eines Diffusors nach IDELCIK (1986)	46
4.2	Ausschnitt aus dem FV-Netz des geraden Diffusors mit 20×300 Zellen	48
4.3	Ausschnitt aus dem FV-Netz des konturierten Diffusors mit 20×300 Zellen	48
4.4	Energieumwandlung im geraden Diffusor, $\alpha = 20^\circ$, Diffusorlänge $l = 59 \text{ mm}$	50
4.5	Verlustbeiwert ζ_D des geraden Diffusors in Abhängigkeit vom Öffnungswinkel α	52

4.6	Kontur des Diffusors in Abhängigkeit von den Geometrieparametern r_1 und r_2	53
4.7	Verlustbeiwert ζ_D des konturierten Diffusors in Abhängigkeit von den Geometrieparametern r_1 und r_2	54
4.8	Einfluss der Startschätzung auf die Berechnungsdauer des $\alpha = 35^\circ$ -Diffusors	57
5.1	Fehlermöglichkeiten bei der Formulierung der automatischen Optimierung (MF: Modellfehler, DF: Diskretisierungsfehler, IF: Iterationsfehler, RF: Rundungsfehler)	62
5.2	Gemessene (●) und gerechnete (—) Profile der Axialgeschwindigkeit	66
5.3	Gemessene (●) und gerechnete (—) Profile der turbulenten kinetischen Energie	67
5.4	Gemessener (●), gerechneter (—) und empirischer (—·) Verlustbeiwert des geraden Diffusors	69
5.5	Einfluss des Diskretisierungsschemas auf die Berechnungsgenauigkeit des geraden Diffusors	71
5.6	Einfluss der Netzfeinheit auf den Verlustbeiwert und die Berechnungsdauer des 25° -Diffusors	72
5.7	Einfluss der Netzfeinheit auf den Verlustbeiwert des geraden Diffusors in Abhängigkeit vom Öffnungswinkel α	74
5.8	Einfluss der Netzfeinheit auf den Strömungsverlustbeiwert des konturierten Diffusors (Level 1: 10×150 FV, Level 2: 20×300 FV)	75
5.9	Einfluss der Netzfeinheit auf den Optimierungsverlauf des konturierten Diffusors	76
5.10	Einfluss des Abbruchkriteriums auf den Verlustbeiwert und die CPU-Zeit des 35° -Diffusors	78
5.11	Verlustbeiwert des geraden Diffusors in Abhängigkeit vom Öffnungswinkel α bei drei verschiedenen Abbruchkriterien τ_R	79
5.12	Relativer Fehler des 35° -Diffusors in Abhängigkeit vom Abbruchkriterium für drei verschiedene Netzfeinheiten	80

5.13	Relativer Fehler des 35°-Diffusors für verschiedene Diskretisierungsschemata und Startschätzungen	81
5.14	Differenz der Zielfunktion $ f_h - f $ in Abhängigkeit von der Geometrieviation h	84
5.15	Darstellungsgenauigkeit der Zielfunktion in Abhängigkeit vom Abbruchkriterium τ_R und der Netzfeinheit h_{FV}	86
5.16	Verlustbeiwert ζ_D des konturierten Diffusors in Abhängigkeit von den Bézierpunkten r_1 und r_2 und Startpunkte der Optimierung	89
5.17	Optimierungsergebnisse für den konturierten Diffusor in Abhängigkeit vom Startpunkt	90
5.18	Optimierungsfortschritt für den konturierten Diffusor in Abhängigkeit vom Startpunkt	91
5.19	Optimierungsverlauf für den konturierten Diffusor bei Start im Punkt A	92
5.20	Theoretischer Verlauf des Diskretisierungsfehlers des Gradienten in Abhängigkeit von der FD-Schrittweite h_g und vom Rundungsfehler ε_R^{max}	94
5.21	Verlauf des Gradienten des 35°-Diffusors in Abhängigkeit von der FD-Schrittweite h_g	95
5.22	Optimierungsergebnisse des konturierten Diffusors in Abhängigkeit von der FD-Schrittweite h_g	96
5.23	Optimierungsverlauf des konturierten Diffusors in Abhängigkeit von der FD-Schrittweite h_g	97
5.24	Optimierungsergebnisse des konturierten Diffusors in Abhängigkeit vom Abbruchkriterium τ_R des Strömungsmodells	99
5.25	Optimierungsverlauf und Anzahl der benötigten Strömungsberechnungen des konturierten Diffusors bei Start im Punkt A . . .	101
5.26	Konvergenzverhalten des konturierten Diffusors bei Start im Punkt A	103
5.27	Entwicklung des Gradienten und Anzahl der benötigten Strömungsberechnungen des konturierten Diffusors bei Start im Punkt A	104

5.28	Entwicklung des Gradienten und Anzahl der benötigten Strömungsberechnungen des konturierten Diffusors bei Start im Punkt C	105
5.29	Verknüpfung der Fehler und ihrer Ursachen (Zur Erläuterung der Abkürzungen siehe Beschreibung im Text)	107
6.1	Schritte bei der Validierung der automatischen Optimierung . . .	127
6.2	Einordnung optimaler Diffusorkonturen nach HÄRTL (1989) . .	129
6.3	Optimierungsverläufe der drei Diffusoren mit $A_2/A_1 = 1.5, 2$ und 4	131
6.4	Optimale Diffusorkonturen für $A_2/A_1 = 1.5, 2$ und 4 (radial überhöht)	132
7.1	Anordnung einer Staustufe und Anströmung des Kraftwerks (GODDE, 1994)	137
7.2	Umströmung des Trennpfeilers (nach ROUVÉ, 1958)	138
7.3	Grundriss des Trennpfeilers nach ROUVÉ (1958)	140
7.4	Sonderformen des Pfeilergrundrisses	141
7.5	Sonderformen der vertikalen Pfeilerkontur	142
7.6	Oberwasserbucht des Anwendungsbeispiels	146
7.7	Diskretisierung der Trennpfeilerumströmung mit 27 498 FV . . .	149
7.8	Iterationsfehler des Strömungsmodells	151
7.9	Einfluss der FV-Diskretisierung auf den Rechenverlust und erforderliche CPU-Zeit	152
7.10	Sensitivitätsstudie zur erforderlichen Gerinnelänge	153
7.11	Sensitivitätsstudie zur erforderlichen Rohrlänge	154
7.12	Gerechnete und gemessene Geschwindigkeitsprofile im Rechenquerschnitt (Blick in Strömungsrichtung)	154
7.13	Gerechnete und gemessene Geschwindigkeitshöhenausgleichswerte α_{Geschw} im Rechenquerschnitt	155
7.14	Strömungsfeld auf Höhe der Rohrachse bei $z = 0.4m$	156

7.15	Stromlinien in der Oberwasserbucht	157
7.16	Sensitivität des Geschwindigkeitshöhenausgleichswertes	159
7.17	Sensitivität des Strömungs- und des Rechenverlustes	160
7.18	Geschwindigkeitsvektoren am Rechen für den ROUVÉ'schen Trennpfeiler	161
7.19	Geschwindigkeitsprofil und Anströmwinkel am Rechen für den ROUVÉ'schen Trennpfeiler (Blick in Strömungsrichtung)	162
7.20	Sensitivität des FD-Gradienten für die Pfeilerlänge und -breite	163
7.21	Parametrisierung des Pfeilergrundrisses	166
7.22	Parametrisierung der vertikalen Pfeilerkontur	167
7.23	Optimierungsverlauf für zwei Bézierpunkte	170
7.24	Konvergenzverhalten für zwei Bézierpunkte	171
7.25	Entwicklung des Gradienten der Zielfunktion für zwei Bézier- punkte	172
7.26	Optimale Grundrisse für zwei und für drei Bézierpunkte	174
7.27	Optimale vertikale Kontur	176
7.28	Vergleich der Geschwindigkeitsprofile am Rechen	178
7.29	Vergleich der Anströmwinkel am Rechen	179
7.30	Vergleich der optimalen Konturen A1 und C2 mit der Pfeiler- form nach ROUVÉ	180
7.31	Alternative Parametrisierung der Pfeilerkontur	182
7.32	Optimale alternative Kontur	184
7.33	Geschwindigkeitsprofile am Rechen für die optimale vertikale Kontur C2 und die optimale alternative Konturierung	185
7.34	Anströmwinkel am Rechen für die optimale vertikale Kontur C2 und die optimale alternative Konturierung	186

Tabellenverzeichnis

3.1	Konstanten des $k - \varepsilon$ -Modells	24
3.2	Platzhalter der generischen Transportgleichung	25
4.1	Geometrie der numerischen Diffusormodelle	49
4.2	Strömungsdaten und numerische Parameter der Diffusormodelle	49
6.1	Verlustbeiwert ζ_D nach der Diffusoroptimierung für die Flächen- verhältnisse $A_2/A_1 = 1.5, 2$ und 4	131
7.1	Rechenparameter	147
7.2	Rechenkorrekturfaktor δ in Abhängigkeit vom Anströmwinkel β nach GIESECKE & MOSONYI (1997)	147
7.3	Strömungsdaten und numerische Parameter	150
7.4	Numerische Parameter für den Optimierungsalgorithmus	164
7.5	Begrenzung der Optimierungsparameter	168
7.6	Startpunkte der Pfeileroptimierung	169
7.7	Ergebnisse der Pfeileroptimierung	173
7.8	Vergleich der optimalen Pfeilerkonturen	177
7.9	Startpunkte und Begrenzung der alternativen Pfeileroptimierung	183
7.10	Ergebnisse der alternativen Optimierung	183
7.11	Einordnung der Ergebnisse der alternativen Optimierung	185

Kapitel 1

Einleitung

1.1 Einführung in die Thematik

Die Auslegung umströmter Konturen ist eine anspruchsvolle Aufgabe, die Ingenieure des Wasserbaus seit mehr als einhundert Jahren beschäftigt. Durch die komplexen Wirkungszusammenhänge dreidimensionaler Strömungsvorgänge kann in der Regel nicht auf Standardlösungen zurückgegriffen werden. Mit der Einrichtung von Wasserbaulabors, wie beispielsweise dem ersten ständigen Flussbaulaboratorium im Jahre 1898 in Dresden (POHL, 1998), wurde damit begonnen, durch systematische Untersuchungen nach der jeweils für die gegebene Aufgabenstellung optimalen Lösung zu suchen. Der Ablauf des Auslegungsprozesses hat sich dabei bis heute kaum geändert (Abb. 1.1).

Ein typisches Beispiel für den Auslegungsprozess im Wasserbau sind die physikalischen Modellversuche zur Gestaltung der Moselkraftwerke (FELKEL, 1963). Ausgehend von der Aufgabenstellung wird das Strömungsfeld mit Hilfe eines physikalischen Modells abgebildet. Das Strömungsfeld wird dahingehend bewertet, ob die vorgesehene Bauwerkskontur zu Problemen bei der Umströmung führt. Fällt die Prüfung negativ aus, so muss die Kontur modifiziert werden. Nach eingehender Analyse des Strömungsproblems, in Verbindung mit Erfahrung und Intuition, schlägt der entwerfende Ingenieur eine neue Kontur vor, die wiederum im physikalischen Modellversuch geprüft wird. Dieser iterative Prozess ist sehr aufwändig und es besteht die Gefahr, dass aus Mangel an Zeit oder Erfahrung die Auslegung abge-

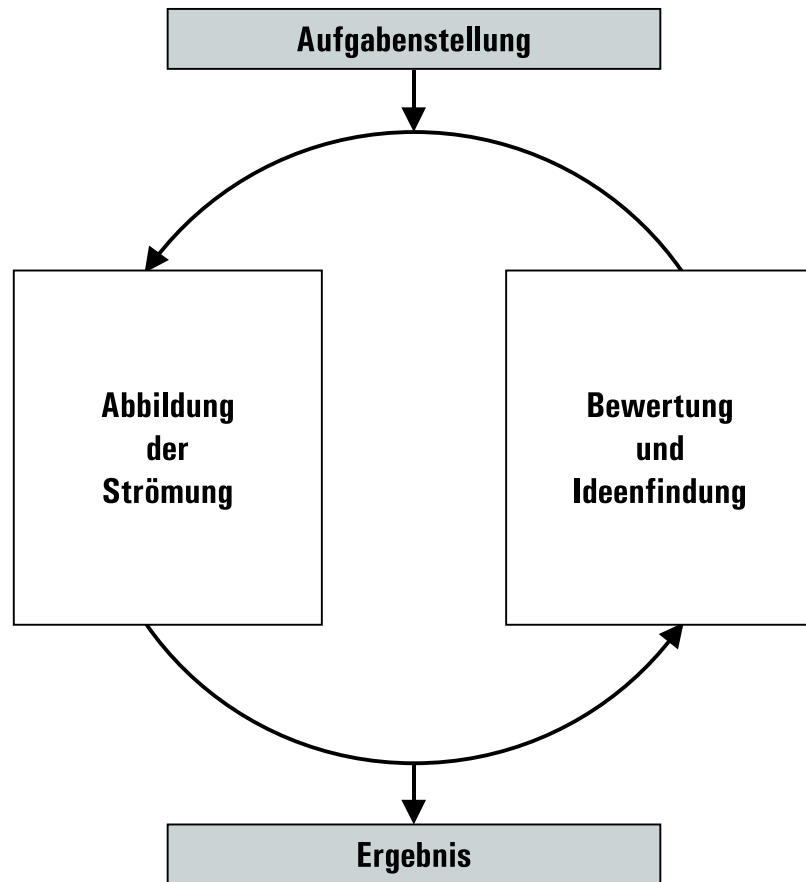


Abbildung 1.1: Auslegungsprozess umströmter Konturen im Wasserbau

brochen werden muss, bevor das vollständige Potenzial der Problemlösung erschlossen werden konnte.

In jüngerer Zeit werden vermehrt numerische Modelle für die Abbildung des Strömungsfeldes verwendet. Dort, wo sie eingesetzt werden können, führen sie zu einer erheblichen Erleichterung und Beschleunigung des Auslegungsprozesses. Beispielsweise werden Francis- und Rohrturbinen rechnergestützt konstruiert (SCHILLING, 1994; GÖDE & KAPS, 2001). Der Einsatz des numerischen Modells erspart den Umweg über den manuellen Umbau eines physikalischen Modells bei der Abbildung der Strömung (linke Seite der Abbildung 1.1). Die Entscheidung, wie die umströmte Kontur verbessert werden soll, bleibt bei der rechnergestützten Auslegung aber nach wie vor Aufgabe des Konstrukteurs (rechte Seite der Abbildung 1.1).

Eine vollständige Automatisierung des Auslegungsprozesses gelingt, wenn auch die rechte Seite - also die Bewertung und Ideenfindung - durch einen

mathematischen Algorithmus abgebildet werden kann. Dies kann mit Hilfe von Optimierungsmethoden geschehen. Durch die Verbindung eines numerischen Strömungsmodells mit einem Optimierungsalgorithmus entsteht das Werkzeug der automatischen Optimierung für die Auslegung umströmter Bauwerke.

1.2 Fragestellung und Ziele

Die Einsatzmöglichkeiten der automatischen Optimierung zur Gestaltung von Turbinenteilen und Tragflügeln sind bereits erfolgreich untersucht worden. Das Werkzeug steht damit an der Schwelle zur Einführung in den Strömungsmaschinenbau (z. B. SALLABERGER ET AL., 2001). Dies legt die Idee nahe, die automatische Strömungsoptimierung auch für den Wasserbau verfügbar zu machen. Die Eignung der neuen Methode dafür hängt von verschiedenen Kriterien ab, die sich grob in Gütekriterien und Praktikabilitätskriterien einteilen lassen.

Zu den Gütekriterien zählen Genauigkeit und Realitätsbezug. Unter dem Kriterium Genauigkeit ist die numerische Genauigkeit zu verstehen. Ein genaues Verfahren kann jedoch unrealistische Ergebnisse produzieren, wenn beispielsweise Modellannahmen unzutreffend sind. Die Kriterien Genauigkeit und Realitätsbezug lassen sich zum Kriterium der Aussagekraft (Validität) des Verfahrens zusammenfassen. Der Nachweis der Validität spielt eine große Rolle bei der Erstellung von Modellen und Methoden zur Lösung technischer Problemstellungen (FORKEL, 2000). Daher ist die Überprüfbarkeit eines Verfahrens neben der Validität ein weiteres, wichtiges Gütekriterium.

Nutzen, Aufwand und Variabilität sind Praktikabilitätskriterien. Sie bestimmen, inwieweit eine Methode praktischen Nutzen erbringt, wie groß der erforderliche Aufwand dafür ist und inwieweit sie auf unterschiedliche Problemstellungen angewendet werden kann.

Ob es gelingt, die automatische Strömungsoptimierung für den Wasserbau zu erschließen, hängt letztlich davon ab, ob sie bei den potentiellen Anwendern akzeptiert wird. Die genannten Kriterien haben damit unmittelbaren Einfluss auf die Akzeptanz des Werkzeugs (Abb. 1.2).

Zielsetzung der Arbeit ist es, die Akzeptanz der automatischen Strömungsoptimierung durch die systematische Erschließung des Werkzeugs für den Wasserbau zu fördern. Der Schwerpunkt liegt dabei auf der Untersuchung

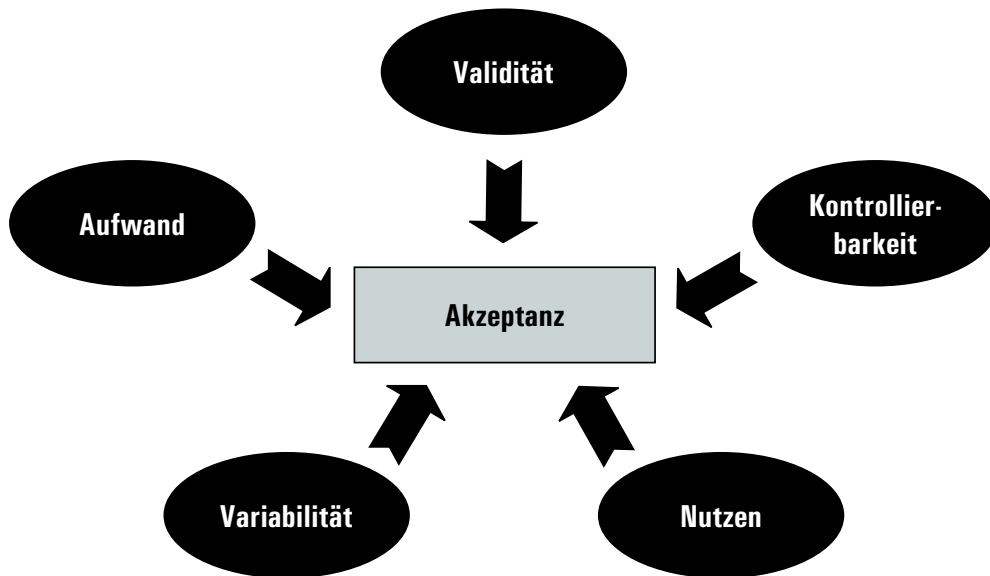


Abbildung 1.2: Kriterien für die Akzeptanz der automatischen Optimierung

der Gütekriterien Validität und Kontrollierbarkeit. Da die im Wasserbau gestellten Optimierungsaufgaben sehr verschieden sind, können keine generellen Aussagen zur Validität der automatischen Optimierung gemacht werden. Sie wird von Fall zu Fall unterschiedlich sein. Daher sollen mit der vorliegenden Arbeit mögliche Fehlerquellen offen gelegt und darauf aufbauend Empfehlungen für die systematische Überprüfung und Wahrung der Validität der automatischen Optimierung gegeben werden.

1.3 Vorgehensweise

Die in Kapitel 1.2 aufgeführten Kriterien für die Akzeptanz der automatischen Strömungsoptimierung im Wasserbau bilden die Grundlage für die Vorgehensweise in dieser Arbeit. Jeder Schritt bei der Erschliessung des Werkzeugs basiert auf einem der Akzeptanzkriterien, wie aus der Abbildung 1.3 ersichtlich wird.

Die erforderliche Variabilität der automatischen Strömungsoptimierung im Wasserbau wird in Kapitel 2 diskutiert und in das Konzept für das Werkzeug eingebunden. Für die darin enthaltenen Bausteine, wie das numerische Strömungsmodell oder der Optimierungsalgorithmus, werden in Kapitel 3 Standardmodelle ausgewählt, die einen möglichst geringen Rechenaufwand mit sich bringen sollen. Dieses Kapitel dient außerdem dazu, Parallelen bei der

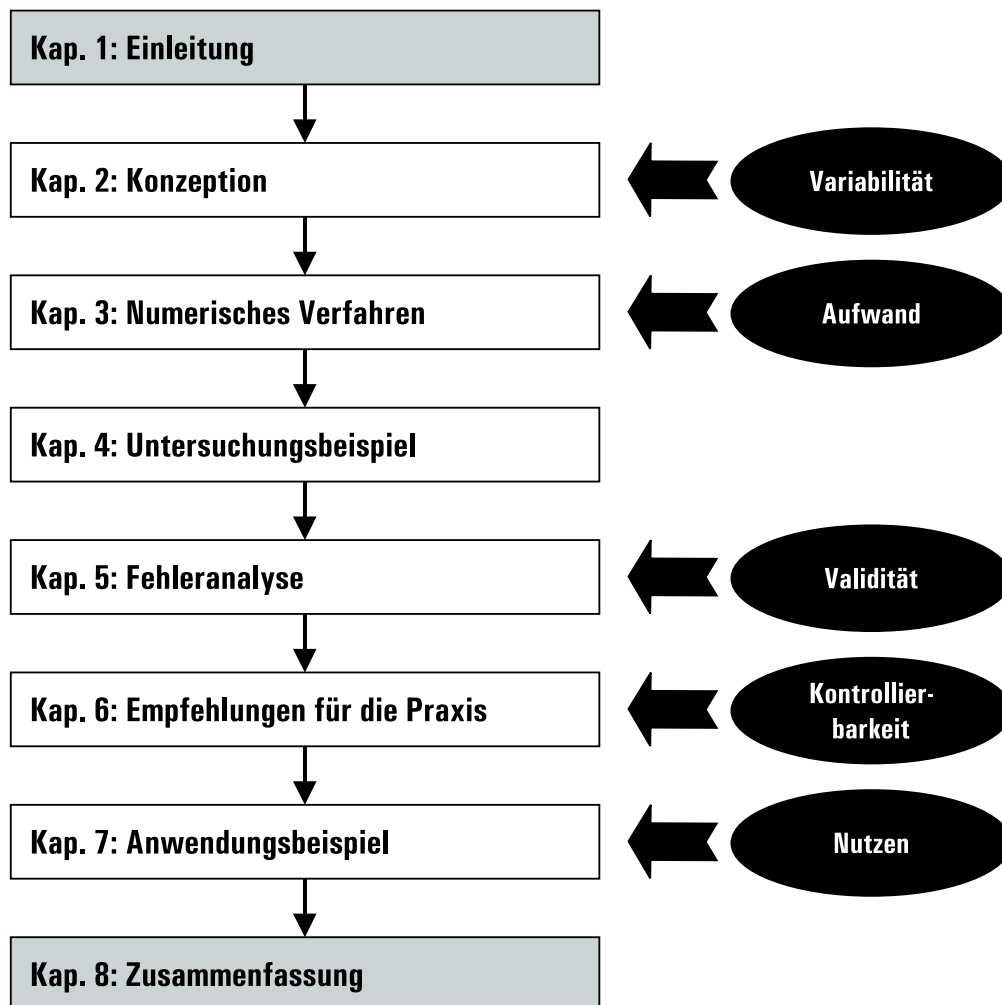


Abbildung 1.3: Aufbau der Arbeit

Formulierung des Strömungsmodells und des Optimierungsalgorithmus aufzuzeigen und damit das Problemverständnis eines potentiellen Anwenders zu schärfen. Anhand des in Kapitel 4 vorgestellten Testfalls 'Diffusorströmung' werden in Kapitel 5 die Auswirkungen möglicher Fehlerquellen auf die Validität und ihre Verknüpfung untereinander offen gelegt. Ausgehend davon wird in Kapitel 6 ein Konzept zur Kontrolle der Validität der automatischen Strömungsoptimierung entwickelt. In Kapitel 7 wird das Konzept auf die automatische Optimierung eines Trennpfeilers einer Kleinwasserkraftanlage angewendet. Hierbei soll auch der Nutzen der automatischen Strömungsoptimierung für die wasserbauliche Praxis gezeigt werden. Die Arbeit schließt mit einer Zusammenfassung und einem Ausblick auf den weiteren Forschungsbedarf (Kapitel 8).

Kapitel 2

Konzeption der automatischen Strömungsoptimierung

2.1 Vorbemerkung

Der Auslegungsprozess umströmter Konturen im Wasserbau umfasst die Abbildung der Strömung auf der einen sowie die Bewertung der Strömung und die Ideenfindung für eine bessere Kontur auf der anderen Seite (vgl. Abb. 1.1). Bei der automatischen Optimierung erfolgt die Abbildung der Strömung mit Hilfe eines numerischen Modells. An die Stelle des manuellen Prozesses der Bewertung der Strömung und der Ideenfindung für eine bessere Kontur tritt das numerische Optimierungsverfahren (Abb. 2.1).

Es stellt sich die Frage, wie variabel das Werkzeug der automatischen Optimierung gestaltet sein muss, um den Anforderungen aus dem Wasserbau gerecht werden zu können. Dazu wird zunächst ein kurzer Überblick über den Stand der Technik der numerischen Strömungsmodellierung und der automatischen Strömungsoptimierung gegeben. Anschließend werden die Anforderungen der wasserbaulichen Praxis an das Werkzeug formuliert, aus denen dann ein Konzept für ein modular aufgebautes Verfahren entwickelt wird.

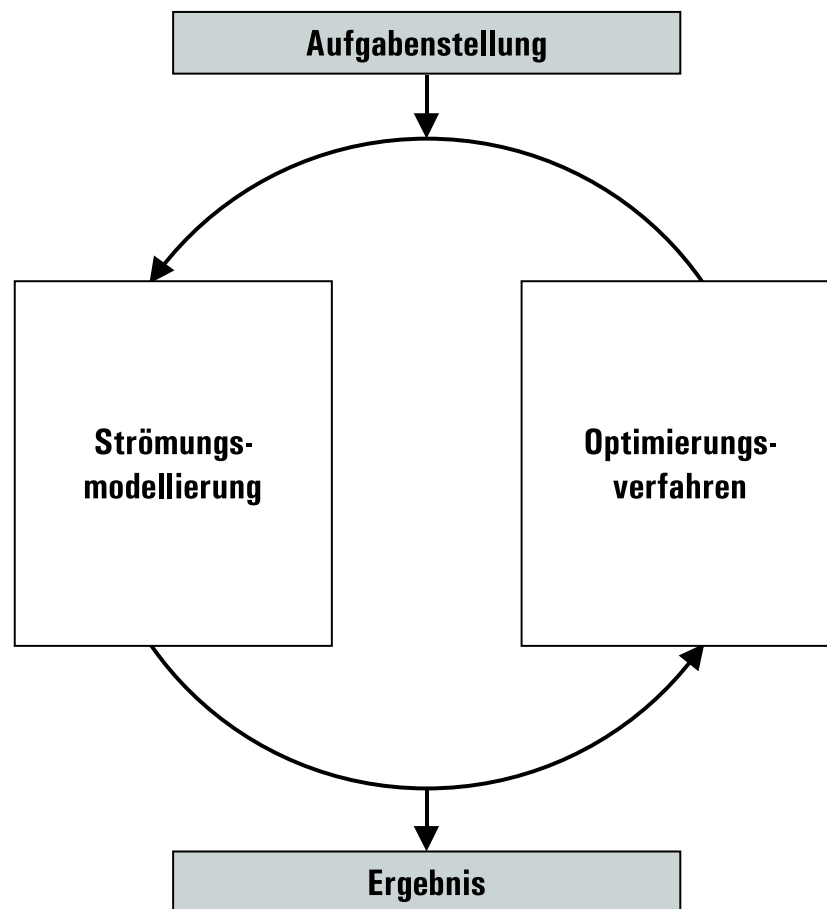


Abbildung 2.1: Generelles Konzept der automatischen Strömungsoptimierung

2.2 Stand der Technik

Seit den 50er Jahren wird die Technik der numerischen Strömungsmodellierung (Computational Fluid Dynamics, kurz: CFD) zur Auslegung von Maschinen und Anlagen eingesetzt (JENNIONS, 1995; ZIERER ET AL., 2001). Seitdem sind der Umfang und die Komplexität der Modelle kontinuierlich mit der Entwicklung der Rechnerkapazitäten angestiegen. Als Beispiele seien die Modellierung der Strömung um Fahrzeuge (BIDOT ET AL., 1995) und in hydraulischen Strömungsmaschinen (SCHILLING, 1994; GÖDE & KAPS, 2001) erwähnt. Wesentliches Merkmal moderner numerischer Werkzeuge für den Strömungsmaschinenbau ist die Berücksichtigung aller drei Raumdimensionen sowie der turbulenten Eigenschaften der Strömung (REXROTH, 2001). COUSTON & MAZZOUJI (2002) berichten, dass sie alle Komponenten einer Kaplan turbine gemeinsam mit Hilfe der CFD-Technik unter-

suchen können. Hydraulische Modellversuche sind somit nicht mehr für den aufwändigen Auslegungsprozess, sondern nur noch für eine abschließende Überprüfung der CFD-Ergebnisse erforderlich. Die aktuelle Entwicklung geht nun in Richtung instationärer Strömungen und höher entwickelter Turbulenzmodelle (GINTER, 1997; MENTER, 2001). Auch numerisch anspruchsvolle Strömungen mit freier Oberfläche oder Mehrphasenströmungen wird man zukünftig mit Hilfe der CFD-Technik abbilden können. PARKINSON ET AL. (2002) beispielsweise demonstrieren eine aussagekräftige Berechnung der Strömung in einer Peltonturbinenschaufel.

Mit der Weiterentwicklung der numerischen Modellierung sind im Strömungsmaschinenbau auch die Möglichkeiten der automatischen Optimierung umströmter Konturen geprüft worden. Dazu sind zunächst relativ einfache ein- oder zweidimensionale Testfälle wie Überschalldüsen sowie Schnitte von Tragflügeln und Turbinenschaufeln untersucht worden. BORGGGAARD (1995) gibt einen Einblick in die verschiedensten Testfälle. Die verwendeten Optimierungsverfahren sind oft auf die sehr spezifischen Aufgabenstellungen im Flugzeug- oder Turbomaschinenbau abgestimmt. So verwenden APPEL ET AL. (1995) und GILES (1997b) Optimierungsverfahren, die auf der Lösung zusätzlicher Differentialgleichungen neben den eigentlichen Strömungsgleichungen basieren. In der heutigen Zeit ist der Einsatz von Optimierungsmethoden in Verbindung mit einfachen Strömungsmodellen bereits Stand der Technik. Turbomaschinenhersteller beispielsweise legen wesentliche Parameter ihrer Anlagen mit Hilfe von Optimierungsverfahren aus (JENNIONS, 1995). Daneben wird der Einsatz der automatischen Optimierung auch auf dreidimensionale Strömungsprobleme ausgedehnt. Konnte ein Tragflügel in der Vergangenheit nur im Querschnitt betrachtet werden (z. B. DIXON & FLETCHER, 1993), so wird heute bereits die vollständige Kontur einer Tragfläche mit Hilfe der automatischen Optimierung gestaltet (DADONE ET AL., 2001). Je nach Eigenschaften des Optimierungsproblems werden deterministische oder stochastische Suchverfahren eingesetzt. Eine Weiterentwicklung der automatischen Optimierung stellt die Einbeziehung von Neuronalen Netzen dar (PIERRET, 1997). Die automatische Optimierung wird damit zum selbstlernenden Werkzeug mit deutlich gesteigerter Effizienz.

SALLABERGER ET AL. (2001) vergleichen das Ergebnis eines automatischen Optimierungsverfahrens mit der von einem erfahrenen Ingenieur vorgeschlagenen Lösung für die Schaufelkonturierung einer Francisturbine.

Beide Ergebnisse wurden zusätzlich anhand von Modellversuchen kontrolliert. Sie kommen zu dem Ergebnis, dass der manuelle Entwurf und die automatisch generierte Schaufelform nahezu ebenbürtig sind. Der zeitliche Aufwand bei der automatischen Optimierung ist jedoch deutlich geringer als beim manuellen Vorgehen. SALLABERGER ET AL. (2001) berichten, dass die Ergebnisse der automatischen Optimierung im Praxiseinsatz oftmals Ausgangspunkte für neue Ideen bei der Gestaltung umströmter Maschinenkonturen sind. Das Beispiel zeigt, dass die automatische Optimierung auf der Schwelle zum Standardwerkzeug für die Lösung komplexer Gestaltungsaufgaben im Strömungsmaschinenbau steht.

In der Praxis des Wasserbaus ist der Einsatz der CFD-Verfahren noch nicht so weit fortgeschritten wie im Strömungsmaschinenbau. Zwar sind auch hier ein- und zweidimensionale Modelle, wie sie bei der Berechnung von Gerinneströmungen eingesetzt werden, mittlerweile Standardwerkzeuge geworden (FORKEL, 2000), Problemstellungen mit ausgeprägt dreidimensionaler Strömung dagegen werden häufig noch mit Hilfe des physikalischen Modellversuchs gelöst. Der Grund dafür ist die oftmals erforderliche und numerisch aufwändige Berücksichtigung des freien Wasserspiegels oder der komplexen Turbulenzeigenschaften (FORKEL, 2000). Jüngste Beispiele zeigen jedoch, dass auch im Wasserbau zunehmend auf dreidimensionale numerische Werkzeuge zurückgegriffen wird. RETTEMEIER ET AL. (1999) z. B. weisen die Eignung ihres numerischen Modells zur Berechnung der Anströmung einer Laufwasserkraftanlage durch den Vergleich mit Feldmessungen nach. OEHY & SCHLEISS (2002) setzen bei der Anordnung von Dämmen zur Abwehr von Trübstoffströmungen in einer Talsperre ein kommerzielles Softwarepaket ein. Auch EICHENBERGER (2003) bedient sich bei der Auslegung von Wasserfassungen eines CFD-Codes. Die aktuelle Entwicklung eröffnet die bislang noch nicht genutzte Möglichkeit umströmte Bauwerkskonturen, ähnlich wie im Strömungsmaschinenbau, mit Hilfe der automatischen Optimierung zu gestalten.

2.3 Anforderungen aus der Wasserbaupraxis

Wie die Ausführungen zum Stand der Technik (Kap. 2.2) zeigen, findet die automatische Strömungsoptimierung bereits im Bereich des industriellen Strömungsmaschinenbaus Anwendung. Die numerischen Werkzeuge werden dabei in der Regel auf die hier dominierenden sehr spezifischen Pro-

blemstellungen ausgerichtet. Demgegenüber verlangen die Problemstellungen im Wasserbau nach einem sehr variablen Werkzeug, wie die folgende Diskussion am Beispiel einer Laufwasserkraftanlage zeigen soll:

Die Strömung innerhalb des aufgestauten Flussabschnittes ist vorwiegend zweidimensional und hat eine freie Oberfläche. Im Einlauf zu den Turbinen erhält die Strömung einen ausgeprägt dreidimensionalen Charakter. Bei der Durchströmung von Verziehung, Turbine und Saugschlauch wechselt die Strömung in eine Druckströmung über. Ist die Überströmung der Wehranlage Gegenstand der Optimierung, so muss hier der Wechsel von fließendem zu schießendem Abfluss mit eventuellem Aufreißen des Strahles berücksichtigt werden. Es existiert kein numerisches Verfahren, das alle diese Charakteristika in sich vereint. Zur Berechnung des jeweiligen Strömungsfeldes müssen daher unterschiedliche Modelle herangezogen werden.

Die Ziele der Strömungsoptimierung können bei einer Wasserkraftanlage sehr unterschiedlich sein. Ist eine Schleuse in die Anlage integriert, so müssen hier unzulässig hohe Querströmungen, die die Schifffahrt behindern könnten, vermieden werden. Für die Stromerzeugung steht dagegen der maximale Anlagenwirkungsgrad im Vordergrund. Auch können mehrere Ziele und einzuhaltende Nebenbedingungen in einer Aufgabenstellung auftreten. Die Zielfunktion ist somit flexibel nach der Aufgabenstellung auszurichten.

Bei der Konturgebung eines umströmten Bauteils ist der Herstellungsaufwand zu beachten. Die ermittelte optimale Kontur muss im Falle von Betonbauwerken mit vertretbarem Aufwand schalbar sein. Eine zu aufwändige und damit teure Schalung kann den höheren Ertrag durch eine optimierte Turbinenanstömung wieder zunichte machen. Es kann daher Sinn machen, die Kontur durch geeignete Methoden zu parametrisieren, z. B. durch eine Spline-Kurve, und über die Zahl der zu optimierenden Parameter die Komplexität der Kontur zu steuern.

Aus dem Verhalten der Zielfunktion in Abhängigkeit von den zu optimierenden Parametern ergibt sich das zu lösende Optimierungsproblem. Aufgrund der unterschiedlichen möglichen Strömungstypen, Zielfunktionen und Konturparametrisierungen wird das Optimierungsproblem von Fall zu Fall anders geartet sein. Beispielsweise können in einem Fall Nebenoptima auftreten, im anderen Fall dagegen nicht. Wie bei der Strömungsmodellierung gibt es keinen universellen Optimierungsalgorithmus, der allen Anforderungen gerecht wird.

In Deutschland besitzen Firmen und Institutionen, die hydraulische Bauwerke auslegen, oft nur sehr eingeschränkte Möglichkeiten Software im großen Umfang selbst zu entwickeln. Es ist in der Praxis daher wünschenswert, kommerzielle Standardprogramme, insbesondere für den Optimierungsalgorithmus und für die Strömungsberechnung, einzusetzen.

Die Wasserbaupraxis stellt insgesamt sehr hohe Anforderungen an die Variabilität des Werkzeuges der automatischen Strömungsoptimierung, weil kein universelles Verfahren für alle auftretenden Aufgabenstellungen existiert.

2.4 Konzept für die modulare Strömungsoptimierung

Für die automatische Strömungsoptimierung lassen sich vier Bestandteile gemäß Abbildung 2.2 identifizieren. Dabei wird die linke Seite, die Strömungsmodellierung, in das numerische Modell für das Strömungsfeld und die Zielfunktion untergliedert. Die Zielfunktion besteht aus einer oder mehreren Strömungskenngrößen, die aus dem Strömungsfeld ermittelt werden. Die rechte Seite, das Optimierungsverfahren, besteht aus dem eigentlichen Optimierungsalgorithmus und der Parametrisierung der Bauwerkskontur.

Diese Unterteilung lässt sich bei nahezu allen in Kapitel 2.2 erwähnten Optimierungsbereichen erkennen. Allerdings sind die Bestandteile oft eng miteinander verknüpft. Für den Einsatz im Wasserbau soll die Grenzlinie zwischen den Bestandteilen schärfer gezogen werden, damit das Werkzeug der automatischen Optimierung durch einen beliebigen Austausch der Module an die unterschiedlichen Aufgabenstellungen des Wasserbaus angepasst werden kann. Dieses Konzept bietet damit auch die Möglichkeit kommerzielle Standardsoftware einzusetzen. Der Datenaustausch an den Schnittstellen der Module ist klar definiert und hat, mit Ausnahme des Strömungsfeldes, nur geringen Umfang.

Das modulare Konzept für die automatische Strömungsoptimierung bringt es mit sich, dass die Optimierungsaufgabe iterativ gelöst werden muss. Beginnend mit einem ersten Vorschlag für die zu optimierende Kontur werden die vier Module in Abbildung 2.2 solange entgegen der Uhrzeigerrichtung aufgerufen, bis der Optimierungsalgorithmus anzeigt, dass das Optimierungsproblem gelöst ist.

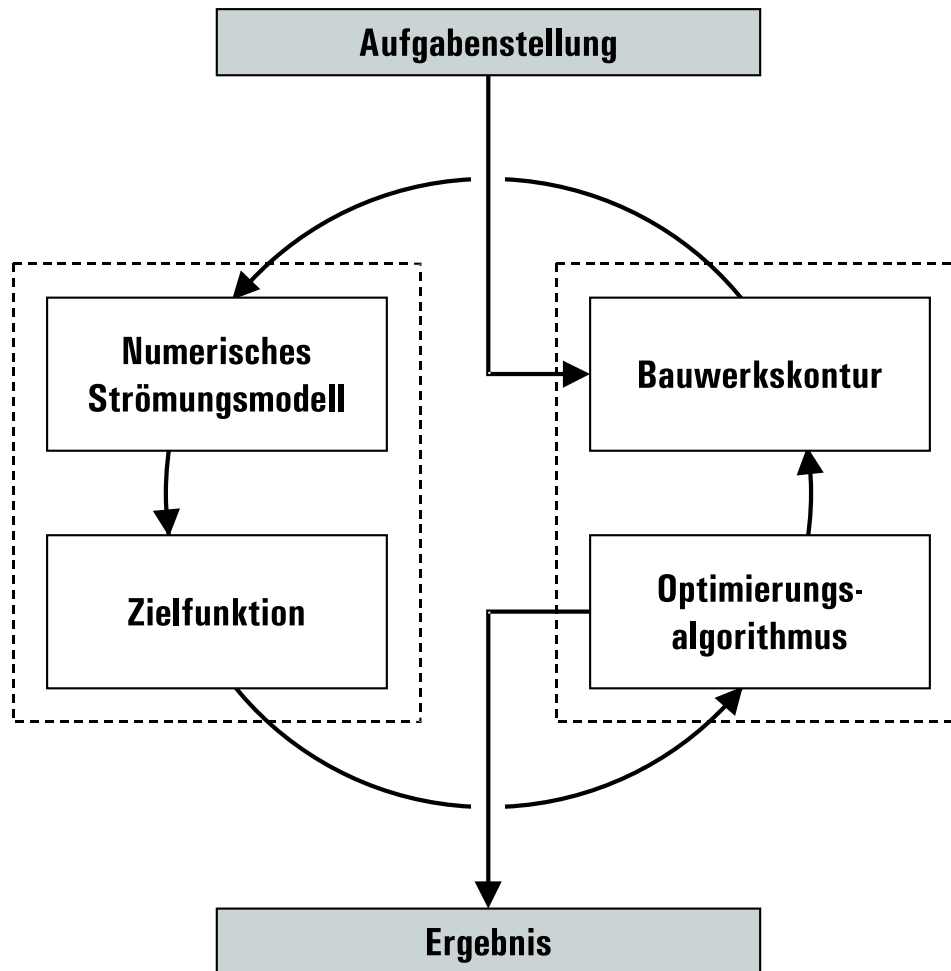


Abbildung 2.2: Module der automatischen Strömungsoptimierung

Allerdings kann die lose Kopplung der verschiedenen Module zusätzliche Fehler mit sich bringen. Daher wird in der vorliegenden Arbeit der Fehlerproblematik bei der modularen Strömungsoptimierung zentrale Aufmerksamkeit geschenkt.

Im Folgenden sind geeignete Ansätze für die vier Module der automatischen Optimierung zu diskutieren und für die Anwendung im Wasserbau auszuwählen.

Kapitel 3

Mathematische Grundlagen der automatischen Strömungsoptimierung

3.1 Vorbemerkung

In diesem Kapitel wird die mathematische Formulierung der automatischen Strömungsoptimierung vorgenommen. Nach einem kurzen Überblick über die generelle mathematische Beschreibung der automatischen Optimierung werden die in Kapitel 2.4 erläuterten vier Module vorgestellt. Aufbauend auf einer Diskussion möglicher Ansätze und Modelle wird je Modul ein für die Wasserbaupraxis erfolgversprechender Ansatz ausgewählt und detailliert beschrieben. Bei der Herleitung der Ansätze ergeben sich Parallelen zwischen der Formulierung des Strömungsmodells und des Optimierungsalgorithmus, die abschließend dargestellt werden. Die Parallelen können zu einer Erleichterung des theoretischen Verständnisses der Problemstellung beitragen.

Zwar schreitet die Entwicklung der Rechnergeschwindigkeit und -kapazität mit unvermindertem Tempo voran, dennoch ist der Rechenaufwand immer noch eine limitierende Größe beim praxisnahen Einsatz der numerischen Strömungssimulation. Daher werden die in dieser Arbeit verwendeten Ansätze und Modelle nach dem Kriterium des möglichst geringen Berechnungsaufwandes ausgewählt.

3.2 Überblick

Das in Kapitel 2.4 skizzierte modulare Strömungsoptimierungsverfahren lässt sich in Anlehnung an GILL ET AL. (1981) mathematisch folgendermaßen formulieren:

$$\begin{aligned} \min \quad & f(\phi), \\ T(\chi_j, \phi) \quad &= 0, \\ \chi_j \quad &= B(p_i), \\ b_{ui} \leq p_i \leq b_{oi} \end{aligned} \tag{3.1}$$

Die Zielfunktion f ist in der Regel nur vom Strömungszustand ϕ direkt abhängig. Erst über die Strömungsgleichungen $T(\chi_j, \phi) = 0$ entsteht eine Verbindung zu den Koordinaten χ_j der zu optimierenden Kontur. Die Kontur wird über eine geeignete Parametrisierung $\chi_j = B(p_i)$ anhand der Optimierungsparameter p_i beschrieben. Die letzte Bedingung beschränkt die Parameter p_i auf ein Gebiet zwischen unterer und oberer Grenze b_{ui} bzw. b_{oi} , um bauliche Randbedingungen einhalten zu können.

Die Optimierung der Zielfunktion f ist hier als Minimierung formuliert worden. Durch Multiplikation der Zielfunktion mit dem Faktor -1 können auch Maximierungsaufgaben gelöst werden. Das System nach Gleichung (3.1) ist ein nichtlineares Optimierungsproblem mit den nichtlinearen Nebenbedingungen $T(\chi_j, \phi) = 0$ und $\chi_j = B(p_i)$ sowie den linearen Nebenbedingungen $b_{ui} \leq p_i \leq b_{oi}$.

Die Lösung des Optimierungsproblems gemäß Gleichung (3.1) setzt voraus, dass sich die einzelnen Module der automatischen Optimierung, wie sie in Kapitel 2.4 vorgestellt wurden, anhand mathematischer Gleichungen ausdrücken lassen. Der Prozess der mathematischen Formulierung ist in Abbildung 3.1 dargestellt.

Der Prozess kann in zwei wesentliche Stufen unterteilt werden. Zunächst werden die Zielfunktion und das Strömungsfeld mathematisch formuliert (linke Seite der Abb. 3.1). Dadurch wird eine virtuelle Abbildung der realen Strömung geschaffen. Im zweiten Schritt wird die Bauwerkskontur parametrisiert und der Optimierungsalgorithmus ausgewählt (rechte Seite der Abb. 3.1). Die Wahl des Algorithmus richtet sich danach, wie sich die Zielfunktion in Abhängigkeit von den Konturparametern verhält. Die formulierten Ansätze und Modelle für die vier Module ergeben in der Summe das Werkzeug der automatischen Optimierung.

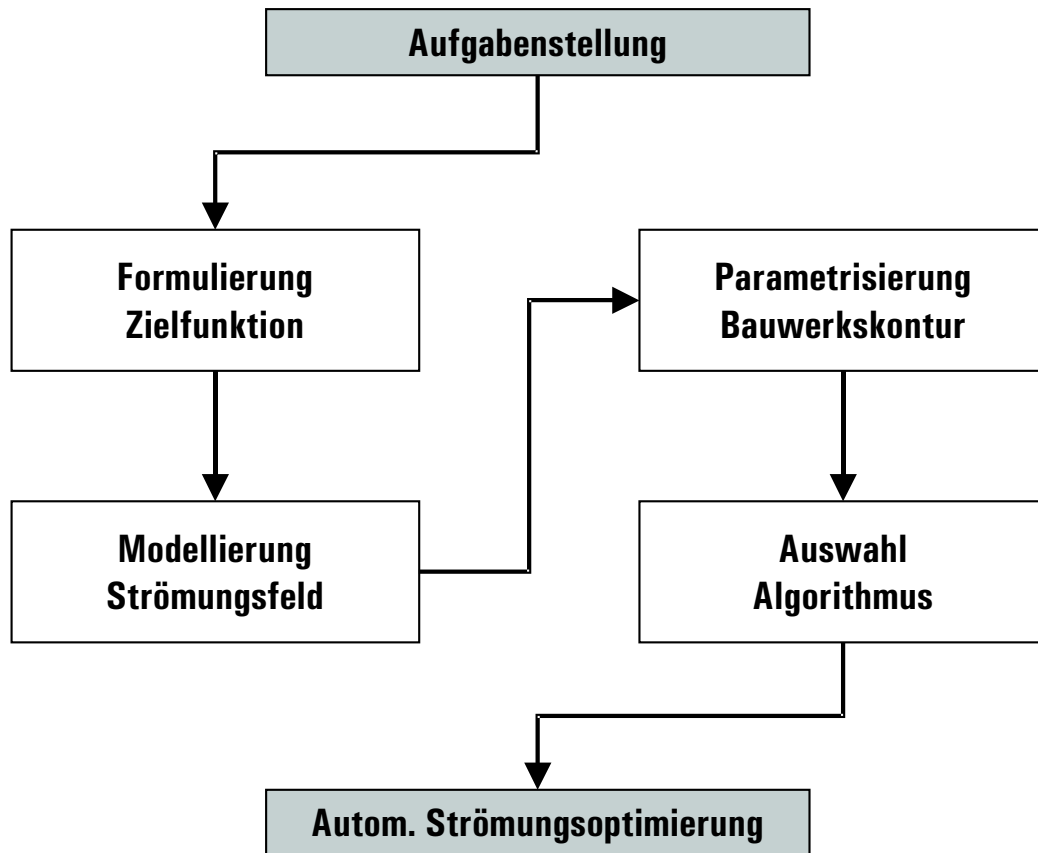


Abbildung 3.1: Prozess der Formulierung der automatischen Optimierung

3.3 Formulierung der Zielfunktion

Durch die Formulierung der Zielfunktion $f(\phi)$ wird das eigentliche Optimierungsziel mathematisch ausgedrückt. Für die Fragestellungen im Wasserbau bieten sich dazu vor allem Strömungskenngrößen an. Es können mehrere Kenngrößen zu einer Zielfunktion zusammengefasst werden. Darüber hinaus lassen sich weitere Kenngrößen, z. B. für die Wirtschaftlichkeit oder für den Bauaufwand hinzufügen.

Im Rahmen dieser Arbeit sollen mit

- dem Geschwindigkeitshöhenausgleichswert α_{Geschw} ,
- dem Energiehöhenverlust H_V der Strömung und
- dem Energiehöhenverlust an einem Rechen H_{V_R}

skalare Strömungskenngrößen als Zielfunktionen für die Optimierung verwendet werden. Der Geschwindigkeitshöhenausgleichswert und der Verlustbeiwert werden aus einer energetischen Betrachtung hergeleitet, der Rechenverlust dagegen wird empirisch ermittelt.

Die Energie, ausgedrückt in der Energiehöhe H , in einem Querschnitt einer gravitationsunabhängigen Kanal- oder Rohrströmung, setzt sich aus kinetischer Energie und Druckenergie zusammen,

$$H = \frac{1}{2gQ} \int_A (u^2 + v^2 + w^2) u dA + \frac{1}{\rho g Q} \int_A p u dA \quad (3.2)$$

wobei Q der Durchfluss durch den Querschnitt A , u die Fließgeschwindigkeit in Längsrichtung sowie v und w die Geschwindigkeiten in Querrichtung sind. Mit der über den Querschnitt gemittelten Geschwindigkeit u_m

$$u_m = \frac{1}{A} \int_A u dA \quad (3.3)$$

und dem mittleren Druck p_m

$$p_m = \frac{1}{A} \int_A p dA \quad (3.4)$$

werden der Geschwindigkeitshöhenausgleichswert α_{Geschw} nach Gleichung (3.5)

$$\frac{1}{A} \int_A (u^2 + v^2 + w^2) u dA = \alpha_{Geschw} u_m^2 Q \quad (3.5)$$

bzw. der Druckhöhenausgleichswert α_{Druck} nach Gleichung (3.6)

$$\frac{1}{A} \int_A p u dA = \alpha_{Druck} p_m Q \quad (3.6)$$

definiert (BOLLRICH & PREISSLER, 1992). Die Gleichung (3.2) für die Gesamtenergiehöhe lässt sich damit folgendermaßen umformulieren:

$$H = \alpha_{Geschw} \frac{u_m^2}{2g} + \alpha_{Druck} \frac{p_m}{\rho g} \quad (3.7)$$

Der *Geschwindigkeitshöhenausgleichswert* ist eine energetische Kenngröße, die anzeigt, wie viel kinetische Energie das Geschwindigkeitsprofil der Strömung enthält. Bei einem idealen rechteckigen Profil nimmt er den Wert 1 an, bei turbulenten Kanalströmungen liegt er in der Regel zwischen 1.01 und 1.10, im Falle einer laminaren Rohrströmung erreicht er den Wert 2 (BOLLRICH & PREISSLER, 1992).

Oft können für technische Anwendungen die Energiehöhenausgleichswerte α_{Geschw} und α_{Druck} in Gleichung (3.7) zu 1 angenommen werden (BOLLRICH & PREISSLER, 1992). Damit entspräche Gleichung (3.7) der Energiegleichung nach Bernoulli, die streng genommen nur für einen einzelnen Stromfaden Gültigkeit besitzt.

Der *Energiehöhenverlust* H_V in der Rohrstrecke errechnet sich aus der Differenz der Energieanteile zwischen zwei Querschnitten 1 und 2 nach Gleichung (3.8):

$$H_V = \left(\alpha_{Geschw} \frac{u_m^2}{2g} + \alpha_{Druck} \frac{p_m}{\rho g} \right) \Big|_1 - \left(\alpha_{Geschw} \frac{u_m^2}{2g} + \alpha_{Druck} \frac{p_m}{\rho g} \right) \Big|_2 \quad (3.8)$$

Der Energiehöhenverlust H_V wird häufig auch über den dimensionslosen Verlustbeiwert ζ ausgedrückt,

$$H_V = \zeta \frac{u_m^2}{2g} \quad (3.9)$$

wobei u_m die mittlere Geschwindigkeit entweder des stromauf oder des stromab liegenden Querschnittes ist.

Der *Strömungsverlust am Rechen* ist ein örtlich auftretender Verlust. Er ist beispielsweise für den Gesamtwirkungsgrad einer Laufwasserkraftanlage von Bedeutung. Wegen der schwer erfassbaren Strömungsphänomene an den Rechenstäben sind in der Vergangenheit eine Vielzahl von empirischen Gleichungen zur Ermittlung des Rechenverlustes aufgestellt worden (MEUSBURGER, 2002). Durch die Diskussion um die Verringerung von Schäden an stromab wandernden Fischen in Fließgewässern mit Laufwasserkraftanlagen ist die Frage nach der Genauigkeit dieser Formeln wieder Gegenstand der aktuellen Forschung geworden (RETTEMEIER, 2002).

Im Rahmen der Arbeit soll eine Formel verwendet werden, die in der Praxis bereits eine weite Verbreitung gefunden hat. Hierzu bietet sich die Formel nach *Kirschmer-Mosonyi* an (MEUSBURGER, 2002):

$$H_{V_R} = \delta \varphi \sin \alpha \left(\frac{s}{b} \right)^{4/3} \frac{u_m^2}{2g}. \quad (3.10)$$

Sie besteht aus der bekannten *Kirschmer*-Formel mit der Rechenneigung α , der Stabdicke s , dem Stababstand b und dem Stabformbeiwert φ sowie einer von GIESECKE & MOSONYI (1997) vorgeschlagenen Ergänzung um den Korrekturbeiwert δ , mit der der Einfluss der horizontalen Queranströmung berücksichtigt wird. Die Werte für den Korrekturfaktor δ des Anströmwinkels und für den Stabformbeiwert φ finden sich bei GIESECKE & MOSONYI (1997).

Gleichung (3.10) ist ursprünglich für eine eindimensionale Betrachtung entwickelt worden. VOLKART & MEUSBURGER (1999) betonen, dass die mit empirischen Formeln berechneten Rechenverluste oft deutlich kleiner als in der Realität sind. BATREKHY ET AL. (1999) führen dies u.a. auf die Nichtberücksichtigung von Strömungsheterogenitäten im Rechenquerschnitt zurück. Folglich wird in der vorliegenden Arbeit der Rechenverlust auf der Grundlage der Gleichung (3.10) durch Integration über den Rechenquerschnitt ermittelt:

$$H_{V_R} = \frac{\varphi \sin \alpha}{2gQ} \left(\frac{s}{b} \right)^{4/3} \int_A \delta (u^2 + v^2 + w^2) u dA \quad (3.11)$$

Einflüsse wie Teilverlegung oder Verschmutzung des Rechens können mit Gleichung (3.11) nicht erfasst werden. Zu dieser Problematik sei auf die Arbeit von MEUSBURGER (2002) verwiesen.

Ein Vergleich der Gleichung (3.11) mit der Gleichung (3.5) für den Geschwindigkeitshöhenausgleichswert α_{Geschw} zeigt, dass sich beide ähneln. Ist der Geschwindigkeitshöhenausgleichswert an einem Rechen bekannt, kann damit die Bedeutung des Strömungsprofils für den Rechenverlust abgeschätzt werden.

3.4 Modellierung des Strömungsfeldes

3.4.1 Vorgehen bei der Modellierung

Gegenstand der Betrachtung ist die Strömungsgleichung $T(\chi_i, \phi) = 0$ für das Strömungsfeld, die als Nebenbedingung im zu optimierenden System (3.1) auftritt. Der Abstrahierungsprozess vom Strömungsfeld in der Natur hin zur numerischen Lösung vollzieht sich in der Regel in drei Schritten:

1. Die physikalischen Gesetzmäßigkeiten der Strömung werden mathematisch formuliert, wobei sich in der Regel ein System nichtlinearer, gekoppelter Differentialgleichungen $DGL(\phi) = 0$ ergibt, in dem die zu optimierende Kontur als Randbedingung vorgegeben wird. Das Differentialgleichungssystem entzieht sich meist einer analytischen Lösung, so dass es
2. in eine algebraische Form $A_\phi \phi - b_\phi = 0$ überführt werden muss. Dieser Schritt wird mit der räumlichen und zeitlichen Diskretisierung des Strömungsfeldes vollzogen.
3. Schließlich wird das System algebraischer Gleichungen iterativ gelöst ($A_\phi \phi^k - b_\phi = R_\phi^k$), um den Kopplungen und Nichtlinearitäten im System Rechnung zu tragen. R_ϕ^k ist das Residuum, das bei Beendigung der Iteration zum Schritt k übrig bleibt.

Für die Modellierung des Strömungsfeldes wird das kommerzielle Programmsystem COMET, Version 2.0, der Firma ICCM, Institute of Computational Continuum Mechanics GmbH, Hamburg eingesetzt. Daher werden hier nur die wesentlichen Grundlagen aufgeführt, die für das Verständnis der Strömungsmodellierung und ihrer Schwierigkeiten erforderlich sind. Details zum verwendeten Programmsystem finden sich bei ICCM (1998).

3.4.2 Formulierung der Strömungsfeldmechanik

Die Navier-Stokes-Gleichungen bilden die Grundlage für die Beschreibung turbulenter Strömungen (RODI, 1993). Die Frage, wie die turbulenten Eigenschaften einer Strömung bei der Lösung der Navier-Stokes Gleichungen genau genug und effizient berücksichtigt werden können, ist seit den letzten

30 Jahren Gegenstand intensivster Forschung. Die gebräuchlichsten Ansätze werden im Folgenden kurz diskutiert:

- Die Direkte Numerische Simulation (DNS) und die Large-Eddy-Simulation (LES) lösen das turbulente Spektrum ganz oder teilweise auf und bieten die höchste Genauigkeit. Wegen des hohen Rechenaufwands finden sie jedoch erst langsam Eingang in die Ingenieurpraxis. LAKEHAL & RODI (1997) beispielsweise benötigen für die LES der dreidimensionalen Umströmung eines wandgebundenen Quaders 160 CPU-Stunden.
- Reynolds-Spannungsmodelle (RSM) basieren auf dem Wirbelviskositätskonzept. Über Transportgleichungen für jede Spannungskomponente wird ein anisotroper Wirbelviskositätstensor berechnet, mit dem der Einfluss der Turbulenz auf die Mittelwerte der Strömungsgrößen berücksichtigt wird. Die Lösung der Transportgleichungen ist sehr aufwändig und kann zu numerischen Instabilitäten führen (MENTER ET AL., 1997). RSM-Modelle werden heutzutage für spezielle Strömungen eingesetzt, in denen einfachere Turbulenzmodelle versagen.
- Die am weitesten verbreiteten Turbulenzmodelle sind die Zwei-Gleichungs-Modelle (MENTER, 2001). Hierbei wird die turbulente Viskosität als skalare Größe aufgefasst. Zur Berechnung der turbulenten Viskosität genügen zwei Transportgleichungen für den Zeit- und Längenmaßstab der Turbulenz. In der Praxis hat sich das $k - \varepsilon$ -Modell als Standard durchgesetzt (MENTER ET AL., 1997). Die wandnahe Strömung wird durch das logarithmische Wandgesetz überbrückt. Die Beschränkung auf ein isotropes Modell für die turbulente Viskosität und das Wandgesetz bedeuten allerdings einen nicht unerheblichen Genauigkeitsverlust. LAKEHAL & RODI (1997) berichten beispielsweise, dass das $k - \varepsilon$ -Modell die komplexen Ablösezone am wandgebundenen Quader nicht vollständig wiedergibt. Die Rechenzeit ist jedoch mit 15 Minuten sehr niedrig. Auch rechenaufwändigere Modifikationen, bei denen die Wandströmung mit einem eigenen Modell aufgelöst wird, ergaben bei einer Rechenzeit von sechs Stunden keine signifikant besseren Resultate für dieses Beispiel. Die neuere Forschung beschäftigt sich mit der Verbindung von Zwei-Gleichungs-Modellen und anisotropen Ansätzen für die Bestimmung der Wirbelviskosität (MENTER ET AL., 1997).

- Null- oder Eingleichungs-Modelle zur Berechnung der isotropen Wirbelviskosität markieren historisch gesehen den Beginn der Turbulenzmodellierung. Wegen ihrer sehr eingeschränkten Genauigkeit (RODI, 1991) werden sie heutzutage nur noch in Verbindung mit LES-Methoden verwendet.

Wegen seiner weiten Verbreitung, seiner hohen Effizienz und der für die Ingenieurpraxis oftmals ausreichenden Genauigkeit wird im Rahmen dieser Arbeit das $k - \varepsilon$ -Modell eingesetzt. Es beruht auf der Gültigkeit der Reynolds-Gleichungen (Reynolds-Averaged-Navier-Stokes-Equations, RANS), die durch Aufteilung der Strömungsgrößen in Mittelwert und turbulente Schwankung aus den Navier-Stokes-Gleichungen hergeleitet werden können. Eine weitere Voraussetzung ist das Wirbelviskositätsprinzip von Boussinesq, das einer Ähnlichkeit zwischen molekularer Reibung und der Wirkung der turbulenten Scheinspannungen zugrunde liegt (RODI, 1993). Das turbulente inkompressible Strömungsfeld lässt sich damit vollständig anhand des Mittelwerts u_i für den Geschwindigkeitsvektor und p für den Druck beschreiben:

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (3.12)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} \\ - \frac{\partial}{\partial x_j} \left((v_M + v_T) \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} k \delta_{ij} \right) = 0 \end{aligned} \quad (3.13)$$

Bei der in Gleichung (3.13) gewählten Schreibweise enthält die Strömungsgröße p neben dem statischen Druck p_{Stat} zusätzlich die Volumenkraft ρgh aus der Erdbeschleunigung (FERZIGER & PERIC, 1999).

Die turbulente kinetische Energie k und die turbulente Viskosität v_T in Gleichung (3.13) sind Größen, die die Turbulenzeigenschaften des Strömungsfeldes beschreiben. Die turbulente Viskosität kann mit Hilfe der turbulenten kinetischen Energie und der Dissipationsrate ε bestimmt werden (RODI, 1993):

$$v_T = c_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (3.14)$$

Zur Beschreibung der Turbulenzeigenschaften werden für die turbulente kinetische Energie k und für die Dissipationsrate ε eigene Transportgleichungen eingeführt (RODI, 1993):

$$\frac{\partial k}{\partial t} + u_j \frac{\partial k}{\partial x_j} - \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\left(\nu_M + \frac{\nu_T}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) - P_k + \varepsilon = 0 \quad (3.15)$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + u_j \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} - \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\left(\nu_M + \frac{\nu_T}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right) - c_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} P_k + c_{2\varepsilon} \frac{\varepsilon^2}{k} = 0 \quad (3.16)$$

Die Entstehung turbulenter kinetischer Energie wird über den Term $P_k = \nu_T \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial u_i}{\partial x_j}$ modelliert. Die Konstanten in den Gleichungen (3.14), (3.15) und (3.16) sind anhand von Strömungsexperimenten festgelegt worden (RODI, 1993) und in Tabelle 3.1 aufgeführt.

Tabelle 3.1: Konstanten des $k - \varepsilon$ -Modells

c_μ	σ_k	σ_ε	$\sigma_{1\varepsilon}$	$\sigma_{2\varepsilon}$
0.09	1.00	1.30	1.44	1.92

Die Transportgleichungen (3.13) für den Impuls, (3.15) für die turbulente kinetische Energie und (3.16) für die Dissipation können wegen ihrer strukturellen Ähnlichkeit gemeinsam mittels einer generischen Transportgleichung beschrieben werden (FERZIGER & PERIC, 1999; ICCM, 1998):

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + u_j \frac{\partial \phi}{\partial x_j} - \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\nu_\phi \frac{\partial \phi}{\partial x_j} \right) = \frac{\partial q_{j\phi}}{\partial x_j} + q_\phi \quad (3.17)$$

Die Strömungsgröße ϕ , die Viskosität ν_ϕ sowie die Quellterme $q_{j\phi}$ und q_ϕ stellen in Gleichung (3.17) Platzhalter für die Originalgrößen dar. Die Übertragung in die jeweilige Originalgleichung kann anhand der Tabelle 3.2 vorgenommen werden. Die generische Transportgleichung ist der Ausgangspunkt für die numerische Lösung der Strömungsfeldgleichungen. Da die Originalgleichungen alle dieselbe Struktur besitzen, können sie in derselben Weise numerisch behandelt werden (FERZIGER & PERIC, 1999). Es sei darauf hingewiesen, dass der Druckgradient und Teile des Diffusionsterms der Impulsgleichung (3.13) in Gleichung (3.17) als Quellterme auftreten.

Tabelle 3.2: Platzhalter der generischen Transportgleichung

ϕ	v_ϕ	$q_{j\phi}$	q_ϕ
u_i	$v_M + v_T$	$(v_M + v_T) \frac{\partial u_i}{\partial x_i} + \frac{p}{\rho} \delta_{ij}$	0
k	$v_M + \frac{v_T}{\sigma_k}$	0	$P_k - \varepsilon$
ε	$v_M + \frac{v_T}{\sigma_\varepsilon}$	0	$c_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} P_k - c_{2\varepsilon} \frac{\varepsilon^2}{k}$

Mit der Gleichung (3.17) steht für jede Strömungsgröße mit Ausnahme des Druckgradienten eine eigene Gleichung zur Verfügung. Zur Berechnung des Druckgradienten im Quellterm von Gleichung (3.17) kann die Kontinuitätsgleichung (3.12) unter Verwendung eines Projektionsverfahrens herangezogen werden (FERZIGER & PERIC, 1999).

Die Lösung der generischen Transportgleichung (3.17) erfordert den Ansatz von Randbedingungen an den Grenzen des Strömungsfeldes. Im Rahmen der vorliegenden Arbeit werden folgende, bei FERZIGER & PERIC (1999) näher beschriebene Randbedingungstypen, verwendet:

- Am Einstromrand wird die Strömungsgröße ϕ direkt vorgegeben,
- am Ausstromrand werden die räumlichen Ableitungen von ϕ normal zur Berandung zu Null gesetzt und
- an Symmetrierändern wie an einer Symmetrieachse oder am freien Wasserspiegel ist die räumliche Ableitung von ϕ tangential zur Berandung gleich Null. Es findet keine Durchströmung normal zur Symmetrieebene statt.
- An festen Wänden wird das logarithmische Wandgesetz (RODI, 1993; FERZIGER & PERIC, 1999) für die turbulente Strömung angesetzt, dies stellt den Standard in Verbindung mit dem $k - \varepsilon$ -Modell dar (RODI, 1991). In dieser Arbeit wird durchgehend von hydraulisch glatten Wänden ausgegangen.

3.4.3 Diskretisierung des Strömungsfeldes

Für die Umwandlung der generischen Transportgleichung (3.17) in eine algebraische Form werden in der Ingenieurpraxis Finite Volumen (FV), Finite Elemente (FE) und Finite Differenzenverfahren (FD) verwendet. Zur Diskretisierung topographisch oder baulich sehr komplexer Strömungsgebiete eignen sich FV und FE ähnlich gut. Der Einsatz von FD-Verfahren ist dagegen auf einfachere Geometrien beschränkt.

Bei der im Rahmen der Arbeit verwendeten FV-Methode wird das Strömungsgebiet in n_V Volumina eingeteilt. Für ein Volumenelement mit dem Volumen V und n_S Oberflächen S mit den Normalenvektoren s_j zu den benachbarten Volumina wird die generische Transportgleichung (3.17) in die integrale Form umgeschrieben (ICCM, 1998):

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho \phi dV + \sum_1^{n_S} \int_S \rho \phi u_j ds_j - \sum_1^{n_S} \int_S \rho v_\phi \frac{\partial \phi}{\partial x_j} ds_j \\ = \sum_1^{n_S} \int_S \rho q_{j\phi} ds_j + \int_V \rho q_\phi dV \end{aligned} \quad (3.18)$$

Gleichung (3.18) ist eine exakte Formulierung der Durchströmung des Volumenelements V . Die Strömungsgröße ϕ soll nun für die Zellmittelpunkte formuliert werden (Colocated Grid Arrangement), um eine algebraische Formulierung zu erhalten. Dazu sind folgende Näherungen erforderlich:

- Zunächst wird das Volumenintegral durch den Wert ϕ_P im Mittelpunkt der Zelle mit dem Volumen V_P bestimmt (Midpoint-Rule) und analog dazu das Oberflächenintegral auf den Wert ϕ_S im Mittelpunkt der Oberfläche S bezogen:

$$\int_V \phi dV \approx \phi_P V_P \quad \text{und} \quad \int_S \phi ds_j \approx \phi_S s_j. \quad (3.19)$$

Verfährt man genauso mit den anderen Variablen in Gleichung (3.18),

so erhält man folgende Formulierung für die Transportgleichung:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (\rho \phi_P V_P) + \sum_1^{n_N} \phi_S \underbrace{\rho u_{jS} s_j}_{\dot{m}_S} - \sum_1^{n_N} \rho v_{\phi S} \left. \frac{\partial \phi}{\partial x_j} \right|_S s_j \\ = \sum_1^{n_N} \rho q_{j\phi S} s_j + \rho q_{\phi P} V_P. \end{aligned} \quad (3.20)$$

- Des Weiteren müssen die ϕ_S auf den Zelloberflächen in Abhängigkeit von ϕ_P im Zellmittelpunkt und den ϕ_N in den benachbarten Zellen approximiert werden. Für den konvektiven Term werden in dieser Arbeit zwei Diskretisierungsschemata verwendet: Das Upwind (UD)-Schema nach Gleichung (3.21)

$$\begin{aligned} \phi_S^{UD} &= \phi_P, & \text{falls } \dot{m}_S > 0 \\ &= \phi_N, & \text{falls } \dot{m}_S < 0 \end{aligned} \quad (3.21)$$

ist erster Ordnung, die Mittelung (CD) von ϕ_S aus ϕ_P und ϕ_N dagegen zweiter Ordnung genau:

$$\phi_S^{CD} = \frac{1}{2} (\phi_P + \phi_N) + \text{Corr}_{Geo}. \quad (3.22)$$

Abweichungen der Zellenform von einer rechteckigen Form mit gleichen Seitenlängen werden über die Korrektur Corr_{Geo} ausgeglichen (ICCM, 1998). Im Programmpaket COMET können beide Diskretisierungsschemata für die Approximation der konvektiven Flüsse mit Hilfe des Blending-Faktors β_ϕ überlagert werden:

$$\phi_S = \phi_S^{UD} + \beta_\phi (\phi_S^{CD} - \phi_S^{UD}). \quad (3.23)$$

Die diffusen Flüsse über die Zelloberflächen werden analog zu Gleichung (3.22) zentral approximiert:

$$\left. \frac{\partial \phi}{\partial x_j} \right|_S = \frac{1}{2} \left(\left. \frac{\partial \phi}{\partial x_j} \right|_P + \left. \frac{\partial \phi}{\partial x_j} \right|_N \right) + \text{Corr}_{Geo} + \text{Corr}_{Stab}. \quad (3.24)$$

Mit Hilfe des Gauß-Theorems und der Midpoint-Rule für die räumlichen Ableitungen im Zellmittelpunkt

$$\left. \frac{\partial \phi}{\partial x_j} \right|_P = \frac{1}{V_P} \sum_1^{n_N} \phi_N s_j \quad (3.25)$$

entsteht eine Annäherung, die zweiter Ordnung genau ist. Neben der Korrektur für die Geometrie wird ein weiterer Term $Corr_{stab}$ zur Stabilisierung der numerischen Lösung eingefügt, der nach ICCM (1998) keinen Einfluss auf die Genauigkeit ausübt.

- Schließlich werden die mittels der Midpoint-Rule (3.19) beschriebenen Quellterme in Gleichung (3.20) im Detail ausformuliert (ICCM, 1998).
- Der letzte Schritt bei der Diskretisierung der Transportgleichung (3.18) ist die Zeitintegration des instationären Terms. Da alle in der Arbeit untersuchten Strömungsfelder stationär sind, kann hierauf verzichtet werden. Details zu den im Programmpaket COMET implementierten Verfahren (Euler-Implicit und Three-Time-Level-Methode) finden sich bei ICCM (1998) und FERZIGER & PERIC (1999).

Durch die oben beschriebene Diskretisierung der generischen Transportgleichung (3.18) entsteht die algebraische Gleichung (3.26),

$$a_P \phi_P - \sum_1^{n_N} a_N \phi_N = b \quad (3.26)$$

die den Transport der Strömungsgröße ϕ durch ein Volumenelement V mit dem Mittelpunkt P in Abhängigkeit von den Größen ϕ_N in den benachbarten Zellen beschreibt. Summiert man Gleichung (3.26) über alle Volumenelemente auf, so entsteht ein Gleichungssystem der Form:

$$A_\phi \phi = b_\phi \quad (3.27)$$

Für jede der fünf Strömungsgrößen u_i , k und ε , für die die Größe ϕ als Platzhalter steht (siehe Tab. 3.2), muss jeweils das Gleichungssystem (3.27) gelöst werden. Die in allen Transportgleichungen auftretende turbulente Viskosität und die in den konvektiven Termen auftretenden drei Geschwindigkeitskomponenten führen zu einer starken Kopplung der fünf Gleichungssysteme untereinander.

3.4.4 Iterative Berechnung des Strömungsfeldes

Wegen der Nichtlinearitäten und der Kopplung der Strömungsgleichungen (3.27) muss das gesamte System iterativ gelöst werden. Darüber hinaus

muss der Druck p mit einem Projektionsverfahren, in das die Kontinuitätsgleichung (3.12) eingeht, ermittelt werden. Im Programmsystem COMET kommt dafür der SIMPLE-Algorithmus zum Einsatz. Das Verfahren besteht aus einer iterativen Lösung von Korrekturgleichungen für den Druck p und die Geschwindigkeit u_i . Die Korrekturgleichungen beinhalten die Kontinuitätsgleichung (3.12) und eine aus der diskretisierten Impulstransportgleichung (3.27) hergeleitete Druck-Poisson Gleichung. Eine detaillierte Erläuterung des SIMPLE-Verfahrens findet sich bei FERZIGER & PERIC (1999).

Zur iterativen Lösung des gesamten Gleichungssystems für alle Strömungsgrößen ϕ einschließlich des Druckes p sind folgende Schritte notwendig:

1. Für die nichtlinearen Anteile in den Transportgleichungen werden die Strömungsgrößen ϕ^{k-1} und der Druck p^{k-1} aus einer Startschätzung oder dem vorangegangenen Iterationsschritt $k - 1$ übernommen.
2. Begonnen wird mit der Lösung der Transportgleichung (3.27) für den Impuls. Das berechnete Geschwindigkeitsfeld u_i^{k*} erfüllt noch nicht die Kontinuitätsbedingung.
3. Das Geschwindigkeitsfeld u_i^{k*} wird zur Berechnung der Druckkorrektur p' verwendet.
4. Aus der Druckkorrektur p' wird die Geschwindigkeitskorrektur u_i' ermittelt. Durch Addition mit dem vorläufigen Geschwindigkeitsfeld u_i^{k*} entsteht ein kontinuitätstreues Geschwindigkeitsfeld $u_i^k = u_i^{k*} + u_i'$. Der Druck selbst wird über einen Unterrelaxationsfaktor α_p berechnet: $p^k = p^{k-1} + \alpha_p p'$.
5. Schließlich wird die Gleichung (3.27) für k und ε gelöst und die turbulente Viskosität ν_T über Gleichung (3.14) bestimmt.
6. Die Schritte 1 bis 5 werden solange wiederholt, bis die Residuen R_ϕ^k

$$R_\phi^k = A_\phi^k \phi^k - b_\phi^k \quad (3.28)$$

der jeweiligen Transportgleichungen unter eine Schranke τ_R fallen. Daneben existieren auch andere Kriterien für die Beurteilung des Iterationsfortschrittes der numerischen Strömungsberechnung. Sie werden bei FERZIGER & PERIC (1999) und CASEY & WINTERGERSTE (2000) vorgestellt.

Die Schritte 2, 3 und 5 enthalten die Lösung eines Gleichungssystems in der Form der algebraischen generischen Transportgleichung (3.27). Die Lösung des jeweiligen Gleichungssystems erfolgt mittels der Konjugierten-Gradienten-Methode mit unvollständiger Cholesky-Vorkonditionierung (IC-CG) ebenfalls iterativ und soll hier nach FERZIGER & PERIC (1999) innere Iteration genannt werden. Der Durchlauf der Schritte 1 bis 6 soll als äußere Iteration bezeichnet werden. Nach FERZIGER & PERIC (1999) genügt bei der inneren Iteration eine Reduktion der Residuen um nur ein bis zwei Größenordnungen, weil der Einfluss der Nichtlinearitäten, die über die äußere Iteration eliminiert werden, deutlich größer ist.

Neben der Unterrelaxation α_p für die Druckkorrektur im Schritt 4 wird eine Unterrelaxation α_u bzw. α_k bei der Lösung der generischen Transportgleichung (3.27) für u_i bzw. k und ε verwendet (ICCM, 1998). Die Stabilität und Effizienz der SIMPLE-Methode ist sehr stark von den Unterrelaxationsfaktoren α_u und α_p abhängig. FERZIGER & PERIC (1999) empfehlen beide Werte folgendermaßen aufeinander abzustimmen:

$$\alpha_u \approx 1.0 - \alpha_p, \quad (3.29)$$

wobei α_u zwischen 0.7 und 0.9 liegen sollte (ICCM, 1998).

3.5 Parametrisierung der Bauwerkskontur

Die Parametrisierung hat zum Ziel, die Bauwerksgeometrie χ_j anhand von Parametern p_i in der Form $\chi_j = B(p_i)$ mathematisch zu beschreiben. Der Aufwand bei der Optimierung erhöht sich mit der Zahl der zu optimierenden Parameter p_i . Die Schwierigkeit besteht also darin, einen Ansatz zu finden, der bereits mit wenigen Parametern komplexe Strukturen generiert. Die folgenden Ansätze sollen unter diesen Voraussetzungen kurz diskutiert werden:

- Der einfachste Ansatz ist die Verwendung von Formparametern, die wesentlich für die Beschreibung einer Geometrie sind, wie beispielsweise der Radius eines Kreises. WELZEL (1998) verwendet die Formparameter Schaufelwinkel und Schaufeldicke für die Optimierung des Laufrades einer Axialturbine. Die Zahl der zu optimierenden Parameter kann bei dieser Methode klein gehalten werden. Demgegenüber sind die Variationsmöglichkeiten der umströmten Kontur jedoch sehr

beschränkt und es besteht die Gefahr, dass der Weg zu sehr strömungsgünstigen Bauwerksformen verschlossen bleibt.

- Eine Parametrisierung mit mehr Freiheitsgraden ist die Verwendung von Formfunktionen. EYI & LEE (1995) und DE FALCO (1997b) verwenden diese Methode für die Optimierung von Tragflügelquerschnitten. Dabei wird eine Basisform für den Flügelquerschnitt durch eine Linearkombination von Formfunktionen überlagert. Im Tragflügel- und im Turbomaschinenbau existiert bereits eine Vielzahl von Standardprofilen und geeigneten Formfunktionen. Der Einsatz dieser Methode ist daher auf diese Branchen beschränkt.
- Die weitere Möglichkeit ist die Parametrisierung anhand der Vorgabe einer Vielzahl von Punkten, zwischen denen die Kontur linear interpoliert wird. Die höchste Auflösung lässt sich erreichen, wenn die Parameter den Eckpunkten der Finiten-Volumen auf der Kontur entsprechen. Der Vorteil ist, dass damit beliebig komplexe, dreidimensionale Konturen beschrieben werden können. Nachteilig ist, dass die Zahl der zu optimierenden Parameter sehr hoch ist, was die Wahl eines dafür geeigneten Optimierungsverfahrens und gegebenenfalls einer effizienten Methode zur Berechnung des Gradienten g_i erfordert. DADONE ET AL. (2001) beispielsweise optimieren mit dieser Methode die dreidimensionale Umströmung eines Tragflügels unter Verwendung der automatischen Differenzierung. Ein weiterer Nachteil ist die Erfordernis von Glättungsroutinen, weil die Oberflächen im Optimierungsverlauf wellige Formen aufweisen können (MOHAMMADI, 1997).
- Die hohe erforderliche Anzahl von Unbekannten lässt sich durch die Verwendung von Splines reduzieren. Dadurch wird zwar die Möglichkeit der Entstehung sehr komplexer Formen eingeschränkt, dafür ermöglicht die deutliche Reduzierung der Parameter eine wesentlich effizientere Optimierung. CASEY (1995) berichtet vom Einsatz von B-Splines für die Abbildung eines ganzen Turbinenlaufrades. Zu dieser Methodik zählen auch die Bézierkurven, die ITEM & BAYSAL (1995) zur Optimierung von Tragflügeln und PIERRET (1997) zur Optimierung von Turbinenschaufeln heranziehen.

In dieser Arbeit werden Bézierkurven zur Parametrisierung der Bauwerkskontur verwendet. Bereits wenige Unbekannte ermöglichen die Beschrei-

bung recht komplexer Strukturen. Sie besitzen Eigenschaften, die insbesondere für die Anforderungen im Wasserbau interessant sein können.

Bézierkurven der Ordnung n werden durch $n + 1$ Raumpunkte $\vec{P}_i$ beschrieben (CASEY, 1983). In der Parameterform:

$$\vec{P}(t) = \sum_{i=0}^n B_{n,i}(t) \vec{P}_i \quad (3.30)$$

ist $0 \leq t \leq 1$ eine Laufvariable, die vom Startpunkt $\vec{P}_0$ bis zum Endpunkt $\vec{P}_n$ läuft. $B_{n,i}(t)$ ist das Bernsteinpolynom:

$$B_{n,i}(t) = \frac{n!}{i!(n-i)!} t^i (1-t)^{n-i} \quad (3.31)$$

Die Punkte $\vec{P}_i$ spannen das Bézierpolynom auf. Die Bézierkurve verläuft in der Regel nicht durch die Bézierpunkte selbst. Vielmehr wird die Kurve von den Punkten $\vec{P}_i$ „angezogen“ (Abb. 3.2). Den größten Einfluss hat der Bézierpunkt $\vec{P}_i$ auf die Auslenkung der Kurve, wenn die Laufvariable $t = i/n$ ist. Die Start- und Endpunkte $\vec{P}_0$ und $\vec{P}_n$ legen den Anfang und das Ende der Kurve fest. Die Raumkoordinaten x_j der Punkte $\vec{P}_i$ bilden die Unbekannten p_j im zu optimierenden System nach Gleichung (3.1).

Wie in Abbildung 3.2 gezeigt ist, können Konturen verschiedener Ordnung konstruiert werden. Die Ordnung $n = 1$ entspricht beispielsweise einer Geraden, $n = 2$ einer quadratischen Funktion. Mit Bézierkurven 3. Ordnung lassen sich Kreise und Ellipsen nachvollziehen. Ein Nachteil der Bézierkurven ist die Tatsache, dass jeder Punkt $\vec{P}_i$ die gesamte Kurve beeinflusst. Bereiche, für die bereits eine optimale Lösung gefunden wurde, können durch die Veränderung entfernt liegender Punkte wieder verschlechtert werden. Bézierkurven eignen sich daher nicht für alle Problemfälle (CASEY, 1995).

3.6 Auswahl des Optimierungsalgorithmus

3.6.1 Vorgehen bei der Auswahl

Bei der vorzunehmenden Auswahl des Algorithmus wird das Optimierungsproblem $\min f(\phi)$ und $b_{ui} \leq p_i \leq b_{oi}$ anhand von mathematischen Gleichungen präzisiert. In Anlehnung an das Vorgehen bei der Modellierung des Ström-

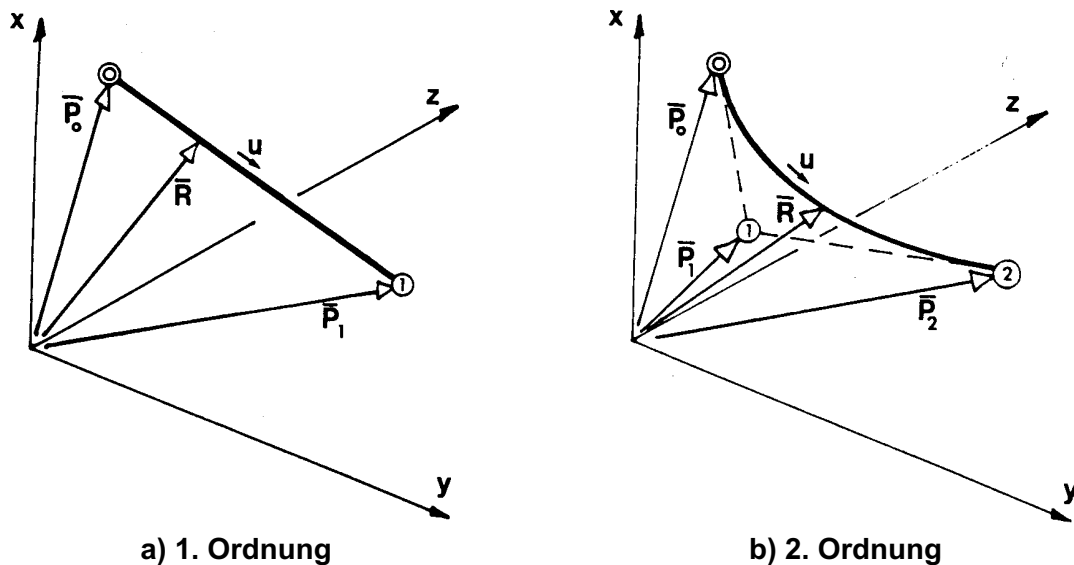


Abbildung 3.2: Bézierkurven: a) 1. Ordnung, b) 2. Ordnung (nach CASEY, 1983)

mungsfeldes in Kapitel 3.4.1 können auch hierfür drei Schritte identifiziert werden:

1. Für die mathematische Formulierung des Optimierungsalgorithmus sind Annahmen zu treffen, wie sich die Zielfunktion f in Abhängigkeit von den Konturparametern p_i verhalten wird. Aufbauend auf den Annahmen wird der eigentliche Optimierungsalgorithmus formuliert.
2. Der gewählte Optimierungsalgorithmus erfordert die Bereitstellung zusätzlicher Informationen, wie die erste oder zweite Ableitung der Zielfunktion f nach den Optimierungsparametern p_i . Die Berechnung der Ableitungen ist nicht trivial und geschieht über eine Approximation in algebraischer Form (Diskretisierung).
3. Da das Optimierungsproblem in der Regel wesentlich komplexer ist, als es im Zuge der mathematischen Formulierung berücksichtigt werden konnte, ist ein iterativer Prozess zur Auffindung des Optimums erforderlich.

Für den Optimierungsalgorithmus wird das kommerzielle Programmsystem MATLAB, Version 2.0, der Firma The MathWorks, Inc. eingesetzt. Daher werden hier nur die wesentlichen Grundlagen aufgeführt, die für das

Verständnis des Optimierungsalgorithmus und seiner Einschränkungen erforderlich sind. Details zum verwendeten Programmsystem finden sich bei COLEMAN ET AL. (1999).

3.6.2 Formulierung des Optimierungsproblems

Die Effizienz eines Optimierungsalgorithmus ist abhängig davon, wie sich die Zielfunktion in Abhängigkeit von den Optimierungsparametern verhält. Jedoch sind diese Eigenschaften in der Regel nicht vorab bekannt. Die Wahl eines geeigneten Algorithmus beruht daher immer auf Annahmen bezüglich des Optimierungsproblems.

Bei der modularen Strömungsoptimierung sind Strömungsberechnung, Konturparametrisierung und Optimierung durch Iteration miteinander gekoppelt. Das bedeutet, dass bei jeder Berechnung der Zielfunktion f die Nebenbedingungen $T(\chi_j, \phi) = 0$ und $\chi_j = B(p_i)$ automatisch erfüllt sind. Damit kann die Zielfunktion auch direkt als eine Funktion der Parameter p_i und der Strömungsgrößen ϕ angesehen werden. Das System (3.1) lässt sich so auf die Minimierung der nichtlinearen Zielfunktion $f(p_i, \phi)$ reduzieren, bei der die nichtlinearen Nebenbedingungen $T(\chi_j, \phi) = 0$ und $\chi_j = B(p_i)$ implizit erfüllt sind:

$$\begin{aligned} \min \quad & f(p_i, \phi), \\ b_{ui} \leq \quad & p_i \leq b_{oi} \end{aligned} \tag{3.32}$$

Als Nebenbedingung bleibt lediglich die lineare Beschränkung der Geometrie $b_{ui} \leq p_i \leq b_{oi}$ bestehen. Diese Sichtweise vereinfacht die Behandlung des Optimierungsproblems erheblich.

Durch die Vorgabe der oberen und unteren Grenzen b_{ui} und b_{oi} können bauliche Beschränkungen der Kontur eingehalten werden. Die FV-Diskretisierung der Strömungsgleichungen (Kap. 3.4.3) erfordert ebenfalls Restriktionen der Konturparameter, um zu starke Verzerrungen des Berechnungsnetzes zu vermeiden. Liegt das Minimum innerhalb der Begrenzungen, so spielen sie nahezu keine Rolle beim iterativen Optimierungsschritt. Liegt es außerhalb, so befindet sich die gesuchte Lösung auf der Begrenzung. Nach GILL ET AL. (1981) besitzt diese Art des Optimierungsproblems hauptsächlich die Eigenschaften eines Optimierungsproblems ohne Nebenbedingungen.

Damit reduziert sich die Formulierung des zu optimierenden Systems auf:

$$\min f(p_i, \phi) \quad (3.33)$$

Für die Lösung des Optimierungsproblems gemäß Gleichung (3.33) bieten sich zunächst die verschiedensten Optimierungsverfahren an. Generell lassen sich die Methoden in

- deterministische und
- stochastische Verfahren

einteilen. Bei den deterministischen Methoden wird zusätzlich in gradientenfreie und Gradientenverfahren unterschieden.

Der bekannteste Vertreter der deterministischen, gradientenfreien Verfahren ist der Simplex-Algorithmus. Er findet hauptsächlich bei linearen Optimierungsproblemen Anwendung. WELZEL (1998) verwendet den Simplex-Algorithmus zur Optimierung einfach parametrisierter Bauteile in einer Axialturbine. Bei nichtlinearen Problemen weist das Verfahren in der Regel eher schlechte Konvergenzeigenschaften auf (GILL ET AL., 1981).

Für nichtlineare Problemstellungen mit wenig Unbekannten werden häufig Gradientenverfahren eingesetzt. Die Methode des steilsten Abstiegs benötigt dazu neben dem Gradienten keine weiteren Informationen, zeigt aber bei Problemen mit flachen Gradienten geringe Konvergenz (GILL ET AL., 1981). Newton-Verfahren arbeiten zusätzlich mit der zweiten Ableitung der Zielfunktion. Bei den Quasi-Newton-Verfahren wird die zweite Ableitung nicht explizit berechnet, sondern aus den Gradienteninformationen approximiert. Diese Verfahren zeigen gute Konvergenzeigenschaften, falls die Zielfunktion konvexe Eigenschaften besitzt (GILL ET AL., 1981). MISHIMA & KINNAS (1996) und DADONE ET AL. (2001) setzen die Quasi-Newton-Methode erfolgreich zur Optimierung kavitationsgefährdeter Tragflächen bzw. von Flugzeugtragflügeln ein. Die deterministischen Verfahren haben insgesamt den Nachteil, dass sie nur lokale Minima auffinden können.

Dieser Nachteil ist bei den stochastischen Verfahren aufgehoben. Es existiert eine Vielzahl von Ansätzen, von denen die Monte-Carlo-Methode, das Simulated-Annealing-Verfahren, die Evolutionsstrategie sowie der Genetische Algorithmus als die bekanntesten erwähnt sein sollen. Neben der Zielfunktion selbst werden keine weiteren Informationen zur Lösung

des Optimierungsproblems benötigt. Stochastische Verfahren werden häufig zur Lösung von Problemen eingesetzt, die sich durch mehrere gleichrangige Ziele und eine Vielzahl von Nebenbedingungen auszeichnen. PIERRET (1997) beispielsweise optimiert Turbinenschaufeln hinsichtlich des Strömungsverlustes, der Mach-Zahl des Strömungsfeldes und der mechanischen Anforderungen mit Hilfe eines Simulated-Annealing-Verfahrens. DE FALCO (1997a) setzt verschiedene Varianten des Genetischen Algorithmus zur Optimierung von Tragflügeln ein. Der Vorteil der globalen Konvergenzeigenschaft wird jedoch durch eine sehr hohe Zahl von Zielfunktionsberechnungen erkauft. DE FALCO (1997b) benötigt beispielsweise je nach Variante des Genetischen Algorithmus 1.900 bis 18.000 Strömungsberechnungen. Gradienten- und stochastische Verfahren können kombiniert werden, um die Vorteile der globalen Sucheigenschaften und der hohen Konvergenzgeschwindigkeiten zu kombinieren.

Die Lösung der Strömungsgleichungen $T(\chi_j, \phi) = 0$ ist in der Regel der zeitaufwändigste Bestandteil der Optimierung. Eine möglichst geringe Zahl von Funktionsaufrufen ist daher ein wichtiges Kriterium für die Wahl des Optimierungsalgorithmus.

BORGGGAARD (1995) beobachtet Nebenminima in der Zielfunktion bei Überschallströmungen, die durch Diskontinuitäten hervorgerufen werden. PIERRET (1997) berichtet von Nebenminima, die durch den Ansatz sehr komplexer Zielfunktionen verursacht werden. Da im Rahmen dieser Arbeit nur Strömungen im unterkritischen Bereich betrachtet und einfache Zielfunktionen verwendet werden (siehe Kap. 3.3), kann angenommen werden, dass die hier zu behandelnden Optimierungsprobleme konvexe Eigenschaften aufweisen werden. Wegen der guten Konvergenzeigenschaften bei wenig Zielfunktionsaufrufen wird daher ein Quasi-Newton-Verfahren ausgewählt.

Der Ausgangspunkt für das Quasi-Newton Verfahren ist das Newton-Verfahren. Setzt man eine stetige, zweimal differenzierbare Zielfunktion voraus, so ist die Bedingung (3.34),

$$\left. \frac{\partial f}{\partial p_i} \right|_{p_i^*} = 0, \quad (3.34)$$

notwendig und die Bedingung (3.35),

$$\left. \frac{\partial^2 f}{\partial p_i \partial p_j} \right|_{p_i^*} \text{ positiv definit,} \quad (3.35)$$

hinreichend für die Existenz eines lokalen Minimums p_i^* (GILL ET AL., 1981). Um die Lage p_i^* des Minimums errechnen zu können, wird eine Taylor-Reihenentwicklung, ausgehend von einem in der Nähe liegenden Punkt p_i , durchgeführt:

$$f(p_i + s_i) \approx f|_{p_i} + \underbrace{\frac{\partial f}{\partial p_i}}_{g_i} \bigg|_{p_i} s_i + \frac{1}{2} \underbrace{\frac{\partial^2 f}{\partial p_i \partial p_j}}_{G_{ij}} \bigg|_{p_i} s_i s_j \quad (3.36)$$

Dabei ist s_i der Differenzvektor zwischen dem Ausgangspunkt und dem Minimum:

$$s_i = p_i^* - p_i \quad (3.37)$$

Die Zielfunktion $f(p_i, \phi)$ lässt sich mit Gleichung (3.36) als quadratische Funktion von s_i formulieren:

$$f(s_i, \phi) = \frac{1}{2} G_{ij} s_i s_j + g_i s_i + f \quad (3.38)$$

Der Funktionswert f , der Gradient g_i und die Hesse-Matrix G_{ij} stellen in Gleichung (3.38) konstante Größen dar. Das Optimierungsproblem (3.33) kann mit der Gleichung (3.38) in eine Gleichung für die Minimierung einer quadratischen Funktion umgeschrieben werden:

$$\min \left(\frac{1}{2} G_{ij} s_i s_j + g_i s_i + f \right) \quad (3.39)$$

Setzt man die quadratische Funktion (3.38) in das notwendige Kriterium (3.34) für die Existenz eines Minimums ein, so erhält man unter Berücksichtigung der Suchrichtung nach Gleichung (3.37) mit:

$$\frac{1}{2} G_{ij} s_j = -g_i \quad (3.40)$$

eine Gleichung, aus der die optimale Schrittweite s_i direkt berechnet werden kann. Ist die Zielfunktion tatsächlich eine quadratische Funktion, so würde die einmalige Lösung der Gleichung (3.40) genügen, um das Minimum zu ermitteln. Bei den im Rahmen der Arbeit betrachteten komplexen Strömungsproblemen muss jedoch davon ausgegangen werden, dass

die Zielfunktion eine kompliziertere Form hat. Dann besitzt die Taylor-Reihenentwicklung (3.36) nur noch lokale Gültigkeit und Gleichung (3.40) muss in mehreren Schritten gelöst werden. Die hinreichende Bedingung (3.35) für die Existenz eines Minimums geht nicht unmittelbar in die Bestimmung von s_i ein. Vielmehr wird davon ausgegangen, dass die Zielfunktion eine konvexe Form besitzt, womit die hinreichende Bedingung automatisch erfüllt wäre (GILL ET AL., 1981).

Da die direkte Berechnung der Hesse-Matrix sehr aufwändig ist, bieten sich Approximationen $H_{ij} \approx G_{ij}$ an (GILL ET AL., 1981). Das Newton-Verfahren (3.40) wird damit zum Quasi-Newton-Verfahren nach Gleichung (3.41).

$$\frac{1}{2}H_{ij}s_j = -g_i \quad (3.41)$$

Für die Approximation H_{ij} der Hesse-Matrix wird der Ansatz nach Broyden, Fletcher, Goldfarb und Shanno (BFGS) verwendet (GILL ET AL., 1981):

$$G_{ij} \approx H_{ij}^{k+1} = H_{ij}^k + \frac{q_i q_j}{q_i s_i} \Big| - \frac{H_{ik} s_k s_l H_{lj}}{s_i H_{ij} s_j} \Big|^k \quad (3.42)$$

Dabei wird die Approximation H_{ij}^k der Hesse-Matrix bei jedem neuen Optimierungsschritt $k+1$ auf der Grundlage der Suchrichtung $s_i^k = s_i^{k+1} - s_i^k$ und der Differenz $q_i^k = g_i^{k+1} - g_i^k$ zwischen neuem und vorhergehendem Gradienten kontinuierlich weiterentwickelt. Für konvexe Funktionen ist (3.42) positiv definit. Sollte die zu optimierende Funktion nicht durchgehend konvexe Eigenschaften besitzen, so empfehlen GILL ET AL. (1981) dennoch die positive Definitheit beizubehalten. Dies geschieht durch die Manipulation des einzigen nichtquadratischen Terms $q_i s_i$ in Gleichung (3.42), so dass er nicht negativ werden kann. Details dazu finden sich bei COLEMAN ET AL. (1999).

Zu Beginn der Optimierung muss für die Approximation der Hesse-Matrix ein Startwert vorgegeben werden. In der Regel wird $H_{ij} = \delta_{ij}$ gesetzt, dies entspricht der Methode des steilsten Abstieges GILL ET AL. (1981).

3.6.3 Diskretisierung des Gradienten

Die Lösung der Gleichung (3.41) für die iterative Berechnung des Minimums p_i^* erfordert die Kenntnis des Gradienten g_i im aktuellen Punkt p_i . Folgende Möglichkeiten bieten sich zu seiner Bestimmung an:

- Wie bei der Modellierung des Strömungsfeldes und der Zielfunktion (Kap. 3.4.1) selbst wird der Gradient mathematisch formuliert, diskretisiert und anschließend iterativ gelöst. Die Zielfunktion und der Gradient sind dann unter Umständen wegen der unterschiedlichen Diskretisierung nicht mehr zueinander kompatibel (BURKARDT ET AL., 2002). Zusätzlich ist das Verfahren nicht sehr flexibel hinsichtlich der Verwendung verschiedener Zielfunktionen oder Strömungsmodelle.
- Ein mit der Zielfunktion konsistenter Ansatz ist die Ableitung der bereits diskretisierten Transportgleichungen (3.27). Hierzu wird heutzutage das Verfahren der automatischen Differenzierung eingesetzt, bei dem der Quellcode des Strömungsprogrammes automatisch in einen Code für die Ableitungen umgeschrieben wird (MOHAMMADI, 1997; NEWMAN, 1995). Der Nachteil ist die Beschränkung des Einsatzes auf Strömungsprogramme, deren Quellcode dem Anwender vorliegen, was in der Regel nur im Forschungsbereich üblich ist.
- Durch eine Taylor-Reihenentwicklung der Zielfunktion können Finite-Differenzen-Formeln für die Ableitungen aufgestellt werden (GILL ET AL., 1981). Sie erfordern keine Kenntnis des Quellcodes, weil für die Berechnung nur Werte der Zielfunktion selbst benötigt werden. Nachteil dieser Methode ist die Notwendigkeit von ein oder zwei Zielfunktionsauswertungen je Optimierungsparameter p_i .

APPEL & GUNZBURGER (1997) stellen bei einem Vergleich der Finite-Differenzen-Methode mit der automatischen Differenzierung für eine Überschallströmung fest, dass sich beide Methoden hinsichtlich ihrer Genauigkeit kaum voneinander unterscheiden. Da in einer Überschallströmung Diskontinuitäten auftreten können, ist diese Strömungsart eine besondere Herausforderung für die Gradientenberechnung. Deshalb und wegen der hohen Flexibilität wird in dieser Arbeit der einseitige Finite-Differenzen-Ansatz (FD) zur Annäherung des Gradienten g_i angesetzt (GILL ET AL., 1981):

$$g_i|_{p_i} \approx \frac{f(\phi_{(p_i+h_g e_i)}) - f(\phi_{(p_i)})}{h_g} \quad (3.43)$$

Bei der Verwendung der Gleichung (3.43) ist je Parameter p_i die Berechnung der Zielfunktion f am Punkt $p_i + h_g e_i$ erforderlich. Die Wahl der FD-Schrittweite h_g hat einen großen Einfluss auf die Genauigkeit der Näherung.

Der Abbruchfehler ist proportional zu h_g . Nach GILL ET AL. (1981) bietet die Verwendung von zentralen Differenzen eine größere Genauigkeit, jedoch ist der Berechnungsaufwand doppelt so hoch wie bei der Verwendung von einseitigen Differenzen.

3.6.4 Iterative Lösung

Wegen der bei der Formulierung des Optimierungsproblems getroffenen Voraussetzungen (Kap. 3.6.2) muss Gleichung (3.41) iterativ gelöst werden. Insbesondere liegen bei Strömungsoptimierungen keine einfachen quadratischen Abhängigkeiten vor, wie die Vorstellung der Strömungsgleichungen in Kapitel 3.4.2 gezeigt hat. In der Regel wird ein Line-Search Verfahren angewendet, bei dem entlang der aus Gleichung (3.41) ermittelten Suchrichtung s_i nach einem Minimum gesucht wird, bevor der nächste Iterationsschritt erfolgt (GILL ET AL., 1981). Damit soll verhindert werden, dass der Optimierungsfortschritt durch zu große Suchschritte s_i behindert wird. Der iterative Ablauf des gesamten Optimierungsprozesses gliedert sich in die folgenden Schritte:

1. Die Optimierung beginnt beim Startpunkt p_i^k mit $k = 0$.
2. Es werden die Zielfunktion f^k anhand der Strömungsgleichungen (3.27), der Gradient g_i^k anhand Gleichung (3.43) und die Hesse-Matrix H_{ij}^k anhand Gleichung (3.42) berechnet.
3. Mittels Gleichung (3.41) wird die Suchrichtung s_i^k bestimmt.
4. In einer Line-Search-Prozedur wird die Länge der gefundenen Suchrichtung s_i^k über einen Faktor α_L^k korrigiert.
5. Die neuen Parameter werden aus $p_i^{k+1} = p_i^k + \alpha_L^k s_i^k$ berechnet.
6. Anhand der Prüfung der Konvergenz

$$\frac{f^k - f^{k+1}}{|f^{k+1}|} < \tau_f \quad (3.44)$$

des Optimierungsfortschritts wird entschieden, ob das Minimum gefunden wurde oder ob die Iteration mit $k = k + 1$ bei Schritt 2 fortgesetzt werden muss. Neben dem Kriterium τ_f für die Zielfunktion

f sind auch Iterationskriterien für die zu optimierenden Parameter p_i oder für den Gradienten g_i denkbar (GILL ET AL., 1981).

Befindet sich der Parametersatz p_i^k oder p_i^{k+1} auf den Schranken b_{ui} oder b_{oi} , so wird die Gleichung (3.41) im Schritt 3 modifiziert. Dabei werden nur die Grenzen berücksichtigt, auf denen sich der aktuelle Punkt befindet (Active-Set-Methode, GILL ET AL., 1981). Die neue Suchrichtung s_i^{k+1} verläuft nach der Lösung des modifizierten Newton-Schritts entlang der aktivierten Schranken. Mit Hilfe von Lagrange-Multiplikatoren wird geprüft, ob sich das Minimum auf der Berandung befindet. Gegebenfalls werden neue Schranken aktiv bzw. bereits aktive Schranken wieder inaktiv. Das Verfahren ist detailliert bei COLEMAN ET AL. (1999) und GILL ET AL. (1981) erläutert.

Im Zuge der Line-Search-Prozedur im Schritt 4 werden die Zielfunktionswerte f^k und f^{k+1} miteinander verglichen. Ist der Zielfunktionswert des neuen Schrittes $k+1$ größer als der des vorhergehenden k , so wird die Suchrichtung über $\alpha_L = 0.5$ halbiert und der Zielfunktionswert f^{k+1} erneut berechnet. Die Prozedur wird solange wiederholt, bis ein niedrigerer Wert gefunden wurde. Der Line-Search kann daher zusätzlich zur Gradientenberechnung weitere Zielfunktionsaufrufe erforderlich machen. Daneben existieren auch Ansätze, die die Zielfunktion in Suchrichtung über quadratische oder kubische Splines annähern (GILL ET AL., 1981; FLETCHER, 1987). Sie benötigen jedoch weitere Funktionsaufrufe.

3.7 Parallelen zwischen Strömungsmodell und Optimierungsalgorithmus

Wie aus den Kapiteln 3.4.1 und 3.6.1 hervorgeht, unterteilen sich der Vorgang der Modellierung des Strömungsfeldes und der Vorgang der Auswahl des Optimierungsalgorithmus in mehrere Schritte. Die Schritte sind in die Abbildung 3.3 für den Prozess der Herleitung der automatischen Optimierung eingetragen.

Aus der Abbildung 3.3 werden die Parallelen zwischen der Modellierung des Strömungsfeldes auf der linken Seite und der Auswahl des Optimierungsalgorithmus auf der rechten Seite ersichtlich. Sowohl die Modellierung als auch die Auswahl beinhalten die drei Schritte:

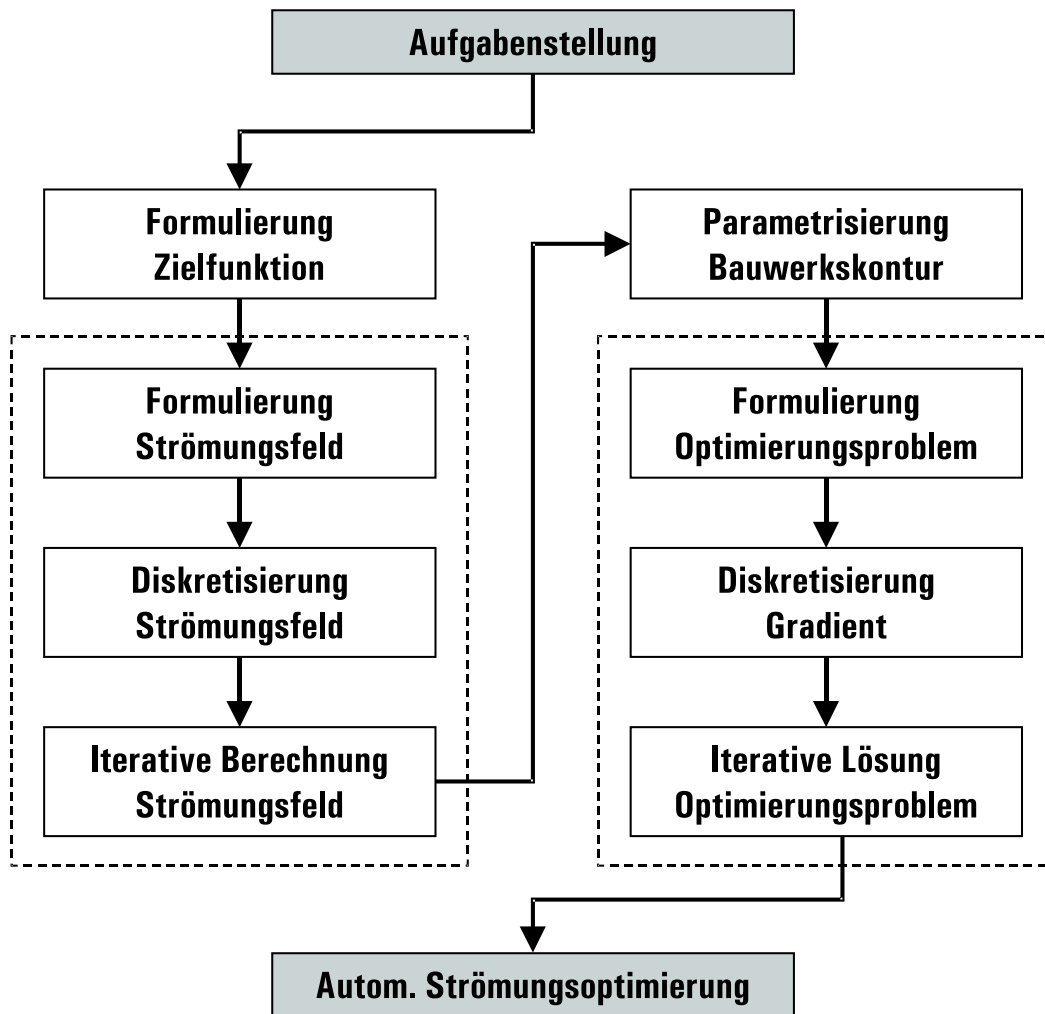


Abbildung 3.3: Vollständiger Prozess der Formulierung der automatischen Optimierung

1. Formulierung physikalischer Zusammenhänge,
2. Diskretisierung und
3. iterative Lösung.

Die Formulierung der physikalischen Zusammenhänge ist bei der Strömungsmodellierung offenkundig. Für das Turbulenzverhalten wird eine Modellvorstellung entwickelt, auf der aufbauend das $k - \varepsilon$ Modell formuliert wird. Der Prozess bei der Formulierung des Optimierungsproblems ist demgegenüber sehr ähnlich. Für das Verhalten der Zielfunktion in Abhängigkeit von den Konturparametern werden bestimmte Annahmen getroffen. Aus-

gehend von dieser Modellvorstellung wird der Quasi-Newton-Algorithmus abgeleitet.

Die Strömungsfeldgleichungen enthalten Terme, in denen die erste und zweite Ableitung der Strömungsgrößen nach den Raumkoordinaten vorkommen. Ebenso enthält der Optimierungsalgorithmus die Ableitung der Zielfunktion nach den Konturparametern. In beiden Fällen werden die Ableitungen mit Hilfe der Technik der Diskretisierung algebraisiert.

Sowohl die diskretisierten Strömungsfeldgleichungen als auch der Optimierungsalgorithmus müssen iterativ gelöst werden. Im Falle des Strömungsfeldes liegt dies an der Nichtlinearität und der starken Kopplung der Gleichungen, im Falle des Optimierungsalgorithmus liegt die Begründung hauptsächlich in der Abweichung des realen Verhaltens der Zielfunktion von der bei der Auswahl des Algorithmus gemachten Modellvorstellung.

Die parallele Darstellung der beiden Herleitungsprozesse ist die Grundlage für die Analyse möglicher Fehler der gewählten Verfahren. Sie ist zunächst nur für die Strömungsmodelle und Optimierungsalgorithmen gültig, die den hier verwendeten ähnlich sind. Darüber hinaus ist aber auch eine Verallgemeinerung des in Abbildung 3.3 dargestellten Prozesses denkbar, die im Anschluss an die Fehleranalyse vorgenommen wird.

Kapitel 4

Testfall Diffusorströmung

4.1 Vorbemerkung

Strömungen in Querschnittserweiterungen, wie die ebene, zurückspringende Stufe oder der Diffusor, werden häufig als Testfälle für den Nachweis der Eignung einer neuentwickelten numerischen Berechnungsmethode verwendet (z. B. HACKMAN ET AL., 1984; WEISER & NITSCHKE, 1988; GINTER, 1997). Hierzu liegen in der Literatur umfangreiche Strömungsmessungen vor. Darüber hinaus finden sich Untersuchungen über die optimale Gestaltung von Diffusoren (z. B. HÄRTL, 1989). Aus diesen Gründen wird in der vorliegenden Arbeit die Durchströmung des Diffusors als Testfall für die Analyse von Fehlern im Strömungs- und Optimierungsprozess verwendet.

Zunächst werden die Grundlagen der Diffusorströmung vorgestellt. Im Anschluss an die Beschreibung der für die Fehleranalyse einzusetzenden numerischen Diffusormodelle werden die zugehörigen Berechnungsergebnisse erläutert. Das Kapitel schließt mit der Vorbereitung der Modelle für die automatische Optimierung.

4.2 Grundlagen der Diffusorströmung

Die Grundlage für den Testfall Diffusor bilden die im Folgenden aufgeführten Untersuchungen verschiedener Autoren: IDELCIK (1986) stellt eine Fülle von Messdaten zu Strömungsverlusten in Diffusoren unterschied-

licher Geometrien bereit. Zusätzlich gibt er eine empirische Beziehung zur Berechnung der Diffusorverluste an. WEISER (1992) führt umfangreiche Messungen der Geschwindigkeit, der Reynoldsspannungen, der Wandschubspannung und des Wanddruckes radialsymmetrischer Diffusoren mit einem Expansionsverhältnis von 2.56 bei unterschiedlichen Reynoldszahlen und Öffnungswinkel durch. Die Messungen werden ausführlich mit numerischen Berechnungen auf der Grundlage des $k - \varepsilon$ Turbulenzmodells verglichen. STIEGLMEIER ET AL. (1989) führen Laser-Doppler-Anemometrie (LDA)-Messungen an Diffusoren für die Öffnungswinkel 28° , 36° und 180° bei einer Reynoldszahl von $1.56 \cdot 10^4$ und gleichem Expansionsverhältnis wie WEISER (1992) durch. Die Daten sind bei ERCOFTAC / UMIST ([2003]) in digitaler Form erhältlich. HÄRTL (1989) stellt in seinen Untersuchungen zu optimalen Diffusorformen Messergebnisse mehrerer Autoren zusammen, die zeigen, welche Diffusorformen bei welchen Randbedingungen optimal sind.

Axialsymmetrische Diffusoren werden zur Druckrückgewinnung oder zur stetigen Überbrückung von Querschnittserweiterungen in Rohrleitungen (Übergangsdiffusor) verwendet. Die Durchströmung ist in Abbildung 4.1 schematisch dargestellt.

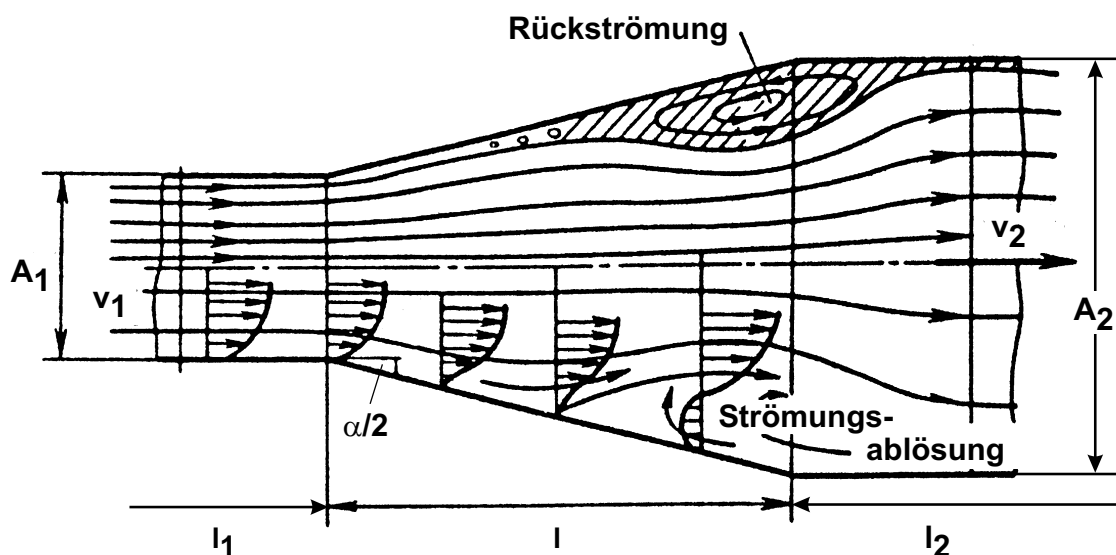


Abbildung 4.1: Durchströmung eines Diffusors nach IDELCIK (1986)

Die hier skizzierte radialsymmetrische Strömung weisen STIEGLMEIER ET AL. (1989) für ein Flächenverhältnis (Expansionsverhältnis) von $A_2/A_1 =$

2.56 nach. Diffusoren können allerdings auch ein dreidimensionales und oszillierendes Strömungsverhalten aufweisen, insbesondere bei großen Flächenverhältnissen (ABBOTT & KLINE, 1962; IDELCIK, 1986). Die Abbildung 4.1 zeigt, dass sich das Geschwindigkeitsprofil im Diffusor verformt. Bedingt durch den zunehmenden Druck kann es an der Diffusorwand zur Strömungsablösung kommen (IDELCIK, 1986). In der Rohrstrecke hinter dem Diffusor legt sich die Strömung wieder an. Die Diffusorlänge l bzw. der Öffnungswinkel α bestimmt dabei maßgeblich das Verhalten der Ablösung. WEISER (1992) beobachtet für Öffnungswinkel $\alpha < 12^\circ$ keine Ablösung. Im Bereich $12^\circ < \alpha < 44^\circ$ wandert der Ablösepunkt im Diffusor stromaufwärts und für $\alpha > 44^\circ$ löst die Strömung geometrisch bedingt an der vorderen Diffusorkante ab.

Bei der Durchströmung des Diffusors wird kinetische Energie in Druckenergie umgewandelt. Die Druckrückgewinnung ist eine wesentliche Kenngröße für Diffusoren. Bei der Energieumwandlung treten Energieverluste auf, die die Höhe der Druckrückgewinnung reduzieren. Der Strömungsverlust eines Diffusors ist eine weitere wichtige Kenngröße und soll bei der Fehleranalyse der automatischen Strömungsoptimierung als Zielfunktion dienen. Die Höhe der Druckrückgewinnung und die auftretenden Strömungsverluste sind von der Geometrie des Diffusors, von der Reynoldszahl, von der Wandrauhigkeit und von der Form des Geschwindigkeitsprofils am Eintritt des Diffusors abhängig (IDELCIK, 1986). Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wird der Schwerpunkt auf den Einfluss der Geometrie gelegt.

4.3 Numerische Modelle

Um die Berechnungszeiten für die umfangreiche Fehleranalyse klein halten zu können werden die Untersuchungen auf den Fall einer zweidimensionalen, radialsymmetrischen Diffusorströmung beschränkt. Es werden zwei Diffusormodelle verwendet, die sich in der geometrischen Gestalt unterscheiden.

Beim Modell '*Gerader Diffusor*' ist der Öffnungswinkel α und damit auch die Diffusorlänge l variabel gehalten. Abbildung 4.2 zeigt das Finite Volumennetz des geraden Diffusors bei einem Öffnungswinkel von 20° .

Die Geometrie des Modells '*Konturierter Diffusor*' ist durch vier Bézierpunkte bestimmt. Anfangs- und Endpunkt fixieren die Länge des Diffusors

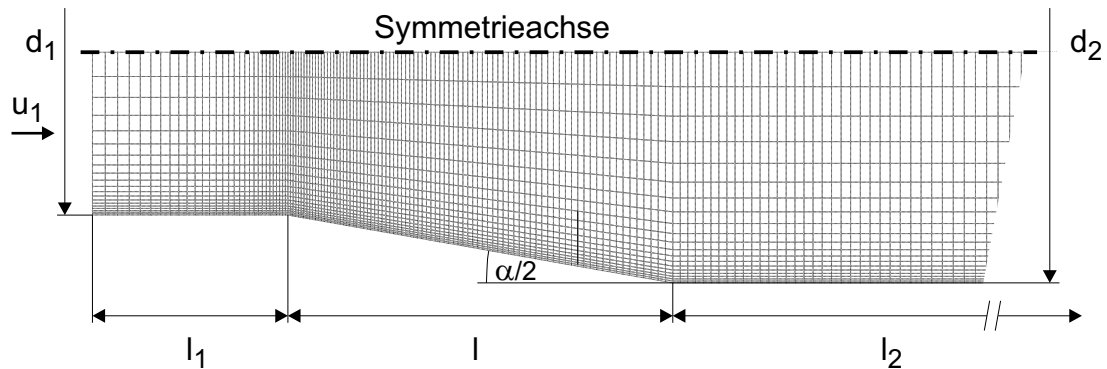


Abbildung 4.2: Ausschnitt aus dem FV-Netz des geraden Diffusors mit 20×300 Zellen

auf 100.0 mm . Die beiden mittleren Bézierpunkte sind in radialer Richtung beweglich angeordnet, so dass verschiedene Konturen generiert werden können. Abbildung 4.3 zeigt beispielhaft das Finite Volumennetz des konturierten Diffusors mit $r_1 = 15.0\text{ mm}$ und $r_2 = 40.0\text{ mm}$. In axialer Richtung sind die beiden Punkte nicht beweglich.

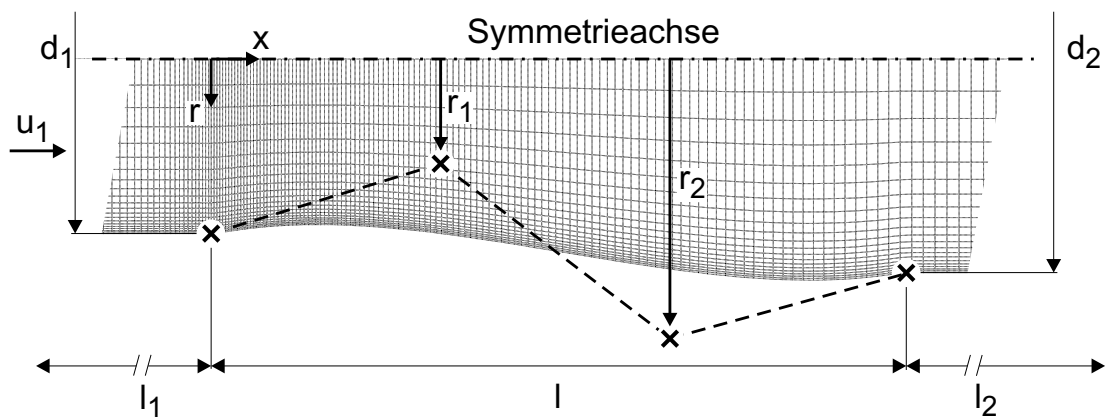


Abbildung 4.3: Ausschnitt aus dem FV-Netz des konturierten Diffusors mit 20×300 Zellen

Die Abmessungen beider Diffusormodelle sind in Tabelle 4.1 und die Strömungsdaten sowie die numerischen Parameter in Tabelle 4.2 eingetragen.

Für beide Modelle stehen verschieden feine Diskretisierungsgrade zur Verfügung. Die Größe der Wandzellen ist dabei so gewählt, dass der dimensionslose Wandabstand n^+ in der ausgebildeten Strömung für alle Diskretisierungsgrade zwischen 20 und 100 liegt. Die voll ausgebildete Zuströmung der Modelle mit der mittleren Zuströmgeschwindigkeit u_m wird aus einer

Tabelle 4.1: Geometrie der numerischen Diffusormodelle

	Gerades Diffusormodell	Konturiertes Diffusormodell
A_2/A_1 [–]	2.0	
d_1 [mm]	50.0	
l_1 [mm]	30.0	
l [mm]	25.0 - 593.2	100.0
$l + l_2$ [mm]	900.0	
α [°]	2.0 - 45.0	-
r_1 [mm]	-	0.0 - 70.0
x_1 [mm]	-	33.0
r_2 [mm]	-	0.0 - 70.0
x_2 [mm]	-	66.0

Tabelle 4.2: Strömungsdaten und numerische Parameter der Diffusormodelle

	Gerades Diffusormodell	Konturiertes Diffusormodell
Re_{d_1}	$5.0 \cdot 10^5$	
Zuströmung	ausgebildet	
u_m [m/s]	10.0	
FV $n_y \times n_x$	10×150 20×300 40×600	10×150 20×300
β_u [–]	1.0	1.0
β_k [–]	1.0	0.0
u_0 [m/s]	0.0	
τ_R [–]	$1.0 \cdot 10^{-8}$	

gesonderten Berechnung der Rohrströmung mit zyklischen Randbedingungen ermittelt. Der Startwert für die iterative Strömungsberechnung beträgt 0.0 m/s in allen FV-Zellen. Allgemeine Erläuterungen zu den angesetzten Randbedingungen finden sich in Kapitel 3.4.2.

Soweit nicht anders angegeben basieren alle im Folgenden vorgestellten Berechnungsergebnisse auf den Werten der beiden Tabellen 4.1 und 4.2 mit dem Berechnungsnetz mit 20×300 FV.

4.4 Energieverluste im Diffusor

4.4.1 Mechanismus der Energieumwandlung

Die Abbildung 4.4 zeigt den gerechneten Verlauf der Gesamtenergie, der kinetischen Energie, der Druckenergie nach Gleichung (3.7) und des Strömungsverlustes nach Gleichung (3.8) entlang der Diffusorachse für den geraden Diffusor mit einem Öffnungswinkel von $\alpha = 20^\circ$.

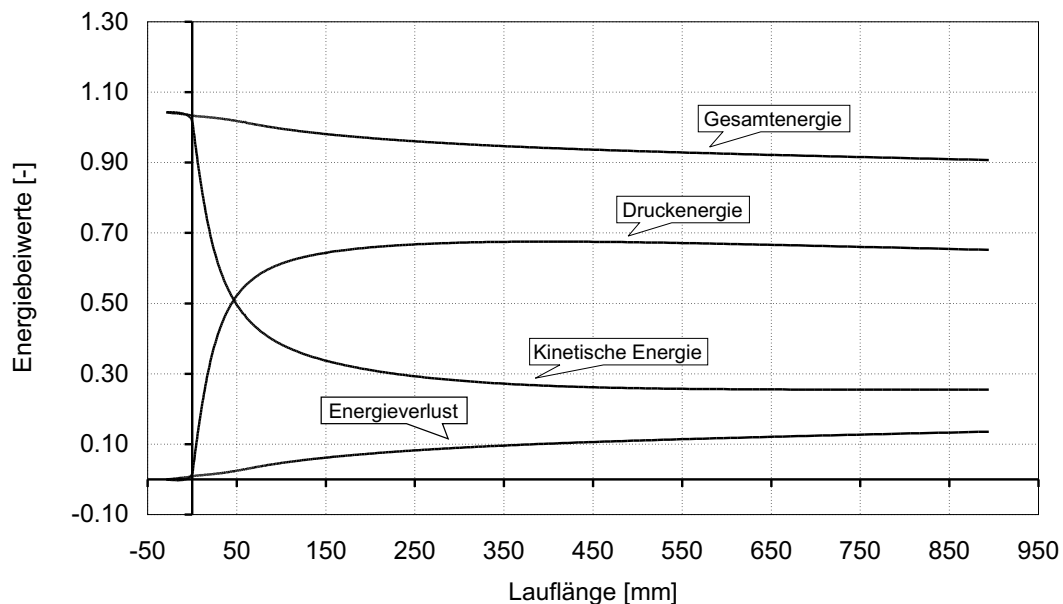


Abbildung 4.4: Energieumwandlung im geraden Diffusor, $\alpha = 20^\circ$, Diffusorlänge $l = 59\text{ mm}$

Alle Energieanteile in Abbildung 4.4 sind auf die kinetische Energie $H_{kin} = u_m^2/2g$ der mittleren Zuströmgeschwindigkeit u_m bei $x = -30\text{ mm}$ bezogen.

Zunächst besitzt die Strömung nur kinetische Energie. Der Wert liegt über 1, weil in einem turbulenten Geschwindigkeitsprofil mehr kinetische Energie enthalten ist als in einem Blockprofil mit der gleichen mittleren Geschwindigkeit u_m . Bis zum Beginn des Diffusors bei $x = 0\text{ mm}$ treten nur geringe Veränderungen der Energieanteile auf.

Im Diffusor tritt ein deutlicher Druckanstieg bei gleichzeitiger Verringerung der kinetischen Energie ein (Druckrückgewinnung). Das Geschwindigkeitsprofil wird dabei stark verformt, wie in Abbildung 4.1 skizziert ist. Der Druckanstieg setzt sich auch nach dem Diffusorende bei $x = 59\text{ mm}$ im anschließenden Rohrstück fort. Da hier der Anteil der lokalen mittleren Geschwindigkeit an der kinetischen Energie aus Gründen der Kontinuität konstant sein muss, wird der Anstieg der Druckenergie aus der abnehmenden Verformung (Relaxation) der Geschwindigkeitsprofile gespeist.

Das Maximum der Druckenergie wird bei $x = 400\text{ mm}$ erreicht. Dahinter verringert sich die Druckenergie wegen der Wandreibung kontinuierlich. Ihre Abnahme geht dabei in den für eine Rohrströmung charakteristischen linearen Verlauf über. Die kinetische Energie ändert sich hinter dem Druckmaximum kaum noch. Bedingt durch die starke Verformung der Geschwindigkeitsprofile nimmt der Strömungsverlust zwischen Diffusorbeginn und Druckmaximum deutlich zu. Hinter dem Druckmaximum geht er analog zur Druckenergie in einen linearen Verlauf über.

Der Verlustbeiwert ζ_D eines Diffusors ist durch Gleichung (3.9) definiert (BOLLRICH & PREISSLER, 1992). Hierbei ist u_m die mittlere Geschwindigkeit in der oberhalb des Diffusors gelegenen Rohrstrecke 1. Die Energiebilanz des Diffusors in Abbildung 4.4 zeigt, dass die maßgeblichen Strömungsvorgänge erst weit hinter dem eigentlichen Diffusor abklingen. Die anschließende Rohrstrecke muss daher bei der Bestimmung des Verlustbeiwertes ζ_D mit einbezogen werden.

Die in der Literatur zu findenden Tabellenwerke (z. B. IDELCIK, 1986) zur Bestimmung des Verlustbeiwertes trennen zwischen den Verlusten des eigentlichen Diffusors und den Wandreibungsverlusten in der anschließenden Rohrstrecke. Diese Trennung ist streng genommen nicht korrekt, weil das Wandgesetz der turbulenten Rohrströmung für die Relaxation des Geschwindigkeitsprofils in der Rohrstrecke keine Gültigkeit besitzt (WEISER & NITSCHKE, 1988). Daher wird im Rahmen der vorliegenden Arbeit die Rohrstrecke mit zum Diffusor gezählt und die Bilanzierung des Energiehöhenverlustes H_V nach Gleichung (3.8) unabhängig von der eigentlichen Dif-

fusorlänge bei beiden Diffusormodellen zwischen den Querschnitten $x = 0$ und $x = 800 \text{ mm}$ vorgenommen.

4.4.2 Gerader Diffusor

Abbildung 4.5 zeigt den mit dem geraden Diffusormodell gerechneten Verlustbeiwert ζ_D in Abhängigkeit vom Öffnungswinkel α . Bei kleinen Öffnungswinkeln überwiegt der Wandreibungswiderstand gegenüber dem Stoßverlust der Strömung. Mit zunehmendem Öffnungswinkel nimmt die Wandreibung ab und der Stoßverlust zu (IDELCIK, 1986). Dadurch kommt es zu einer konvexen Kurvenform mit einem Minimum bei $\alpha = 5.0^\circ$ und $\zeta_D = 0.107$.

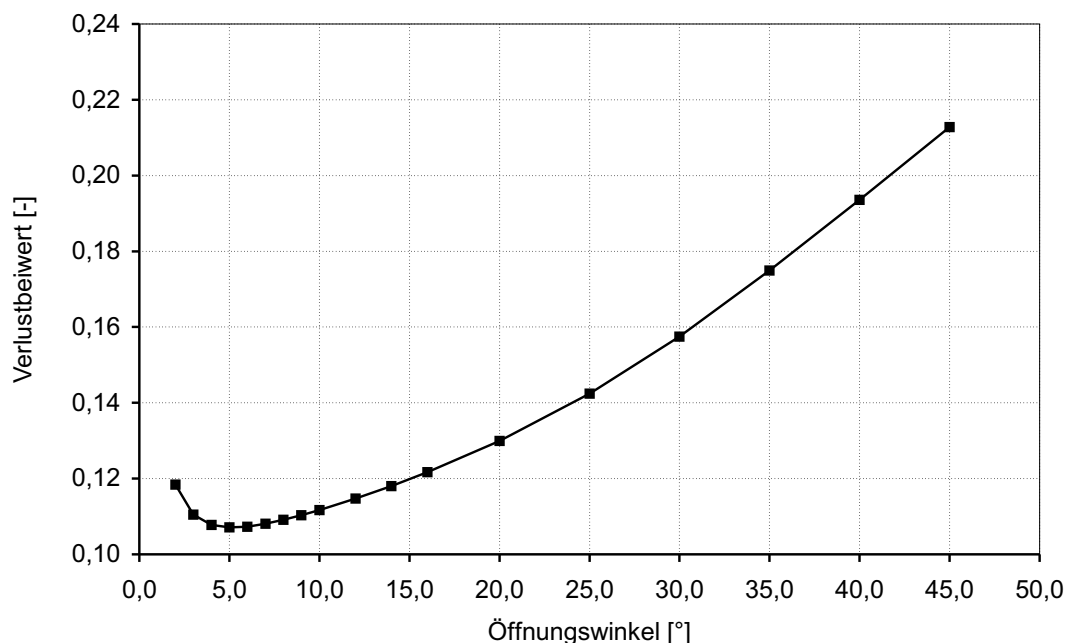


Abbildung 4.5: Verlustbeiwert ζ_D des geraden Diffusors in Abhängigkeit vom Öffnungswinkel α

Der Stoßverlust hat bei großen Öffnungswinkeln einen deutlich größeren Einfluss auf den Strömungsverlust als die Wandreibung. Bedingt durch die immer plötzlichere Aufweitung des Strömungsquerschnittes kommt es bei der Simulation ab einem Winkel von $\alpha = 16.0^\circ$ zur Strömungsablösung im Diffusor. Der von WEISER (1992) experimentell gefundene Winkel für den

Beginn der Strömungsablösung beträgt demgegenüber $\alpha = 12.0^\circ$. Die Auswirkung dieses Unterschieds auf die Aussagekraft des numerischen Modells wird bei der Fehleranalyse der automatischen Optimierung näher untersucht.

4.4.3 Konturierter Diffusor

Der Verlustbeiwert ζ_D des konturierten Diffusors ist entsprechend der Abbildung 4.3 von den Radien r_1 und r_2 der zwei Bézierpunkte abhängig. Die Abbildung 4.6 zeigt die Konturen des Diffusors bei den vier möglichen extremen Stellungen der Bézierpunkte.

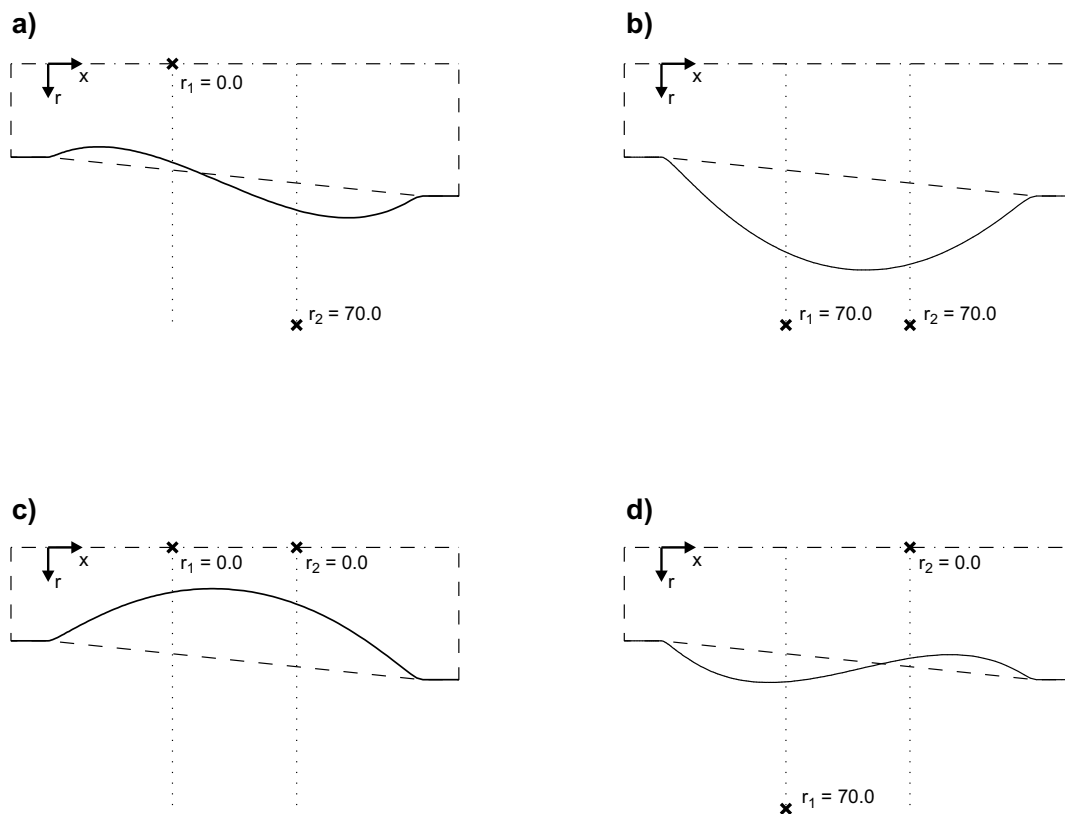


Abbildung 4.6: Kontur des Diffusors in Abhängigkeit von den Geometrieparametern r_1 und r_2

Die Berechnungsergebnisse für den Verlustbeiwert ζ_D in Abhängigkeit von den beiden Geometrieparametern r_1 und r_2 sind in dreidimensionaler Form in der Abbildung 4.7 dargestellt. Das Raster für die Berechnung des Verlustbeiwertes beträgt $5 \times 5 \text{ mm}$. Die in der Abbildung 4.6 gezeigten vier Konturen korrespondieren mit den Eckpunkten in der Abbildung 4.7.

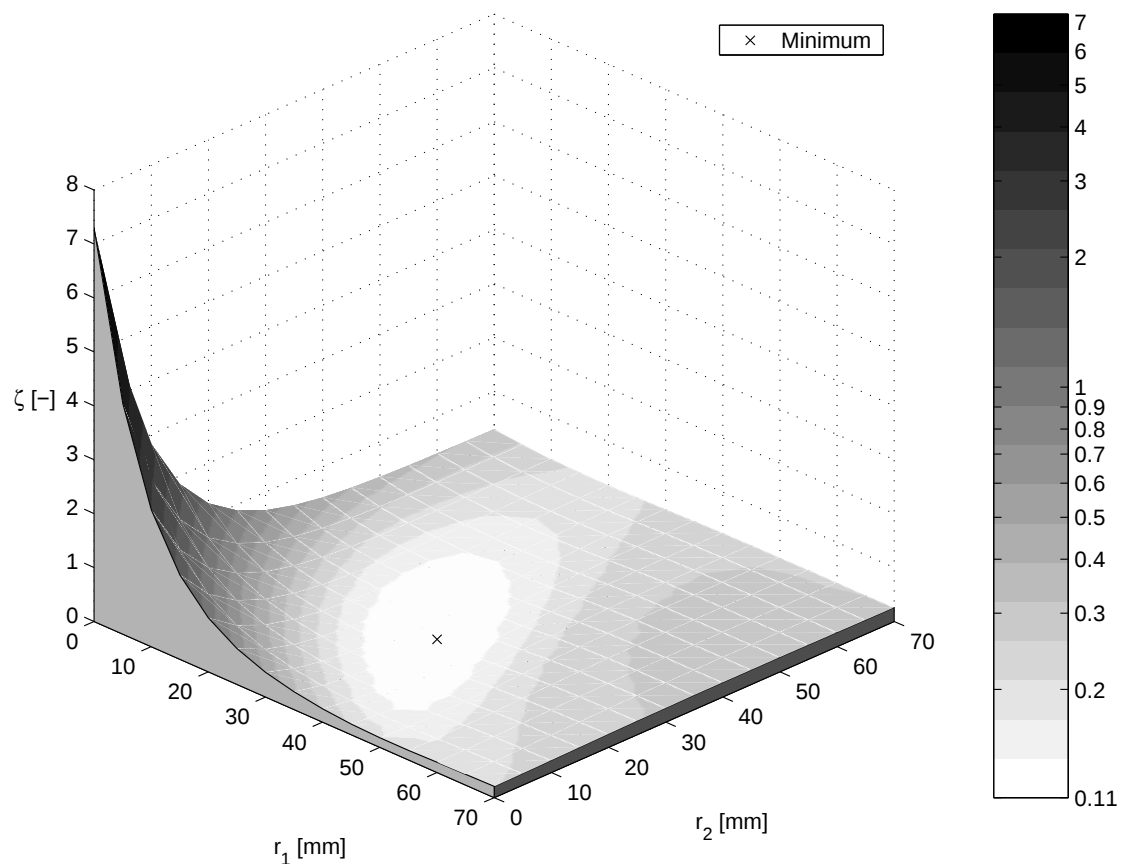


Abbildung 4.7: Verlustbeiwert ζ_D des konturierten Diffusors in Abhängigkeit von den Geometrieparametern r_1 und r_2

Die Einschnürung der Strömung bei der Extremstellung $r_1 = 0.0\text{ mm}$ und $r_2 = 0.0\text{ mm}$ (Abb. 4.6 c) führt mit einem maximalen Wert von $\zeta_D = 7.3$ zu erheblichen Strömungsverlusten. Die übrigen Kombinationen der Geometrieparameter weisen wesentlich geringere Verlustbeiwerte auf. Das Minimum $\zeta_D = 0.112$ liegt bei $r_1 = 35.0\text{ mm}$ und $r_2 = 25.0\text{ mm}$. Die Kombination $r_1 = 28.4\text{ mm}$ und $r_2 = 31.9\text{ mm}$ entspricht der Kontur des geraden Diffusors und führt zu einem Verlustbeiwert von $\zeta_D = 0.114$. Der Verlustbeiwert des Minimums unterscheidet sich damit kaum von dem des geraden Diffusors. Wie noch gezeigt wird, bietet der optimierte konturierte Diffusor erst bei größeren Öffnungsweiten A_2/A_1 Vorteile gegenüber dem geraden Diffusor. Schwerpunkt der Untersuchungen mit dem konturierten Diffusor soll im Rahmen der Arbeit jedoch die Fehleranalyse der automatischen Optimierung sein, bei der für die Praxis relevante Optimierungsergebnisse zunächst nicht im Vordergrund stehen.

4.4.4 Empirischer Diffusorverlustbeiwert

Für die Untersuchung des Realitätsbezugs der verwendeten numerischen Diffusormodelle sollen die Berechnungsergebnisse mit Messungen und mit in der Literatur verfügbaren empirischen Formeln verglichen werden. Dazu wird im Folgenden eine der gebräuchlichsten empirischen Beziehungen für den Strömungsverlust in einem Diffusor vorgestellt.

HERNING (1966) und IDELCIK (1986) unterteilen den durch Gleichung (3.9) definierten Verlustbeiwert ζ_D eines Diffusors in Stoß- und Reibungsverluste:

$$\zeta_D = \zeta_S + \zeta_R \quad (4.1)$$

IDELCIK (1986) gibt für Diffusoren mit $Re > 3 \cdot 10^5$, $\alpha < 40^\circ$ und einem Blockprofil im Einstrom folgende empirische Beziehung für den Stoßverlustbeiwert ζ_S an,

$$\zeta_S = 3.2 \tan(\alpha/2) \sqrt[4]{\tan(\alpha/2)} \left(1 - \frac{A_1}{A_2}\right)^2 \quad (4.2)$$

die eine Modifikation des Stoßverlustes nach BORDA-CARNOT ist. Der Reibungsbeiwert ζ_R eines Diffusors mit der Länge l berechnet sich nach HERNING (1966) und ZOEGL & KRUSCHIK (1982) wie folgt:

$$\zeta_R = \frac{1}{4} \frac{d_1}{d_2} \left[1 + \frac{d_1}{d_2} + \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2 + \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^3 \right] \frac{\lambda l}{d_1} \quad (4.3)$$

Der Rohrreibungsbeiwert λ in Gleichung (4.3) wird als Mittel aus den Werten für die vorangehende und die nachfolgende Rohrstrecke bestimmt. Der Rohrreibungsbeiwert hydraulisch glatter Rohre kann beispielsweise mit Hilfe der empirischen Beziehung von Nikuradse für $10^5 < Re < 5 \cdot 10^6$ ermittelt werden (BOLLRICH & PREISLER, 1992):

$$\lambda = 0.0032 + 0.221 Re^{-0.327} \quad (4.4)$$

Die Gleichungen für den Rohrreibungsbeiwert λ sind streng genommen nur für voll ausgebildete Strömungsprofile gültig. Die Profile in einem Diffusor entsprechen jedoch nicht mehr den Wandgesetzen turbulenter Strömungen (WEISER, 1992). Demzufolge hat die Trennung in Stoßverlust und Wandreibung nach Gleichung (4.1) nur modellhaften Charakter.

4.5 Vorbereitung der Optimierung und Rechenzeiteinsparung

Im Rahmen der Fehleranalyse werden mehrere Optimierungsläufe mit dem Modell 'Konturierter Diffusor' durchgeführt, deren Erläuterung im Rahmen der jeweiligen Fehlerdiskussion erfolgt. Alle Optimierungsläufe werden, wenn nicht anders angegeben, mit einer FD-Schrittweite $h_g = 5 \cdot 10^{-2} \text{ mm}$ für den Gradienten durchgeführt und bei Erreichen des Konvergenzkriteriums der Zielfunktion $\tau_f = 4 \cdot 10^{-5}$ beendet. Alle in dieser Arbeit vorgestellten Simulationen und Optimierungsläufe sind auf einer Workstation Ultra 60 (SPARC II Prozessor) der Firma SUN durchgeführt worden.

Die Rechenzeiten des numerischen Strömungsmodells tragen wesentlich zum zeitlichen Aufwand des Werkzeugs der automatischen Strömungsoptimierung bei. Bei der Formulierung des Moduls für das Strömungsmodell ist diesem Umstand bereits Rechnung getragen worden, wie in Kapitel 3.4.2 gezeigt wird. Zusätzlich kann durch die geschickte Wahl der Startwerte bei der iterativen Strömungsberechnung Zeit gespart werden. So kann die Vorabberechnung des Strömungsfeldes durch Lösen der Potenzialgleichungen eine bessere Ausgangsbasis für die Iteration bieten. Testrechnungen am Modell 'Gerader Diffusor' ergeben jedoch kaum Rechenzeitunterschiede zwischen der Verwendung des Potenzialströmungsfeldes und dem Ansatz von Geschwindigkeiten $u_0 = 0.0 \text{ m/s}$ als Startschätzung. Der Grund dafür ist der zweidimensionale Modellaufbau. Der Ansatz des Potenzialströmungsfeldes ergibt erst bei komplexen, dreidimensionalen Strömungsfeldern, wie beim Anwendungsbeispiel, nennenswerte Vorteile.

Während des Optimierungsvorganges werden mehrere aufeinander folgende Strömungsberechnungen mit ähnlichen Geometrien ausgeführt, wie z. B. bei der Gradientenberechnung nach Gleichung (3.43). Eine weitere Möglichkeit der Rechenzeiteinsparung ist damit der Neustart der Berechnung, aufbauend auf eine bereits bekannte, vorangegangene Lösung. Zur Untersuchung dieses Einsparpotenzials ist der Öffnungswinkel des geraden Diffusors ausgehend von $\alpha = 35^\circ$ schrittweise verkleinert und dazu je eine Berechnung basierend auf $u_0 = 0.0 \text{ m/s}$ und je eine basierend auf der auskonvergierten Lösung des 35° -Diffusors durchgeführt worden. Die Abbildung 4.8 zeigt die dafür benötigten Rechenzeiten. Die Berechnungen, basierend auf konstanten Startschätzungen ($u_0 = 0.0 \text{ m/s}$), zeigen kaum voneinander unterscheidbare Rechenzeiten. Der Neustart der Berechnung, aufbauend auf dem Strömungsfeld bei $\alpha = 35^\circ$, bewirkt dagegen eine Verringerung der Rechen-

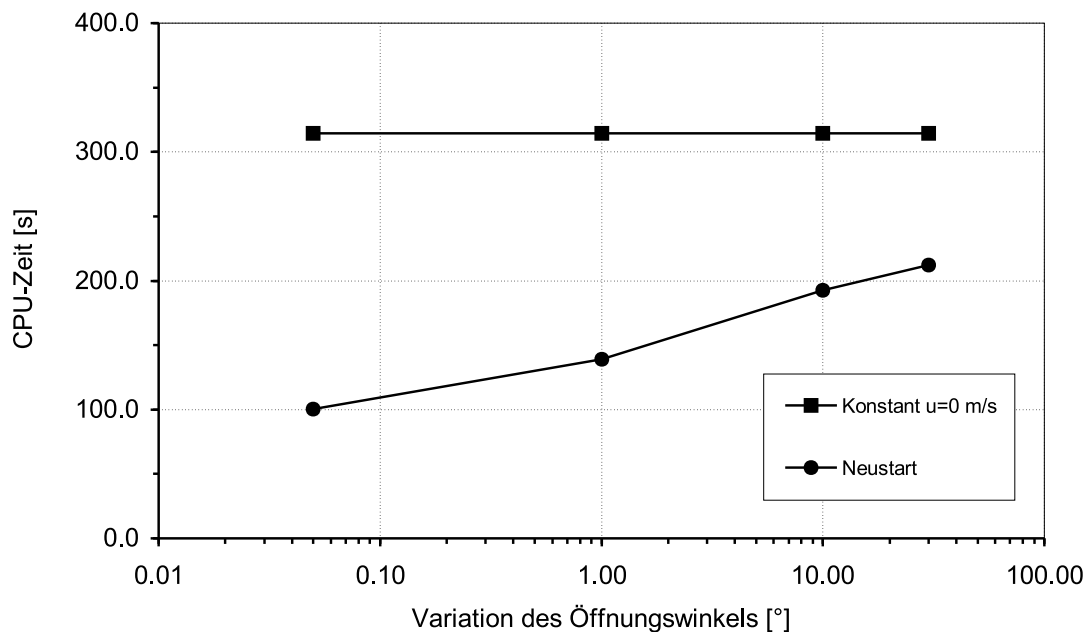


Abbildung 4.8: Einfluss der Startschätzung auf die Berechnungsdauer des $\alpha = 35^\circ$ -Diffusors

zeiten bis auf ein Drittel der Rechnungen mit konstanten Startschätzungen. Selbst bei größeren Unterschieden im Öffnungswinkel liegt die Rechenzeit nur bei zwei Dritteln gegenüber der bei konstanten Startbedingungen. Damit bieten auf der vorhergehenden Lösung basierende Startschätzungen Vorteile auch beim Line-Search, bei dem größere Sprünge bei der Veränderung der Geometrie möglich sind.

Wegen der erheblichen Rechenzeitvorteile wird die Methode des auf der vorangegangenen Simulation basierenden Neustarts des numerischen Modells für alle im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Optimierungsläufe eingesetzt. Damit stehen insgesamt die Diffusormodelle für die Fehleranalyse der automatischen Optimierung bereit.

Kapitel 5

Fehlerquellen bei der automatischen Optimierung

5.1 Vorbemerkung

Unsicherheiten und Fehler bei der Formulierung können eine erhebliche Einschränkung der Aussagekraft der automatischen Optimierung nach sich ziehen. Daher ist die Frage nach der ausreichenden Validität für jeden Schritt bei der Formulierung des Werkzeugs in Abbildung 3.3 zu stellen. Das in Kapitel 2.4 beschriebene Konzept der modularen automatischen Optimierung birgt wegen der Kopplung unterschiedlicher Werkzeuge die zusätzliche Gefahr der Verknüpfung mehrerer Fehler untereinander.

Zunächst werden die möglichen Fehlerkategorien der automatischen Optimierung vorgestellt. Sie bilden die Grundlage für die im Anschluss folgende Fehleranalyse der vier Module und ihrer Kopplung. Das Kapitel schließt mit einem zusammenfassenden Überblick über die Fehlerquellen der automatischen Optimierung und ihrer Verknüpfungen.

5.2 Vorstellung der Fehlerkategorien

Defizite bei der numerischen Modellierung können nach CASEY & WINTERGERSTE (2000) in Unsicherheiten und Fehler unterschieden werden.

Unsicherheiten kommen durch fehlendes Wissen zustande. Ist beispielsweise die Physik der abzubildenden Prozesse nicht vollständig bekannt, so besteht die Unsicherheit, dass das Modell die Realität nicht vollständig wiedergibt. Demgegenüber werden Defizite eines numerischen Modells als Fehler bezeichnet, die nicht durch fehlendes Wissen zustande kommen. Als Beispiel sei der Rundungsfehler von Digitalrechnern genannt. In der Regel kann der Einfluss von Fehlern auf das Berechnungsergebnis relativ gut eingeschätzt werden. Der Einfachheit halber werden in dieser Arbeit, analog zu FERZIGER & PERIC (1999), mit dem Begriff Fehler auch die Unsicherheiten abgedeckt.

Fehler werden üblicherweise auf zwei verschiedene Arten betrachtet (ENGELN-MÜLLGES & REUTTER, 1988). Der absolute Fehler σ ist die Differenz zwischen dem exakten Wert f und seiner Näherung $\tilde{f}$:

$$\sigma = f - \tilde{f} \quad (5.1)$$

Beim relativen Fehler ε wird diese Differenz auf den Betrag $|f|$ des exakten Wertes bezogen:

$$\varepsilon = \frac{f - \tilde{f}}{|f|} \quad (5.2)$$

Es ist zu beachten, dass der relative Fehler bei kleinen Beträgen $|f|$ sehr groß wird, so dass hier besser der absolute Fehler zur Betrachtung herangezogen werden sollte.

Der Bedeutung von Fehlern bei der numerischen Strömungsmodellierung wird große Beachtung geschenkt. So gibt FORKEL (2000) einen detaillierten Überblick über mögliche Fehlerursachen beim Einsatz der numerischen Modellierung zur Lösung wasserbaulicher Fragestellungen. CASEY & WINTERGERSTE (2000) haben einen Leitfaden entwickelt, mit dem Fehlerursachen identifiziert und vermieden werden können. Die von ihnen verwendete Klassifizierung von Fehlern soll im Folgenden kurz vorgestellt werden:

- **Modellfehler** entstehen durch die Differenz zwischen der realen Strömung und der exakten Lösung der Strömungsgleichungen, die dem numerischen Strömungsmodell zugrunde liegen. Eine der bekanntesten Quellen für Modellfehler, die streng genommen Unsicherheiten sind, ist die Behandlung der Turbulenz (Kap. 3.4.2). Wie bei FERZIGER & PERIC (1999) sollen in dieser Arbeit unter dem Begriff des

Modellfehlers ebenfalls Anwendungsunsicherheiten verstanden werden. Sie entstehen durch das Nichtvorhandensein wichtiger Informationen, wie beispielsweise Daten für die exakte Modellgeometrie oder für anzusetzende Randbedingungen. Auch die Frage nach der richtigen räumlichen Dimensionalität des numerischen Modells und die Frage, ob die Strömung stationär oder instationär zu betrachten ist, werden zu dieser Fehlerkategorie gezählt.

- Unter dem **Diskretisierungsfehler** wird der Unterschied zwischen der exakten Lösung der Strömungsgleichungen und der Lösung ihrer algebraisierten Form verstanden. Der Diskretisierungsfehler (oder auch numerische Fehler) entsteht durch die Näherungen, die bei der Unterteilung des durchströmten Raumes in Finite Volumen vorgenommen werden müssen (Kap. 3.4.3).
- Die in Kapitel 3.4.4 beschriebene iterative Berechnung der algebraischen Gleichungen für das Strömungsfeld wird in der Praxis aus Zeitgründen beendet, bevor sich eine vollständig konvergierte Lösung eingestellt hat. Der Unterschied zwischen der auskonvergierten Lösung und der Lösung bei vorzeitiger Beendigung der Iteration wird als **Iterationsfehler** oder Konvergenzfehler bezeichnet.
- Zahlen können auf einem Computer nur mit beschränkter Genauigkeit, in der Regel der Maschinengenauigkeit, repräsentiert werden. **Rundungsfehler** stellen sich ein, wenn die Differenz zweier Zahlen kleiner als diese Genauigkeit ist (ENGELN-MÜLLGES & REUTTER, 1988).
- **Anwenderfehler** treten durch die unsachgemäße Verwendung des numerischen Modells auf. Die Ursachen hierfür können fehlende Kenntnisse des Anwenders über den verwendeten Programmcode, über das zu untersuchende Strömungsproblem oder aber auch Nachlässigkeiten sein.
- Aufgrund der hohen Komplexität der Computerprogramme für die Berechnung von Strömungsfeldern können **Programmierfehler** niemals vollständig ausgeschlossen werden. Schon einfache Tippfehler, wie das versehentliche Vertauschen von Feldindizes, können zu erheblichen Fehlern führen.

Auch für Optimierungsalgorithmen existieren Untersuchungen zu ihrem Fehlerverhalten. Beispielsweise diskutieren GILL ET AL. (1981) ausführlich die Schwierigkeiten, die beim Einsatz gradientenbasierter Verfahren auftreten können. Aufgrund des sehr breiten Anwendungsspektrums dieser gängigen Algorithmengruppe sind die Ausführungen jedoch nicht vollständig auf die automatische Strömungsoptimierung übertragbar. Die in Kapitel 3.7 diskutierten Parallelen bei der Formulierung des numerischen Strömungsmodells und der Ableitung des Optimierungsalgorithmus legen den Schluss nahe, die ursprünglich nur für die Strömungsmodellierung entwickelten Fehlerkategorien auf das gesamte Werkzeug der automatischen Strömungsoptimierung zu übertragen. Abbildung 5.1 zeigt, an welchen Stellen die verschiedenen Fehler im Formulierungsprozess der automatischen Strömungsoptimierung auftreten können.

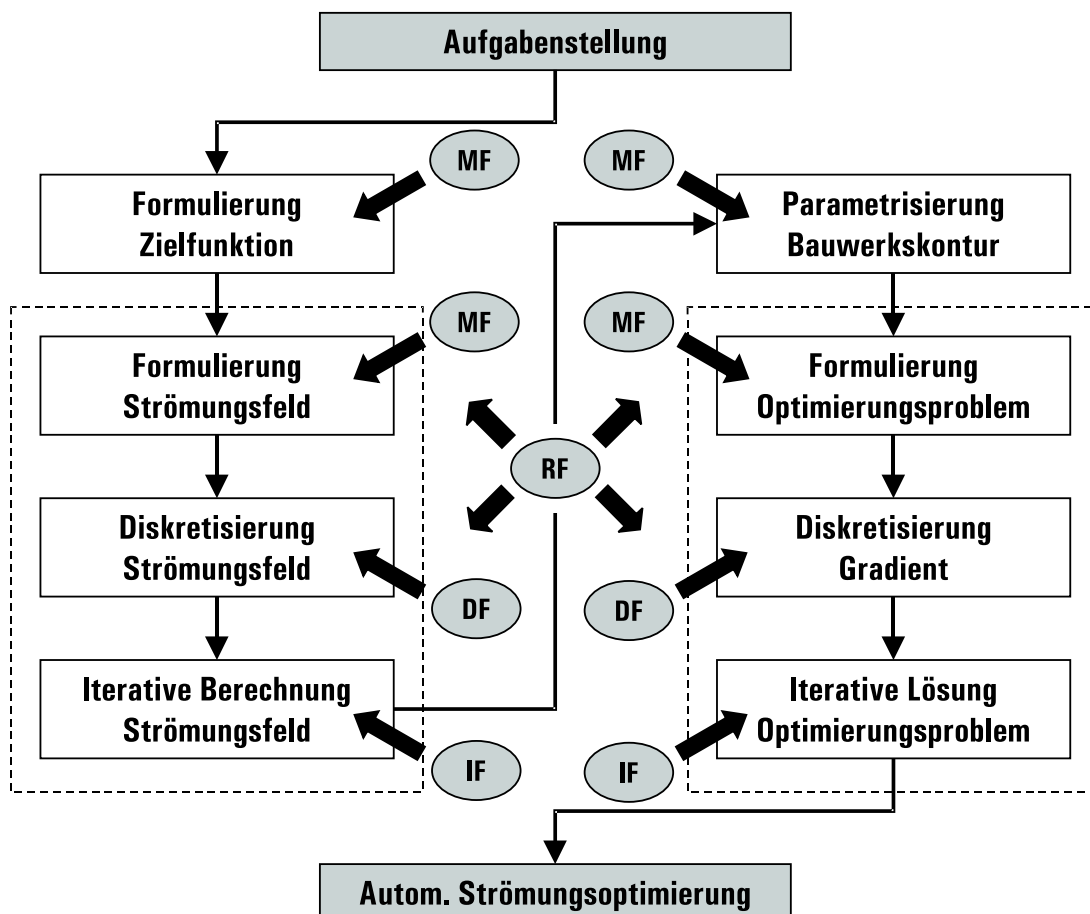


Abbildung 5.1: Fehlermöglichkeiten bei der Formulierung der automatischen Optimierung (MF: Modellfehler, DF: Diskretisierungsfehler, IF: Iterationsfehler, RF: Rundungsfehler)

Modellfehler (MF) entstehen bei der automatischen Strömungsoptimierung überall dort, wo physikalische, geometrische oder mathematische Zusammenhänge formuliert werden müssen. Sie sind daher bei der Formulierung der Zielfunktion und des Strömungsfeldes, bei der Parametrisierung der Bauwerkskontur und bei der Ableitung des Optimierungsalgorithmus zu beachten. Diskretisierungs- (DF) und Iterationsfehler (IF) treten bei der Diskretisierung des Strömungsfeldes und des Gradienten bzw. bei der iterativen Lösung des Strömungsmodells und des Optimierungsproblems auf. Rundungsfehler (RF) entstehen erst beim eigentlichen Berechnungsvorgang. Sie sind jedoch während des gesamten Formulierungsprozesses zu beachten, insbesondere dann, wenn Differenzen gebildet werden, die die Größenordnung des Rundungsfehlers annehmen können.

Anwender- und Programmierfehler können aufgrund ihres Charakters sehr individuelle Ursachen haben und lassen sich am ehesten durch Ausbildung und Training bzw. ein gutes Qualitätsmanagement vermeiden (CASEY & WINTERGERSTE, 2000). Sie sollen daher hier nicht weiter betrachtet werden. Vielmehr ist es eine Zielsetzung der Arbeit, durch Transparentmachung möglicher Fehlerquellen indirekt zur Ausbildung von Anwendern der automatischen Optimierung beizutragen.

Die vorgestellte Fehlerkategorisierung dient als Grundlage für die nachfolgend beschriebene Analyse der Bedeutung der Fehler und ihrer Verknüpfung untereinander. Die Untersuchungen sind nach der Reihenfolge des Auftretens der Fehler im Formulierungsprozess der automatischen Optimierung geordnet.

5.3 Fehler bei der Formulierung der Zielfunktion

5.3.1 Modellfehler der Zielfunktion

Unter dem Modellfehler der Zielfunktion sollen in dieser Arbeit zwei Arten von Defiziten verstanden werden. Zum einen besteht die Möglichkeit, dass die formulierte Zielfunktion die Realität nicht ausreichend genau wiedergibt, zum anderen stellt sich die Frage, ob die gewählte Funktion das Ziel der gegebenen Aufgabenstellung richtig repräsentiert.

Die Gleichungen für den Strömungsverlust (3.8) und den Geschwindigkeitshöhenausgleichswert (3.5) basieren unmittelbar auf den Größen des Strö-

mungsfeldes. Da zusätzliche Modellannahmen hierfür nicht erforderlich sind, müssen Abweichungen der Zielfunktion von der Realität direkt aus dem numerischen Modell für das Strömungsfeld resultieren. Etwaige Diskrepanzen sind daher nicht dem Modellfehler der Zielfunktion, sondern dem Modellfehler des Strömungsmodells zuzurechnen. Der Einfluss des Modellfehlers des numerischen Modells auf den Realitätsbezug der Zielfunktion wird in Kapitel 5.4.1 näher beleuchtet. Anders verhält es sich bei Zielfunktionen mit zusätzlichen Modellannahmen. Der Rechenverlust nach Gleichung (3.11) beispielsweise erfordert empirische Modellannahmen für die Verlustwirkung der Rechenstäbe. Damit kann neben dem Modellfehler des numerischen Strömungsmodells eine zusätzliche Fehlerquelle entstehen.

Die Unsicherheit, ob die gewählte Funktion das Ziel der gegebenen Aufgabenstellung richtig repräsentiert, kann vor allem bei komplexen Aufgabenstellungen relevant werden. Lautet die Aufgabenstellung beispielsweise, den Strömungsverlust einer Anlage zu minimieren, so stellt die Zielfunktion Strömungsverlust für den Diffusor eine eindeutige Wahl dar. Im Falle der Anströmung einer Wasserkraftanlage existieren demgegenüber mehrere Möglichkeiten, geeignete Zielfunktionen zu formulieren. So können neben dem eigentlichen Strömungsverlust der Rechenverlust und die Qualität der Turbinenanströmung zur Lösung der Aufgabenstellung beitragen. Stehen die Zielfunktionen sogar in Konkurrenz zueinander und werden sie nicht alle für die Optimierung verwendet, so können die Einflüsse der nicht berücksichtigten Funktionen das Optimierungsergebnis in Frage stellen. Ein weiteres Problem bei der Auswahl der Zielfunktion kann die Irrelevanz der verwendeten Zielfunktion sein. In diesem Fall zeigt die Funktion keinerlei Sensitivität bei Veränderung der Geometrieparameter (BURKARDT ET AL., 2002). Auf die Problematik der Eignung einer Zielfunktion für die gegebene Aufgabenstellung wird ausführlich im Anwendungsbeispiel in Kapitel 7.4.3 eingegangen.

5.4 Fehler bei der Modellierung des Strömungsfeldes

5.4.1 Modellfehler des Strömungsmodells

Der Modellfehler des numerischen Modells für das Strömungsfeld ist der Unterschied zwischen den Strömungsgrößen ϕ aus der exakten Lösung der

Strömungsgleichungen (3.12) bis (3.16) und den Strömungsgrößen der realen Strömung. Die Ursachen für diesen Fehlertyp sind sehr vielfältig. Das gewählte Turbulenzmodell, das Modell für die wandnahe Strömung, die angesetzten Randbedingungen, die Anfangsbedingungen sowie die Wahl der zeitlichen und örtlichen Dimension des numerischen Modells können zum Modellfehler beitragen (FERZIGER & PERIC, 1999).

Die verschiedenen Einflüsse auf den Modellfehler werden von CASEY & WINTERGERSTE (2000) detailliert beschrieben. Daher soll hier mit dem $k - \varepsilon$ -Turbulenzmodell nur eine der möglichen Fehlerquellen näher betrachtet werden. Die Untersuchungen sollen gleichzeitig dazu dienen, die verwendeten Diffusormodelle auf ihren Realitätsbezug hin zu überprüfen. Als Untersuchungsgegenstand wird der gerade Diffusor mit einem Öffnungswinkel von 36° gewählt. Dieser Fall ist eine besondere Herausforderung für das $k - \varepsilon$ -Modell, weil sich die Strömung aufgrund des positiven Druckgradienten erst im Diffusor ablöst und nicht, wie z. B. beim 180° -Diffusor, geometrisch bedingt an der Diffusorkante. Bei STIEGLMEIER ET AL. (1989) und bei ERCOFTAC / UMIST ([2003]) finden sich dazu umfangreiche Messergebnisse.

Für die Untersuchungen muss das Modell des geraden Diffusors gemäß Tabelle 4.1 und Tabelle 4.2 in einigen Punkten modifiziert werden, um den Bedingungen der Untersuchungen von STIEGLMEIER ET AL. (1989) Rechnung tragen zu können. Das Flächenverhältnis des modifizierten Diffusormodells wird auf $A_2/A_1 = 2.56$ vergrößert und die Länge $l + l_2$ auf 600 mm verkürzt. Die Reynoldszahl beträgt $Re = 1.56 \cdot 10^4$, die mittlere Zuströmgeschwindigkeit $u_m = 1.92\text{ m/s}$. Am Zustromrand wird das gemessene turbulente Strömungsprofil bei $x = -30\text{ mm}$ angesetzt. Das Profil der einströmenden Dissipationsrate wird aus der Mischungsweglänge einer ausgebildeten Rohrströmung entsprechend SCHLICHTING (1982) bestimmt. Es sind nur die turbulenten Normalspannungen $\overline{u'u'}$ und $\overline{v'v'}$ in axialer und radialer Richtung gemessen worden. Entsprechend den Erkenntnissen von STIEGLMEIER ET AL. (1989) wird daher $\overline{w'w'} = \overline{v'v'}$ gesetzt und daraus nach SCHLICHTING (1982) die turbulente kinetische Energie k für alle Messquerschnitte bestimmt. Um den dimensionslosen Wandabstand bei $n^+ = 30$ einzustellen, wird der Diffusor mit 30×130 FV diskretisiert.

Die beiden weiteren Fehlermöglichkeiten des Strömungsmodells, der Diskretisierungs- und der Iterationsfehler, werden so kontrolliert, dass sie keinen Einfluss auf die Aussagen zum Modellfehler haben können.

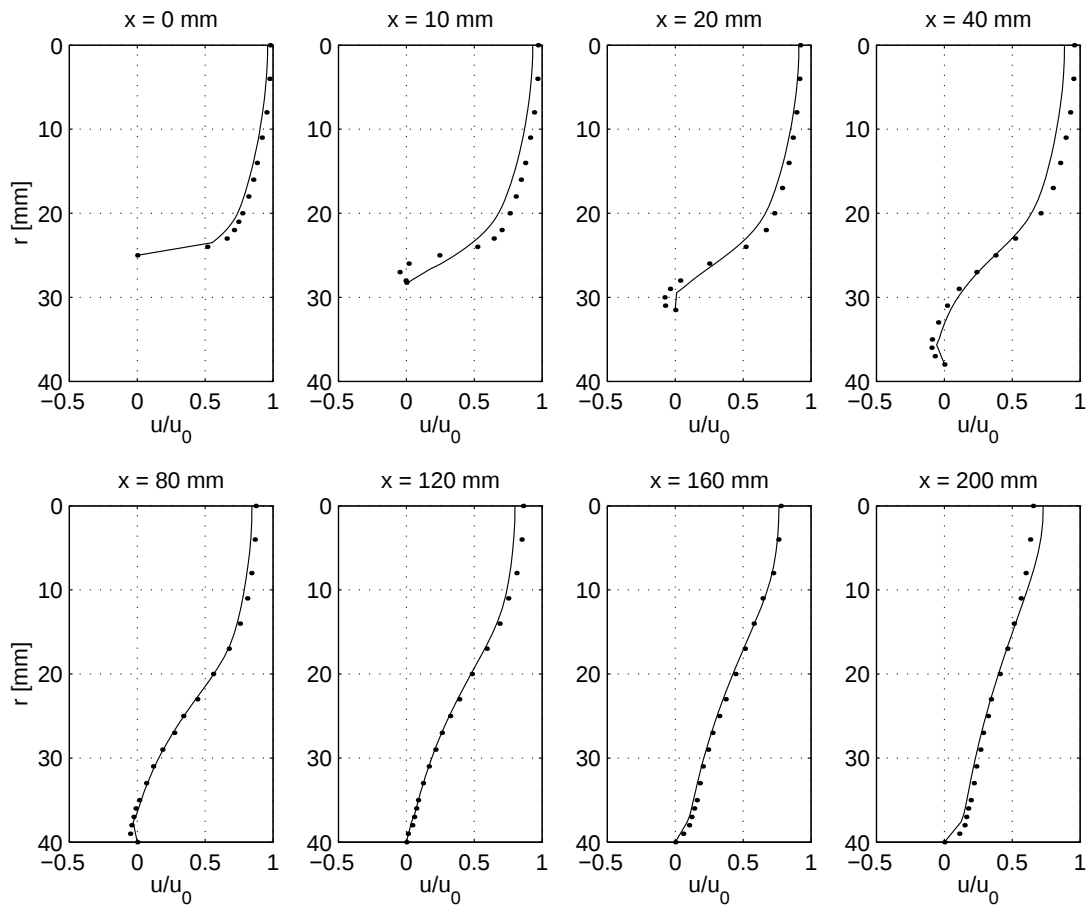


Abbildung 5.2: Gemessene (●) und gerechnete (—) Profile der Axialgeschwindigkeit

In der Abbildung 5.2 ist die Berechnung der axialen Geschwindigkeiten den Messwerten gegenübergestellt. Das Profil bis zum Diffusoreintritt bei $x = 0\text{ mm}$ entspricht dem einer ausgebildeten Rohrströmung. Nach einer Strecke von 10 mm löst die reale Strömung bereits ab, die Berechnung zeigt dagegen noch keine Ablösung an. Erst nach weiteren 10 mm weist auch die berechnete Strömung eine Ablöseblase auf. Die Rückstromzone wird vom Modell im weiteren Verlauf etwas zu klein berechnet. STIEGLMEIER ET AL. (1989) geben eine Wiederanlegelänge von 119 mm an. Die berechnete Wiederanlegelänge weicht mit 108 mm um 9% davon ab. Die Relaxation des Geschwindigkeitsprofils in der anschließenden Rohrstrecke wird vom Modell sehr gut wiedergegeben.

Der Vergleich gerechneter und gemessener turbulenter Eigenschaften ist ein weiteres Gütekriterium für die Berechnung. Die Abbildung 5.3 zeigt die Querprofile der turbulenten kinetischen Energie k in der Diffusorströmung.

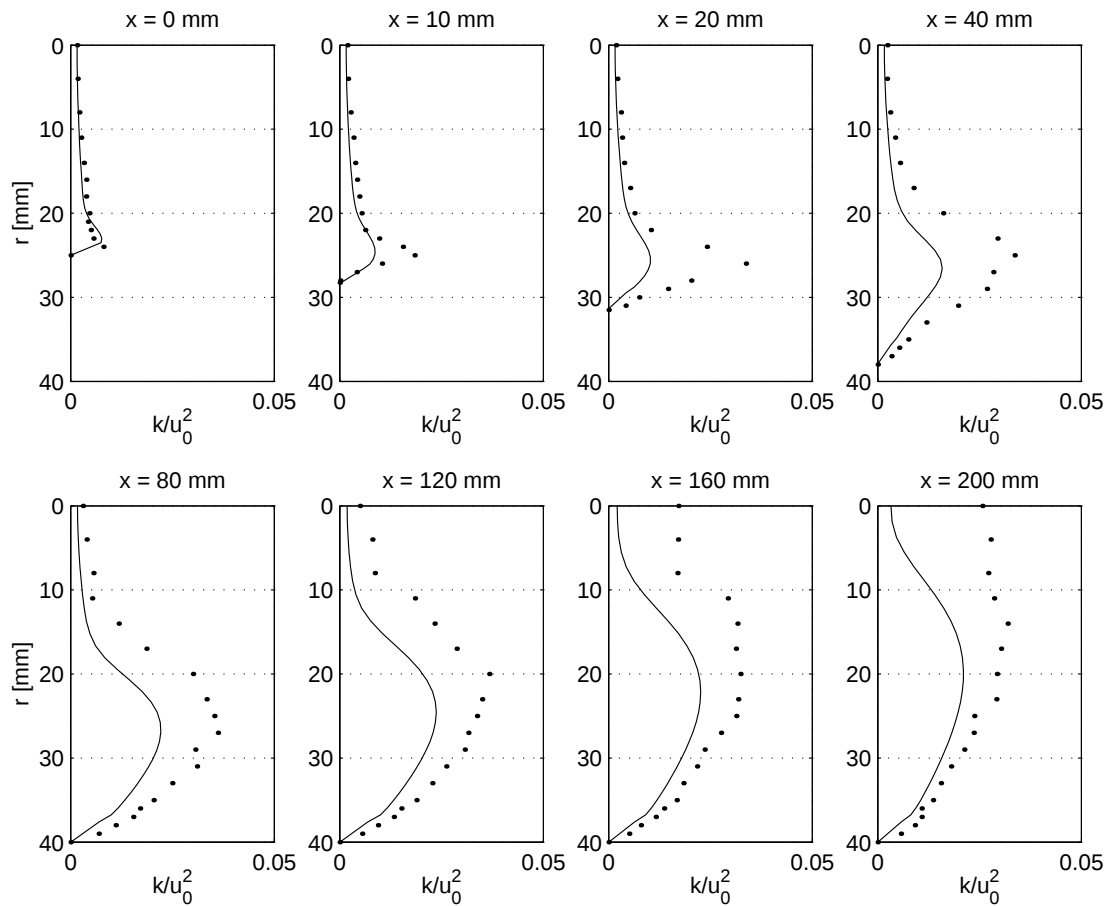


Abbildung 5.3: Gemessene (●) und gerechnete (—) Profile der turbulenten kinetischen Energie

mung. Mit Beginn der Strömungsablösung wird in der Scherschicht zwischen Hauptströmung und Ablösung turbulente kinetische Energie erzeugt. Transportmechanismen führen zu einer mit der Fließlänge zunehmenden Verteilung der turbulenten Energie über das gesamte Profil. Dieses Verhalten wird vom Modell qualitativ richtig wiedergegeben. Allerdings liegen die berechneten Werte deutlich unter den gemessenen. WEISER (1992) zeigt, dass das $k - \varepsilon$ -Modell insbesondere die Normalspannung $\overline{u'u'}$ zu klein berechnet. Über die turbulente Viskosität hat die Verteilung der turbulenten kinetischen Energie Einfluss auf die Berechnung der Geschwindigkeitsprofile (Gln. (3.14) und (3.13)). Der Einfluss scheint jedoch begrenzt zu sein, weil die berechneten Geschwindigkeitsprofile eine deutlich bessere Übereinstimmung mit den Messungen zeigen (Abb. 5.2).

Die gezeigten Ergebnisse für die Strömungsgrößen u und k entsprechen insgesamt denen anderer Autoren, die das $k - \varepsilon$ -Modell für die Berechnung abgelöster Strömungen in Diffusoren einsetzen (WEISER & NITSCHKE, 1988; GINTER, 1997). Mit Hilfe von Modifikationen des Turbulenzmodells, wie z.B. dem Einsatz eines Zweischichtenmodells, können teilweise noch bessere Übereinstimmungen erzielt werden, der Berechnungsaufwand steigt jedoch dementsprechend (GINTER, 1997).

Die Zielfunktion des Diffusorbeispiels, der Verlustbeiwert ζ_D nach Gleichung (3.9) und (3.8), wird unmittelbar aus den Strömungsgrößen errechnet. Wie bereits in Kapitel 5.3.1 erwähnt, wirkt sich der Modellfehler des Strömungsmodells somit direkt auf den Realitätsbezug der Zielfunktion aus. Deshalb soll hier auch der mit dem $k - \varepsilon$ -Modell ermittelte Strömungsverlust im Diffusor überprüft werden.

Grundlage für die Berechnungen ist das Modell des geraden Diffusors entsprechend den Tabellen 4.1 und 4.2. Um einen Vergleich mit Messwerten von IDELCIK (1986) zu ermöglichen, wird jedoch anstelle der ausgebildeten Zuströmung ein konstantes Geschwindigkeitsprofil angesetzt und die Turbulenzparameter werden so angepasst, dass die Zuströmung nahezu turbulenzfrei ist. Daher unterscheidet sich der Verlauf des gerechneten Diffusorverlustbeiwertes in Abbildung 5.4 von dem Verlauf bei voll ausgebildeter Anströmung in Abbildung 4.5. Zur Dimensionierung von Diffusoren werden häufig empirische Formeln verwendet, deshalb ist in Abbildung 5.4 zusätzlich der in Kapitel 4.4.4 vorgestellte empirische Verlustbeiwert eingetragen. Die aus den Messdaten und der empirischen Formulierung resultierenden Diffusorverlustbeiwerte sind um den Effekt der Wandreibung zwischen dem geometrischen Diffusorende und dem Bilanzierungsquerschnitt bei $x = 800\text{ mm}$ erweitert worden, um den Vergleich mit den Ergebnissen des numerischen Modells zu ermöglichen (siehe Kap. 4.4.1).

Alle drei Kurven in Abbildung 5.4 zeigen den in Kapitel 4.4.2 erläuterten typischen Verlauf eines Diffusorverlustbeiwertes in Abhängigkeit vom Öffnungswinkel α . Die Messwerte, die empirischen Werte und die Berechnungsergebnisse liegen nahezu auf dem gleichen Niveau. Im Detail unterscheiden sich die Kurven jedoch voneinander. Die Messwerte zeigen kein ausgeprägtes Minimum im Gegensatz zur Berechnung und zur empirischen Formel. Das Minimum der Berechnung liegt deutlich unter dem der empirischen Formel und den kleinsten Werten der Messung. Mit größer werdendem Öffnungswinkel steigen alle drei Kurven an. Die Berechnung zeigt hier

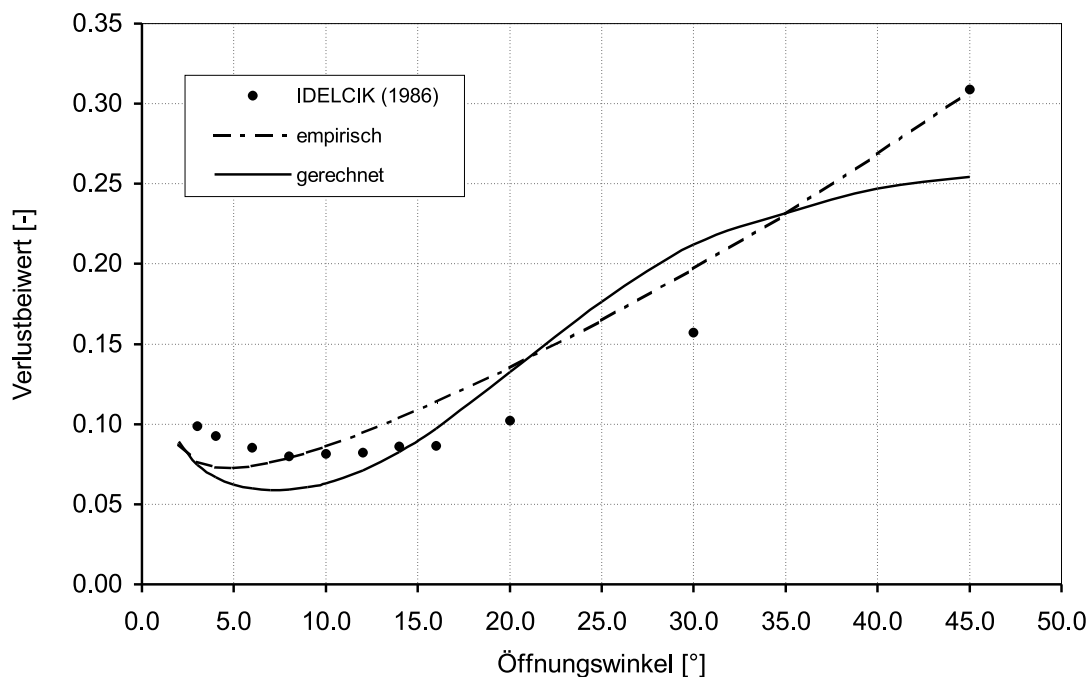


Abbildung 5.4: Gemessener (●), gerechneter (—) und empirischer (— · —) Verlustbeiwert des geraden Diffusors

jedoch eine unphysikalische Verringerung der Steigung im Bereich großer Öffnungswinkel. Hier macht sich der Diskretisierungsfehler des Strömungsmodells bemerkbar, der in Kapitel 5.4.2 erläutert wird. Dieser Effekt ist unabhängig von dem hier zu diskutierenden Modellfehler zu sehen. Die Abweichung des empirischen Verlustbeiwertes von den Messwerten erklärt sich dadurch, dass die Gleichung (4.2) für den Stoßverlust über einen großen Bereich des Expansionsverhältnisses A_2/A_1 angepasst worden ist (IDELCIK, 1986).

Zur besseren Einschätzung der Verlässlichkeit der Messungen insgesamt fehlen bei IDELCIK (1986) Informationen zur Wandrauigkeit und zu den Strömungsverhältnissen im Zustrom. Daher ist im Rahmen dieser Arbeit eine detailliertere Aussage zum Einfluss des Modellfehlers des Strömungsmodells auf die Zielfunktion nicht möglich. Hierzu müssten weitere, systematische Messungen des Strömungsverlustes folgen, was jedoch im Rahmen dieser Arbeit nicht vorgesehen ist.

Der Modellfehler kann sich bei Modifikation der Geometrie verändern. LILEK ET AL. (1991) berechnen die Durchströmung eines Ventils für zwei

verschiedene Öffnungsverhältnisse. Sie berichten, dass für ein Öffnungsverhältnis gute Übereinstimmungen mit Strömungsmessungen erzielt werden können, dass jedoch für eine andere Konfiguration erhebliche Abweichungen zu den Messwerten auftreten.

Der Modellfehler des Strömungsmodells wird durch verschiedene Modellannahmen verursacht, von denen das Turbulenzmodell eines der wichtigsten ist. Die hier vorgestellten Untersuchungen zeigen, dass das für die Berechnung der Diffusorströmung verwendete $k - \varepsilon$ -Modell einen hohen Realitätsbezug besitzt. Der Nachweis des Modellfehlers aufgrund unzureichender Turbulenzmodellierung setzt die Existenz vertrauenswürdiger Messwerte voraus. Alternativ können für den Nachweis auch höhere Turbulenzmodelle eingesetzt werden, der Aufwand dafür ist jedoch nicht zu unterschätzen (siehe Kap. 3.4.2). Da der Schwerpunkt der vorliegenden Arbeit auf dem gesamten Werkzeug der automatischen Optimierung liegt, soll hier auf weitergehende Untersuchungen des Modellfehlers verzichtet werden. Mit den durchgeführten Untersuchungen sollte jedoch deutlich geworden sein, dass dem Modellfehler des numerischen Strömungsmodells wegen seines unmittelbaren Einflusses auf die Zielfunktion eine große Bedeutung für die Validität der automatischen Strömungsoptimierung zukommt.

5.4.2 Diskretisierungsfehler des Strömungsmodells

Wie in Kapitel 3.4.3 erläutert, müssen die Strömungsgleichungen (3.17) algebraisiert werden, um sie numerisch lösen zu können. Das Strömungsfeld wird dabei in Finite Volumen unterteilt. Die Lösung der diskreten Gleichungen (3.27) unterscheidet sich um den Diskretisierungsfehler von den ursprünglichen Differentialgleichungen. Die Größe des Diskretisierungsfehlers wird durch das verwendete Diskretisierungsschema, durch die Anordnung und durch die Anzahl der FV-Zellen bestimmt (CASEY & WINTERGERSTE, 2000).

Das Schema für die Diskretisierung der konvektiven Flüsse über die Zelloberflächen beeinflusst neben der Genauigkeit auch die Stabilität der numerischen Lösung. Da sich im Verlauf der automatischen Optimierung über die Veränderung der Berandung die Anordnung der FV-Zellen verändert, kommt den Stabilitätsaspekten eine große Bedeutung zu. Das UD-Schema nach Gleichung (3.21) bietet eine hohe Stabilität bei geringer Genauigkeit (Numerische Diffusion). Demgegenüber neigt das wesentlich genauere CD-

Schema nach Gleichung (3.22) zu numerischen Schwingungen. Anhand der Blending-Faktoren β_u für die Impulsgleichungen und β_k für die Turbulenzgleichungen können beide Verfahren entsprechend Gleichung (3.23) miteinander überlagert werden. Die Werte für die Blending-Faktoren liegen zwischen 0 und 1 und korrespondieren direkt mit dem Anteil des CD-Schemas an der Gesamtlösung. Anhand des geraden Diffusors soll nun gezeigt werden, inwieweit die Blending-Faktoren reduziert werden dürfen, ohne die Genauigkeit der Strömungsberechnung zu stark zu verringern.

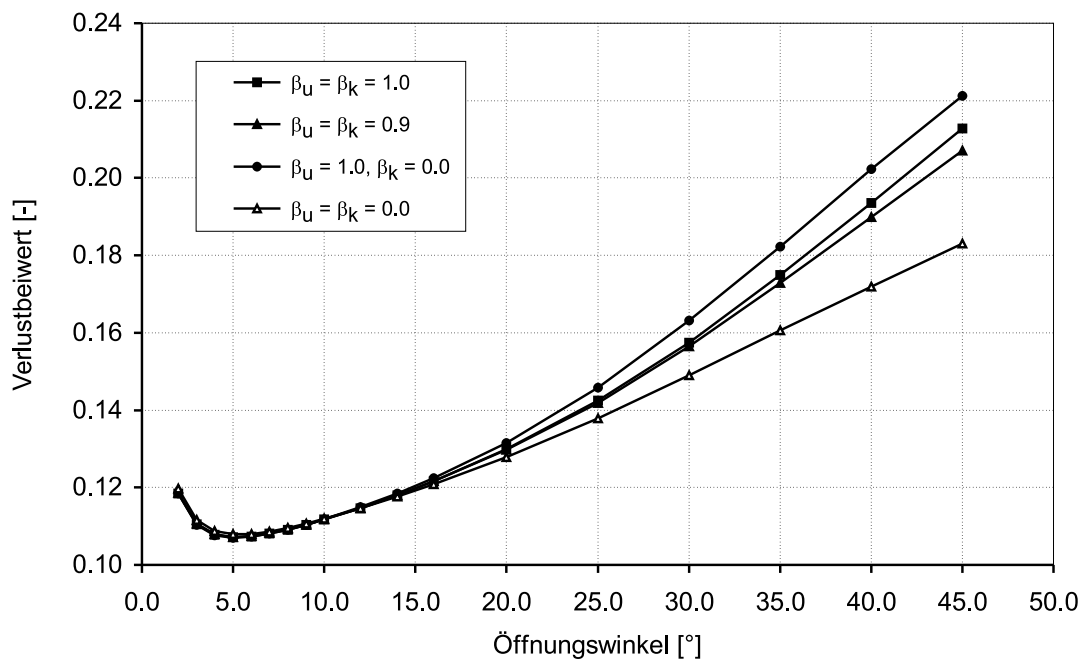


Abbildung 5.5: Einfluss des Diskretisierungsschemas auf die Berechnungsgenauigkeit des geraden Diffusors

Die Abbildung 5.5 zeigt den mit unterschiedlichen Blending-Faktoren berechneten Diffusorverlustbeiwert in Abhängigkeit vom Öffnungswinkel. Die mit $\beta_u = \beta_k = 1$ vollständig auf dem CD-Schema basierenden Beiwerte dienen als Referenzrechnung. Sie weisen für den hier vorliegenden geraden Diffusor nur untergeordnete Schwingungen auf. Die Berechnung, basierend nur auf dem UD-Schema ($\beta_u = \beta_k = 0$), zeigt inakzeptable Differenzen gegenüber der genauen Referenzrechnung. Eine mit $\beta_u = \beta_k = 0.9$ geringe Dämpfung aller konvektiven Terme führt nur zu einer leichten Unterschätzung der Verlustbeiwerte. Die Transportgleichungen für die turbulenten Parameter werden häufig von ihren Quelltermen dominiert. Das kann zu numerischen

Problemen führen, die durch gewollte numerische Diffusion aufgefangen werden können. Daher kann es Sinn machen, nur die Turbulenzgleichungen zu dämpfen. Wird hierfür das diffusive UD-Schema verwendet ($\beta_u = 1$ und $\beta_k = 0$), so ist der Fehler nicht wesentlich größer als der, der bei einer Dämpfung aller Gleichungen mit $\beta_u = \beta_k = 0.9$ entsteht. Die Dämpfung der Turbulenzgleichungen ist hinsichtlich der Genauigkeit wesentlich unkritischer als die der Impulsgleichungen. Aus Abbildung 5.5 wird außerdem deutlich, dass der Einfluss des Diskretisierungsschemas bei der bis $\alpha = 16^\circ$ anliegenden Diffusorströmung gering ist. Bei ablösender Diffusorströmung und den damit verbundenen steilen Geschwindigkeitsgradienten dagegen erhält das Diskretisierungsschema große Bedeutung für die Genauigkeit der Strömungsberechnung.

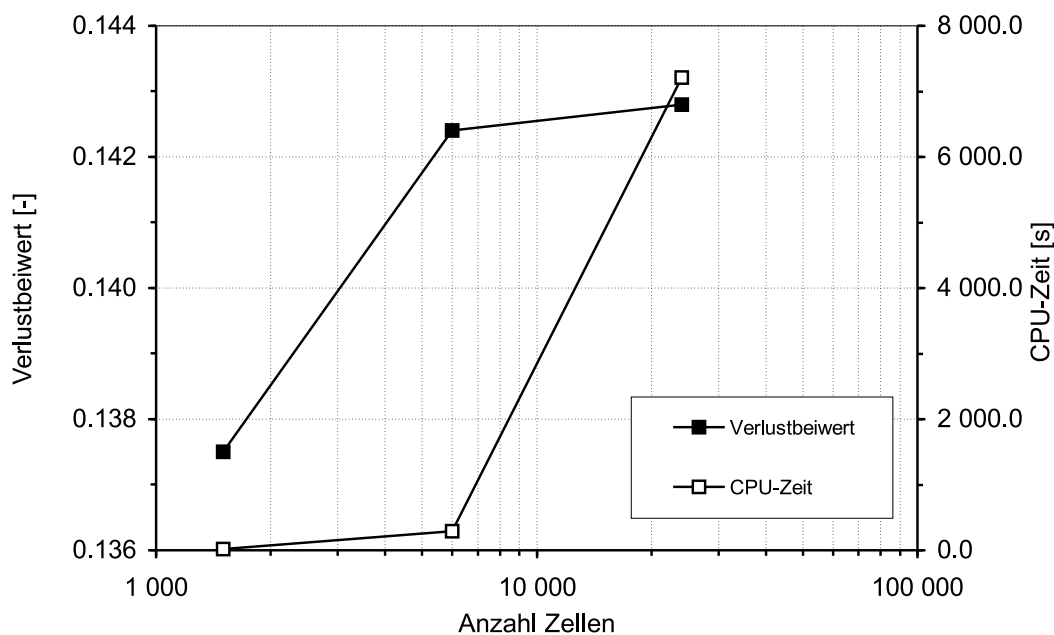


Abbildung 5.6: Einfluss der Netzfeinheit auf den Verlustbeiwert und die Berechnungsdauer des 25° -Diffusors

Die Anzahl der FV-Zellen (Netzfeinheit) wirkt sich nicht nur auf die Genauigkeit der numerischen Lösung, sondern auch auf die erforderliche Rechenzeit aus. Abbildung 5.6 zeigt den Verlustbeiwert und die CPU-Zeit des geraden Diffusors mit einem Öffnungswinkel von $\alpha = 25^\circ$ in Abhängigkeit von der Netzfeinheit. Mit zunehmender Zellanzahl nähern sich die Berechnungsergebnisse der netzunabhängigen Lösung. Der Unterschied des feinsten (40×600 FV) zum gröbsten Netz (10×150 FV) beträgt 3.7% und zum

mittleren Netz (20×300 FV) nur noch 0.3%. Demgegenüber steigt die Berechnungsdauer exponentiell an. Werden für das größte Netz nur 20s und für das mittlere Netz schon 5min CPU-Zeit benötigt, so sind es für das feinste Netz ganze 2h.

Die Möglichkeit, mit groben Berechnungsnetzen Rechenzeit einzusparen, kann bei der automatischen Optimierung genutzt werden. ARIAN & TA'ASAN (1995) beispielsweise arbeiten mit der Multigrid-Technik, bei der die Optimierung zunächst mit einem groben Netz beginnt und im weiteren Verlauf der Optimierung schrittweise verfeinert wird. Es ist jedoch zu beachten, dass die Berechnungen auf groben Netzen erhebliche Genauigkeitseinbußen mit sich bringen können. BURMAN & GEBART (2001) zeigen anhand einer Konfusorströmung, dass durch ein zu grobes Netz Nebenminima in Form von Welligkeiten in der Zielfunktion auftreten, die den Optimierungsalgorithmus vor großen Schwierigkeiten stellen können. Eine Vergleichsrechnung mit einem feineren Netz weist diese Problematik dagegen nicht auf. Auch BURKARDT ET AL. (2002) stellen anhand einer laminaren Kanalströmung Nebenminima fest, die nur durch den Diskretisierungsfehler eingetragen werden.

Der Einfluss der Netzfeinheit h_{FV} auf die Genauigkeit in Abhängigkeit von der Geometrie soll daher anhand des geraden Diffusors gezeigt werden. Abbildung 5.7 zeigt den mit 10×150 , 20×300 und 40×600 FV berechneten Verlustbeiwert des geraden Diffusors in Abhängigkeit vom Öffnungswinkel α . Die Ergebnisse der Netzabhängigkeit des geraden Diffusors ähneln sehr stark den Untersuchungsergebnissen zum Einfluss des Diskretisierungsschemas. Im Bereich der anliegenden Diffusorströmung bis $\alpha = 16^\circ$ ist nur eine sehr geringe Abhängigkeit der numerischen Lösung von der Netzfeinheit festzustellen. Bei größeren Öffnungswinkeln werden die Strömungsverluste der Modellrechnung mit dem groben Netz deutlich unterschätzt. Die Berechnung mit dem mittleren Netz weist erst ab $\alpha = 30^\circ$ größer werdende Diskretisierungsfehler auf. Die Hauptursache für die Abweichungen liegt in der ungenügenden Auflösung der Scherschicht zwischen Hauptströmung und Strömungsablösung.

FERZIGER & PERIC (1999) zeigen, dass eine ungünstige Anordnung der FV-Zellen den Diskretisierungsfehler erhöht. Es werden insgesamt mehr Zellen erforderlich, um der netzunabhängigen Lösung nahe zu kommen. Sie empfehlen u.a., die Zellseiten möglichst orthogonal zueinander und mit den Stromlinien auszurichten. Wie aus Abbildung 4.2 hervorgeht, werden die

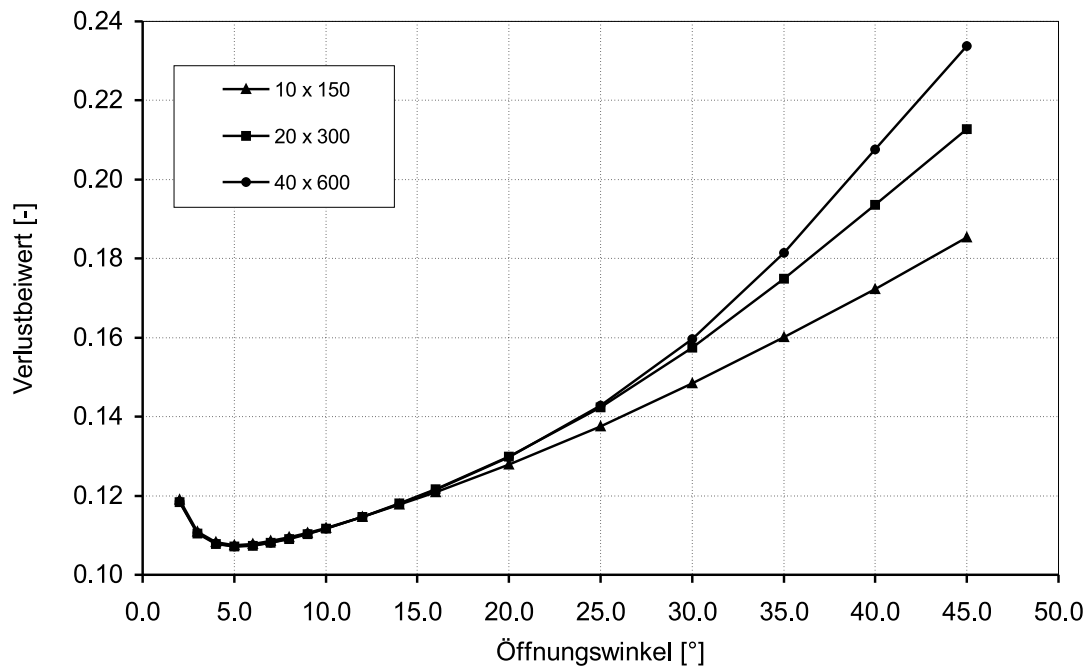


Abbildung 5.7: Einfluss der Netzfeinheit auf den Verlustbeiwert des geraden Diffusors in Abhängigkeit vom Öffnungswinkel α

Zellen beim Modell gerader Diffusor jedoch entsprechend dem Öffnungswinkel verzerrt. Für die in Abbildung 5.7 gezeigten Abweichungen der Verlustbeiwerte im Bereich großer Öffnungswinkel kann also auch die Verzerrung des Netzes eine Rolle spielen. Dieser Aspekt ist bei der automatischen Optimierung zu beachten, weil die Änderung der Geometrie zwangsläufig zu einer Veränderung des FV-Netzes führt. Auf mögliche Fehlerursachen bei der Netzgestaltung soll hier wegen des großen Umfangs des Themas nicht weiter eingegangen werden. CASEY & WINTERGERSTE (2000) geben einen ausführlichen Überblick über diese Problematik. Es bleibt festzuhalten, dass Fehler bei der Netzgestaltung durch eine Prüfung der Netzabhängigkeit wie in Abbildung 5.7 aufgedeckt und bei der Optimierung z. B. durch das Setzen geeigneter Grenzen für die Geometrieparameter ausgeschaltet werden können.

FERZIGER & PERIC (1999) stellen Interpolationsverfahren vor, mit denen der Diskretisierungsfehler durch sukzessive Zellhalbierung bestimmt werden kann. Die Berechnungsnetze der in dieser Arbeit verwendeten Diffusormodelle orientieren sich an der Einhaltung der Gültigkeitsgrenzen für das Wandgesetz (siehe Kap. 4.3). Eine Netzverfeinerung mittels sukzessiver

Zellhalbierung ist im Wandbereich daher nicht möglich. Andererseits ergeben Testrechnungen mit dem Modell 'Gerader Diffusor', dass der Strömungsverlustbeiwert auf die Größe der wandnahen Zellen sehr sensitiv reagiert. Daher wird hier auf die Bestimmung des Diskretisierungsfehlers anhand eines Interpolationsverfahrens verzichtet. Da die Struktur der verfeinerten Netze sehr ähnlich gehalten ist, sind die oben stehenden Aussagen zur Netzabhängigkeit der numerischen Lösung dennoch belastbar.

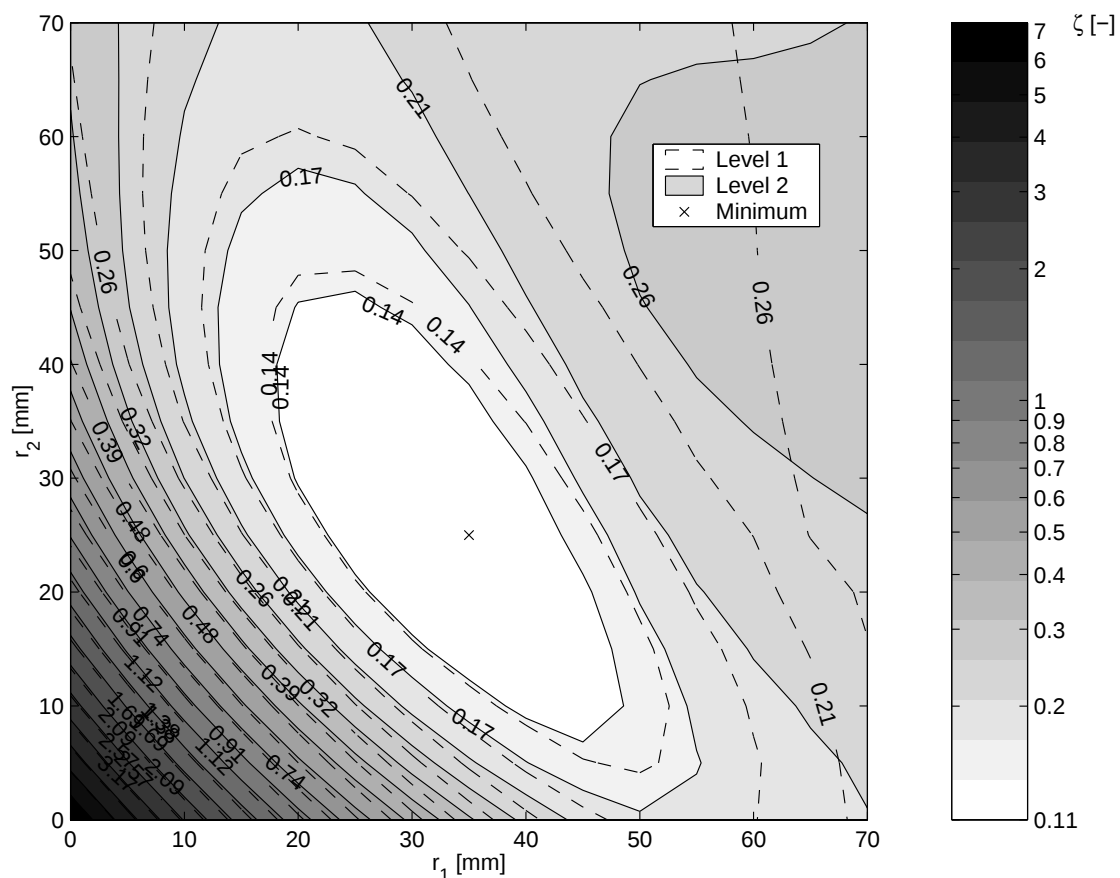


Abbildung 5.8: Einfluss der Netzfeinheit auf den Strömungsverlustbeiwert des konturierten Diffusors (Level 1: 10×150 FV, Level 2: 20×300 FV)

Wie oben erwähnt, kann der Diskretisierungsfehler Nebenminima und Welligkeiten in der Zielfunktion erzeugen. Diesem Aspekt soll anhand des konturierten Diffusors nachgegangen werden. Abbildung 5.8 zeigt den Verlustbeiwert für die Netze 10×150 und 20×300 in Abhängigkeit von den beiden Geometrieparametern r_1 und r_2 auf einem Raster von 5×5 mm (siehe auch Kap. 4.4.3). Die Zielfunktionen beider Diskretisierungen ähneln sich in ihrer Form sehr stark. In der Nähe des Minimums sind auch die Verlustbeiwerte

nahezu gleich groß. Erst weiter außerhalb weichen sie stärker voneinander ab. Hier treten teilweise geometriebedingte Strömungsablösungen auf, die wie beim geraden Diffusor für einen größeren Diskretisierungsfehler sorgen. Nebenminima oder Welligkeiten sind nicht erkennbar.

Welligkeiten, die nicht im gewählten Raster sichtbar sind, müssten bei der Optimierung erkennbar werden. Dazu wird ein Optimierungslauf mit dem mittleren Netz (20×300 FV) und ein Lauf mit dem gröberen Netz (10×150 FV) durchgeführt. Beide Läufe werden im Punkt $r_1 = 5.0\text{ mm}$, $r_2 = 65.0\text{ mm}$ gestartet. In Abbildung 5.9 ist die Entwicklung der Strömungsverlustbei-

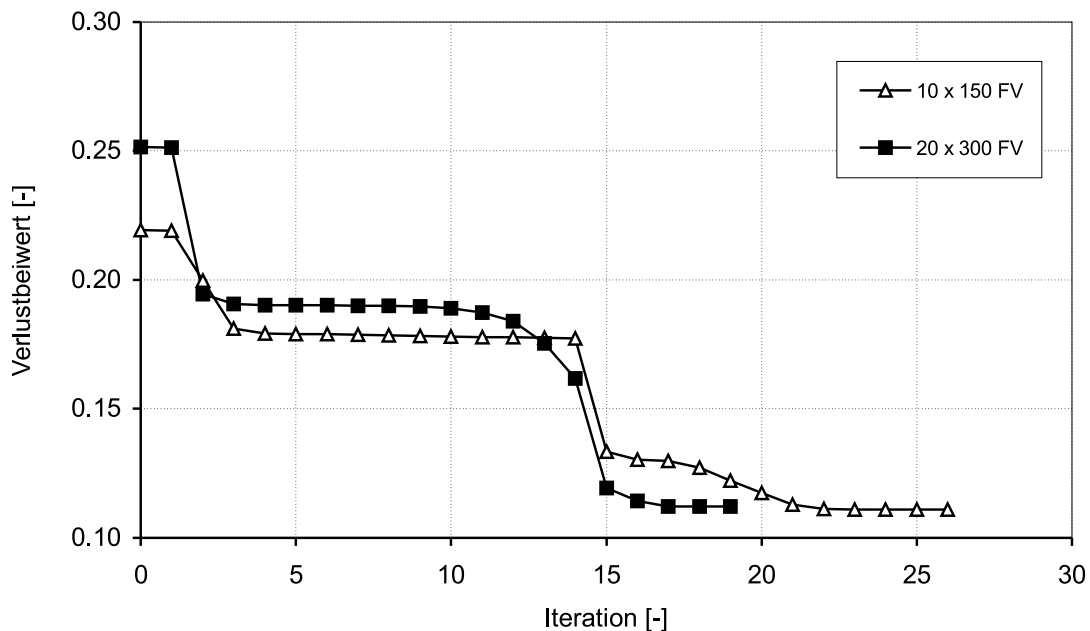


Abbildung 5.9: Einfluss der Netzfeinheit auf den Optimierungsverlauf des konturierten Diffusors

werte beider Optimierungsläufe dargestellt. Für beide Netzfeinheiten ergeben sich sehr ähnliche Verläufe. Die gefundenen Minima unterscheiden sich nur um 1.0% voneinander. Es ist auffällig, dass bei beiden Läufen mehrere Iterationen hintereinander ohne erkennbare Verringerung der Zielfunktion auftreten. Dieses Verhalten ist nicht auf die hier untersuchte Netzfeinheit des Strömungsmodells zurückzuführen, sondern auf die Eigenschaften des Optimierungsalgorithmus. Es wird bei der Betrachtung des Modellfehlers des Optimierungsalgorithmus in Kapitel 5.7.1 und des Diskretisierungsfehlers des Gradienten in Kapitel 5.7.2 näher untersucht. Es bleibt festzuhalten,

dass ein nennenswerter Einfluss der Netzfeinheit auf den Verlauf der automatischen Optimierung des konturierten Diffusors nicht festgestellt werden kann.

Die Untersuchungen zeigen, dass der Diskretisierungsfehler vor allem bei Strömungen mit großen Geschwindigkeitsgradienten, wie sie bei Strömungsablösung auftreten, von Bedeutung ist. Die drei wichtigsten Ursachen für diesen Fehlertyp sind das Diskretisierungsschema, die Anordnung der FV und die Netzfeinheit h_{FV} . Diese drei Einflussfaktoren sind eng miteinander verknüpft und dürfen nicht unabhängig voneinander betrachtet werden. Bei der Diskretisierung des Strömungsfeldes spielen auch Rechenzeiten und Stabilitätsaspekte eine wichtige Rolle, die unter Umständen Kompromisse bei der Reduzierung des Diskretisierungsfehlers erfordern.

5.4.3 Iterationsfehler des Strömungsmodells

Die in Kapitel 3.4.4 vorgestellte äußere Iteration des Strömungsmodells ist erforderlich, um Nichtlinearitäten in den Strömungsgleichungen berücksichtigen zu können und die Kopplung der Gleichungen untereinander herzustellen. Kontrolliert wird die Iteration im Schritt k über die Residuen R_ϕ^k gemäß Gleichung (3.28). Fällt die Norm aller Residuen der diskretisierten Strömungsgleichungen unter eine vorzugebende Schranke τ_R ,

$$\left\| R_\phi^k \right\| < \tau_R, \quad (5.3)$$

so wird die Berechnung gestoppt. Der Unterschied zwischen dem nach vorzeitigem Iterationsende vorliegenden Ergebnis ϕ^k und der vollständig auskonvergierten Lösung ϕ der diskretisierten Strömungsgleichungen wird als Iterationsfehler bezeichnet (FERZIGER & PERIC, 1999).

Abbildung 5.10 zeigt den Verlustbeiwert und die für die Iteration benötigte CPU-Zeit in Abhängigkeit vom Abbruchkriterium τ_R für den geraden Diffusor mit einem Öffnungswinkel von $\alpha = 35^\circ$. Die Rechenzeit steigt analog zur Verringerung des Residuums nahezu linear an. Ab einem Abbruchkriterium von $\tau_R = 10^{-5}$ ändert sich der Verlustbeiwert nahezu nicht mehr und eine Fortsetzung der Iteration scheint hinsichtlich der benötigten Rechenzeit nicht mehr sinnvoll zu sein. Dieses Verhalten kann für den gesamten Öffnungswinkelbereich des geraden Diffusors bestätigt werden: Abbildung 5.11 zeigt die Verlustbeiwerte für die Abbruchkriterien 10^{-3} , 10^{-4} und 10^{-5} .

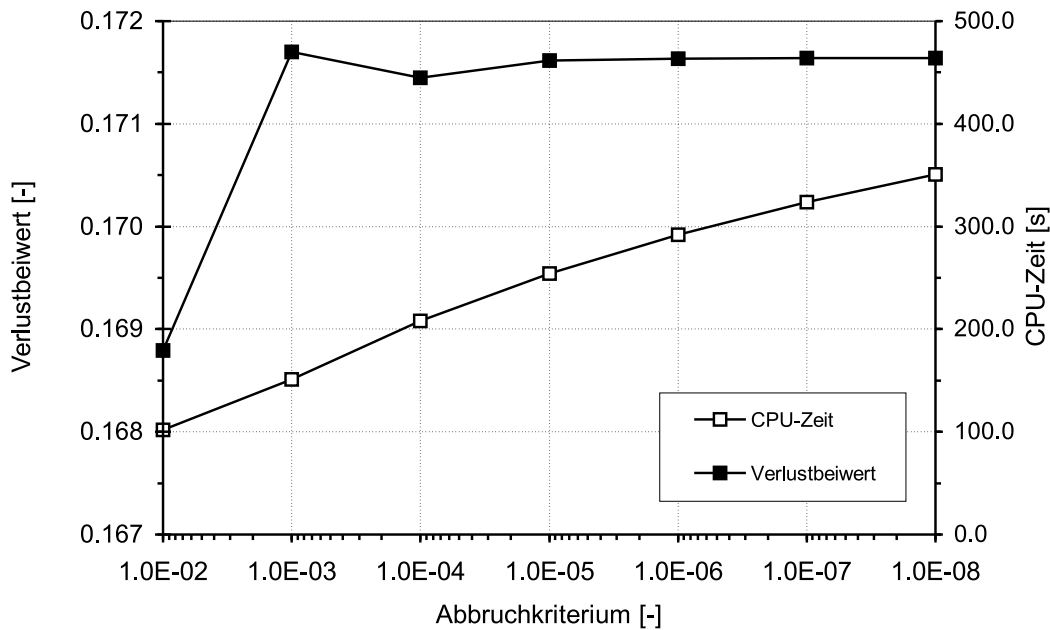


Abbildung 5.10: Einfluss des Abbruchkriteriums auf den Verlustbeiwert und die CPU-Zeit des 35°-Diffusors

Die Werte für die beiden niedrigen Kriterien unterscheiden sich kaum voneinander. Der Abbruch der Iteration bei $\tau_R = 10^{-3}$ führt dagegen zu großen Iterationsfehlern. Die Abweichungen treten nahezu unabhängig vom Öffnungswinkel α auf und sowohl die Lage als auch der Betrag des Minimums werden falsch wiedergegeben. Der Iterationsfehler tritt damit, anders als der Diskretisierungsfehler, nahezu unabhängig von der Geometrie auf.

FERZIGER & PERIC (1999) zeigen anhand numerischer Experimente mit einer laminaren Strömung, dass der Iterationsfehler und die Residuen während der Iteration mit der gleichen Rate abnehmen. Daraus folgern sie, dass eine Reduktion der Residuen um mehrere Zehnerpotenzen eine Verringerung des Iterationsfehlers um denselben Betrag bewirkt. Der Iterationsfehler ε_I des Strömungsmodells verhält sich damit proportional zum Abbruchkriterium τ_R :

$$\varepsilon_I \propto \tau_R \quad (5.4)$$

Diese Proportionalität stellt sich jedoch erst ein, nachdem die Norm der Residuen um mindestens drei Zehnerpotenzen gefallen ist. Mit Hilfe des Modells gerader Diffusor soll das proportionale Verhalten des Iterationsfehlers

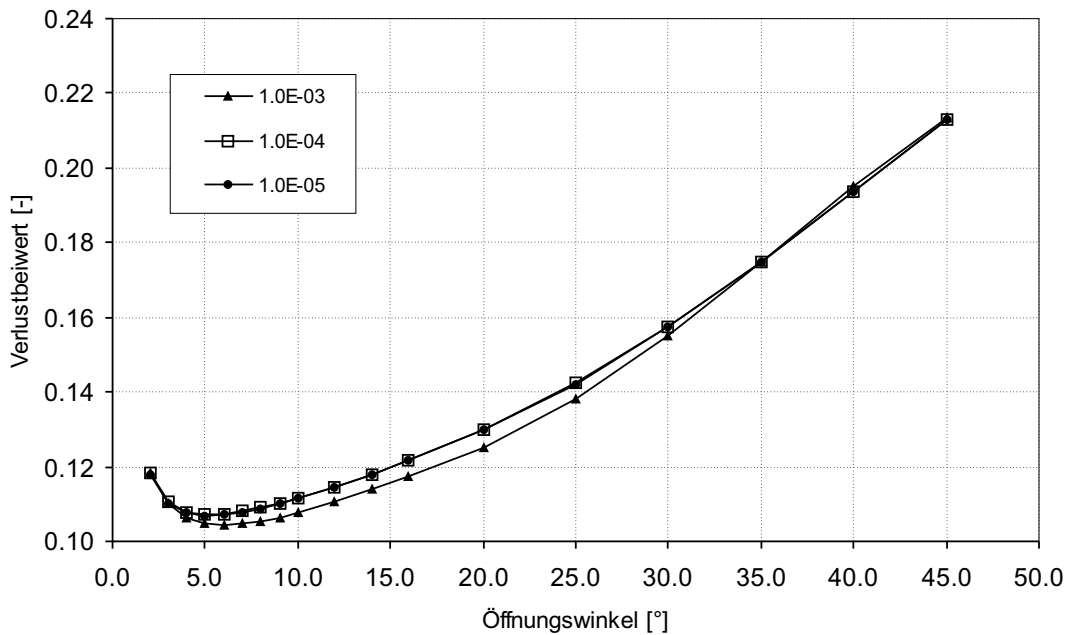


Abbildung 5.11: Verlustbeiwert des geraden Diffusors in Abhängigkeit vom Öffnungswinkel α bei drei verschiedenen Abbruchkriterien τ_R

auch für turbulente Strömungen nachgewiesen werden. In der Abbildung 5.12 sind die relativen Iterationsfehler in Abhängigkeit vom Abbruchkriterium τ_R für die drei Netzfeinheiten 10×150 , 20×300 und 40×600 FV des 35° -Diffusors eingetragen. Die zur Bestimmung des Iterationsfehlers erforderliche exakte Lösung wird durch Iteration bis zur Maschinengenauigkeit ($\tau_R = 10^{-16}$) gewonnen.

Das Abbruchkriterium stellt in Abbildung 5.12 eine Diagonale dar. Die Fehler ε_I aller drei Netze verlaufen nahezu parallel zu dieser Diagonale. Damit lässt sich ein Faktor c_I bestimmen, mit dem eine obere Schranke für den Iterationsfehler angegeben werden kann:

$$\varepsilon_I \leq c_I \tau_R \quad (5.5)$$

Der Faktor c_I steigt mit zunehmender Netzfeinheit h_{FV} . Für das grobe Netz beträgt er 2.0, für das mittlere Netz 17.0 und für das feinste Netz 180.0. Je feiner das Netz gestaltet wird, desto stringenter muss das Abbruchkriterium gewählt werden, um den gleichen Iterationsfehler einhalten zu können. Um beispielsweise den Fehler unterhalb einer Größenordnung von 10^{-5} (0.001%) zu halten, genügt für das grobe Netz ein Abbruchkriterium von

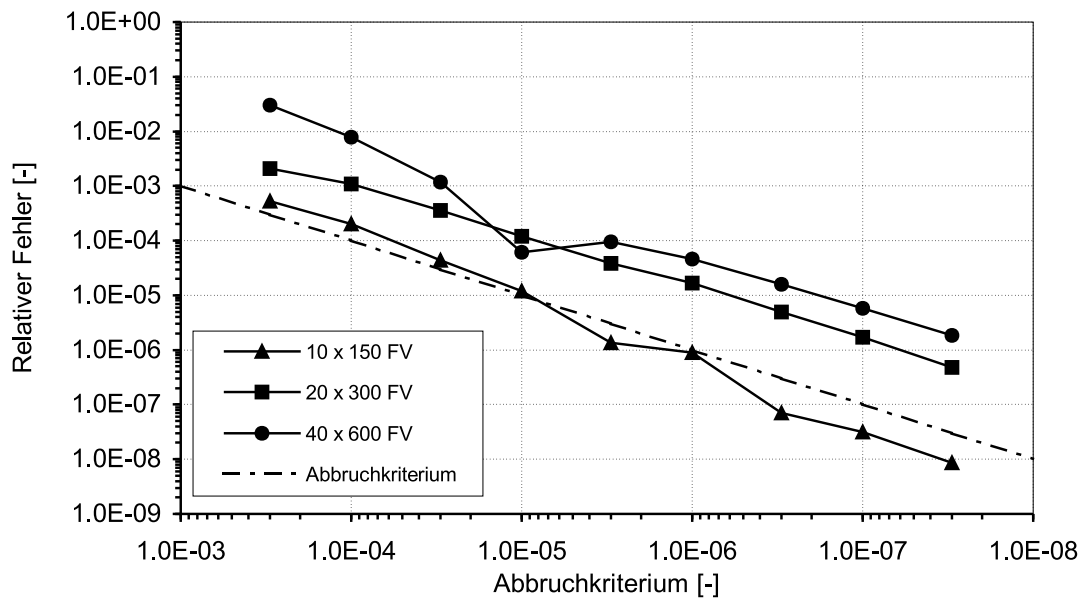


Abbildung 5.12: Relativer Fehler des 35° -Diffusors in Abhängigkeit vom Abbruchkriterium für drei verschiedene Netzfeinheiten

10^{-5} . Die Residuen des mittleren und des feinen Netzes müssen dagegen bis etwa 10^{-6} und 10^{-7} reduziert werden. Neben der Norm der Residuen können auch andere Kriterien für die Beendigung der Iteration herangezogen werden, so z.B. der direkte Vergleich der Strömungsgrößen ϕ von einem Iterationsschritt zum nächsten. FERZIGER & PERIC (1999) stellen in ihren numerischen Experimenten fest, dass das durch Gleichung (5.5) beschriebene Verhalten auch für solche Verfahren gültig ist. Der Proportionalitätsfaktor c_I erhält dann lediglich einen anderen Wert.

Die Autoren bemerken außerdem, dass der Iterationsfehler nicht vom Diskretisierungsschema und den Startwerten der Iteration abhängig ist. Abbildung 5.13 bestätigt diese Eigenschaften für die Diffusorströmung. Der Wechsel vom CD-Schema auf das UD-Schema bringt keine wesentliche Änderung des Proportionalitätsfaktors c_I mit sich. Wie in Kapitel 4.3 angegeben, beginnt die Iteration der Diffusormodelle mit konstanten Startwerten für die Strömungsgrößen ϕ . Ein Start der Iteration des CD-Schemas ausgehend von einem Potenzialströmungsfeld ergibt ebenfalls keinen nennenswerten Unterschied für den Iterationsfehler.

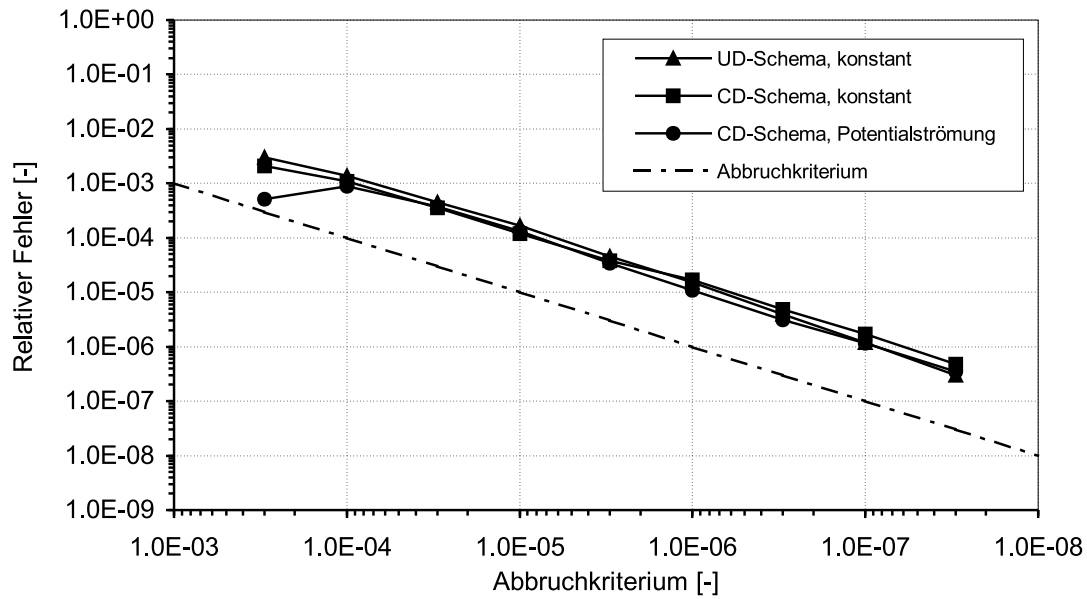


Abbildung 5.13: Relativer Fehler des 35°-Diffusors für verschiedene Diskretisierungsschemata und Startschätzungen

Der Iterationsfehler kann bei vorzeitigem Abbruch der iterativen Berechnung des Strömungsfeldes eine große Fehlerquelle darstellen. Er tritt nahezu unabhängig von der Geometrie des Strömungsmodells auf. Der Fehler verhält sich proportional zum festzulegenden Abbruchkriterium τ_R . Der Proportionalitätsfaktor c_I ist von der Netzfeinheit h_{FV} abhängig, die damit neben dem Abbruchkriterium den Iterationsfehler beeinflusst.

5.5 Rundungsfehler

Eine reelle Zahl kann auf dem Computer nur mit einer begrenzten Anzahl von Stellen wiedergegeben werden. Je geringer die Anzahl gültiger Stellen ist, desto geringer ist die Darstellungsgenauigkeit der Zahl. Die Differenz zwischen der exakten Zahl x und ihrer Abbildung $\tilde{x}$ auf dem Computer wird als Darstellungsgenauigkeit oder -fehler σ_x bezeichnet (GILL ET AL., 1981):

$$\sigma_x = x - \tilde{x} \quad (5.6)$$

Oft kann für den Darstellungsfehler eine Obergrenze σ_x^{max} bzw. ϵ_x^{max} festgelegt werden. Auf Standardcomputern entspricht die absolute Obergrenze der

Maschinengenauigkeit mit einer Größenordnung von 10^{-16} bei 16 gültigen Stellen.

Wird die Differenz zweier Zahlen x_1 und x_2 gebildet, so ergänzen sich die zugehörigen Darstellungsfehler σ_{x_1} und σ_{x_2} zum Rundungsfehler σ_R :

$$x_1 - x_2 = \tilde{x}_1 - \tilde{x}_2 + \sigma_{x_1} - \sigma_{x_2} = \tilde{x}_1 - \tilde{x}_2 + \sigma_R \quad (5.7)$$

Je nach Vorzeichen der Fehler kann die Subtraktion zur Auslöschung gültiger Stellen der Zahlen x_1 und x_2 führen (ENGELN-MÜLLGES & REUTTER, 1988). Als Obergrenze für den Rundungsfehler geben GILL ET AL. (1981) daher folgende Schranke an:

$$\sigma_R \leq 2 \max(\sigma_{x_1}, \sigma_{x_2}) \quad (5.8)$$

Ähnliche Zahlen x_1 und x_2 können in der Regel durch eine Zahl x , ihre Genauigkeiten durch die Schranke ε_x^{max} repräsentiert werden. Für den maximal möglichen Rundungsfehler ε_R^{max} in Abhängigkeit von der Darstellungsgenauigkeit kann dann vereinfacht geschrieben werden:

$$\varepsilon_R^{max} = 2 \varepsilon_x^{max} \quad (5.9)$$

Der Rundungsfehler ist damit höchstens doppelt so groß wie die maximal mögliche Darstellungsgenauigkeit der voneinander zu subtrahierenden Zahlen. Liegt die zu bildende Differenz nahe bei oder unterhalb der Darstellungsgenauigkeit, so kann er eine erhebliche Größenordnung annehmen.

Nach CASEY & WINTERGERSTE (2000) sind Rundungsfehler innerhalb des Strömungsmodells aufgrund einer begrenzten Maschinengenauigkeit nur für spezielle Strömungstypen relevant. Dies gilt ebenso für alle anderen Module der automatischen Optimierung. Allerdings muss gewährleistet sein, dass auch der Datenaustausch zwischen den Modulen mit dieser hohen Darstellungsgenauigkeit vollzogen wird.

Anders ist dies bei der Berechnung der Zielfunktion f . Der iterative Prozess bei der Strömungsfeldberechnung und Toleranzen bei der Netzerzeugung führen zu einer begrenzten Darstellungsgenauigkeit, die erheblich geringer als die Maschinengenauigkeit sein kann. Bei der automatischen Optimierung spielt die Differenzbildung von Zielfunktionswerten jedoch eine tragende Rolle. Sowohl der Line-Search-Algorithmus (Kap. 3.6.4) als auch die Gradientenberechnung mit der Finite-Differenzen-Methode (3.43) basieren auf einer Differenzbildung. Daher kommen dem Darstellungsfehler ε_f

und dem damit direkt verbundenen Rundungsfehler ε_R eine große Bedeutung zu.

Wie die Ausführungen in Kapitel 5.4.3 zeigen, beeinflusst der Abbruch der iterativen Strömungsberechnung die Genauigkeit der Zielfunktion. Der Darstellungsfehler ε_f entspricht damit direkt dem Iterationsfehler ε_I des Strömungsmodells:

$$\varepsilon_f = \varepsilon_I \quad (5.10)$$

Eine weitere Ursache für die begrenzte Genauigkeit der Zielfunktion sind vorzugebende Toleranzkriterien in der zum kommerziellen Strömungsprogramm COMET gehörenden Netzerzeugung. Diese geschieht im Zuge der Optimierungsläufe vollautomatisch und muss daher stabil ablaufen. Beim Zusammenbau einzelner Netzteile treten Knoten doppelt auf, die auf der Grundlage der Toleranzkriterien eliminiert werden. Ein identisches oder ähnliches Vorgehen findet sich in der Regel bei allen Netzerzeugungsprogrammen. Testläufe im Rahmen dieser Arbeit haben gezeigt, dass Toleranzkriterien von 10^{-3} bis 10^{-5} mm eine stabile Netzerzeugung garantieren. Werte außerhalb dieses Bereichs können zu Problemen und damit zum Abbruch der Optimierung führen. Eine Begrenzung des Toleranzkriteriums nach unten bedeutet jedoch, dass die Geometrie im Strömungsmodell nur mit beschränkter Genauigkeit repräsentiert werden kann. Da die Zielfunktion f eine Funktion der zu optimierenden Geometrie ist, ist auch ihre Darstellungsgenauigkeit beschränkt.

GILL ET AL. (1981) schlagen folgendes Vorgehen zur Bestimmung der Darstellungsgenauigkeit vor: Ausgangspunkt ist ein Funktionswert f für eine bestimmte Geometrie. Wird die Geometrie um eine Variation $h > 0$ verändert, so kann der neue Funktionswert f_h mit Hilfe einer Taylorreihenentwicklung bestimmt werden:

$$f_h = f + gh + \frac{1}{2} Gh^2 + \dots \quad (5.11)$$

Ist der Gradient $g \neq 0$ und ist die Variation h sehr klein, so kann der Term, der die zweite Ableitung G enthält, vernachlässigt werden. Es gilt dann für den Betrag der Differenz zwischen den beiden Funktionswerten:

$$|f_h - f| = |g|h \quad (5.12)$$

Das bedeutet, dass sich die Differenz $|f_h - f|$ proportional zur Variation h verhält. In einer doppelt-logarithmischen Darstellung entspricht dies einer um $|g|$ vom Nullpunkt verschobenen Geraden mit der Steigung h :

$$\log |f_h - f| = \log h + \log |g| \quad (5.13)$$

Dieses Verhalten soll anhand des 35°-Diffusors überprüft werden. Dazu wird der Diffusor um eine Variation h verkürzt, die schrittweise verkleinert wird. Für jede Variation h wird der zugehörige Verlustbeiwert, der Zielfunktionswert f_h , berechnet. Die zugehörige Differenz $|f_h - f|$ ist der Geometrievariation h für alle drei Netze mit 10×150 , 20×300 und 40×600 FV in Abbildung 5.14 gegenübergestellt. Das Toleranzkriterium der Netzerzeugung beträgt 10^{-3} mm und das Abbruchkriterium τ_R des Strömungsmodells 10^{-12} , um einen Einfluss des Iterationsfehlers zu vermeiden. Zur Orientierung ist dem doppelt-logarithmischen Diagramm eine Diagonale mit der Steigung h beigelegt.

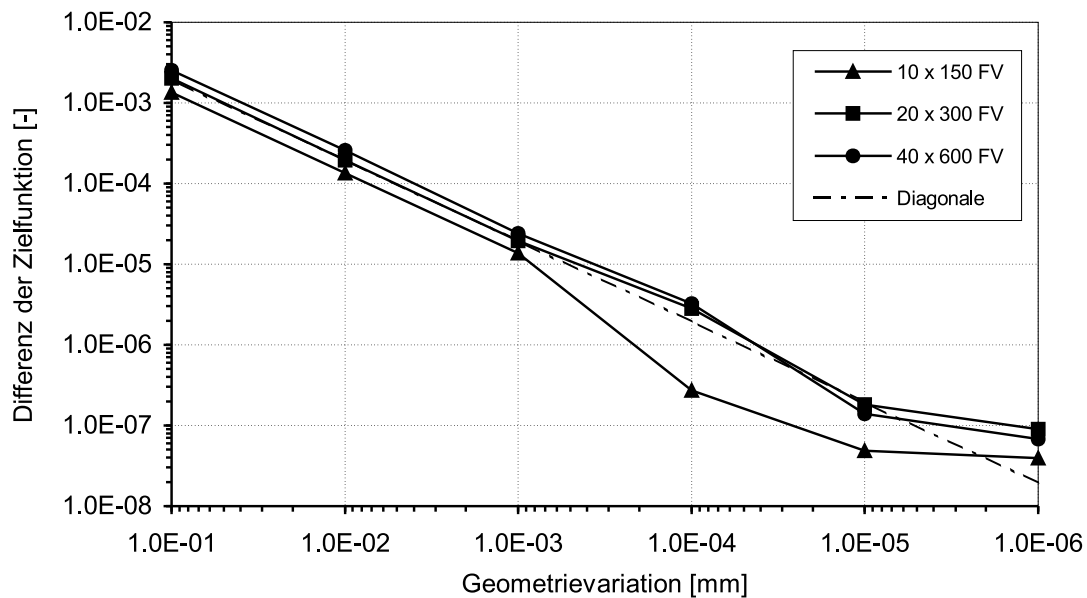


Abbildung 5.14: Differenz der Zielfunktion $|f_h - f|$ in Abhängigkeit von der Geometrievariation h

Bis zu einer Variation von $h_{min} = 10^{-3} \text{ mm}$, das dem Toleranzkriterium der Netzerzeugung entspricht, verlaufen die Differenzen entlang der Diagonalen. Für niedrigere Variationen treten z.T. deutliche Abweichungen von der

durch Gleichung (5.12) beschriebenen Proportionalität auf. Die Variation h_{min} gibt damit die maximal mögliche „Schärfe“ in der Darstellbarkeit der Geometrie vor. Aus der Differenz $|f_{h_{min}} - f|$ lässt sich gemäß Gleichung (5.14) die zugehörige Schranke ε_f^{max} für den Darstellungsfehler der Zielfunktion bestimmen. Sie liegt bei allen drei Netzen in einer Größenordnung von $2 \cdot 10^{-5}$.

$$\varepsilon_f^{max} = \frac{|f_{h_{min}} - f|}{|f|} \quad (5.14)$$

Zusammenfassend kann festgestellt werden, dass der Darstellungsfehler ε_f^{max} der Zielfunktion f sowohl vom Iterationsfehler des Strömungsmodells als auch von der begrenzten Darstellbarkeit der Geometrie abhängig ist. Zur Bestimmung der Darstellungsgenauigkeit ist der jeweils größere Einfluss der Gleichungen (5.10) und (5.14) anzusetzen:

$$\varepsilon_f^{max} = \max \left(\varepsilon_I, \frac{|f_{h_{min}} - f|}{|f|} \right) \quad (5.15)$$

Abbildung 5.15 zeigt den Verlauf des Darstellungsfehlers gemäß Gleichung (5.15) in Abhängigkeit vom Abbruchkriterium τ_R des Strömungsmodells. Zunächst verläuft der Fehler, analog zur Abbildung 5.12, wie der Iterationsfehler ε_I und ist abhängig von der Netzfeinheit. Die Genauigkeit lässt sich ab $\tau_R = 10^{-5}$, 10^{-6} bzw. $3 \cdot 10^{-7}$ für die drei FV-Netze nicht mehr steigern. Hier kommt der Einfluss der begrenzten Darstellbarkeit der Geometrie zum Tragen. Er ist für alle drei FV-Netze nahezu gleich groß.

Nach Gleichung (5.9) ist der Rundungsfehler maximal doppelt so groß wie der maximale Darstellungsfehler. Im hier vorliegenden Fall des 35°-Diffusors muss daher mit einem Rundungsfehler in einer Größenordnung von $4 \cdot 10^{-5}$ bei der Differenzbildung der Zielfunktion gerechnet werden.

Die Untersuchungen am Diffusormodell zeigen, dass der Rundungsfehler bei der Differenzbildung zweier Zielfunktionswerte deutlich größer als die Maschinengenauigkeit sein kann. Sein Einfluss auf den Optimierungsvorgang muss daher beachtet werden. Ursache für den Rundungsfehler ist eine begrenzte Darstellungsgenauigkeit der Zielfunktion durch Toleranzen bei der Netzerzeugung und durch den Iterationsfehler des Strömungsmodells.

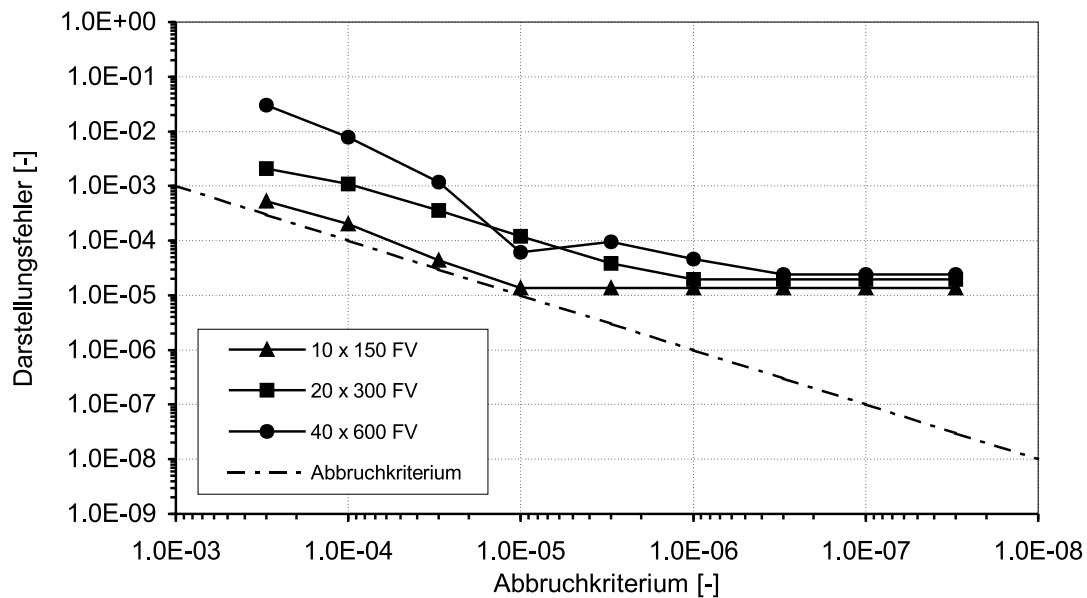


Abbildung 5.15: Darstellungsgenauigkeit der Zielfunktion in Abhängigkeit vom Abbruchkriterium τ_R und der Netzfeinheit h_{FV}

5.6 Fehler bei der Parametrisierung der Bauwerkskontur

5.6.1 Modellfehler bei der Bauwerkskonturierung

Unter dem Modellfehler der Bauwerkskonturierung soll der Fehler verstanden werden, der entsteht, wenn mit einer gewählten Parametrisierung die eigentliche optimale Kontur nicht nachgebildet werden kann. Das Problem soll folgendermaßen verdeutlicht werden: Die tatsächliche optimal umströmte Kontur eines Kraftwerkstrennpfeilers, wie er beim Anwendungsbeispiel dieser Arbeit untersucht wird, sei eine Halbellipse. Die Parametrisierung der Kontur erfolge aber nur durch den Radius eines Halbkreises. Dann würde durch die automatische Optimierung ein Radius gefunden werden, der die optimale Halbkreisform darstellt. Die tatsächlich vorhandene optimale Halbellipsenform kann mit einer solchen Parametrisierung jedoch nicht identifiziert werden.

Wie in Kapitel 3.5 erläutert, sind für die Konturparametrisierung Bézierkurven gewählt worden, die bereits mit wenigen Parametern die Nachbildung komplexer Formen erlauben. Damit wird der oben beschriebenen Problematik Rechnung getragen. Dennoch ist nicht auszuschließen, dass bei einer

Steigerung der Zahl der Bézierpunkte bessere Optimierungsergebnisse erzielt werden könnten. Eine Steigerung der Optimierungsparameter bedeutet jedoch gleichzeitig eine Erhöhung des Rechenaufwandes, da für jeden Parameter eine zusätzliche Strömungssimulation bei der Gradientenberechnung (3.43) erforderlich wird. Für das Optimierungsbeispiel des konturierten Diffusors wird bereits mit einer hohen Flexibilität der Kontur gearbeitet, wie die Abbildung 4.6 für die jeweiligen Extremstellungen der beiden Bézierpunkte zeigt. Daher sei an dieser Stelle auf das Kapitel 7.4.5 verwiesen, in dem auf die Steigerung von Bézierpunkten für die Trennpfeilerkonturierung des Anwendungsbeispiels eingegangen wird.

Die Flexibilität einer Kontur ist nicht nur in zwei, sondern in allen drei Raumdimensionen zu betrachten. Als Erläuterung soll wiederum das Trennpfeilerbeispiel dienen: Es ist eine Optimierung nur des Pfeilergrundrisses, nur der vertikalen Form oder der vollständigen dreidimensionalen Kontur vorstellbar. Hier spielen konstruktive und wirtschaftliche Aspekte bei der Bauausführung mit eine Rolle, so dass diese Fragestellung über die rein mathematischen und hydromechanischen Aspekte hinausgeht. Eine Untersuchung der richtigen Dimensionalität bei der Parametrisierung der Kontur ist für den Diffusor wegen seines nur zweidimensionalen Strömungscharakters (siehe Kap. 4.3) nicht sinnvoll. Diese wasserbaulich sehr interessante Fragestellung wird daher in Kapitel 7.4.5 im Rahmen des Anwendungsbeispiels wieder aufgenommen.

Eine weitere Ursache für den Modellfehler der Bauwerkskonturierung kann eine uneindeutige Parametrisierung sein. Dies ist dann der Fall, wenn mehrere Parameterkombinationen dieselbe Kontur und damit auch denselben Zielfunktionswert generieren. Dies könnte beispielsweise beim in Abbildung 4.3 vorgestellten konturierten Diffusor geschehen, wenn neben den Radien r_1 und r_2 auch die beiden x -Koordinaten der Bézierpunkte beweglich gestaltet wären. Es ergäben sich dann eine Vielzahl von Kombinationen der vier freien Koordinaten, die alle eine gerade Diffusorkontur erzeugten. Errechnet ein Algorithmus im Optimierungsverlauf die gerade Form, so bliebe er wegen der Uneindeutigkeiten an dieser Stelle stecken.

Zur Parametrisierung der Kontur gehört die geeignete Begrenzung $b_{u_i} \leq p_i \leq b_{o_i}$ der Optimierungsparameter. Neben baulichen Aspekten müssen hierbei auch die Grenzen der Netzerzeugung beachtet werden, um Fehler im Netzaufbau zu verhindern. Dieser Aspekt und die uneindeutige Bauwerksparametrisierung haben jedoch mehr den Charakter eines Anwenderfehlers als

den eines Modellfehlers. Da gemäß Kapitel 5.2 Anwenderfehler nicht den Schwerpunkt der Arbeit bilden sollen, werden diese beiden Fehlerursachen hier nicht näher betrachtet.

Der Modellfehler bei der Bauwerksparametrisierung ist im Wesentlichen auf eine beschränkte Variabilität der zu optimierenden Kontur zurückzuführen. Ursache dafür kann die ungenügende Zahl von Bézierpunkten oder die Beschränkung in der räumlichen Dimension bei der Konturierung sein. Die Frage nach der geeigneten Parametrisierung ist mit wirtschaftlichen und konstruktiven Aspekten verknüpft.

5.7 Fehler bei der Ableitung des Optimierungsalgorithmus

5.7.1 Modellfehler des Optimierungsalgorithmus

Wie in Kapitel 3.6.2 erläutert, eignet sich ein Optimierungsalgorithmus nicht für jede Optimierungsaufgabe. Der Fehler, der durch die Verwendung eines ungeeigneten Algorithmus entsteht, gehört zur Kategorie der Modellfehler.

Für den erfolgreichen Einsatz des Quasi-Newton-Algorithmus (3.41) müssen mehrere Eigenschaften des Optimierungsproblems erfüllt sein. Im Wesentlichen sind dies

- eine annähernd quadratische, zumindest aber konvexe Form der Zielfunktion,
- das Vorhandensein eines einzigen, globalen Minimums und
- die zweimalige Differenzierbarkeit der Zielfunktion

(siehe Kap. 3.6.2). Abbildung 5.16 zeigt den Verlauf des Diffusorverlustbeiwertes in Abhängigkeit von den Radien r_1 und r_2 der beiden Bézierpunkte für den konturierten Diffusor. Es existiert nur ein globales Minimum und es sind keine Sprünge in der Zielfunktion erkennbar. Die Form der Zielfunktion ist konvex. Damit sind die wesentlichen Kriterien für die Einsetzbarkeit des Quasi-Newton-Verfahrens erfüllt. Zum Nachweis der Eignung werden fünf Optimierungsläufe von den in Abbildung 5.16 gezeigten Startpunkten A bis E aus durchgeführt.

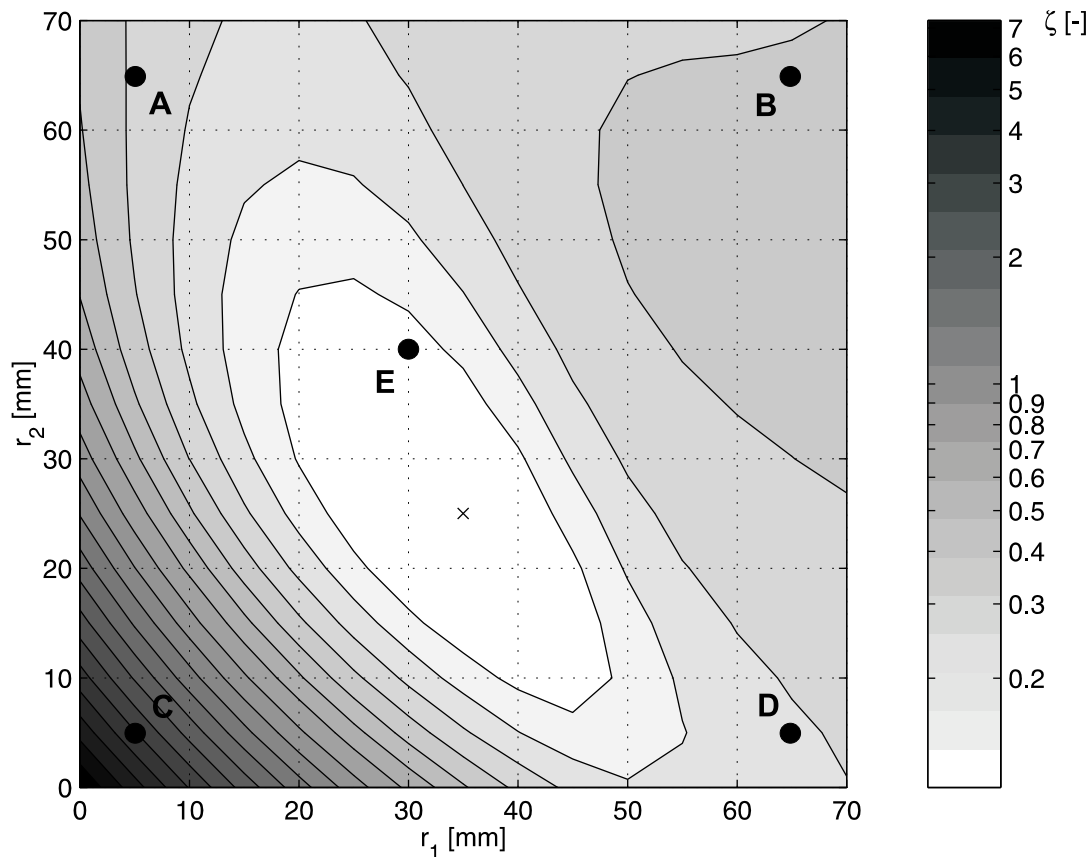


Abbildung 5.16: Verlustbeiwert ζ_D des konturierten Diffusors in Abhängigkeit von den Bézierpunkten r_1 und r_2 und Startpunkte der Optimierung

Das Ergebnis der Optimierungsläufe ist in Abbildung 5.17 eingetragen. Mit Ausnahme von Lauf B erreichen alle Optimierungsläufe das Minimum $f^* = \zeta_D^* = 0.112$. Die Abbildung 5.16 zeigt, dass der Verlauf der Zielfunktion im Umfeld des Startpunkts B so flach ist, dass der Algorithmus keine Suchrichtung ausmachen kann. Für die erfolgreichen Optimierungen werden 12 bis 19 Optimierungsschritte benötigt. Damit sind für den konturierten Diffusor teilweise viele Optimierungsschritte erforderlich.

Zur Prüfung der Ursache ist in Abbildung 5.18 der Optimierungsfortschritt ausgehend von den Startpunkten A, D und E eingetragen. Diese drei Läufe zeigen die meisten Iterationsschritte. Es ist auffällig, dass der Optimierungsalgorithmus stellenweise über mehrere Iterationen keinen nennenswerten Fortschritt bei der Verringerung der Zielfunktion aufweist. So ist für Lauf E eine Vielzahl von Iterationen erforderlich, obwohl er bereits in der Nähe des Minimums gestartet wird. Besonders deutlich wird dieses Verhalten je-

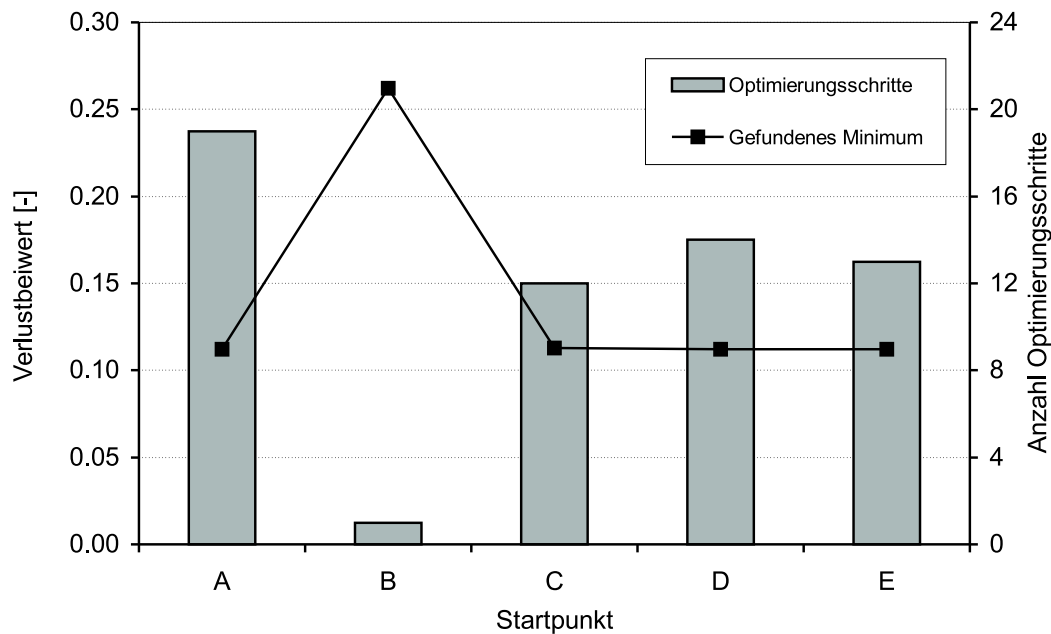


Abbildung 5.17: Optimierungsergebnisse für den konturierten Diffusor in Abhängigkeit vom Startpunkt

doch am Lauf A: In Abbildung 5.19 ist der Verlauf der Optimierung ausgehend vom Punkt A in den Konturplot der Zielfunktion eingetragen. Ausgehend vom Startpunkt erreicht der Quasi-Newton-Algorithmus nach wenigen Schritten das Tal bei $r_1 = 20\text{ mm}$ und $r_2 = 65\text{ mm}$ mit $f = 0.19$. Diese Stelle weist einen sehr flachen Gradienten auf und zwingt den Algorithmus zu einem Richtungswechsel. Der Algorithmus verharrt hier eine Weile, bis sich die Richtungsänderung einstellt. Die restliche Strecke bis zum Minimum wird mit wenigen Schritten überbrückt. Im Umfeld des Minimums werden wiederum mehrere Iterationen benötigt, bis der Algorithmus die Suche erfolgreich beendet.

Eine Ursache für das Verharren des Quasi-Newton-Algorithmus können Fehler bei der Finite-Differenzen-Approximation des Gradienten (3.43) sein, die in Kapitel 5.7.2 näher untersucht werden. Eine weitere Ursache ist die zunächst ungenügende Approximation der zweiten Ableitung durch den BFGS-Algorithmus. In Gebieten mit flachem Gradienten $g_i \approx 0$ kommt der Hesse-Matrix H_{ij} in der Gleichung (3.41) für den Quasi-Newton-Algorithmus ein großes Gewicht bei der Bestimmung der Suchrichtung s_j zu. Die Anpassung der Hesse-Matrix über den BFGS-Algorithmus (3.42)

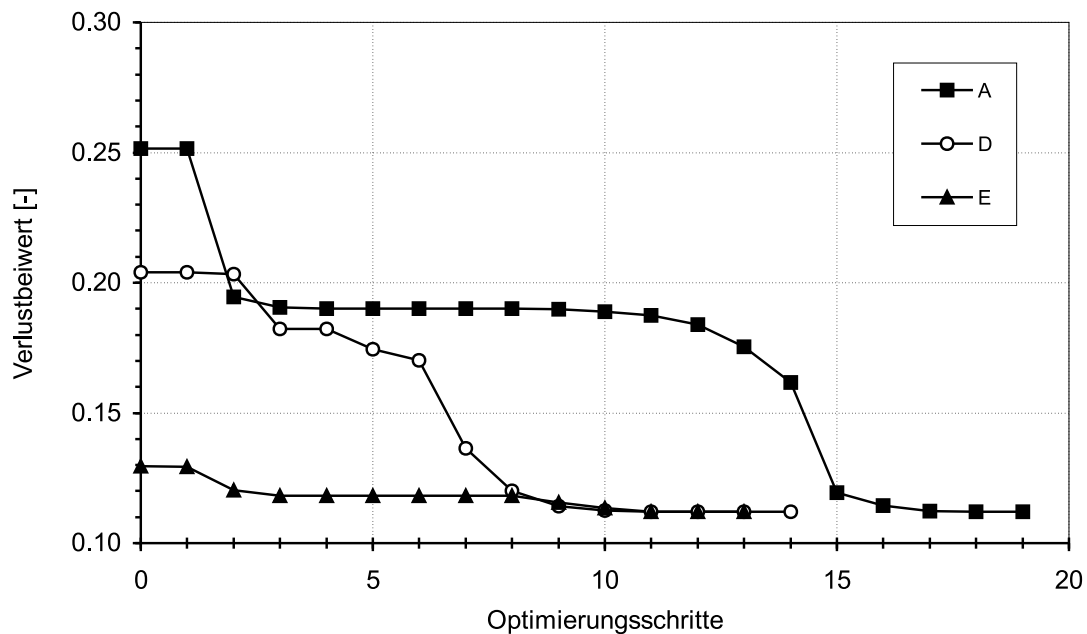


Abbildung 5.18: Optimierungsfortschritt für den konturierten Diffusor in Abhängigkeit vom Startpunkt

startet mit der Einheitsmatrix und wird im Laufe der Iteration immer weiter verfeinert. Der Quasi-Newton-Algorithmus benötigt daher in Gebieten mit flachem Gradienten mehrere Iterationen ohne erkennbaren Fortschritt, um über eine Verbesserung der Approximation der Hesse-Matrix eine neue Suchrichtung ermitteln zu können.

Der Quasi-Newton-Algorithmus mit BFGS-Approximation benötigt damit u.U. relativ viele Iterationen, aber er zeigt auch in Gebieten mit flachem Gradienten ein robustes Verhalten. Der Algorithmus ist damit der Methode des steilsten Abstiegs, bei der auf eine Approximation der Hesse-Matrix ganz verzichtet wird, überlegen. Diese Überlegenheit wird von GILL ET AL. (1981) anhand theoretischer Beispiele und von DADONE ET AL. (2001) am praktischen Einsatz bei der Optimierung einer Tragfögelumströmung bestätigt. Daher kann hier auf weitergehende Untersuchungen zur Eignung des BFGS-Verfahrens verzichtet werden.

Die Untersuchungen zum Modellfehler des Optimierungsalgorithmus zeigen, dass der Quasi-Newton-Algorithmus in Verbindung mit der BFGS-Approximation der Hesse-Matrix ein effizientes und robustes Verfahren darstellt. Dies gilt auch für Gebiete mit flachem Gradienten, hier müssen je-

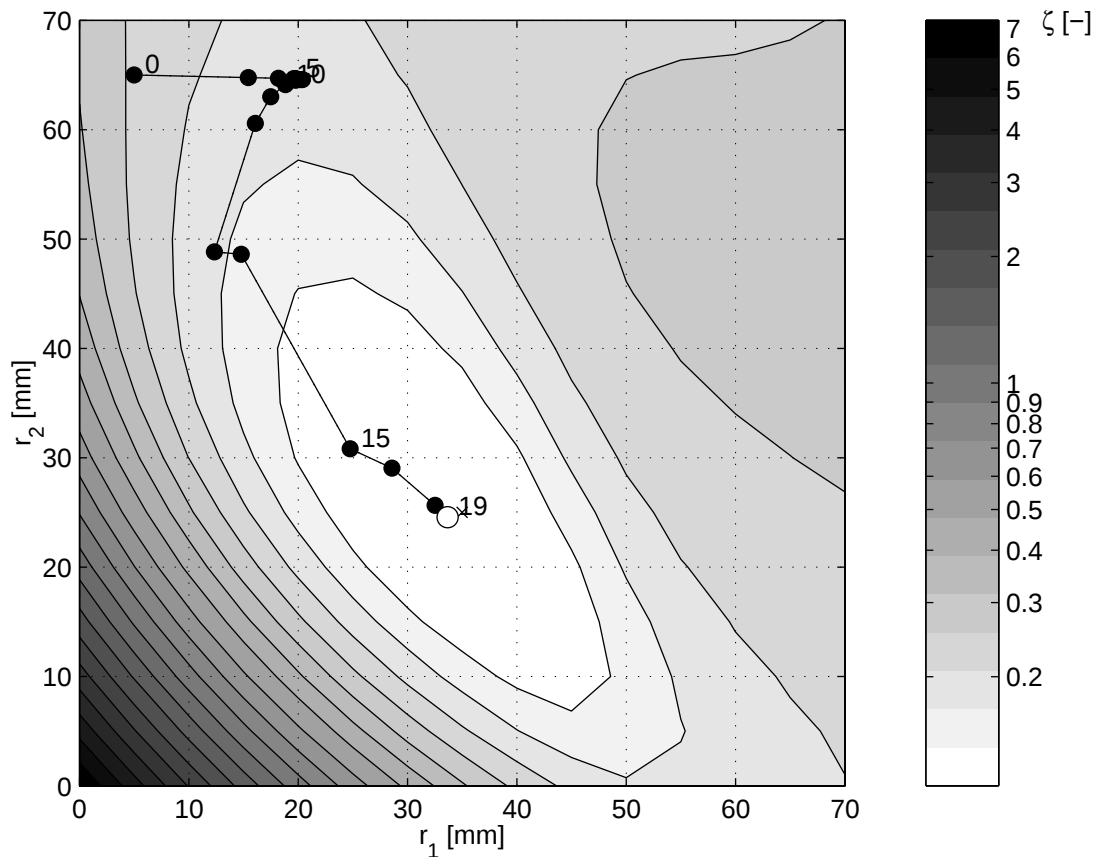


Abbildung 5.19: Optimierungsverlauf für den konturierten Diffusor bei Start im Punkt A

doch zusätzliche Optimierungsschritte und damit ein hoher Berechnungsaufwand in Kauf genommen werden. Die Aussagen zum Modellfehler sind auf das untersuchte Beispiel des konturierten Diffusors beschränkt. Treten Nebenminima oder Unstetigkeiten in der Zielfunktion auf, so ist der Quasi-Newton-Algorithmus eventuell ungeeignet. Da das Verhalten der Zielfunktion in der Regel nicht vorab bekannt ist, müssen Annahmen getroffen werden. Der Modellfehler des Optimierungsalgorithmus wird daher maßgeblich von der Realitätsnähe dieser Annahmen bestimmt.

5.7.2 Diskretisierungsfehler des Gradienten

Die Untersuchungen zum Modellfehler des Optimierungsalgorithmus in Kapitel 5.7.1 haben gezeigt, dass der flache Verlauf der Zielfunktion im Tal hohe Anforderungen an den Quasi-Newton-Algorithmus stellt (siehe Abb. 5.19). Gleiches gilt auch für die Genauigkeit bei der Gradientenberechnung.

Gemäß Gleichung (3.43) wird der Gradient g mit Hilfe der Methode der Finiten-Differenzen approximiert. Der Unterschied zwischen dem exakten Gradienten und seiner FD-Approximation $\tilde{g}$ gehört in die Kategorie der Diskretisierungsfehler.

Die FD-Approximation (3.43) für den Gradienten basiert auf einer Taylorreihenentwicklung, die für den eindimensionalen Fall folgende Form hat:

$$f_{h_g} = f + gh_g + \frac{1}{2} Gh_g^2 + \dots \quad (5.16)$$

Der Zielfunktionswert f_{h_g} wird durch Variation $0 < h_g \ll 1$ des Optimierungsparameters aus der Zielfunktion f , dem Gradienten g und der zweiten Ableitung G entwickelt. Die Reihenentwicklung lässt sich nach dem Gradienten g umstellen:

$$g = \frac{f_{h_g} - f}{h_g} - \frac{1}{2} Gh_g - \dots \quad (5.17)$$

Die FD-Approximation $\tilde{g}$ besteht nur aus dem ersten Term der Gleichung (5.17),

$$\tilde{g} = \frac{f_{h_g} - f}{h_g} \quad (5.18)$$

so dass durch die Vernachlässigung der Terme höherer Ordnung ein Abbruchfehler entsteht. Der Abbruchfehler kann durch die Wahl eines Diskretisierungsschemas höherer Ordnung, z.B. durch die Formulierung zentraler Differenzen, verringert werden. Schemata höherer Ordnung erfordern jedoch mehr Zielfunktionsaufrufe und damit mehr Strömungssimulationen (siehe Kap. 3.6.3). Es bleibt festzuhalten, dass das Diskretisierungsschema eine wichtige Ursache für den Diskretisierungsfehler des Gradienten sein kann.

Zusätzlich tritt bei der Differenzbildung $f_{h_g} - f$ der in Kapitel 5.5 erläuterte Rundungsfehler σ_R auf. Die FD-Approximation $\tilde{g}$ unterscheidet sich damit in folgender Form vom exakten Gradienten:

$$g = \tilde{g} + \frac{\sigma_R}{h_g} - \frac{1}{2} Gh_g - \dots \quad (5.19)$$

Der maximale Rundungsfehler ist gemäß Gleichung (5.9) direkt abhängig von der maximalen Darstellungsgenauigkeit $\varepsilon_f^{\max}$ der Zielfunktion.

GILL ET AL. (1981) geben folgende obere Grenze für den Diskretisierungsfehler ε_g des Gradienten an:

$$\varepsilon_g \leq \frac{\varepsilon_R^{\max}}{h_g} \frac{|f|}{|g|} + \frac{h_g}{2} \frac{|G|}{|g|} \quad (5.20)$$

Um das Verhalten des Diskretisierungsfehlers transparent zu machen, wird $|f| = |g| = |G| = 1$ gesetzt und sein Verlauf in Abhängigkeit von der Finite-Differenzen-Schrittweite h_g und vom auf den Betrag $|f|$ bezogenen Rundungsfehler $\varepsilon_R^{\max}$ in Abbildung 5.20 dargestellt.

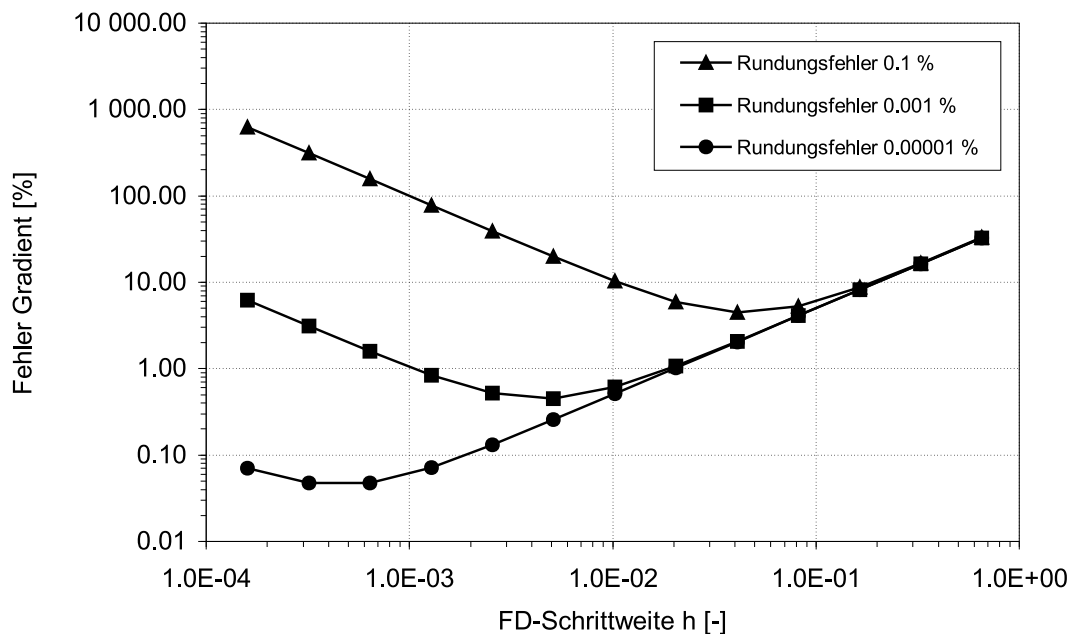


Abbildung 5.20: Theoretischer Verlauf des Diskretisierungsfehlers des Gradienten in Abhängigkeit von der FD-Schrittweite h_g und vom Rundungsfehler $\varepsilon_R^{\max}$

In der für Abbildung 5.20 gewählten doppelt-logarithmischen Darstellung erscheint der Diskretisierungsfehler als ein aus zwei Geraden zusammengesetzter Graph. Der linke Ast stellt den Einfluss des Rundungsfehlers $\varepsilon_R^{\max}$ dar, der rechte Ast den des Abbruchfehlers. Da h_g die Auswirkung des Rundungsfehlers umgekehrt proportional und den Abbruchfehler direkt proportional beeinflusst, haben beide Geraden die gleiche Steigung, aber mit umgekehrtem Vorzeichen. Dort, wo der Schnittpunkt der beiden Geraden zu erwarten wäre, nimmt der Diskretisierungsfehler ein Minimum an. Eine Verringerung des Rundungsfehlers führt zu einer Verringerung des Mini-

mums. Dabei verschiebt es sich in Richtung kleinerer Schrittweiten, da der Abbruchfehler unverändert bleibt. Die optimale Schrittweite h_g^* , die den Diskretisierungsfehler ε_g minimiert, kann durch Ableitung der Gleichung (5.20) gewonnen werden (GILL ET AL., 1981):

$$h_g^* = \sqrt{\frac{2|f|\varepsilon_R^{\max}}{|G|}} \quad (5.21)$$

In der Praxis kann die Größenordnung des Rundungsfehlers $\varepsilon_R^{\max}$ zwar ermittelt werden (siehe Kap. 5.5), aber die der zweiten Ableitung $|G|$ ist unbekannt. Daher soll eine Sensitivitätsstudie für den geraden 35° -Diffusor zeigen, ob das in Abbildung 5.20 gezeigte theoretische Verhalten wiedergefunden und die optimale Schrittweite h_g^* abgeschätzt werden kann. Dazu wird die Länge des Diffusors um sukzessiv steigende Schrittweiten h_g variiert und der FD-Gradient aus den zugehörigen Zielfunktionswerten nach Gleichung (3.43) berechnet. In Abbildung 5.21 sind die so ermittelten Gradienten für die drei Netze mit 10×150 , 20×300 und 40×600 FV in Abhängigkeit von der FD-Schrittweite h_g eingetragen.

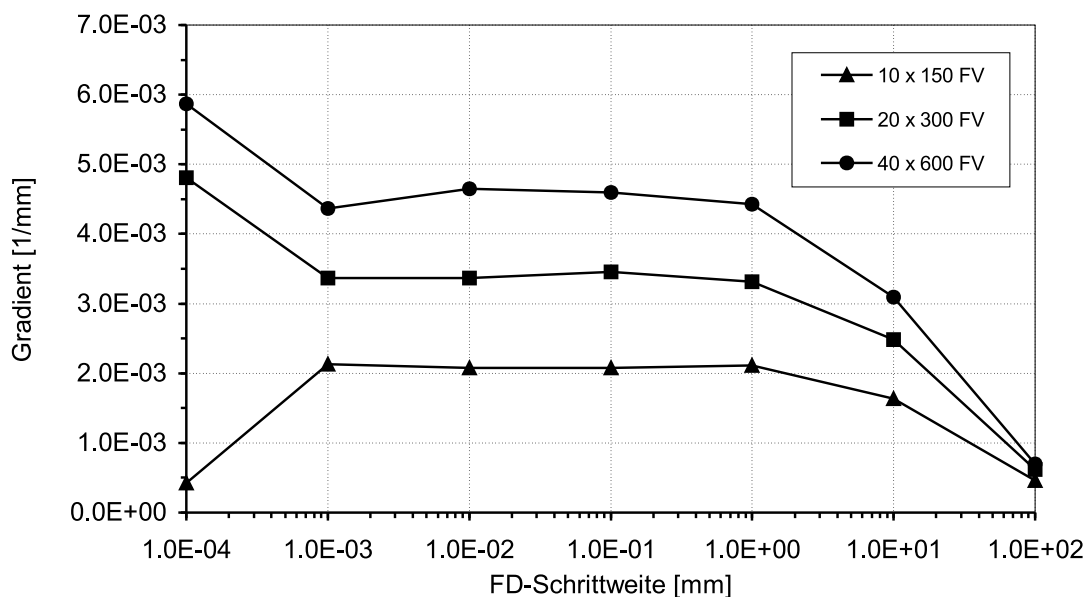


Abbildung 5.21: Verlauf des Gradienten des 35° -Diffusors in Abhängigkeit von der FD-Schrittweite h_g

Alle drei Gradienten sind im Bereich von $h_{\min} = 10^{-3}$ bis $h_{\max} = 1 \text{ mm}$ nahezu konstant. Unterhalb weichen die Gradienten in unregelmäßiger Form ab.

Die minimal sinnvolle FD-Schrittweite von 10^{-3} mm korrespondiert direkt mit der maximal möglichen Darstellungsgenauigkeit der Geometrie, wie sie in Kapitel 5.5 ermittelt wird. Oberhalb von 1 mm weichen die Gradienten in regelmäßiger Form ab. Hier erhält der Gradient zunehmend den Charakter einer Sekante. Da für die vorliegende Sensitivitätsstudie aus Praktikabilitätsgründen negative Schrittweiten h_g verwendet werden, verringert sich der Gradient mit größeren Beträgen von h_g (vgl. Abb. 4.5). Der mit Gleichung (5.20) theoretisch hergeleitete Einfluss der FD-Schrittweite kann also für die Diffusorströmung bestätigt werden. In der Mitte des von h_{min} und h_{max} aufgespannten Bereichs befindet sich entsprechend der theoretischen Untersuchungen in Abbildung 5.20 die optimale Schrittweite h_g^* für den kleinstmöglichen Fehler.

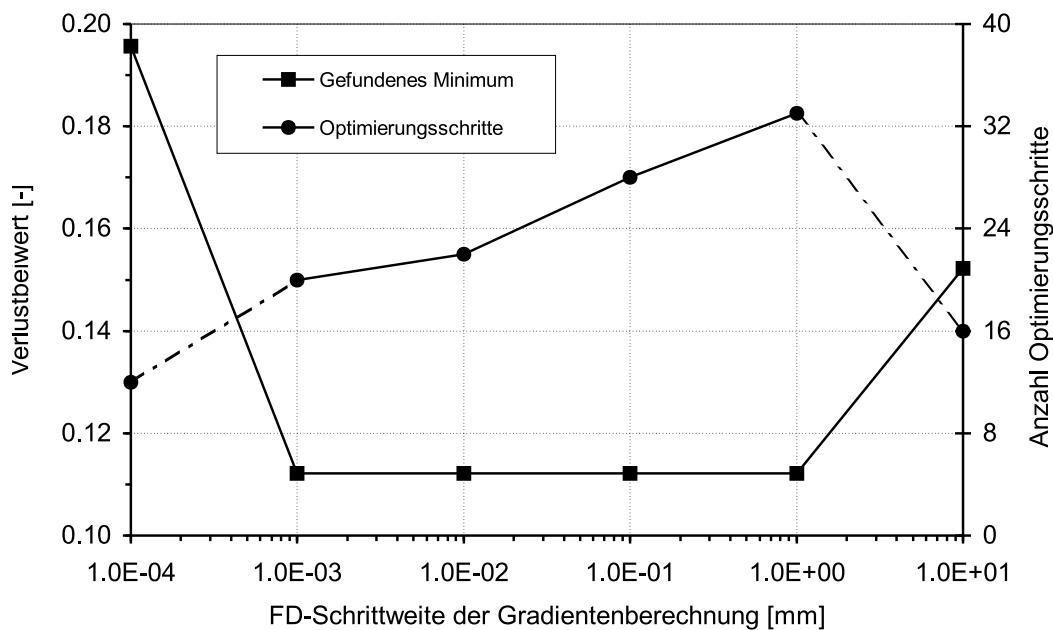


Abbildung 5.22: Optimierungsergebnisse des konturierten Diffusors in Abhängigkeit von der FD-Schrittweite h_g

Der relative Diskretisierungsfehler nach Gleichung (5.20) und die optimale Schrittweite h_g^* nach Gleichung (5.21) können durch ihre Abhängigkeit von der zweiten Ableitung $|G|$ bei veränderter Geometrie andere Werte annehmen. In Bereichen wie dem um das Optimum, in denen der Gradient nahezu oder gleich Null ist, steigt der relative Fehler zusätzlich stark an. Dies kann eine wesentliche Ursache für das Verharren des Optimierungsalgorithmus im Bereich flacher Gradienten in Abbildung 5.19 sein. Da der Erfolg der

Optimierung von der Genauigkeit der Gradientenberechnung abhängig ist, soll der Einfluss des Diskretisierungsfehlers des Gradienten auf den Optimierungsverlauf des konturierten Diffusors untersucht werden. Dazu werden zunächst Optimierungsläufe mit unterschiedlichen FD-Schrittweiten h_g durchgeführt. Abbildung 5.22 zeigt die jeweils gefundenen Minima und die benötigte Zahl von Optimierungsschritten.

Analog zur in Abbildung 5.21 gezeigten Genauigkeit der Gradientenberechnung wird das Optimum nur mit FD-Schrittweiten zwischen $h_{min} = 10^{-3} mm$ und $h_{max} = 1 mm$ gefunden. Ober- und unterhalb davon wird die Optimierung nicht erfolgreich beendet. Die Zahl der Optimierungsschritte und damit der Berechnungsaufwand der erfolgreichen Optimierungsläufe steigt mit zunehmender Schrittweite h_g an. Abbildung 5.23 zeigt die Verläufe der Optimierungen mit $h_{min} = 10^{-3} mm$ bis $10^{-1} mm$.

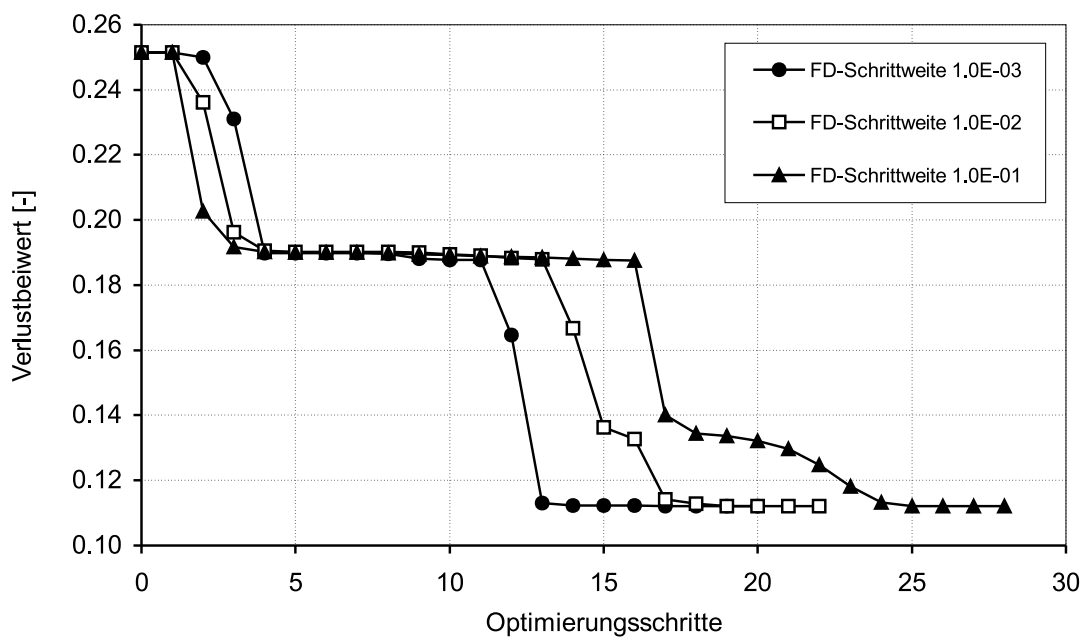


Abbildung 5.23: Optimierungsverlauf des konturierten Diffusors in Abhängigkeit von der FD-Schrittweite h_g

Es ist zu erkennen, dass mehr Optimierungsschritte im Bereich des flachen Gradienten bei $f = \zeta_D = 0.19$ erforderlich werden, je größer die Schrittweite h_g gewählt wird. Dies legt den Schluss nahe, dass sich die optimale Schrittweite h_g^* im Bereich flacher Gradienten zur minimal zulässigen Schrittweite h_{min} hin verschiebt. Da die Wahl einer FD-Schrittweite nahe h_{min} die Ge-

fahr beinhaltet, dass die Optimierung vorzeitig abbricht, wird im Rahmen der Diffusoroptimierung sicherheitshalber mit $h_g = 5 \cdot 10^{-2}$ ein Wert aus der Mitte des durch h_{min} und h_{max} aufgespannten Bereichs gewählt, auch wenn dafür mehr Zielfunktionsaufrufe erforderlich sind.

Die negative Wirkung zu kleiner FD-Schrittweiten h_g auf die Optimierung wird durch die Untersuchungen von EYI & LEE (1995) bestätigt, die für eine kompressible Tragfögelumströmung ähnliche Studien durchführen und zu dem Ergebnis kommen, dass mit kleiner werdendem h_g der Fehler bei der Gradientenberechnung zunimmt und damit eine erfolgreiche Strömungsoptimierung verhindert wird.

Auch der Einfluss des Rundungsfehlers auf den Diskretisierungsfehler des Gradienten soll anhand des konturierten Diffusors überprüft werden. Der maximale Rundungsfehler ε_R^{max} ist gemäß Gleichung (5.9) doppelt so groß wie die maximal mögliche Genauigkeit ε_f^{max} der Zielfunktion. Wie in Abbildung 5.15 gezeigt wird, verhält sich die Darstellungsgenauigkeit ε_f^{max} teilweise proportional zu τ_R . Für Abbruchkriterien oberhalb von $\tau_R = 10^{-6}$ müsste daher ein Einfluss auf den Optimierungsverlauf des konturierten Diffusors erkennbar werden. Unterhalb von 10^{-6} lässt sich die Darstellungsgenauigkeit wegen der begrenzten Genauigkeit bei der Netzerzeugung nicht mehr steigern. Hier sollte das Abbruchkriterium keinen Einfluss mehr auf die Optimierung haben. Zum Nachweis dieses Verhaltens werden Optimierungsläufe mit verschiedenen Abbruchkriterien τ_R des Strömungsmodells bei konstanter FD-Schrittweite $h_g = 5 \cdot 10^{-2}$ durchgeführt.

Abbildung 5.24 zeigt das Optimierungsverhalten bei zunehmenden Abbruchkriterien. Das erwartete Optimierungsverhalten kann mit diesem Experiment nachgewiesen werden. Bis zu einem Abbruchkriterium von 10^{-6} wird das Optimum aufgefunden und die Zahl der Zielfunktionsaufrufe ist nahezu gleich, was auf einen jeweils ähnlichen Optimierungsablauf schließen lässt. Auch bei $\tau_R = 10^{-5}$ wird das Optimum noch gefunden. Hier scheint der Einfluss des Rundungsfehlers noch nicht zu groß zu sein. Bei größeren Abbruchkriterien wird der Einfluss des Rundungsfehlers auf den Diskretisierungsfehler des Gradienten erheblich, die Optimierung bricht ab, ohne das Optimum gefunden zu haben.

Der Vollständigkeit halber sei noch ein weiterer Einflussfaktor auf den Diskretisierungsfehler bei der Gradientenberechnung erwähnt: Bei der Bestimmung des FD-Gradienten nach Gleichung (3.43) wird mit der Schrittweite h_g neben der Geometrie auch das FV-Netz verändert. Ändert sich dabei die

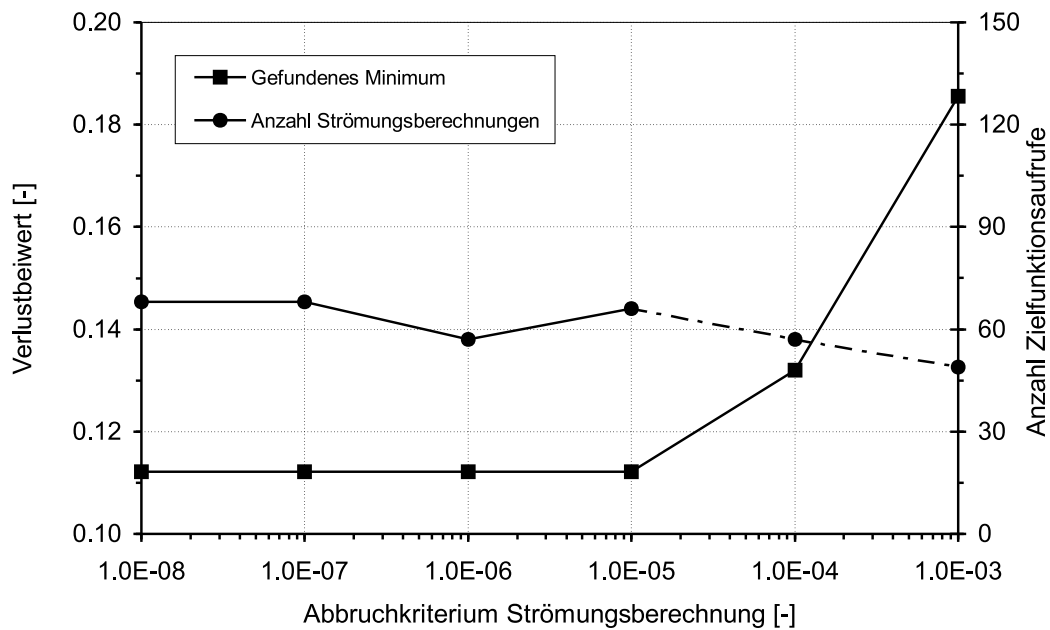


Abbildung 5.24: Optimierungsergebnisse des konturierten Diffusors in Abhängigkeit vom Abbruchkriterium τ_R des Strömungsmodells

Topologie des Netzes, so ist mit dem Eintrag weiterer Fehler zu rechnen (GILES, 1997a). Bei den im Rahmen dieser Arbeit verwendeten blockstrukturierten Netzen ist dies von untergeordneter Bedeutung, weil die Topologie gleich gehalten werden kann. Die Kontur des Diffusors wird beispielsweise durch eine Verzerrung des Netzes nur in radialer Richtung eingestellt (vgl. Abb. 4.3), ohne dass die Topologie dabei geändert wird. Bei unstrukturierten Netzen spielt diese Problematik eine wesentlich größere Rolle.

Zusammenfassend kann festgestellt werden, dass der Diskretisierungsfehler des Gradienten im wesentlichen vom Diskretisierungsschema, vom Rundungsfehler und von der FD-Schrittweite h_g abhängig ist. Der Wahl einer geeigneten Schrittweite h_g zur Minimierung des Diskretisierungsfehlers kommt dabei eine Schlüsselrolle zu. Sie ist jedoch nicht trivial, da kleine Schrittweiten zwar den durch das Diskretisierungsschema verursachten Abbruchfehler verringern, gleichzeitig aber den Einfluss des Rundungsfehlers vergrößern und umgekehrt. Die optimale FD-Schrittweite kann sich im Laufe eines Optimierungslaufes mit den Eigenschaften der Zielfunktion verändern. Anhand einer Sensitivitätsstudie für den Gradienten in Abhängigkeit von seiner FD-Schrittweite lässt sich für das vorliegende Beispiel jedoch

ein Bereich h_{min} bis h_{max} eingrenzen, in dem der Diskretisierungsfehler des Gradienten genügend klein ist, um eine erfolgreiche Optimierung zu gewährleisten. Bei genügend kleinem Abbruchkriterium τ_R des Strömungsmodells entspricht h_{min} dabei der kleinsten möglichen Geometrieänderung aufgrund begrenzter Genauigkeiten bei der Netzerzeugung (siehe Kap. 5.5).

5.7.3 Iterationsfehler des Optimierungsalgorithmus

Der Iterationsfehler des Optimierungsalgorithmus entsteht durch Beendigung des Optimierungslaufes, bevor das Optimum aufgefunden wird. Eine genaue numerische Bestimmung des Iterationsfehlers ist in der Regel nicht möglich, da die numerischen Fehler eine exakte Bestimmung des Minimums verhindern. Ein Optimierungslauf muss daher dann beendet werden, wenn bestimmte Iterationskriterien erfüllt oder eine vorgegebene Schranke für die Zahl der Iterationen bzw. Zielfunktionsaufrufe überschritten wurde (GILL ET AL., 1981).

Das Iterationsverhalten des Quasi-Newton-Algorithmus soll im Folgenden näher untersucht werden. Dazu wird der vom Startpunkt A (siehe Abbildung 5.16) gestartete Optimierungslauf des konturierten Diffusors erst nach 25 Iterationen gestoppt. Die Abbildung 5.25 zeigt den Verlauf der Zielfunktion und die Anzahl der benötigten Strömungsberechnungen je Iteration.

Der Verlauf der Zielfunktion zeigt zunächst das bereits in Kapitel 5.7.1 beschriebene lange Verharren des Algorithmus bei einem Verlustbeiwert von $\zeta_D = 0.190$, das durch den Richtungswechsel im Tal erforderlich ist, wie auch aus Abbildung 5.19 ersichtlich wird. Im weiteren Verlauf wird der Verlustbeiwert deutlich reduziert. Ab dem 18. Iterationsschritt wird mit $\zeta_D = 0.112$ keine Verbesserung des Strömungsverlustbeiwertes mehr erzielt. Demgegenüber steigt die Zahl der erforderlichen Strömungsberechnungen ab dem 21. Schritt plötzlich stark an. In den davor liegenden Iterationen werden drei Strömungssimulationen benötigt, zwei für die Gradientenberechnung und eine für die Berechnung des neuen Zielfunktionswertes f^{k+1} , der sich aus den neuen Parametern des Quasi-Newton-Schrittes (3.41) ergibt. In den nachfolgenden Iterationen werden dagegen bis zu 19 Strömungsberechnungen ausgeführt. Der Grund dafür liegt in zusätzlichen Zielfunktionsaufrufen durch den Line-Search-Algorithmus (siehe Kap. 3.6.4). Das bedeutet, dass der neue Zielfunktionswert f^{k+1} größer als f^k des vorangegangenen Schrittes ist. Erst durch die Suche kleinerer Werte entlang der

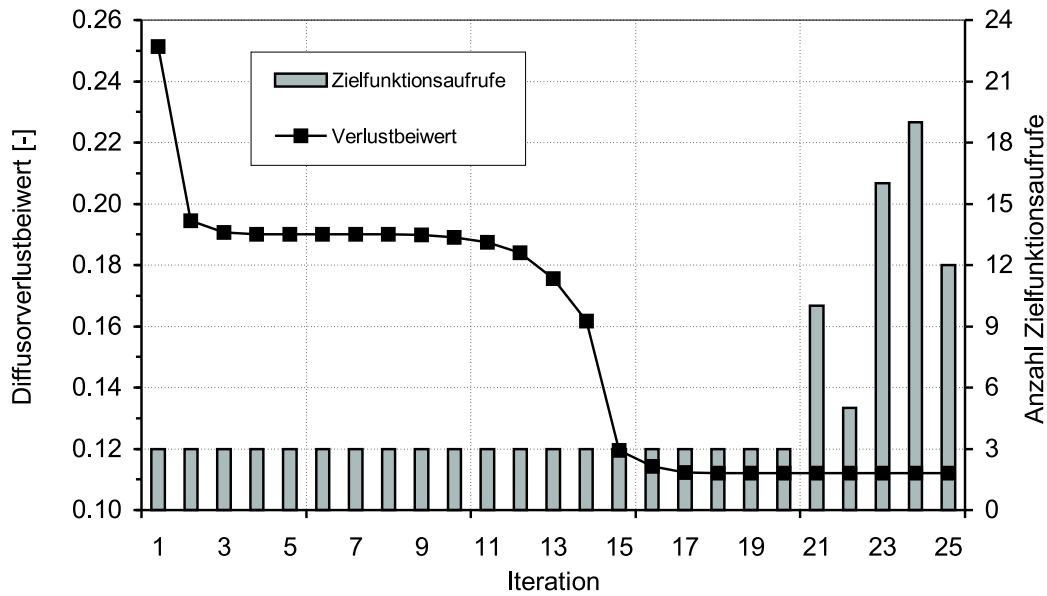


Abbildung 5.25: Optimierungsverlauf und Anzahl der benötigten Strömungsberechnungen des konturierten Diffusors bei Start im Punkt A

Suchrichtung s_i kann eine, wenn auch kaum noch erkennbare, Verringerung des Strömungsverlustes erreicht werden.

Der Quasi-Newton-Algorithmus wird spätestens mit Beginn des Anstiegs der Zielfunktionsberechnungen ineffektiv, weil er sich bereits im Nahbereich des Optimums befindet und keine nennenswerte Genauigkeitsteigerung mehr möglich ist. Das Einsetzen der Line-Search Routine darf allerdings nicht als alleiniges Indiz für das Erreichen des Minimums gewertet werden, da sie je nach Beschaffenheit der Zielfunktion auch weit vor Erreichen des Optimums aktiviert werden kann.

Für die Identifizierung des Optimums werden in der Regel Konvergenzkriterien in der folgenden Form herangezogen (GILL ET AL., 1981; COLEMAN ET AL., 1999):

1. Kriterium für die Zielfunktion:

$$\frac{|f^k - f^{k+1}|}{|f^{k+1}|} < \tau_f \quad (5.22)$$

2. Kriterium für die Optimierungsparameter:

$$\|p_i^k - p_i^{k+1}\| < \tau_p \quad (5.23)$$

3. Kriterium für den Gradienten:

$$\|g_i^{k+1}\| < \tau_g \quad (5.24)$$

Da gemäß Kapitel 5.5 die Differenz zwischen zwei Zielfunktionswerten nicht genauer als der Rundungsfehler gebildet werden kann, sollte das Abbruchkriterium τ_f der Zielfunktion gleich der Obergrenze ε_R^{max} des Rundungsfehlers gewählt werden:

$$\tau_f = \varepsilon_R^{max} \quad (5.25)$$

Gleiches gilt für das Abbruchkriterium τ_p der Optimierungsparameter. Differenzen kleiner als die kleinste Schrittweite h_{min} für eine Geometrieänderung können nicht mehr korrekt abgebildet werden, es empfiehlt sich ein Abbruch der Optimierung bei Unterschreitung dieser Schranke.

$$\tau_p = h_{min} \quad (5.26)$$

Für das Kriterium τ_g des Gradienten muss ein genügend kleiner Gradient g_{min} gewählt werden:

$$\tau_g = g_{min} \quad (5.27)$$

Da dieser Betrag nicht vorab bestimmbar ist (siehe Kap. 5.7.2), sollen zunächst nur die ersten beiden Konvergenzkriterien τ_f und τ_p betrachtet werden.

Abbildung 5.26 zeigt das Konvergenzverhalten nach Gleichung (5.22) für die Zielfunktion und entsprechend Gleichung (5.23) für die Optimierungsparameter während der Optimierung des konturierten Diffusors, ausgehend vom Startpunkt A. Zusätzlich sind die entsprechenden Werte $\varepsilon_R^{max} = 4 \cdot 10^{-5}$ und $h_{min} = 1 \cdot 10^{-3} \text{ mm}$ der jeweiligen Schranken eingetragen.

Zunächst zeigt der Quasi-Newton-Algorithmus gute Konvergenzeigenschaften. Mit Erreichen des Tals verschlechtert sich das Konvergenzverhalten erheblich. Statt einer Verringerung der Differenzbeträge nach Gleichung (5.22) und Gleichung (5.23) zwischen altem und neuem Iterationsschritt kommt es zu einer Vergrößerung. Erst nach der Richtungsänderung im Tal, mit weiterer Verringerung des Zielfunktionswertes, verbessert sich das Konvergenzverhalten wieder. Die obere Schranke des Rundungsfehlers wird im 19. Iterationsschritt, die der minimalen Veränderbarkeit h_{min} der Geometrie

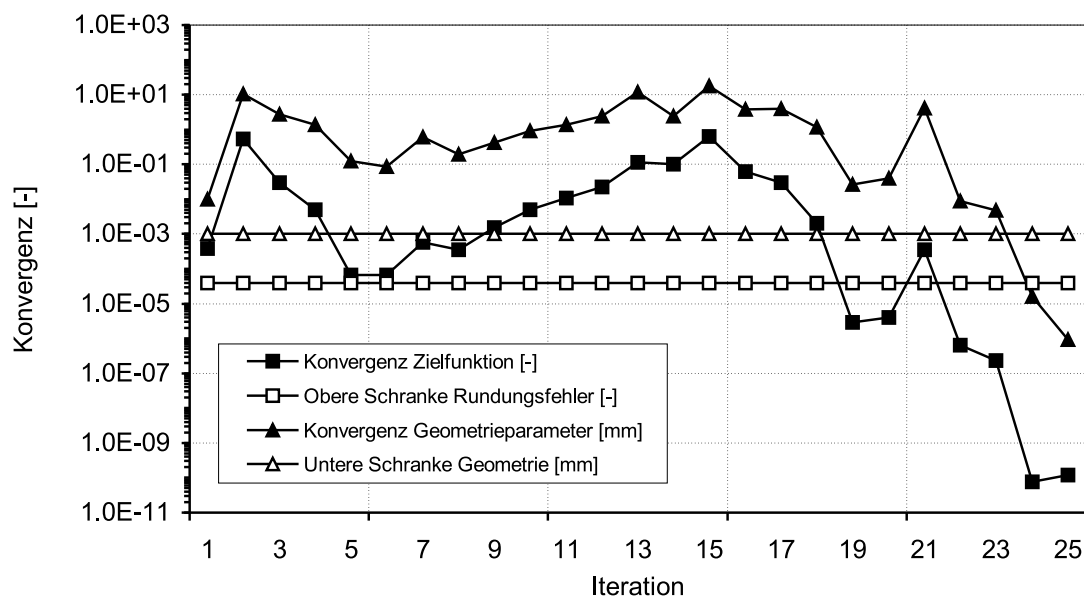


Abbildung 5.26: Konvergenzverhalten des konturierten Diffusors bei Start im Punkt A

im 24. Iterationsschritt unterschritten. Wie aus Abbildung 5.25 ersichtlich wird, ist der Nahbereich des Minimums hier bereits erreicht worden.

Die Konvergenz der Zielfunktion nach Gleichung (5.22) und der Parameter nach Gleichung (5.23) verhalten sich synchron. Dies ist von GILL ET AL. (1981) auch bei vielen anderen Optimierungsproblemen beobachtet worden. Für die Diffusoroptimierung genügt damit die Betrachtung nur einer der beiden Konvergenzeigenschaften. Die obere Grenze des Rundungsfehlers $\varepsilon_R^{\max}$ als Abbruchkriterium für die Konvergenz der Zielfunktion scheint etwas zu hoch zu sein, da die Optimierung bei Erreichen des Tals im 5. Schritt beinahe das Kriterium unterschritten und fälschlicherweise das Erreichen eines Minimums angezeigt hätte. Demgegenüber ist das Kriterium für die minimal zulässige Variation der Geometrie $h_{\min}$ eher etwas zu niedrig. Im Nahbereich des Minimums hätte es mehrere Optimierungsschritte zugelassen, obwohl die Genauigkeit der Zielfunktion nicht mehr gesteigert werden kann und durch das Anspringen des Line-Search-Algorithmus die Zahl der Strömungsberechnungen überproportional zunimmt.

Wegen der Schwierigkeit der Festlegung einer optimalen Schranke für den Abbruch der Iteration soll das Verhalten des dritten Konvergenzkriteriums nach Gleichung (5.24) untersucht werden. Die Abbildung 5.27 zeigt den Betrag des Gradienten im Verlauf der Optimierung, ausgehend vom Start-

punkt A. Die Entwicklung des Gradienten während der Optimierung ähnelt sehr stark dem der Zielfunktion in Abbildung 5.25. Im Tal bleibt der Betrag des Gradienten mit $|g_i| = 2.3 \cdot 10^{-3} \text{ 1/mm}$ über eine große Zahl von Iterationen nahezu unverändert. Mit der Richtungsänderung im Tal kann sogar kurzzeitig ein steilerer Gradient gefunden werden. Der Betrag verringert sich anschließend sukzessive, bis in der 19. Iteration der Nahbereich des Minimums erreicht wird. Ab hier verringert sich der Betrag des Gradienten mit $|g_i| = 1 \cdot 10^{-5} \text{ 1/mm}$ nicht mehr.

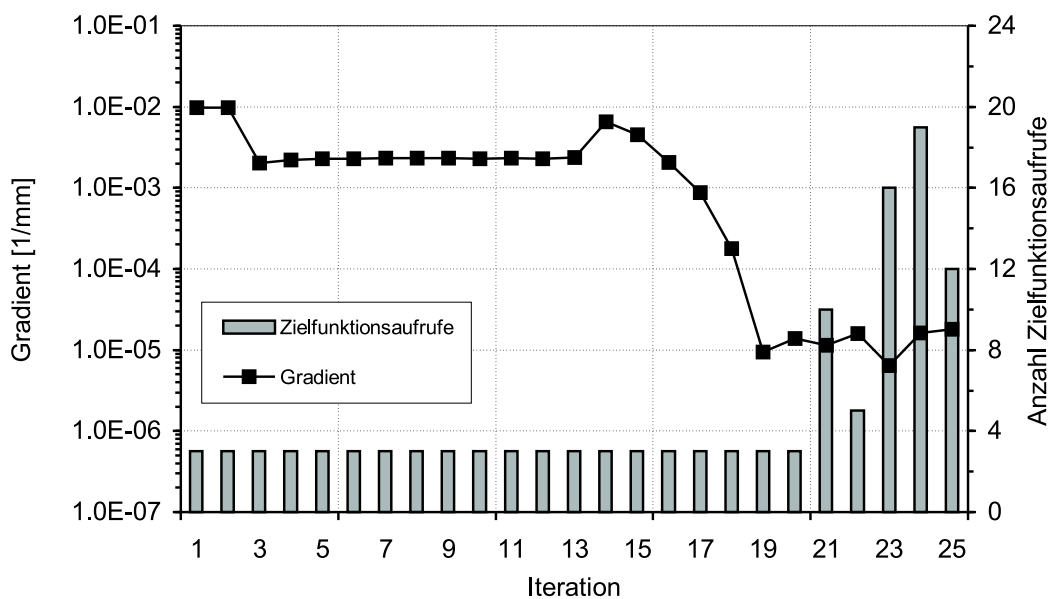


Abbildung 5.27: Entwicklung des Gradienten und Anzahl der benötigten Strömungsberechnungen des konturierten Diffusors bei Start im Punkt A

Damit kann das Einsetzen des Line-Search-Algorithmus im Nahbereich des Minimums und der damit verbundene plötzliche Anstieg der Strömungsberechnungen je Iteration erklärt werden: Die Ursache für das Verhalten des Line-Search-Algorithmus ist der Diskretisierungsfehler des Gradienten (Kap. 5.7.2). Definitionsgemäß ist der Gradient im Optimum gleich Null. Da die FD-Diskretisierung (3.43) im Prinzip nicht einen Gradienten in einem Punkt, sondern eine Sekante darstellt, wird hier ein scheinbarer Gradient ausgerechnet. Der Quasi-Newton-Algorithmus berechnet daraufhin einen neuen, zu langen Vektor s_i für die Suchrichtung, obwohl er sich bereits im oder genügend nahe am Optimum befindet. Der zu lange Vektor der Suchrichtung muss dann durch den Line-Search-Algorithmus wieder reduziert werden.

Eine Vergleichsrechnung, ausgehend vom Startpunkt C, bestätigt dieses Verhalten (Abbildung 5.28). Hier ist der Verlauf, anders als beim Start vom Punkt A, zunächst durch eine nahezu stetige Abnahme des Gradienten geprägt. Mit Erreichen des Nahbereichs des Optimums kann auch hier ein minimaler Gradient von $1 \cdot 10^{-5} 1/mm$ nicht unterschritten werden. Gleichzeitig nimmt die Zahl der Zielfunktionsaufrufe deutlich zu.

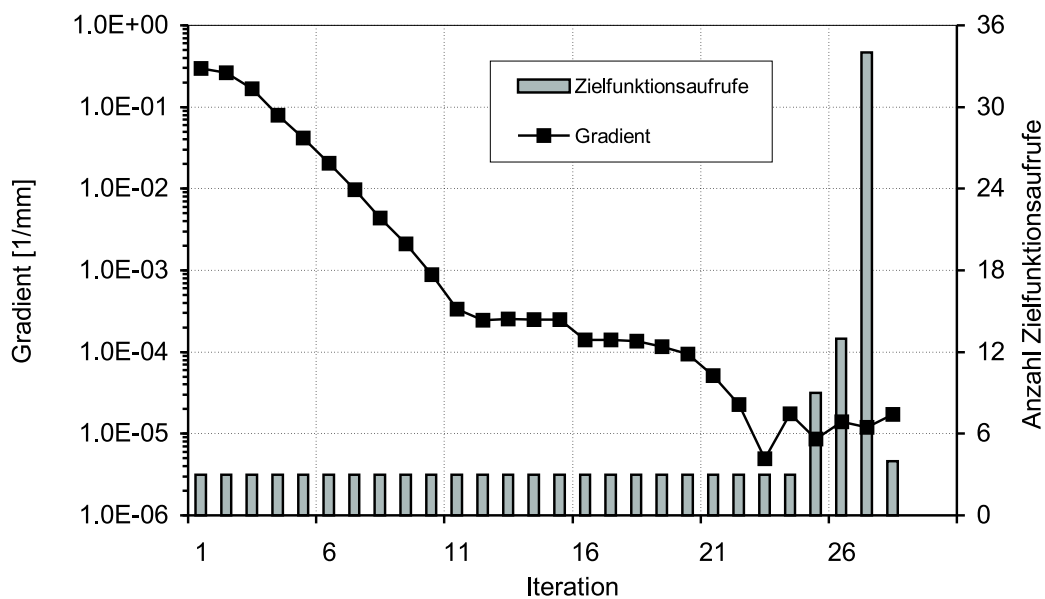


Abbildung 5.28: Entwicklung des Gradienten und Anzahl der benötigten Strömungsberechnungen des konturierten Diffusors bei Start im Punkt C

Die Testläufe für die beiden Startpunkte A und C zeigen, dass der Diskretisierungsfehler ε_g des Gradienten eine Beschränkung der Darstellbarkeit des minimalen Gradienten g_{min} mit sich bringt. Für den Fall der Diffusorströmung beträgt der minimal berechenbare Gradient $g_{min} = 1 \cdot 10^{-5} 1/mm$. Wird bei der Optimierung dieser Wert erreicht, so empfiehlt sich ein Abbruch der Optimierung, da eine weitere Genauigkeitssteigerung nicht mehr erreicht werden kann. Eine Garantie, dass damit das Minimum aufgefunden wurde, ist jedoch nicht zwangsläufig gegeben. Ein weiteres Problem ist die Tatsache, dass der minimal berechenbare Gradient g_{min} nicht im Voraus bekannt ist, wie dies bei den Kriterien τ_f und τ_p der Fall ist.

Der Iterationsfehler des Optimierungsalgorithmus wird durch die Genauigkeit der Differenzbildung zweier Zielfunktionswerte und damit durch den Rundungsfehler bestimmt. Der Diskretisierungsfehler des Gradienten be-

wirkt, dass der Gradient im Optimum nicht Null wird, sondern auf einem Mindestwert verharrt. Damit besteht mit dem Diskretisierungsfehler des Gradienten eine weitere Ursache für das Auftreten des Iterationsfehlers. Die Wahl der Abbruchkriterien beeinflusst ebenfalls den Iterationsfehler. Zu hohe Schranken führen zu einer nicht auskonvergierten Lösung, zu niedrige Schranken dagegen zu unnötigen Iterationen, die aus den oben genannten Gründen keine Genauigkeitssteigerung mehr erbringen. Die Wahl geeigneter Abbruchkriterien ist nicht trivial und nicht vergleichbar mit einem Vorgehen, wie es bei der Festlegung des Abbruchkriteriums für die Strömungsberechnung in Kapitel 5.4.3 möglich ist. Die Untersuchungen des Iterationsfehlers des Optimierungsalgorithmus zeigen aber auch, dass sich die Iterationseigenschaften von Zielfunktion und Optimierungsparametern entsprechen, so dass die Zahl der festzulegenden Schranken reduziert werden kann.

5.8 Zusammenfassung und Verknüpfung der Fehler

Die vorangegangene Fehleranalyse zeigt, dass die bei der Formulierung der automatischen Optimierung auftretenden Fehler verschiedene Ursachen haben und dass einige der Fehler miteinander verknüpft sind. In Abbildung 5.29 sind die Fehler, ihre jeweiligen Ursachen und die Verknüpfungen eingezeichnet. Die Anordnung der Fehlerquellen entspricht der Einteilung der Module in Abbildung 3.1 für den Formulierungsprozess: Auf der linken Seite sind die Fehler und Fehlerquellen der beiden Module Zielfunktion und Numerisches Strömungsmodell, auf der rechten Seite die der Bauwerkskontur und des Optimierungsalgorithmus eingetragen.

Dem Modellfehler der Zielfunktion (MF-Z) liegen im Wesentlichen zwei Ursachen zugrunde: Eine ungeeignete Funktionsauswahl liegt dann vor, wenn nicht alle für die Lösung der Aufgabenstellung relevanten Einflussfaktoren einbezogen wurden oder die Zielfunktion insensitiv gegenüber einer Veränderung der zu optimierenden Geometrie ist. Modellannahmen, z. B. empirisch bestimmte Größen in der Zielfunktion, stellen ebenfalls eine mögliche Fehlerquelle dar.

Das numerische Strömungsmodell liefert mit dem Strömungsfeld die Grundlage für die Berechnung der Zielfunktion. Das numerische Modell kann vielfältigen Fehlerquellen unterliegen. Eine große Gruppe stellen die Modellannahmen dar, die den Modellfehler (MF-S) bestimmen. Hierunter fallen die

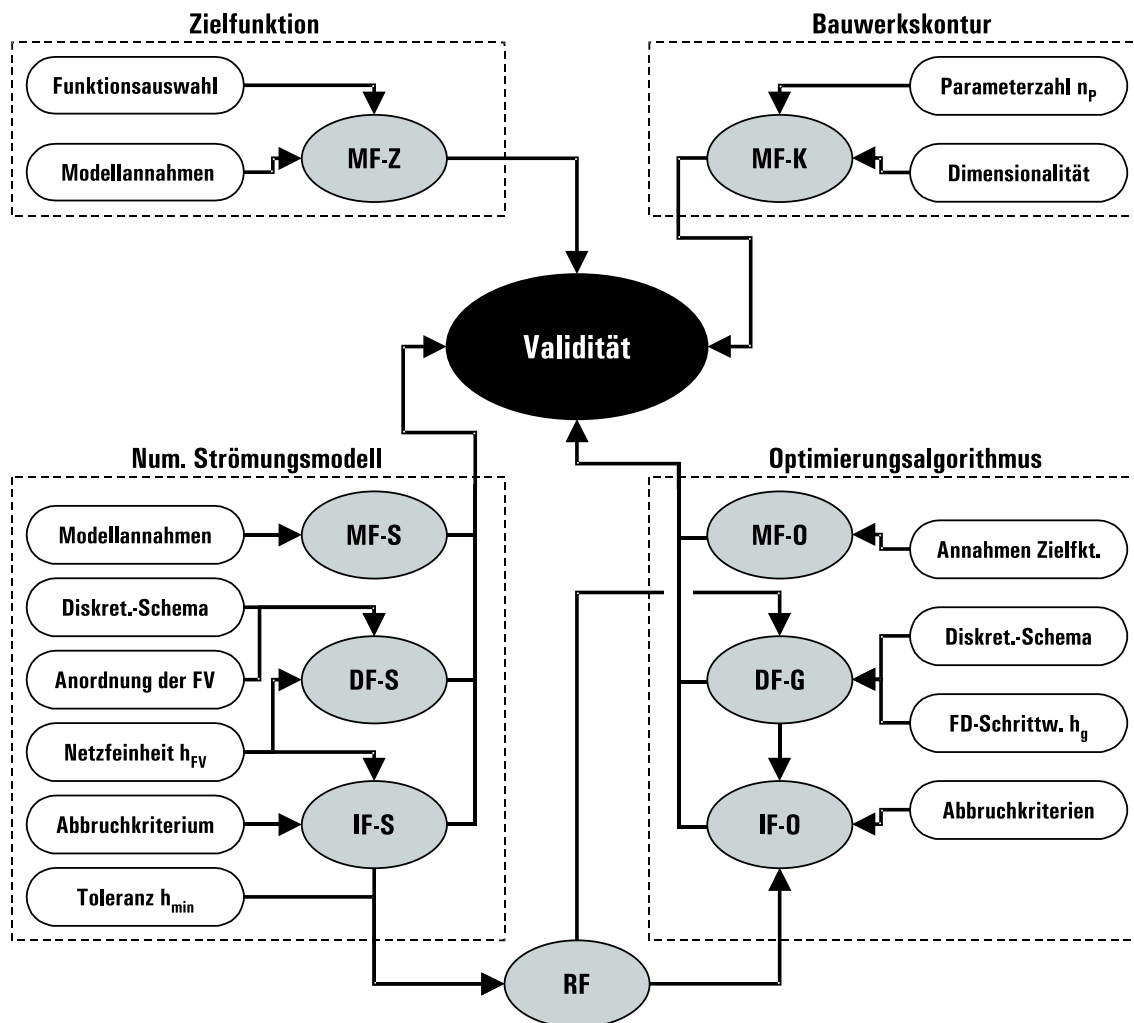


Abbildung 5.29: Verknüpfung der Fehler und ihrer Ursachen (Zur Erläuterung der Abkürzungen siehe Beschreibung im Text)

Wahl des Turbulenzmodells, des Wandgesetzes, zeitliche und räumliche Dimensionierung sowie die Festlegung von Randbedingungen. Eine weitere wichtige Fehlerquelle ist die Art der räumlichen (und zeitlichen) Diskretisierung. Die drei Ursachen für den Diskretisierungsfehler (DF-S) sind das Diskretisierungsschema, die Anordnung der FV und die Netzfeinheit h_{FV} . Diese drei Einflussfaktoren können nicht unabhängig voneinander betrachtet werden. So können mit einem Diskretisierungsschema niedriger Ordnung und hoher Netzfeinheit gegebenenfalls ebenso gute Ergebnisse erzielt werden wie mit der umgekehrten Konstellation. Hierbei spielen Aspekte wie Rechengeschwindigkeit und Stabilität der Lösung eine wichtige Rolle. Der Diskretisierungsfehler ist insbesondere bei Strömungen mit großen

Geschwindigkeitsgradienten, wie sie bei Strömungsablösung auftreten, zu beachten. Der Iterationsfehler des Strömungsmodells (IF-S) wird durch die Wahl des Abbruchkriteriums festgelegt. Ein zu früher Abbruch führt zu einem großen Fehler, ein zu später dagegen zu hohen Rechenzeiten. Der Betrag des Iterationsfehlers ist direkt von der Netzfeinheit abhängig.

Der Rundungsfehler (RF) spielt wegen der in der Regel vorliegenden hohen Rechnergenauigkeit innerhalb eines Modules nahezu keine Rolle. Er tritt erst bei der Verknüpfung der Module in Erscheinung: Aufgrund des Iterationsfehlers des Strömungsmodells und der Toleranz h_{min} bei der Netzerzeugung, die in Abbildung 5.29 dem numerischen Modell zugeordnet ist, kann die vom Strömungsfeld abhängige Zielfunktion nur mit beschränkter Genauigkeit in Abhängigkeit von der zu optimierenden Geometrie wiedergegeben werden. Wird die Differenz zwischen zwei Zielfunktionswerten mit geringfügig unterschiedlicher Bauwerkskontur gebildet, so entsteht wegen der beschränkten Darstellungsgenauigkeit der Zielfunktion der Rundungsfehler. Da der Ursprung des Rundungsfehlers beim numerischen Strömungsmodell zu suchen ist und seine Auswirkungen beim Optimierungsalgorithmus, der diese Differenzbildungen erfordert, zum Tragen kommen, ist der Rundungsfehler in Abbildung 5.29 zwischen den Modulen Numerisches Strömungsmodell und Optimierungsalgorithmus angeordnet. Der Fehler wird über die Zielfunktion lediglich transportiert, daher besteht auch keine unmittelbare Verknüpfung mit dem Modul für die Zielfunktion. Der Rundungsfehler beeinflusst innerhalb des Moduls für den Optimierungsalgorithmus sowohl den Diskretisierungsfehler des Gradienten (DF-G) als auch den Iterationsfehler des Optimierungsalgorithmus (IF-O).

Die Validität des Optimierungsalgorithmus wird, ähnlich wie beim Strömungsmodell, durch das Auftreten von Modell-, Diskretisierungs- und Iterationsfehlern begrenzt. Die der Auswahl des Algorithmus zugrunde liegenden Annahmen über das Verhalten der Zielfunktion in Abhängigkeit von den Optimierungsparametern beeinflussen dabei maßgeblich den Modellfehler (MF-O). Der Diskretisierungsfehler des Gradienten (DF-G) wird durch das verwendete Diskretisierungsschema, die FD-Schrittweite h_g und den Rundungsfehler bestimmt. Alle drei Einflüsse können nicht unabhängig voneinander betrachtet werden. Der Rundungsfehler und das Diskretisierungsschema geben den Rahmen für die Wahl von h_g vor. Die Schrittweite kann nach unten durch Senken der Toleranz h_{min} bei der Netzerzeugung und nach oben (h_{max}) durch die Wahl eines Schemas höherer Ordnung erweitert wer-

den. Allerdings muss im ersten Fall die Stabilität der Netzerzeugung beachtet und im zweiten Fall die Erhöhung der Anzahl erforderlicher Strömungsberechnungen in Kauf genommen werden. Der Diskretisierungsfehler des Gradienten bewirkt, dass der Gradient im Optimum nicht Null wird, sondern auf einem Mindestwert verharrt. Damit besteht ein unmittelbarer Einfluss des Diskretisierungsfehlers auf den Iterationsfehler des Optimierungsalgorithmus (IF-O). Der Iterationsfehler wird zusätzlich durch die Genauigkeit der Differenzbildung zweier Zielfunktionswerte und damit durch den Rundungsfehler bestimmt. Die Wahl der Abbruchkriterien beeinflusst ebenfalls den Iterationsfehler. Die Wahl zu hoher Schranken führt zu einer nicht auskonvergierten Lösung, die Wahl zu niedriger Schranken zu unnötigen Iterationen, die aus den oben genannten Gründen keine Genauigkeitssteigerung mehr erbringen.

Bei der Parametrisierung der Bauwerkskontur kann ein Modellfehler (MF-K) auftreten, der im Wesentlichen auf eine beschränkte Variabilität der zu optimierenden Kontur zurückzuführen ist. Ursachen dafür können die ungenügende Zahl von Bézierpunkten und die Beschränkung der räumlichen Dimension bei der Konturparametrisierung sein. Die Frage nach der geeigneten Parametrisierung ist mit wirtschaftlichen und konstruktiven Aspekten verknüpft.

Die Analyse der Fehlerursachen bei der automatischen Optimierung zeigt, dass sich die in Kapitel 3.7 beschriebenen Parallelen zwischen der Modellierung des Strömungsfeldes und der Ableitung des Optimierungsalgorithmus in der Art der möglichen Fehler fortsetzt. So können bei beiden Modulen Modellfehler, Diskretisierungsfehler und Iterationsfehler auftreten. Die Fehler sind hierbei auf jeweils ähnliche Ursachen zurückzuführen. Die Beeinflussung von Diskretisierungs- und Iterationsfehler des Optimierungsalgorithmus durch den Rundungsfehler führen allerdings zu einer Abhängigkeit des Algorithmus von der Genauigkeit des numerischen Strömungsmodells. Die Validität des Optimierungsalgorithmus kann daher nicht vom Strömungsmodell losgelöst betrachtet werden.

Alle in Abbildung 5.29 dokumentierten Fehler können einen erheblichen Einfluss auf den Erfolg der automatischen Optimierung ausüben. Deshalb kommt ihrer Kontrolle eine wichtige Bedeutung zu. Die bei allen vier Modulen auftretenden Modellfehler sind schwer kontrollierbar, da sie durch (Modell-) Annahmen verursacht werden, die unter Umständen auf beschränktem Wissen basieren. Das Problem ist aus der Turbulenzmodel-

lierung hinlänglich bekannt. Diskretisierungs- und Iterationsfehler sind dagegen leichter nachvollziehbar, da sie aus numerischen Gründen auftreten. Bei der automatischen Optimierung wird die Kontrollierbarkeit dieser Fehlertypen jedoch durch ihre Verknüpfung über die Modulgrenzen hinweg erschwert. Die erforderliche Fehlerkontrolle und Validierung der automatischen Optimierung geht damit weit über das bislang aus der numerischen Strömungsmodellierung bekannte Maß hinaus. Im Folgenden werden deshalb, aufbauend auf der vorliegenden Fehleranalyse, Wege für eine effiziente Kontrolle und Validierung der automatischen Optimierung vorgeschlagen.

Kapitel 6

Empfehlungen für die Ingenieurpraxis

6.1 Vorbemerkung

Die Fehleranalyse in Kapitel 5 hat gezeigt, wie die verschiedenen Fehler die Aussagekraft der automatischen Optimierung in Frage stellen können und wie komplex ihr Zusammenwirken sein kann. Daraus folgt die Notwendigkeit, die Fehler beim Einsatz der automatischen Optimierung in der Ingenieurpraxis zu kontrollieren. Dies betrifft sowohl die innerhalb der vier Module auftretenden Fehler und ihre Ursachen als auch den Rundungsfehler, der eine Verknüpfung von Fehlern zwischen den Modulen Strömungsmodell und Optimierungsalgorithmus mit sich bringt.

Zunächst wird die Vorgehensweise für die Fehlerkontrolle der automatischen Optimierung entwickelt und es erfolgt eine detaillierte Beschreibung der erforderlichen Kontrollschritte. Die vorgeschlagenen Maßnahmen gelten zunächst nur für die in Kapitel 3 vorgestellten mathematischen Ansätze der vier Module. Daher wird im Anschluss eine Verallgemeinerung der Fehlerkontrolle vorgenommen. Werden die vorgeschlagenen Kontrollschritte beachtet, so wird eine hohe Validität der automatischen Optimierung erreicht. Dies wird abschließend anhand des Diffusorbeispiels nachgewiesen.

6.2 Vorgehensweise bei der Validierung

Für den Nachweis und die Kontrolle von Fehlern bei der numerischen Modellierung geben CASEY & WINTERGERSTE (2000) in Übereinstimmung mit AIAA (1998) die drei Prozesse

- Verifikation,
- Validierung und
- Kalibrierung

an. Bei der Verifikation wird geprüft, inwieweit ein Code die zugrunde liegenden Gleichungen richtig löst. Bei der Validierung wird die Übereinstimmung der Modellergebnisse mit der Realität untersucht. Unter Kalibrierung wird der Prozess der Ermittlung unbekannter Koeffizienten, wie beispielsweise der Fließwiderstand eines bewachsenen Vorlandes, verstanden (FORKEL, 2000).

Die Verifikation zielt hauptsächlich auf die Kontrolle von Programmierfehlern ab. Wie in Kapitel 5.2 ausgeführt, wird diese Fehlerkategorie im Rahmen dieser Arbeit nicht näher betrachtet. Die auf komplexen Codes basierenden Module der automatischen Strömungsoptimierung sind kommerzielle Programme, deren Verifikation beim Programmentwickler erfolgt.

Die Kalibrierung, insbesondere im Sinne der Ermittlung unbekannter, problemspezifischer Koeffizienten, ist für die Steigerung der Aussagekraft von Strömungsmodellen für natürliche Strömungen von großer Bedeutung (FORKEL, 2000). Wenn überhaupt, dann ist dieser Prozess nur für das Modul des Strömungsfeldes relevant. Er wird daher im Rahmen dieser Arbeit nicht weiter berücksichtigt.

Liegt für jedes der vier Module der automatischen Optimierung der Nachweis der Validität vor, so kann auch für das gesamte Werkzeug der automatischen Optimierung eine hohe Aussagekraft erwartet werden können. Dazu müssen jedoch zwei Voraussetzungen erfüllt sein: Zum einen muss die Verknüpfung der Fehler zwischen den einzelnen Modulen bei der Validierung ausreichend berücksichtigt sein, zum anderen muss gewährleistet sein, dass die Validität der einzelnen Module universell ist. Insbesondere der letztgenannte Aspekt lässt sich in der Realität nur schwer erreichen. So kann die

Veränderung der Bauwerkskontur eine Veränderung der Strömungseigenschaften mit sich bringen, für die das Strömungsmodell nicht überprüft worden ist. Als Beispiel sei der Übergang von anliegender zu ablösender Diffusorströmung genannt, der, wie in Kapitel 5.4.2 gezeigt wird, einen großen Einfluss auf den Diskretisierungsfehler des Strömungsmodells ausübt.

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wird unter der Validierung nicht nur die Überprüfung von Fehlern und Unsicherheiten, sondern auch der Prozess zur Vermeidung bzw. Verringerung von Fehlern verstanden, da beides oft nicht voneinander zu trennen ist. Dazu wird ein fünfstufiger Validierungsprozess für die automatische Strömungsoptimierung vorgeschlagen, der

1. die Validierung des Strömungsmodells,
2. die Validierung der Formulierung der Zielfunktion,
3. die Validierung des Optimierungsalgorithmus,
4. die Validierung der Konturparametrisierung und
5. die Überprüfung des Optimierungsergebnisses

enthält. Zunächst wird die Aussagekraft der einzelnen Module überprüft. Die Reihenfolge der Überprüfung ergibt sich dabei aus der Notwendigkeit, zunächst dasjenige Modul zu validieren, das zur Prüfung des nächsten Moduls verwendet wird. Der Prozess der Validierung erstreckt sich dabei über den Aufbau und die Durchführung der automatischen Optimierung. Bei der Überprüfung des Optimierungsergebnisses wird kontrolliert, ob die vor der Optimierung durchgeführten Validierungsschritte, insbesondere für das Strömungsmodell, auch noch für das Optimierungsergebnis Gültigkeit besitzen.

Eine Validierung erfolgt in der Regel anhand zweier Vorgehensweisen: Existieren Daten aus analytischen Lösungen, aus Messungen oder aus anderen numerischen Berechnungen, so kann ein Modell anhand eines Vergleichs mit diesen Daten erfolgen. Als Beispiel sei hier die Validierung eines Turbulenzmodells anhand hochauflösender Messdaten genannt. Sind solche Daten nicht verfügbar, so kann mit Hilfe von Sensitivitätsstudien gearbeitet werden. Ist beispielsweise der Strömungszustand im Einlauf eines Modells nicht bekannt, so kann durch Variation der Strömungsgrößen abgeschätzt werden, wie groß der Fehler im ungünstigsten Fall ist. Ein weiteres Einsatzgebiet

von Sensitivitätsstudien ist die Ermittlung von modellabhängigen Parametern. Ein FV-Netz beispielsweise kann solange verfeinert werden, bis das Berechnungsergebnis keine Abhängigkeit von der Netzfeinheit mehr zeigt (netzunabhängige Lösung).

Im Folgenden werden die fünf Validierungsschritte im Detail vorgestellt. Die erläuterten Schritte sind streng genommen nur für die im Rahmen dieser Arbeit verwendeten Ansätze und Methoden der vier Module anwendbar. In Kapitel 6.4 wird daher untersucht, inwieweit das hier vorgestellte Gerüst der fünf Validierungsschritte verallgemeinerbar und somit auch bei Modulaustausch verwendbar ist.

Die oben erläuterte Überprüfung des Optimierungsergebnisses darf nicht mit einer Validierung des gefundenen Optimums verwechselt werden. Das würde die Kenntnis des realen Optimums voraussetzen. Es ist jedoch in der Regel unbekannt, weshalb ja gerade die automatische Optimierung eingesetzt werden muss. Im Falle der in Kapitel 4.2 vorgestellten Diffusorströmung existiert eine Vielzahl von Literaturangaben zu Optimalformen von Diffusoren. Daher bietet sich hier die einmalige Möglichkeit, die automatische Optimierung anhand des Optimierungsergebnisses zu validieren. Dazu wird auf die Untersuchungen in Kapitel 6.5 verwiesen.

6.3 Validierungsprozess

6.3.1 Validierung des Strömungsmodells

FERZIGER & PERIC (1999) und insbesondere CASEY & WINTERGERSTE (2000) geben einen sehr umfangreichen Überblick über die notwendigen Schritte zur Validierung numerischer Strömungsmodelle. Daher soll hier nur auf die wesentlichen Aspekte eingegangen werden. FERZIGER & PERIC (1999) betonen, dass sich Modellfehler, Diskretisierungsfehler und Iterationsfehler des Strömungsmodells gegenseitig aufheben können. Sie empfehlen daher für die Modellvalidierung die Berücksichtigung der Fehlerkategorien in der Reihenfolge

1. Iterationsfehler,
2. Diskretisierungsfehler und
3. Modellfehler.

Gemäß Gleichung (5.4) verhält sich der *Iterationsfehler* des Strömungsmodells proportional zum vorzugebenden Abbruchkriterium τ_R des Strömungsmodells. Zur Bestimmung des Iterationsfehlers muss daher lediglich der Proportionalitätsfaktor c_I bestimmt werden:

$$\varepsilon_I = c_I \tau_R \quad (6.1)$$

Gemäß Kapitel 5.4.3 genügt dazu eine Strömungssimulation, bei der die Residuen bis auf die Maschinengenauigkeit reduziert werden. Der Vergleich der Berechnungsergebnisse bei vorzeitigem Abbruch der Berechnung mit dieser nahezu exakten Lösung liefert den Proportionalitätsfaktor c_I . Der Iterationsfehler kann dann über die Gleichung (6.1) direkt auf die erforderliche Genauigkeit eingestellt werden. FERZIGER & PERIC (1999) empfehlen den Iterationsfehler unterhalb von 0.01 bis 0.1 % einzustellen. Der Proportionalitätsfaktor ist jedoch abhängig von der Netzfeinheit. Deshalb muss die Prozedur zur Bestimmung des Faktors c_I bei Änderung der Netzfeinheit wiederholt werden. Die Bestimmung des Proportionalitätsfaktors ist auch wichtig zur Kontrolle des Rundungsfehlers, wie in Kapitel 6.3.3 gezeigt wird.

Der *Diskretisierungsfehler* des Strömungsmodells hat mit dem verwendeten Diskretisierungsschema, der Anordnung der FV und der Netzfeinheit gleich mehrere, miteinander verknüpfte Ursachen (Kap. 5.4.2). CASEY & WINTERGERSTE (2000) sowie FERZIGER & PERIC (1999) empfehlen, wann immer möglich, Diskretisierungsschemata zweiter Ordnung zu verwenden. Aufgrund von Stabilitätsproblemen ist jedoch häufig die Dämpfung durch Mischung mit weniger genauen Diskretisierungsansätzen erforderlich. Die Stabilität der numerischen Lösung wird dabei auch stark von der Anordnung der FV beeinflusst. Netzverfeinerungen an Stellen mit starken Strömungsgradienten sind erforderlich, um stabile und genaue Lösungen zu erreichen. Die Netzgestaltung ist nach FERZIGER & PERIC (1999) der zeitaufwändigste Arbeitsschritt bei der Erstellung eines numerischen Strömungsmodells, der viel Erfahrung des Modellierers erfordert.

Der Diskretisierungsfehler kann mit Hilfe einer Sensitivitätsstudie abgeschätzt werden. Dazu sollten mindestens zwei, besser drei Strömungsrechnungen auf Netzen mit sukzessive gesteigerter Netzfeinheit durchgeführt werden. Die Steigerung der Zahl der Finiten Volumen sollte nach FERZIGER & PERIC (1999) mindestens 50 % in jede Raumrichtung betragen und die Netzstruktur sollte dabei möglichst beibehalten werden. Ziel sollte die Erreichung einer netzunabhängigen Lösung sein. Kann das aufgrund zu ho-

her Rechenzeiten nicht bewerkstelligt werden, so geben die Autoren Interpolationsverfahren an, mit deren Hilfe sich die Größe des Diskretisierungsfehlers abschätzen lässt. CASEY & WINTERGERSTE (2000) geben eine Vielzahl weiterer Empfehlungen zur Kontrolle des Diskretisierungsfehlers, auf die hier nicht weiter eingegangen werden soll.

Hinsichtlich der automatischen Optimierung ist die Veränderung des Diskretisierungsfehlers bei Änderung der umströmten Geometrie und damit auch bei Änderung des FV-Netzes von Bedeutung. Insbesondere der Wechsel von Strömungseigenschaften, z. B. von anliegender zu ablösender Strömung, ist zu beachten. Daher empfiehlt es sich, auch das Optimierungsergebnis auf den Diskretisierungsfehler hin zu untersuchen (Kap. 6.3.5).

Der *Modellfehler* des numerischen Strömungsmodells beinhaltet in der Regel die größten und am schwierigsten zu kontrollierenden Unsicherheiten bei der numerischen Strömungsmodellierung. Die Ursachen für den Modellfehler sind mit den Unsicherheiten bei der Wahl der räumlichen und zeitlichen Dimension des Modells, der Wahl der Randbedingungen und des Turbulenzmodells sehr vielfältig (Kap. 5.4.1). Die Problematik ist sehr umfangreich und z.B. im Falle der Turbulenzmodellierung immer noch Gegenstand der aktuellen Forschung.

Wesentlicher Bestandteil der Kontrolle des Modellfehlers ist die Validierung des Strömungsmodells anhand von Vergleichsdaten. Diese können aus Feldmessungen, aus physikalischen Modellversuchen oder aus Berechnungen mit höheren Turbulenzmodellen, wie z.B. der LES-Methode, stammen. Oft existieren jedoch keine Vergleichsdaten für den geplanten Einsatzzweck. In diesem Falle wird häufig auf zwar gut untersuchte, aber in der Regel vereinfachte Testbeispiele zurückgegriffen. CASEY & WINTERGERSTE (2000) betonen, dass der gewählte Testfall alle für den Anwendungsfall erwarteten Strömungsphänomene enthalten sollte. Im Falle nicht vorhandener Daten, wie z.B. fehlende Strömungsgrößen für den Ansatz von Randbedingungen, sollten Sensitivitätsstudien durchgeführt werden, um die Größe des daraus resultierenden Modellfehlers einschätzen zu können. Insgesamt sind die Ursachen des Modellfehlers und die Möglichkeiten zu seiner Kontrolle so umfangreich, dass eine ausführliche Beschreibung das eigentliche Anliegen der vorliegenden Arbeit verfehlen würde. Daher wird an dieser Stelle auf die Empfehlungen von CASEY & WINTERGERSTE (2000) zu diesem Themenkomplex verwiesen.

Wie der Diskretisierungsfehler kann sich der Modellfehler des Strömungsmodells bei der Modifikation der umströmten Geometrie verändern. Daher sollte auch der Modellfehler bei der Kontrolle des Optimierungsergebnisses betrachtet werden (Kap. 6.3.5).

6.3.2 Validierung der Zielfunktion

Die Formulierung der Zielfunktion geschieht auf der Basis des modellierten Strömungsfeldes. Sind in diesem Schritt zusätzliche Modellannahmen, wie beispielsweise empirisch ermittelte Koeffizienten, erforderlich, so können sie eine Ursache für den *Modellfehler* der Zielfunktion sein (Kap. 5.3.1). Wie beim Modellfehler des Strömungsmodells sind zur Quantifizierung des Fehlers Vergleiche mit physikalischen Modellversuchen oder mit Feldmessungen erforderlich.

Eine weitere, nicht unerhebliche Quelle für den Modellfehler der Zielfunktion ist die Funktionsauswahl. Es muss sichergestellt sein, dass die gewählte Funktion das Ziel der Aufgabenstellung richtig repräsentiert. Zum Nachweis eignen sich Sensitivitätsstudien. Hierbei sollte die zu optimierende Geometrie schrittweise verändert werden und die zugehörige Zielfunktion über die Strömungsberechnung ermittelt werden. Anhand des Ergebnisses kann beurteilt werden, ob die Zielfunktion überhaupt sensitiv auf die Geometrieveränderung reagiert. Auch können mehrere denkbare Zielfunktionen untersucht und die sensitivste ausgewählt werden. Im Falle ähnlich starker Sensitivitäten sollten die Funktionen zu einer gemeinsamen Zielfunktion zusammengefasst werden. Letzteres ist bei Funktionsansätzen, die die gleiche physikalische Eigenschaft der Strömung beschreiben, gut möglich. So können der Strömungsverlust nach Gleichung (3.9) und der Rechenverlust nach Gleichung (3.11) problemlos addiert werden. Schwieriger ist dies bei der Kombination unterschiedlicher Größen, wie die des Strömungsverlustes mit dem Geschwindigkeitshöhenausgleichswert (Gl. (3.5)). Hier muss gegebenenfalls mit Wichtungsfaktoren gearbeitet werden. Die Abstimmung der Wichtungsfaktoren untereinander beinhaltet jedoch die Gefahr weiterer Unsicherheiten.

Die Auswahl und die damit verknüpfte Validierung der Zielfunktion ist im Falle komplexer Problemstellungen keine triviale Aufgabe. Zu ihrer Bewältigung ist die fachliche Ausbildung und Erfahrung des planenden Ingenieurs unverzichtbar, da ein standardisiertes Vorgehen, wie es in gewissen Maßen

bei der Validierung des Strömungsmodells möglich ist, nicht vorgegeben werden kann.

6.3.3 Validierung des Optimierungsalgorithmus

Die Validierung des Optimierungsalgorithmus umfasst die Kontrolle des Modellfehlers und des Iterationsfehlers des Algorithmus (Kap. 5.7.1 und Kap. 5.7.3) sowie des Diskretisierungsfehlers des Gradienten (Kap. 5.7.2). Die Überprüfung der beiden erstgenannten Fehlertypen setzt die korrekte Berechnung des Gradienten voraus. Daher sollte zunächst der Diskretisierungsfehler überprüft werden. Wegen seiner starken Verknüpfung mit dem Rundungsfehler (Kap. 5.5) sollte dieser bei der Überprüfung mitberücksichtigt werden. Damit ergibt sich mit der Überprüfung des

1. Diskretisierungsfehlers und des Rundungsfehlers,
2. des Iterationsfehlers und
3. des Modellfehlers

eine Reihenfolge, die geringfügig von der Validierungsreihenfolge des Strömungsmodells (Kap. 6.3.1) abweicht.

Die Kontrolle des *Diskretisierungsfehlers* kann anhand einer Sensitivitätsstudie erfolgen. Wie in Kapitel 5.7.2 gezeigt lässt sich durch eine Variation der FD-Schrittweite h_g ein Intervall $[h_{min}, h_{max}]$ identifizieren, innerhalb dessen die FD-Approximation

$$g = \frac{f_{h_g} - f}{h_g} \quad (6.2)$$

für den Gradienten g nahezu konstant ist. Darüber und darunter verursachen der Abbruchfehler des Diskretisierungsschemas und der Rundungsfehler fehlerhafte Gradienten, die von den konstanten Werten im Intervall deutlich abweichen. Der Iterationsfehler des Strömungsmodells muss bei der Sensitivitätsstudie sehr niedrig eingestellt werden, damit er den Rundungsfehler nicht beeinflusst. Dies geschieht am besten über die Wahl eines Abbruchkriteriums τ_R für die Residuen nahe der Maschinengenauigkeit. Bei genügend klein gehaltenem Iterationsfehler entspricht die untere Grenze h_{min} des Intervalls der bei der Netzerzeugung eingestellten Toleranz, die

beispielsweise für die Identifizierung von doppelten Netzknoten zur Netzverfeinerung o.ä. erforderlich ist (Kap. 5.5).

Die Differenz der Zielfunktionswerte $f - f_{(h_{min})}$, die sich bei der Berechnung des Gradienten mit $h_g = h_{min}$ ergibt, entspricht gemäß Gleichung (5.14) der maximalen Darstellungsgenauigkeit der Zielfunktion. Der maximale Rundungsfehler ε_R^{max} wiederum ist nach Gleichung (5.9) doppelt so groß wie die maximale Darstellungsgenauigkeit. Damit gilt für den Rundungsfehler:

$$\varepsilon_R^{max} = 2 \frac{|f_{h_{min}} - f|}{|f|} \quad (6.3)$$

Eine gesonderte Bestimmung des Rundungsfehlers bzw. der Toleranz h_{min} , wie sie in Kapitel 5.5 vorgenommen wird, ist damit nicht erforderlich, sondern der Rundungsfehler ergibt sich unmittelbar aus der Sensitivitätsstudie für den Gradienten.

In der praktischen Anwendung der automatischen Optimierung ist darauf zu achten, dass alle Daten zwischen den Modulen mit einer möglichst hohen Genauigkeit ausgetauscht werden. Daher sollten alle Berechnungen mit mindestens einfacher Genauigkeit, besser sogar mit doppelter Genauigkeit angefertigt und die Ergebnisse in einem entsprechendem Format in den für den Datentransfer erforderlichen Dateien abgelegt werden. Die Überprüfung des Rundungsfehlers ε_R^{max} und der minimal möglichen Geometrieänderung h_{min} kann auch dazu dienen, Schwachstellen bei der Genauigkeit der Berechnung innerhalb eines Moduls oder beim Datentransfer aufzudecken.

Für die Durchführung der Optimierung sollte h_g aus der Mitte des Intervalls $[h_{min}, h_{max}]$ gewählt werden (geometrischer Mittelwert). Die Sensitivitätsstudie wird in der Regel am Startpunkt der Optimierung durchgeführt. Es muss damit gerechnet werden, dass sich der Diskretisierungsfehler im Laufe der Optimierung verändert. Insbesondere in Gebieten mit flachem Gradienten ist eine große Genauigkeit bei der FD-Gradientenapproximation erforderlich. Daher ist darauf zu achten, dass sich das Intervall $[h_{min}, h_{max}]$ über mehrere Größenordnungen erstreckt. Ausgehend von den Ergebnissen des Diffusorbeispiels in Kapitel 5.7.2 sollte das Intervall ca. 3 Größenordnungen abdecken. Bei vorzeitigem Abbruch der Optimierung ist im Abbruchpunkt das Intervall $[h_{min}, h_{max}]$ erneut daraufhin zu untersuchen, ob es diesen Anforderungen genügt.

Das Intervall $[h_{min}, h_{max}]$ kann durch Verringerung der Toleranz bei der Netzerzeugung nach unten hin vergrößert werden. Hierbei ist zu beachten,

dass die Toleranz nicht zu strikt gewählt wird, um Stabilitätsprobleme bei der zur Optimierung erforderlichen automatischen Netzerzeugung zu vermeiden. Nach oben hin kann das Intervall durch die Wahl eines zentralen Differenzenansatzes vergrößert werden (GILL ET AL., 1981). Dies verdoppelt jedoch die Zahl der für die Gradientenapproximation erforderlichen Zielfunktionsaufrufe und damit die Zahl der Strömungsberechnungen.

Bei der Durchführung der Optimierung ist es nicht, wie bei der Sensitivitätsstudie, erforderlich, den Iterationsfehler des Strömungsmodells bis auf die Maschinengenauigkeit zu reduzieren. Es genügt, den Iterationsfehler in derselben Größenordnung wie den durch die Toleranz h_{min} bedingten Darstellungsfehler zu halten. Nach Gleichung (5.15) für den Darstellungsfehler und Gleichung (6.1) für den Iterationsfehler kann somit das Abbruchkriterium τ_R für die Residuen gemäß

$$c_I \tau_R = \frac{|f_{h_{min}} - f|}{|f|} \quad (6.4)$$

eingestellt werden. Die Ermittlung des Proportionalitätsfaktors c_I für den Iterationsfehler in Abhängigkeit vom Abbruchkriterium der Residuen der Strömungsgleichung wird in Kapitel 6.3.1 vorgestellt.

GILL ET AL. (1981) empfehlen, Untersuchungen zur FD-Schrittweite h_g bei der Berechnung des Gradienten für alle auftretenden Optimierungsparameter durchzuführen. Dies kann bei vielen Optimierungsparametern ein sehr aufwändiger Prozess werden. Die Untersuchungen am Diffusor in Kapitel 5.7.2 haben demgegenüber gezeigt, dass die mit der Länge des geraden Diffusors durchgeführte Sensitivitätsstudie zur Ermittlung einer geeigneten FD-Schrittweite h_g auch für den konturierten Diffusor mit seinen zwei in radialer Richtung verschieblichen Bézierpunkten Gültigkeit besitzt. Daher wird hier vorgeschlagen, Sensitivitätsstudien zumindest für die Raumrichtungen durchzuführen, in denen die Bauwerkskontur variiert werden kann. So sind maximal drei Studien erforderlich. Erst im Falle vorzeitigen Abbruchs der Optimierung aufgrund ungenügender Genauigkeit bei der Gradientenberechnung sollte der Vorschlag von GILL ET AL. (1981) in Betracht gezogen werden. GILL ET AL. (1981) stellen außerdem ein Verfahren zur automatischen Abschätzung geeigneter FD-Schrittweiten vor. Solche Verfahren benötigen jedoch zusätzliche Zielfunktionsaufrufe. Sie sollten eingesetzt werden, wenn die Struktur der Zielfunktion eine eindeutige Festlegung der FD-Schrittweite über den gesamten Verlauf einer Optimierung nicht zulässt.

Der *Iterationsfehler* des Optimierungsalgorithmus entsteht durch den Abbruch der Optimierung, bevor das Minimum gefunden werden konnte. Er wird damit hauptsächlich durch die vorzugebenden Abbruchkriterien bestimmt. Auf der einen Seite müssen die Kriterien so niedrig gewählt werden, dass ein vorzeitiger Abbruch verhindert wird, auf der anderen Seite sollten sie so gesetzt sein, dass unnötige Iterationen im Nahbereich des Minimums vermieden werden. Wie die Untersuchungen in Kapitel 5.7.3 gezeigt haben, wird der Iterationsfehler zusätzlich durch den Rundungsfehler und den Diskretisierungsfehler des Gradienten beeinflusst.

Das erste Kriterium für eine Prüfung ist die Betrachtung der Konvergenz der Zielfunktion:

$$\frac{|f^k - f^{k+1}|}{|f^{k+1}|} < \tau_f \quad (6.5)$$

Für das Konvergenzkriterium τ_f sollte der Rundungsfehler ε_R^{max} angesetzt werden, da für eine Differenzbildung kleiner als der Rundungsfehler keine genauen Ergebnisse mehr garantiert sind. Die Größenordnung des Rundungsfehlers kann im Zuge der Kontrolle des Diskretisierungsfehlers des Gradienten bestimmt werden (s.o.). Ein weiterer Gegenstand zur Konvergenzprüfung ist die Konvergenz der Optimierungsparameter:

$$\|p_i^k - p_i^{k+1}\| < \tau_p \quad (6.6)$$

Als Schranke τ_p bietet sich hier die ebenfalls im Zuge der Untersuchung des Diskretisierungsfehlers ermittelte minimal mögliche Geometrieänderung h_{min} an. Diese kann durch die Wahl der Toleranzen bei der Netzerzeugung beeinflusst werden (s.o.). Die dritte Möglichkeit zur Konvergenzprüfung ist die Untersuchung des Verlaufes des Gradienten während der Optimierung:

$$\|g_i^{k+1}\| < \tau_g \quad (6.7)$$

Wird bei der Optimierung mit Begrenzungen $b_{ui} \leq p_i \leq b_{oi}$ für die Optimierungsparameter gearbeitet, so kann das Optimum auf diesen Grenzen liegen. In diesem Falle empfiehlt sich die Betrachtung des auf die aktiven Grenzen b_i projizierten Gradienten g' (GILL ET AL., 1981). Die Schwierigkeit bei der Betrachtung des Gradienten ist die Wahl eines geeigneten Kriteriums τ_g , das einen genügend kleinen Wert repräsentiert. Die Untersuchungen am Diffusor in Kapitel 5.7.3 zeigen, dass durch den Diskretisierungsfehler des

Gradienten ein minimal berechenbarer Gradient g_{min} existiert. Wird dieser Wert erreicht, so kann im weiteren Verlauf der Optimierung keine weitere Verringerung des Gradienten mehr erwartet werden und der Algorithmus befindet sich im (genügend genauen) Nahbereich des Minimums. Wie das Beispiel der Diffusoroptimierung zeigt, geht das Erreichen des minimalen Gradienten mit einer schlagartigen und dauerhaften Erhöhung der Zielfunktionsaufrufe für den Line-Search-Algorithmus einher. Der Wert für den minimal berechenbaren Gradienten g_{min} kann somit anhand eines unbeschränkten Optimierungslaufes, der erst bei Erreichen einer unwirtschaftlich hohen Zahl von Zielfunktionsaufrufen beendet wird, bestimmt werden. Sollte der Wert von g_{min} recht hoch ausfallen, so ist gegebenenfalls die Genauigkeit der FD-Gradientenberechnung zu erhöhen.

GILL ET AL. (1981) schlagen die gleichzeitige Einhaltung der drei Abbruchkriterien vor. Demgegenüber halten COLEMAN ET AL. (1999) diesen Ansatz für zu strikt, da er zu unnötigen Iterationen führe. Die Untersuchungen am Diffusor zeigen, dass sich die Konvergenzverläufe der Zielfunktion und der Optimierungsparameter sehr ähneln, so dass hier die Betrachtung der Zielfunktion ausreicht. Die Ermittlung des minimalen Gradienten g_{min} hingegen verspricht zusätzliche Informationen über das Konvergenzverhalten und den Erfolg der Optimierung. Die Entscheidung, welche Kriterien einzuhalten und ob sie gleichzeitig einzuhalten sind, ist letztlich problemspezifisch. In jedem Fall wird empfohlen das Konvergenzverhalten aller drei Kriterien zu beobachten, auch wenn nicht für jedes eine Schranke festgelegt wird.

Der *Modellfehler* des Optimierungsalgorithmus tritt auf, wenn der gewählte Algorithmus nicht zum gegebenen Optimierungsproblem passt. Da das Verhalten der Zielfunktion in Abhängigkeit von den Optimierungsparametern oft nicht im Voraus bekannt ist, müssen Annahmen gemacht werden, auf deren Grundlage dann der Algorithmus gewählt wird. Bei der Formulierung dieser Annahmen wird empfohlen das vorliegende Problem mit ähnlichen Aufgabenstellungen aus der Literatur zu vergleichen und die hier gesammelten Erfahrungen mit den eingesetzten Algorithmen bei der Algorithmenwahl zu berücksichtigen. Durch die steigenden Rechnerkapazitäten ist es ggf. auch möglich, vorab einige Geometrievarianten zu berechnen und daran das Verhalten der Zielfunktion zu studieren.

Für die gegebene Aufgabenstellung kann der gewählte Algorithmus durch mehrmaliges Wiederholen der Optimierung von verschiedenen Startpunkten aus validiert werden. Dabei sollten die Startpunkte möglichst weit vonein-

ander entfernt liegen, um möglichst den gesamten Lösungsraum abzudecken (GILL ET AL., 1981). Ergibt diese Überprüfung kein zufriedenstellendes Ergebnis, so wird empfohlen einen anderen Algorithmus zum Vergleich einzusetzen. Dabei sollte nach Möglichkeit ein anderer Algorithmustyp verwendet werden. Besitzt beispielsweise das zu untersuchende Optimierungsproblem Diskontinuitäten in der Zielfunktion, so wird ein Vergleich zweier gradientenbasierter Algorithmen keine neuen Erkenntnisse bringen. Hier wäre z.B. der Vergleich mit einem stochastischen Ansatz zielführender.

Eine Änderung der Zielfunktion oder der Bauwerksparametrisierung im Zuge der Bearbeitung der Optimierungsaufgabe kann zu einer Veränderung des Verhaltens der Zielfunktion führen. Daher sollte der Modellfehler des Optimierungsalgorithmus nach jeder wesentlichen Veränderung erneut überprüft werden. Bei der Untersuchung des Modellfehlers des Optimierungsalgorithmus ist schließlich zu beachten, dass die Ursache für das Versagen des Algorithmus auch beim Diskretisierungsfehler des Gradienten oder beim Iterationsfehler des Algorithmus liegen kann. Diese Fehler sollten daher sorgfältig überprüft und ausgeschlossen werden, bevor der Modellfehler des Algorithmus untersucht wird.

6.3.4 Validierung der Konturparametrisierung

Der *Modellfehler* der Konturparametrisierung entsteht im Wesentlichen durch eine ungenügende Flexibilität der zu optimierenden Kontur. Wie in Kapitel 5.6.1 dargestellt besteht die Möglichkeit, dass dadurch das tatsächlich vorhandene Optimierungspotenzial nicht vollständig erschlossen werden kann. Die Ursache für eine zu geringe Flexibilität kann die zu geringe Zahl der räumlichen Freiheitsgrade oder die Beschränkung der Konturvariabilität auf nur ein oder zwei Raumdimensionen sein.

Der Einfluss der Anzahl der Bézierpunkte kann durch eine einfache Sensitivitätsstudie untersucht werden. Dabei werden Optimierungsläufe mit sukzessive steigender Zahl von Bézierpunkten durchgeführt und die Ergebnisse miteinander verglichen. Ab einer bestimmten Zahl von Bézierpunkten sollte sich das Optimierungsergebnis nicht mehr nennenswert verändern. Hierbei ist zu unterscheiden zwischen der Sensitivität des Optimums der Zielfunktion und dem der optimalen Kontur. So ist es durchaus möglich, dass sich die optimale Kontur mit weiter zunehmender Zahl von Bézierpunkten noch verändert, der Einfluss auf die Zielfunktion jedoch nur noch gering ist. Da

die Berechnungsdauer mit zunehmender Anzahl der Optimierungsparameter zunimmt, sollte diese Sensitivitätsstudie mit einem groben Berechnungsgitter des numerischen Modells durchgeführt werden. Voraussetzung dafür ist jedoch ein moderates Verhalten des Diskretisierungsfehlers bei der Optimierung (Kap. 6.3.5).

Eine Beschränkung in der räumlichen Dimension der zu optimierenden Kontur kann oftmals konstruktive Gründe haben. So ist der im Anwendungsbeispiel dieser Arbeit untersuchte Trennpfeiler einfacher zu schalen, wenn nur sein Grundriss und nicht zusätzlich die vertikale Kontur konturiert wird. Dennoch sollte untersucht werden, ob nicht eine Konturierung in einer anderen Raumrichtung bessere Ergebnisse erbringen kann als ursprünglich vermutet. Dazu bieten sich Sensitivitätsstudien an, bei denen die Kontur auf einfache Weise verändert wird. So z.B. kann der erwähnte Pfeiler schräg gestellt werden, um den Einfluss einer möglichen vertikalen Konturierung auf die Zielfunktion abzuschätzen. Je nach Komplexität des numerischen Berechnungsgitters muss hierfür jedoch mit erheblichem Aufwand für die Netzgenerierung gerechnet werden.

Insgesamt ist zu beachten, dass bei der Bauwerkskonturierung auch andere Aspekte wie z. B. die statische Sicherheit und die wirtschaftliche Erstellbarkeit eine Rolle spielen können. So kann eine komplizierte Kontur zu hohen Baukosten führen, die den hydromechanischen Nutzen wieder relativieren. Daher ist eine gründliche wasserbauliche Ausbildung des mit der Bauwerksparametrisierung befassten Konstrukteurs unverzichtbar.

Der Vollständigkeit halber sei hier noch auf die in Kapitel 5.6.1 erläuterte Problematik der Anwenderfehler bei der Konturparametrisierung verwiesen, die in dieser Arbeit jedoch nur am Rande behandelt werden.

6.3.5 Überprüfung des Optimierungsergebnisses

Die Validierung des Moduls für das Strömungsfeld wird durchgeführt, bevor das Optimierungsergebnis berechnet wird. Die bei der Validierung des Strömungsmodells zugrunde liegende Kontur wird sich daher in der Regel stark von der optimierten Kontur unterscheiden. Die im Vorfeld der Optimierung nachgewiesene Validität des Strömungsmodells kann dann unter Umständen im Optimum nicht mehr gegeben sein. Dies betrifft hauptsächlich den Diskretisierungs- und den Modellfehler des numerischen Strömungsmodells. Wie in Kapitel 6.3.1 vorgestellt sollte zuerst der Diskretisierungsfehler und

dann der Modellfehler überprüft werden, um ein gegenseitiges Auslöschen der beiden Fehler zu verhindern.

Der *Diskretisierungsfehler* des Strömungsmodells kann z.B. für die optimierten Kontur auftreten, wenn an ihr Strömungsablösungen an anderen Stellen als bei der Ausgangskontur entstehen und an diesen neuen, kritischen Stellen die erforderliche Netzfeinheit nicht gegeben ist. Zur Überprüfung des Fehlers kann die in Kapitel 6.3.1 vorgestellte Sensitivitätsstudie mit verschiedenen Netzfeinheiten im Optimum wiederholt werden oder die Optimierung wird mit einem feineren Netz wiederholt und der resultierende Optimierungsverlauf mit dem des gröberen Netzes verglichen. Das letztere Vorgehen hat den Vorteil, dass damit der Einfluss des Diskretisierungsfehlers auf den Optimierungsablauf studiert und sein Verhalten besser eingeschätzt werden kann. Nachteil dieser Methode ist jedoch der ggf. erhebliche Zeitaufwand bei der Optimierung mit einem feinen Berechnungsgitter, da die Zahl der FV in jeder Raumrichtung um mindestens 50 % erhöht werden sollte (FERZIGER & PERIC, 1999).

Die verschiedenen Ursachen für den *Modellfehler* des Strömungsmodells, wie z.B. das Turbulenzmodell oder die anzusetzenden Randbedingungen, können auf ähnliche Weise wie der Diskretisierungsfehler geprüft werden. Entweder werden die Sensitivitätsstudien, die im Vorfeld der Optimierung zur Validierung des Strömungsmodells durchgeführt wurden, für die optimale Geometrie wiederholt oder der gesamte Optimierungslauf wird mit in die Sensitivitätsstudie einbezogen. Wurde beispielsweise das zur Optimierung eingesetzte Turbulenzmodell im Vorfeld der Optimierung anhand eines genaueren, aber rechenzeitaufwändigeren Modells validiert, so empfiehlt sich eine Wiederholung der Validierung für die gefundene optimale Kontur. Der Vergleich beider Modelle im Optimalpunkt sollte ähnliche Differenzen liefern, wie sie bei der Validierung vor der Optimierung gefunden wurden. Sollte die Rechenkapazität ausreichen, so kann auch ein Optimierungslauf mit dem genaueren Turbulenzmodell wiederholt werden. Dann könnte der Einfluss des Turbulenzmodells auf das Optimierungsverhalten direkt studiert werden.

Zur Überprüfung, insbesondere des Turbulenzmodells, bietet sich der parallele Aufbau eines physikalischen Modells an. Vor der Optimierung kann anhand des physikalischen Modellversuchs die generelle Eignung des Turbulenzmodells und anschließend das Ergebnis der automatischen Optimierung überprüft werden. Ggf. ist ein iteratives Vorgehen sinnvoll, wenn sich be-

stimmte Eigenschaften der Strömung, wie z.B. Strömungsablösungen, besser im physikalischen Modell abbilden lassen. Diese 'hybride' Modellierung ist sicherlich bei komplexen umströmten Bauwerken, zu deren Errichtung hohe Investitionssummen erforderlich sind, sinnvoll. Wie in Kapitel 2.2 erläutert gehört das Wechselspiel zwischen numerischem und physikalischem Modell mittlerweile zum Standard bei der Auslegung von Wasserturbinen.

6.4 Verallgemeinerung des Validierungsprozesses

Die bislang vorgestellten Schritte zur Validierung der automatischen Optimierung sind in Abbildung 6.1 eingetragen. Sie gelten so zunächst nur für die im Rahmen dieser Arbeit formulierten Module. Das in Kapitel 2.4 für die Optimierung von umströmten Konturen gewählte modulare Konzept hat den Vorteil, dass durch den Austausch von Modulen den vielfältigen Anforderungen des Wasserbaus Genüge getan werden kann. Deshalb ist es von Interesse, zu prüfen, ob das in Abbildung 6.1 gezeigte Vorgehen zur Validierung seine Gültigkeit auch bei einem Austausch der Module behält.

Für das Strömungsmodell haben die Validierungsschritte nahezu 'universelle' Gültigkeit, wie der Leitfaden von CASEY & WINTERGERSTE (2000) und die Ausführungen von FERZIGER & PERIC (1999) zeigen. Die Art der Fehler und die Reihenfolge ihrer Überprüfung ist für nahezu jeden Ansatz zur numerischen Strömungsmodellierung gleich. So ist die Vorgehensweise bei der Überprüfung des Diskretisierungsfehlers einer Finite-Volumen-Diskretisierung im Wesentlichen dieselbe wie bei einer Finite-Elemente-Approximation. Lediglich im Detail können sich Unterschiede ergeben. Ursache für diese Allgemeingültigkeit sind die in Kapitel 3.4.1 vorgestellten drei Schritte der mathematischen Formulierung, der Diskretisierung und der iterativen Lösung des Strömungsfeldes. Diese Vorgehensweise ist bei nahezu jeder numerischen Strömungssimulation erforderlich. Die damit verbundenen drei Fehlertypen Modell-, Diskretisierungs- und Iterationsfehler können damit ebenfalls bei jedem numerischen Modell auftreten. Aus diesem Grund sind auch für das Optimierungsergebnis das Auftreten des Diskretisierungs- und des Modellfehlers des Strömungsmodells in Betracht zu ziehen.

Die drei Modellierungsschritte für das Strömungsmodell sind auch auf den Quasi-Newton-Algorithmus übertragbar, wie in Kapitel 3.6.1 gezeigt werden konnte. Daher können hier auch dieselben Fehlerkategorien auftreten,

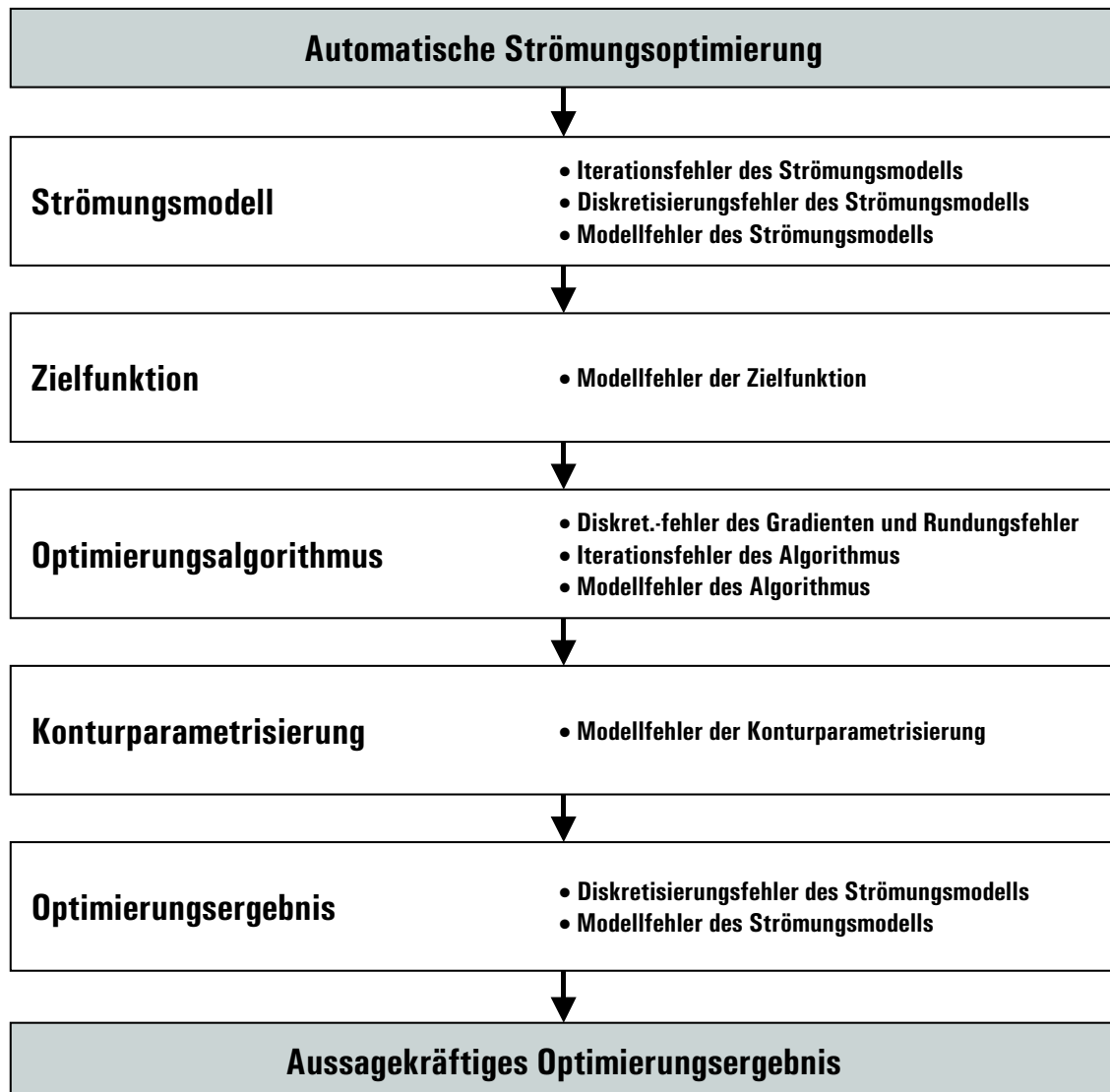


Abbildung 6.1: Schritte bei der Validierung der automatischen Optimierung

wobei noch der Rundungsfehler hinzukommt. Daher liegt der Schluss nahe, dass die Fehlerkategorien Modell-, Diskretisierungs-, Iterations- und Rundungsfehler auch für den Optimierungsalgorithmus 'universelle' Gültigkeit haben können. Für den Modellfehler und den Iterationsfehler gilt dies uneingeschränkt, weil jeder Algorithmus auf Annahmen beruht und in der Regel einen iterativen Prozess beinhaltet. Da alle Verfahren auf den Vergleich von Zielfunktionswerten durch Differenzbildung angewiesen sind, ist immer auch der Rundungsfehler zu beachten, auch wenn seine eigentlichen Ursachen beim Strömungsmodell zu suchen sind.

Eine Ausnahme davon bildet der Diskretisierungsfehler des Gradienten. Werden gradientenfreie Verfahren eingesetzt, so erübrigt sich seine Betrachtung.

Die Formulierungen für die Module Zielfunktion und Bauwerkskontur können mit Modellfehlern behaftet sein. Diese Möglichkeit ist, wie die Ausführungen in Kapitel 5.3.1 und 5.6.1 zeigen, immer zu berücksichtigen.

Damit ist das in der Abbildung 6.1 gezeigte Vorgehen zur Validierung der automatischen Strömungsoptimierung allgemein anwendbar. Inwieweit auch die in den Kapiteln 6.3.1 bis 6.3.5 vorgestellten Maßnahmen zur Fehlerkontrolle und Modulvalidierung auf jeden Modellansatz, insbesondere für den Optimierungsalgorithmus, übertragbar sind, kann wegen der großen Zahl unterschiedlicher Ansätze nicht geklärt werden. Diese Aufgabe würde den Rahmen der vorliegenden Arbeit weit übersteigen. Allerdings sind mit dem $k - \varepsilon$ -Modell, dem Quasi-Newton-Algorithmus und den Bézierkurven Ansätze aus sehr verbreiteten Modellgruppen und -klassen gewählt worden, so dass die vorgestellten Validierungsmassnahmen durchaus auch auf andere Module anwendbar sein dürften. Darüber hinaus können die hier gemachten Vorschläge eine gute Grundlage bieten, um für einen gewählten Ansatz eigene Validierungsstrategien zu entwickeln.

6.5 Validität der automatischen Optimierung am Beispiel der Diffusorkonturierung

In der Ingenieurpraxis ist eine Überprüfung der durch die automatische Optimierung gefundenen Bauwerkskontur anhand eines Vergleichs mit dem realen Optimum naturgemäß nicht möglich. Allenfalls kann die gefundene Kontur mit Untersuchungsergebnissen ähnlicher Problemstellungen aus der Literatur verglichen und daran der Realitätsbezug der gefundenen Lösung beurteilt werden. Die Optimierung von Diffusoren beispielsweise ist seit Anfang des 20. Jahrhunderts Gegenstand intensiver Untersuchungen und es existiert ein Vielzahl von Literaturangaben zu optimalen Diffusorkonturen. Daher bietet sich hier die besondere Möglichkeit, das Werkzeug der automatischen Optimierung für die in Kapitel 4.2 vorgestellte Diffusorströmung zu validieren.

Im Vordergrund einer Diffusoroptimierung steht in der Regel die Ermittlung optimaler Diffusorkonturen zur Erreichung maximaler Druckrückgewinnung

bzw. minimaler Strömungsverluste (IDELCIK, 1986). HÄRTL (1989) gibt einen umfangreichen Überblick über die bestehende Literatur zu experimentell und theoretisch ermittelten optimalen Diffusorkonturen. Er ergänzt die vorhandenen Untersuchungen mit eigenen Optimierungsrechnungen, die auf einem Grenzschichtberechnungsverfahren beruhen. Er fasst seine und die in der Literatur vorhandenen Erkenntnisse in einem Diagramm für die optimale Diffusorkontur zusammen (Abb. 6.2).

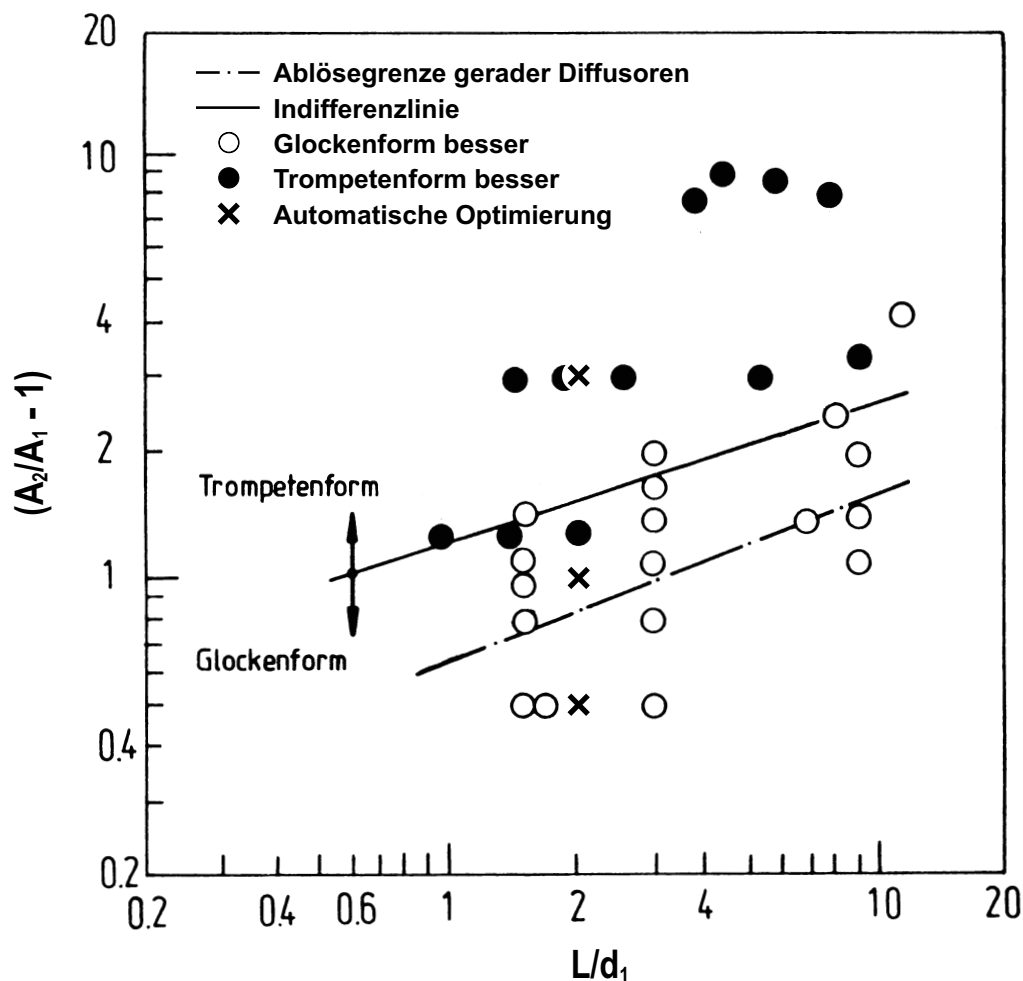


Abbildung 6.2: Einordnung optimaler Diffusorkonturen nach HÄRTL (1989)

Gemäß Abbildung 6.2 lassen sich die Optimalkonturen von Diffusoren in drei Bereiche einteilen, die von der bezogenen Länge L/d_1 des Diffusors abhängig sind: Bei großen Flächenverhältnissen A_2/A_1 ergeben trompetenförmige, bei kleinen Flächenverhältnissen glockenförmige Konturen bessere Ergebnisse als gerade Diffusoren. Dazwischen existiert der mit der Indif-

ferenzlinie gekennzeichnete Bereich, in dem weder die Glockenform noch die Trompetenform dem geraden Diffusor überlegen sind. Anhand der Linie für die Grenze der Strömungsablösung in geraden Diffusoren lässt sich erkennen, dass die Trompetenform hauptsächlich für Diffusoren mit abgelöster Strömung und die Glockenform hauptsächlich für die mit anliegender Strömung optimal ist.

Das von HÄRTL (1989) zusammengetragene Diagramm 6.2 basiert auf Experimenten, die unter den verschiedensten Randbedingungen durchgeführt worden sind. Bei einigen Beispielen handelt es sich um Übergangsdiffusoren, die in eine Rohrstrecke münden, bei den anderen um Enddiffusoren. Oftmals fehlen in der teilweise recht alten Originalliteratur Angaben zu wichtigen experimentellen Randbedingungen, wie z.B. zum Zustand der Zuströmung. Umso interessanter ist daher die Tatsache, dass die drei von HÄRTL (1989) gefundenden Bereiche Trompetenform, Glockenform und dazwischen die indifferente Form 'universelle' Gültigkeit für die optimale Diffusorkonturierung zu besitzen scheinen.

Diese Eigenschaft soll nun genutzt werden, um die Validität des Werkzeugs der automatischen Optimierung nachzuweisen. Dazu wird der konturierte Diffusor für die drei Flächenverhältnisse $A_2/A_1 = 1.5$, 2 und 4 optimiert (siehe Abb. 6.2). Die Länge aller drei Diffusoren beträgt $L = 100\text{ mm}$. Der Diffusor mit $A_2/A_1 = 2$ entspricht dem in der Fehleranalyse ausführlich untersuchten Fall des konturierten Diffusors. Die automatische Optimierung sollte im Falle von $A_2/A_1 = 1.5$ eine glockenförmige, im Falle von $A_2/A_1 = 2$ eine nahezu gerade (indifferente) und im Falle von $A_2/A_1 = 4$ eine trompetenförmige Kontur ergeben. Die Optimierungsläufe basieren auf den in Kapitel 4.3 und in Kapitel 4.5 gemachten Angaben für die Modellierung (Diskretisierung mit 20×300 FV) bzw. Optimierung.

Abbildung 6.3 zeigt den Verlauf der Optimierung für die drei Diffusoren, ausgehend von einem Start im Punkt $r_1 = 5.0\text{ mm}$ und $r_2 = 65.0\text{ mm}$. Auffällig bei allen drei Diffusoren ist das Verweilen des Algorithmus bei bestimmten Verlustbeiwerten über mehrere Optimierungsschritte hinweg. Die Ursache dafür wird im Rahmen der Fehleranalyse in den Kapiteln 5.7.1 und 5.7.2 ausführlich diskutiert. Die Ähnlichkeiten bei den Optimierungsverläufen deuten darauf hin, dass die Art der Abhängigkeit der Zielfunktion von den zu optimierenden Radien r_1 und r_2 , wie sie in Abbildung 4.7 für den Diffusor mit $A_2/A_1 = 2$ dargestellt ist, bei allen drei Diffusoren ähnlich ist.

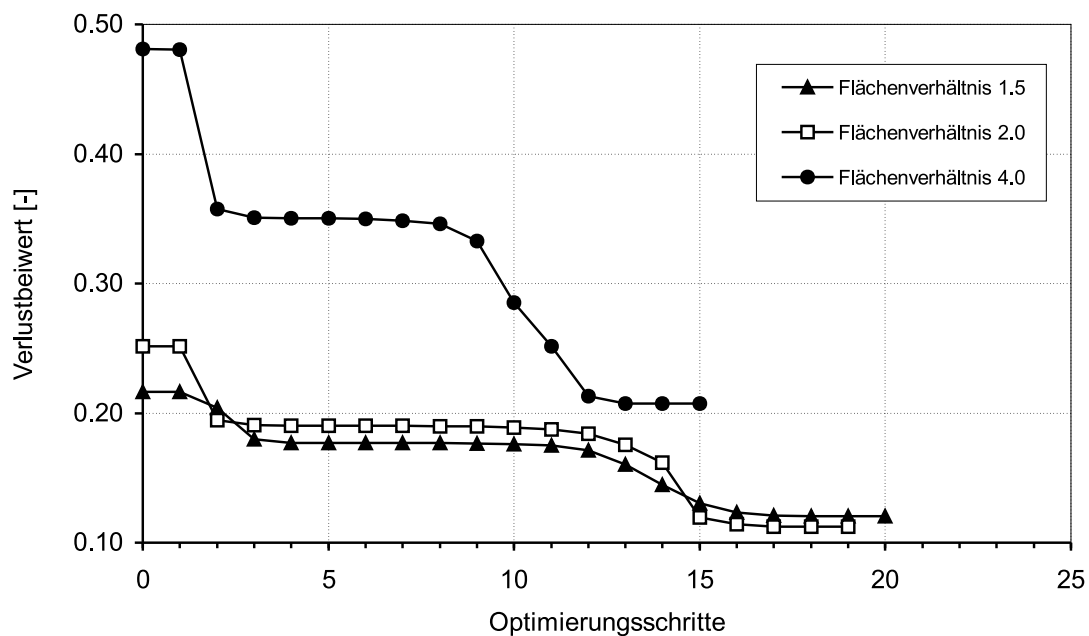


Abbildung 6.3: Optimierungsverläufe der drei Diffusoren mit $A_2/A_1 = 1.5, 2$ und 4

Die Ergebnisse der Optimierungsläufe sind in Tabelle 6.1 eingetragen. Zur Einordnung der optimalen Verlustbeiwerte sind die jeweiligen Beiwerte des geraden Diffusors mit angegeben.

Tabelle 6.1: Verlustbeiwert ζ_D nach der Diffusoroptimierung für die Flächenverhältnisse $A_2/A_1 = 1.5, 2$ und 4

A_2/A_1	r_1 [mm]	r_2 [mm]	Optimale Kontur	Gerade Kontur
1.5	30.95	26.72	0.1202	0.1204
2	33.68	24.55	0.1121	0.1136
4	40.20	13.81	0.2073	0.2461

Die optimalen Konturen der Diffusoren mit $A_2/A_1 = 1.5$ und 2 ergeben mit $\zeta_D = 0.120$ bzw. 0.112 kaum geringere Verlustbeiwerte als die der jeweiligen geraden Kontur. Beim Diffusor mit großer Öffnungsweite $A_2/A_1 = 4$ zeigt die Optimierung der Kontur wesentlich mehr Verbesserungspotenzial. Gegenüber der geraden Form wird eine Verringerung des Verlustbeiwertes um 16% auf $\zeta_D = 0.207$ erreicht. Vergleichsrechnungen, ausgehend von

anderen Startpunkten sowie basierend auf der gröberen Diskretisierung mit 10×150 FV, bestätigen die in der Tabelle 6.1 aufgeführten Optimierungsergebnisse.

Die Abbildung 6.4 zeigt die durch die automatische Optimierung gefundenen optimalen Konturen für $A_2/A_1 = 1.5$, 2 und 4, die zu den in der Tabelle 6.1 eingetragenen optimierten Koordinaten r_1 und r_2 der Bézierpunkte gehören. Die optimale Kontur bei $A_2/A_1 = 4$ entspricht der Form einer Trompete, die bei $A_2/A_1 = 1.5$ der einer Glocke, auch wenn sich ihre Form insbesondere am Diffusorende wenig von der geraden Kontur unterscheidet. Bei $A_2/A_1 = 2$ liegt die optimale Kontur geringfügig ober- und unterhalb der Kontur des geraden Diffusors und zeigt damit eine indifferente Form. Die automatische Optimierung reproduziert somit die im Diagramm 6.2 geforderten Optimalformen.

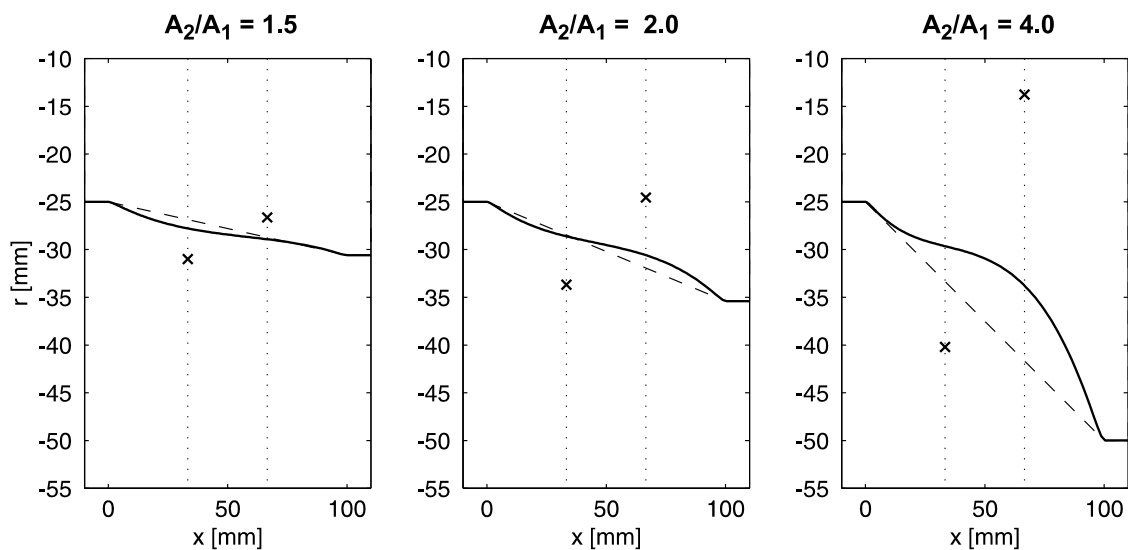


Abbildung 6.4: Optimale Diffusorkonturen für $A_2/A_1 = 1.5$, 2 und 4 (radial überhöht)

Die optimale Kontur für den Diffusor mit der Öffnungsweite $A_2/A_1 = 4$ zeigt am Beginn des Diffusors eine Auswölbung, die aus fertigungstechnischen Gründen unerwünscht sein kann. In diesem Fall müsste durch manuelle Korrektur der Geometrie geprüft werden, inwieweit die Verbesserung der Herstellbarkeit das erreichte Verbesserungspotenzial für den Strömungsverlust wieder reduziert. Die Problematik solcher baulichen Randbedingungen wird im Zuge des Anwendungsbeispiels dieser Arbeit bei der Trennpfeileroptimierung einer Kleinwasserkraftanlage untersucht.

Nachdem mit der Untersuchung möglicher Fehler der automatischen Optimierung in Kapitel 5 die hohe Validität der einzelnen Module für die Diffusoroptimierung gezeigt worden ist, bestätigt die erfolgreiche Validierung des Optimierungsergebnisses selbst die in Kapitel 6.2 gemachte Aussage, dass eine hohe Validität der einzelnen Module der automatischen Optimierung insgesamt zu einem realitätsnahen Optimierungsergebnis führen wird. Die automatische Optimierung kann also ein aussagekräftiges und vertrauenswürdiges Werkzeug bei der Gestaltung umströmter Bauwerke sein. Voraussetzung dafür ist die sorgfältige Prüfung der Module entsprechend den Validierungsschritten, wie sie in den Kapiteln 6.3.1 bis 6.3.5 vorgeschlagen werden.

Die hier vorgestellte Diffusoroptimierung, insbesondere für große Öffnungsverhältnisse, zeigt auch das große Verbesserungspotenzial, das die automatische Optimierung erschließen kann. Der Nutzen der automatischen Optimierung und der praktische Einsatz der in diesem Kapitel gegebenen Empfehlungen für die Fehlerkontrolle sollen Gegenstand des Anwendungsbeispiels sein.

Kapitel 7

Anwendungsbeispiel Trennpfeilergestaltung

7.1 Vorbemerkung

Die in Kapitel 6.3 erarbeiteten Empfehlungen für den Einsatz der automatischen Optimierung in der Praxis basieren auf einer Fehleranalyse, die auf der Grundlage des relativ einfachen Testfalls der Diffusorströmung durchgeführt worden ist. In der wasserbaulichen Praxis wird jedoch mit wesentlich komplexeren Fragestellungen zu rechnen sein.

Ein gutes Beispiel dafür ist die Strömung in der Oberwasserbucht einer Laufwasserkraftanlage. Die Querschnittseinschnürung durch den Wechsel von einem relativ breiten Flussquerschnitt auf einen begrenzten Turbineneinlaufquerschnitt führt zu einer Beschleunigung der Strömung. Zusätzlich wird die Strömung vom geschlossenen Wehr zum Krafthaus hin umgelenkt. Dabei können Querströmungen und Strömungsablösungen auftreten. Im Falle abfallender Einlaufböden wird die Strömung wieder teilweise verzögert. Hinzu kommt die Durchströmung eines vor dem Turbineneinlauf befindlichen Rechens zur Geschwemmselabwehr, der zu zusätzlichen Strömungsverlusten führt. Alle diese Strömungsphänomene überlagern sich und nehmen Einfluss auf den Gesamtwirkungsgrad der Laufwasserkraftanlage (ERLACH, 1999).

Die Oberwasserbucht stellt in der Planungs- und Bauphase außerdem oftmals die Trennungslinie zwischen Maschinenbau und Bauingenieurwesen dar. Wie in Kapitel 2.2 beschrieben werden die Turbinen vom Hersteller

numerisch oder mit Hilfe eines Modellversuchs ausgelegt. Dabei wird in der Regel die Strömung von der Rechenebene über die eigentliche Turbine bis zum Ende des Saugschlauches betrachtet. Die Auslegung der Maschinenkomponenten erfolgt unter der Voraussetzung, dass die Anströmung in der Rechenebene bestimmten Mindestanforderungen genügt, wie sie von GODDE (1994) vorgestellt werden. Mit der Gestaltung der Oberwasserbucht, die dem Bauingenieur obliegt, kann die Anströmung maßgeblich beeinflusst werden. Allerdings müssen dabei auch andere, wichtige Kriterien erfüllt werden. Dies können der Hochwasserschutz, die Belange der Schifffahrt, topographische Randbedingungen oder auch die Einhaltung niedriger Baukosten sein. In der jüngeren Vergangenheit wird außerdem noch dem Schutz stromab wandernder Fische eine größere Bedeutung beigemessen (RETTEMEIER, 2002). Die Gestaltung der Oberwasserbucht einer Laufwasserkraftanlage ist damit ein interessantes Anwendungsbeispiel für den Einsatz der automatischen Optimierung.

Aus Bauverfahrens- und Kostengründen sind Wehranlage und Kraftwerk einer Staustufe oft nebeneinander im Flussquerschnitt angeordnet. Damit kommt der Umlenkung der Strömung vom Wehr zum Turbineneinlauf eine zentrale Bedeutung zu. Der Trennpfeiler zwischen Wehranlage und Kraftwerk ist hierbei eines der wichtigsten Elemente für eine strömungsgünstige Umlenkung. Daher wird die Gestaltung der Trennpfeilerkontur als Anwendungsbeispiel für die automatische Optimierung gewählt. Anhand dieses Beispiels sollen der praktische Einsatz der in Kapitel 6.3 erläuterten Empfehlungen für eine valide Optimierung und der mögliche Nutzen der automatischen Optimierung aufgezeigt werden.

Dazu werden zunächst die Physik der Trennpfeilerumströmung und die mit der automatischen Optimierung zu lösende detaillierte Aufgabenstellung vorgestellt. Im Anschluss daran folgt eine Beschreibung der für die Trennpfeileroptimierung verwendeten vier Module. Das Modul für die Pfeilerkonturierung ist dabei so gewählt, dass sehr komplexe Pfeilerkonturen ermöglicht werden. Mit den vier Modulen werden verschiedene Pfeileroptimierungen durchgeführt und die erhaltenen Ergebnisse diskutiert. Den Ergebnissen der Optimierung mit komplexer Konturparametrisierung wird anschließend eine Optimierungsrechnung mit einer sehr einfachen Konturierung gegenübergestellt, die einen geringeren Bauaufwand ermöglichen soll. Das Kapitel schließt mit einer Zusammenfassung der Ergebnisse und mit Vorschlägen für eine Weiterführung der Trennpfeileroptimierung.

7.2 Funktionsweise und Gestaltung des Trennpfeilers

Die Umströmung des Trennpfeilers ist ein sehr komplexer Vorgang, der von den anlagenspezifischen Randbedingungen abhängt. Daher sind viele Aussagen zur Trennpfeilergestaltung auf das jeweilige Untersuchungsobjekt beschränkt. Es existieren jedoch einige allgemeingültige Erkenntnisse zur strömungsgünstigen Gestaltung von Trennpfeilern, die im Folgenden vorgestellt werden. Da dieses Thema nicht den Schwerpunkt der vorliegenden Arbeit darstellt, wird hinsichtlich detaillierter Angaben auf die Untersuchungen von GODDE (1994) und LANG (1999) verwiesen.

Bei den jüngeren, in Deutschland ausgeführten Laufwasserkraftwerken, wie an Mosel und Saar, sind Wehr, Schleuse und Krafthaus auf einer Achse angeordnet. Aus Abbildung 7.1 wird ersichtlich, dass hierbei der Durchströmung des Kraftwerkes nur ein Teil des Fließquerschnittes zur Verfügung steht. Bei beengten Verhältnissen wie an der Saar muss das Krafthaus ggf. sogar in einer Bucht angeordnet werden.

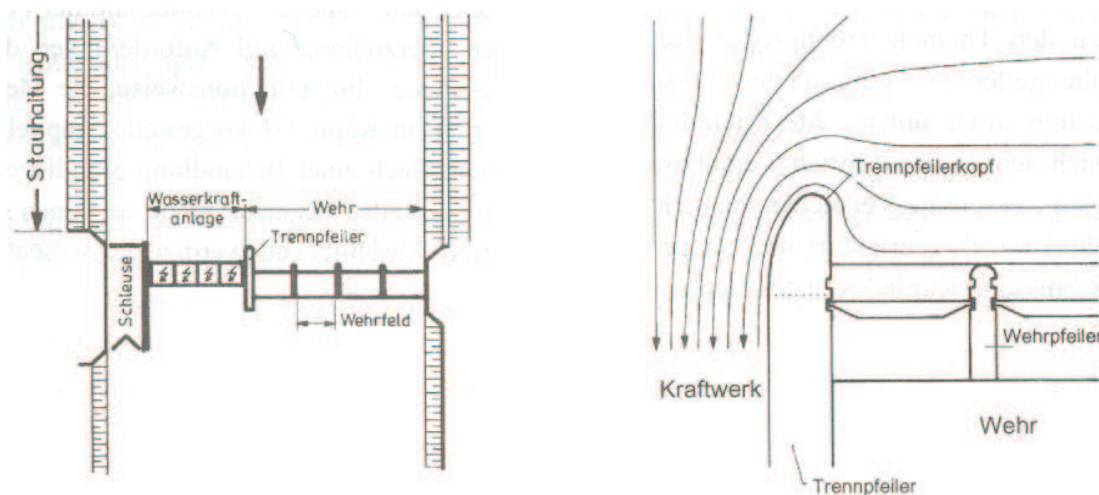


Abbildung 7.1: Anordnung einer Staustufe und Anströmung des Kraftwerks (GODDE, 1994)

Die Aufgabe des Trennpfeilers besteht nun darin, den über der gesamten Flussbreite stattfindenden Abfluss vor dem geschlossenen Wehrfeld in die Wasserkraftanlage zu lenken. Die Krafthausachse kann gegenüber der Wehrachse auch vor- oder zurückversetzt sein. Je nach Lage der Achsen zueinander treten Umlenkwinkel von 90° bis 180° auf (ROUVÉ, 1958). Fehlt der Trennpfeiler, so kann die entstehende Querströmung zu Einbußen bei der

Stromerzeugung führen (LANG, 1999). Laufwasserkraftanlagen werden daher selten ohne Trennpfeiler ausgeführt. Ein Beispiel für ein Kraftwerk ohne strömungstechnisch relevanten Trennpfeiler ist das Donaukraftwerk Freudenau in Wien (KAUPA, 1998). Der Trennpfeiler hat als Verbindungsglied zwischen Krafthaus und Wehr auch statische Aufgaben zu erfüllen. Zusätzlich darf die Gestaltung des Trennpfeilers den Hochwasserabfluss über das Wehr nicht beeinträchtigen.

Abbildung 7.2 zeigt die Umströmung eines typischen Trennpfeilers anhand eines wandnahen Stromfadens im Detail. Die Umströmung beginnt an der geraden Flanke „A-B“ des Pfeilers in der Totwasserzone vor dem Wehr. Um der starken wehrseitigen Krümmung „B-C“ folgen zu können, muss das Wasserteilchen beschleunigt werden. Die Umströmung entspricht dabei annähernd einer Kreisströmung, bei der die wandnahe Geschwindigkeit annähernd umgekehrt proportional zum lokalen Krümmungsradius der Kontur ist (WITTMANN & GARBRECHT, 1954). Auf der krafthausseitigen Krümmung „C-D“ wird das Teilchen wieder verzögert, da der Krümmungsradius bis zum Pfeilerfuß zunimmt.

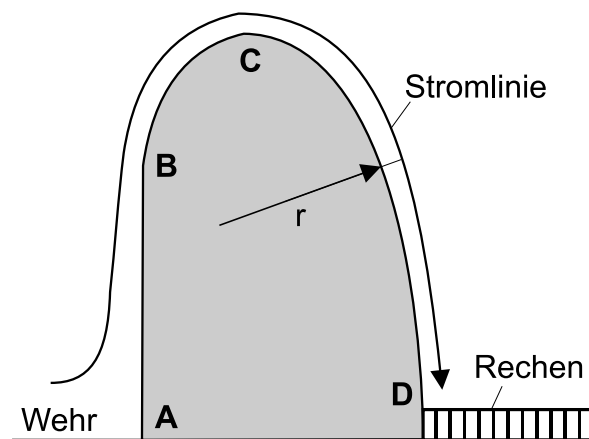


Abbildung 7.2: Umströmung des Trennpfeilers (nach ROUVÉ, 1958)

Die auftretenden hohen Geschwindigkeiten und die Verzögerungen der Strömung können zur Strömungsablösung führen, die eine Fehlanströmung des Rechens und der Turbinen nach sich ziehen kann. ROUVÉ (1958) empfiehlt generell die Krümmung der Trennpfeilerkontur stetig auszubilden. Eine Unstetigkeit könnte wegen des umgekehrt proportionalen Zusammenhangs zwischen Strömungsgeschwindigkeit und Krümmungsradius zu einer plötzlichen Verzögerung und damit verbunden zur Strömungsablösung führen.

Übereinstimmend berichten ROUVÉ (1958), GODDE (1994) und HÄUSLER (1987), dass die Form der Strecke „B-C“ für eine Strömungsablösung eher untergeordnet ist, vorausgesetzt, der Pfeiler ist kurz genug gehalten. An der Pfeilerspitze „C“ sollte der Krümmungsradius möglichst groß und ein abrupter Radienwechsel von „B-C“ nach „C-D“ vermieden werden (ROUVÉ, 1958). Demgegenüber kann GODDE (1994) in seinen Modellversuchen keinen Einfluss der Form der Trennpfeilerspitze „C“ feststellen. HÄUSLER (1987) berichtet sogar von der Ausführung eines symmetrischen Pfeilers, der trotz eines kleineren Krümmungsradius als bei einem unsymmetrischen Pfeiler kaum spürbare Verschlechterungen in der Turbinenanströmung mit sich bringt. Dafür führt die symmetrische Form zu einer Vergleichmäßigung des Hochwasserabflusses über das Wehr und damit zu einer Verminderung der Kolkbildung. Die Gestaltung der Pfeilerspitze scheint also wegen der widersprüchlichen Aussagen problemspezifisch zu sein.

Entlang der Kontur „C-D“ muss die hohe Geschwindigkeit an der Pfeilerspitze „C“ wieder verringert werden. Eine zu große Strömungsverzögerung könnte jedoch zur Strömungsablösung führen. GODDE (1994) weist nach, dass Pfeiler mit einer großen abgewinkelten Länge zwischen der Spitze „C“ und dem Pfeilerfuß „D“ besonders strömungsgünstig sind, weil sie den Strömungsweg verlängern und damit die Verzögerung verringern. Die Krümmung sollte dabei stetig abnehmen und im Fußpunkt „D“ den geringsten Wert annehmen (ROUVÉ, 1958; GODDE, 1994). ROUVÉ (1958) empfiehlt den Fußpunkt des Pfeilers unmittelbar vor dem Rechen anzuordnen, um den sonst erforderlichen Krümmungssprung zwischen Pfeiler und gerader Wand zu umgehen.

ROUVÉ (1958) hat auf der Grundlage dieser Kriterien eine Pfeilerkontur, bestehend aus zwei Viertelellipsen, entwickelt, die in der Fachwelt auch heute noch anerkannt ist (Abb. 7.3). Die Länge L des Pfeilers bildet die große Halbachse der krafthausseitigen Ellipse und die Breite B_2 die kleine Halbachse. Die große Halbachse der wehrseitigen Ellipse wird aus der Breite $B_1 = B - B_2$ und die kleine Achse aus der Länge L_1 gebildet. Für sie gilt:

$$L_1 = \left(\frac{B_1}{B_2} \right)^2 L. \quad (7.1)$$

Für die Länge L und die Halbachse B_2 des Pfeilers empfiehlt ROUVÉ (1958) die folgenden Beziehungen:

$$0.85 B \leq L \leq 0.95 B, \quad (7.2)$$

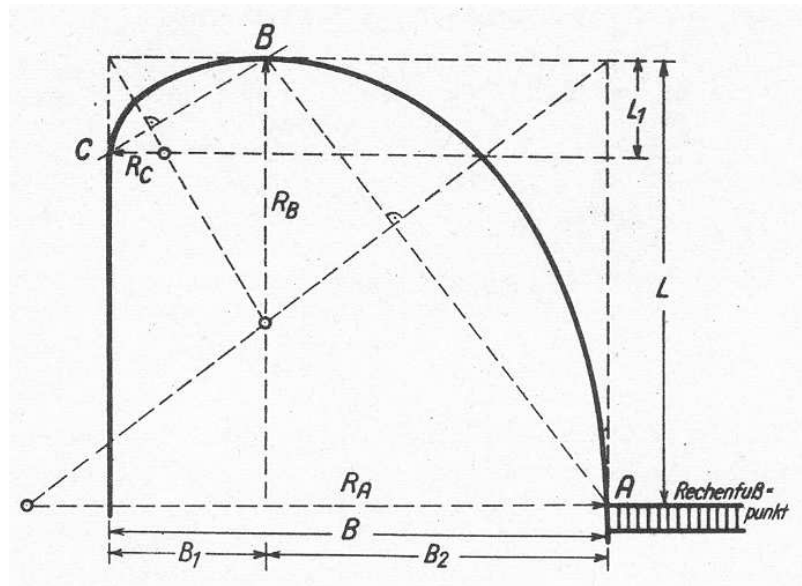


Abbildung 7.3: Grundriss des Trennpfeilers nach ROUVÉ (1958)

$$0.65 B \leq B_2 \leq 0.72 B. \quad (7.3)$$

Aus dem Froude'schen Modellgesetz entwickelt ROUVÉ (1958) eine Formel für die Trennpfeilerbreite B in Abhängigkeit vom Abfluss Q ,

$$B = c Q^{2/5}, \quad (7.4)$$

mit der Konstanten c :

$$0.7 \leq c \leq 1.4. \quad (7.5)$$

Der genaue Wert der empirischen Konstante c ist von den Randbedingungen der Wasserkraftanlage abhängig. Hier gehen die Oberwasserstrecke, die gegenseitige Lage von Krafthaus und Wehr und die Form der Kraftwerksbucht ein. Zur Ermittlung der anlagenspezifischen Konstante c sei auf ROUVÉ (1958) verwiesen.

Die strömungstechnisch erforderliche Pfeilerbreite B ist nach JAMBOR (1956) oft größer als die statisch erforderliche. Um Baukosten zu sparen, wird häufig nur die statisch erforderliche Breite realisiert. Die so entstehenden Defizite bei der Umströmung des zu schmalen Pfeilers können nur in beschränktem Maße durch die Pfeilerlänge ausgeglichen werden: Ein kürzerer Pfeiler verhindert nach JAMBOR (1956) zwar Strömungsablösungen, führt aber wegen der unvollständigen Umlenkung zu Schrägströmungen vor

der landseitigen Turbine. Wird der Pfeiler länger ausgeführt, so ergibt sich eine bessere Anströmung auf der Landseite, aber es entstehen am Pfeiler Wirbel, die den Zufluss zur wehrseitigen Turbine blockieren.

Sonderformen des Grundrisses können Abhilfe bei zu schmalen Pfeilern leisten. Abbildung 7.4 zeigt eine Auswahl möglicher Alternativen.

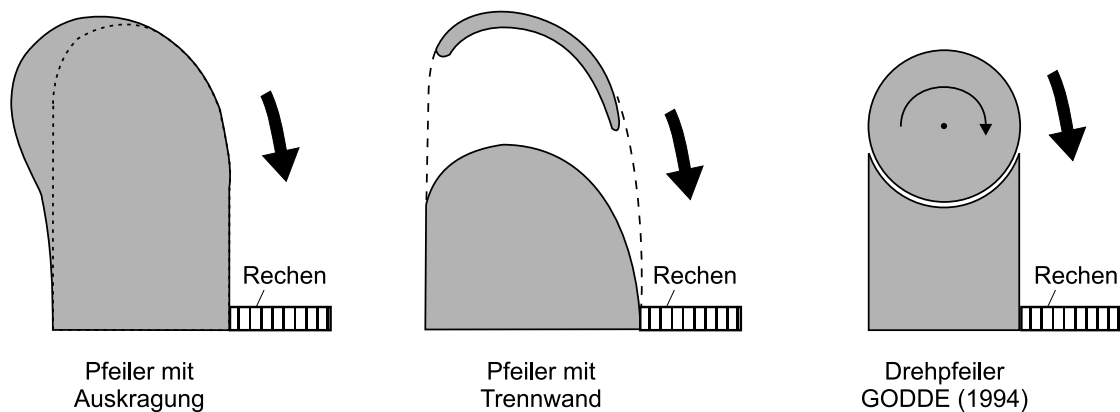


Abbildung 7.4: Sonderformen des Pfeilergrundrisses

Durch eine Auskragung des Pfeilers, wie in Abbildung 7.4 links skizziert, wird der Krümmungsradius an der Spitze erhöht und damit die Geschwindigkeit verringert. Die geringere erforderliche Verzögerung der Strömung bis zum Rechen kann die Ablösegefahr bannen. Uneinigkeit besteht hinsichtlich der Beeinträchtigung des Hochwasserabflusses über das Wehr durch den in das Wehrfeld hineinragenden Pfeiler: Während JAMBOR (1956) dies als Nachteil darstellt, stellt ROUVÉ (1958) fest, dass sich immer eine Form der Auskragung finden lässt, die eine Beeinträchtigung der Wehrleistung vermeidet. Ein Pfeiler mit Auskragung ist beispielsweise am Kraftwerk Lixhe an der Maas ausgeführt worden.

FELKEL (1963) berichtet von Trennpfeilern mit vorgesetzter Leitwand an der Mosel (Abb. 7.4, Mitte). Durch den konvergent gestalteten Kanal zwischen Leitwand und Pfeiler wird die Strömung auch nach Passieren der Pfeilerspitze weiter beschleunigt. Dadurch kann nach JAMBOR (1956) die Ablösegefahr verringert werden. Für die wehrseitige Turbine wirkt der Trennpfeiler mit Leitwand wie ein kurzer, für die landseitige Turbine dagegen wie ein langer Pfeiler. JAMBOR (1956) weist darauf hin, dass konstruktive Maßnahmen gegen Eisdruck vorgesehen werden sollten und dass die Leitwand nicht zu weit um den Pfeiler herumgeführt werden darf, um das Einschwimmen

von Notverschlüssen nicht zu behindern. Der Nachteil einer Leitwand besteht nach ROUVÉ (1958) darin, dass sie nur für eine Abflussmenge optimale Strömungsverhältnisse bieten kann. Ändert sich der Abfluss, so verringert sich die Wirksamkeit der Wand.

Eine besondere Form des Trennpfeilers ist der Drehpfeiler nach GODDE (1994) (Abb. 7.4, rechts). Durch die Drehbewegung des Pfeilers wird an der Pfeilerwand eine Grenzschichtentstehung und damit auch eine mögliche Ablösung verhindert. GODDE (1994) weist anhand von Messungen die Eignung des Pfeilers im Modellversuch nach. Als Nachteil einer solchen Konstruktion sind sicherlich die höheren Herstellungskosten, konstruktive Fragestellungen bei der Lagerung und der erforderliche Energieaufwand für den Antrieb des Pfeilers zu nennen, die den Vorteil einer besseren Rechen- und Turbinenanströmung zumindest teilweise wieder aufheben dürften.

Sonderformen des Trennpfeilers sind nicht nur hinsichtlich des Grundrisses ausgeführt worden. Es finden sich in der Literatur auch Beispiele für Abweichungen von der üblichen senkrechten Form.

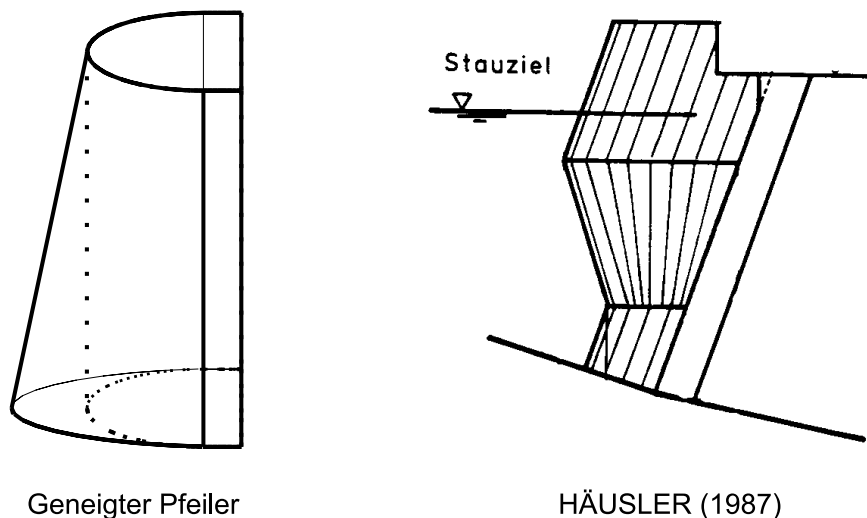


Abbildung 7.5: Sonderformen der vertikalen Pfeilerkontur

Abbildung 7.5 links zeigt einen zum Unterwasser hin geneigten Pfeiler (Rückwärtspfeilung). Der oben erwähnte Trennpfeiler des Kraftwerkes Lixhe an der Maas besitzt neben der Auskragung eine solche, wenn auch geringe Neigung. Der Vorteil ist die Verringerung des sogenannten Hufeisenwirbels, der in der Ecke zwischen stumpfen Körpern und der Sohle auftreten kann. BRODERSEN (1995) zeigt anhand von Versuchen, dass der in Pumpen

für hydroabrasiven Verschleiß verantwortliche Hufeisenwirbel durch Rückwärtspfeilung der Pumpenlaufschaufeln verringert werden kann. Die von ihm durchgeführten Versuche lassen über die maschinentechnische Anwendung hinaus Rückschlüsse auf die Gestaltung umströmter Bauwerke wie Brückenpfeiler o. ä. zu. Für die Trennpfeilergestaltung ist der Hufeisenwirbel sicherlich dann relevant, wenn er sich bis zum Rechen oder gar bis in die Turbine fortsetzt.

Ein Extrembeispiel komplexer Pfeilergestaltung ist der in Abbildung 7.5 rechts dargestellte Pfeiler einer Lechstaustufe (HÄUSLER, 1987). Diese im physikalischen Modellversuch ermittelte Geometrie weist sich durch drei Abschnitte mit wechselnden Neigungen und Grundrissen aus. Im oberen und unteren Abschnitt ist der Pfeiler zum Unterwasser hin geneigt, im mittleren Abschnitt dagegen unterschritten. Die Horizontalschnitte sind oben und unten über die Abschnittshöhen unveränderlich, in der Mitte nimmt der Ellipsenradius stetig von unten nach oben zu. HÄUSLER (1987) berichtet, dass eine Vereinfachung der bautechnisch sehr aufwändigen Form zu Leistungseinbußen am Kraftwerk führen würde. Sie ist daher wie in Abbildung 7.5 (rechts) ausgeführt worden und hat sich in der Praxis bewährt.

Ein ungünstig geformter Trennpfeiler führt zu einem ungleichmäßigen Strömungsprofil und zu Querströmungen vor dem Rechen. Dadurch kann der Strömungsverlust am Rechen deutlich erhöht werden. LANG (1999) bestimmt den Einfluss des Rechenverlustes auf den Gesamtwirkungsgrad an einer kleinen Laufwasserkraftversuchsanlage. Ohne Trennpfeiler in der Oberwasserbucht ist der Energieertrag um fast 2% geringer als mit einem strömungsgünstigen Pfeiler. Die Größe des Wirkungsgradrückgangs deckt sich mit Versuchsergebnissen von NICHTAWITZ & ABFALTERER (1995) an einem Turbinenprüfstand, die ebenfalls den Einfluss der Rechenanströmung auf den Wirkungsgrad untersuchen. Ein großes Problem ist u. U. die Verlegung des Rechens durch Treibgut. Dadurch kann der Rechenverlust um ein Vielfaches ansteigen (MEUSBURGER, 2002) und die durch die Verlegung erzeugten Strömungsinhomogenitäten können bis zur Turbine durchschlagen (ERLACH, 1999). Wie ERLACH (1999) berichtet, geht die Rechenverlegung von den am Trennpfeiler ablösenden und von bodennahen Wirbeln aus. Die strömungsgünstige Gestaltung des Trennpfeilers ist also auch für die Vermeidung der Rechenverlegung von großer Bedeutung.

Die durch den Trennpfeiler direkt verursachten Strömungsinhomogenitäten, wie z. B. Strömungsablösungen, können sich bis zur Turbine fortsetzen.

Dies gilt insbesondere für Laufwasserkraftwerke mit vertikal eingebauten Turbinen, weil hier der Fließweg von der Rechenebene bis zum Leitapparat oft sehr kurz ist. WITTMANN & GARBRECHT (1954) berichten, dass bei ausgeführten Anlagen an der wehrseitigen Turbine bis zu 10 % verringerte Leistungsabgaben beobachtet wurden. Daher werden von Turbinenherstellern Qualitätskriterien für die Anströmung vorgegeben, damit die von ihnen garantierte Turbinenleistung auch in der Praxis erreicht werden kann. GODDE (1994) gibt zu dieser Thematik einen ausführlichen Überblick. Beim Durchströmen des Rechens und bei der Strömungsbeschleunigung in der Verziehung können die Inhomogenitäten jedoch auch wieder ausgeglichen werden. GODDE (1994) weist in Modellversuchen nach, dass die Strömung hinter einer genügend langen Verziehung unabhängig von der Trennpfeilergestaltung ist. Ebenso berichten LANG (1999) und NICHTAWITZ & ABFALTERER (1995), dass die von ihnen gemessenen Wirkungsgradreduzierungen nicht auf die unmittelbare Turbinenanströmung sondern vor allem auf die ungünstige Anströmung des Rechens zurückgehen.

Der Einfluss der Trennpfeilerform wirkt sich somit in erster Linie auf den Rechenverlust aus. Bei kurzen Strömungswegen zwischen Rechenebene und Leitapparat kann aber auch die Turbinenleistung selbst von der Trennpfeilergestaltung abhängig sein. ERLACH (1999) empfiehlt daher grundsätzlich eine sorgfältige Gestaltung der Oberwasserbucht, um eine hohe Gesamtenergieumsetzung in der Anlage erreichen zu können. Dabei können bereits kleine Verbesserungen des Wirkungsgrades finanziell lohnenswerte Steigerungen des Jahresertrages bringen, wie FELKEL (1963) anhand eines einfachen Rechenbeispiels für die Moselkraftwerke zeigt.

7.3 Aufgabenstellung

ERLACH (1999) sieht das größte noch ausbaubare Potenzial der Wasserkraft in der Bundesrepublik Deutschland im Niederdruckbereich, insbesondere bei der Kleinwasserkraft. GIESECKE & HEIMERL (1999) schätzen den derzeitigen Anteil der Kleinwasserkraft (Anlagen unter 1 MW) auf 7 bis 9 % an der Stromerzeugung aus Wasserkraft in Deutschland. Im Gegensatz zu den in Kapitel 7.2 erwähnten größeren Laufwasserkraftanlagen an Maas und Mosel wird bei kleinen Wasserkraftanlagen häufig auf eine detaillierte Untersuchung der Strömungsverhältnisse in der Oberwasserbucht verzichtet, um die Planungs- und Baukosten niedrig zu halten. WINKLER (2000) stellt fest,

dass insbesondere bei kleinen Wasserkraftanlagen erhebliche Strömungsverluste auftreten können, so sind hier z. B. bei ungünstiger Anströmung Rechenverluste von mehreren Dezimetern möglich. LANG (1999) zeigt ebenfalls, dass die konstruktive Gestaltung der Bucht einer Kleinwasserkraftanlage durchaus einen beachtenswerten Einfluss auf den Anlagenwirkungsgrad haben kann. Gegenstand seiner Betrachtung sind relativ einfache geometrische Formen, wie z. B. eine Halbellipse und ein Halbkreis für die Trennpfeilerkontur.

Diese Untersuchungen sollen nun mit dem Anwendungsbeispiel der vorliegenden Arbeit aufgegriffen werden, indem geprüft wird, wie groß das Potenzial für weitere Wirkungsgradsteigerungen durch eine komplexere Pfeilerkonturierung ist. Zur Erschließung dieses Potenzials wird die automatische Optimierung eingesetzt. Die Aufgabenstellung lautet somit, den Trennpfeiler einer Laufwasserkraftanlage so zu konturieren, dass ein maximaler Anlagenwirkungsgrad erreicht wird. Dabei dürfen die Aspekte Hochwasserschutz, statische Sicherheit und Wirtschaftlichkeit nicht außer Acht gelassen werden.

Als Anwendungsbeispiel dient in leicht modifizierter Form die in der Versuchsanstalt Obernach der technischen Universität München installierte kleine Laufwasserkraftanlage, weil hier Messdaten zur Modellvalidierung vorliegen und der Bezug zu den Arbeiten von LANG (1999) und GODDE (1994) herstellbar ist. Das Versuchskraftwerk liegt am Ende eines 250 m langen Rechteckgerinnes. Die Fallhöhe der Anlage beträgt 3.5 m und der Durchfluss $0.35 \text{ m}^3/\text{s}$. Hinter dem Rohrstück können eine Rohr-S- oder eine Durchströmturbine mit einer Nennleistung von 7.9 kW angeschlossen werden. Für weitere Details sei auf die Ausführungen von LANG (1999) verwiesen.

Die Abbildung 7.6 zeigt den Grundriss und einen Schnitt durch die für die Optimierungsrechnungen gewählte Oberwasserbucht. Die Bucht entspricht nicht in allen Aspekten den in Obernach real vorliegenden Bedingungen. Gegenüber der Versuchsanlage wird für das Anwendungsbeispiel ein breiteres Gerinne verwendet, da dies den Strömungsverhältnissen von Anlagen mit nebeneinanderliegendem Krafthaus und Wehr eher entsprechen dürfte. Der Sockel, vor dem der Trennpfeiler angeordnet ist, wird auf 0.1 m verkürzt, da dieses Maß der Tiefe der Rechenstäbe entspricht. LANG (1999) untersucht die Trennpfeilerumströmung im Versuchsgerinne ohne Trompete zwischen Rechen und Verziehung. Der Anschluss der Verziehung an die Rechenebene erzeugt jedoch eine Überdeckung mit einer scharfen Kante, de-

ren Umströmung mit Sicherheit zu großen Energieverlusten führt. Bevor bei einer in Planung befindlichen Anlage über eine automatische Trennpfeileroptimierung nachgedacht wird, sollte ein solcher offensichtlicher Mangel im Vorfeld behoben werden. Dabei kann die Kontur der Trompete auch in die automatische Optimierung mit einbezogen werden. Um den Umfang des Anwendungsbeispiels zu begrenzen, wird hier darauf verzichtet und lediglich auf die experimentellen Untersuchungen zur Gestaltung von Einlauftrompeten verwiesen, die LANG (1999) separat von der Trennpfeilerumströmung durchführt.

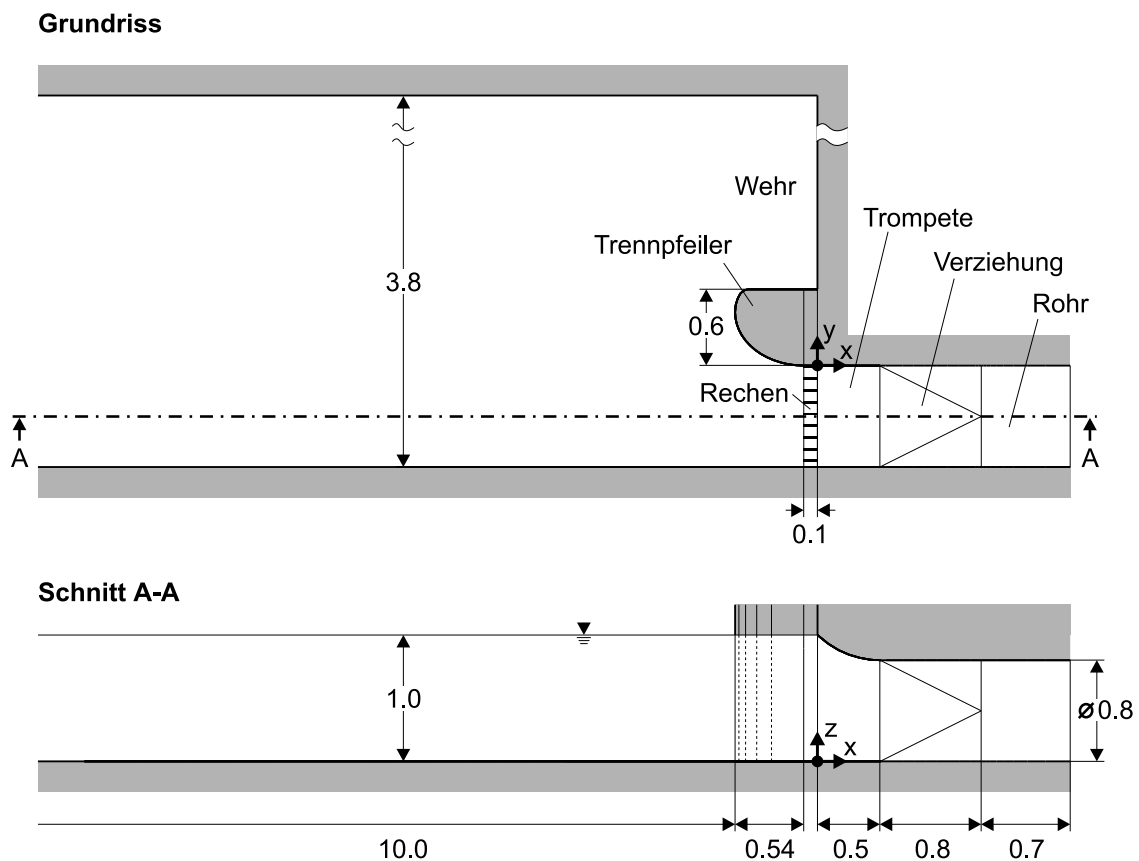


Abbildung 7.6: Oberwasserbucht des Anwendungsbeispiels

LANG (1999) untersucht den Einfluss der Trennpfeilerumströmung auf den Wirkungsgrad der Anlage in Verbindung mit einem senkrechten Rechen. Dieser Rechen wird für das hier vorliegende Anwendungsbeispiel übernommen. Er hat keine Querverstrebungen und seine Stäbe haben ein rechteckiges Profil. Die wesentlichen Parameter des Rechens sind in der Tabelle 7.1 aufgeführt.

Tabelle 7.1: Rechenparameter

Stabtiefe l	[mm]	100.0
Stabdicke s	[mm]	10.0
Stababstand b	[mm]	45.0
Stabformbeiwert φ	[–]	2.42
Rechenneigung α	[°]	90.0

Zur Bestimmung des Rechenverlustes nach Gleichung (3.11) ist die Kenntnis des Rechenkorrekturfaktors δ erforderlich. Der Faktor ist vom Verhältnis s/b abhängig. Nach GIESECKE & MOSONYI (1997) ergeben sich für das Verhältnis $s/b = 0.22$ die in der Tabelle 7.2 eingetragenen Werte.

Tabelle 7.2: Rechenkorrekturfaktor δ in Abhängigkeit vom Anströmwinkel β nach GIESECKE & MOSONYI (1997)

β [°]	0.0	10.0	20.0	30.0	40.0
δ [–]	1.00	1.50	2.25	3.60	5.70

In der Abbildung 7.6 ist ein Trennpfeiler mit der Kontur nach ROUVÉ eingezeichnet. Dieser Pfeiler soll als Referenz für den Aufbau und die Durchführung der automatischen Optimierung dienen, da seine Form allgemein als strömungsgünstig anerkannt ist (Kap. 7.2). Die Pfeilerbreite von $b = 0.6\text{ m}$ ergibt sich aus der Gleichung (7.4). Die darin enthaltene Konstante c beträgt 1.0 für die gegebene Form der Oberwasserbucht. Dadurch ist der Referenzpfeiler um 0.2 m breiter als die von LANG (1999) untersuchten Pfeilerformen. Die Trennpfeilerlänge L und die Halbachse B_2 werden entsprechend den Empfehlungen in Gleichung (7.2) und (7.3) zu $0.9B$ und $0.7B$ gewählt.

7.4 Module für die Pfeileroptimierung

7.4.1 Vorbemerkung

Gemäß den Ausführungen in Kapitel 2.4 besteht die automatische Optimierung der Trennpfeilerform aus den Modulen Strömungsmodell, Zielfunktion, Optimierungsalgorithmus und Konturparametrisierung, die im Folgenden vorgestellt werden. Da alle vier Module auf den in Kapitel 3 vorgestellten theoretischen Grundlagen basieren, sollen hier vor allem ihre spezifischen Eigenschaften hinsichtlich der Aufgabenstellung erläutert werden. Ein wesentlicher Bestandteil ist dabei die Umsetzung der in Kapitel 6.3 vorgestellten Empfehlungen für die Fehlerkontrolle. Daher orientiert sich die Reihenfolge der Erläuterungen an dem in Abbildung 6.1 dargestellten Vorgehen zur Validierung der automatischen Optimierung.

7.4.2 Strömungsmodell

Die Pfeilerumströmung der in Abbildung 7.6 vorgestellten Laufwasserkraftanlage wird mit Hilfe des in Kapitel 3.4.2 vorgestellten $k - \varepsilon$ -Turbulenzmodells berechnet. Die räumliche Diskretisierung des Strömungsfeldes erfolgt mit verschiedenen feinen, blockstrukturierten FV-Netzen. Abbildung 7.7 zeigt beispielhaft die Diskretisierung mit 27 498 Finite-Volumen-Elementen. Die Netze besitzen in Wandnähe und in Gebieten mit großen Strömungsgradienten lokale Verfeinerungen.

Das Gerinne wird im Modell mit einer Länge von 10 m abgebildet. Das Modell erstreckt sich bis zum Ende des Rohrstückes hinter der Verziehung. Die in der Realität an das Rohr anschließende Turbine wird nicht modelliert. Die Auslenkungen des Wasserspiegels einer solchen Oberwasserbucht sind sehr klein und werden daher im Modell vernachlässigt ('rigid lid assumption'). Diese Einschränkung ist üblich und führt zu keinen nennenswerten Genauigkeitseinbußen, dafür aber zu erheblichen Rechenzeiteinsparungen (FORDEL, 2000).

Der Rechen vor der Trompete wird nicht in die Modellierung einbezogen. Eine Ausdiskretisierung der einzelnen Rechenstäbe ist aus Rechenkapazitäts- und Zeitgründen nicht möglich. Um dennoch den Einfluss des Rechens auf die Strömung berücksichtigen zu können, sind verschiedene, auf empirischen Formeln basierende Ansätze entwickelt worden

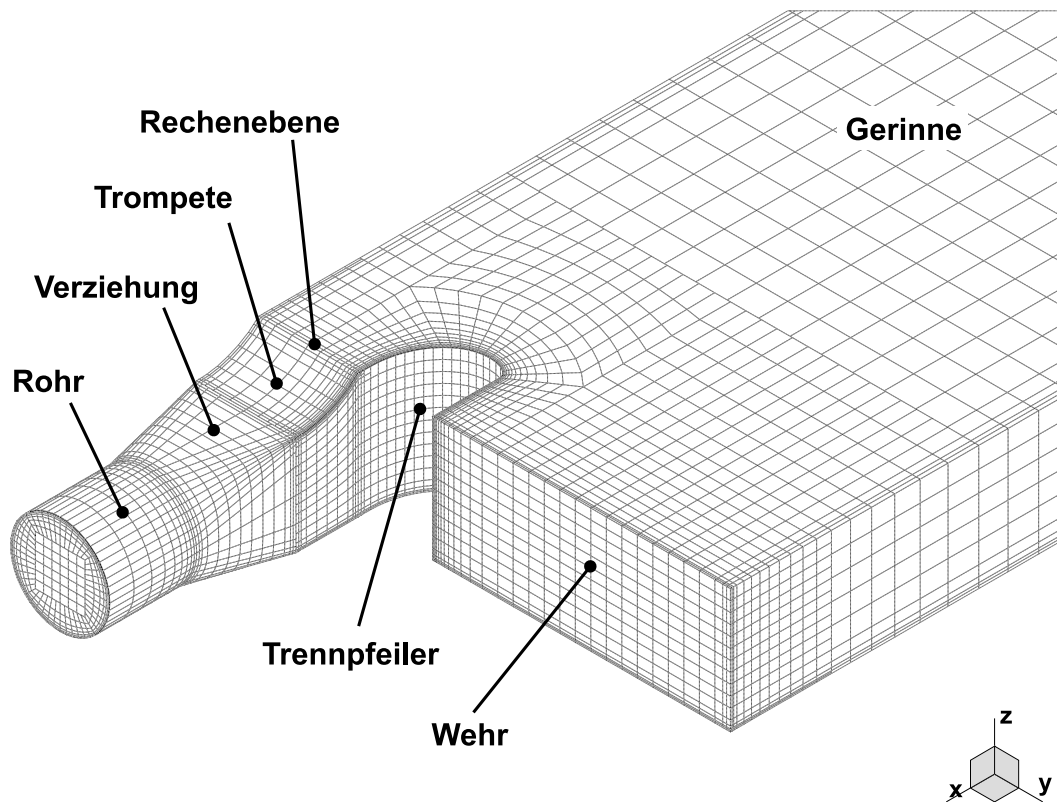


Abbildung 7.7: Diskretisierung der Trennpfeilerumströmung mit 27 498 FV

(DEMNY ET AL., 1998; BATREKHY ET AL., 1999). In Kapitel 7.4.3 wird jedoch gezeigt, dass die Strömung hinter dem Rechen wenig Bedeutung für die Trennpfeileroptimierung im Sinne der in Kapitel 7.3 formulierten Aufgabenstellung hat. Daher wird im Rahmen dieser Arbeit auf die Verwendung eines empirischen Ansatzes zur Berücksichtigung des Recheneinflusses auf die Strömung verzichtet.

Am Einlauf zum Gerinne wird eine voll ausgebildete turbulente Strömung vorgegeben, die aus einer eigenen Strömungsberechnung mit periodischen Randbedingungen ermittelt wird. An den übrigen Modellrändern wie den festen Wänden, dem Wasserspiegel und dem Auslauf werden die in Kapitel 3.4.2 erläuterten Randbedingungen angesetzt.

In der Tabelle 7.3 sind alle wesentlichen Modelldaten eingetragen. Die Referenzgeschwindigkeit u_R ist die mittlere Strömungsgeschwindigkeit im Rechenquerschnitt. Die Reynoldszahl Re_R bezieht sich auf diese Referenzgeschwindigkeit und auf die Pfeilerbreite $b = 0.6\text{ m}$. Es stehen vier verschiedene Diskretisierungsgrade zur Verfügung. Eine systematische Verfeinerung

der Diskretisierung ist wegen der komplexen Geometrie nicht möglich. Die Strukturen der vier Netze sind jedoch ähnlich gehalten, sodass ein Vergleich untereinander möglich ist. Die in der Tabelle 7.3 angegebenen Elementzahlen gelten für die Diskretisierung mit dem Trennpfeiler nach ROUVÉ. Im Zuge der Optimierungsrechnungen wird das jeweilige Netz der neuen Trennpfeilerkontur angepasst. Dabei kann sich die Zahl der FV geringfügig ändern. Die Blending-Faktoren β_u und β_k sind entsprechend den in Kapitel 5.4.2 erläuterten Erkenntnissen zur Stabilität und Genauigkeit des Diskretisierungsschemas gewählt worden.

Tabelle 7.3: Strömungsdaten und numerische Parameter

Abfluss Q	$[m^3/s]$	0.280
Referenzgeschwindigkeit u_R	$[m/s]$	0.350
Reynoldszahl Re_R	$[-]$	$1.6 \cdot 10^5$
Anzahl FV	Netz 1:	11 534
	Netz 2:	27 498
	Netz 3:	83 808
	Netz 4:	320 345
Blending-Faktor β_u	$[-]$	0.9
Blending-Faktor β_k	$[-]$	0.0
Abbruchkriterium τ_R	$[-]$	$1.0 \cdot 10^{-6}$

Im Folgenden werden der Iterationsfehler, der Diskretisierungsfehler und der Modellfehler des Strömungsmodells für die Trennpfeilerumströmung der Laufwasserkraftanlage untersucht. Je nach Erfordernis werden die Fehler für eine der drei in Kapitel 3.3 erläuterten Zielgrößen Geschwindigkeitshöhenausgleichswert (3.5), Strömungsverlust (3.8) oder Rechenverlust (3.11) berechnet. Der Geschwindigkeitshöhenausgleichswert und der Rechenverlust werden in der Rechenebene ermittelt. Der Strömungsverlust der Oberwasserbucht wird über den Gerinneanfang bis zum Ende der Verziehung bilanziert. Soweit nicht anders angegeben basieren alle Sensitivitätsstudien auf der Kontur des Referenzpfeilers nach ROUVÉ.

Abbildung 7.8 zeigt den Iterationsfehler des Strömungsmodells für den Rechenverlust nach Gleichung (3.11) in Abhängigkeit vom Abbruchkriterium

τ_R für die vier verschiedenen FV-Netze. Der lineare Zusammenhang nach Gleichung (6.1) zwischen Abbruchkriterium und Fehler zeigt sich auch bei diesem Modell. Der Proportionalitätsfaktor c_I hat für das feinste Netz nahezu den Wert 1, die Faktoren für die drei größeren Netze liegen darunter. Mit $\tau_R = 1.0 \cdot 10^{-6}$ wird ein für alle FV-Netze einheitliches Abbruchkriterium gewählt, das den Genauigkeitsanforderungen bei der Gradientenberechnung entspricht (siehe Kap. 7.4.4). Gemäß Abbildung 7.8 beträgt der Iterationsfehler aller vier Netze damit maximal $\varepsilon_I = 1.0 \cdot 10^{-4}\%$ des zugehörigen Rechenverlustes.

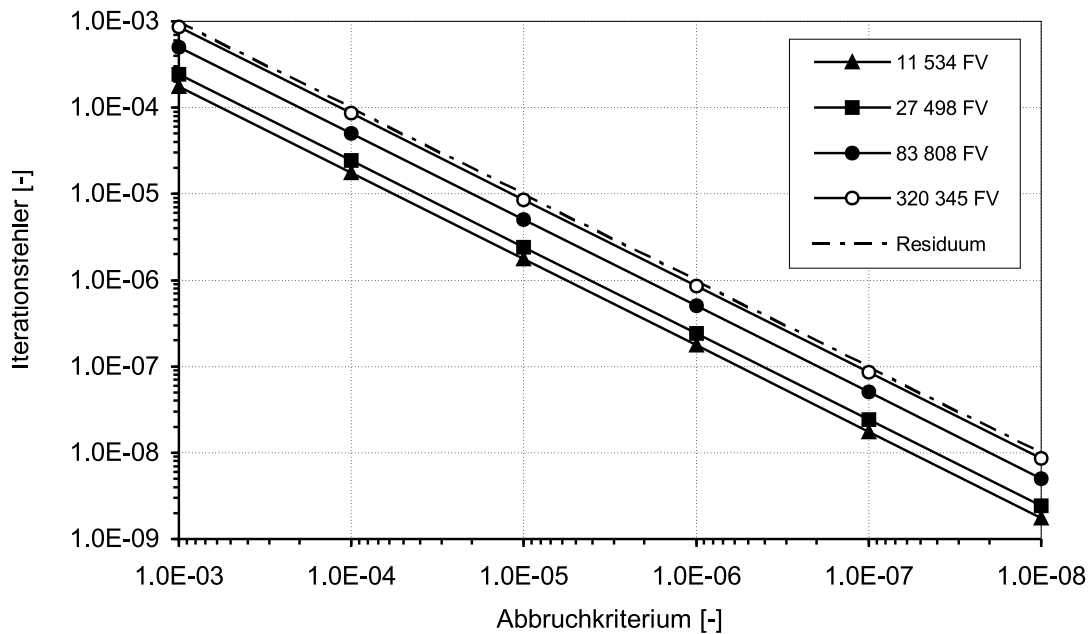


Abbildung 7.8: Iterationsfehler des Strömungsmodells

Zur Ermittlung des Diskretisierungsfehlers des Strömungsmodells wird der Rechenverlust (3.11) mit allen vier FV-Netzen berechnet und in die Abbildung 7.9 eingetragen. Der Rechenverlust nimmt mit feiner werdendem Netz zunächst ab und verändert sich für große Netzfeinheiten nahezu nicht mehr. Die Unterschiede zwischen den Netzen 2 bis 4 liegen bei 0.1 %. Der Berechnungsaufwand steigt mit zunehmender Netzfeinheit exponentiell an. Für die Optimierungsrechnungen wird daher das Netz 2 gewählt, da es mit 10 min CPU-Zeit eine sehr wirtschaftliche Optimierung zulässt und dabei noch genügend genau ist.

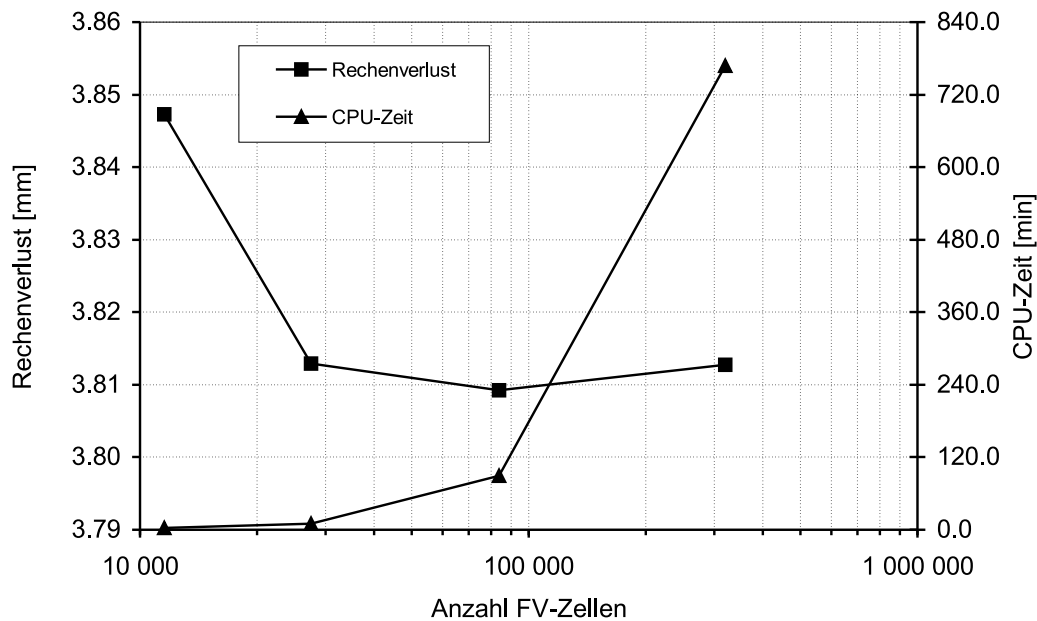


Abbildung 7.9: Einfluss der FV-Diskretisierung auf den Rechenverlust und erforderliche CPU-Zeit

Der Modellfehler des Strömungsmodells kann verschiedene Ursachen haben. Eine Fehlerquelle für das vorliegende Modell kann die nicht vorhandene zeitliche Diskretisierung sein (stationäre Betrachtung). Deshalb wird die Stationarität der Trennpfeilerumströmung durch Testrechnungen mit den im Programm COMET verfügbaren Zeit-Diskretisierungsverfahren (Euler-Implizit sowie Three-Time-Level-Methode, ICCM (1998)) überprüft. Die Berechnungen liefern alle eine stationäre Lösung. Damit ist der Einsatz eines stationären Berechnungsverfahrens gerechtfertigt (CASEY & WINTERGERSTE, 2000).

Die Dimensionalität des Strömungsmodells umfasst alle drei Raumrichtungen, es kann also kein Fehler durch eine beschränkte räumliche Darstellung entstehen. Allerdings kann die Ausdehnung des Modells Fehler verursachen. So sollte die Gerinnelänge des Modells mindestens so lang gewählt werden, dass die am Gerinneanfang angesetzten Randbedingungen den berechneten Zielfunktionswert nicht beeinflussen. Die Abbildung 7.10 zeigt den mit dem groben Netz berechneten Rechenverlust in Abhängigkeit von der Gerinnelänge des Modells. Es ist deutlich zu erkennen, dass sich der Rechenverlust ab einer Gerinnelänge von 10 m nicht mehr verändert. Daraus resultiert die Festlegung der Länge des zu modellierenden Gerinnes auf dieses Maß.

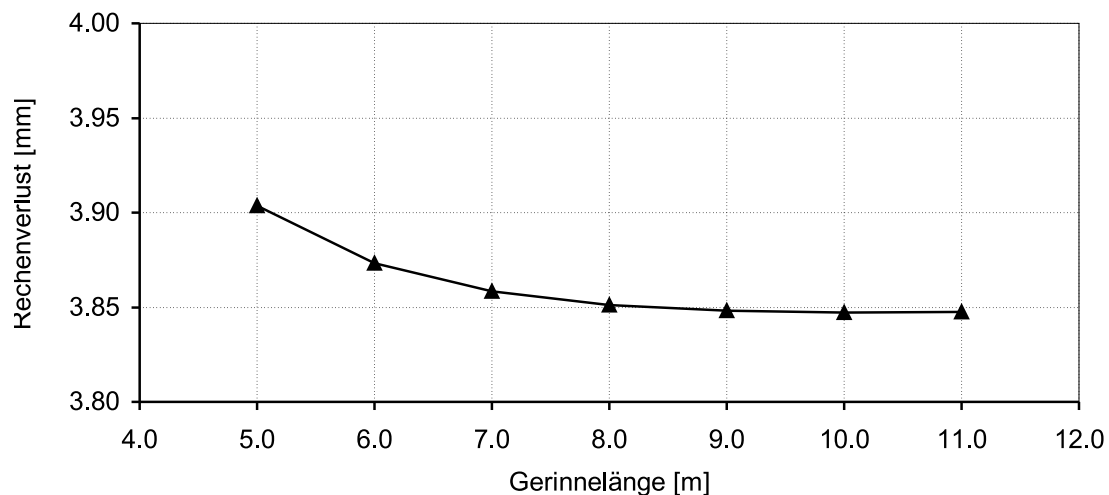


Abbildung 7.10: Sensitivitätsstudie zur erforderlichen Gerinnelänge

Auch die Auslaufrandbedingungen am Modellende können das Berechnungsergebnis beeinträchtigen. Im Falle des hier vorliegenden Modells einer Laufwasserkraftanlage ist davon vor allem der vom Gerinneanfang bis zum Ende der Verziehung auftretende Strömungsverlust betroffen. Anhand der Abbildung 7.11 lässt sich der Einfluss der Rohrlänge auf den Strömungsverlust studieren. Die durchgeführte Sensitivitätsstudie zeigt, dass eine Rohrlänge von 0.7 m , wie sie auch bei der realen Anlage vorliegt, ausreicht, um Beeinflussungen durch die Auslaufrandbedingungen vom Ende der Verziehung fernzuhalten.

Die Wahl des Versuchskraftwerkes in Oberrach als Anwendungsbeispiel ermöglicht die Validierung des numerischen Strömungsmodells anhand von Messwerten. Für diesen Vergleich wird das Modell an die von LANG (1999) beschriebenen Bedingungen angepasst. Die Gerinnebreite beträgt nun 1.65 m , die Trennpfeilerbreite 0.4 m , die Sockellänge 0.2 m und anstelle der Trompete wird die Verziehung unmittelbar hinter dem Rechen an das Gerinne angeschlossen. Dadurch entsteht eine 0.2 m hohe Überdeckung am Turbineneinlauf. LANG (1999) ermittelt die Geschwindigkeitsprofile in der Rechenebene mit Hilfe eines Messflügels für einen Trennpfeiler mit halbkreisförmigem und einen mit halbellipsenförmigem Grundriss. Der Radius des Halbkreises beträgt 0.2 m , die Länge der Halbellipse 0.466 m . Der Rechen wird für die Messungen entfernt. In der Abbildung 7.12 sind die gerechneten Profile der Längsgeschwindigkeit den von LANG (1999) gemessenen

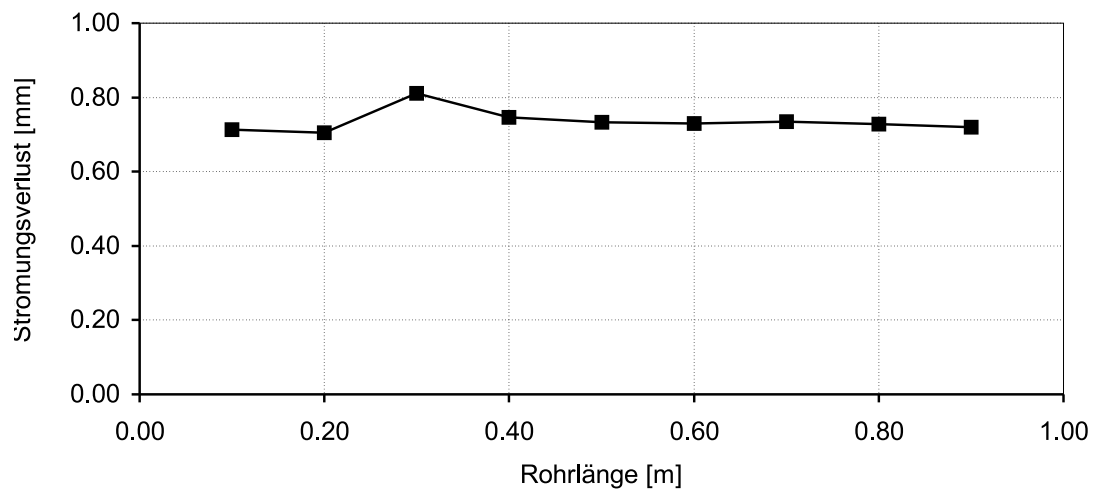


Abbildung 7.11: Sensitivitätsstudie zur erforderlichen Rohrlänge

nen Profilen gegenübergestellt. Die Geschwindigkeiten sind auf die mittlere Geschwindigkeit u_R bezogen.

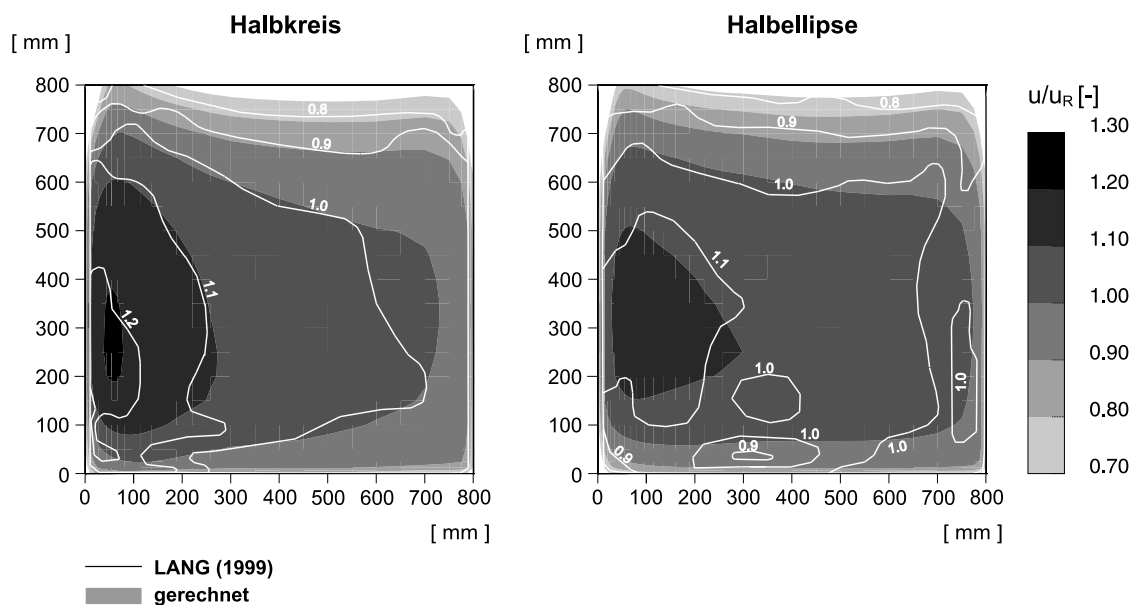


Abbildung 7.12: Gerechnete und gemessene Geschwindigkeitsprofile im Rechenquerschnitt (Blick in Strömungsrichtung)

Die Strömung im Rechenquerschnitt entspricht einer Kanalströmung, die von der Unterströmung der Überdeckung am oberen Rand des Querschnittes und von der Umströmung des Trennpfeilers auf der linken Seite überla-

gert wird. Die Unterströmung der Überdeckung ist bei beiden Trennpfeilern nahezu gleich und wird vom numerischen Modell sehr gut wiedergegeben. Hinsichtlich der Trennpfeilerumströmung ist deutlich zu erkennen, dass der halbellipsenförmige Pfeiler ein über den Querschnitt fülligeres Profil erzeugt als der Halbkreis. Damit ist die maximale Geschwindigkeit am halbkreisförmigen Trennpfeiler größer als an der Halbellipse. Auch die vom Trennpfeiler generierte Strömung wird vom numerischen Modell sehr gut wiedergegeben. Lediglich die Gebiete mit den maximalen Geschwindigkeiten werden etwas zu klein berechnet.

LANG (1999) ermittelt aus den gemessenen Strömungsprofilen den zugehörigen Geschwindigkeitshöhenausgleichswert α_{Geschw} nach Gleichung (3.5). Abbildung 7.13 zeigt den Vergleich mit den berechneten Werten. Der halbkreisförmige Pfeiler weist aufgrund der ungünstigeren Umströmung einen höheren α_{Geschw} -Wert auf als die Halbellipse. Genau diese Differenz zwischen beiden Pfeilerformen zeigen auch die berechneten α_{Geschw} -Werte, selbst wenn die absoluten Werte höher liegen als bei der Messung. LANG

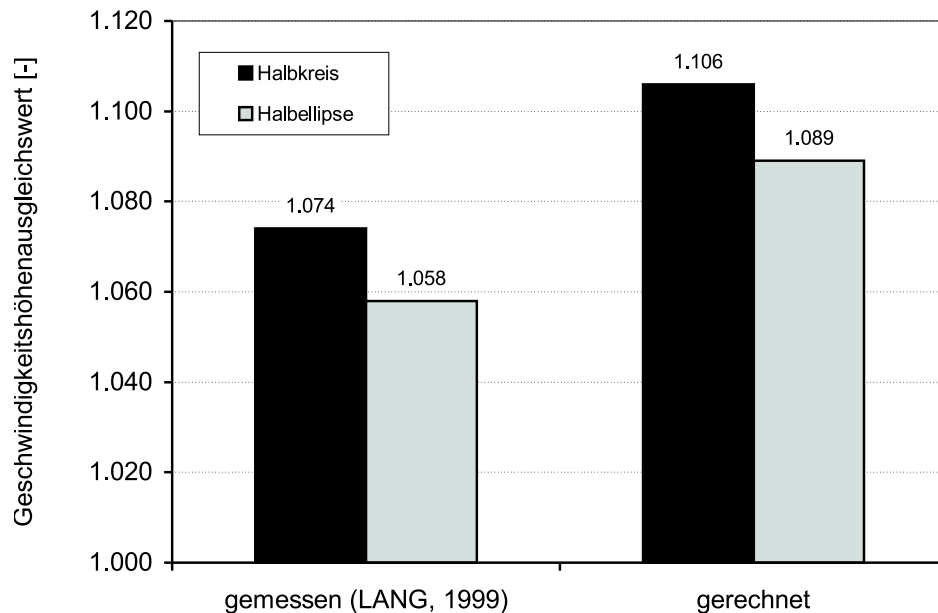


Abbildung 7.13: Gerechnete und gemessene Geschwindigkeitshöhenausgleichswerte α_{Geschw} im Rechenquerschnitt

(1999) ermittelt den Messfehler des Flügels anhand einer Betrachtung des Durchflusses. Der Fehler liegt mit 1 bis 2% in der gleichen Größenord-

nung wie der Unterschied von ca. 1.5% zwischen den gemessenen α_{Geschw} -Werten für Halbkreis und Halbellipse. Der Messfehler ist also genauso groß wie die Differenz zwischen den beiden Pfeilervarianten. Der Unterschied zwischen gerechneten und gemessenen α_{Geschw} -Werten beträgt für beide Geometrien knapp 3%. Damit liegt auch der Modellfehler in der selben Größenordnung wie die Messgenauigkeit und die zu betrachtenden Differenzen zwischen den Bauwerksvarianten. Die Validierung des numerischen Modells kann daher mit den vorliegenden Messungen nicht vollständig abgeschlossen werden. Hier besteht weiterer Untersuchungsbedarf. Die gute Übereinstimmung der Strömungsstrukturen zwischen Rechnung und Messung in Abbildung 7.12 zeigt jedoch an, dass das Strömungsmodell trotz der Fehlerproblematik sehr gut in der Lage sein dürfte, die von den verschiedenen Pfeilervarianten generierte Rechenanströmung wiederzugeben. Daher soll im Rahmen dieser Arbeit auf eine Ausweitung der Modellvalidierung verzichtet werden.

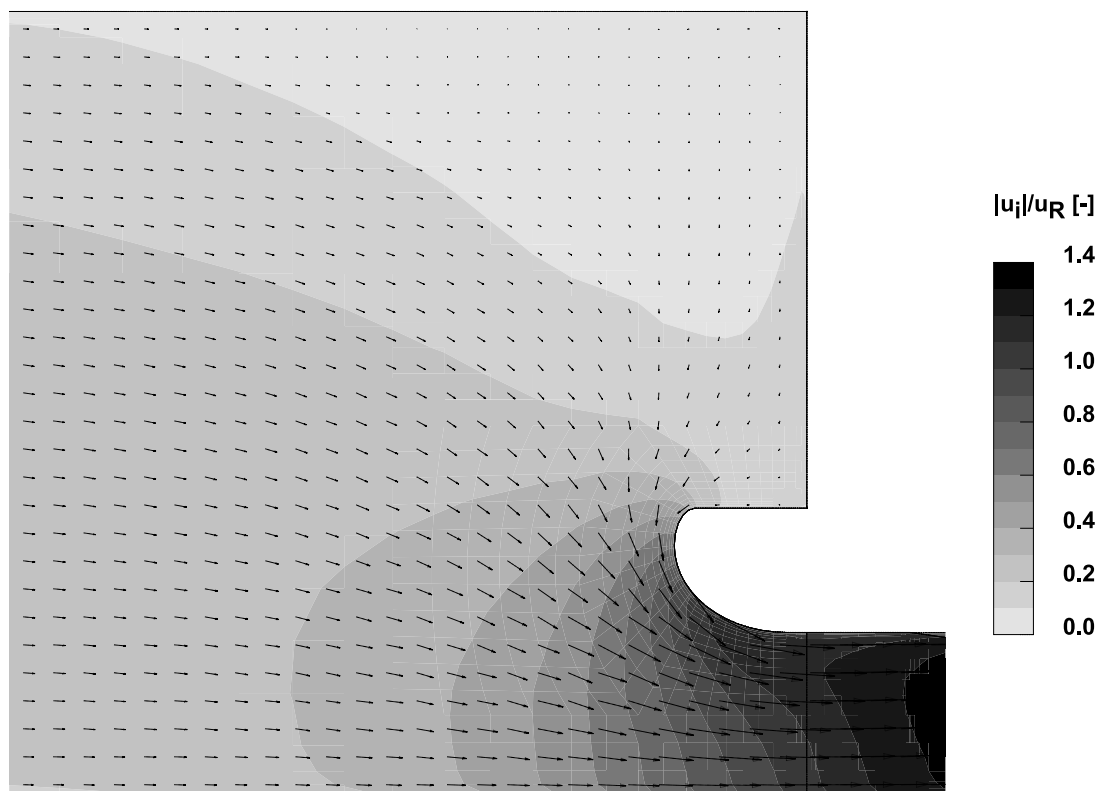


Abbildung 7.14: Strömungsfeld auf Höhe der Rohrachse bei $z = 0.4\text{ m}$

Das numerische Modell ermöglicht einen detaillierten Einblick in die Strömungsverhältnisse am Trennpfeiler. Die Abbildung 7.14 zeigt das Strömungsfeld auf Höhe der Rohrachse bei $z = 0.4\text{ m}$.

mungsfeld am Referenzpfeiler nach ROUVÉ für die in Kapitel 7.3 beschriebene Konfiguration der Oberwasserbucht. Der Schnitt für die Betrachtung liegt auf der Höhe der Rohrachse (bzw. Turbinenachse) bei $z = 0.4$.

Die vom Gerinne kommende Strömung wird vom Trennpfeiler zum Turbineneinlauf hin umgelenkt. Durch die damit verbundene Querschnittsverringeringung wird die Strömung großräumig beschleunigt. Vor dem geschlossenen Wehr bildet sich dagegen ein Gebiet mit sehr kleinen Strömungsgeschwindigkeiten aus. Übereinstimmend mit der in Kapitel 7.2 erläuterten Theorie erfahren die Wasserteilchen bei der Umströmung der Pfeilerspitze eine zusätzliche Beschleunigung. Auch wenn in der Trompete an der dem Pfeiler zugewandten Wand ein kleines Gebiet mit verringerten Geschwindigkeiten beobachtet werden kann, so bestehen doch relativ günstige Verhältnisse für eine Trennpfeilerumströmung, weil die querschnittsbedingte Geschwindigkeitszunahme Ablösungen verhindert.

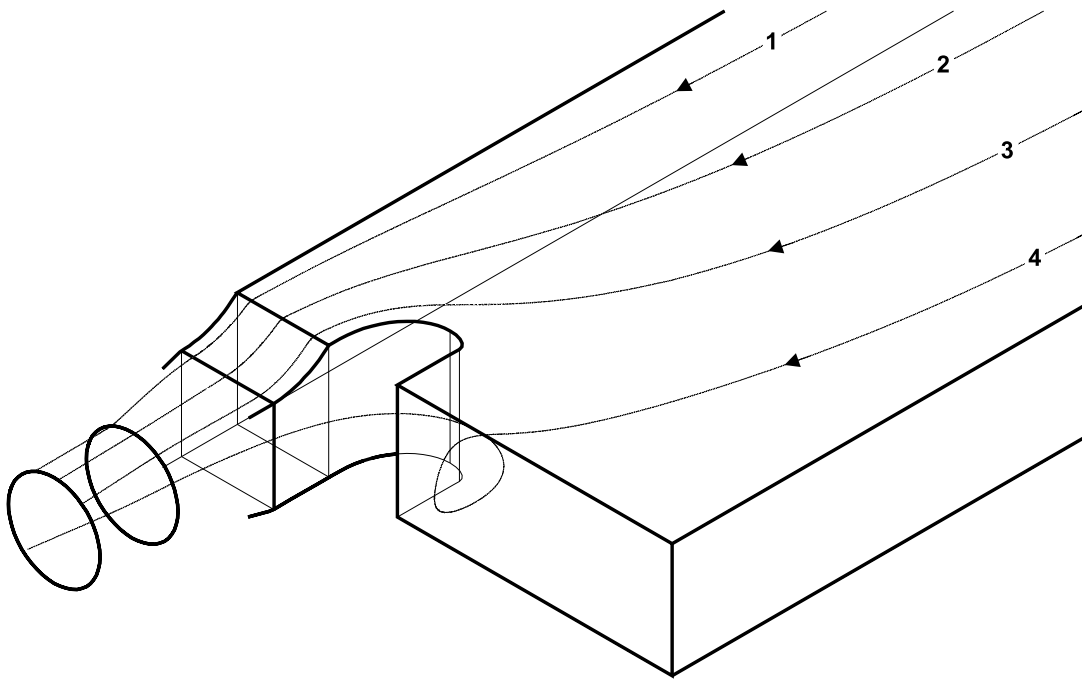


Abbildung 7.15: Stromlinien in der Oberwasserbucht

Die Pfeilerumströmung findet nicht nur in der Ebene statt, wie die Abbildung 7.14 vermuten lassen könnte. Die Abbildung 7.15 zeigt vier am Gerinneanfang auf Höhe des Wasserspiegels gestartete Stromlinien. Die Linien „1“ bis „3“ zeigen in der Tat eine rein zweidimensionale Strömung an, wenn man von der Unterströmung der Trompete absieht. Die Stromlinie „4“ dage-

gen erreicht die Trompete nicht am Wasserspiegel, sondern verläuft zunächst bis vor das Wehr. Hier tauchen die Wasserteilchen ab und umströmen den Trennpfeiler an der Sohle. Dabei kann eine zur Landseite hin orientierte Querbewegung beobachtet werden, die sich bis zum Rohrstück fortsetzt.

Die Umströmung des Trennpfeilers bei geschlossenem Wehrfeld hat damit eine sehr komplexe, dreidimensionale Struktur. Die in Kapitel 7.2 vorgestellten Trennpfeilergrundrisse sind in der Regel auf der Grundlage einer zweidimensionalen Betrachtung entwickelt worden. Hier könnte also noch Verbesserungspotenzial bestehen, das sich mit der automatischen Optimierung erschließen ließe.

7.4.3 Zielfunktion

Nach der in Kapitel 7.3 formulierten Aufgabenstellung ist der Anlagenwirkungsgrad der Laufwasserkraftanlage zu maximieren. Der Anlagenwirkungsgrad kann gemäß den Ausführungen in Kapitel 7.2 durch die Oberwasserbucht auf drei verschiedene Arten beeinflusst werden:

1. Die Inhomogenität der Anströmung der Turbine beeinflusst die Leistungsabgabe. Nach GODDE (1994) lässt sich der Einfluss des Anströmprofils über den Geschwindigkeitshöhenausgleichswert α_{Geschw} nach Gleichung (3.5) ausdrücken.
2. Der Rechenverlust H_{V_R} entsteht durch eine inhomogene und quergerichtete Strömung in der Rechenebene und kann durch Gleichung (3.11) erfasst werden.
3. Durch Reibung an den umströmten Bauwerkswänden und durch innere Reibung wie bei der in Kapitel 7.4.2 beschriebenen Abtauchbewegung vor dem Wehr entsteht ein Strömungsverlust H_V in der Oberwasserbucht, der durch Gleichung (3.8) definiert ist.

Alle drei Mechanismen treten gleichzeitig auf. Daher muss zur Formulierung einer geeigneten Zielfunktion überprüft werden, welche für die Aufgabenstellung maßgeblich sind.

Zu diesem Zweck werden Sensitivitätsstudien durchgeführt. Dabei wird die Länge des Referenzpfeilers nach ROUVÉ variiert und die jeweilige Zielfunktion berechnet. Aus der Veränderung der berechneten Werte kann auf die

Sensitivität der Zielfunktion geschlossen werden. Alle diese Berechnungen werden abweichend zu den übrigen Berechnungen mit dem feineren FV-Netz 3 durchgeführt.

Zunächst soll die Sensitivität der Anströmbedingungen für die Turbine untersucht werden. Dazu wird der Geschwindigkeitshöenausgleichswert α_{Geschw} unmittelbar hinter dem Ende der Verziehung berechnet und in Abbildung 7.16 eingetragen. Zusätzlich wird der Geschwindigkeitshöenausgleichswert auch in der Rechenebene bestimmt, um eine Aussage über die Veränderung dieses Parameters über die Einlaufstrecke zur Turbine zu erhalten.

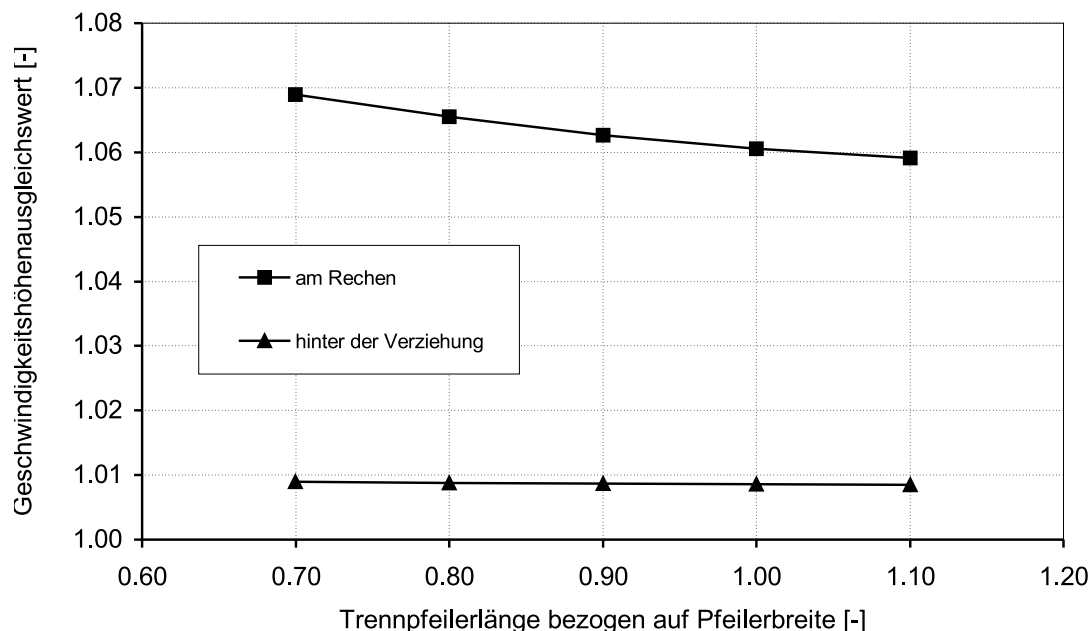


Abbildung 7.16: Sensitivität des Geschwindigkeitshöenausgleichswertes

Aus Abbildung 7.16 ist ersichtlich, dass der Geschwindigkeitshöenausgleichswert hinter der Verziehung wesentlich kleiner ist als der in der Rechenebene. Zusätzlich ist der Ausgleichswert hinter der Verziehung nahezu insensitive gegenüber einer Veränderung des Pfeilers. Demgegenüber zeigt der Ausgleichswert in der Rechenebene eine Reduktion mit zunehmender Pfeilerlänge. Die Durchströmung der Einlauftrumpete und der Verziehung führt also zu einer starken Vergleichmäßigung der Strömung und der Einfluss der Trennpfeilerkontur reicht nicht bis zur Turbine. Dieses Ergebnis deckt sich mit den experimentellen Untersuchungen von GODDE (1994), der

für eine ähnliche Konfiguration ebenfalls keinen Einfluss der Pfeilerform auf das Strömungsprofil hinter der Verziehung ausmachen kann.

Der relativ hohe Geschwindigkeitshöhenausgleichswert in der Rechenebene deutet auf eine inhomogene Anströmung des Rechens hin. Daher ist eine wesentlich höhere Sensitivität des Rechenverlustes zu erwarten. Abbildung 7.17 zeigt den Rechenverlust und den Strömungsverlust in der Oberwasserbucht in Abhängigkeit von der Pfeilerlänge. Der Strömungsverlust der Oberwasserbucht wird durch Bilanzierung der Strömungsenergien zwischen dem Modelleinlauf und dem Ende der Verziehung ohne Berücksichtigung des Rechens bestimmt.

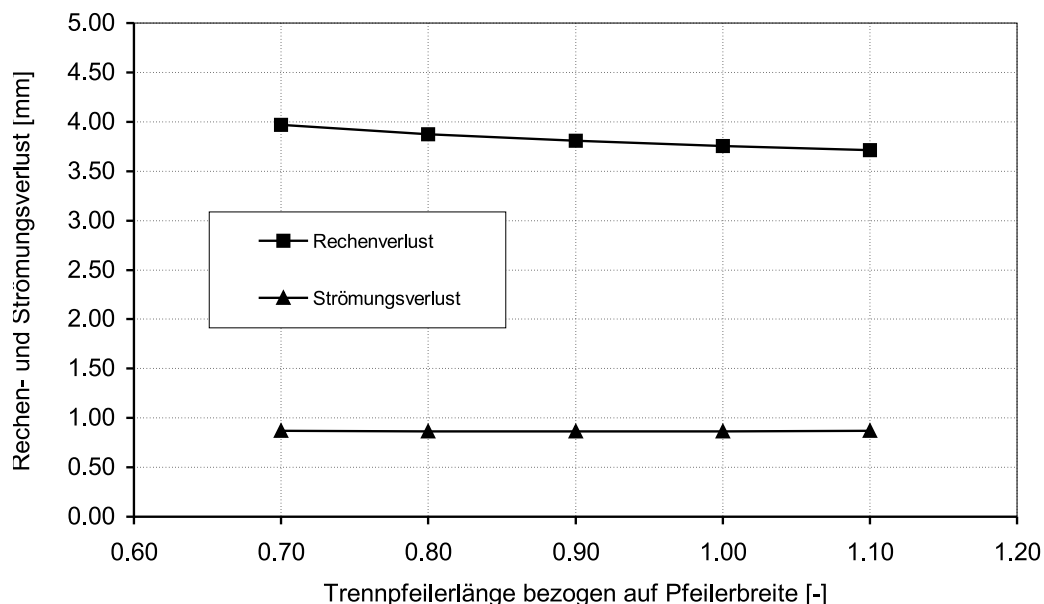


Abbildung 7.17: Sensitivität des Strömungs- und des Rechenverlustes

Der im Rechen auftretende Verlust ist mehr als viermal so hoch wie der Strömungsverlust in der gesamten Oberwasserbucht. Wie bereits in Anbetracht der Untersuchungen zum Geschwindigkeitshöhenausgleichswert vermutet zeigt der Rechenverlust eine hohe Sensitivität. Demgegenüber ist der Strömungsverlust nahezu unabhängig von der Pfeilerlänge. Die Sensitivitätsstudien stehen insgesamt im Einklang mit den Erkenntnissen von LANG (1999), der ebenfalls den Rechen als wichtigsten Einflussfaktor auf den Anlagenwirkungsgrad seines Versuchskraftwerkes in Verbindung mit der Trennpfeilerkontur identifiziert. Daher wird der Rechenverlust als Zielfunktion für die automatische Optimierung der Trennpfeilerkontur gewählt.

Die Inhomogenität der Anströmung und die Queranströmung sind die beiden wesentlichen Mechanismen für den Rechenverlust nach Gleichung (3.11). Zur Illustration dieses Sachverhaltes sind in Abbildung 7.18 die Strömungsvektoren in der Rechenebene für den Referenzpfeiler eingetragen. Die Ge-

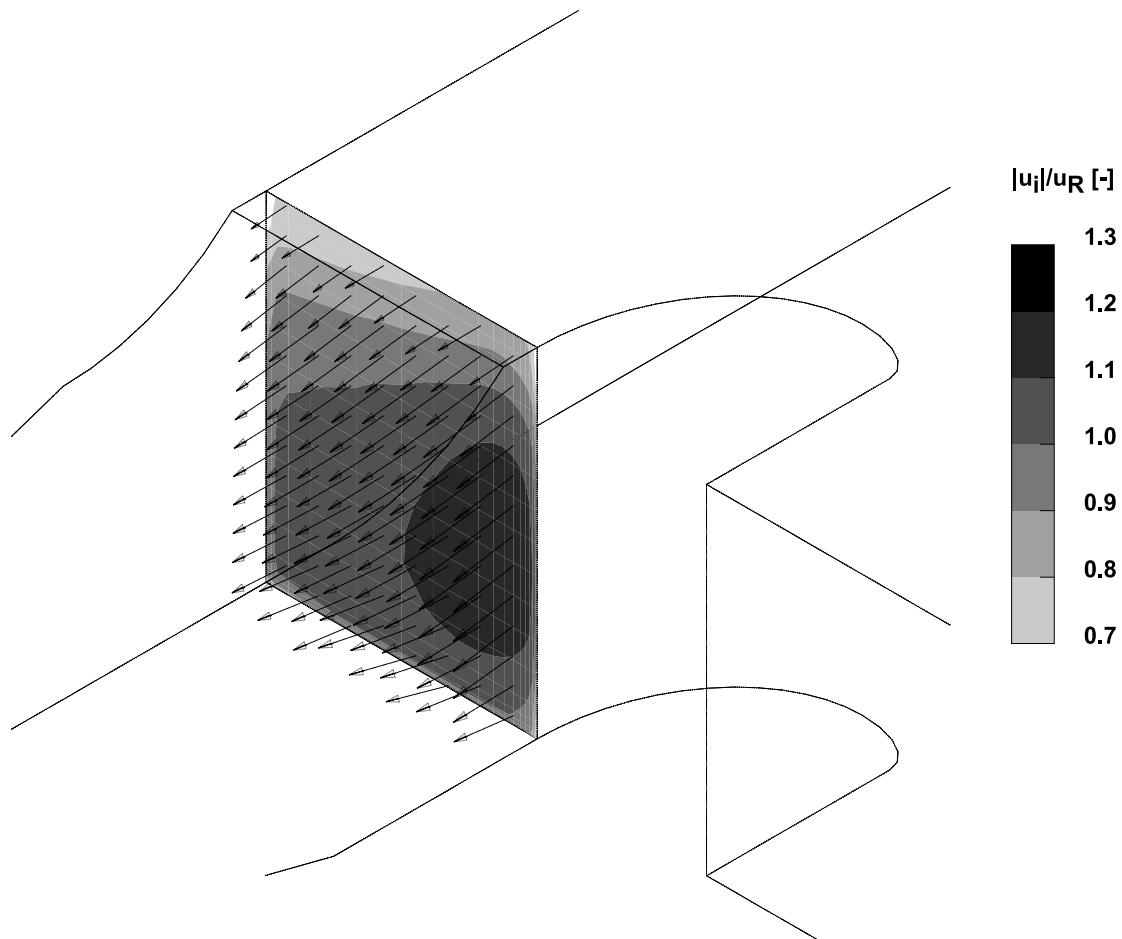


Abbildung 7.18: Geschwindigkeitsvektoren am Rechen für den ROUVÉ'schen Trennpfeiler

schwindigkeitsverteilung in der Rechenebene ist sehr inhomogen. Im oberen Drittel ist die Strömungsgeschwindigkeit durch die Abtauchbewegung unter die Trompete geringer als die mittlere Strömungsgeschwindigkeit u_R . Die am Trennpfeiler beschleunigte Strömung macht sich durch erhöhte Strömungsgeschwindigkeiten auf der dem Pfeiler zugewandten Seite bemerkbar. Das so entstehende Geschwindigkeitsmaximum beträgt knapp das 1.2-fache der mittleren Geschwindigkeit u_R . An der Sohle ist die bereits in Kapitel 7.4.2 erläuterte Querströmung erkennbar.

Abbildung 7.19 zeigt einen Schnitt durch die Rechenebene, für den das Profil der Längsgeschwindigkeit u und der Winkel β der Queranströmung eingetragen sind. Im Vergleich zum Profil des Geschwindigkeitsbetrages in Ab-

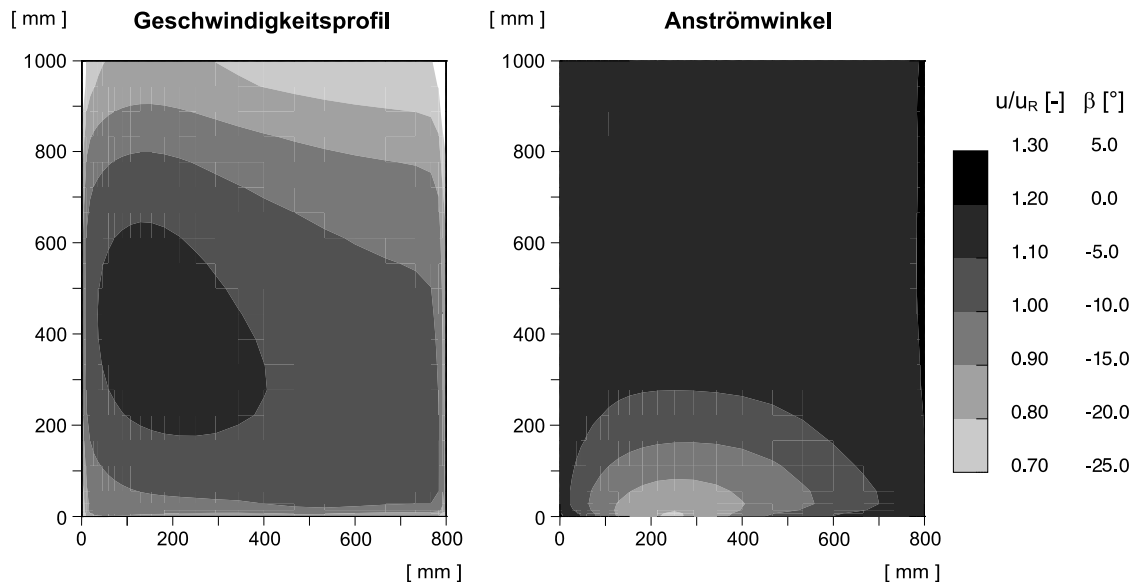


Abbildung 7.19: Geschwindigkeitsprofil und Anströmwinkel am Rechen für den ROUVÉ'schen Trennpfeiler (Blick in Strömungsrichtung)

bildung 7.18 zeigt sich für die Längsgeschwindigkeit eine nahezu identische Verteilung. Diese Geschwindigkeitskomponente ist damit im Rechenquerschnitt maßgeblich. Der Winkel β beschreibt die horizontale Abweichung der Strömungsrichtung von der Senkrechten auf der Rechenebene. Negative Winkel bedeuten von oberstrom gesehen eine Strömungsrichtung von links nach rechts. Es ist die bereits in Kapitel 7.4.2 erläuterte starke Querströmung an der Sohle erkennbar, die zu einem maximalen Winkelbetrag von $|\beta| = 20.0^\circ$ führt. Auch über den restlichen Querschnitt zeigt sich eine leichte Querströmung, deren Betrag jedoch unterhalb von 5.0° liegt.

Wird nun im Zuge der automatischen Optimierung der Rechenverlust verringert, so sollten sich die Profile für die Längsgeschwindigkeit u und für den Strömungswinkel β vergleichmäßigen. Durch einen Vergleich mit den in Abbildung 7.19 gezeigten Profilen für den Referenzpfeiler kann dann festgestellt werden, wie die beiden Mechanismen für den Rechenverlust durch die Trennpfeileroptimierung beeinflusst werden.

7.4.4 Optimierungsalgorithmus

Für die Optimierung der Trennpfeilerkontur soll der in Kapitel 3.6.2 vorgestellte Quasi-Newton-Algorithmus eingesetzt werden. Entsprechend den Empfehlungen in Kapitel 6.3.3 sind zur Validitätsprüfung der Diskretisierungsfehler des Gradienten sowie der Rundungsfehler, der Iterations- und der Modellfehler des Algorithmus zu untersuchen. Der Diskretisierungsfehler und der Rundungsfehler können vor der eigentlichen Optimierung überprüft werden, die beiden letztgenannten Fehlerkategorien hingegen werden erst bei der Vorstellung der Optimierungsergebnisse in Kapitel 7.5.2 diskutiert.

Wesentlicher Bestandteil der Prüfung des Diskretisierungsfehlers des Gradienten ist die Ermittlung des gültigen Intervalls $[h_{min}; h_{max}]$ für die FD-Schrittweite h_g . Dazu wird der Gradient des Rechenverlustes H_{V_R} in x- und y-Richtung für verschiedene Schrittweiten h_g durch Variation der Länge und der Breite des Referenzpfeilers bestimmt und in Abbildung 7.20 eingetragen.

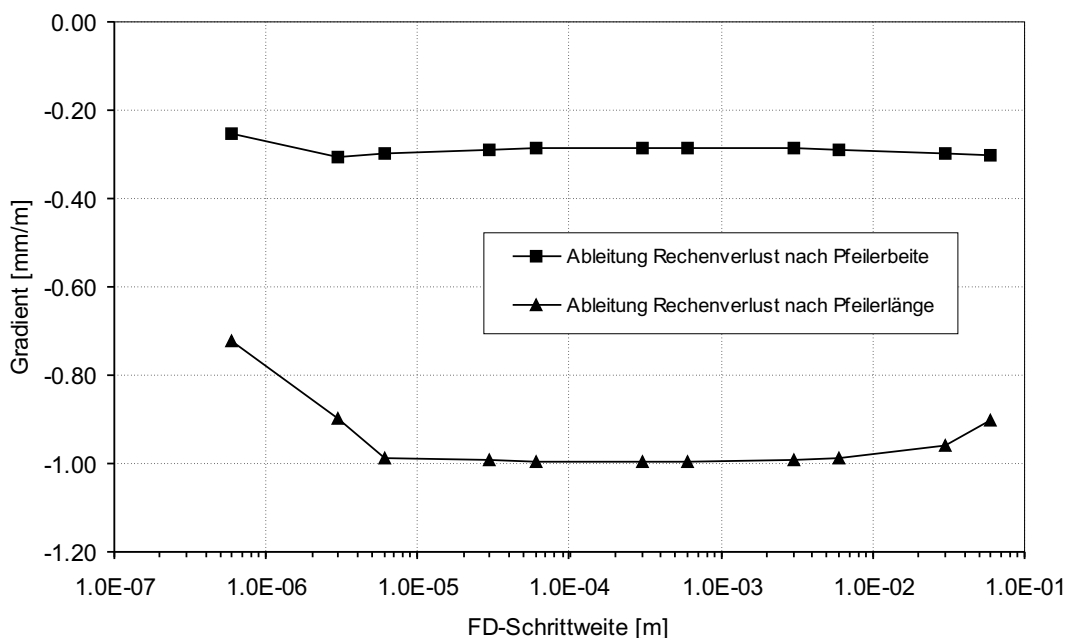


Abbildung 7.20: Sensitivität des FD-Gradienten für die Pfeilerlänge und -breite

Die Sensitivitätsstudie zeigt für Schrittweiten h_g größer als $h_{min} = 6 \cdot 10^{-6} \text{ m}$ und kleiner als $h_{max} = 6 \cdot 10^{-3} \text{ m}$ konstante Gradienten sowohl für die Längs-

als auch für die Querrichtung an. Für die Optimierung wird entsprechend der Empfehlung in Kapitel 6.3.3 die FD-Schrittweite $h_g^* = 5.0 \cdot 10^{-4} m$ gewählt.

Die untere Schranke h_{min} des für die FD-Schrittweite h_g zugelassenen Bereiches entspricht der minimalen Differenz der Konturparameter, die gerade noch eine fehlerfreie Berechnung der Differenz zweier Zielfunktionswerte zulässt. Aus dieser Differenz $f - f_{(h_{min})}$ lässt sich nach Gleichung (6.3) der Rundungsfehler ε_R^{max} bestimmen. Er beträgt für das hier vorliegende Anwendungsbeispiel der Trennpfeileroptimierung $3.0 \cdot 10^{-6}$.

Der Rundungsfehler ε_R^{max} und die zulässige untere Schranke der Geometrievariation h_{min} stellen eine sinnvolle Wahl für die beiden Abbruchkriterien τ_f und τ_p der Optimierung dar. In Tabelle 7.4 sind alle für den Quasi-Newton-Algorithmus wichtigen numerischen Parameter zusammengefasst. Die Bestimmung des Abbruchkriteriums τ_g für den Gradienten erfolgt bei der Vorstellung der Optimierungsläufe in Kapitel 7.5.2. Sein Wert ist vollständigshalber in der Tabelle 7.4 bereits aufgeführt. Welches Abbruchkriterium sich für die Optimierung der Trennpfeilerkontur eignet, wird ebenfalls in Kapitel 7.5.2 erläutert.

Tabelle 7.4: Numerische Parameter für den Optimierungsalgorithmus

FD-Schrittweite h_g^*	$[m]$	$5.0 \cdot 10^{-4}$
Abbruchkriterium τ_f	$[-]$	$3.0 \cdot 10^{-6}$
Abbruchkriterium τ_p	$[m]$	$6.0 \cdot 10^{-6}$
Abbruchkriterium τ_g	$[mm/m]$	$5.0 \cdot 10^{-4}$

Damit ist der Algorithmus für die Durchführung der Optimierungsrechnungen vorbereitet. Für die Optimierungsläufe wird die in Kapitel 4.5 beschriebene Technik des Neustarts der Strömungsberechnungen ausgehend vom Strömungsfeld des vorangegangenen Iterationsschrittes bzw. der vorangegangenen Gradientenberechnung verwendet, um Rechenzeit einzusparen.

7.4.5 Parametrisierung der Kontur

Die Parametrisierung der Pfeilerkontur erfolgt mit Hilfe der in Kapitel 3.5 vorgestellten Technik der Bézierkurven. Prinzipiell lassen sich der Pfeiler-

grundriss, seine vertikale Kontur oder beide gemeinsam auf diese Weise parametrisieren. Je komplexer die Konturierung ist, desto größer ist aber auch der Aufwand bei der Erstellung des Pfeilers. Ob sich daher eine sehr komplexe Form bei einer kleinen Wasserkraftanlage lohnt, scheint fraglich. Für die Konturierung wird daher folgender Weg gewählt: Zunächst soll nur der Grundriss parametrisiert und optimiert werden. Darauf aufbauend wird mit einer einfachen Parametrisierung der vertikalen Kontur geprüft, inwieweit die vertikale Gestaltung des Pfeilers einen Einfluss auf das Optimierungsergebnis hat. Darüberhinaus soll diesen Ergebnissen eine sehr einfache und damit preiswert zu erstellende optimierte Kontur gegenübergestellt werden. Diese einfache, alternative Parametrisierung wird gesondert in Kapitel 7.6 vorgestellt.

Die Konturierung des Pfeilergrundrisses ist in Abbildung 7.21 dargestellt. Der Anfangs- und der Endpunkt der Bézierkurve befinden sich auf dem Sockel des Pfeilers und sind nicht beweglich. Damit bleibt die Breite des Sockels unveränderbar. Eine nach den strömungstechnischen Gesichtspunkten gewählte Pfeilerbreite genügt in der Regel den statischen Ansprüchen, die aus der Funktion des Pfeilers als Bindeglied zwischen Kraftwerk und Wehr herrühren (JAMBOR, 1956). Mit der konstanten Sockelbreite werden die statischen Nebenbedingungen somit eingehalten. Der Grundriss kann nun durch beliebig viele freie Bézierpunkte konturiert werden. Die Abbildung 7.21 zeigt ein Beispiel für eine mögliche Kontur mit zwei freien Bézierpunkten. Die Koordinaten x_1, y_1 und x_2, y_2 der beiden Bézierpunkte bilden die eigentlichen Optimierungsparameter. Im Falle von zwei Bézierpunkten ergeben sich damit vier zu optimierende Parameter.

Wie aus der Abbildung 7.21 ersichtlich, lassen sich bereits mit zwei freien Bézierpunkten komplexe Grundrisse formen. Daher werden zwei Bézierpunkte für die Durchführung der Optimierungsläufe gewählt. Gemäß den Empfehlungen in Kapitel 6.3.4 sind Vergleichsläufe mit drei Bézierpunkten zur Kontrolle der erzielten Optimierungsergebnisse vorgesehen. Abbildung 7.21 zeigt, dass am Übergang zum Pfeilersockel Knicke in der Kontur entstehen können. Wegen der relativ geringen Relevanz des wehrseitigen Pfeilerfußpunktes hinsichtlich der Pfeilerumströmung kann hier auf Abhilfe verzichtet werden. Die Gestaltung des kraftwerksseitigen Fußpunktes ist dagegen wesentlich bedeutender, hier sollte die Optimierung automatisch einen strömungsgünstigen Übergang finden. Dieser Aspekt wird bei der Diskussion der Ergebnisse wieder aufgenommen (siehe Kap. 7.5.2).

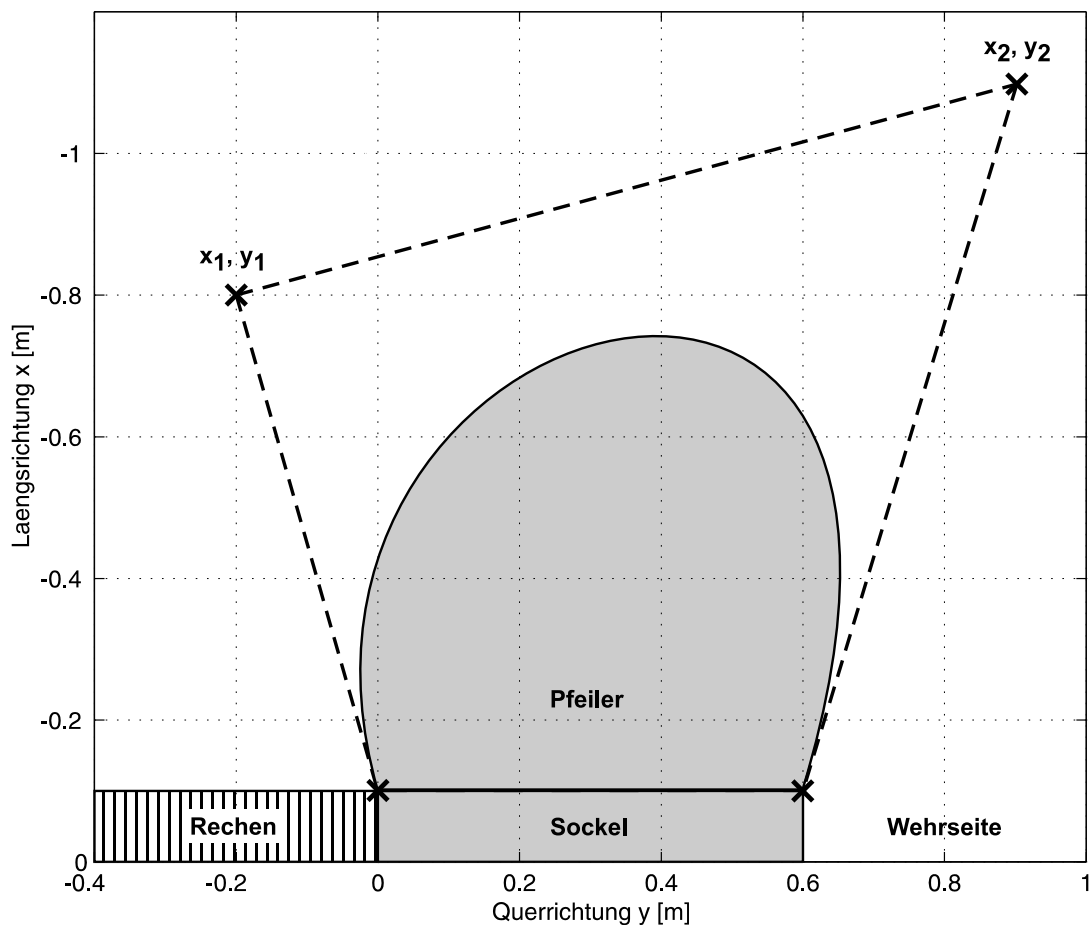


Abbildung 7.21: Parametrisierung des Pfeilergrundrisses

Zur Erkundung des Potenzials einer vertikalen Pfeilerformoptimierung wird außerdem eine einfache Parametrisierung der vertikalen Kontur gewählt. Auf der Grundlage eines beliebigen Grundrisses wird dabei die Länge des Pfeilers an der Gerinnesohle und am Wasserspiegel um die Maße l_1 und l_2 verändert.

Die Abbildung 7.22 zeigt in drei Skizzen diese vertikale Parametrisierung für einen halbkreisförmigen Grundriss. Die Maße l_1 und l_2 geben absolute Koordinaten an, deren Ursprung auf der Pfeilerspitze des Ausgangsgrundrisses liegt. Haben beide Maße den Wert 0, so besitzt der Pfeiler über seine gesamte Höhe den Ausgangsgrundriss (linke Skizze). Wird die Pfeilerspitze um ein Maß l_1 ausgelenkt, so verlängert sich der Pfeiler an der Sohle um diesen Wert (mittlere Skizze). Durch diese Streckung verändert sich auch der Grundriss an der Sohle, der am Wasserspiegel dagegen bleibt zunächst

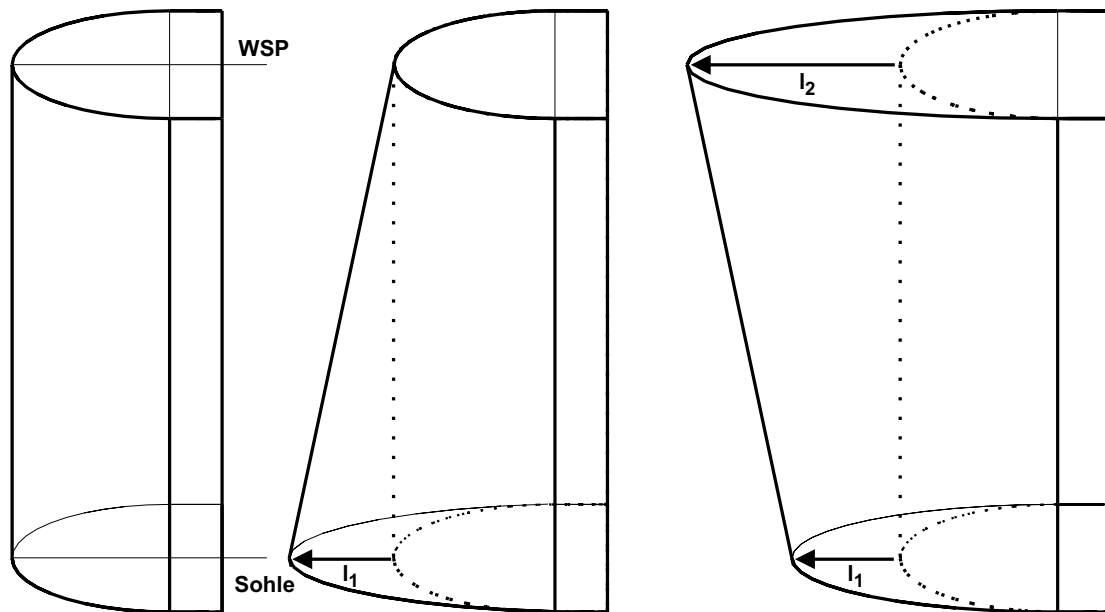


Abbildung 7.22: Parametrisierung der vertikalen Pfeilerkontur

unverändert. Durch die zusätzliche Auslenkung l_2 verändert sich nun auch der Grundriss am oberen Ende des Pfeilers. Wie mit der rechten Skizze angedeutet, wird der Pfeiler bei $l_2 > l_1$ zum Oberwasser hin geneigt.

Die Art der vertikalen Konturierung ist so gewählt, dass der Sockel über die Höhe unverändert bleibt und die Anströmkante des Pfeilers immer eine Gerade beschreibt. Nachteil dieser Konturierung ist die Veränderung des Grundrisses. Das kann zur Folge haben, dass der im ersten Schritt gefundene optimale Grundriss im zweiten Schritt bei der Optimierung der vertikalen Kontur wieder verloren geht. Für das mit der vertikalen Optimierung verknüpfte Ziel, lediglich das Potenzial einer vertikalen Konturierung des Pfeilers zu ermitteln, ist diese einfache Konturierung jedoch ausreichend.

Das FV-Netz des numerischen Modells wird dem jeweiligen Grundriss oder der jeweiligen vertikalen Kontur automatisch angepasst. Die in der Abbildung 7.7 gezeigte Struktur des FV-Netzes bleibt dabei erhalten. Dies kann jedoch nur innerhalb gewisser geometrischer Grenzen geschehen. Um einen Abbruch der Optimierungsläufe durch eine zu starke Verzerrung des Netzes zu vermeiden, wird die Beweglichkeit der Bézierpunkte für die Grundrisskonturierung in der x - und in der y -Richtung beschränkt. Ebenso werden die Parameter l_1 und l_2 für die vertikale Kontur begrenzt. Die auf der Grundlage numerischer Tests gewählten Grenzen für die Optimierungsparameter sind

in der Tabelle 7.5 eingetragen. Der minimale Wert x_{min} für die Auslenkung der Bézierpunkte entgegen der x -Koordinatenrichtung bestimmt maßgeblich die maximale Länge des Trennpfeilers (Abb. 7.21). Da bei drei freien Bézierpunkten ein längerer Trennpfeiler als bei zwei Punkten entstehen kann, wird bei den Optimierungsläufen mit drei Bézierpunkten x_{min} abweichend von Tabelle 7.5 auf den Wert -1.10 m gesetzt.

Tabelle 7.5: Begrenzung der Optimierungsparameter

Grundriss:	x_{min}	[m]	-1.20
	x_{max}	[m]	-0.30
	y_{min}	[m]	-0.40
	y_{max}	[m]	1.00
Vertikal:	l_{min}	[m]	-0.25*
	l_{max}	[m]	0.50*

* bezogen auf Pfeilerspitze

7.5 Pfeileroptimierung

7.5.1 Vorstellung der Optimierungsrechnungen

Wie in Kapitel 6.3 ausgeführt ist, müssen bei der automatischen Optimierung mehrere Berechnungsläufe durchgeführt werden, um ein aussagekräftiges Ergebnis zu erhalten. In der Tabelle 7.6 sind die durchzuführenden Optimierungsläufe eingetragen. Sie enthält das jeweils verwendete FV-Netz, die Startkoordinaten x_i und y_i der Bézierpunkte, die zugehörigen Startwerte f_0 des Rechenverlustes und die Startwerte l_i für die vertikale Konturoptimierung. Die Optimierungsläufe A1 bis A3 beinhalten die eigentliche Optimierung des Grundrisses. Es werden drei Läufe ausgehend von unterschiedlichen Startpunkten durchgeführt, um einen möglichen Modellfehler des Quasi-Newton-Algorithmus erkennen zu können. Der Optimierungslauf B dient der Überprüfung des Einflusses des Diskretisierungsfehlers des numerischen Strömungsmodells auf das Optimierungsergebnis. Dazu wird der Lauf A1 mit dem feineren FV-Netz 3 wiederholt. Die beiden Läufe C1 und

Tabelle 7.6: Startpunkte der Pfeileroptimierung

Lauf:		A1	A2	A3	B	C1	C2
FV-Netz	[–]	2	2	2	3	2	2
f_0	[mm]	4.12	4.26	4.00	4.14	4.00	f^*
x_1	[m]	-0.50	-1.00	-0.50	-0.50	-0.50	x_1^*
y_1	[m]	0.00	-0.40	0.00	0.00	0.00	y_1^*
x_2	[m]	-0.50	-0.50	-1.00	-0.50	-0.50	x_2^*
y_2	[m]	0.60	0.60	1.00	0.60	0.30	y_2^*
x_3	[m]	–	–	–	–	-0.50	–
y_3	[m]	–	–	–	–	0.60	–
l_1	[m]	–	–	–	–	–	0.00
l_2	[m]	–	–	–	–	–	0.00

Werte für l_1 und l_2 sind auf Pfeilerspitze bezogen

C2 dienen der Kontrolle des Modellfehlers bei der Bauwerksparametrisierung. Durch den Lauf C1 mit drei freien Bézierpunkten wird untersucht, ob die gewählte Anzahl von zwei Bézierpunkten für die Grundrissoptimierung ausreichend ist. Der Lauf C2 wird auf das Ergebnis x_i^*, y_i^* der Grundrissoptimierung aufgesetzt. Mit diesem Lauf soll geprüft werden, ob eine weitere Verringerung des Rechenverlustes über den optimalen Grundriss hinaus durch die automatische Optimierung der vertikalen Pfeilerkontur erreicht werden kann.

Im Folgenden werden die erzielten Ergebnisse der Trennpfeileroptimierung vorgestellt und Rückschlüsse auf die Validität der Optimierung gezogen. In einem zweiten Schritt wird das Optimierungsergebnis anhand der bereits bestehenden Erkenntnisse zur Trennpfeilergestaltung gemäß Kapitel 7.2 diskutiert und hinsichtlich seiner Bedeutung und Umsetzbarkeit bei der Realisierung einer kleinen Laufwasserkraftanlage bewertet.

7.5.2 Durchführung der Optimierung

Vor der Durchführung der Optimierungsrechnungen ist ein geeignetes Abbruchkriterium festzulegen. Zur Unterstützung der Auswahl wird der Lauf

A1 (siehe Tab. 7.6) nur mit einer Beschränkung der Zahl der Zielfunktionsaufrufe gestartet. Abbildung 7.23 zeigt den Verlauf des Rechenverlustes und die Zahl der Strömungsberechnungen je Iterationsschritt.

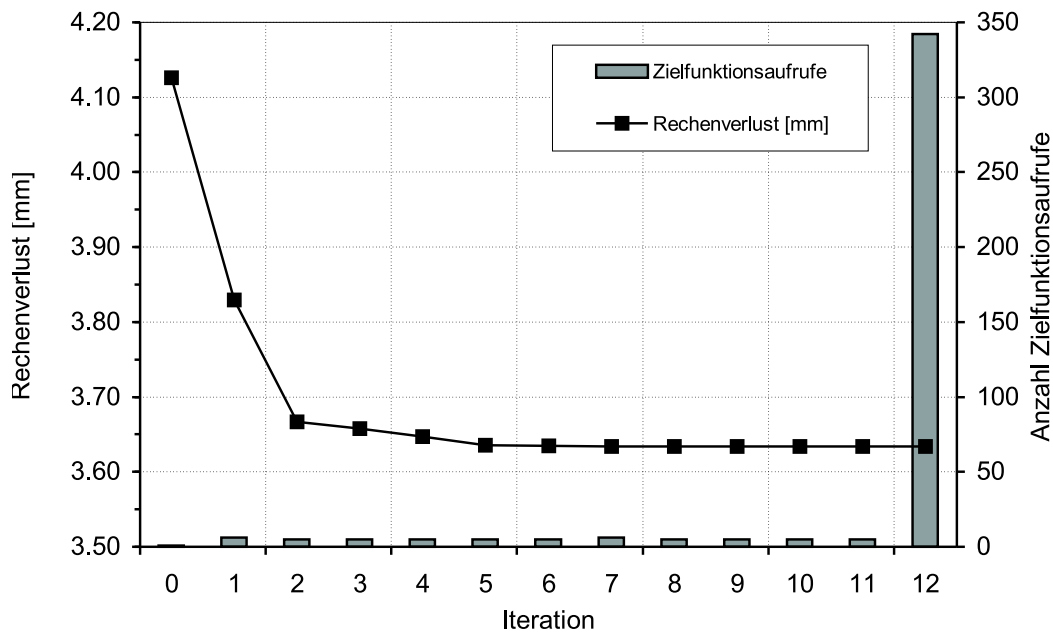


Abbildung 7.23: Optimierungsverlauf für zwei Bézierpunkte

Der Rechenverlust nimmt innerhalb der ersten zwei Schritte stark ab und verändert sich ab dem 7. Iterationsschritt nicht mehr. Im 12. Schritt steigt die Zahl der benötigten Zielfunktionsaufrufe plötzlich stark an. Dieses Verhalten konnte schon bei der Optimierung des Diffusors beobachtet werden und ist in Kapitel 5.7.3 detailliert beschrieben. Die starke Zunahme der Zielfunktionsaufrufe ist durch den Diskretisierungsfehler bei der Gradientenberechnung begründet. Das in Abbildung 7.23 erkennbare Verhalten ist ein Indiz dafür, dass sich der Algorithmus im Nahbereich eines Minimums befindet.

Mit der Auswertung des Konvergenzverhaltens für die Zielfunktion und die Optimierungsparameter entsprechend den Gleichungen (6.5) und (6.6) in Abbildung 7.24 soll die Eignung der in Tabelle 7.4 eingetragenen möglichen Abbruchkriterien τ_f und τ_p überprüft werden. Das Abbruchkriterium $\tau_f = 3.0 \cdot 10^{-6}$ wird im 8. Iterationsschritt unterschritten. Dies geschieht genau dann, wenn sich die Zielfunktion, wie aus Abbildung 7.23 ersichtlich, nicht mehr maßgeblich verändert. Das mögliche Abbruchkriterium $\tau_p = 6.0 \cdot 10^{-6} m$ für die Optimierungsparameter wird im gesamten Opti-

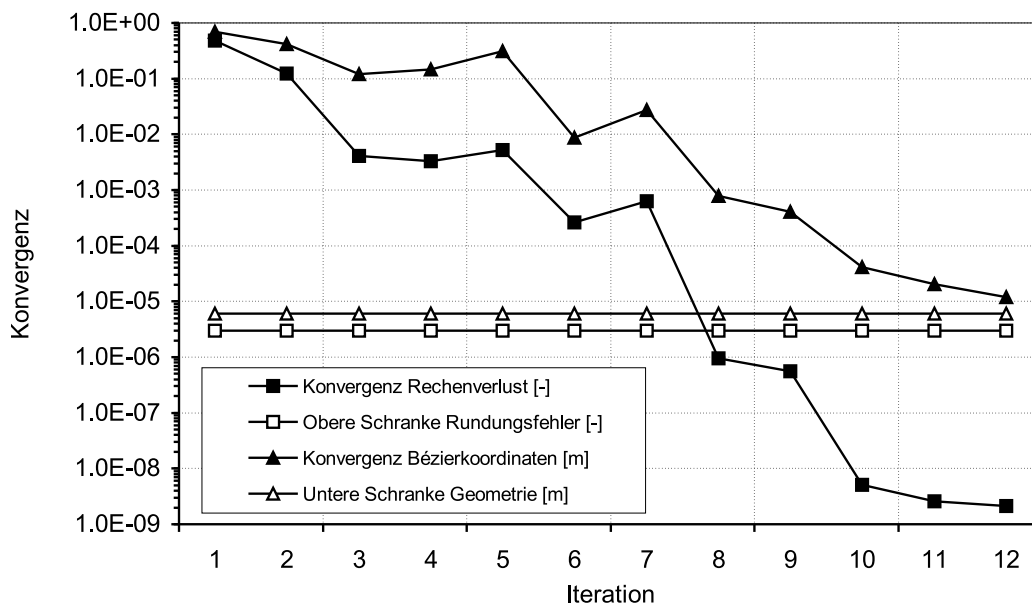


Abbildung 7.24: Konvergenzverhalten für zwei Bézierpunkte

mierungsverlauf nicht unterschritten. Es würde demnach zu vielen unnötigen Iterationen führen und eignet sich daher in dieser Form nicht für eine Begrenzung der Optimierung.

Das dritte mögliche Kriterium ist die Kontrolle des Gradienten g_i gemäß Gleichung (6.7). In Abbildung 7.25 ist die Entwicklung des Gradienten während der Optimierung eingetragen. Ab der 3. Iteration nimmt der Gradient nicht mehr weiter ab, sondern verharrt bis zum Ende der Optimierung bei einem recht hohen Wert von $\|g_i\| = 0.1 \text{ mm/m}$. Das Optimum liegt auf der in Tabelle 7.5 festgelegten Begrenzung für die Konturparameter. Daher existiert auch im Minimum noch ein relativ großer Gradient. Der Optimierungsalgorithmus setzt bei Erreichen einer Begrenzung die Suche entlang der Grenze fort (Active-Set-Methode, siehe Kap. 3.6.4). Für den in den Quasi-Newton-Schritt (3.41) eingehenden Gradienten wird dabei die Projektion des Gradienten auf die Begrenzung verwendet.

In Abbildung 7.25 ist daher zusätzlich die zugehörige Projektion des Gradienten eingetragen. Sie zeigt über die Iteration hinaus ein überwiegend abnehmendes Verhalten. Im 10. Schritt wird ein minimaler projizierter Gradient von $|g'| = 5.0 \cdot 10^{-4}$ erreicht. Dieser Wert eignet sich damit als Abbruchkriterium für die Pfeileroptimierung. Seine Wahl hätte jedoch etwas mehr Optimierungsschritte als das Kriterium τ_f für die Zielfunktion zur Folge.

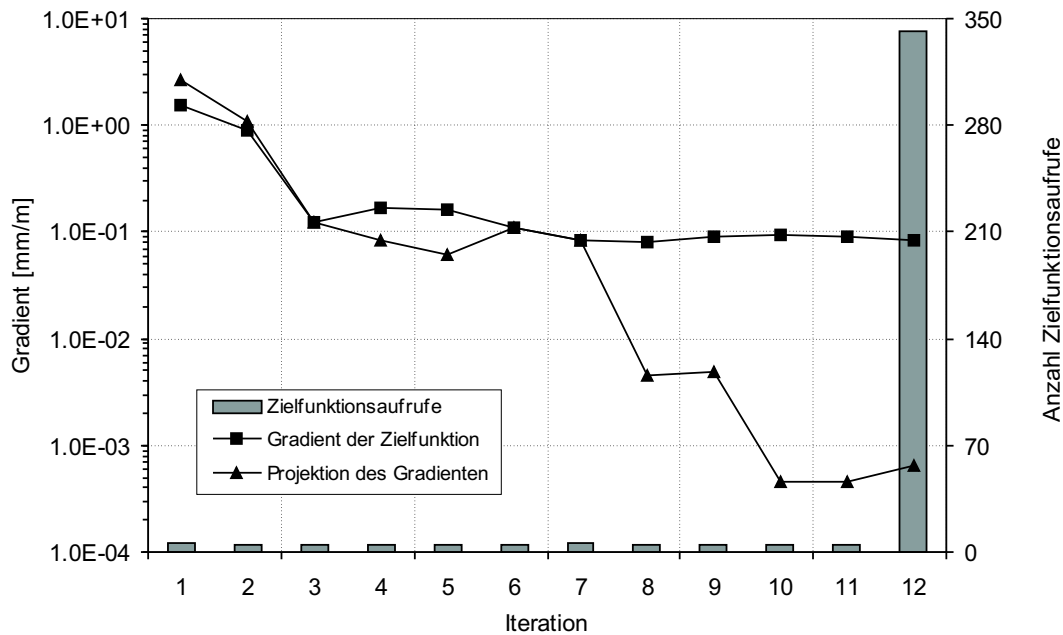


Abbildung 7.25: Entwicklung des Gradienten der Zielfunktion für zwei Bézierpunkte

Das in den Abbildungen 7.23 bis 7.25 gezeigte Verhalten des Quasi-Newton-Algorithmus ist stichprobenhaft auch für die anderen Optimierungsläufe der Tabelle 7.6 überprüft worden und kann insgesamt als repräsentativ für die Pfeileroptimierung angesehen werden. Daher reicht die Wahl des Kriteriums $\tau_f = 3.0 \cdot 10^{-6}$ als alleiniges Abbruchkriterium aus.

Die Ergebnisse der in Kapitel 7.6 erläuterten Optimierungsläufe sind in der Tabelle 7.7 eingetragen. Sie enthält die Zahl der benötigten Iterationen n_{Iter} , die Anzahl der erforderlichen Zielfunktionsaufrufe n_{Funk} , den gefundenen optimalen Rechenverlust f^* und die zugehörigen optimalen Geometrieparameter x_i^* und y_i^* sowie l_i^* . Zunächst werden die möglichen Fehler bei der Optimierung untersucht, bevor in Kapitel 7.5.3 eine detaillierte Diskussion der vorliegenden Ergebnisse hinsichtlich der in Kapitel 7.3 formulierten Aufgabenstellung erfolgt.

Die Läufe A1 bis C1 für die Grundrissoptimierung erfordern 8 bis 14 Optimierungsschritte, dabei werden 43 bis 94 Zielfunktionsaufrufe benötigt, bis das Abbruchkriterium τ_f unterschritten wird. Im Schnitt dauert ein Optimierungslauf ca. 10 CPU-Stunden. Die vertikale Pfeilerkonturierung in Lauf C2 ist dagegen wesentlich kürzer, hier ist die Optimierung nach nur 6 Schritten und 19 Strömungsberechnungen abgeschlossen.

Tabelle 7.7: Ergebnisse der Pfeileroptimierung

Lauf:	A1	A2	A3	B	C1	C2
n_{Iter} [–]	14	10	12	8	9	6
n_{Funk} [–]	94	60	80	43	71	19
f^* [mm]	3.6384	3.6379	3.6379	3.6330	3.6056	3.5632
x_1^* [m]	-1.2000	-1.2000	-1.1995	-1.2000	-1.1000	(-1.2000)
y_1^* [m]	-0.0529	-0.0429	-0.0455	-0.0449	-0.1010	(-0.0529)
x_2^* [m]	-1.1961	-1.2000	-1.2000	-1.2000	-1.1000	(-1.1961)
y_2^* [m]	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	(1.0000)
x_3^* [m]	—	—	—	—	-1.1000	—
y_3^* [m]	—	—	—	—	1.0000	—
l_1^* [m]	—	—	—	—	—	0.5000
l_2^* [m]	—	—	—	—	—	-0.1047

Werte für l_1^* und l_2^* sind auf Pfeilerspitze bezogen

Mit den Läufen A1 bis A3 wird überprüft, ob das Optimierungsproblem Nebenminima enthält. Die Unterschiede zwischen den gefundenen minimalen Rechenverlusten der drei Läufe liegen unter 0.015%. Der Modellfehler des Quasi-Newton-Algorithmus ist damit eine Größenordnung kleiner als der in Kapitel 7.4.2 ermittelte Diskretisierungsfehler des Strömungsmodells. Der maximale Unterschied zwischen den optimalen Geometrieparametern liegt bei 7.4 mm. Diese geringen Unterschiede zwischen den drei Läufen mit unterschiedlichen Startpunkten belegen, dass nur ein globales Minimum existiert und dass der Quasi-Newton-Algorithmus zur Lösung des Optimierungsproblems eingesetzt werden darf.

Der Lauf B dient der Untersuchung des Einflusses des Diskretisierungsfehlers des numerischen Strömungsmodells auf das Optimierungsergebnis. Der Lauf ist gemäß Tabelle 7.6 im selben Punkt wie der Lauf A1 gestartet worden. Der mit dem feineren FV-Netz 3 ermittelte minimale Rechenverlust unterscheidet sich um 0.15% von dem mit Netz 2 ermittelten. Dies entspricht dem in Kapitel 7.4.2 anhand des Referenzpfeilers ermittelten Diskretisierungsfehler. Ähnlich wie bei den Läufen A1 bis A3 unterscheiden sich die Optimierungsparameter um maximal 8.0 mm voneinander. Der Diskretisie-

rungsfehler des Strömungsmodells hat damit keinen nennenswerten Einfluss auf die automatische Optimierung der Pfeilerkontur.

In Abbildung 7.26 sind der mit dem Lauf A1 ermittelte optimale Grundriss und die zugehörigen Bézierpunkte eingetragen. Beide Punkte liegen auf der in Tabelle 7.5 vorgegebenen Begrenzung der Bézierpunktkoordinaten. Dies legt den Schluss nahe, dass ein längerer und weiter auskragender Pfeiler gegebenenfalls noch kleinere Rechenverluste ergeben könnte. Die ebenfalls

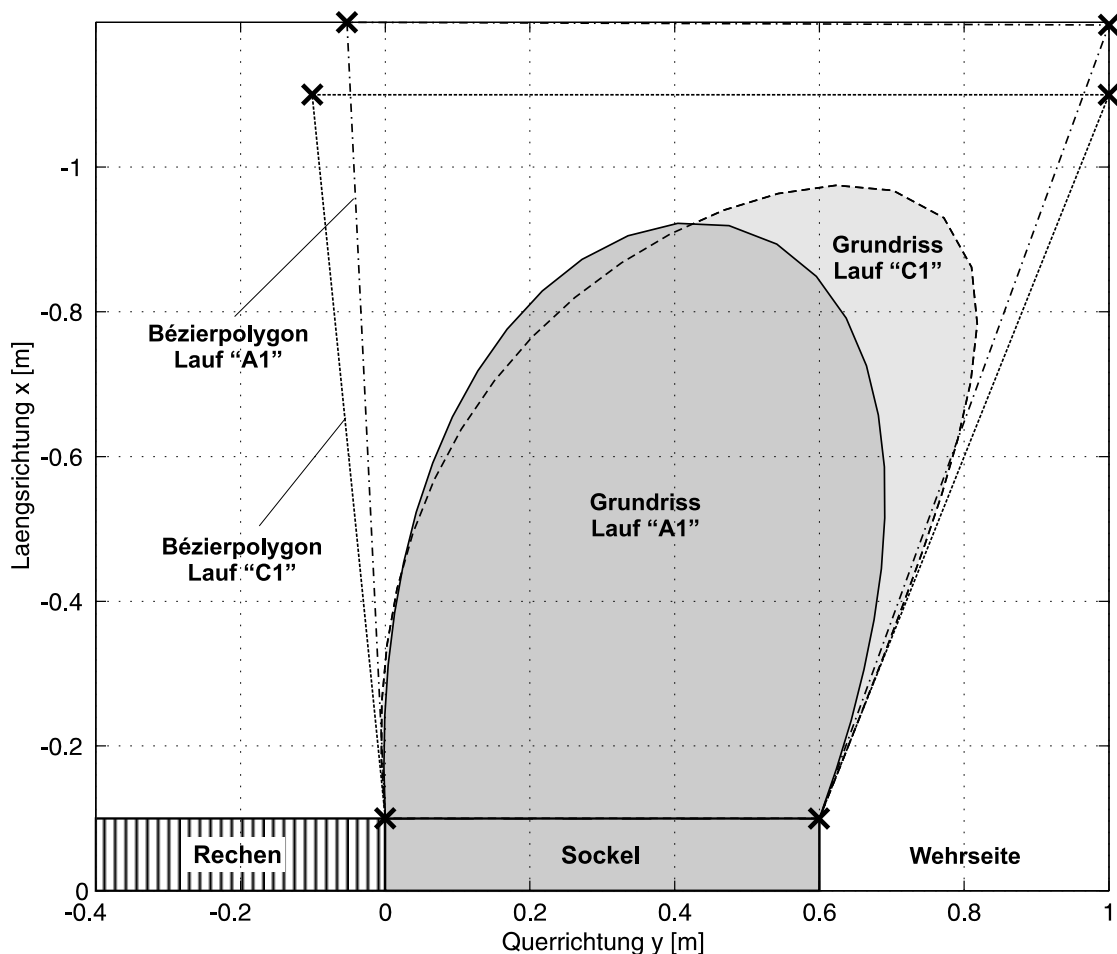


Abbildung 7.26: Optimale Grundrisse für zwei und für drei Bézierpunkte

in Abbildung 7.26 eingetragene optimale Kontur mit drei Bézierpunkten als Ergebnis des Laufes C1 bestätigt diese Vermutung. Wie ihre Koordinaten in Tabelle 7.7 zeigen, liegen die beiden Bézierpunkte „2“ und „3“ aufeinander. Damit wird die Struktur des Grundrisses nicht verändert, sondern vor allem die Auskragung zur Wehrseite. Dies ließe sich jedoch auch mit zwei freien Bézierpunkten durch Erweiterung der Begrenzung erreichen. Der Un-

terschied der minimalen Rechenverluste zwischen den Läufen A1 und C1 liegt nach Tabelle 7.7 unter einem Prozent. Es ist daher fraglich, ob sich ein längerer Pfeiler tatsächlich rechnen würde.

Wie in Kapitel 7.4.5 erläutert, werden mit der gewählten Grundrissparametrisierung Knicke am Übergang vom Sockel zum Trennpfeiler zugelassen. Am Fußpunkt, der dem Rechen zugewandt ist, generiert der Optimierungsalgorithmus einen nahezu stetigen Übergang. Dies deckt sich mit der in Kapitel 7.2 erläuterten Forderung von ROUVÉ (1958), dass diese Stelle möglichst ohne Krümmungssprung ausgeführt werden sollte. Auf der Wehrseite scheint ein Krümmungssprung am Pfeilerfuß unproblematischer zu sein. Der Grund dafür liegt in der Tatsache, dass die Strömung in der Ecke zwischen Pfeiler und Wehr vor allem vertikal orientiert ist (vgl. Abb. 7.15). Die Knicke können beispielsweise durch die Vorgabe von festen Tangenten an den Fußpunkten vermieden werden. Wie die Optimierungsergebnisse jedoch zeigen, scheint dies nicht unbedingt erforderlich zu sein und soll daher im Rahmen der Arbeit nicht weiter verfolgt werden.

Mit dem Lauf C2 soll das Potenzial einer Optimierung der vertikalen Pfeilerkontur erkundet werden. Der Grundriss bei diesem Optimierungslauf basiert auf dem Lauf A1. Die Angaben zum optimalen Grundriss in der Tabelle 7.7 sind in Klammern gesetzt, weil sie eigentlich die Startkonfiguration für die Optimierung darstellen. Das Optimierungsergebnis sind die Maße l_1^* und l_2^* für die Pfeilerlänge an der Sohle bzw. am Wasserspiegel. Die Abbildung 7.27 zeigt die zugehörige optimale Pfeilerkontur im Vergleich zur optimalen Kontur des Laufes A1.

Der vertikaloptimierte Pfeiler ist an der Sohle länger, am Wasserspiegel dagegen kürzer als der grundrissoptimierte Pfeiler. Die Neigung α des Pfeilers gegenüber der Senkrechten beträgt damit 31.2° . Durch die Neigung des Pfeilers wird der Rechenverlust um 2.1 % gegenüber der optimalen Grundrissform des Laufes A1 gesenkt. Die für eine optimale Rechenanströmung günstige große Länge des Pfeilers scheint also nur an der Sohle erforderlich zu sein. Aber auch die Optimierung der vertikalen Kontur erreicht die für eine stabile Netzgenerierung gesetzte Grenze von 0.5 m bezogen auf die Pfeilerspitze der Ausgangsform.

Die Frage nach der Relevanz des Modellfehlers der Pfeilerkonturierung lässt sich mit den vorliegenden Optimierungsläufen nicht endgültig beantworten. Ob sich der Aufwand einer veränderten Netzgenerierung, die sich bei längeren Pfeilern von der in Abbildung 7.7 gezeigten Netzstruktur unterscheiden

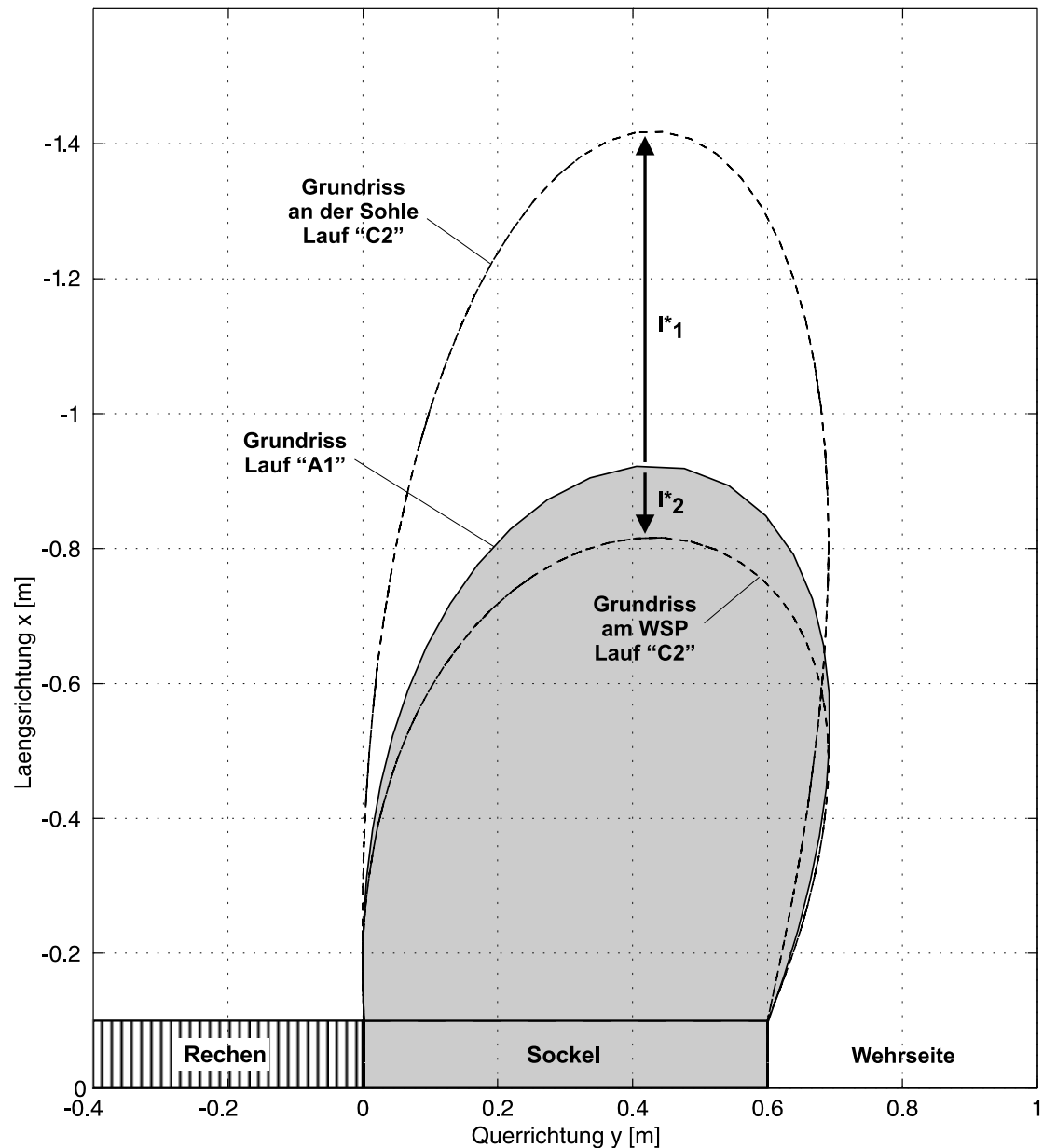


Abbildung 7.27: Optimale vertikale Kontur

müsste, lohnt, wird daher bei der Diskussion der Optimierungsergebnisse in Kapitel 7.5.3 entschieden.

Insgesamt kann festgestellt werden, dass damit die Prüfung der verschiedenen Fehler gemäß dem in Kapitel 6.3 vorgeschlagenen Vorgehen abgeschlossen ist und dass im Ergebnis die automatische Optimierung der Pfeilerkontur sehr aussagekräftige Resultate liefert. Lediglich die erneute Überprüfung des Modellfehlers des numerischen Strömungsmodells für das Optimierungser-

gebnis steht noch aus. Dazu sollte ein physikalischer Modellversuch durchgeführt werden, weil noch wenig Erfahrungen mit numerischen Modellen zur Berechnung der Strömung in der Oberwasserbucht von Laufwasserkraftanlagen vorliegen. Da der Aufbau eines zusätzlichen physikalischen Modells den Rahmen der vorliegenden Arbeit übersteigen würde, soll an dieser Stelle lediglich auf die Diskussion des Modellfehlers in Kapitel 7.4.2 und auf die vorgeschlagenen weiteren Untersuchungen zur Trennpfeileroptimierung in Kapitel 7.7 verwiesen werden.

7.5.3 Diskussion der Ergebnisse

Die optimalen Pfeilerkonturen sind in Kapitel 7.5.2 unter dem Gesichtspunkt der Validität der automatischen Optimierung vorgestellt worden. Hier sollen nun die Ergebnisse hinsichtlich der in Kapitel 7.3 formulierten Aufgabenstellung diskutiert werden. Demnach sind neben der Verbesserung des Anlagenwirkungsgrades auch die konstruktiven Aspekte Hochwasserschutz, statische Sicherheit und Herstellbarkeit zu beachten.

In der Tabelle 7.8 sind die Rechenverluste der halbkreisförmigen Kontur, des Referenzpfeilers nach ROUVÉ, des optimalen Grundrisses (Lauf A1) und der optimierten vertikalen Kontur (Lauf C2) gegenübergestellt. Die Halbkreisform wird neben dem Referenzpfeiler mit zum Vergleich herangezogen, weil sie sehr einfach in der Herstellung ist und von LANG (1999) intensiv untersucht wird. Der senkrechte Halbkreis ergibt mit 4.15 mm erwartungsgemäß

Tabelle 7.8: Vergleich der optimalen Pfeilerkonturen

Pfeilerkontur	Rechenverlust [mm]	Differenz zu Halbkreis [%]
Senkrechter Halbkreis	4.15	-
ROUVÉ'sche Form	3.81	-8.1
Optimaler Grundriss A1	3.64	-12.3
Optimale vertikale Form C2	3.56	-14.1

den höchsten Rechenverlust. Durch die bereits seit 1958 bekannte ROUVÉ'sche Form kann der Rechenverlust um 8% verringert werden. Der optimale Grundriss aus Lauf A1 und die optimale vertikale Kontur aus Lauf

C2 liefern einen um 12 % bzw. 14 % verringerten Rechenverlust. Damit ist das Ziel, den Wirkungsgrad der Wasserkraftanlage zu vergrößern, erreicht. Da hier jedoch nicht die Gesamtanlage modelliert wird, kann keine exakte Aussage über die quantitative Wirkungsgradverbesserung gemacht werden. LANG (1999) ermittelt ein Verbesserungspotenzial von bis zu 2 % für den Wirkungsgrad durch den Vergleich relativ einfach geformter Pfeilerkonturen (siehe Kap. 7.2). Daher kann hier davon ausgegangen werden, dass das Verbesserungspotenzial zwischen der ROUVÉ'schen Form und den optimierten Pfeilerkonturen maximal in derselben Größenordnung liegen dürfte.

Das Potenzial für eine Wirkungsgradverbesserung durch die Pfeileroptimierung erscheint damit nicht allzu hoch, allerdings muss die lange Betriebsdauer einer Wasserkraftanlage mit in die Überlegungen einbezogen werden. Dadurch können sich auch geringe Verbesserungen auf lange Sicht bezahlt machen (FELKEL, 1963). Ein weiterer Aspekt ist der in Kapitel 7.2 erläuterte Einfluss der Pfeilerform auf die Verlegung des Rechens mit Treibgut, die den Rechenverlust um ein Vielfaches ansteigen lassen kann.

Wie in Kapitel 7.4.3 gezeigt, wird der Rechenverlust im Wesentlichen durch die Inhomogenität der Rechenanströmung und durch den Anströmwinkel bestimmt. Abbildung 7.28 zeigt die Profile der Längsgeschwindigkeit u/u_R für die ROUVÉ'sche Pfeilerform, die Form A1 und die Form C2.

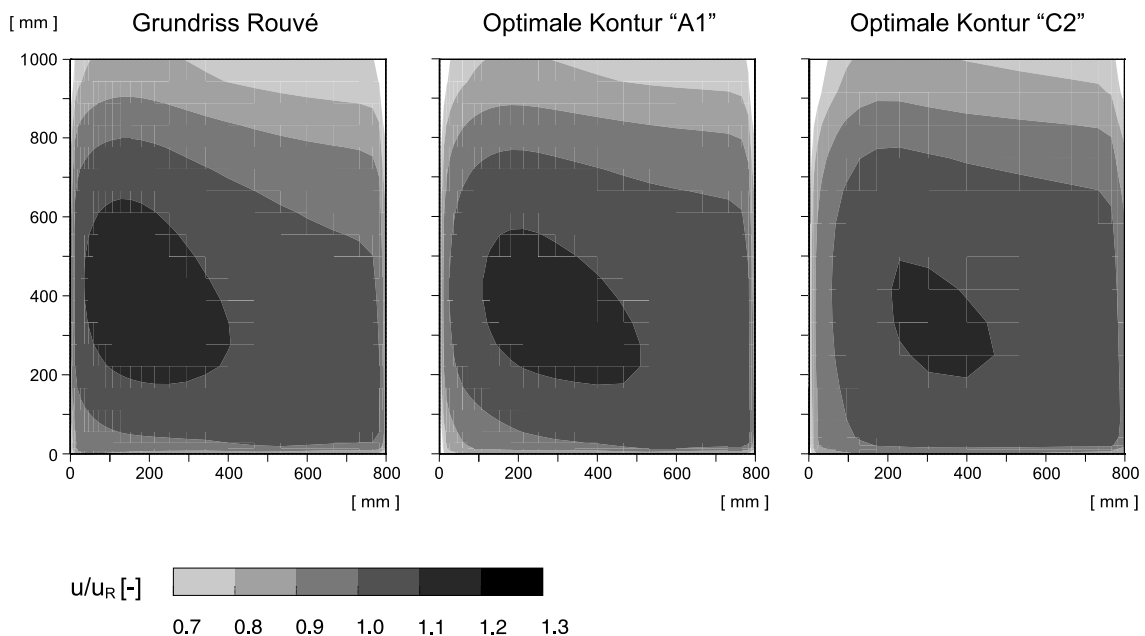


Abbildung 7.28: Vergleich der Geschwindigkeitsprofile am Rechen

Das Gebiet der maximalen Geschwindigkeit wird mit zunehmender Komplexität der optimalen Pfeilerkonturen kleiner und verlagert sich in die Mitte des Rechenquerschnitts. Insgesamt werden die Profile fülliger, wie insbesondere in der oberen Hälfte rechts beobachtet werden kann. Dies gilt nicht für die linke, dem Trennpfeiler nachfolgende Wand. Hier ist der Geschwindigkeitsgradient flacher als z. B. an der rechten Berandung. Auffällig ist, dass die Kontur C2 im Gebiet in der linken unteren Ecke zwischen Pfeiler und Gerinnesohle ein wesentlich fülligeres Geschwindigkeitsprofil erzeugt als die Form A1.

Die Verteilung des Anströmwinkels β über den Rechenquerschnitt ist in Abbildung 7.29 eingetragen. Die optimalen Trennpfeilerformen A1 und C2 zeigen gegenüber der ROUVÉ'schen Form eine wesentlich geringere Querströmung. Insbesondere die beim Pfeiler nach ROUVÉ sehr ausgeprägte Querströmung an der Sohle von $|\beta| = 20.0^\circ$ wird durch die Form A1 auf 15.0° und durch die Form C2 sogar auf unter 10.0° verringert.

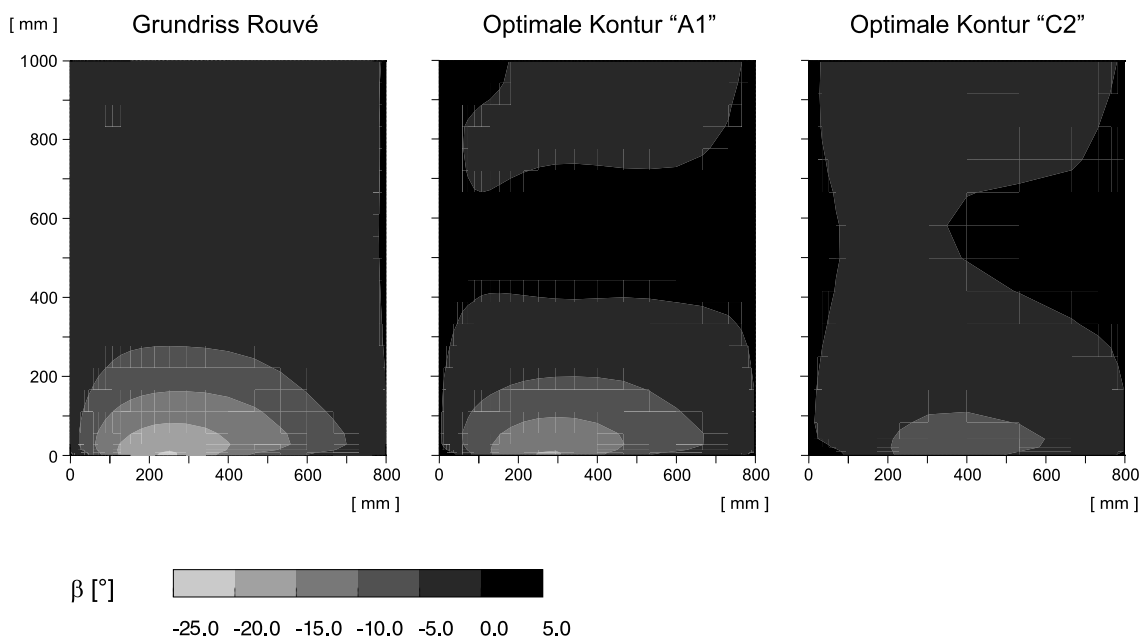


Abbildung 7.29: Vergleich der Anströmwinkel am Rechen

Zusammenfassend kann festgestellt werden, dass die Verringerung des Rechenverlustes bei beiden Optimierungsvarianten A1 und C2 sowohl durch Vergleichmäßigung des Geschwindigkeitsprofils als auch durch Reduzierung der Queranströmung erreicht wird. Gegenüber der reinen Grundrissoptimierung gemäß Lauf A1 zeigt die Optimierung der vertikalen Kontur (Lauf C2)

vor allem Vorteile durch die Reduzierung der Querströmung an der Sohle. Dies deckt sich mit den in Kapitel 7.2 vorgestellten Vorschlägen von BRODERSEN (1995), der eine Pfeilung der Anströmkante von Pumpenschaufeln vorschlägt, um Abrasionen durch Sekundärströmungen zu vermeiden.

Die statische Sicherheit des Pfeilers ist durch die unveränderte Sockelbreite bei beiden Pfeilerformen gegeben (siehe auch Kap. 7.4.5). Die Kriterien Wirtschaftlichkeit und Hochwasserschutz können am besten anhand des Vergleichs der optimalen Pfeilerkonturen A1 und C2 mit der Form des ROUVÉ'schen Pfeilers beurteilt werden (Abb. 7.30).

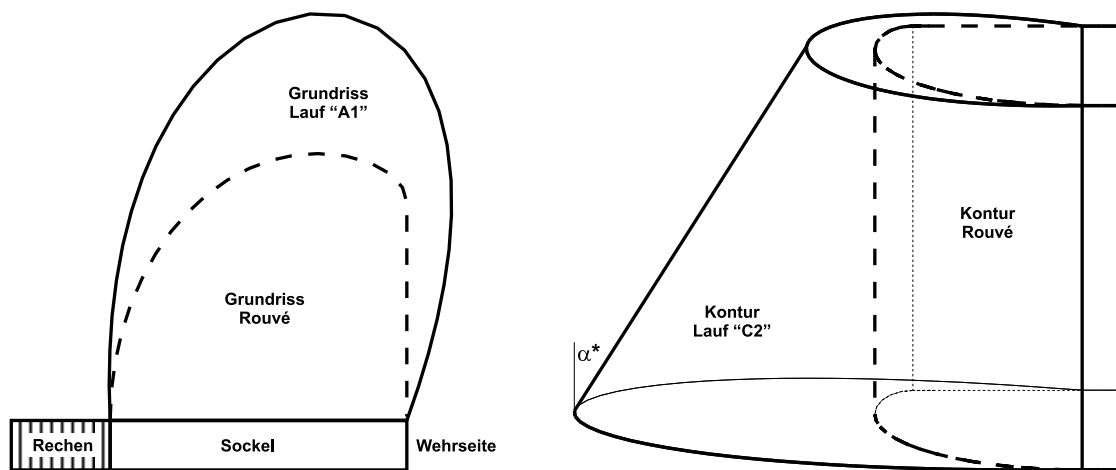


Abbildung 7.30: Vergleich der optimalen Konturen A1 und C2 mit der Pfeilerform nach ROUVÉ

Beide Pfeilerformen haben ein erheblich größeres Bauvolumen als der Pfeiler nach ROUVÉ. Der Pfeiler A1 ist um mehr als das 1.5-fache und der Pfeiler C2 an der Sohle um mehr als das 2.5-fache länger als der Referenzpfeiler. Hinzu kommt, dass der Schalungsaufwand insbesondere bei der Form C2 wegen der über die Höhe unterschiedlichen Grundrisse erheblich sein dürfte. Die Ausbuchtung des Trennpfeilers auf der Wehrseite ist nicht unbekannt, wie die Ausführungen in Kapitel 7.2 zeigen. Sie kann jedoch Einschränkungen des Hochwasserabflusses über das Wehr zur Folge haben. Das Abflussverhalten über das Wehr müsste demnach sowohl beim optimierten Grundriss als auch bei der optimalen vertikalen Kontur geprüft werden. Ob ein potenzieller Bauherr die berechneten optimalen Formen trotz des zu erwartenden höheren Energieertrages akzeptieren würde, muss also bezweifelt werden. Insbesondere bei einer Kleinwasserkraftanlage dürfte aus Kostengründen eher eine konstruktiv einfachere Lösung bevorzugt werden. Daher

ist die Optimierung noch nicht als abgeschlossen im Sinne der Aufgabenstellung anzusehen.

Zur Verbesserung der Pfeilereigenschaften böten sich zwei naheliegende Möglichkeiten an: Zum einen wird die Pfeilerkontur manuell überarbeitet und die resultierende Auswirkung auf den Rechenverlust anhand der Tabelle 7.8 bewertet. SALLABERGER ET AL. (2001) beschreiten diesen Weg, um die zunächst durch die automatische Optimierung gefundenen Turbinenschaufelkonturen an die vielfältigen Bedingungen des Turbinenbaus anzupassen und somit weiter zu verbessern. Zum anderen wird die Aufgabenstellung besser in die mathematische Zielfunktionsformulierung integriert. So z. B. kann das Bauvolumen als Nebenbedingung in die automatische Optimierung einfließen.

Hier soll ein alternativer Weg beschritten werden, indem der in Kapitel 7.4.5 bei der Diskussion der Konturparametrisierung formulierte Gedanke einer einfachen Pfeilerkonturierung wieder aufgegriffen wird. Diese alternative Konturierung und die damit erzielten Ergebnisse werden in Kapitel 7.6 vorgestellt.

7.6 Alternative Konturparametrisierung

Aufbauend auf der Diskussion der Optimierungsergebnisse für den Trennpfeiler in Kapitel 7.5.3 wird alternativ zu der in Kapitel 7.4.5 vorgestellten komplexen Pfeilerkonturierung eine einfache Konturierung als Alternative entwickelt, um die Forderung nach niedrigen Baukosten erfüllen zu können. Wie die Analyse der Strömungsverhältnisse am Rechen anhand der Abbildungen 7.28 und 7.29 gezeigt hat, scheint die vertikale Konturierung einen ähnlich großen Einfluss auf den Rechenverlust wie die Grundrisskonturierung zu haben. Daher sollen ausgehend von einem einfachen Grundriss nur die Länge und die Neigung des Pfeilers optimiert werden.

Ein einfach zu schalender Grundriss ist der Halbkreis, wie er in Abbildung 7.31 links dargestellt ist. Wird die halbkreisförmige Schalung geneigt, indem sie an der Sohle um die Länge l_1 vorgezogen wird, so verformt sich der Grundriss zu einer Halbellipse. Da die Form der Schalung unveränderlich ist, verlängert sich an der Sohle auch der Sockel (Abb. 7.31, Mitte). Durch Verschieben des Pfeilers am Wasserspiegel um die Länge l_2 kann der Pfeiler in die entgegengesetzte Richtung geneigt werden (Abb. 7.31, rechts).

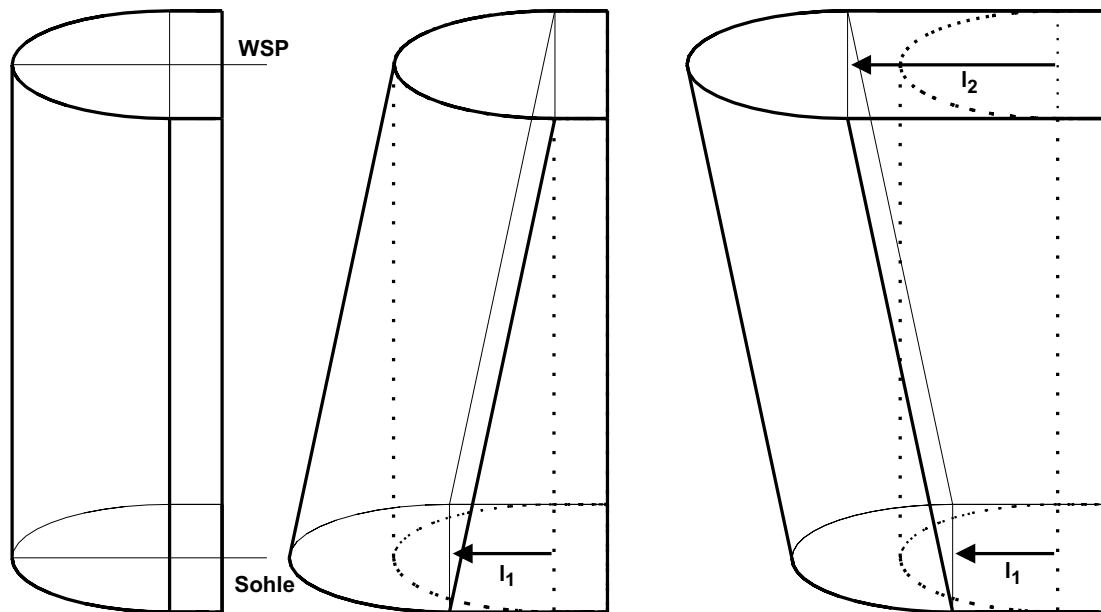


Abbildung 7.31: Alternative Parametrisierung der Pfeilerkontur

Die Maße l_1 und l_2 sind absolute Koordinaten, deren Ursprung auf Höhe des Sockels liegt. Im Falle von $l_1 = l_2 = 0$ wird der Pfeiler in seiner originalen Form abgebildet. Haben beide Maße denselben Wert $l_1 = l_2 > 0$, so verändert sich lediglich die Länge des Sockels, nicht aber der Pfeilergrundriss und seine vertikale Kontur. Erst mit $l_1 \neq l_2$ verändern sich Grundriss und Neigung des Pfeilers. Der Vorteil dieser Konturierung ist, dass die Schalung ihre Halbkreisform behält und die Pfeilerform lediglich durch die Neigung der Schalung komplexer wird. Dies sollte insbesondere für eine Kleinwasserkraftanlage eine einfache und kostengünstige Lösung darstellen. Die Pfeilerbreite bleibt unveränderlich und zusätzlich wird die Entstehung einer Auskragung auf der Wehrseite vermieden, die zur Beeinträchtigung des Hochwasserabflusses führen könnte.

Gestartet wird der Optimierungslauf mit der Originalform des Halbkreises ($l_1 = l_2 = 0.0\text{ m}$). Die beiden Optimierungsparameter l_1 und l_2 werden auf das Intervall $[l_{\min} = 0.0\text{ m}; l_{\max} = 0.7\text{ m}]$ begrenzt, um Stabilitätsprobleme bei der Netzerzeugung zu vermeiden (Tabelle 7.9).

Die Tabelle 7.10 zeigt das Ergebnis der automatischen Optimierung der alternativen Pfeilerkonturierung. Die Zahl der benötigten Iterationen n_{Iter} und Zielfunktionsaufrufe n_{Funk} korrespondiert mit den in Tabelle 7.7 zusammengestellten Optimierungsläufen für die komplexe Konturparametri-

Tabelle 7.9: Startpunkte und Begrenzung der alternativen Pfeileroptimierung

Lauf:	Alternative
FV-Netz [–]	2
f_0 [mm]	4.15
l_1 [m]	0.00
l_2 [m]	0.00
l_{min} [m]	0.00
l_{max} [m]	0.70

l_i bezogen auf Sockel

sierung. Dies lässt auf einen sehr ähnlichen Optimierungsverlauf schließen. Der Diskretisierungsfehler des Strömungsmodells und der Modellfehler des Optimierungsalgorithmus sind analog zum Vorgehen in Kapitel 7.5.2 stichprobenhaft überprüft worden und haben keinen Einfluss auf die Aussagekraft des Optimierungsergebnisses.

Tabelle 7.10: Ergebnisse der alternativen Optimierung

Lauf:	Alternative
n_{Iter} [–]	9
n_{Funk} [–]	83
f^* [mm]	3.5845
l_1^* [m]	0.6234
l_2^* [m]	0.1038

l_i bezogen auf Sockel

Die gefundenen optimalen Parameter l_1^* und l_2^* liegen im Unterschied zu den Läufen A1 bis C2 nicht auf ihren Grenzen. Das Optimum liegt damit innerhalb des zugelassenen Bereiches. Beide Parameter ergeben einen geneigten Pfeiler mit einem Neigungswinkel $\alpha = 27.5^\circ$ (Abb. 7.32). Der alternativ konturierte Pfeiler ist damit weniger stark geneigt als die vertikal optimierte Form (Kap. 7.5.2).

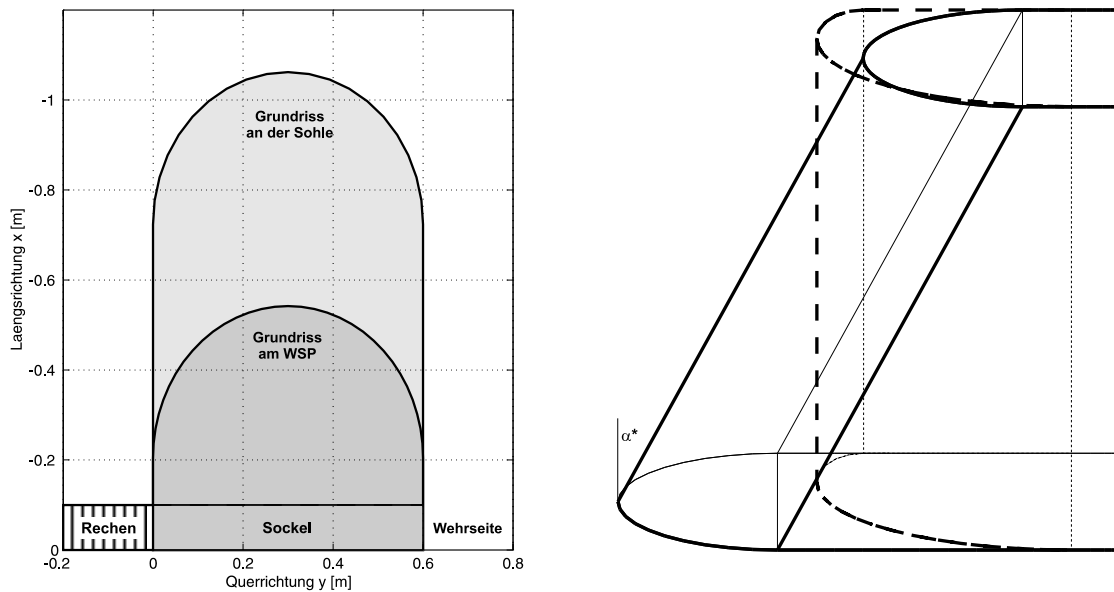


Abbildung 7.32: Optimale alternative Kontur

Diese Neigung führt nur zu einer recht geringen Veränderung des ursprünglich kreisförmigen Grundrisses (Abb. 7.32). Die optimierte alternative Pfeilerkontur ist an der Sohle um ca. das 1.7-fache länger und am Wasserspiegel sogar etwas kürzer als der Referenzpfeiler nach ROUVÉ. Wie der Vergleich mit Abbildung 7.30 deutlich macht, ist das Bauvolumen wesentlich geringer als bei den optimierten Formen A1 und C2.

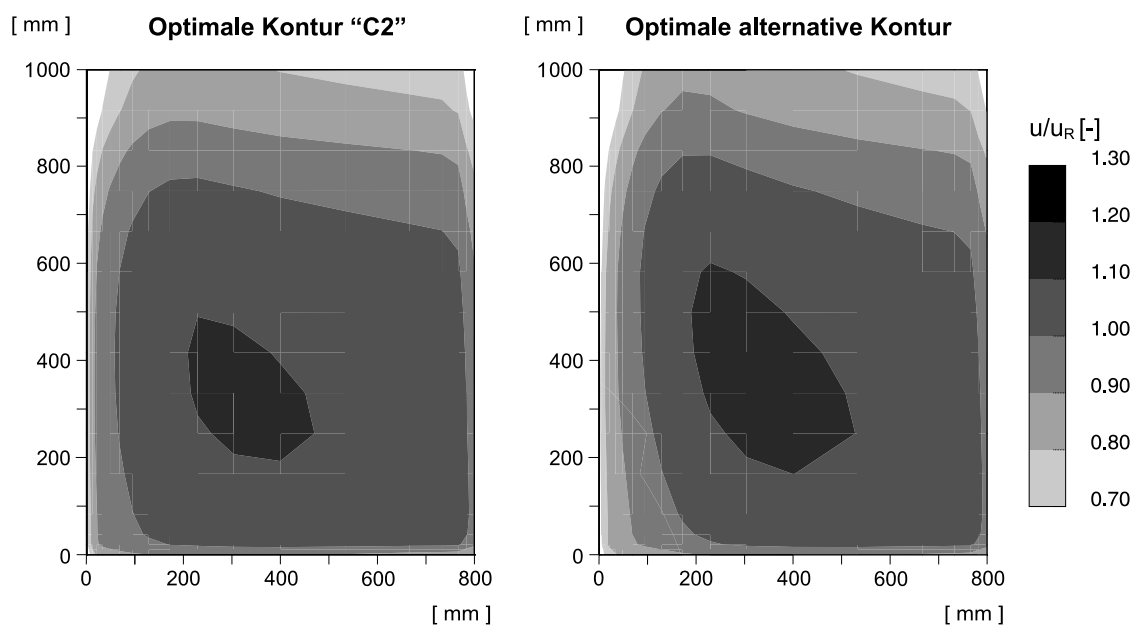
Die Kriterien des möglichst geringen Bauaufwandes und des Hochwasserschutzes können mit der alternativen Konturierung also eingehalten werden. Es stellt sich nun die Frage, inwieweit diese Konturierung den Rechenverlust verringert und den Anlagenwirkungsgrad verbessert. In der Tabelle 7.11 ist der Rechenverlust der alternativen Optimierung den anderen Optimierungsläufen, dem Referenzpfeiler und dem Halbkreis, der ja die Startposition der alternativen Optimierung darstellt, gegenübergestellt.

Die alternativ durchgeführte Optimierung liegt im Ergebnis zwischen dem optimalen Grundriss und der optimalen vertikalen Kontur. Die Differenz des Rechenverlustes zur vertikalen Kontur ist sehr gering und dürfte durch die verringerten Baukosten bei der einfacheren Konturierung wieder auszugleichen sein. Das Optimierungsergebnis der alternativen Konturierung erfüllt damit alle aus der Aufgabenstellung resultierenden Kriterien. Erwähnenswert ist noch, dass letztlich nur durch Neigung der Schalung ein um fast 14% verminderter Rechenverlust gegenüber dem senkrechten Halbkreis er-

Tabelle 7.11: Einordnung der Ergebnisse der alternativen Optimierung

Pfeilerkontur	Rechenverlust [mm]	Differenz zu Halbkreis [%]
Senkrechter Halbkreis	4.15	-
ROUVÉ'sche Kontur	3.81	-8.1
Optimaler Grundriss A1	3.64	-12.3
Alternative	3.58	-13.6
Optimale vertikale Form C2	3.56	-14.1

zielt werden kann. Gegenüber dem Pfeiler nach ROUVÉ kann der Rechenverlust immerhin noch um 6 % gesenkt werden.

**Abbildung 7.33:** Geschwindigkeitsprofile am Rechen für die optimale vertikale Kontur C2 und die optimale alternative Konturierung

Das Geschwindigkeitsprofil der optimierten alternativen Konturierung zeigt gegenüber dem optimalen vertikalen Pfeiler C2 ein größeres Gebiet mit maximaler Geschwindigkeit an (Abb. 7.33). An der linken, dem Pfeiler nachfolgenden Wand ist das Profil zusätzlich wesentlich weniger füllig als bei der Pfeilerform C2. Auch wenn hier keine Strömungsablösung auftritt, so

deuten die geringen Geschwindigkeiten an der Wand darauf hin, dass der halbkreisförmige Grundriss eher zu Strömungsablösungen neigen dürfte als der optimierte Grundriss mit seinem wesentlich günstigeren Krümmungsradius am Übergang vom Pfeiler zum Sockel.

Aus Abbildung 7.34 ist ersichtlich, dass sich der Anströmwinkel des Rechen β nahezu genauso verhält wie derjenige der optimierten vertikalen Kontur C2. Damit ist der höhere Rechenverlust der optimierten alternativen Pfeilerkonturierung im Wesentlichen durch das heterogenere Geschwindigkeitsprofil zu erklären. Im Vergleich zum optimalen Grundriss A1 schneidet die Alternative besser ab, da hier die Nachteile im Geschwindigkeitsprofil durch die geringere Querströmung mehr als kompensiert werden (Abb. 7.28 und 7.29).

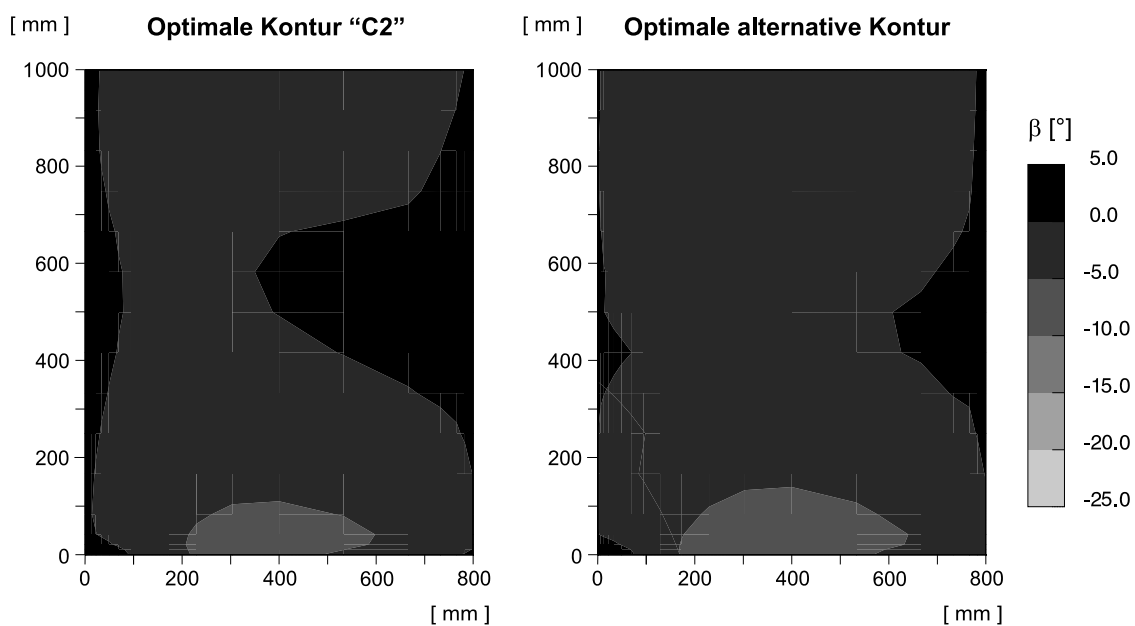


Abbildung 7.34: Anströmwinkel am Rechen für die optimale vertikale Kontur C2 und die optimale alternative Konturierung

Als Ergebnis bleibt festzuhalten, dass mit Hilfe der alternativen, einfachen Konturierung zu einer komplexen Konturierung ebenbürtige Verminderungen des Rechenverlustes erzielt werden können. Für den Hochwasserschutz und die Baukosten zeigt die alternative Konturierung deutliche Vorteile. Eine komplexe Konturierung des umströmten Trennpfeilers ist damit nicht zwangsläufig auch die beste Lösung hinsichtlich der gegebenen Aufgabenstellung.

7.7 Schlussfolgerungen und weiterführende Vorschläge

Das Optimierungsbeispiel des Trennpfeilers einer kleinen Laufwasserkraftanlage hat die Anwendbarkeit der in Kapitel 6.3 vorgestellten Empfehlungen für eine aussagekräftige Optimierung gezeigt. Durch die verschiedenen Überprüfungsschritte während des Aufbaus und der Durchführung der automatischen Optimierung kann eine große Sicherheit hinsichtlich der Validität der erhaltenen Optimierungsergebnisse geschaffen werden.

Neben der hohen Validität der Pfeileroptimierung zeigt das Trennpfeilerbeispiel auch das hohe Nutzenpotenzial der automatischen Optimierung. Gegenüber der bislang bekannten, günstigen Trennpfeilerform nach ROUVÉ kann der Rechenverlust um 6% gesenkt werden. Der Bau des alternativen optimalen Pfeilers ist dabei wegen der einfachen Schalung nicht wesentlich aufwändiger als die Erstellung des ROUVÉ'schen Pfeilers. Das Anwendungsbeispiel zeigt auch, dass die Durchführung der automatischen Optimierung nicht ohne die Fachkenntnis des mit der Bauwerksauslegung betrauten Ingenieurs auskommt. Die im Sinne der gegebenen Aufgabenstellung optimale Lösung ist erst nach einer Auswertung der Strömungseigenschaften der automatisch gefundenen Pfeilerkonturen, einer Überarbeitung der Konturparametrisierung und einer erneuten Optimierung des Pfeilers ermittelt worden.

Über den Trennpfeiler hinaus kann die automatische Strömungsoptimierung zur Konturierung weiterer Bauteile einer Wasserkraftanlage eingesetzt werden. Die Formgebung der Sohle, des Ufers, der Einlauftrumpete und der Verziehung bietet zusätzliches Verbesserungspotenzial. Dies scheint vor allem bei der Auslegung größerer Laufwasserkraftanlagen sinnvoll zu sein, die in der Regel mit Hilfe physikalischer Modelle gestaltet werden. Aber nicht nur bei Neubauten ist die automatische Optimierung eine Hilfe, auch bei der Veränderung bestehender Anlagen, z. B. für den Fischschutz, ist der Einsatz dieses Werkzeugs empfehlenswert.

Hinsichtlich der Gestaltung von kleinen Laufwasserkraftanlagen ist fraglich, ob sich zusätzliche Studien zur Bauwerksauslegung, wie sie die automatische Optimierung mit sich bringt, im „Tagesgeschäft“ lohnen werden. Daher ist es hier interessant, die Intention der Arbeiten von GODDE (1994) und LANG (1999) wieder aufzunehmen. Beide Autoren haben mit ihren Studien die verschiedenen Einflussfaktoren der Oberwasserbucht auf den Wirkungsgrad einer kleinen Laufwasserkraftanlage separiert und ihre Bedeutung do-

kumentiert. Dazu verwenden sie relativ einfache und bekannte Geometrien. Diese Untersuchungen könnten nun mit Hilfe der automatischen Optimierung weitergeführt werden. Bezogen auf den Trennpfeiler könnten beispielsweise Optimierungsrechnungen bei verändertem Abfluss, unterschiedlicher Gerinnebreite oder unterschiedlicher Sohlneigung durchgeführt werden. Im Ergebnis kann dann festgestellt werden, inwieweit diese Randbedingungen die optimale Trennpfeilerform beeinflussen. Selbstverständlich lassen sich diese Untersuchungen auf weitere zu optimierende Bauteile, wie die Trompete oder die Verziehung der Wasserkraftanlage, ausweiten. Die Fülle der Untersuchungen könnte eine Wissensdatenbank ähnlich einem Expertensystem ergeben, die dem Ingenieur in der Praxis Anhaltspunkte bei der Gestaltung einer Oberwasserbucht bieten kann, ohne dass er selbst umfangreiche Strömungsuntersuchungen durchführen muss. Dieses Wissen kann zusätzlich als gute Startbasis bei der Ermittlung strömungsgünstiger Konturen für große Laufwasserkraftanlagen mit komplexer Anströmung dienen.

Kapitel 8

Zusammenfassung und Ausblick

Die Auslegung umströmter Bauwerke im Wasserbau ist häufig mit der Fragestellung nach einer optimalen Lösung verknüpft. Die Suche nach der Lösung erfolgt in der Praxis zumeist iterativ und mit Hilfe physikalischer oder numerischer Modelle. Der mit der Aufgabe betraute Ingenieur nutzt dabei sein Wissen, seine Erfahrung und seine Intuition. Automatische Optimierungsalgorithmen könnten ihn bei dieser Arbeit unterstützen, wie Beispiele aus dem Strömungsmaschinenbau zeigen. Die Aufgaben im Wasserbau sind jedoch sehr unterschiedlicher Natur, sodass hier andere Anforderungen an das Werkzeug der automatischen Strömungsoptimierung gestellt werden müssen. Wie jede neue Methode muss die automatische Optimierung ihre Akzeptanz in der Praxis erst noch finden. Die Praktikabilitätskriterien Variabilität, Aufwand und Nutzen sowie die Gütekriterien Aussagekraft und Überprüfbarkeit sind dabei wesentlich. Die vorliegende Arbeit hat das Ziel, die Methode der automatischen Optimierung für den Wasserbau zu erschließen. Sie soll dazu beitragen, die Akzeptanz des Werkzeugs in der Praxis herzustellen, indem das theoretische Verständnis erleichtert, die Aussagekraft der Methode durch ein definiertes Verfahren kontrollierbar gemacht und die praktische Anwendbarkeit nachgewiesen wird.

Dazu ist zunächst ein Konzept für ein variables Instrument formuliert worden. Es beinhaltet die vier miteinander gekoppelten Module für die numerische Modellierung der Strömung, für die Berechnung der Zielfunktion, für die Bauwerksparametrisierung und für den Optimierungsalgorithmus. Die Module können beliebig ausgetauscht werden, um den unterschiedlichen

Anforderungen des Wasserbaus gerecht werden zu können. Für die Module sind Modellansätze unter dem Gesichtspunkt eines möglichst geringen Rechenaufwandes ausgewählt worden. Sie basieren weitestgehend auf kommerziellen Programmen, die in der Praxis eher Verbreitung finden werden als spezialisierte Forschungscode.

Der Überprüfung der Validität kommt hinsichtlich der Akzeptanz besonders hohe Bedeutung zu. Im Zuge der Arbeit werden die möglichen Fehler und Unsicherheiten bei der automatischen Optimierung am Beispiel der Konturierung eines durchströmten Diffusors analysiert. Dabei kann gezeigt werden, dass die im Rahmen der Strömungsmodellierung bereits bekannten Fehlerkategorien Modell-, Diskretisierungs-, Iterations- und Rundungsfehler auch auf die drei anderen Module der automatischen Optimierung übertragbar sind. Es kann erwartet werden, dass diese Analogie das Problemverständnis der Ingenieure in der Praxis erleichtern wird. Die Fehleranalyse zeigt, dass die möglichen Fehler einen entscheidenden Einfluss auf das Resultat der automatischen Optimierung haben können und dass einige Fehler über die Modulgrenzen hinweg miteinander verknüpft sind.

Das Diffusorbeispiel zeigt weiter, dass die automatische Optimierung bei sorgfältiger Anwendung sehr aussagekräftige Ergebnisse liefert. So werden mit dem Werkzeug aus der Literatur bekannte optimale Diffusorkonturen erfolgreich nachgebildet. Um die Erkenntnisse aus der Analyse der Diffusoroptimierung für die allgemeine Praxis verfügbar zu machen, werden Empfehlungen für die Kontrolle der möglichen Fehler bei der automatischen Optimierung formuliert. Das Verfahren zur Prüfung der Validität besteht aus fünf Schritten, die sich sowohl über den Aufbau des Werkzeugs als auch über die Durchführung der Optimierung erstrecken. Es zeigt sich, dass eine valide Optimierung nicht durch einen einzelnen Optimierungslauf erreicht werden kann, sondern dass mehrere Optimierungsläufe zur Sicherung der Aussagekraft erforderlich sind.

Als Anwendungsbeispiel wird die Optimierung des Trennpfeilers einer kleinen Laufwasserkraftanlage ausgewählt, weil hierzu nur problemspezifische oder empirische Untersuchungen vorliegen. Die gewählte Anlagenkonfiguration orientiert sich an einem Kraftwerk einer deutschen Versuchsanstalt, um einen Vergleich mit Messwerten zu ermöglichen. Die Praktikabilität und die Relevanz der Praxisempfehlungen für eine valide Optimierung kann anhand des Anwendungsbeispiels unter Beweis gestellt werden. Dabei zeigt sich, dass die Bauwerksparmetrisierung einen erheblichen Einfluss auf die

Praxistauglichkeit der im Zuge der Optimierung gefundenen Pfeilerkontur hat. Interessanterweise können mit einer optimierten einfachen Konturierung ähnlich gute Strömungsergebnisse wie mit einer optimierten komplexen Kontur erzielt werden. Der Nutzen der automatischen Optimierung zeigt sich in dem erschlossenen Verbesserungspotenzial: Gegenüber dem senkrechten Halbkreis kann der Rechenverlust um 14% und gegenüber der bekannten ROUVÉ'schen Form um 6% gesenkt werden. Berücksichtigt man die Laufzeit einer Wasserkraftanlage, so können sich bereits kleine Verbesserungen im Wirkungsgrad bezahlt machen.

Mit der Formulierung eines modular aufgebauten Werkzeugs, der Analyse der Fehlermöglichkeiten und den daraus entwickelten Empfehlungen zur Erlangung valider Optimierungsergebnisse ist die Zielsetzung der vorliegenden Arbeit, die automatische Optimierung für den Wasserbau verfügbar zu machen, erreicht. Das Werkzeug kann einen wertvollen Beitrag zur Lösung wasserbaulicher Fragestellungen neben dem oder in Ergänzung zum physikalischen Modellversuch leisten. Es bleibt nun zu wünschen, dass die Ergebnisse dieser Arbeit in die Praxis einfließen und der automatischen Optimierung zur gebührenden Akzeptanz verhelfen werden.

Die Anwendungsgebiete der automatischen Optimierung liegen sicherlich in der Lösung problemspezifischer Fragestellungen wie z. B. der hier untersuchten Trennpfeilergestaltung. Darüber hinaus kann der Einsatz des Werkzeuges aber auch für die Erforschung genereller Regeln bei der konstruktiven Auslegung umströmter Bauwerke interessant sein. Wird die Kontur eines Bauwerkes unter verschiedenen Randbedingungen optimiert, so können diejenigen identifiziert werden, die die Kontur maßgeblich beeinflussen. Gegebenfalls lassen sich aus den jeweiligen Optimalformen generalisierte Empfehlungen für die Gestaltung des Bauwerks ableiten. Diese Untersuchungen könnten eine Wissensdatenbank ähnlich einem Expertensystem ergeben, die dem Ingenieur in der Praxis Anhaltspunkte bei der Gestaltung von Bauwerken bietet, ohne dass er selbst umfangreiche Strömungsuntersuchungen durchführen muss. Dies wäre eine konsequente Fortführung des zur Zeit praktizierten Vorgehens, bei dem versucht wird, Gestaltungsregeln über den Vergleich relativ einfacher geometrischer Formen im physikalischen Modellversuch zu finden.

Die am Anwendungsbeispiel gezeigte Problematik der geeigneten Konturparametrisierung zeigt, dass die automatische Optimierung die erforderliche Fachkenntnis des Wasserbauingenieurs nicht ersetzen kann. Vielmehr stei-

gen die Anforderungen an die Ausbildung des Ingenieurs. Gehört die Wissensvermittlung auf dem Gebiet der numerischen Strömungsmodellierung mittlerweile zum Ausbildungsstandard, so wird nun der Ausbau der Lehre auf den Gebieten der Optimierungsalgorithmen und der Konturparametrisierung erforderlich, wie dies beispielsweise bereits teilweise an der Cornell University, N.Y., USA der Fall ist.

Über den konstruktiven Wasserbau hinaus lassen sich Anwendungen für automatische Optimierungsverfahren im Wasserwesen finden. So werden diese Verfahren auch in der Wasserwirtschaft mehr und mehr eingesetzt, wie z. B. zur Kalibrierung von numerischen Modellen oder zur Lösung wasserwirtschaftlicher Planungsaufgaben.

Literaturverzeichnis

ABBOTT D. & KLINE S. (1962): *Experimental Investigation of Subsonic Turbulent Flow Over Single and Double Backward Facing Steps*, in: *Journal of Basic Engineering*, September, pp. 317–325, ISSN 0021-9223.

AIAA (1998): *Guide for the Verification and Validation of Computational Fluid Dynamics Simulations*, Reston, VA u.a.: American Institute of Aeronautics and Astronautics, (AIAA Standards Series; G-077-1998), ISBN 1-56347-285-6.

APPEL J.; GODFREY A. & CLIFF E. (1995): *Optimization-Based Design in High-Speed Flows*, in: *CFD for Design and Optimization: presented at the 1995 ASME International Mechanical Engineering Congress and Exposition, November 12-17, 1995, San Francisco, California / Ed. by O. Baysal*, New York: American Society of Mechanical Engineers, (FED; 232), ISBN 0-7918-1743-1, pp. 61–68.

APPEL J. & GUNZBURGER M. (1997): *Approximate Solutions Via Sensitivities*, in: *Inverse Design and Optimisation Methods: April 21-25, 1997 / Lecture series Directors: R. A. v. d. Braembussche*, Rhode-Saint-Genèse, Belgium: VKI, (Lecture Series / Von Karman Institute for Fluid Dynamics; 1997-05), pp. 1–29.

ARIAN E. & TA'ASAN S. (1995): *Shape Optimization in One Shot*, in: *Proceedings of the Workshop on Optimal Design and Control, Blacksburg, Virginia, April 8-9, 1994 / Ed. by J. Borggaard [et al.]*, Boston u.a.: Birkhäuser, (Progress in Systems and Control Theory; 19), ISBN 0-8176-3808-3, pp. 23–40.

BATREKHY S.; GÖDE E. & RUPRECHT A. (1999): *Bestimmung der Verluste am Einlaufrechen von Wasserkraftwerken*, in: *Beiträge zum 2. Seminar*

- Kleinwasserkraft; Praxis und aktuelle Entwicklung*, Stuttgart, 1.10.1999, Stuttgart: Eigenverlag, (Mitteilungen des Instituts für Strömungsmechanik und Hydraulische Strömungsmaschinen; 16), ISBN 3-9804376-5-5, pp. 50–66.
- BIDOT T.; CHARGY D. & POT G. (1995): *CFD Applications in the Automotive Industry Using the N3S Code*, in: *Industrial Computational Fluid Dynamics: April 3-7, 1995 / Lecture Series Directors: J.-M. Buchlin*, Rhode-Saint-Genèse, Belgium: VKI, (Lecture Series / Von Karman Institute for Fluid Dynamics; 1995-06).
- BOLLRICH G. & PREISLER G. (1992): *Technische Hydromechanik. Bd. 1: Grundlagen*, Berlin: Verl. für Bauwesen, 3., stark bearb. edition, ISBN 3-345-00518-2.
- BORGGAARD J.E. (1995): *Algorithms for Flow Control and Optimization*, in: *Proceedings of the Workshop on Optimal Design and Control, Blacksburg, Virginia, April 8-9, 1994 / Ed. by J. Borggaard [et al.]*, Boston u.a.: Birkhäuser, (Progress in Systems and Control Theory; 19), ISBN 0-8176-3808-3, pp. 97–116.
- BRODERSEN S. (1995): *Gemeinsamkeiten von Kolkbildung und der Strömung durch Pumpen*, in: *Wasser und Boden*, Jg. 47, H. 8, pp. 26–29, ISSN 0043-0951.
- BURKARDT J.; GUNZBURGER M. & PETERSON J. (2002): *Insensitive Functionals, Inconsistent Gradients, Spurious Minima, and Regularized Functionals in Flow Optimization Problems*, in: *International Journal of Computational Fluid Dynamics*, Vol. 16, No. 3, pp. 171–185, ISSN 1061-8562.
- BURMAN J. & GEBART B. (2001): *Influence From Numerical Noise in the Objective Function for Flow Design Optimisation*, in: *International Journal of Numerical Methods for Heat and Fluid Flow*, Vol. 11, No. 1, pp. 6–19, ISSN 0961-5539.
- CASEY M. (1983): *A Computational Geometry for the Blades and Internal Flow Channels of Centrifugal Compressors*, in: *Transactions of the ASME*, Vol. 105, No. 4, pp. 288–289.

- CASEY M. (1995): *Computational Methods for Preliminary Design and Geometry Definition in Turbomachinery*, in: *Turbomachinery Design Using CFD: presented on May 24-25 1994 in Ohio, United States; June 6-7 1994 in Ankara, Turkey; and June 9-10 1994 in Munich, Germany*, Neuilly sur Seine: AGARD, (AGARD Lecture Series; 195), ISBN 92-835-0749-5, pp. 1–18.
- CASEY M. & WINTERGERSTE T. (2000): *Special Interest Group on Quality and Trust in Industrial CFD: Best Practice Guidelines. Version 1.0*, [Lausanne]: ERCOFTAC: European Research Community on Flow Turbulence and Combustion.
- COLEMAN T.; BRANCH M. & GRACE A. (1999): *Optimization Toolbox. For Use with MATLAB. User's Guide for MATLAB 5, Version 2, Release II*, Natick, MA: The Math Works INC, (Computation, Visualization, Programming), 3. rev. edit. edition.
- COUSTON M. & MAZZOUJI F. (2002): *The Design of Kaplan Runners: French Experience Using CDF*, in: *The International Journal on Hydropower & Dams*, Vol. 9, No. 2, pp. 58–60, ISSN 1352-2523.
- DADONE A.; MOHAMMADI B. & PETRUZZELLI N. (2001): *3-D Aerodynamic Shape Design Using Hessians Based on Incomplete Sensitivities*, in: *International Journal of Computational Fluid Dynamics*, Vol. 14, No. 2, pp. 103–116, ISSN 1061-8562.
- DE FALCO I. (1997a): *An Introduction to Evolutionary Algorithms and Their Application to the Aerofoil Design Problem. Part 1: The Algorithms*, in: *Inverse Design and Optimisation Methods: April 21-25, 1997 / Lecture series Directors: R. A. v. d. Braembussche*, Rhode-Saint-Genèse, Belgium: VKI, (Lecture Series / Von Karman Institute for Fluid Dynamics; 1997-05), pp. 1–22.
- DE FALCO I. (1997b): *An Introduction to Evolutionary Algorithms and Their Application to the Aerofoil Design Problem. Part 2: The Results*, in: *Inverse Design and Optimisation Methods: April 21-25, 1997 / Lecture series Directors: R. A. v. d. Braembussche*, Rhode-Saint-Genèse, Belgium: VKI, (Lecture Series / Von Karman Institute for Fluid Dynamics; 1997-05), pp. 1–20.

- DEMNY G.; RETTEMEIER K.; FORKEL C. & KÖNGETER J. (1998): *3D-Numerical Investigation for the Intake of a River Run Power Plant*, in: *Hydroinformatics '98: Proceedings of the Third International Conference on Hydroinformatics, Copenhagen, Denmark, 24-26 August 1998 / Ed. by V. Babovic [et al.]. Vol. 2*, Rotterdam u.a.: Balkema, ISBN 90-5410-983-1, pp. 1311–1318.
- DIXON A. & FLETCHER C. (1993): *Optimization Applied to Aerifoil Design*, in: *A Collection of Technical Papers / 5th International Symposium on Computational Fluid Dynamics, August 31 - September 3, 1993, Sendai / Ed. by H. Daiguji*, Sendai: Japan Society of Computational Fluid Dynamics, pp. 27–34.
- EICHENBERGER P. (2003): *Numerische 3D Modelle: Ein neues Hilfsmittel für die Planung und Optimierung von Wasserfassungen*, in: *Vortrag, gehalten am 19.09.2003 Kleinwasserkraftwerke: fünftes internationales Anwenderforum, 19./20. September 2002, Innsbruck, Tirol*, St. Gallen: EN-TEC AG, (unveröffentlicht).
- ENGELN-MÜLLGES G. & REUTTER F. (1988): *Numerische Mathematik für Ingenieure*, Mannheim u.a.: Bibliogr. Inst., 5., überarb. Aufl., unveränd. nachdr. edition, ISBN 3-411-03151-4.
- ERCOFTAC / UMIST ([2003]): *Classic Collection Database*, [Lausanne] / Manchester: ERCOFTAC: European Research Community on Flow Turbulence and Combustion / UMIST Mechanical Engineering CFD Group.
<http://cfd.me.umist.ac.uk/ercoftac/> [Letzter Zugriff am: 16.06.03]
- ERLACH J. (1999): *Betrachtung der Gesamt-Energiebilanz einer Wasserkraftanlage mit Aufschlüsselung der Einzelverluste*, in: *Beiträge zum 2. Seminar Kleinwasserkraft; Praxis und aktuelle Entwicklung*, Stuttgart, 1.10.1999, Stuttgart: Eigenverlag, (Mitteilungen des Instituts für Strömungsmechanik und Hydraulische Strömungsmaschinen; 16), ISBN 3-9804376-5-5, pp. 40–49.
- EYI S. & LEE K. (1995): *Effects of Sensitivity Analysis on Aerodynamic Design Optimization*, in: *CFD for Design and Optimization: presented at the 1995 ASME International Mechanical Engineering Congress and*

- Exposition, November 12-17, 1995, San Francisco, California / Ed. by O. Baysal*, New York: American Society of Mechanical Engineers, (FED; 232), ISBN 0-7918-1743-1, pp. 1–8.
- FELKEL K. (1963): *Ergebnisse von Modelluntersuchungen für die Moselkanalisierung*, in: *Die Wasserwirtschaft*, Jg. 53, H. 9, pp. 311–320, ISSN 0043-0978.
- FERZIGER J. & PERIC M. (1999): *Computational Methods for Fluid Dynamics*, Berlin u.a.: Springer, 2., rev. edit. edition, ISBN 3-540-65373-2.
- FLETCHER R. (1987): *Practical Methods of Optimization*, Chichester u.a.: Wiley, (A Wiley-Interscience Publication), 2. edit. edition, ISBN 0-471-91547-5.
- FORKEL C. (2000): *Numerische Modelle für die Wasserbaupraxis. Grundlagen, Anwendungen, Qualitätsaspekte*, Aachen: Lehrstuhl und Institut für Wasserbau und Wasserwirtschaft der RWTH, (Habil.-Schrift) (unveröffentlicht).
- GÖDE E. & KAPS A. (2001): *Maßgeschneidertes Turbinendesign am Virtuellen Prüfstand*, in: *Die Wasserwirtschaft*, Jg. 91, H. 9, pp. 430–433, ISSN 0043-0978.
- GIESECKE J. & HEIMERL S. (1999): *Wasserkraftanteil an der elektrischen Stromerzeugung in Deutschland*, in: *Die Wasserwirtschaft*, Jg. 89, H. 7/8, pp. 336–347, ISSN 0043-0978.
- GIESECKE J. & MOSONYI E. (1997): *Wasserkraftanlagen: Planung, Bau und Betrieb*, Berlin: Springer, ISBN 3-540-60993-8.
- GILES M. (1997a): *Aerodynamic Design Optimization for Complex Geometries Using Unstructured Grids*, in: *Inverse Design and Optimisation Methods: April 21-25, 1997 / Lecture series Directors: R. A. v. d. Braembussche*, Rhode-Saint-Genèse, Belgium: VKI, (Lecture Series / Von Karman Institute for Fluid Dynamics; 1997-05), pp. 1–17.
- GILES M. (1997b): *Aerospace Design: A Complex Task*, in: *Inverse Design and Optimisation Methods: April 21-25, 1997 / Lecture series Directors: R. A. v. d. Braembussche*, Rhode-Saint-Genèse, Belgium: VKI, (Lecture Series / Von Karman Institute for Fluid Dynamics; 1997-05), pp. 1–25.

- GILL P.; MURRAY W. & WRIGHT M. (1981): *Practical Optimization*, London u.a.: Acad. Press, ISBN 0-12-283950-1.
- GINTER F. (1997): *Berechnung der instationären turbulenten Strömung in hydraulischen Strömungsmaschinen*, Stuttgart: Eigenverlag, (Mitteilungen des Instituts für Strömungsmechanik und Hydraulische Strömungsmaschinen; 12) (Zugl.: Stuttgart, Univ., Diss., 1997), ISBN 3-9804376-1-2.
- GODDE D. (1994): *Experimentelle Untersuchungen zur Anströmung von Rohrturbinen. Ein Beitrag zur Optimierung des Turbineneinlaufes*, München: Eigenverlag, (Wasserbau und Wasserwirtschaft: Berichte der Versuchsanstalt Oberrach und des Lehrstuhls für Wasserbau und Wassermengenwirtschaft der Technischen Universität München; 75) (Zugl.: München, TU, Diss., 1994).
- HACKMAN L.; RATHBY G. & STRONG A. (1984): *Numerical Predictions of Flows over Backward-Facing Steps*, in: International Journal for Numerical Methods in Fluids, Vol. 4, pp. 711–724, ISSN 0271-2091.
- HERNING F. (1966): *Stoffströme in Rohrleitungen: mit 35 Zahlentafeln*, Düsseldorf: VDI-Verl., 4., neu bearb. u. erw. Aufl. edition, ISBN 3-18-400145-8.
- HÄRTL A. (1989): *Optimierung von Diffusoren durch Konturierung der Wände auf der Basis des Grenzschichtkonzeptes*, Düsseldorf: VDI-Verl., (VDI Fortschritt-Berichte: Reihe 7; 159) (Zugl.: Bochum, Univ., Diss., 1989), ISBN 3-18-145907-0.
- HÄUSLER E. (1987): *Wehre*, in: *Wasserbauten aus Beton / Hrsg. v. H. Blind*, Berlin: Ernst, Verl. für Architektur und Techn. Wiss., ISBN 3-433-01009-9, pp. 193–330.
- ICCM (1998): *Comet Version 2.000 - User Manual*, Hamburg: Institute of Computational Continuum Mechanics (ICCM) GmbH.
- IDELCIK I. (1986): *Handbook of Hydraulic Resistance*, Washington u.a.: Hemisphere Publ. u.a., 2., ed., rev. and augm. edition, ISBN 3-540-15962-2.

- ITEM C. & BAYSAL O. (1995): *Wing-Section Optimization for Supersonic Viscous Flow*, in: *CFD for Design and Optimization: presented at the 1995 ASME International Mechanical Engineering Congress and Exposition, November 12-17, 1995, San Francisco, California / Ed. by O. Baysal*, New York: American Society of Mechanical Engineers, (FED; 232), ISBN 0-7918-1743-1, pp. 29–36.
- JAMBOR F. (1956): *Formgebung des Trennpfeilers in Flusskraftwerken*, in: *Mitteilungsblatt der Bundesanstalt für Wasserbau*, Nr. 7, pp. 51–61, ISSN 0572-5801.
- JENNIONS I. (1995): *Elements of a Modern Turbomachinery Design System*, in: *Turbomachinery Design Using CFD: presented on May 24-25 1994 in Ohio, United States; June 6-7 1994 in Ankara, Turkey; and June 9-10 1994 in Munich, Germany*, Neuilly sur Seine: AGARD, (AGARD Lecture Series; 195), ISBN 92-835-0749-5, pp. 1–9.
- KAUPA H. (1998): *Das Donaukraftwerk Freudenau*, in: *Wasserkraft in Bayern: Internationales Symposium zum Thema Grundwasser im Umfeld von Stauräumen, 1.-2.10.1997, Wien, München: Arbeitsgemeinschaft "Wasserkraft in Bayern"*, pp. 163–179.
- LAKEHAL D. & RODI W. (1997): *Calculation of the Flow Past a Surface-Mounted Cube with Two-Layer Turbulence Models*, in: *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, Vol. 67/68, pp. 65–78, ISSN 0167-6105.
- LANG T. (1999): *Geometrische Kriterien zur Gestaltung von Kraftwerkseinläufen. Experimentelle Untersuchungen an Rohr-S-Turbine und Durchströmturbine*, München: Lehrstuhl und Versuchsanstalt für Wasserbau und Wasserwirtschaft der TU, (München, TU, Diss., 1999).
- LILEK Z.; NADARAJAH S.; PERIC M. & TINDAL M.E. (1991): *Measurement and Simulation of the Flow Around a Poppet Valve*, in: *Eighth Symposium on Turbulent Shear Flows, held in Munich, Germany, 9-11 September 1991. Vol. 1, Sessions 1-18*, London: Imperial College of Science and Technology, (microfiche), pp. 13.2.1.–13.2.6.
- MENTER F. (2001): *Turbulenzmodelle für Strömungen mit Wärmeübergang*, in: *Computersimulation von Strömungen und Wärmetransportprozessen*

- in der Energietechnik. Vorträge zum Workshop am 6./7. Februar 2001 in Düsseldorf*, Düsseldorf: VDI-Gesellschaft Energietechnik, pp. 1–41.
- MENTER F.; GROTHJANS H. & UNGER F. (1997): *Numerical Aspects of Turbulence Modelling for the Reynolds Averaged Navier-Stokes Equations*, in: *28th Computational Fluid Dynamics: March 3-7, 1997 / Lecture Series Director: H. Deconinck*, Rhode-Saint-Genèse, Belgium: VKI, (Lecture Series / Von Karman Institute for Fluid Dynamics; 1997-02), pp. 1–45.
- MEUSBURGER H. (2002): *Energieverluste an Einlaufrechen von Flusskraftwerken*, Zürich: Eidgenössische Technische Hochschule, (Diss. ETH; 14891).
- MISHIMA S. & KINNAS S. (1996): *A Numerical Optimization Technique Applied to the Design of Two-Dimensional Cavitating Hydrofoil Sections*, in: *Journal of Ship Research*, Vol. 40, No. 1, pp. 28–38, ISSN 0022-4502.
- MOHAMMADI B. (1997): *Practical Applications to Fluid Flows of Automatic Differentiation for Design Problems*, in: *Inverse Design and Optimisation Methods: April 21-25, 1997 / Lecture series Directors: R. A. v. d. Braembussche*, Rhode-Saint-Genèse, Belgium: VKI, (Lecture Series / Von Karman Institute for Fluid Dynamics; 1997-05), pp. 1–34.
- NEWMAN P. (1995): *Preparation of Advanced CFD Codes for use in Sensitivity Analyses and Multidisciplinary Design Optimization*, in: *Proceedings of the Workshop on Optimal Design and Control, Blacksburg, Virginia, April 8-9, 1994 / Ed. by J. Borggaard [et al.]*, Boston u.a.: Birkhäuser, (Progress in Systems and Control Theory; 19), ISBN 0-8176-3808-3, pp. 241–274.
- NICHTAWITZ A. & ABFALTERER J. (1995): *Waterpower '95: Proceedings of the International Conference on Hydropower, San Francisco, Calif., July 25-28, 1995 / Ed. by J.J. Cassidy. Vol. 2: Rehabilitation & Modernization, Operation & Maintenance, Turbines & Pump Turbines, Electrical Systems & Controls*, New York: American Society of Civil Engineers, ISBN 0-7844-0099-7.
- OEHY C. & SCHLEISS A. (2002): *Einfluss von Hindernissen auf das Fliessverhalten von Trübestömen am Beispiel des Grimelsees*, in: *Internationales Symposium: Moderne Methoden und Konzepte im Wasserbau*,

- Zürich, 7.-9. Oktober 2002 / Ed. by H.-E. Minor. Bd. 1, Zürich: VAW, Versuchsanstalt für Wasserbau, Hydrologie und Glaziologie, ETH, (Mitteilungen / Versuchsanstalt für Wasserbau, Hydrologie und Glaziologie der Eidgenössischen TH Zürich; 174), pp. 51–60.
- PARKINSON E.; VULLIOUD G. & GEPPERT L.E. (2002): *Analysis of Pelton Turbine Flow Patterns for Improved Runner-Component Interaction*, in: The International Journal on Hydropower & Dams, Vol. 9, No. 5, pp. 100–103, ISSN 1352-2523.
- PIERRET S. (1997): *Turbomachinery Blade Design Using a Navier-Stokes Solver and Artificial Neural Network*, in: *Inverse Design and Optimisation Methods: April 21-25, 1997 / Lecture series Directors: R. A. v. d. Braembussche*, Rhode-Saint-Genèse, Belgium: VKI, (Lecture Series / Von Karman Institute for Fluid Dynamics; 1997-05), pp. 1–31.
- POHL R. (1998): *Die Geschichte des Institutes für Wasserbau an der Technischen Universität Dresden*, Dresden: Institut für Wasserbau und Techn. Hydromechanik, (Dresdner wasserbauliche Mitteilungen; 12), ISBN 3-86005-187-3.
- RETTEMEIER K. (2002): *Laufwasserkraftwerke und der Schutz wandernder Fische. Lösungswege zu einer Koexistenz*, in: *Binnenschiffahrt: Zeitschrift für Binnenschiffahrt und Wasserstraßen*, Jg. 57, H. 7/8, pp. 54–57, ISSN 0939-1916.
- RETTEMEIER K.; DEMNY G.; FORKEL C.; KÖNGETER J. & ADLER M. (1999): *Einblicke in die Anströmung von Laufwasserkraftanlagen durch Dreidimensionale Numerische Simulationen*, in: *Die Wasserwirtschaft*, Jg. 89, H. 10, pp. 512–518, ISSN 0043-0978.
- REXROTH C. (2001): *Was bietet CFD? Einführung und Überblick zur Numerischen Strömungsmechanik*, in: *Computersimulation von Strömungen und Wärmetransportprozessen in der Energietechnik. Vorträge zum Workshop am 6./7. Februar 2001 in Düsseldorf*, Düsseldorf: VDI-Gesellschaft Energietechnik, pp. 1–12.
- RODI W. (1991): *Some Current Approaches in Turbulence Modelling*, in: *Technical Status Review: Appraisal of the Suitability of Turbulence Models in Flow Calculations: prepared at the request of the Fluid Dynamics Panel of AGARD at a Technical Status Review held in Friedrichshafen*,

- Germany, 26th April 1990, Neuilly-sur-Seine: AGARD, (AGARD Advisory Report; 291), ISBN 92-835-0625-1, pp. 3.1–3.10.
- RODI W. (1993): *Turbulence Models and their Application in Hydraulics: A State-of-the-Art Review*, Rotterdam u.a.: Balkema, (IAHR Monograph Series) (Zugl.: Karlsruhe, Techn. Univ., Habil.-Schr., 1979), 3. edit. edition, ISBN 90-5410-150-4.
- ROUVÉ G. (1958): *Der Krafthaustrennpfeiler; Strömungsverhältnisse an gekrümmten Wänden*, Karlsruhe: Eigenverlag, (Arbeit aus dem Theodor-Rehbock-Flussbaulaboratorium; 145) (Zugl.: Karlsruhe, TH, F. f. Bauw., Diss. v. 14. Juni 1957).
- SALLABERGER M.; EISELE K. & CASEY M. (2001): *Accelerated Design Procedure for Francis Runners in Rehabilitation Projects*, in: *The International Journal on Hydropower & Dams*, Vol. 8, No. 1, pp. 87–92, ISSN 1352-2523.
- SCHILLING R. (1994): *CFD Aided Design - ein effizientes Werkzeug zur strömungstechnischen Optimierung von Beschaufelungen hydraulischer Maschinen*, in: *Aufgaben und Chancen der Wasserkraft: Tagung München, 20. und 21. Oktober 1994 / VDI-Gesellschaft Energietechnik*, Düsseldorf: VDI-Verl., (VDI Berichte; 1127), ISBN 3-18-091127-1, pp. 209–219.
- SCHLICHTING H. (1982): *Grenzschicht-Theorie*, Karlsruhe: Braun, (Wissenschaftliche Bücherei), 8. aufl. edition, ISBN 3-7650-1011-1.
- STIEGLMEIER M.; TROPEA C.; WEISER N. & NITSCHKE W. (1989): *Experimental Investigation of the Flow Through Axisymmetric Expansions*, in: *Journal of Fluids Engineering*, Vol. 111, Dec., pp. 464–471, ISSN 0098-2202.
- VOLKART P. & MEUSBURGER H. (1999): *Rechenverluste und Strömungsnahfeld an Wasserkraftanlagen*, in: *Beiträge zum 2. Seminar Kleinwasserkraft; Praxis und aktuelle Entwicklung*, Stuttgart, 1.10.1999, Stuttgart: Eigenverlag, (Mitteilungen des Instituts für Strömungsmechanik und Hydraulische Strömungsmaschinen; 16), ISBN 3-9804376-5-5, pp. 67–78.
- WEISER N. (1992): *Untersuchungen zur Systematik abgelöster Diffusor-Strömungen*, Düsseldorf: VDI-Verl., (Fortschritt-Berichte VDI: Reihe 7; 212)(Zugl.: Berlin, TU, Diss.), ISBN 3-18-141207-4.

- WEISER N. & NITSCHKE W. (1988): *Zur rotationssymmetrischen Innenströmung mit Ablösung an Querschnittserweiterungen: Zwischenbericht zum DFG-Vorhaben Ha 523/19-4*, Berlin, West: Institut für Luft- und Raumfahrt, (ILR-Mitteilungen; 198).
- WELZEL B. (1998): *Numerische Optimierung einer Axialturbine*, Stuttgart: Eigenverlag, (Mitteilungen des Instituts für Strömungsmechanik und Hydraulische Strömungsmaschinen; 14) (Zugl.: Stuttgart, Univ., Diss., 1998), ISBN 3-9804376-3-9.
- WINKLER E. (2000): *Planung und Bau von kleinen Wasserkraftanlagen*, in: Die Wasserwirtschaft, Jg. 90, H. 4, pp. 176–183, ISSN 0043-0978.
- WITTMANN H. & GARBRECHT G. (1954): *Untersuchung für Laufwasserkraftstufen*, in: Die Wasserwirtschaft, Jg. 45, H. 2, pp. 33–37, ISSN 0043-0978.
- ZIERER T.; BENZ E. & SOMMER T. (2001): *Numerische Simulation von Kraftwerkskomponenten*, in: *Computersimulation von Strömungen und Wärmetransportprozessen in der Energietechnik. Vorträge zum Workshop am 6./7. Februar 2001 in Düsseldorf*, Düsseldorf: VDI-Gesellschaft Energietechnik, pp. 1–14.
- ZOEHL H. & KRUSCHIK J. (1982): *Strömung durch Rohre und Ventile: Tabellen und Berechnungsverfahren zur Dimensionierung von Rohrleitungssystemen*, Wien u.a.: Springer, 2., neubearb. Aufl. edition, ISBN 3-211-81695-X.

Lebenslauf

Dipl.-Ing. Gerd Johannes Wolfram Demny

Persönliche Daten:

geboren am: 02.02.1969
geboren in: Düsseldorf
Nationalität: Deutsch

Ausbildung:

05/1988	Allgemeine Hochschulreife
10/1989 – 05/1995	Studium des Maschinenbaus an der RWTH Aachen Abschluss: Diplom-Ingenieur
10/1992 – 05/1995	Teilnahme an diversen Lehrveranstaltungen und Studienarbeit im Fach Wasserbau und Wasserwirtschaft an der Fakultät für Bauingenieurwesen
05/1999 – 08/1999	Forschungsaufenthalt an der Cornell University, N.Y., USA

Berufliche Tätigkeiten:

08/1995 – 07/1999	Wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Wasserbau und Wasserwirtschaft der RWTH Aachen
08/1999 – 07/2003	Leitender Wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Wasser- bau und Wasserwirtschaft der RWTH Aachen
08/2003 – 05/2004	Mitarbeiter bei der ProAqua Ingenieurgesellschaft für Wasser- und Umwelttechnik, Aachen
seit 06/2004	Mitarbeiter beim Wasserverband Eifel-Rur, Düren

Aachen, den 24.08.2004