

Modellbasierte Prädiktive Regelung skalierbarer thermischer Prozesse

Model-Based Predictive Control of Scalable Thermal Processes

Von der Fakultät für Maschinenwesen der
Rheinisch-Westfälischen Technischen Hochschule Aachen
zur Erlangung des akademischen Grades eines Doktors der
Ingenieurwissenschaften genehmigte Dissertation

vorgelegt von

Daniel Zöller

Berichter: Univ.-Prof. Dr.-Ing. Dirk Abel
Univ.-Prof. Dipl.-Ing. Dr. techn. Martin Horn

Tag der mündlichen Prüfung: 07. Februar 2018

Diese Dissertation ist auf den Internetseiten der Universitätsbibliothek online verfügbar.

Vorwort

Die vorliegende Dissertation entstand während meiner Zeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Regelungstechnik der Rheinisch-Westfälischen Technischen Hochschule Aachen.

Mein besonderer Dank gilt dem Leiter des Instituts, Herrn Univ.-Prof. Dr.-Ing. Dirk Abel, für die Betreuung meiner Arbeit, für die vielfältigen, gebotenen Möglichkeiten zur Entwicklung sowie die gesamt sehr lehrreiche Zeit an seinem Institut. Herrn Univ.-Prof. Dipl.-Ing. Dr.techn. Martin Horn möchte ich für das entgegengebrachte Interesse an meiner Arbeit und die Übernahme des Koreferates danken. Für seine Beteiligung als Vorsitzender der Prüfungskommission danke ich Herrn Univ.-Prof. Dr.-Ing. Dirk Müller. Herrn Prof. em. Dr.-Ing. Heinrich Rake danke ich für seine Tätigkeit als Beisitzer im Rahmen der Prüfung, seine Anmerkungen zu meiner Arbeit sowie sein anhaltendes, angenehmes Engagement mit dem er das Institut fortwährend begleitet.

Weiterhin möchte ich mich bei allen Mitarbeiterinnen und Mitarbeitern des Instituts für Regelungstechnik für die gute Zusammenarbeit bedanken, die diese Zeit bereicherten und Sorge trugen, dass ich mich in ihrem Kreis immer wohl und aufgenommen empfunden habe. Mein besonderer Dank gilt den Kollegen, die mich aus nächster Nähe mit viel Humor ertragen haben. Namentlich, in zufälliger Reihenfolge, möchte ich Aline Aguiar da Franca, Dr.-Ing. Matthias Hakenberg, Uwe Jassmann, Martina Joševska, Christian Leisten, Dr.-Ing. Thomas Lammerßen, Dr.-Ing. Frank Schrödel und Dr.-Ing. Matthias Reiter für ihren individuellen Beitrag zum Gelingen dieser Arbeit danken.

Ein ganz besonderer Dank richtet sich an meine ganze Familie – Mama und Papa Zöller, Mama und Papa Friesen mit Gerhard, Natalie und Vitali mit Celine und Andreas, Anna und Andreas mit Joel, Johannes und Daniel, Rebecca und Jürgen mit Franzi, Marco, Lisa und Anna, Katharina und Johannes mit Niklas und Amelie sowie Thomas und Marc – ohne deren andauerndes Wirken und liebevolle, immerwährende Unterstützung ich nicht der wäre, der ich heute bin.

Nicht zuletzt gilt mein herzlichster Dank meinen Kindern. Ich bin sehr dankbar für die Liebe und emotionale Unterstützung meiner Söhne Samuel Josia und Jonathan Elias, die mich morgens mit ihrer großen Neugier und abends mit ihren strahlenden Gesichtern an das wesentliche im Leben erinnern. Ich bin so froh, dass es euch gibt.

Schließlich kann ich es nicht in Worte fassen, was die Unterstützung, Beratung, Motivation, Geduld, Vertrauen und Liebe meine Ehefrau Maria mir während der Zeit meines gesamten Studiums und der Promotion bedeutet hat und mir immer noch bedeutet. Ohne ihre selbstlose Unterstützung, gerade in den letzten Monaten, wäre all dies in diesem Rahmen nicht möglich gewesen.

Kausen, im Februar 2018

Daniel Zöller

Für Maria, Samuel und Jonathan

Kurzfassung

Thermische Prozesse werden heutzutage in den unterschiedlichsten Bereichen der Technik eingesetzt. Ihnen allen ist gemein, dass die Temperatur eine wichtige Prozessgröße darstellt, die oft mit höchster Genauigkeit geregelt werden muss. Eine Regelung dieser Anlagen erfolgt im industriellen Umfeld üblicherweise mit klassischen PID-Regelkreisen, welche für die speziellen Anforderungen der jeweiligen Anlage optimiert werden. Hierbei gilt es jedoch immer einen Kompromiss zwischen einem guten Führungsverhalten und ausreichender Störunterdrückung einzugehen. Zudem ist eine exakte Parametrierung des Reglers häufig, insbesondere bei langsamen Strecken, sehr zeitaufwendig, wodurch dieser oft abseits seiner optimalen Einstellung betrieben wird.

In der vorliegenden Arbeit wird ein modellbasiertes prädiktives Regelungskonzept (MPR) zur Optimierung des dynamischen Verhaltens von thermischen Prozessen vorgestellt und anschließend durch Implementierung an zwei industriellen Prozessen evaluiert. Das vorgestellte Konzept verwendet ein nichtlineares dynamisches Prozessmodell der Regelstrecke und besteht aus einer Kombination aus nichtlinearem Zustandsschätzer in Form eines Extended Kalman Filters und einer linearen zeitvarianten MPR. Für eine einfache und intuitive Übertragbarkeit der Regelung ist dem Regler ein physikalisches Modell zugrunde gelegt. Aufgrund der hohen Bedeutung des Prozessmodells wird zu Beginn der Arbeit eine Einführung in die Modellbildung gegeben und die grundlegenden physikalischen Gesetzmäßigkeiten zur Beschreibung von thermischen Prozessen werden vorgestellt. Damit lässt sich ein entsprechendes Prozessmodell auf einfache und nachvollziehbare Weise entwickeln und an die unterschiedlichen Prozesse anpassen. Zur Validierung dieses Regelungskonzepts wird die zuvor beschriebene Methodik zunächst auf die thermische Hochvakuumverdampfung angewendet. In einem ersten Schritt erfolgt die Analyse und Entwicklung eines dynamischen Prozessmodells für das Temperaturverhalten. In einem zweiten Schritt wird zur Bedatung der Modellgleichungen eine Parameteridentifikation durchgeführt. Anschließend erfolgt die Umsetzung und Implementierung der Regelung an einer Technikumsanlage. Zur Bewertung der Übertragbarkeit wird die Methodik auf die thermische Konditionierung und Umweltsimulation, den zweiten hier betrachteten Prozess, angewendet. Zunächst erfolgt die Regelung der Prüfraumlufttemperatur. Hierzu wird das thermische Verhalten der Anlage untersucht und für eine Regelung hinreichend genau modelliert. Für die Erprobung des Regelungskonzepts wird der Regelalgorithmus direkt in der Prozesssteuerung implementiert. Danach wird das zuvor entwickelte Prozessmodell um den physikalischen Einfluss der relativen Luftfeuchte erweitert und der Regelalgorithmus angepasst. Zur Untersuchung der Skalierbarkeit wird der Regelalgorithmus in einem letzten Schritt auf eine ähnliche Anlage gleicher Baureihe übertragen. Die Bewertung des Regelungskonzepts erfolgt durch einen direkten Vergleich der Messungen mit PID-Regelung und MPR.

Allgemeines Ziel der Arbeit ist es, neben den notwendigen Grundlagen der modellbasierten prädiktiven Regelung von thermischen Prozessen, die wesentlichen Entwicklungsschritte von der Modellierung bis hin zur Implementierung an der realen Anlage zu beschreiben und die notwendigen Kenntnisse zur Reglerwartung und -weiterentwicklung zu geben.

Abstract

Thermal processes are nowadays used in various fields of technology. They all have in common that the temperature is an important process variable, which often has to be controlled with maximum precision. In an industrial environment, these systems are usually controlled using conventional PID control circuits, which are optimized for the specific requirements of the respective system. In this case, however, there is always a compromise between good command response and sufficient interference suppression. In addition, an exact parameterization of the controller is very time-consuming, in particular in the case of slow plants, and leads to a moderately dimensioned control behavior. In addition, an exact parameterization of the controller is often very time-consuming, in particular in the case of slow plants, whereby this is often operated away from its optimum setting.

In this thesis, a model-based predictive control concept (MPC) for optimizing the dynamic behavior of thermal processes is presented and then evaluated by implementation on two industrial processes. The presented concept uses a non-linear dynamic process model of the plant and consists of a combination of nonlinear state estimator in the form of an Extended Kalman filter and a linear time-variant MPC. The controller is based on a physical model for simple and intuitive transferability. Due to the high importance of the process model, an introduction to modeling is given at the beginning of the work and the basic physical principles for the description of thermal processes are presented. Thus, a corresponding process model can be developed in a simple and comprehensive manner and can be adapted to the different processes.

In order to validate this control concept, the methodology described above is first applied to thermal high-vacuum evaporation. In a first step, the analysis and development of a dynamic process model for temperature behavior is performed. In a second step, parameter identification is performed to provide the model equations. The implementation of the MPC is then carried out on a pilot plant.

In order to evaluate the transferability, the methodology is applied to thermal conditioning and environmental simulation, the second process considered here. First of all, the control of the air temperature is performed. For this purpose, the thermal behavior of the system is analyzed and modeled to a sufficiently precise degree. For the testing of the control concept, the control algorithm is implemented directly in the process control hardware. Then, the previously developed process model is expanded by the physical influence of the relative humidity and the control algorithm is adapted. In a last step the algorithm is transferred to a similar system of the same series, in order to examine the scalability.

The control concept is evaluated by a direct comparison of the measurements of PID control and the MPC. The aim of this thesis is, in addition to the necessary basic principles of model-based predictive control of thermal processes, to describe the essential development steps from modelling to the implementation at the real plant and to give the necessary knowledge about controller maintenance and further development.

Inhaltsverzeichnis

Notation	xv
1 Einleitung	1
1.1 Motivation	2
1.2 Zielsetzung	5
1.3 Gliederung der Arbeit	6
2 Modellierung thermischer Prozesse	9
2.1 Regelungstechnische Modellbildung und Identifikation	9
2.1.1 Grundzüge der theoretischen Modellbildung	12
2.1.2 Einführung in die Parameteridentifikation	15
2.2 Grundlagen der technischen Thermodynamik	17
2.2.1 Energiebilanz für ein geschlossenes System	17
2.2.2 Wärmekapazität	18
2.2.3 Wärmeübertragung	19
2.2.4 Feuchte Luft	27
2.3 Zwischenfazit	32
3 Modellbasierte prädiktive Regelung thermischer Prozesse	35
3.1 Regelungstechnische Grundlagen	36
3.1.1 Linearisierung der Zustandsraumdarstellung	37
3.1.2 Diskretisierung der Zustandsraumdarstellung	39
3.2 Modellbasierte Prädiktive Regelung	39
3.2.1 Formulierung des Optimierungsproblems	41
3.2.2 Move-Blocking Strategie	48
3.2.3 Referenztrajektorie	50
3.3 Zustandsschätzung	52
3.3.1 Beobachtbarkeitskriterium von Kalman	53
3.3.2 Störgrößenbeobachtung	53
3.3.3 Auslegung der Beobachtermatrix	54
3.4 Zwischenfazit	57

4	Anwendung 1	
	Modellbasierte prädiktive Regelung der thermischen Hochvakuum-	
	verdampfung	59
4.1	Prozessbeschreibung	60
4.2	Modellbildung	63
4.2.1	Modellierung der Komponenten	63
4.2.2	Gesamtmodell	73
4.3	Regelung	75
4.4	Umsetzung	77
4.5	Ergebnisse	77
5	Anwendung 2	
	Modellbasierte prädiktive Regelung der thermischen Konditionierung und	
	Umweltsimulation	83
5.1	Prozessbeschreibung	84
5.2	Modellbildung	86
5.2.1	Modellierung der Komponenten	86
5.2.2	Gesamtmodell	98
5.3	Regelung	103
5.3.1	Temperaturregelung	103
5.3.2	Kombinierte Temperatur- und Feuchteregelung	104
5.4	Umsetzung	105
5.5	Ergebnisse	107
5.5.1	Temperaturregelung	107
5.5.2	Klimaregelung	110
5.5.3	Skalierbarkeit	117
6	Zusammenfassung und Ausblick	121
6.1	Zusammenfassung	121
6.2	Ausblick	123
	Anhang	125
A	Detailansicht der Messergebnisse für sprungförmige Temperaturänderung . .	125
B	Detailansicht der Messergebnisse für rampenförmige Temperaturänderung . .	129
C	Detailansicht der Messergebnisse zur Untersuchung der Skalierbarkeit	133
	Literaturverzeichnis	137

Hinweis

Aufgrund mehrerer Geheimhaltungsvereinbarungen muss im Verlauf dieser Arbeit auf die Darstellung der Primärdaten verzichtet werden. Infolgedessen sind auch bei vielen Abbildungen die Achsenbeschriftungen in normierter Form dargestellt.

Diese Arbeit beruht in Teilen auf den folgenden veröffentlichten Arbeiten:

- [1] Wagner, E., Zöller, D., Lammersen, T., Abel, D.: Modellbasierte Regelung für den Einsatz in Umweltsimulationsanlagen, In: Automation, VDI, 2016, S. 916–930
 - [2] Zöller, D., Reiter, M., Abel, D.: Optimization of a vacuum thermal evaporation process through Model-based Predictive Control of the source temperature, In: Proceedings of The 1st IFAC Conference on Modelling, Identification and Control of Non-linear Systems (MICNON), Saint Petersburg, Russia, 24-26 June 2015, 2015, pp: 86–91
 - [3] Schrödel, F., Zöller, D., Elghandour, R., Abel, D.: Parameter space approach based robust MIMO controller tuning for a vacuum thermal evaporation process, In: Proceedings of the European Control Conference (ECC), Vienna, Austria - 25-29 Sept. 2015, 2015, pp: 684–690
 - [4] Zöller, D., Reiter, M., Abel, D.: Optimierung der thermischen Hochvakuumverdampfung durch Modellbasierte Prädiktive Regelung der Quelltemperatur, In: Automation, VDI, 2014, S. 533–549
-

Notation

Abkürzungen und Akronyme

AWGN	additives, weißes, gaußsches Rauschen
bzw.	beziehungsweise
EKF	Extended Kalman Filter
et al.	et alii
i. Allg.	im Allgemeinen
IAPWS-IF97	IAPWS Industrial Formulation 1997 for the Thermodynamic Properties of Water and Steam
LTI	Linear Zeit (Time) Invariant
LTV	Linear Zeit (Time) Variant
MIMO	Multiple Input Multiple Output
MISO	Multiple Input Single Output
MPR	Modellbasierte prädiktive Regelung\modellbasierter prädiktiver Regler
PWM	Pulsweitenmodulation
QP	Quadratisches Programm
SISO	Single Input Single Output
SPS	Speicherprogrammierbare Steuerung
VTE	Thermische Vakuumverdampfung (Vacuum Thermal Evaporation)
z. B.	zum Beispiel

Hinweise zur mathematischen Notation

Vektoren werden üblicherweise durch fettgedruckte Kleinbuchstaben und Matrizen durch fettgedruckte Großbuchstaben dargestellt. $A_{i,j}$ bezeichnet das Element der i -ten Zeile und j -ten Spalte der Matrix A .

Zur besseren Lesbarkeit werden die Argumente einer Funktion weggelassen, sofern diese aus dem Zusammenhang ersichtlich sind.

In jeder wissenschaftlichen Disziplin haben sich typische Variablennamen für bestimmte physikalische Zustände oder Signale eingebürgert. Durch die Verknüpfung der zwei Fachrichtungen „Regelungstechnik“ und „Thermodynamik“ kann es dabei zu Doppeldeutigkeiten kommen. Beispielsweise bezeichnet U in der Regelungstechnik typischerweise die Stellgröße eines Systems (in Absolutgrößen), während in der Thermodynamik damit häufig die innere Energie eines physikalischen System beschrieben wird.

Formelzeichen

1 Einleitung

e	Regeldifferenz, Regelfehler
u	Systemeingang, Stellgröße
w	Sollwert, Führungsgröße
y	Systemausgang, Regelgröße
z	Störgröße

2 Modellierung thermischer Prozesse

2.1 Regelungstechnische Modellbildung und Identifikation

A	Systemmatrix eines linearen, zeitkontinuierlichen Modells
B	Steuermatrix eines linearen, zeitkontinuierlichen Modells
C	Beobachtermatrix eines zeitkontinuierlichen Modells
D	Durchgangsmatrix eines zeitkontinuierlichen Modells
E	Störmatrix eines zeitkontinuierlichen Modells
F	Durchgangsstörmatrix eines zeitkontinuierlichen Modells
J	Skalares Gütefunktional
$\mathcal{K}$	Systemkomponente
N	Anzahl Stützstellen in einem Zeitintervall
Q	Wichtungsmatrix
T	Zeitintervall
a_i	Polynomkoeffizienten (insbesondere Nennerpolynome)
b_i	Polynomkoeffizienten (insbesondere Zählerpolynome)
f	Nichtlineare Funktion der allgemeinen Zustandsgleichung
g	Nichtlineare Funktion der allgemeinen Ausgangsgleichung, Ungleichungsnebenbedingung der Optimierung
h	Gleichheitsnebenbedingung der Optimierung
m	Anzahl Eingangsgrößen
n	Grad des charakteristischen Polynoms, Systemordnung
p	Anzahl Ausgangsgrößen
p	Parametervektor
q	Grad des Zählerpolynoms der Übertragungsfunktion, Anzahl Störgrößen
r	Anzahl unbekannter Parameter
t	Zeit
$u(t)$	Eingangsvektor eines dynamischen Systems in Abweichungsgrößen
$x(t)$	Zustandsvektor eines dynamischen Systems in Abweichungsgrößen
$y(t)$	Ausgangsvektor eines dynamischen Systems in Abweichungsgrößen
$z(t)$	Vektor der Störgröße eines dynamischen Systems in Abweichungsgrößen
Σ	Dynamisches System
<i>Indizes</i>	
0	Anfangswert
L, NL	Linear, Nichtlinear

Mess	Messung
SAE	Summe des absoluten Fehlers (Sum of absolute error)
Sim	Simulation
SSE	Summe des quadratischen Fehlers (Sum of squared error)
i, j, k	Laufvariable
min, max	Minimum bzw. Maximum

2.2 Grundlagen der technischen Thermodynamik

A	Fläche der Wärmeübertragung
A, B, C	Parameter der Dampfdruckformel nach <i>IAPWS-IF97</i>
C, c_p	(Spezifische) Wärmekapazität
F	Sichtfaktor
Nu_l	Nusselt-Zahl
P	Leistung
Pr	Prandtl-Zahl
$Q, \dot{Q}, \dot{q}$	Wärme, Wärmestrom, Wärmestromdichte
R_D, R_L	Individuelle Gaskonstante von Wasserdampf bzw. Luft
Re_l	Reynolds-Zahl
T, ϑ	Temperatur in K, Temperatur in °C
U	Innere Energie
V	Volumen
W	Energie/Arbeit, Wärmekapazitätsstrom
a	Temperaturleitfähigkeit, Querteilungsverhältnis, Absorptionsgrad
c_1, c_2	Parameter der Magnus-Formel
d	Durchmesser
h	Spezifische Verdampfungsenthalpie
l_{char}	Charakteristische Länge
$m, \dot{m}$	Masse, Massenstrom
$n_1, \dots, n_{10}$	Koeffizienten der Dampfdruckformel nach <i>IAPWS-IF97</i>
p	Druck
w	Strömungsgeschwindigkeit
x	Ortskoordinate, Feuchtegrad
y	Ortskoordinate
α	Wärmeübergangskoeffizient
δ	Wandstärke
ε	Emissionsgrad
λ	Wärmeleitfähigkeit
ν	Kinematischen Viskosität
σ	Stefan-Boltzmann-Konstante, Verdunstungskoeffizient
Indizes	
A, E	Anfang, Ende
D, DS	Dampf, Sättigungsdampf
F	flüssig, feucht
G	Gesamt

K, L, S	Konvektion, Wärmeleitung, Wärmestrahlung
L	Luft
N	Anzahl Stützstellen
U	Umgebung
V	Verdunstung
W	Wand, Wasser
ab, em	absorbiert, emittiert
lam, turb	laminar, turbulent
m	Mittlerer Wert einer Größe
τ	Taupunkt

3 Modellbasierte prädiktive Regelung thermischer Prozesse

r	Vektor der Referenztrajektorie
Δu	Stellgrößenänderung
u	Eingangsvektor des Zustandsraumes in Abweichungsgrößen
w	Vektor der Sollgrößen in Abweichungsgrößen
$\hat{x}$	Geschätzter Zustandsvektor in Abweichungsgrößen
$\hat{y}, y$	Prädizierter bzw. gemessener Ausgangsvektor in Abweichungsgrößen
<i>Indizes</i>	
k	Zeitschritt
min, max	Minimum, Maximum

3.1 Regelungstechnische Grundlagen

$\frac{\partial}{\partial x}, \frac{d}{dt}$	Partielle bzw. totale Ableitung nach der Größe x bzw. t
AP	Arbeitspunkt
A, B, C, D, E, F	Matrizen des linearisierten, zeitkontinuierlichen Zustandsraummodells
I	Einheitsmatrix
T_S	Zeitkonstante, Abtastzeit
U	Eingangsvektor des Zustandsraumes in Absolutgrößen
X	Zustandsvektor des Zustandsraumes in Absolutgrößen
Y	Ausgangsvektor des Zustandsraumes in Absolutgrößen
Z	Störvektor des Zustandsraumes in Absolutgrößen
Γ, Π	Affiner Anteil der linearisierten Zustands- bzw. Ausgangsgleichung
h	Schrittweite
<i>Indizes</i>	
0	Arbeitspunkt zum Zeitpunkt t_0
D	Zeitdiskret
k	Zeitschritt
min, max	Minimum bzw. Maximum
opt	Optimal

3.2 Modellbasierte prädiktive Regelung

F	Vektor der freien Regelgröße
H	Hesse-Matrix der quadratischen Gütefunktion
H_1, H_2	Untere bzw. obere Grenze des Prädiktionshorizontes
H_U, H_P	Länge des Stell- bzw. Prädiktionshorizontes
J	Skalare Gütefunktion der Minimierung des allgemeinen Optimierungsproblems
Φ	Matrix des reinen Ein-/Ausgangsverhaltens
Q	Wichtung der Regelabweichung im Gütefunktional
R	Wichtung der Änderung der Stellenergie im Gütefunktional
$r_{PT1}, r_{\cos}, r_{Poly}$	Referenzgrößenfilter mit PT ₁ -Glieder, Cosinus- bzw. Polynomfunktion
S	Wichtung der Stellenergie im Gütefunktional
T_{Abs}	Matrix zur Darstellung in Änderungsgrößen Δu
f	Nichtlineare Funktion der allgemeinen Zustandsgleichung
g	Nichtlineare Funktion der allgemeinen Ausgangsgleichung, Gradient der quadratischen Gütefunktion
i, j	Zählvariable
m	Anzahl Stellgrößen
p_i	Koeffizienten der Polynomfunktion zur Referenzfilterung
Ω, ω	Matrix bzw. Vektor der linearen Nebenbedingungen
ε	Vektor der Slack-Variablen
$\nu_1, \dots, \nu_L,$ $\zeta_1, \dots, \zeta_E$	Zeitpunkte zur Auswertung der Prädiktion bzw. des Stellgrößenverlaufs mit Move-Blocking Strategie
ρ	Wichtung der Slack-Variablen im Gütefunktional
θ	Optimierungsvariable des allgemeinen Optimierungsproblems

3.3 Zustandsschätzung

$\tilde{A}, \tilde{B}, \tilde{C}$	Matrizen des um ein Störgrößenmodell erweiterten Zustandsraums
K	Beobachtermatrix
P	Lösung der Riccatigleichung
$\hat{P}, \underline{\hat{P}}$	Korrigierte bzw. prädizierte Kovarianzmatrix
Q, R	Erwartungswert des Prozess- bzw. Messrauschens
Q_{Obs}	Beobachtbarkeitsmatrix
$\hat{x}, \underline{\hat{x}}$	Korrigierter bzw. prädizierter Zustandsvektor
e	Beobachter- bzw. Schätzfehler
ε, ν	Additives, weißes, Gaußsches Prozess bzw. Messrauschen
<i>Indizes</i>	
KF	Kalman Filter
d	Störgröße

4 Anwendung 1

Modellbasierte prädiktive Regelung der thermischen Hochvakuumverdampfung

A	Fläche der Wärmeübertragung
C, c_p	Verdampfungstiegel, (Spezifische) Wärmekapazität
F	Einstrahlzahl
$\mathbf{F}$	Vektor der freien Regelgröße
H	Elektrische Widerstandsheizkörper
$\mathbf{H}$	Hesse-Matrix der quadratischen Gütefunktion
I	Strom
K	Koeffizient der zusammengefassten Material- und Geometrieparameter
P_{Heat}	Elektrische Heizleistung
$\dot{Q}$	Wärmestrom
R, R_{stat}	(Statische) Verdampfungsrate
R_{el}	Elektrischer Widerstand
T, ϑ	Temperatur in K, Temperatur in °C
$T_{\text{Periode}}, T_{\text{On}}$	Periodendauer bzw. Pulsbreite der Pulsweitenmodulation
U	Spannung
$\mathbf{U}$	Eingangsvektor des Zustandsraumes in Absolutgrößen
V, V_O	Verdampfungsgut bzw. Oberfläche des Verdampfungsguts
$\mathbf{X}$	Zustandsvektor des Zustandsraumes in Absolutgrößen
$\mathbf{Y}$	Ausgangsvektor des Zustandsraumes in Absolutgrößen
$\mathbf{Z}$	Störvektor des Zustandsraumes in Absolutgrößen
c_1, c_2	Koeffizienten der Beziehung nach Hertz und Knudsen
e_{Rel}	Relativer Simulationsfehler
$\mathbf{g}$	Gradient der quadratischen Gütefunktion
h	Dicke der Grenzschicht
i	Zählvariable
$m, \dot{m}$	Masse, Massenstrom
n	Ordnung des Zustandsraummodells
q	Anzahl elektrischer Widerstandsheizkörper
r_{Poly}	Referenzgrößenfilter mit Polynomfunktion
t	Zeit
u_{Heat}	Stellgröße proportional zur Heizleistung
$\mathbf{\Omega}$	Matrix der linearen Nebenbedingungen des Optimierungsproblems
Σ_{VTE}	Temperaturmodell der Hochvakuumverdampfung
δ	Wandstärke
ε	Emissionsgrad
λ	Wärmeleitfähigkeit
φ	Massenverhältnis Grenzschicht zur Gesamtmasse
σ	Stefan-Boltzmann Konstante
θ	Optimierungsvariable des allgemeinen Optimierungsproblems

Indizes

0	Arbeitspunkt zum Zeitpunkt t_0
B	Boden
G	Gesamt
$H_i X$	Wärmeübergang von Heizung i nach Komponente X
K	Kammerheizer
K, L, S	Konvektion, Wärmeleitung, Wärmestrahlung
Mess	Messung
Ref	Referenz
S	Temperatursensor
Sim	Simulation
U	Umgebung
min, max	Minimum bzw. Maximum
stat	Stationär

5 Anwendung 2**Modellbasierte prädiktive Regelung der thermischen Konditionierung und Umweltsimulation**

A	Fläche der Wärmeübertragung
C, c_p	(Spezifische) Wärmekapazität
F	Einstrahlzahl
H	Elektrische Widerstandsheizung
$\mathbf{H}$	Hesse-Matrix der quadratischen Gütefunktion
I	Strom
J	Skalares Gütefunktional
K	Koeffizient der zusammengefassten Material- und Geometrieparameter
Nu_l	Nusselt-Zahl
$P_{\text{Heat}}, P_{\text{Cool}}$	Heiz- bzw. Kühlleistung
$P_{(\text{De})\text{Humidify}}$	Ent- bzw. Befeuchterleistung
$\dot{Q}$	Wärmestrom
Q	Wichtung der Regelabweichung im Gütefunktional
R_D, R_L	Individuelle Gaskonstante von Wasserdampf bzw. Luft
R_{el}, R_{ϑ}	Elektrischer bzw. thermischer Widerstand
$\mathbf{R}$	Wichtung der Änderung der Stellenergie im Gütefunktional
$\mathbf{S}$	Wichtung der Stellenergie im Gütefunktional
T, ϑ	Temperatur in K, Temperatur in °C
T_{Aus}	Ausregelzeit
$T_{i,j}$	Element der Matrix zur Darstellung in Änderungsgrößen Δu
U	Spannung
$\mathbf{U}$	Eingangsvektor des Zustandsraumes in Absolutgrößen
V	Verdampfer/Wärmetauscher, Volumen
$\mathbf{X}$	Zustandsvektor des Zustandsraumes in Absolutgrößen
$\mathbf{Y}$	Ausgangsvektor des Zustandsraumes in Absolutgrößen
$\mathbf{Z}$	Störvektor des Zustandsraumes in Absolutgrößen

c_1, c_2	Parameter der Magnus-Formel
Δh	Überschwingweite
h	Spezifische Verdampfungsenthalpie
$\mathbf{g}$	Gradient der quadratischen Gütefunktion
k	Zeitschritt
l_{char}	Charakteristische Länge
$m, \dot{m}$	Masse, Massenstrom
p	Druck
$\mathbf{r}$	Referenzgrößenverlauf
t	Zeit
$\Delta \mathbf{u}$	Vektor der Stellgrößenänderung
$\mathbf{u}$	Vektor der Stellgrößen in Abweichungsgrößen
$u_{\text{Heat}}, u_{\text{Cool}}$	Stellgröße proportional zur Heiz- bzw. Kühlleistung
$u_{(\text{De})\text{Humidify}}$	Stellgröße proportional zur Ent- bzw. Befeuchterleistung
w	Strömungsgeschwindigkeit, Sollgröße in Abweichungsgröße
$\hat{\mathbf{y}}, \mathbf{y}$	Prädizierter bzw. gemessener Ausgangsvektor in Abweichungsgrößen
$\Sigma_{\text{Temp}}, \Sigma_{\text{Hum}}$	Temperatur- bzw. Temperatur- und Feuchtemodell der Umweltsimulation
$\alpha, \alpha_{\vartheta}$	Wärmeübergangskoeffizient, Temperaturkoeffizient
δ	Wandstärke
ε	Emissionsgrad, normierter Regelfehler
λ	Wärmeleitfähigkeit
φ	Relative Luftfeuchte
σ	Stefan-Boltzmann Konstante, Verdunstungskoeffizient
Indizes	
0	Arbeitspunkt zum Zeitpunkt t_0
D	Dampf
Fan	Ventilator
G	Gesamt
$H_i X$	Wärmeübergang von Heizung i nach Komponente X
K, L, S	Konvektion, Wärmeleitung, Wärmestrahlung
L	Luft
Norm	Normierung
U	Umgebung
W	Wand
W_a	Wasser
min, max	Minimum bzw. Maximum

Hinweis zur Verwendung von Warenzeichen

Die Bezeichnungen von innerhalb dieser Arbeit erwähnten Produkten, die zugleich eingetragene Warenzeichen sind, wurden nicht besonders gekennzeichnet. Es kann also aus dem Fehlen einer Markierung, wie z. B. „®“ nicht geschlossen werden, dass die Bezeichnung ein freier Warenname ist.

1 Einleitung

In unterschiedlichen Bereichen von Forschung, Entwicklung und Industrie werden heutzutage thermische Prozesse eingesetzt. Dabei sind thermische Prozesse nicht nur als Verbrennungsprozesse zu verstehen, wie z. B. in Kraftwerken, in denen fossile Brennstoffe verbrannt werden, sondern auch als Fertigungsprozesse der thermischen Verfahrenstechnik oder der thermischen Konditionierung und der Umweltsimulation. So unterschiedlich diese Produktionsprozesse in den verschiedenen Bereichen sein mögen – ihnen allen ist gemein, dass die Temperatur als Prozessgröße eine wichtige charakteristische Eigenschaft darstellt, die oft mit höchster Genauigkeit eingestellt und geregelt werden muss.

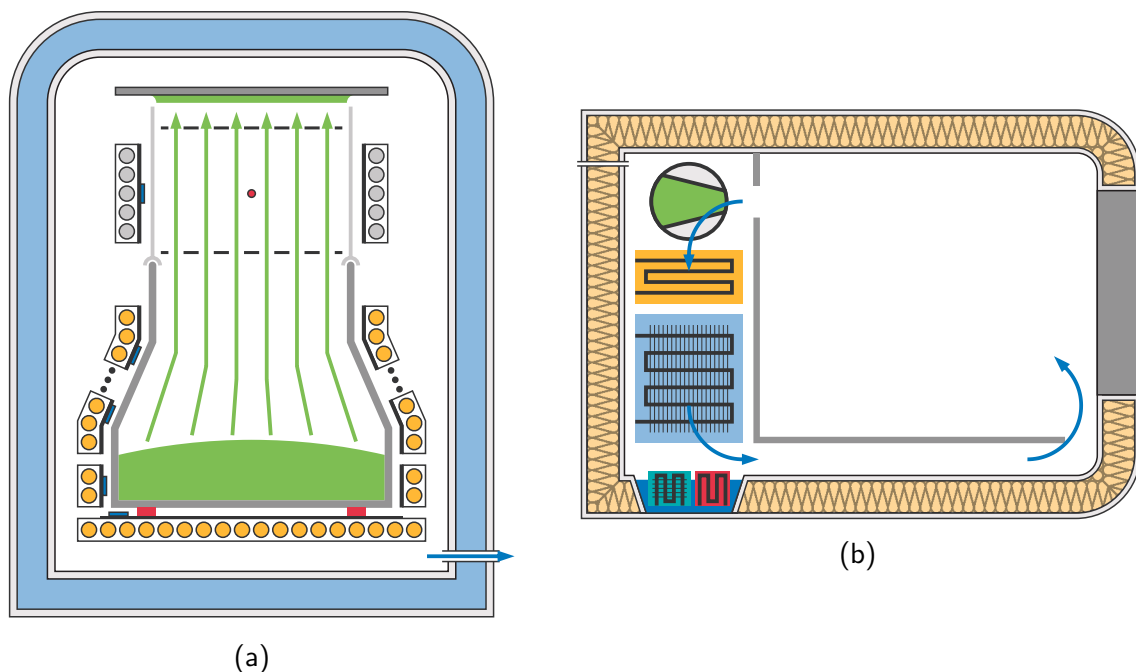


Bild 1.1: Schematische Darstellung der betrachteten Prozesse
Thermische Hochvakuumverdampfung (a) bzw. Umweltsimulation (b)

Dies soll im weiteren Verlauf dieser Arbeit an den beiden, in Bild 1.1 schematisch dargestellten, unterschiedlichen Anwendungsbeispielen

- Thermische Hochvakuumverdampfung und
- Thermische Konditionierung und Umweltsimulation

verdeutlicht werden.

1.1 Motivation

Eine genaue und zuverlässige Prozesssteuerung bzw. -regelung ist nach Kienel (1994) eine wesentliche Voraussetzung für die gleichbleibende Produkt- und Prozessqualität sowie für den Energieverbrauch bei der Produktherstellung und während des Betriebs. Das Ziel einer Prozessregelung ist im Allgemeinen die Angleichung der Ausgangsgrößen der zu regelnden technischen Prozesse an vorgegebene dynamische Führungsgrößen. Dabei sollen sowohl die zu regelnden Größen einer Änderung der Führungsgrößen möglichst gut folgen, als auch Störungen, die auf einen realen Prozess einwirken, möglichst gut unterdrückt werden. Eine Prozessregelung, welche eine hohe Güte bei den zuvor genannten Zielen zum Führungs- und Störgrößenverhalten ermöglicht, lässt sich häufig nur mit ausreichenden Kenntnissen über den zu regelnden Prozess entwickeln.

Um das Verhalten eines beliebigen Systems untersuchen oder gezielt beeinflussen zu können, ist es oftmals erforderlich das technische Problem in geeigneter Weise zu beschreiben. Diese Beschreibungsformen geben i. Allg. nur die relevanten Verhaltensweisen und nicht alle Eigenschaften des realen Prozesses wieder und werden daher Modelle genannt. Mathematische Modelle (z. B. Gleichungssysteme) und physikalische Ersatzsysteme (z. B. mechanische, elektrische, thermische Modelle) können dazu verwendet werden, reale Prozesse und Systeme zu beschreiben und berechenbar zu machen, indem die betrachtete Struktur auf ein funktionell gleichwertiges Ersatzsystem reduziert wird. Basierend auf diesen Systemmodellen können mit Hilfe von Simulationsprogrammen, wie z.B. MATLAB\Simulink, Dymola oder ANSYS Fluent, unterschiedlichste Simulationsstudien durchgeführt werden, anhand derer sich das reale Systemverhalten analysieren und durch Simulation bewerten lässt. Dies kann gerade im Entwurfsstadium von großer Bedeutung sein, wenn das Durchführen differenzierter Betriebsfälle und Situationen an den realen Systemen bzw. Prozessen nicht, oder nur durch erheblichen Aufwand, realisiert werden kann. Bild 1.2 zeigt schematisch, wie technische Probleme mit Hilfe von Modellen gelöst werden können. Die Modellbildung verfolgt in diesem Zusammenhang das Ziel, sowohl eine geeignete mathematische Beschreibungsform zu finden als auch die benötigten Gleichungen zur Systembeschreibung aufzustellen und die Parameter des Systems (wie z. B. Massen, Kapazitäten, etc.) zu bestimmen.

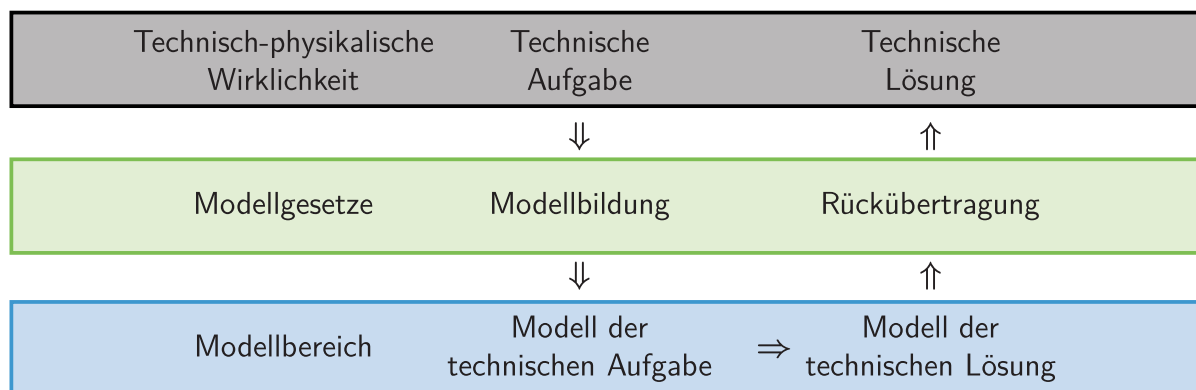


Bild 1.2: Lösung technischer Probleme mit Modellen (nach Abel und Bollig, 2006)

Als heutiger Standard im industriellen Umfeld erfolgt eine Regelung thermischer Prozesse üblicherweise mit den in Bild 1.3a dargestellten klassischen ein- oder mehrschleifigen PID-Reglerstrukturen, die mittels empirischer Anpassungsfunktionen für die speziellen Anforderungen der jeweiligen Anlage aufwändig parametrisiert und optimiert werden (Becker, 2006; Billmann und Rupp, 1989; Dittmar und Pfeiffer, 2004; Klovov und Galkina, 1991). Allerdings ist bei der Auslegung von den in Bild 1.3b gezeigten klassischen Regelkreisen immer ein Kompromiss zwischen guter Führungsgrößenfolge und ausreichender Störunterdrückung zu finden. Darüber hinaus beansprucht eine exakte Einstellung dieser Regelkreise, bedingt durch deren wachsende Anzahl und durch erhöhte Qualitätsanforderungen an die immer komplexer werdenden Systeme, neben dem gerätetechnischen Aufwand, einen großen Zeitaufwand bei der Inbetriebnahme einer solchen Anlage (Wagner u. a., 2016). Damit bildet die erforderliche Zeitspanne den größten Hinderungsgrund für eine geeignete Reglereinstellung, was in vielen Fällen zu mäßig dimensioniertem Reglerverhalten und damit zu Qualitäts- und/oder Energieeinbußen führt (Billmann und Rupp, 1989; Dittmar und Pfeiffer, 2006).

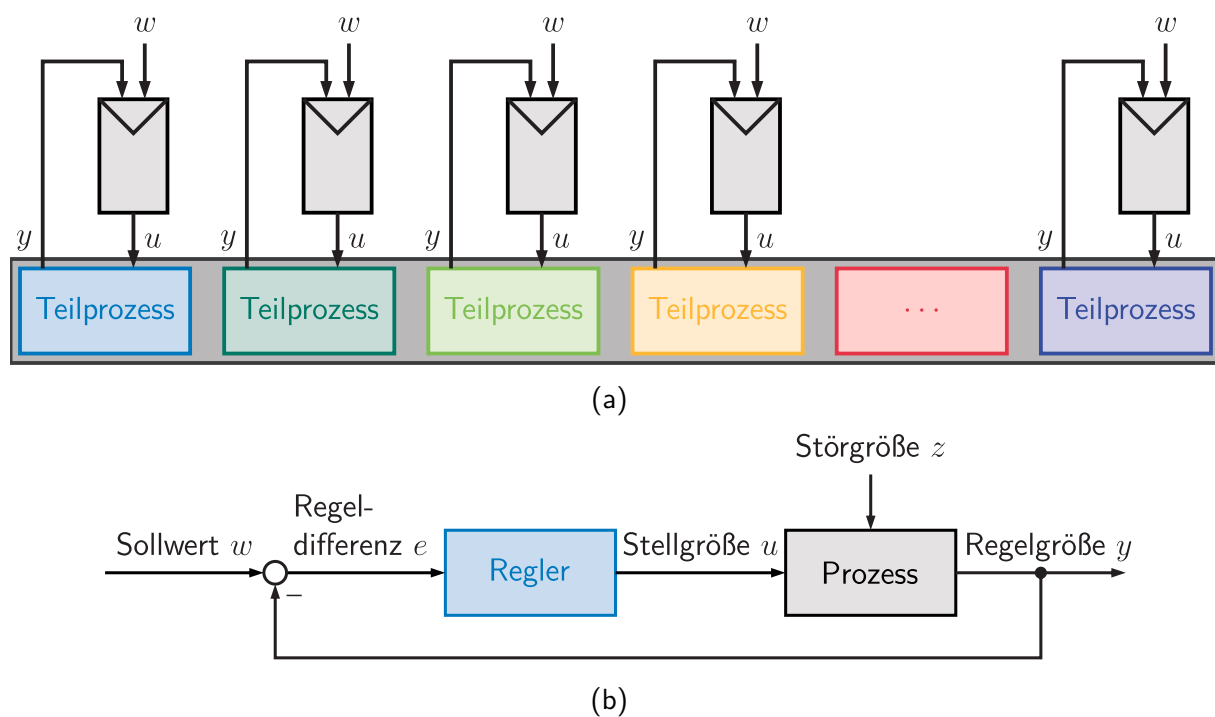


Bild 1.3: Standardmäßige dezentrale PID-Regelung (a) und einschleifiger Regelkreis (b) (nach Dittmar und Pfeiffer, 2004)

Ein weiteres Kennzeichen dieser dezentralen Regelstrukturen ist, dass die einzelnen Regelkreise häufig unabhängig voneinander entworfen und eingestellt werden, ohne auf benachbarte oder physikalisch verknüpfte Regelgrößen Rücksicht zu nehmen. Der Entwurf einzelner Eingrößenregelungen hat die Konsequenz, dass sich die einzelnen Regelkreise mehr oder weniger stark gegenseitig beeinflussen, was mitunter zu einem destabilisierenden Verhalten führen kann. Bei der Regelung von thermischen Prozessen ist jedoch zu berücksichtigen, dass diese i. Allg. einen ausgeprägten Mehrgrößencharakter besitzen und es hierbei häufig zu Wechselwirkungen zwischen den einzelnen Steuer- und Regelgrößen kommt.

Zur Erhöhung des Anteils an besser eingestellten Regelkreisen und zur Reduzierung des Parametrierungsumfangs werden in der Literatur unterschiedliche Ansätze vorgeschlagen. In Billmann und Rupp (1989) wird ein adaptives PID-Verfahren für aperiodische Verzögerungsprozesse mit nichtdominierender Totzeit vorgestellt. Ein weiterer Ansatz zur Verbesserung der Regelgüte ist die Nutzung von vorhandenem Wissen über die Systemstruktur und den geplanten Führungsgrößenverlauf sowie eventueller Störungen. Seit einigen Jahren werden daher vermehrt modellbasierte Regelungsverfahren, wie z. B. modellbasierte prädiktive Regelalgorithmen (MPR), eingesetzt (Dittmar und Pfeiffer, 2006). Während bei der klassischen Regelung das Wissen über den zu regelnden Prozess in die Wahl der Reglerparameter mit einfließt, ist das dynamische Prozessmodell, wie in Bild 1.4 gezeigt, ein integraler Bestandteil der modellbasierten Regelungsverfahren. Sämtliche modellbasierte Regelungsverfahren setzen die Verfügbarkeit eines genügend genauen Prozessmodells voraus.

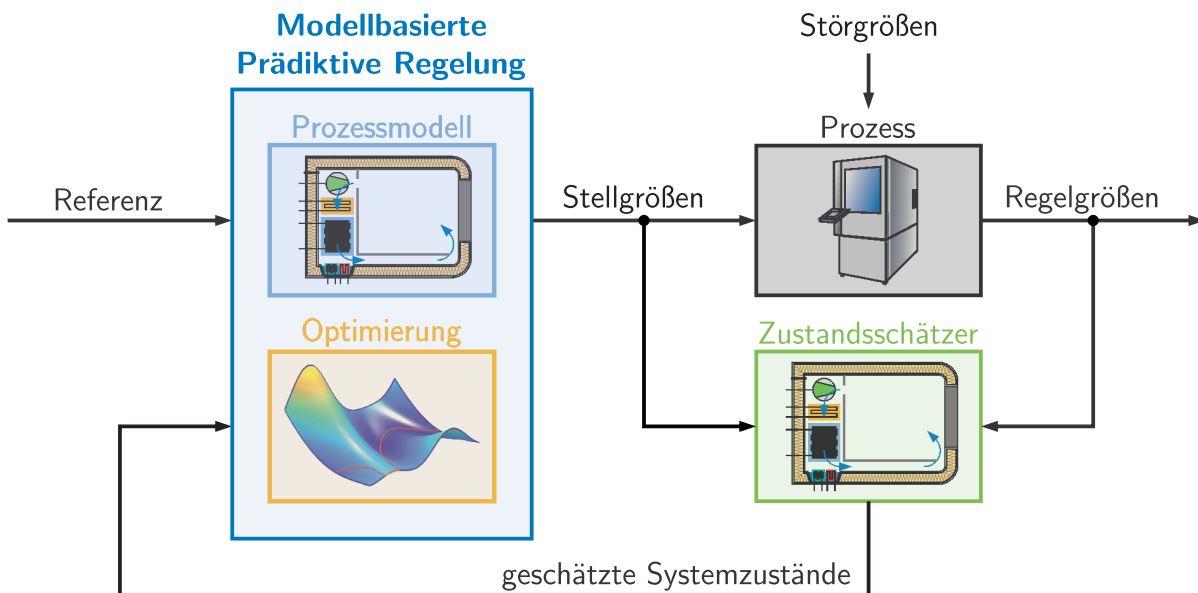


Bild 1.4: Schematische Darstellung des umgesetzten Regelungskonzepts am Beispiel der Umweltsimulation

Die modellbasierten prädiktiven Regelungsverfahren umfassen eine Klasse von Regelungsalgorithmen, die ein möglichst realitätsnahes Prozessmodell zur Abschätzung des zukünftigen Prozessverhaltens verwenden (siehe dazu auch Abel, 2012; Camacho und Alba, 2013; Maciejowski, 2002; Rossiter, 2003). Basierend auf dem internen Modell lassen sich die Auswirkungen von Stelleingriffen auf die Regelgröße über einen endlichen zukünftigen Zeithorizont, den Prädiktionshorizont, vorausberechnen. Diese Prädiktion bildet die Grundlage zur Bestimmung der Stellgröße, indem sie in eine Kostenfunktion überführt wird. Eine Minimierung dieser Kostenfunktion ergibt für einen zukünftigen, ebenfalls endlichen Stellhorizont einen optimalen Verlauf der Stellgröße. Die Optimierung wird in jedem Abtastschritt des zeitdiskreten Reglers wiederholt, damit die Stellgrößen immer auf der Basis des aktuellen Zustands der Strecke berechnet werden. Durch die Einbeziehung von Prozesswissen, in Form des Prädiktionsmodells,

erhält der Regler Kenntnis über die speziellen dynamischen Eigenschaften der Regelstrecke. Weiterhin können dynamische Kopplungen zwischen den verschiedenen Stell- und Regelgrößen, somit optimal bei der Bestimmung der Stellgrößen, berücksichtigt werden. Dabei ist bei der modellbasierten Reglerentwicklung jedoch zu berücksichtigen, dass die Modellgenauigkeit entscheidend für die Parametrierung und die daraus resultierende Regelgüte ist.

1.2 Zielsetzung

Ziel der vorliegenden Forschungsarbeit ist es, eine Methodik zu erarbeiten, die auf die regelungstechnischen Herausforderungen im Betrieb von thermischen Prozessen eine möglichst einfach umsetzbare Lösung bietet. Das Regelungskonzept sollte modular aufgebaut und auf einfache und nachvollziehbare Weise an die Gegebenheiten der jeweiligen Anlage angepasst werden können und mit geringem Aufwand zu konfigurieren sein. Dabei soll der Regler eine hohe Regelgüte, insbesondere bei gekoppelten Mehrgrößensystemen aufweisen und hinsichtlich der Reproduzierbarkeit für ähnliche Anlagentypen skalierbar sein. Darüber hinaus sollte der Regler den Reifegrad eines Industriereglers aufweisen und möglichst in eine bestehende Systemtechnik integrierbar sein. Da vor allem die geometrischen Abmessungen der Anlage und die eingebrachten Heiz- und Kühlleistungen von Anlage zu Anlage variieren, bietet es sich an, dem Regler ein physikalisches Modell zugrunde zu legen.

Ausgehend von diesen Anforderungen verspricht der Ansatz einer modellbasierten prädiktiven Regelung aufgrund

- seiner Mehrgrößenfähigkeit,
- einer intuitiveren und nachvollziehbaren Bedienung als mit klassischen Regelungsverfahren (insbesondere bei veränderlichen Arbeitspunkten),
- der Möglichkeit des Einbringens zusätzlichen Prozesswissens (z. B. zukünftiger Verlauf der Sollgröße) sowie
- der expliziten Berücksichtigung von Beschränkungen

ein erfolgversprechendes Verfahren für die gestellte Regelungsaufgabe zu sein. Stellt die Online-Optimierung, d. h. die Berechnung der optimalen Stellgrößenfolge aufgrund der Echtzeitbedingung einen häufigen Hinderungsgrund bei der industriellen Anwendung eines MPR-Algorithmus dar, so verliert diese Anforderung aufgrund der verhältnismäßig großen thermischen Trägheit und der daraus resultierenden langsamen Prozessdynamik an Bedeutung.

In dieser Arbeit wurde ein lineares zeitvariantes MPR-Konzept (LTV-MPR) auf Basis eines physikalischen Modells gewählt, welches zum einen die systembedingten Nichtlinearitäten, wie z. B. durch Wärmestrahlung, berücksichtigt und zum anderen die Lösung der Regelungsaufgabe in Echtzeit ermöglicht. Die in dieser Arbeit umgesetzte Struktur des Regelalgorithmus und die dazu verwendete Notation ist dabei angelehnt an die in Küssel (2011) und Katrinikou u. a. (2013) vorgestellte Implementierung.

Zur Einhaltung der festgelegten Regelgüte sowie zur Auslegung einer optimalen Regelung ist die Entwicklung eines Simulationsmodells in der Praxis unabdingbar. Mit dieser Beschreibung ist es möglich, die für die Regelung relevanten Aspekte des Systemverhaltens zu untersuchen sowie einen Einblick in die Wirkungsweise einzelner Systemkomponenten zu erhalten. Basierend auf diesem dynamischen Modell werden Strukturen und Verfahren zur Regelung thermischer Prozesse entworfen und evaluiert. Die vorliegende Arbeit zeigt die notwendigen Schritte bei der Entwicklung eines modellbasierten prädiktiven Regelungskonzepts für thermische Prozesse auf. Dabei werden alle Entwicklungsschritte von der Modellbildung, über den Entwurf, bis hin zum realen Betrieb des Konzepts strukturiert durchlaufen. Bereits existierende Konzepte werden zum Vergleich der Regelgüte verwendet.

Mit der Entwicklung einer Methode zur Erstellung und Auslegung eines modellbasierten prädiktiven Regelungskonzepts für skalierbare thermische Prozesse leistet diese Arbeit einen Beitrag zur Weiterentwicklung dieser Systeme. Diese strukturierte Methode ermöglicht eine vereinfachte Entwicklung einer Regelung mit einem hohen Reifegrad, welche das dynamische Verhalten optimiert. Damit wird ein sicherer und zuverlässiger Betrieb unterstützt. Die Übertragbarkeit dieses Regelungskonzepts wird am Beispiel der thermischen Hochvakuumverdampfung und der Umweltsimulation evaluiert.

Ein übergeordnetes Ziel dieser Arbeit ist die Zusammenführung der Theorie der thermodynamischen Prozesse und der Theorie zur modellbasierten prädiktiven Regelung. Damit richtet sich die vorliegende Arbeit an zukünftige Ingenieure und soll zu einem besseren Verständnis und somit zu einer Anwendung dieser Themen führen.

1.3 Gliederung der Arbeit

Die Arbeit gliedert sich in die drei folgenden Hauptpunkte:

- die Modellierung und Identifikation thermischer Prozesse
- den Entwurf einer modellbasierten prädiktiven Regelung im Zustandsraum und
- die praktischen Anwendung auf zwei unterschiedliche Verfahren.

Nach den einführenden Bemerkungen und der Zielsetzung der Arbeit in **Kapitel 1** wird in **Kapitel 2** eine Einführung in die regelungstechnische Modellierung gegeben. Neben einem Ansatz zur Modellierung, bei welchem das thermische Verhalten für eine Regelung hinreichend genau abgebildet wird, werden die Grundlagen der physikalischen Vorgänge in einem thermischen Prozess erläutert.

Ausgehend von diesen Erkenntnissen wird in **Kapitel 3** auf die Linearisierung unter Verwendung einer numerischen Methode eingegangen. Darauf folgt die Erläuterung der Notwendigkeit des Einsatzes von Prozess- und Störgrößenbeobachtern zur Schätzung der für die modellbasierte prädiktive Regelung notwendigen Zustandsgrößen. Schließlich werden die nötigen mathematischen und theoretischen Kenntnisse für die Anwendung einer MPR mit suk-

zessiver Linearisierung für dynamische Arbeitspunkte vorgestellt, bevor das Kapitel mit den Kenngrößen der Auslegung schließt.

Danach wird die zuvor dargestellte Methodik auf zwei unterschiedliche thermodynamische Prozesse angewendet. In **Kapitel 4** wird die Hochvakuumverdampfung als thermischer Prozess aus dem Bereich der Verfahrenstechnik analysiert und modelliert. Anschließend wird das Gesamtsystem, bestehend aus dynamischem Prozessmodell, Zustandsschätzer und modellbasiertem prädiktiven Regler, auf der Zielhardware implementiert und an einer Technikumsanlage angewendet. Alle erzielten Ergebnisse werden detailliert dargestellt und erläutert.

Zur Bewertung der Übertragbarkeit der zuvor am Beispiel der thermischen Hochvakuumverdampfung entwickelten Methode wird als zweites Anwendungsbeispiel die Umweltsimulation gewählt. In **Kapitel 5** wird ausgehend von der Modellbildung eines Umweltsimulators über die Linearisierung des entstandenen Modells sukzessive die Beobachter- und Reglerentwicklung zur kombinierten Temperatur- und Feuchteregelung dargelegt. Auch hier erfolgt die Validierung des Regelungskonzepts durch Implementierung am realen System. Ein bereits existierendes Konzept wird zum Vergleich der Regelgüte verwendet. Zum Ende dieses Kapitels wird das erprobte Regelungskonzept auf eine weitere Umweltsimulationsanlage mit abweichenden Systemeigenschaften übertragen und hinsichtlich Skalierbarkeit bewertet.

Als Abschluss der vorliegenden Arbeit werden die wichtigsten Ergebnisse in **Kapitel 6** zusammengefasst und es wird ein Ausblick auf weitere Einsatzgebiete und zukünftige Forschungsaktivitäten gegeben.

2 Modellierung thermischer Prozesse

Zur Optimierung des dynamischen Verhaltens von thermischen Prozessen, wie bei den zu Beginn dieser Arbeit vorgestellten Anwendungsbeispielen – Thermische Hochvakuumverdampfung und thermische Konditionierung und Umweltsimulation – ist eine genaue und zuverlässige Prozessregelung unabdingbar. Für die Entwicklung eines geeigneten Regelungsalgorithmus ist es notwendig das relevante Verhalten dieser Prozesse in ein gleichwertiges Ersatzsystem zu überführen und geeignet zu beschreiben. Im folgenden Kapitel werden dazu einige Grundlagen dargestellt, die den Leser in anschaulicher Weise in die Theorie der regelungstechnischen Modellierung einführen sollen. Zunächst wird die mathematische Modellierung näher betrachtet. Anschließend wird die Parameteridentifikation am Beispiel der experimentellen Modellbildung dargestellt. Im folgenden Abschnitt schließt sich eine Ausführung der Grundlagen der technischen Thermodynamik an. Dabei werden die Begriffe Wärmekapazität und Wärmeübertragung kurz erläutert und die verschiedenen Arten der Wärmeübertragung sowie feuchte Luft als ideales Gas-Dampfgemisch vorgestellt.

2.1 Regelungstechnische Modellbildung und Identifikation

Zur Verhaltensanalyse oder zur gezielten Beeinflussung eines beliebigen Systems, ist es, wie bereits in Kapitel 1 erwähnt, häufig notwendig ein geeignetes Modell zu erstellen. Basierend auf diesem Modell kann das reale System analysiert und das Verhalten durch Simulation studiert werden. Hierbei ist zu berücksichtigen, dass aufgrund der Vielfalt an unterschiedlichen Systemen und der dazugehörigen mathematischen Beschreibungen verschiedene Klassen von Modellen existieren, auf die im Rahmen dieser Arbeit jedoch nicht näher eingegangen werden kann. Stattdessen sei auf die ausführliche Literatur (wie z. B. Abel und Bollig, 2006; Isermann, 1992a,b, 2008; Schröder, 2010) verwiesen. Diese Klassen haben jedoch gemein, dass die Modellbildung immer bedeutet, ein reales System für einen bestimmten Zweck abzubilden. Je nach Anwendung kann ein System beispielsweise ereignisdiskret, in Form von Petrinetzen zur Wiedergabe des diskreten Ablaufs, oder zeitkontinuierlich mittels Differentialgleichungen zur Reproduktion der Dynamik, modelliert werden. In allen Fällen stellt das Modell aber nur eine Näherung der für die Modellierung relevanten Verhaltensweisen dar.

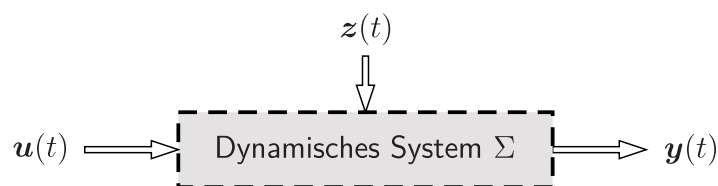


Bild 2.1: Strukturbild eines Systems Σ

Der folgende Abschnitt befasst sich vorrangig mit der zeitkontinuierlichen Modellierung technischer Systeme. Dazu wird im Folgenden ein dynamisches Mehrgrößensystem Σ mit den Eingangsgrößen $u(t)$, der Störgrößen $z(t)$ und der Ausgangsgrößen $y(t)$, entsprechend Bild 2.1, betrachtet. Das System Σ besteht aus den gekoppelten Teilsystemen Σ_i die wiederum, wie in Bild 2.2 dargestellt, aus den verschiedenen gekoppelten Komponenten $\mathcal{K}_{i,j}$ zusammengesetzt sind. Ziel der regelungstechnischen Modellierung ist es, das Systemverhalten in einer mathematisch-analytischen Form so zu beschreiben, dass für gegebene Eingangssignale $u(t)$ und unter der Annahme von Störeinflüssen $z(t)$ die vom System Σ erzeugten Ausgangssignale $y(t)$ berechnet werden können (vgl. Bohn und Unbehauen, 2016; Lunze, 2016b). Mit dieser Beschreibung soll es möglich sein, relevante Aspekte des Systemverhaltens zu untersuchen sowie einen Einblick in die Wirkungsweise einzelner Systemkomponenten zu erhalten.

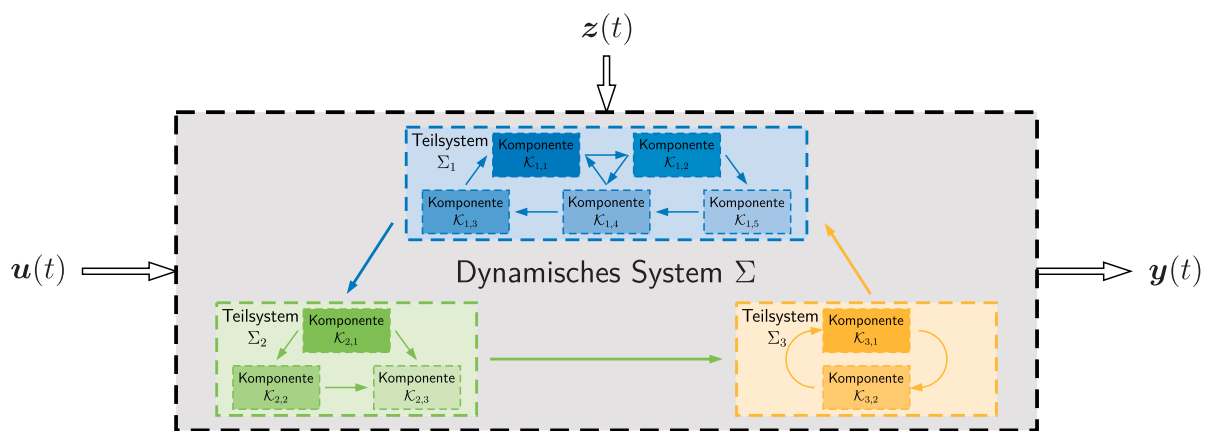


Bild 2.2: Dynamisches System Σ bestehend aus den Teilsystemen Σ_i und Komponenten $\mathcal{K}_{i,j}$

Die Entwicklung eines Modells Σ ist eine umfangreiche und anspruchsvolle Aufgabe (siehe Schröder, 2010), welche durch die steigende Komplexität der Systeme und dem Wunsch nach einer möglichst exakten Nachbildung der Realität bestimmt wird. Um eine komplexe Anlage, wie die im Rahmen der vorliegenden Arbeit betrachteten thermischen Prozesse, sinnvoll durch ein Modell abzubilden, muss die Frage nach dem Abstraktionsgrad der Modellbildung gestellt werden. Mit dem Ziel der Anwendbarkeit der Modelle im Sinne der Regelungstechnik, vor allem durch die Forderung nach expliziter Lösung des Gleichungssystems in Echtzeit, muss eine deutliche Vereinfachung gegenüber beispielsweise hochauflösenden Modellen aus dem Bereich der FEM-Simulation erreicht werden. Lösung in Echtzeit bedeutet in diesem Zusammenhang, dass die Modellgleichungen und das Optimierungsproblem zur Bestimmung der optimalen Stellgröße in der zur Verfügung stehenden Zeit gelöst werden können. Diese ist häufig durch die Prozesszeitkonstanten und damit durch die daraus resultierenden Abtastintervalle der Automatisierungslösung vorgegeben. Durch eine effiziente Aufstellung der Gleichungen zur Beschreibung des Systemverhaltens sollen der Modellierungsaufwand begrenzt und die für die Berechnung notwendige Rechenzeit minimiert werden. Für den Anwender besteht nun die Herausforderung in der Wahl geeigneter Annahmen, so dass das resultierende Modell die interessierenden Systemeigenschaften des realen Systems genügend genau erfasst, ohne komplizierter zu sein als notwendig. Nach Nollau (2009) bedeutet dies, dass das Modell so genau wie nötig jedoch nicht so genau wie möglich sein sollte.

Bei der Vorgehensweise zur mathematischen Beschreibung des dynamischen Verhaltens eines realen Systems wird in Abhängigkeit vom Vorwissen über das zu modellierende System zwischen den, in Bild 2.3 dargestellten, grundsätzlichen verschiedenen Ansätzen

- experimentelle Prozessanalyse oder Identifikation und
- theoretische Modellbildung

unterschieden.

Bei der experimentellen Modellbildung wird das zeitliche Verhalten eines Systems allgemein, wie in Isermann (2008) beschrieben, auf Grundlage von gemessenen Signalen modelliert. Anhand von Experimenten werden für spezielle Eingangsgrößen $u(t)$ die Ausgangsgrößen $y(t)$ gemessen. Das Modell wird so ausgewählt, dass es die gemessenen Verläufe der Ausgangsgrößen reproduziert. Bei dieser Analyse ist die Systemstruktur nicht oder nur sehr wenig bekannt. Aus diesem Grund werden diese Modelle auch Black-Box-Modelle genannt. Da diese Modelle nur das Ein-/Ausgangsverhalten abbilden, haben die Modellparameter in diesem Fall keine physikalische Bedeutung. Die physikalischen Parameter sind z. B. in Form von Gewichtsfunktionen in der mathematischen Beschreibung der Black-Box-Modelle enthalten.

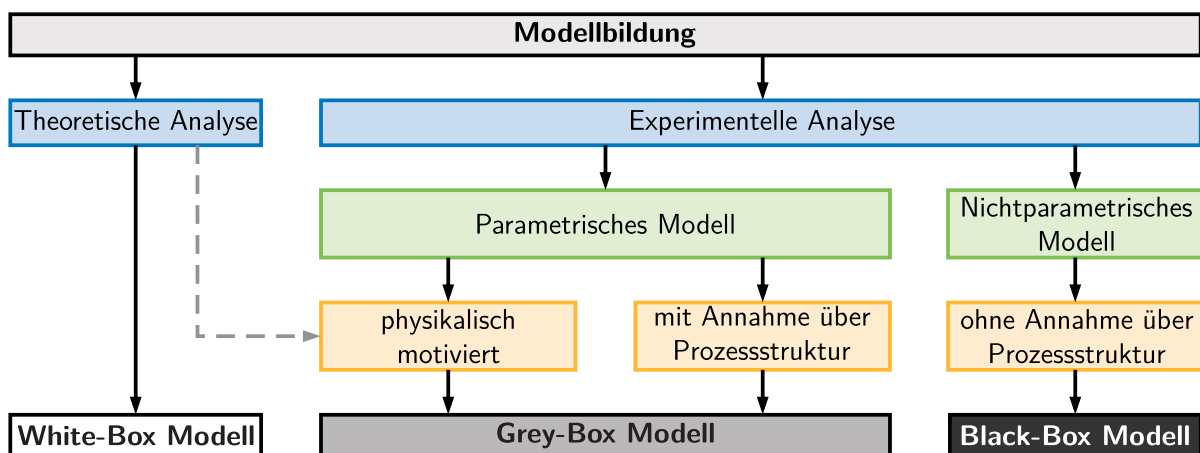


Bild 2.3: Die Systemmodellierung im Überblick (nach Schröder, 2010)

Im Gegensatz zu diesem Ansatz werden bei der theoretischen Modellbildung die mathematischen Modelle durch Kenntnis der physikalischen, chemischen oder geometrischen Zusammenhänge beispielsweise in Form von Differentialgleichungen hergeleitet. Die Modellparameter dieser White-Box-Modelle entsprechen den physikalischen Parametern und lassen sich durch Messungen validieren. Bei der Herleitung der gewöhnlichen und/oder partiellen Differentialgleichungen kann in der Regel von physikalischen Grundgesetzen ausgegangen werden. Dies sind z. B. bei mechanischen Systemen die newtonschen Gesetze der Bewegung oder bei thermodynamischen Systemen die Hauptsätze der Wärmelehre. Charakteristisch für diese Art der Beschreibung ist die genaue Kenntnis über die Struktur des Systemverhaltens. Lassen sich die aufgestellten Gleichungen allerdings nicht explizit lösen, so können diese nach Isermann (2007) durch Linearisieren, Reduktion der Modellordnung oder Approximation weiter vereinfacht werden. Unter Umständen können bereits bei der Aufstellung der Grundgleichungen vereinfachte Annahmen getroffen werden.

Darüber hinaus kann es erforderlich sein, eine Kombination beider Verfahren zu benutzen. Daher existieren neben den zuvor beschriebenen White-Box- und Black-Box-Modellen noch die so genannten Grey-Box-Modelle. Sie beinhalten in der Regel qualitative Information, z. B. in der Form von physikalischen Zusammenhängen und Regeln sowie quantitative Informationen durch Messungen. Bei dieser Modellstruktur wird auch von einem parametrischen Modell gesprochen, denn wenn auch die Modellparameter nicht zwingend den physikalischen Parametern entsprechen, so lassen sie sich einer gewissen Modellvorstellung zuordnen. Aus diesem Grund werden die Grey-Box-Modelle formal der experimentellen Modellbildung zugeordnet.

Zusammenfassend lässt sich festhalten, dass es das Ziel jeder Modellierung ist, das zu betrachtende System durch ein Modell so gut zu beschreiben, dass die gewünschten Rückschlüsse vom Verhalten des Modells auf das Verhalten des realen Systems möglich werden. Dabei sind die Modelle in aller Regel ein vereinfachtes Abbild der Wirklichkeit.

2.1.1 Grundzüge der theoretischen Modellbildung

Liegen die aus den physikalischen Grundgleichungen abgeleiteten, linearen Differentialgleichungen der Teilsysteme des Systems Σ_L vor, müssen diese für eine Beschreibung des Gesamtsystems miteinander verknüpft werden. Durch Einsetzen und Umformen ließe sich beispielsweise eine Differentialgleichung n -ter Ordnung für das gesuchte System Σ_L bzw. für dessen Systemverhalten herleiten. Für Eingrößensysteme (SISO), d. h. Systeme mit nur einer Eingangs- und Ausgangsgröße, hat sie die allgemeine Form

$$\begin{aligned} a_n \frac{d^n}{dt^n} y(t) + a_{n-1} \frac{d^{n-1}}{dt^{n-1}} y(t) + \dots + a_1 \frac{d}{dt} y(t) + a_0 y(t) = \\ = b_q \frac{d^q}{dt^q} u(t) + b_{q-1} \frac{d^{q-1}}{dt^{q-1}} u(t) + \dots + b_1 \frac{d}{dt} u(t) + b_0 u(t) \end{aligned} \quad (2.1)$$

mit den Koeffizienten $a_i \in \mathbb{R}$ und $b_j \in \mathbb{R}$ mit $0 \leq i \leq n$ bzw. $0 \leq j \leq q$, die aus den physikalischen Parametern des Systems berechnet werden können. Statt einer Differentialgleichung n -ter Ordnung wird in der Regelungstechnik häufig von einer Zustandsraumdarstellung ausgegangen. Diese Darstellungsart besteht aus einer Menge von n Differentialgleichungen erster Ordnung und ist eine äquivalente mathematische Beschreibung des Systems Σ_L . Ein Vorteil dieser Darstellungsart ist, dass sie mit dem Systemzustand eine ingenieurtechnisch gut interpretierbare Größe beschreibt. Die Zustandsgrößen $x_1(t), \dots, x_n(t)$ beschreiben zu jedem Zeitpunkt t den physikalischen Energiegehalt der Speicherelemente, die in einem dynamischen System enthalten sind. Dabei ist die Anzahl der Speicher bzw. die Dimension des Zustandsraums gleich der Ordnung n der Differentialgleichung (2.1). Der Zustandsraum ist ein wichtiges Element bei der Analyse dynamischer Systeme und beim Reglerentwurf (vgl. Lunze, 2016b). Für lineare, zeitinvariante Systeme mit m Eingangs-, n Zustands-, p Ausgangs- und q Störgrößen gilt die Zustandsraumdarstellung in Matrixform

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A} \mathbf{x}(t) + \mathbf{B} \mathbf{u}(t) + \mathbf{E} \mathbf{z}(t), \quad \mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0 \quad (2.2a)$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C} \mathbf{x}(t) + \mathbf{D} \mathbf{u}(t) + \mathbf{F} \mathbf{z}(t). \quad (2.2b)$$

Die erste Gleichung wird als Zustands- und die zweite als Ausgangsgleichung bezeichnet. Hierbei stehen $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ für die Systemmatrix, $B \in \mathbb{R}^{n \times m}$ für die Steuermatrix, $E \in \mathbb{R}^{n \times q}$ für die Störmatrix und $C \in \mathbb{R}^{q \times n}$ für die Beobachtungsmatrix, sowie $D \in \mathbb{R}^{p \times m}$ bzw. $F \in \mathbb{R}^{p \times q}$ für die Durchgangs- bzw. Durchgangsstörmatrix, welche bei vielen technischen Systemen gleich null sind. Die Variable x_0 beschreibt die Anfangsbedingungen aller Komponenten von x . Die durch Gleichung (2.2) beschriebenen Zusammenhänge zwischen den Signalen $u(t)$, $x(t)$, $y(t)$ und $z(t)$ sind in Bild 2.4 durch ein Blockschaltbild veranschaulicht. Wie in dieser Darstellungsart üblich, werden vektorielle Größen durch Doppelpfeile dargestellt.

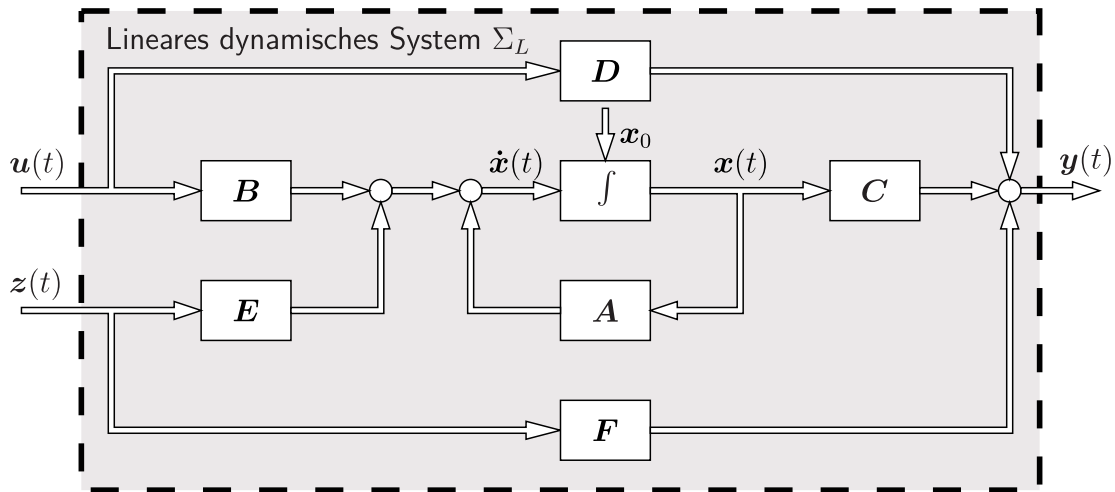


Bild 2.4: Strukturbild des linearen Zustandsraummodells

Für viele reale Systeme führt die theoretische Modellbildung zu nichtlinearen Differentialgleichungen bzw. zu nichtlinearen Zustandsraummodellen (vgl. Bode, 2013). Hierbei kann zwischen statischen und dynamischen Nichtlinearitäten unterschieden werden. Als dynamische Nichtlinearitäten werden die Terme der Gleichungen bezeichnet, die aus nichtlinearen Verknüpfungen der Systemvariablen, also der Eingangs- und Zustandsgrößen, resultieren. Eine statische Nichtlinearität liegt dann vor, wenn mindestens ein Zusammenhang eine nichtlineare statische Kennlinie enthält. Das Zustandsraummodell wird aus den Differentialgleichungen so aufgebaut, dass die n Ableitungen $\dot{x}_i$ der Zustandsgrößen x_i als Funktionen dieser Zustandsgrößen und der m Eingangsgrößen u_i und q Störgrößen z_i ausgedrückt werden

$$\begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= f_1(x_1, \dots, x_n, u_1, \dots, u_m, z_1, \dots, z_q, t) \\ &\vdots \\ \dot{x}_n(t) &= f_n(x_1, \dots, x_n, u_1, \dots, u_m, z_1, \dots, z_q, t). \end{aligned} \quad (2.3a)$$

Die Ausgangsgrößen werden ebenfalls als Funktionen der Eingangs-, Stör- und Zustandsgrößen formuliert

$$\begin{aligned} y_1(t) &= g_1(x_1, \dots, x_n, u_1, \dots, u_m, z_1, \dots, z_q, t) \\ &\vdots \\ y_p(t) &= g_p(x_1, \dots, x_n, u_1, \dots, u_m, z_1, \dots, z_q, t). \end{aligned} \quad (2.3b)$$

Werden die abhängigen Größen zu Vektoren zusammengefasst ergibt sich die allgemeine Form der Zustandsraumdarstellung für ein nichtlineares zeitvariantes Mehrgrößensystem Σ_{NL}

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), \mathbf{z}(t), t), \quad \mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0 \quad (2.4a)$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{g}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), \mathbf{z}(t), t) \quad (2.4b)$$

mit den vektorwertigen, nichtlinearen Funktionen $\mathbf{f}$ und $\mathbf{g}$, welche Sätze nichtlinearer Differenzial- und nichtlinearer Ausgangsgleichungen sowie die Zeit enthalten. Bild 2.5 zeigt das Blockschaltbild des nichtlinearen Zustandsraummodells. Zur Kennzeichnung der nichtlinearen Zusammenhänge in der Zustandsgleichung $\mathbf{f}$ bzw. der Ausgangsgleichung $\mathbf{g}$ werden diese durch doppelt umrahmte Blöcke dargestellt.

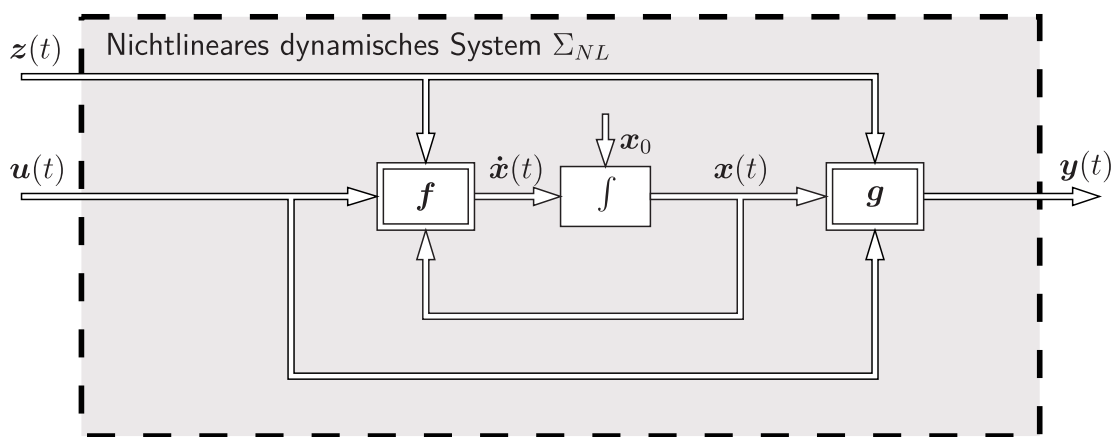


Bild 2.5: Strukturbild des nichtlinearen Zustandsraummodells

Für die Herleitung des Zustandsraummodells aus den physikalischen Grundbeziehungen für ein zeitkontinuierliches System Σ mit Eingang $\mathbf{u}$, Ausgang $\mathbf{y}$ und Störeingang $\mathbf{z}$, schlägt Lunze (2016a) das folgende Vorgehen vor.

1. **Systemzerlegung**
Zerlegung des Systems in Komponenten.
2. **Komponentenmodelle**
Herleitung der physikalischen Grundgesetze zur Beschreibung des Systemverhaltens der Komponenten.
3. **Kopplungsbeziehungen**
Analyse der Beziehungen zwischen den Komponenten.
4. **Modellumformung**
Umformung der Komponentengleichungen zu einem Zustandsraummodell

Für eine vollständige Beschreibung des Modells (2.2) bzw. (2.4) werden die physikalischen Parameter der einzelnen Komponenten bzw. deren Produkte benötigt (vgl. Isermann, 1992a,b). Je nach Typ der Parameter können diese auf unterschiedliche Arten ermittelt werden. Beispielsweise lassen sich

- geometrische Parameter aus CAD-Daten,
- Stoffdaten aus Tafelwerken
- oder physikalische Prozesskoeffizienten aus Grunddaten des Prozesses

bestimmen. Manche Prozessparameter sind jedoch nicht genau bekannt. Hier bietet sich die Parameteridentifikation als Ergänzung zu der theoretischen Modellbildung an.

2.1.2 Einführung in die Parameteridentifikation

Im folgenden Abschnitt soll eine kurzgefasste Einführung in die Parameteridentifikation gegeben werden. Für eine ausführliche Darstellung sei auf die einschlägige Literatur, wie z.B. Abel und Bollig (2006); Isermann (1992a,b, 2008); Ljung und Glad (2016) verwiesen.

Die Parameteridentifikation ist eine Identifikationsmethode aus der Klasse der experimentellen Modellbildung. Hierbei werden die r unbekannten Parameter

$$\mathbf{p} = (p_1, \dots, p_r)^T \in \mathbb{R}^r \quad (2.5)$$

durch Auswertung geeigneter Versuchsreihen an dem realen Prozess bestimmt. Dazu werden an der Anlage beliebige Arbeitspunktänderungen durchgeführt und die notwendigen Stellgrößen $\mathbf{u}$ sowie die resultierenden Ausgangsgrößen $\mathbf{y}_{\text{Mess}}$ aufgezeichnet. Das Modell wird so ausgewählt, dass es die gemessenen Verläufe der Ausgangsgrößen reproduziert. Das gemessene Stellsignal wird anschließend dazu verwendet eine Simulation des Prozesses durchzuführen.

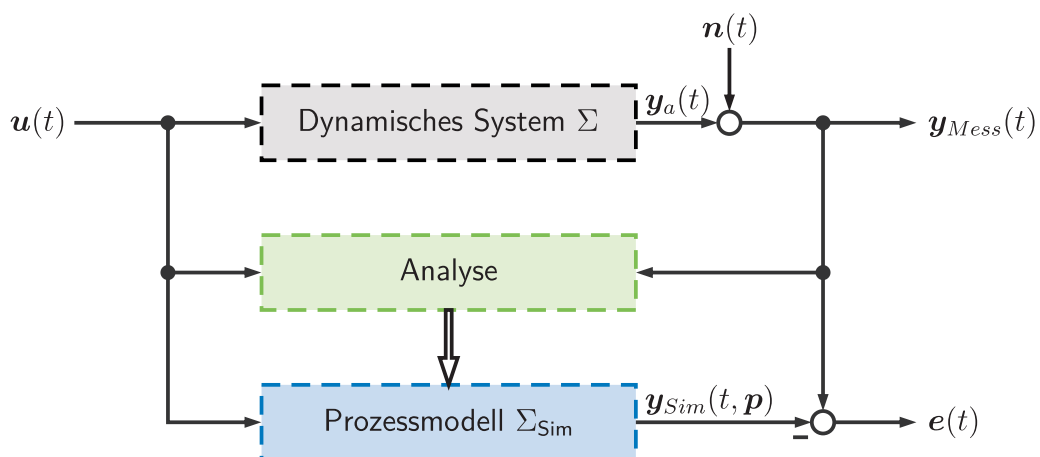


Bild 2.6: Identifikation eines Prozesses

Die Initialwerte der Parameter $\mathbf{p}_0$ können dabei aus der Literatur oder aus Abschätzungen gewonnen werden. Anschließend werden die Parameter $\mathbf{p}$ so angepasst, dass der Fehler

$$\mathbf{e}(t) = \mathbf{y}_{\text{Mess}} - \mathbf{y}_{\text{Sim}}(t, \mathbf{p}) \quad (2.6)$$

zwischen den Messwerten $\mathbf{y}_{\text{Mess}}$ und der Simulation $\mathbf{y}_{\text{Sim}}$ entsprechend eines Gütefunktional

$$\min_{\mathbf{p}} J(\mathbf{p}) \quad (2.7a)$$

unter den Nebenbedingungen

$$\mathbf{h}(\mathbf{p}) = 0 \quad (2.7b)$$

$$\mathbf{g}(\mathbf{p}) \leq 0 \quad (2.7c)$$

minimiert wird. Als Gütemaß wird in der Literatur häufig die Summe des absoluten Fehlers (sum of absolute error - SAE) oder die Residuenquadratsumme (sum of squared error - SSE) verwendet. Für zeitdiskrete Signale sind diese definiert als

$$J_{\text{SAE}}(\mathbf{p}) = \sum_{k=0}^N |\mathbf{q}^T \mathbf{e}(k, \mathbf{p})| \quad \text{bzw.} \quad J_{\text{SSE}}(\mathbf{p}) = \sum_{k=0}^N \mathbf{e}(k, \mathbf{p})^T \mathbf{Q} \mathbf{e}(k, \mathbf{p}). \quad (2.8)$$

Hierbei bezeichnet N die Anzahl der Abtastpunkte in einem Zeitintervall und $\mathbf{q}$ einen Vektor bzw. $\mathbf{Q} = \text{diag}(\mathbf{q})$ eine Matrix zur Wichtung der jeweiligen Ausgangsgrößen. Handelt es sich bei den Parametern um physikalisch interpretierbare Größen, wie z. B. Wärmeübergangskoeffizienten oder -kapazitäten im Wertebereich $\mathbf{0} \leq \mathbf{p} < \infty$, so können die entsprechenden Nebenbedingung

$$\mathbf{p}_{\min} \leq \mathbf{p} \leq \mathbf{p}_{\max} \quad \text{bzw.} \quad \begin{array}{l} -(\mathbf{p} - \mathbf{p}_{\min}) \leq \mathbf{0} \\ (\mathbf{p} - \mathbf{p}_{\max}) \leq \mathbf{0} \end{array} \quad (2.9)$$

in dem Gütefunktional aus Gleichung (2.7) berücksichtigt werden. Liegen für die unbekannten Parameter $\mathbf{p}$ keine Beschränkungen vor (d. h. $\mathbf{h} = \mathbf{g} = \mathbf{0}$), können diese für lineare Systeme unter der Verwendung der SSE durch z. B. die Methode der Parametrischen Identifikation (siehe dazu auch Abel und Bollig, 2006) bestimmt werden.

Bei den im Rahmen dieser Arbeit betrachteten thermischen Prozessen wird das Gütefunktional (2.7) aufgrund der Nichtlinearität der Systeme ebenfalls nichtlinear. Zur Lösung können entsprechende Algorithmen der numerischen Optimierung, wie z. B. implementiert in den Lösern *lsqnonlin* oder *fmincon*, verwendet werden. Auf die Optimierung kann an dieser Stelle jedoch nicht näher eingegangen werden. Der interessierte Leser sei auf die einschlägige Literatur, wie z. B. Byrd u. a. (2000); Coleman und Li (1996); MATLAB (2016) verwiesen.

Diese Prozesse werden, wie bereits in Kapitel 1 dargestellt, durch physikalische Modelle beschrieben. Die zur Beschreibung notwendigen Modellgleichungen werden in den Anwendungskapiteln 4 und 5 hergeleitet und in die Zustandsraumdarstellung überführt. Die dazu notwendigen thermodynamischen Grundlagen werden in dem folgenden Abschnitt eingeführt.

2.2 Grundlagen der technischen Thermodynamik

In diesem Abschnitt werden die thermodynamischen Grundlagen, die für die Modellierung der ausgewählten Prozesse notwendig sind, vorgestellt. Zu Beginn wird das Temperaturverhalten analysiert, d. h. welche Wärmeströme zwischen den einzelnen Komponenten bzw. Teilsystemen ausgetauscht werden und wie sie bei der Modellbildung zu berücksichtigen sind. Anschließend erfolgt ein Überblick über die grundlegenden Zusammenhänge der feuchten Luft, sowie deren Temperaturkopplung. Der Inhalt der folgenden Abschnitte beruht dabei im Wesentlichen auf Baehr und Stephan (2016) und VDI Wärmeatlas (2013) sowie auf Doering u. a. (2012).

2.2.1 Energiebilanz für ein geschlossenes System

Treten bei einem System keine Massenströme über die Systemgrenze auf wird ein solches System i. Allg. als geschlossen bezeichnet. Wärme Q und Energie W bzw. Wärmeströme $\dot{Q}$ und Leistung P können bei einem geschlossenen System jedoch über die Systemgrenze transportiert werden. Für ruhende geschlossene Systeme lautet der erste Hauptsatz der Thermodynamik:

Wärme und Arbeit, die als Formen der Energieübertragung einem ruhenden geschlossenen System zugeführt werden, bewirken eine Erhöhung der inneren Energie U des Systems.

Formelmäßig kann dies durch die Gleichung

$$U_2 - U_1 = \sum Q + \sum W \quad (2.10a)$$

oder differentiell

$$dU = \sum dQ + \sum dW = \sum \dot{Q} + \sum P. \quad (2.10b)$$

ausgedrückt werden.

Ein Beispiel für ein geschlossenes System ist ein Kühlschrank mit geschlossener Tür. Wie in Bild 2.7 gezeigt, findet in diesem Beispiel ein Wärmeaustausch zwischen Kühlschrank und Umgebung, und damit über die Systemgrenze hinweg statt. Zum einen fließt Wärme durch die Isolierschicht in das System hinein, zum anderen gibt der Kondensator Wärme an die Umgebungsluft ab. Für den Antrieb des Kompressors wird dem System elektrische Energie zugeführt, aber es findet kein Stofftransport bzw. -austausch statt.

Die Energiebilanz für dieses System soll im Folgenden erläutert werden. Bild 2.8 zeigt den mit Luft gefüllten Kühlschrank. Es wird angenommen, dass dieser Raum ein konstantes Volumen besitzt. Für die Volumenänderungsarbeit gilt demnach

$$W_{V12} = \int_1^2 p dV = 0. \quad (2.11)$$

Der Luft kann Arbeit in Form von Kupplungsarbeit W_e zugeführt werden. Aufgrund von externer Reibung $|W_{RA}|$ erreicht nur ein Teil der Arbeit die Systemgrenze. Über einen Ventilator

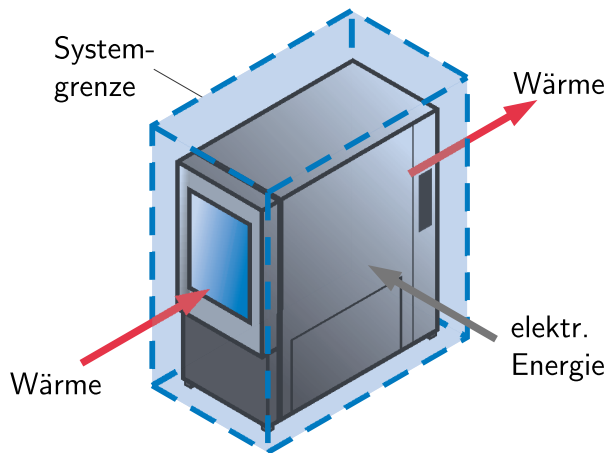


Bild 2.7: Kühlschrank als Beispiel für ein geschlossenes System

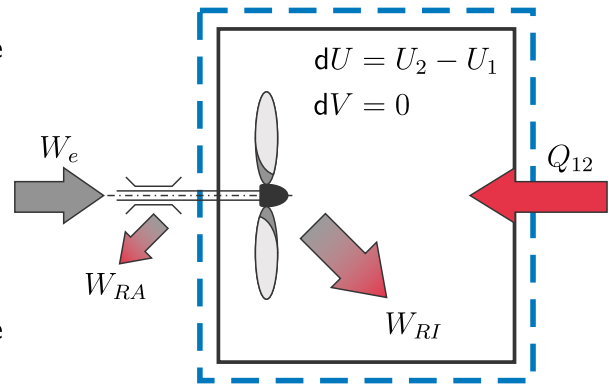


Bild 2.8: Energiebilanz für einen Behälter mit konstantem Volumen

wird die Differenz $W_e - |W_{RA}|$ in innere Reibungsarbeit $|W_{RI}|$ überführt. Die Energiebilanz dieses Systems ergibt sich zusammen mit der zugeführten Wärme Q_{12} nach Gleichung (2.10)

$$U_2 - U_1 = Q_{12} + W_e - |W_{RA}|. \quad (2.12)$$

2.2.2 Wärmekapazität

Wird einem Körper Wärme bzw. Energie zugeführt so erhöht sich, unter der Voraussetzung dass keine Arbeit auftritt und sich der Aggregatzustand nicht ändert, seine Temperatur. Diese Temperaturänderung $d\vartheta$ ist proportional zu der Summe aus zugeführter Wärme dQ und zugeführter Energie dW

$$\sum dQ + \sum dW = C d\vartheta \quad (2.13)$$

wobei es sich bei dem Proportionalitätsfaktor um die Wärmekapazität C handelt. Bei der Wärmekapazität handelt es sich nach Baehr und Kabelac (2012) um eine extensive Zustandsgröße. D. h. für einen Körper, der aus N Teilen zusammengesetzt ist, kann die Gesamtwärmekapazität C_{ges} als Summe der jeweiligen Wärmekapazitäten C_i berechnet werden

$$C_{\text{ges}} = \sum_{i=1}^N C_i = C_1 + C_2 + \dots + C_N. \quad (2.14)$$

Kann davon ausgegangen werden, dass es sich bei dem Körper um einen homogenen Körper handelt, so lässt sich die Wärmekapazität C als Produkt der Masse m und einer Materialkonstante, der spezifischen Wärmekapazität c , berechnen

$$C = m c. \quad (2.15)$$

Mit diesem Zusammenhang gilt für die Energie- bzw. Leistungsbilanz

$$\sum Q + \sum W = m c \Delta \vartheta \quad \text{bzw.} \quad \sum \dot{Q} + \sum P = m c d\vartheta. \quad (2.16)$$

Gleichung (2.16) wird auch als Grundgleichung der Wärmelehre bezeichnet.

2.2.3 Wärmeübertragung

Insgesamt existieren drei Arten der Wärmeübertragung deren Grundgesetze im Folgenden einführend behandelt werden

- Wärmeleitung
- Konvektion und konvektiver Wärmeübergang
- Wärmestrahlung.

Im weiteren Verlauf dieses Kapitels wird für all diese Fälle angenommen, dass der Wärmestrom gemäß zweiten Hauptsatz der Thermodynamik immer in Richtung der niedrigeren Temperatur gerichtet ist, d. h. Wärme von „Warm“ nach „Kalt“ übertragen wird.

2.2.3.1 Wärmeleitung

Unter Wärmeleitung wird in der Physik der Energietransport zwischen benachbarten Molekülen infolge eines im Material vorhandenen Temperaturgradienten verstanden. Der durch die Wärmeleitung übertragene Wärmestrom $\dot{Q}_L$ bzw. die übertragene Wärmestromdichte $\dot{q}_L$ lässt sich gemäß Fourier'schem Gesetz

$$\dot{q}_L = -\lambda \operatorname{grad}(\vartheta) \quad (2.17)$$

bestimmen. Durch das negative Vorzeichen wird die Richtungsabhängigkeit der Wärmeleitung aufgrund des Temperaturgradienten berücksichtigt. Bei der in Gleichung (2.17) auftretenden Proportionalitätskonstante handelt es sich um die Wärmeleitfähigkeit als eine Materialeigenschaft

$$\lambda = \lambda(\vartheta, p).$$

Diese ist i. Allg. temperatur- und druckabhängig und kann darüber hinaus noch ortsabhängig sein. Für den weiteren Verlauf dieser Arbeit wird jedoch angenommen, dass es sich bei den vorliegenden Materialien um isotrope, d. h. um Materialien mit ortsunabhängiger Wärmeleitfähigkeit handelt.

Als praktisches Anwendungsbeispiel soll im Folgenden der Wärmestrom für die stationäre, geometrische eindimensionale Wärmeleitung untersucht werden. Wie in Bild 2.9 gezeigt, hängt das Temperaturfeld nur von der Ortskoordinate x ab. Diese Situation entspricht dem Temperaturfeld zwischen zwei parallelen Wandflächen der Fläche A und der Wanddicke δ sowie den

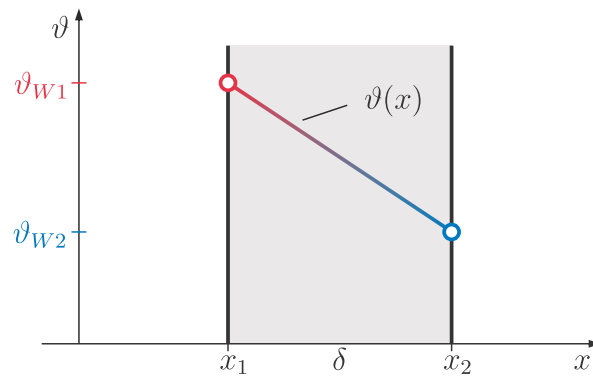


Bild 2.9: Stationäre, geometrisch eindimensionale Wärmeleitung:
Temperaturverlauf in einer ebenen Wand mit konstanter Wärmeleitfähigkeit λ

Temperaturen ϑ_{W1} und ϑ_{W2} , wobei ϑ_{W1} als die höhere bzw. ϑ_{W2} als die niedrigere Temperatur definiert ist. Nach dem Gesetz von Fourier kann der Wärmestrom $\dot{Q}_L$ berechnet werden

$$\dot{Q}_L = \dot{q}_L(x) A(x) = -\lambda(\vartheta) \frac{d\vartheta}{dx} A(x). \quad (2.18)$$

Mit der temperaturabhängigen Wärmeleitfähigkeit lässt sich Gleichung (2.18) in

$$-\lambda(\vartheta) d\vartheta = \dot{Q}_L \frac{dx}{A(x)} \quad (2.19)$$

umformen und ergibt nach der Integration über die Wanddicke $\delta = x_2 - x_1$

$$-\int_{\vartheta_{W1}}^{\vartheta_{W2}} \lambda(\vartheta) d\vartheta = \dot{Q}_L \int_{x_1}^{x_2} \frac{dx}{A(x)}. \quad (2.20)$$

Für den gesuchten Wärmestrom ergibt sich nach Anwendung des Mittelwertsatzes der Integralrechnung

$$\dot{Q}_L = \frac{\lambda_m}{\delta} A (\vartheta_{W1} - \vartheta_{W2}). \quad (2.21)$$

Der übertragene Wärmestrom ist demnach

- proportional zur Querschnittsfläche, Wärmeleitfähigkeit und Temperaturdifferenz sowie
- umgekehrt proportional zur Wanddicke bzw. dem Abstand der beiden Wandflächen.

Die in Gleichung (2.21) eingeführte mittlere Wärmeleitfähigkeit λ_m des Wandmaterials ist definiert als

$$\lambda_m = \frac{1}{\vartheta_{W2} - \vartheta_{W1}} \int_{\vartheta_{W1}}^{\vartheta_{W2}} \lambda(\vartheta) d\vartheta. \quad (2.22)$$

Kann die Temperaturabhängigkeit von λ vernachlässigt werden, dann ist $\lambda_m = \lambda$. Gilt für λ der lineare Zusammenhang

$$\lambda = \lambda_0 (1 + \lambda_1 (\vartheta - \vartheta_0)) ,$$

so berechnet sich die mittlere Wärmeleitfähigkeit

$$\lambda_m = \frac{1}{2} (\lambda(\vartheta_{W1}) - \lambda(\vartheta_{W2})) = \lambda_0 (1 + \lambda_1 (\vartheta_m - \vartheta_0)) \quad (2.23)$$

als Wärmeleitfähigkeit der mittleren Temperatur $\vartheta_m = (\vartheta_{W1} + \vartheta_{W2})/2$. Da eine Messung von λ üblicherweise eine relative Unsicherheit von 1 % bis 2 % aufweist, ist die Annahme einer linearen Temperaturabhängigkeit von λ im Bereich $\vartheta_{W2} \leq \vartheta \leq \vartheta_{W1}$ nach Baehr und Stephan (2016) ausreichend.

2.2.3.2 Konvektiver Wärmeübergang

Der Energietransport in einem strömenden Medium wird in der Physik als Konvektion bezeichnet. Aus Sicht eines ruhenden Beobachters kommt hier zu dem Energietransport durch Wärmeleitung ein Energietransport durch die makroskopische Bewegung des Mediums. Prinzipiell wird zwischen den zwei Arten

- erzwungene und
- freie oder natürliche

Konvektion unterschieden. Bei der erzwungenen Konvektion wird die Bewegung des Fluids durch äußere mechanische Einwirkung, beispielsweise durch Ventilatoren, hervorgerufen, wobei die Bewegung bei freier Konvektion ausschließlich durch Dichteunterschiede infolge von Temperaturgradienten im Fluid hervorgerufen wird. Mit dieser Bewegung findet ein Transport von Enthalpie und kinetischer Energie statt. Diese Form der Wärmeübertragung hängt demnach nicht nur von den Stoffwerten des Strömungsmediums sondern auch von Prozessparametern, wie z. B. der Strömungsgeschwindigkeit w , ab.

Von besonderem technischen Interesse ist der Wärmeübergang zwischen einem strömenden Medium und einer festen Wand. Die Konvektion bei diesem Aufbau wird bestimmt durch den Bereich zwischen beiden Volumina, der sogenannten Grenzschicht, in dem sich die wesentlichen physikalischen Parameter wie z. B. die Temperatur oder Strömungsgeschwindigkeit, unterscheiden. Wie in Bild 2.10a dargestellt, ändert sich im Bereich der Grenzschicht $0 \leq y \leq \delta_w$ die parallel zur Wand gerichtete Komponente der Strömungsgeschwindigkeit w vom Wert null an der Wand bis fast zum Maximalwert w_F in der Kernströmung. Ebenso ändert sich die Temperatur des Strömungsmediums im Bereich der Grenzschicht $0 \leq y \leq \delta_T$ wie in Bild 2.10b gezeigt, von der Wandtemperatur ϑ_W zur Temperatur des Fluids ϑ_F . Gemäß dem zweitem Hauptsatz der Thermodynamik findet aufgrund des Temperaturunterschieds $\vartheta_F - \vartheta_W$ ein Wärmetransport an der Wand in Richtung der niedrigeren Temperatur statt. Der übertragene

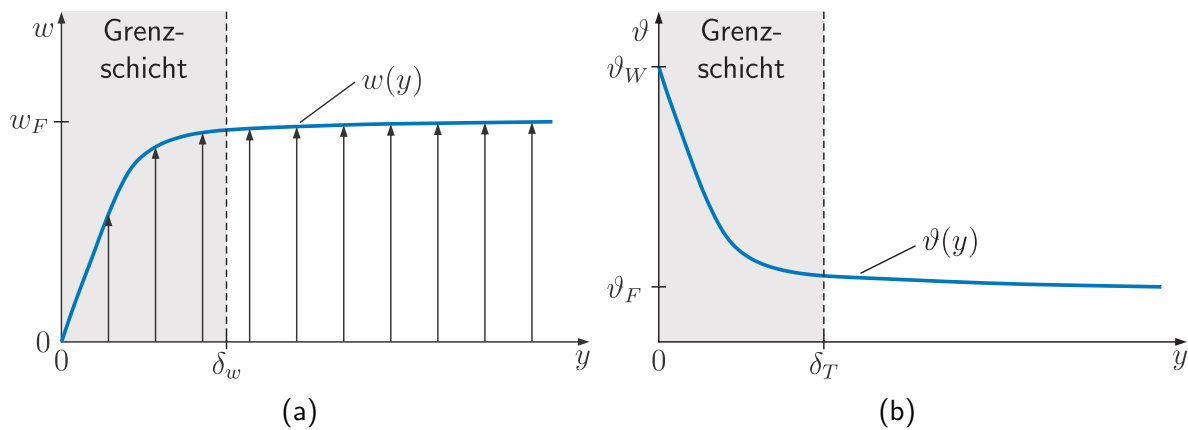


Bild 2.10: Verlauf der Strömungsgeschwindigkeit w (a) und der Temperatur ϑ (b) eines strömenden Fluids als Funktion des Wandabstands y (VDI Wärmeatlas, 2013)

Wärmestrom $\dot{Q}_K$ ist proportional zur Wandfläche A_W und der Temperaturdifferenz $\vartheta_F - \vartheta_W$ und kann nach der Beziehung

$$\dot{Q}_K = \alpha (\vartheta_F - \vartheta_W) A \quad (2.24)$$

berechnet werden. Als Proportionalitätsfaktor wird der Wärmeübergangskoeffizient α definiert. Im Gegensatz zu der im vorhergehenden Abschnitt eingeführten Wärmeleitfähigkeit λ ist der Wärmeübergangskoeffizient α keine Materialkonstante sondern stark abhängig von

- der Strömungsgeschwindigkeit w bzw. der Art der Strömung (laminar oder turbulent),
- den geometrischen Verhältnissen (z. B. Durchmesser und Länge eines durchströmten Rohres) und
- den Materialeigenschaften des Strömungsmediums (z. B. Dichte, Viskosität, Wärmeleitfähigkeit und spezifische Wärmekapazität).

Wird davon ausgegangen, dass die Temperaturen ϑ_F und ϑ_W oder der Wärmeübergangskoeffizient α örtlich nicht konstant sind, so kann Gleichung (2.24) in differentieller Form geschrieben werden

$$d\dot{Q}_K = \alpha (\vartheta_F - \vartheta_W) dA. \quad (2.25)$$

Gemäß erstem Hauptsatz der Thermodynamik führt eine über das Flächenelement dA übertragener Wärmestrom $d\dot{Q}_K$ zu einer Temperaturänderung $d\vartheta_F$ innerhalb des Fluids. Diese Temperaturänderung ist aufgrund der Energieerhaltung dem Wärmekapazitätsstrom $W = \dot{m}c_p$ umgekehrt proportional. Für den Wärmestrom ergibt sich

$$d\dot{Q}_K = -W d\vartheta_F. \quad (2.26)$$

Wird Gleichung (2.25) in Gleichung (2.26) eingesetzt, ergibt sich eine Differentialgleichung für den Temperaturverlauf des Fluids entlang der Wandfläche

$$\alpha (\vartheta_F - \vartheta_W) dA = -W d\vartheta_F. \quad (2.27)$$

Wird vereinfachend angenommen, dass α und ϑ_W örtlich konstant sind, lassen sich Gleichung (2.25) bzw. (2.27) integrieren. Für den Wärmestrom $\dot{Q}_K$ gilt demnach

$$\dot{Q}_K = \alpha A_W (\vartheta_F - \vartheta_W)_m = \alpha A_W \Delta \vartheta_{\text{In}}. \quad (2.28)$$

Dabei ist die Temperaturdifferenz $\Delta \vartheta_{\text{In}}$ als Mittelwert aus veränderlicher Fluidtemperatur ϑ_F und konstanter Wandtemperatur ϑ_W zu interpretieren. Mit der Randbedingung $A = 0 \rightarrow \vartheta_F = \vartheta_{F,A}$ am Wandanfang bzw. $A = A_W \rightarrow \vartheta_F = \vartheta_{F,E}$ am Wandende ergibt sich für Gleichung (2.27)

$$\ln \frac{\vartheta_{F,E} - \vartheta_W}{\vartheta_{F,A} - \vartheta_W} = -\frac{\alpha A_W}{W} \quad \text{bzw.} \quad \vartheta_{F,E} = \vartheta_{F,A} - (\vartheta_{F,A} - \vartheta_W) \left(1 - e^{-\frac{\alpha A_W}{W}}\right). \quad (2.29)$$

Eine Integration der Gleichung (2.26) führt zu der sogenannten Wärmestromgleichung

$$\dot{Q}_K = (\vartheta_{F,A} - \vartheta_{F,E}) W. \quad (2.30)$$

Zusammen mit Gleichung (2.29) ergibt sich für den gesamten Wärmestrom $\dot{Q}_K$

$$\dot{Q}_K = (\vartheta_{F,A} - \vartheta_W) W \left(1 - e^{-\frac{\alpha A_W}{W}}\right). \quad (2.31)$$

Schließlich kann Gleichung (2.28) in Gleichung (2.31) eingesetzt werden. In Kombination mit der Lösung der Differentialgleichung aus (2.29) ergibt sich ein Ausdruck für den Mittelwert der Temperaturdifferenz $\Delta \vartheta_{\text{In}}$

$$\Delta \vartheta_{\text{In}} = \frac{\vartheta_{F,A} - \vartheta_{F,E}}{\frac{\alpha A_W}{W}} = \frac{(\vartheta_{F,A} - \vartheta_W) - (\vartheta_{F,E} - \vartheta_W)}{\ln \frac{(\vartheta_{F,A} - \vartheta_W)}{(\vartheta_{F,E} - \vartheta_W)}}. \quad (2.32)$$

Sind Wärmeübertragungsfläche A_W , Oberflächentemperatur ϑ_W , Massenstrom $\dot{m}_F$ und die spezifische Wärmekapazität c_p sowie die veränderlichen Temperaturen $\vartheta_{F,E}$ und $\vartheta_{F,A}$ des Fluids am Anfang bzw. Ende der Übertragerfläche bekannt, so kann der unbekannte Wärmeübergangskoeffizient α bestimmt werden. Aufgrund der zuvor genannten Abhängigkeiten ist eine Berechnung des Wärmeübergangskoeffizienten jedoch nur eingeschränkt möglich.

Im Folgenden wird der praktische Anwendungsfall *Querumströmte einzelne Rohrreihen* näher untersucht und der mittlere Wärmeübergangskoeffizient mittels Ähnlichkeitstheorie ermittelt. Dabei soll an dieser Stelle nicht näher auf die Ähnlichkeitstheorie eingegangen werden. Stattdessen wird der interessierte Leser auf die einschlägige Literatur verwiesen. Querangeströmte einzelne Rohrreihen werden in der Wärmeübertragung z. B. zur Erwärmung von Heiz- oder Kühlmedien eingesetzt. Für die Berechnung des Wärmeübergangskoeffizienten kann die Definition der Nusselt-Zahl

$$\text{Nu}_l = \frac{\alpha l_{\text{char}}}{\lambda} \quad (2.33)$$

herangezogen werden. Die Nusselt-Zahl ist abhängig von der Wärmeleitfähigkeit λ des Strömungsmediums und der geometrischen Größe l_{char} des betrachteten Wärmeübergangsproblem. Die Größe l_{char} , die charakteristische Länge bzw. Überströmlänge, ist definiert als das

Verhältnis der gesamten Oberfläche A des umströmten Körpers zum Umfang der Schatten-seite U . Für das in Bild 2.11 gezeigte Rohr mit dem Durchmesser d und der Länge L gilt demzufolge für $d \ll L$

$$l_{\text{char}} = \frac{\pi d L}{2 L} = \frac{\pi d}{2}. \quad (2.34)$$

Für die mittlere Nusselt-Zahl für querangeströmte Rohre wird in der Literatur die Gleichung

$$\text{Nu}_{l,0} = 0,3 + \sqrt{\text{Nu}_{l,\text{lam}}^2 + \text{Nu}_{l,\text{turb}}^2}. \quad (2.35)$$

angegeben. Für den laminaren Anteil gilt

$$\text{Nu}_{l,\text{lam}} = 0,664 \sqrt{\text{Re}_l} \sqrt[3]{\text{Pr}} \quad (2.36)$$

und den turbulenten Anteil

$$\text{Nu}_{l,\text{turb}} = \frac{0,037 \text{Re}_l^{0,8} \text{Pr}}{1 + 2,443 \text{Re}_l^{-0,1} (\text{Pr}^{2/3} - 1)}. \quad (2.37)$$

Die dimensionslosen Kennzahlen Pr und Re_l sind die Prandtl-Zahl und die Reynolds-Zahl.

$$\text{Pr} = \frac{\nu}{a}; \quad 0,6 < \text{Pr} < 10^3. \quad (2.38)$$

$$\text{Re}_l = \frac{w l_{\text{char}}}{\nu}; \quad 10 < \text{Re}_l < 10^6 \quad (2.39)$$

Die Prandtl-Zahl ist definiert als Verhältnis zwischen der kinematischen Viskosität ν als Materialeigenschaft und der Temperaturleitfähigkeit a des Strömungsmediums. Die Reynolds-Zahl beschreibt das Verhältnis der Trägheitskräfte zu den Reibungskräften in einer Strömung und ist abhängig von der kinematischen Viskosität ν sowie der Geschwindigkeit w .

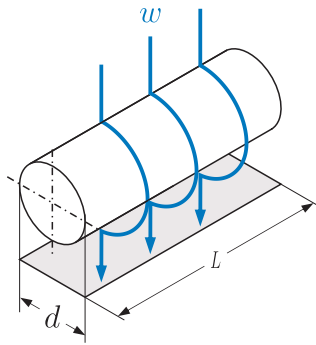


Bild 2.11: Zur Definition der Überströmlänge

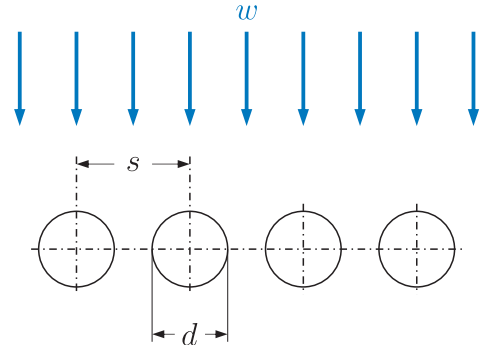


Bild 2.12: Querteilung bei einer Rohrreihe (VDI Wärmeatlas, 2013)

Für den betrachteten Anwendungsfall ist nach Baehr und Stephan (2016) für die Strömungsgeschwindigkeit w die mittlere Geschwindigkeit $w_M = w/\psi$ einzusetzen. ψ ist der Hohlraumanteil der Rohrreihe und bestimmt sich mit dem in Bild 2.12 veranschaulichtem Querteilungsverhältnis $a = s/d$ zu

$$\psi = 1 - \frac{\pi}{4a}. \quad (2.40)$$

Die Stoffwerte sind für die mittlere Flüssigkeitstemperatur $\vartheta_m = (\vartheta_{F,A} - \vartheta_{F,E}) / 2$ einzusetzen. Bei temperaturabhängigen Stoffwerten wird der Wärmeübergang durch die Richtung des Wärmestroms beeinflusst. Für diese Abhängigkeit wird nach Churchill und Brier (1955), zitiert in Gnielinski (1975), der Faktor K vorgeschlagen. Für die mittlere Nusselt-Zahl Nu_l gilt

$$Nu_l = K \cdot Nu_{l,0}. \quad (2.41)$$

Je nach Aggregatzustand des Fluids ist der Faktor K unterschiedlich zu bestimmen. Handelt es sich bei dem Fluid um ein Gas, ist der Faktor K

$$K = K_G = \left(\frac{T_m}{T_W} \right)^{0,12} \quad (2.42)$$

und somit abhängig von der mittleren Kelvintemperatur T_m des Fluids und der Kelvintemperatur T_W der überströmten Fläche.

Für detaillierte Informationen zur Bestimmung des Wärmeübergangskoeffizienten α oder auch für weitere Anwendungsfälle sei an dieser Stelle auf die weiterführende Literatur verwiesen (z. B. Baehr und Stephan (2016) oder VDI Wärmeatlas (2013)).

2.2.3.3 Wärmestrahlung und Strahlungsaustausch

Jeder Körper, dessen thermodynamische Temperatur über dem absoluten Nullpunkt liegt, emittiert Wärmestrahlung. Als Wärmestrahlung wird die Energie bezeichnet, die in Form von elektromagnetischen Wellen an die Umgebung abgegeben wird. Da sich elektromagnetische Wellen auch im Vakuum ausbreiten können, ist der Transport dieser Energieform, anders als bei Wärmeleitung oder Konvektion, nicht an ein Medium gebunden. Der abgestrahlte Wärmestrom $\dot{Q}_S$ kann über das Stefan-Boltzmann-Gesetz

$$\dot{Q}_S = \varepsilon \sigma A T^4 \quad (2.43)$$

näherungsweise berechnet werden. Neben der Kelvintemperatur T und der Oberfläche A des abstrahlenden Körpers hängt der Wärmestrom von der Materialeigenschaft, dem Emissionsgrad $\varepsilon \leq 1$ ab. Der Emissionsgrad eines Körpers gibt an, wie viel Strahlung er im Vergleich zu einem idealen Wärmestrahler, dem *Schwarzen Körper*, abgibt. Weiterhin enthält das Gesetz aus Gleichung (2.43) die Stefan-Boltzmann-Konstante σ als Naturkonstante. Der Wert dieser Konstanten beträgt nach derzeitiger Messgenauigkeit (Mohr u. a., 2016)

$$\sigma = (5,670367 \pm 0,000013) \cdot 10^{-8} \text{ W}/(\text{m}^2 \text{ K}^4).$$

Gleichzeitig absorbiert ein Körper auftreffende Strahlung von seiner Umgebung mit dem Absorptionsgrad a . Der bereits zuvor genannte Schwarze Körper besitzt neben einem Emissionsgrad von $\varepsilon = 1$ auch einen Absorptionsgrad a mit dem Höchstwert eins. Sind mehrere Körper am Strahlungsaustausch beteiligt, so lassen sich die anteiligen Wärmeströme mit den Sichtfaktoren berechnen. Die Sichtfaktoren dienen der Beschreibung der geometrischen „Sichtverhältnisse“ zwischen der an dem Strahlungsaustausch beteiligten Flächen. Stehen die

beiden Flächen 1 und 2 im Strahlungsaustausch, so gibt der zugeordnete Sichtfaktor F_{12} an, welcher Bruchteil der von Fläche 1 insgesamt ausgesandten Strahlung direkt auf Fläche 2 trifft. Aus der Reziprozitätsbeziehung der Sichtfaktoren folgt weiterhin

$$A_1 F_{12} = A_2 F_{21}. \quad (2.44)$$

Findet der Strahlungsaustausch zwischen n Flächen statt, so folgt aus der Strahlungsbilanz für die Fläche i

$$\sum_{j=1}^n F_{ij} = 1, \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (2.45)$$

Der Summand F_{ii} beschreibt den Strahlungsaustausch der Fläche i mit sich selbst. Er ist Null für ebene und konvexe Flächen, kann für konkave Flächen aber ungleich Null sein.

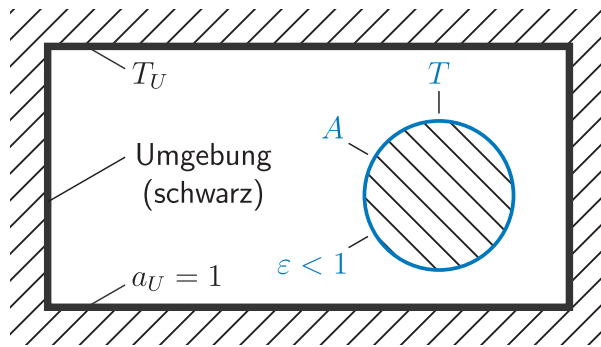


Bild 2.13: Strahlungsaustausch zwischen einem Körper mit der Temperatur T und einer schwarzen Umgebung mit der Temperatur T_U (Baehr und Stephan, 2016)

Im Folgenden soll als praktisches Anwendungsbeispiel der Strahlungsaustausch eines Strahlers mit der Fläche A und der Temperatur T in einer Umgebung mit der Temperatur T_U , wie in Bild 2.13 dargestellt, untersucht werden. Dabei wird davon ausgegangen, dass der Strahlungsaustausch durch das Zwischenmedium nicht beeinflusst wird. Durch Anwendung des Stefan-Boltzmann-Gesetzes aus Gleichung (2.43) kann der vom Strahler emittierte Wärmestrom

$$\dot{Q}_{em} = \varepsilon \sigma A T^4 \quad (2.46)$$

berechnet werden. Dieser Wärmestrom trifft auf die schwarze Umgebung und wird von ihr vollständig absorbiert. Im Gegensatz dazu wird die von der Umgebung ausgehende schwarze Strahlung von dem Strahler nur teilweise absorbiert. Dieser absorbierte Wärmestrom

$$\dot{Q}_{ab} = a \sigma A T_U^4 \quad (2.47)$$

lässt sich analog zu Gleichung (2.46) berechnen. Der Rest $1 - a$ wird vom Strahler reflektiert und ebenfalls von der schwarzen Umgebung absorbiert. Für den Nettowärmestrom $\dot{Q}$ der von dem Strahler an die ihn umschließende Umgebung abgegeben wird ergibt sich somit

$$\dot{Q} = \dot{Q}_{em} - \dot{Q}_{ab} = \sigma A (\varepsilon T^4 - a T_U^4). \quad (2.48)$$

Wird vereinfachend davon ausgegangen, dass es sich bei dem Strahler um einen grauen Strahler handelt, stimmt der Absorptionsgrad a mit dem Emissionsgrad ε überein und Gleichung (2.48) vereinfacht sich zu

$$\dot{Q} = \varepsilon \sigma A (T^4 - T_U^4). \quad (2.49)$$

Zusammenfassend lässt sich feststellen, dass die Differenz der vierten Potenzen der thermodynamischen Temperaturen von Strahlungsquelle und Strahlungsempfänger charakteristisch für den Strahlungsaustausch bei grauen Strahlern ist.

2.2.4 Feuchte Luft

Der folgende Abschnitt beschäftigt sich mit der Beschreibung der physikalischen Eigenschaften von feuchter Luft und ist angelehnt an die Darstellung aus Baehr und Kabelac (2012) und Doering u. a. (2012).

Feuchte Luft ist ein homogenes Gemisch aus trockener Luft und Wasser mit der Besonderheit, dass das Wasser kondensieren kann und deswegen auch als Dampf bezeichnet wird. Die trockene Luft, mit den Hauptbestandteilen N_2 , O_2 , Ar und CO_2 wird auch als Reinluft bezeichnet. In dem betrachteten Temperaturbereich bleibt der Aggregatzustand der trockenen Luft unverändert, während das Wasser Phasenänderungen durchlaufen kann. Der Phasenübergang vom flüssigen zum gasförmigen Aggregatzustand wird in diesem Zusammenhang als Verdunsten und die Phasenänderung in umgekehrte Richtung als Tauen bezeichnet. Bei der Verfolgung von Zustandsänderungen gilt vereinbarungsgemäß die Reinluft als Bezugsgröße.

2.2.4.1 Sättigungsdampfdruck und Taupunkt

Unter der Annahme, dass ungesättigte feuchte Luft vorliegt, d. h. Wasser ist nur dampfförmig in der Luft enthalten, kann für beide Mischungspartner, die Eigenschaften idealer Gase vorausgesetzt, die allgemeine Zustandsgleichung angewendet werden.

$$p_L V = m_L R_L T \quad \text{mit} \quad R_L = 287,06 \text{ J/(kg K)} \quad (2.50a)$$

$$p_D V = m_D R_D T \quad \text{mit} \quad R_D = 461,51 \text{ J/(kg K)} \quad (2.50b)$$

Der Gesamtdruck p_G ergibt sich nach dem Gesetz von Dalton aus der Summe der Partialdrücke

$$p_G = p_L + p_D. \quad (2.51)$$

Gegenüber anderen Mischungen idealer Gase hat feuchte Luft die Besonderheit, dass sie keine beliebigen Mengen Wasserdampf aufnehmen kann, sondern nur bis der Teildruck des Wasserdampfes p_D den Sättigungsdampfdruck p_{DS} erreicht hat. Für einen bestimmten Gesamtdruck p_G ist der Sättigungsdruck des Wasserdampfes $p_{DS} = p_{DS}(\vartheta)$ eine Funktion der Temperatur. Der Zusammenhang zwischen Sättigungsdruck und Sättigungstemperatur wird durch die in Bild 2.14 abgebildete empirische Dampfdruckkurve dargestellt.

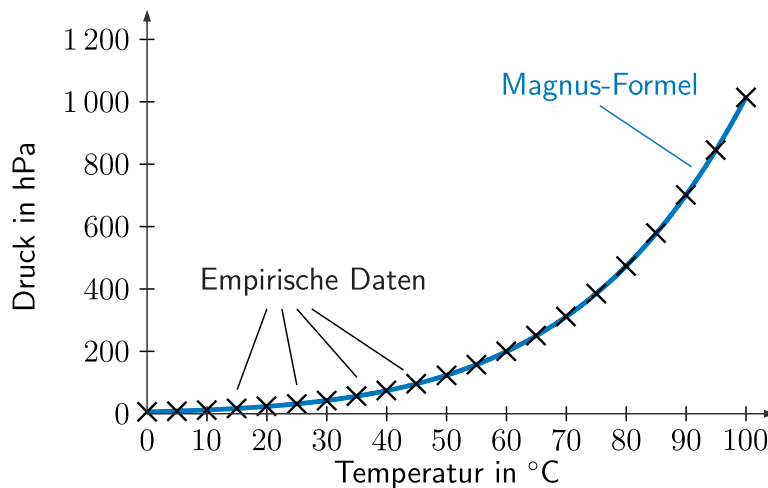


Bild 2.14: Sättigungsdampfdruck p_{DS} im Temperaturbereich $0^\circ\text{C} \leq T \leq 100^\circ\text{C}$

In der Literatur existieren verschiedene Ansätze um diesen Zusammenhang formelmäßig zu beschreiben. Seit 1997 gilt der internationale Industrie-Standard *IAPWS Industrial Formulation 1997 for the Thermodynamic Properties of Water and Steam* oder kurz *IAPWS-IF97* (siehe dazu Wagner u. a., 2000). Danach bestimmt sich der Dampfdruck p_{DS} zu

$$\frac{p_{DS}}{p^*} = \left(\frac{2C}{-B + \sqrt{B^2 - 4AC}} \right)^4 \quad (2.52)$$

mit den Konstanten $p^* = 1 \text{ MPa}$ und $T^* = 1 \text{ K}$ sowie den temperaturabhängigen Größen

$$A = \vartheta^2 + n_1\vartheta + n_2 \quad B = n_3\vartheta^2 + n_4\vartheta + n_5 \quad C = n_6\vartheta^2 + n_7\vartheta + n_8$$

mit

$$\vartheta = \frac{T}{T^*} + \frac{n_9}{\frac{T}{T^*} - n_{10}}.$$

Die Koeffizienten n_i der Gleichung (2.52) sind in Tabelle 2.1 aufgeführt. Verglichen mit

Tabelle 2.1: Numerische Werte der Koeffizienten n_i der dimensionslosen Gleichung (2.52)

i	n_i	i	n_i
1	$0,116\,705\,214\,527\,67 \cdot 10^4$	6	$0,149\,151\,086\,135\,30 \cdot 10^2$
2	$-0,724\,213\,167\,032\,06 \cdot 10^6$	7	$-0,482\,326\,573\,615\,91 \cdot 10^4$
3	$-0,170\,738\,469\,400\,92 \cdot 10^2$	8	$-0,405\,113\,405\,420\,57 \cdot 10^6$
4	$0,120\,208\,247\,024\,70 \cdot 10^5$	9	$-0,238\,555\,575\,678\,49$
5	$-0,323\,255\,503\,223\,33 \cdot 10^7$	10	$0,650\,175\,348\,447\,98 \cdot 10^3$

den empirischen Werten aus VDI Wärmeatlas (2013) ergibt sich im relevanten Bereich

$0^\circ\text{C} \leq T \leq 100^\circ\text{C}$ ein Fehler kleiner 0,0070 %. Um das zu Beginn dieses Kapitels beschriebene Ziel einer einfachen Modellierung im Sinne der Regelungstechnik zu erzielen, wird für die Berechnung des Sättigungsdampfdrucks im weiteren Verlauf der Arbeit die Magnus-Formel

$$p_{DS} = p_0 \exp\left(\frac{c_1 \cdot \vartheta}{c_2 + \vartheta}\right) \quad \text{für } \vartheta \geq 0^\circ\text{C} \quad (2.53)$$

mit den Parametern

$$p_0 = 610,78 \text{ Pa} \quad \text{und} \quad c_1 = 17,08085 \quad \text{bzw.} \quad c_2 = 234,175^\circ\text{C}$$

aus Sonntag (1990), zitiert in Trogisch und Franzke (2012), verwendet. Mit diesen Parametern erreicht die Magnus-Formel im zuvor genannten Bereich einen Fehler kleiner 0,22 % bei gleichzeitiger Reduzierung des numerischen Aufwandes. Die begrenzte Aufnahmefähigkeit feuchter Luft für Wasserdampf ist in Bild 2.15 dargestellt. Mit dieser Form der Darstellung lassen sich die Zustandsänderungen des in der ungesättigten Luft enthaltenen Wasserdampfs verfolgen. Eine Erhöhung des Feuchtigkeitsgehalts der Luft durch isotherme Zugabe von Wasserdampf lässt sich durch eine Isotherme, d. h. eine vertikale Linie durch den Zustand (ϑ, p_D) darstellen. Der ungesättigten Luft kann so lange Dampf hinzugefügt werden, bis die Isotherme auf der Dampfdruckkurve endet. Hier hat der Partialdruck $p_D = p_{DS}(\vartheta)$ seinen Maximalwert erreicht und die feuchte Luft ist gesättigt. Bei einer weiteren Erhöhung entsteht bei $\vartheta > 0,01^\circ\text{C}$ gesättigte Luft mit flüssigem Kondensat bzw. gesättigte Luft mit festem Kondensat bei $\vartheta < 0,01^\circ\text{C}$, d. h. die Luft enthält außer gesättigtem Wasserdampf mit $p_D = p_{DS}(\vartheta)$ noch Wasser in Form von Nebel oder flüssigem Niederschlag bzw. Eis als festförmiger Niederschlag.

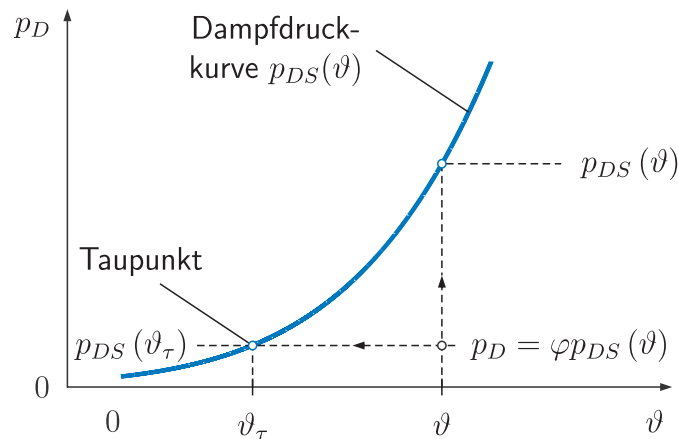


Bild 2.15: Dampfdruckkurve im p_D, ϑ -Diagramm mit Zustandsänderungen des Wasserdampfes nach (Baehr und Kabelac, 2012)

In dem vorliegenden Fall wird eine Temperaturänderung als isobare Zustandsänderung betrachtet. Hierbei bleibt die Masse m_D und der Partialdruck p_D des Wasserdampfs konstant und es ergibt sich die in Bild 2.15 eingezeichnete waagerechte Linie. Bei der Taupunkttemperatur ϑ_τ wird $p_D = p_{DS}(\vartheta)$, die Luft ist gesättigt und es bildet sich das erste Kondensat.

Über diesen Zusammenhang lässt sich die zu jedem Zustand der ungesättigten feuchten Luft dazugehörige Taupunkttemperatur ϑ_τ eindeutig bestimmen. Je größer der Partialdruck p_D und damit der Wassergehalt der feuchten Luft, desto höher liegt der Taupunkt ϑ_τ . Diese ist jedoch stets kleiner gleich der Lufttemperatur ϑ .

2.2.4.2 Absolute und relative Feuchte

Für ungesättigte feuchte Luft ist der Wasserdampfpartialdruck p_D kleiner als der Sättigungsdampfdruck p_{DS} bei gleicher Temperatur. Dieser Zustand der ungesättigten Luft kann durch die relative Feuchte φ beschrieben werden. Die relative Feuchte φ ist definiert als das Verhältnis von Wasserdampfpartialdruck zu Sättigungsdampfdruck.

$$\varphi = \frac{p_D}{p_{DS}} \quad (2.54)$$

Für trockene Luft ist die relative Feuchtigkeit $\varphi = 0\%$ und für gesättigte Luft ist $\varphi = 100\%$. An dieser Stelle ist jedoch zu beachten, dass der Begriff der relativen Feuchte seine Bedeutung verliert, sobald die Temperatur der feuchten Luft die dem Gesamtdruck p_G zugeordnete Sättigungstemperatur überschreitet. Alternativ zur relativen Feuchte werden in der Literatur auch der Feuchtegrad oder die Wasserbeladung bzw. die absolute Feuchte x zur Kennzeichnung der Gemischzusammensetzung verwendet. Diese Begriffe sind in der vorliegenden Arbeit synonym und werden austauschbar verwendet. Der Feuchtegrad x ergibt sich zu

$$x = \frac{m_D}{m_L} \quad (2.55)$$

und gibt an, welche Wassermenge bezogen auf 1 kg trockener Luft bzw. in $(1+x)$ kg feuchter Luft enthalten ist. Völlig trockene Luft hat den Feuchtegrad $x = 0$ und für reines Wasser geht $x \rightarrow \infty$. Für die Gesamtmasse $m_{L,f}$ der feuchten Luft gilt die Massenbilanz

$$m_{L,f} = m_L + m_D = m_L (1 + x). \quad (2.56)$$

Für ungesättigte feuchte Luft kann der Feuchtegehalt x nach Gleichung (2.55) mit den Massen der trockenen Luft und des Wasserdampfes aus Gleichung (2.50a) berechnet werden.

$$x = \frac{m_D}{m_L} = \frac{R_L p_D}{R_D p_L} = \frac{R_L}{R_D} \frac{p_D}{p_G - p_D} \quad (2.57)$$

Wird Gleichung (2.57) umgeformt, ergibt sich der Wasserdampfpartialdruck p_D

$$p_D = p_G \cdot \frac{x}{\frac{R_L}{R_D} + x} \quad (2.58)$$

in Abhängigkeit des Feuchtegehalts. Durch Einsetzen des Sättigungsdampfdrucks p_{DS} in Gleichung (2.57) kann die Höchstmenge an Feuchtigkeit x_S

$$x_S = \frac{R_L}{R_D} \frac{p_{DS}}{p_G - p_{DS}}, \quad (2.59)$$

die dampfförmig in der Luft enthalten sein kann, bestimmt werden.

2.2.4.3 Verdunstungsmodell

Der Phasenübergang vom flüssigen zum gasförmigen Aggregatzustand wird in einem Mehrstoffsystem ganz allgemein mit Verdunsten bezeichnet. Verdunsten ist ein Ausgleichsvorgang, bei der die Flüssigkeit ein Partialdruckgefälle der verdampften Flüssigkeit zwischen der Oberfläche der flüssigen Phase und dem Gasraum ausgleicht, um im Gasraum den Sättigungszustand herzustellen. Für die Herleitung eines Verdunstungs- bzw. Diffusionsmodells werden die in Bild 2.16 dargestellten Modellannahmen getroffen. In einem adiabaten Verdunstungskanal strömt ein ungesättigter Luftstrom $\dot{m}_L$ mit der Beladung x über eine offene Wasserfläche. Die Temperatur des Luftstroms sei ϑ_L und ϑ_W die Temperatur der Wasserfläche. Unmittelbar über der Wasseroberfläche bildet sich in der Luft eine Grenzschicht, deren Temperatur der des Wassers ϑ_W entspricht. Diese Grenzschicht ist mit Feuchtigkeit gesättigt und kann daher keinen weiteren Wasserdampf aufnehmen. Der Feuchtegrad dieser Grenzschicht wird mit x_S bezeichnet. Hervorgerufen durch die Differenz der Feuchtegrade $x_S - x$ stellt sich zwischen der gesättigten Grenzschicht und dem Luftstrom $\dot{m}_L$ ein Dampfmassenstrom $\dot{m}_D$ ein.

$$\dot{m}_D = \sigma (x_S - x) A \quad (2.60)$$

Dieser Dampfmassenstrom $\dot{m}_D$ ist proportional zu der Verdunstungsfläche A . In Analogie zu dem in Abschnitt 2.2.3.2 eingeführten Wärmeübergangskoeffizienten α , wird für diesen Stoffübergang der Verdunstungskoeffizient σ als Proportionalitätsfaktor definiert.

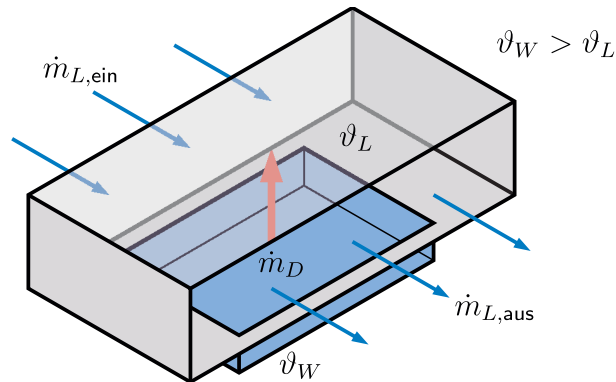


Bild 2.16: Modellvorstellung zur Erläuterung des Verdunstungsvorgangs

Zur Verdunstung wird dem Bad der Wärmestrom $\dot{Q}_V$ entzogen und führt so zur Abkühlung des Wassers

$$\dot{Q}_V = \dot{m}_D \Delta h. \quad (2.61)$$

Dabei ist $\Delta h = h_D - h_F$ die spezifische Verdampfungswärme des Wassers. Für die spezifische Enthalpie des Wasserdampfes h_D gilt

$$h_D = c_{pD} t + h_0 \quad \text{mit} \quad c_{pD} = 1,905 \text{ kJ}/(\text{kg K}) \quad (2.62)$$

und der spezifischen Verdampfungswärme $h_0 = 2500,9 \text{ kJ/kg}$ des Wassers. Die spezifische Enthalpie des flüssigen Wassers h_F ist

$$h_F = c_F t \quad \text{mit} \quad c_F = 4,19 \text{ kJ}/(\text{kg K}). \quad (2.63)$$

Für ungesättigte feuchte Luft ist die Enthalpie eine Funktion von der Temperatur t und der Beladung x

$$h = h_L + x h_D \quad \text{bzw.} \quad h = (c_{pL} + x \cdot c_{pD}) t + h_0 x. \quad (2.64)$$

Aus dieser Beziehung kann die spezifische Wärmekapazität c_p der feuchten Luft direkt abgeleitet werden

$$c_p = c_{pL} + x \cdot c_{pD}. \quad (2.65)$$

c_p ist bezogen auf 1 kg trockene Luft oder bezogen auf $1 + x$ kg feuchte Luft.

2.3 Zwischenfazit

Die Entwicklung eines hochperformanten Regelalgorithmus setzt neben der Kenntnis über den zu regelnden Prozess auch auf geeignete mathematische Beschreibungsformen, die das relevante Systemverhalten wiedergeben und berechenbar machen. Ziel der regelungstechnischen Modellierung ist es daher, das dynamische Verhalten des zu regelnden Prozesses in einem hinreichend genauen Modell abzubilden.

Je nach Vorwissen über das zu modellierende System existieren zwei verschiedene Ansätze. Bei der experimentellen Modellbildung wird das Systemverhalten aufgrund von gemessenen Ein- und Ausgangssignalen modelliert. Das innere Systemverhalten ist hierbei nicht bekannt, weshalb solche Modelle auch Black-Box-Modelle genannt werden. Bei der theoretischen Modellbildung wird das Systemverhalten durch mathematische Gleichungen beschrieben, welche die inneren Systemzusammenhänge abbilden. Da diese in diesem Fall bekannt sind, werden diese Modelle auch White-Box-Modelle genannt. Diese physikalischen, chemischen oder geometrischen Zusammenhänge, wie sie bei technischen Systemen vorkommen, führen daher häufig zu einer mathematischen Beschreibung durch Differentialgleichungen bzw. einer Darstellung im Zustandsraum.

Sind die inneren Wirkzusammenhänge eines technischen Prozesses prinzipiell bekannt und lassen sich beispielsweise durch physikalische Gleichungen beschreiben, aber es fehlen die wesentlichen Parameter zur vollständigen Beschreibung, so kann es bei der regelungstechnischen Modellierung erforderlich sein, eine Kombination der zuvor genannten Modellierungsansätze anzuwenden. Dabei wird die Modellstruktur durch die beispielsweise physikalischen Gesetzmäßigkeiten festgelegt und die unbekannten Parameter durch Auswertung von gemessenen Signalen des realen Prozesses bestimmt. Zur Herleitung eines physikalischen Modells werden im Rahmen dieser Arbeit die Schritte – Systemzerlegung, Komponentenmodelle, Koppelbeziehungen und Modellumformung – vorgeschlagen.

Die zu Beginn dieser Arbeit vorgestellten thermischen Prozesse deuten darauf hin, dass diese auf der Basis physikalisch begründeter Gesetzmäßigkeiten sowohl stationär als auch dynamisch beschrieben werden können. Basierend auf dem ersten Hauptsatz der Thermodynamik

für geschlossene System ist es möglich, die Energiebilanz für thermische Systeme und Komponenten aufzustellen. Aufgrund von Wärmeübertragung, in Form von – Wärmeleitung, Wärmestrahlung und/oder Konvektion – wird die Systemtemperatur beeinflusst. Die Änderung der Systemtemperatur kann in Abhängigkeit der Wärmekapazität berechnet werden. Bei einigen thermischen Prozessen, wie z. B. der thermischen Konditionierung und Umweltsimulation ist neben der Systemtemperatur auch der Feuchtegehalt von Bedeutung. Beide Größen sind über den Sättigungsdampfdruck gekoppelt und stehen daher im direkten Zusammenhang.

Die einzelnen Ergebnisse dieses Abschnitt werden in den Kapiteln 4 und 5 angewendet um ein Gesamtmodell der jeweiligen Prozesse zu entwickeln. Dieses Gesamtmodell bildet die Grundlage des im Rahmen dieser Arbeit angewendeten modellbasierten prädiktiven Regelalgorithmus, dessen Prinzip im folgenden Abschnitt dargestellt wird.

3 Modellbasierte prädiktive Regelung thermischer Prozesse

Wie bereits einleitend erwähnt, ist eine genaue und zuverlässige Prozessregelung wesentliche Voraussetzung für eine gleichbleibende Prozessqualität. Im Rahmen dieser Arbeit wird ein linearer zeitvarianter modellbasierter prädiktiver Regelalgorithmus (LTV-MPR) zur Optimierung des dynamischen Verhaltens von thermischen Prozessen verwendet. Hierbei findet die im vorangegangenen Kapitel beschriebene Methodik zur Modellierung sowie die beschriebenen thermodynamischen Grundlagen ihre Anwendung. Das Modell wird hierbei, wie in Bild 3.1 gezeigt, nicht nur für den Entwurf und die Auslegung verwendet, sondern ist integraler Bestandteil bei der Berechnung der Stellgröße.

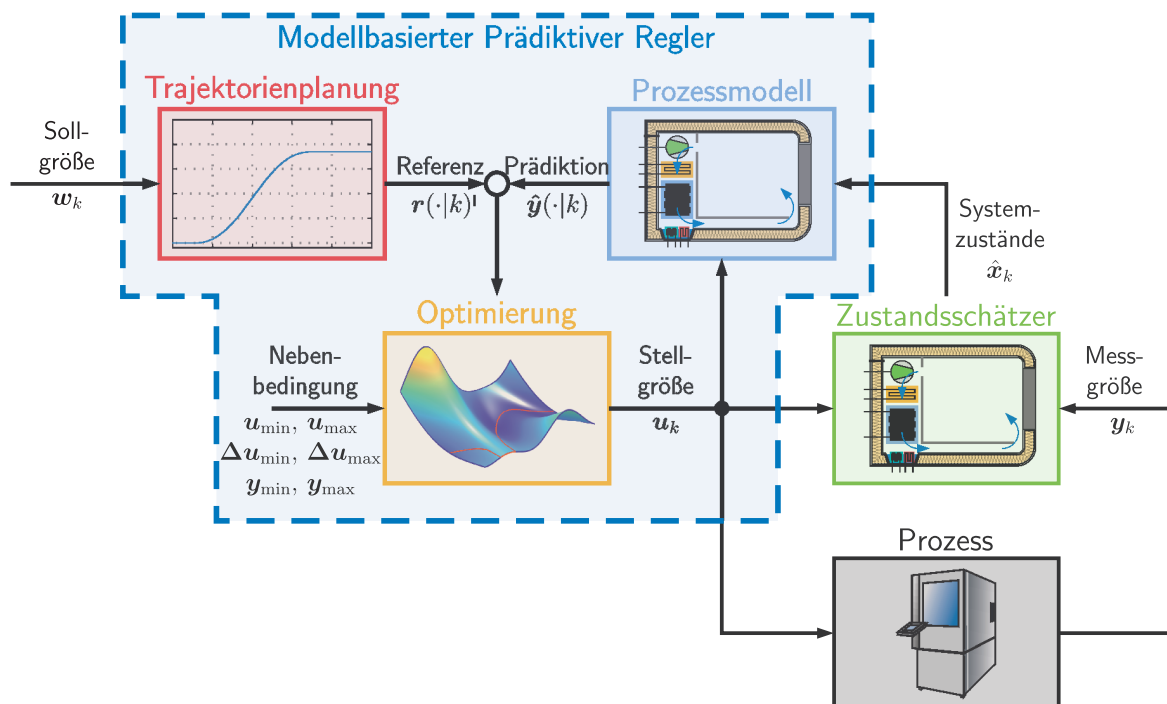


Bild 3.1: Darstellung des umgesetzten Regelalgorithmus am Beispiel der Umweltsimulation

Die modellbasierte prädiktive Regelung ist ein Verfahren der Optimalregelung und basiert auf der sequentiellen Lösung eines Optimalsteuerungsproblems. Einen Überblick über Verfahren der MPR ist beispielsweise in Abel (2012); Maciejowski (2002) oder Rossiter (2003) zu finden.

Der im Folgenden vorgestellte Ansatz wird unter dem Gesichtspunkt betrachtet, dass die zugrunde liegende Regelungsaufgabe eine Optimierung mit quadratischem Gütefunktional unter Berücksichtigung von linearen Nebenbedingungen darstellt, für die die folgenden Aspekte zu berücksichtigen sind

- die Regelstrecke ist ein nichtlineares Mehrgrößensystem
- die Stell- und Regelgrößen sind Beschränkungen unterworfen
- der Prozess wird über weite Arbeitsbereiche betrieben
- die zukünftigen Sollwertverläufe sind näherungsweise bekannt und
- der Regler muss eine gute Sollwertfolge in engen Grenzen gewährleisten.

Während der erste Punkt eine hohe Abtastrate und einen langen Prädiktionshorizont verlangt, folgt aus dem zweiten und dritten Punkt, dass auch der Stellhorizont ausreichend lang zu wählen ist, damit die Optimierung über genügend Freiheitsgrade verfügt. Die letzten beiden Aspekte motivieren letztendlich die Anwendung eines effizienten MPR-Verfahrens, das im weiteren Verlauf beschrieben wird.

3.1 Regelungstechnische Grundlagen

Die im Rahmen dieser Arbeit verwendete Methode der LTV-MPR erfordert die Darstellung des dynamischen Systems

$$\frac{d}{dt}\mathbf{X}(t) = \mathbf{f}(\mathbf{X}(t), \mathbf{U}(t), \mathbf{Z}(t)) \quad (3.1a)$$

$$\mathbf{Y}(t) = \mathbf{g}(\mathbf{X}(t), \mathbf{U}(t), \mathbf{Z}(t)) \quad (3.1b)$$

als lineares affines, zeitdiskretes Zustandsraummodell in der allgemeinen Form

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{A}_D \mathbf{x}(k) + \mathbf{B}_D \mathbf{u}(k) + \mathbf{E}_D \mathbf{z}(k) + \mathbf{\Gamma}_D \quad (3.2a)$$

$$\mathbf{y}(k) = \mathbf{C}_D \mathbf{x}(k). \quad (3.2b)$$

Aufgrund der Nichtlinearität der in dieser Arbeit untersuchten thermischen Prozesse (siehe dazu auch Kapitel 4 bzw. Kapitel 5) steht daher zu Beginn die Näherung des nichtlinearen Modells (2.4) in einem Arbeitspunkt (AP)

$$AP = (\mathbf{X}(t_0) = \mathbf{X}_0, \mathbf{U}(t_0) = \mathbf{U}_0, \mathbf{Z}(t_0) = \mathbf{Z}_0) \quad (3.3)$$

durch ein lineares, zeitinvariantes Modell (LTI-System) (in Absolutgrößen definiert)

$$\frac{d}{dt}\mathbf{X}(t) = \mathbf{A} \cdot \mathbf{X}(t) + \mathbf{B} \cdot \mathbf{U}(t) + \mathbf{E} \cdot \mathbf{Z}(t) + \mathbf{\Gamma} \quad (3.4a)$$

$$\mathbf{Y}(t) = \mathbf{C} \cdot \mathbf{X}(t) + \mathbf{D} \cdot \mathbf{U}(t) + \mathbf{F} \cdot \mathbf{Z}(t) + \mathbf{\Pi} \quad (3.4b)$$

mit der gleichen Anzahl an zeitkontinuierlichen Zuständen. Anschließend kann diese Form der Zustandsraumdarstellung in die zeitdiskrete Zustandsraumdarstellung aus Gleichung (3.2) überführt werden.

3.1.1 Linearisierung der Zustandsraumdarstellung

Die Grundidee der Linearisierung besteht in der Taylor-Reihenentwicklung, wobei die Reihenentwicklung nach dem linearen Term abgebrochen wird. Dadurch gelingt es in vielen Fällen eine nichtlineare Funktion hinreichend genau zu approximieren. Da diese Methodik ebenfalls auf nichtlineare Differentialgleichungen anwendbar ist, kann ausgehend von der allgemeinen Darstellung aus Gleichung (3.1) eine Taylorreihe um einen beliebigen Arbeitspunkt $(\mathbf{X}_0, \mathbf{U}_0, \mathbf{Z}_0)$ entwickelt werden

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}\mathbf{X} &= \mathbf{f}(\mathbf{X}_0, \mathbf{U}_0, \mathbf{Z}_0) \\ &+ \left. \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{X}} \right|_{\mathbf{X}_0, \mathbf{U}_0, \mathbf{Z}_0} (\mathbf{X} - \mathbf{X}_0) + \left. \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{U}} \right|_{\mathbf{X}_0, \mathbf{U}_0, \mathbf{Z}_0} (\mathbf{U} - \mathbf{U}_0) + \left. \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{Z}} \right|_{\mathbf{X}_0, \mathbf{U}_0, \mathbf{Z}_0} (\mathbf{Z} - \mathbf{Z}_0) + \dots \end{aligned} \quad (3.5a)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{Y} &= \mathbf{g}(\mathbf{X}_0, \mathbf{U}_0, \mathbf{Z}_0) \\ &+ \left. \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \mathbf{X}} \right|_{\mathbf{X}_0, \mathbf{U}_0, \mathbf{Z}_0} (\mathbf{X} - \mathbf{X}_0) + \left. \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \mathbf{U}} \right|_{\mathbf{X}_0, \mathbf{U}_0, \mathbf{Z}_0} (\mathbf{U} - \mathbf{U}_0) + \left. \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \mathbf{Z}} \right|_{\mathbf{X}_0, \mathbf{U}_0, \mathbf{Z}_0} (\mathbf{Z} - \mathbf{Z}_0) + \dots \end{aligned} \quad (3.5b)$$

Bei Vernachlässigung der Terme mit den höheren Ableitungen ergibt sich

$$\frac{d}{dt}\mathbf{X} \approx \mathbf{A}\mathbf{X} + \mathbf{B}\mathbf{U} + \mathbf{E}\mathbf{Z} + \mathbf{\Gamma} \quad (3.6a)$$

$$\mathbf{Y} \approx \mathbf{C}\mathbf{X} + \mathbf{D}\mathbf{U} + \mathbf{F}\mathbf{Z} + \mathbf{\Pi} \quad (3.6b)$$

mit

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}\mathbf{X}_0 &= \mathbf{f}(\mathbf{X}_0, \mathbf{U}_0, \mathbf{Z}_0), \quad \mathbf{A} = \left. \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{X}} \right|_{\mathbf{X}_0, \mathbf{U}_0, \mathbf{Z}_0}, \quad \mathbf{B} = \left. \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{U}} \right|_{\mathbf{X}_0, \mathbf{U}_0, \mathbf{Z}_0}, \quad \mathbf{E} = \left. \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{Z}} \right|_{\mathbf{X}_0, \mathbf{U}_0, \mathbf{Z}_0} \\ \mathbf{Y}_0 &= \mathbf{g}(\mathbf{X}_0, \mathbf{U}_0, \mathbf{Z}_0), \quad \mathbf{C} = \left. \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \mathbf{X}} \right|_{\mathbf{X}_0, \mathbf{U}_0, \mathbf{Z}_0}, \quad \mathbf{D} = \left. \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \mathbf{U}} \right|_{\mathbf{X}_0, \mathbf{U}_0, \mathbf{Z}_0}, \quad \mathbf{F} = \left. \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \mathbf{Z}} \right|_{\mathbf{X}_0, \mathbf{U}_0, \mathbf{Z}_0} \end{aligned}$$

sowie den affinen Termen

$$\mathbf{\Gamma} = \frac{d}{dt}\mathbf{X}_0 - \mathbf{A}\mathbf{X}_0 - \mathbf{B}\mathbf{U}_0 - \mathbf{E}\mathbf{Z}_0 = \text{konst.}$$

und

$$\mathbf{\Pi} = \mathbf{Y}_0 - \mathbf{C}\mathbf{X}_0 - \mathbf{D}\mathbf{U}_0 - \mathbf{F}\mathbf{Z}_0 = \text{konst.}$$

Dabei sind die Variablen $\mathbf{U}$, $\mathbf{X}$, $\mathbf{Y}$ und $\mathbf{Z}$ als Absolutgrößen zu verstehen. In Abweichungsgrößen $\mathbf{u} = \mathbf{U} - \mathbf{U}_0$, $\mathbf{x} = \mathbf{X} - \mathbf{X}_0$, $\mathbf{y} = \mathbf{Y} - \mathbf{Y}_0$ und $\mathbf{z} = \mathbf{Z} - \mathbf{Z}_0$ kann die Linearisierung wie folgt dargestellt werden

$$\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial t} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u} + \mathbf{E}\mathbf{z} + \mathbf{\Gamma} \quad \text{mit} \quad \mathbf{\Gamma} = \frac{d}{dt}\mathbf{X}_0 = \text{konst.} \quad (3.8a)$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{C}\mathbf{x} + \mathbf{D}\mathbf{u} + \mathbf{F}\mathbf{z}. \quad (3.8b)$$

Kann bei der Linearisierung um den Entwicklungspunkt $(\mathbf{X}_0, \mathbf{U}_0, \mathbf{Z}_0)$ von einer Linearisierung um einen stationären Punkt ausgegangen werden, ergibt sich als Spezialfall die sogenannte Kalmanform in Abweichungsgrößen und es gilt $\mathbf{\Gamma} = d\mathbf{X}_0/dt = 0$. Da sowohl der direkte Durchgriff der Eingangsgrößen als auch der direkte Durchgriff der Störgrößen, hier durch die Matrizen $\mathbf{D}$ bzw. $\mathbf{F}$ abgebildet, bezogen auf die Modellbildung keinerlei Rolle spielt, werden diese von nun an vernachlässigt.

Ist eine analytische Linearisierung der durch die Modellbildung in Kapitel 2 entstandenen Beschreibungsform auf Grund ihrer Größe und Komplexität nicht oder nur sehr aufwändig realisierbar, kann diese numerisch genähert werden. Mit Hilfe der numerischen Differentiation kann näherungsweise die Ableitung einer Funktion $f(x)$ bestimmt werden. Zur Berechnung existieren in der Literatur verschiedene Methoden und Algorithmen. Hierbei wird im wesentlichen unterschieden, ob die Ableitungsfunktion gegeben ist oder die Funktion selbst nur indirekt, d. h. über Messwerte, zur Verfügung steht. Im Rahmen dieser Arbeit soll jedoch nicht auf die einzelnen Methoden eingegangen werden, lediglich das Prinzip der numerischen Berechnung soll anhand eines beispielhaften Algorithmus dargestellt werden. Der interessierte Leser sei an dieser Stelle auf die weiterführende Literatur, wie z. B. Bronstejn (2013) oder Hoffmann u. a. (2005, 2006), verwiesen.

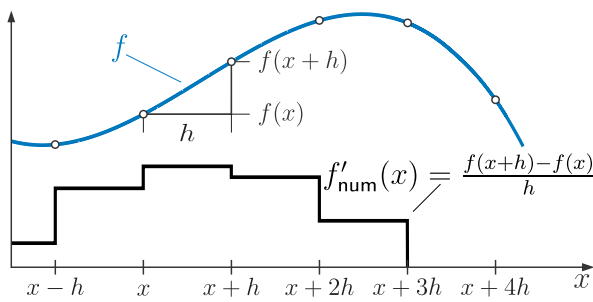


Bild 3.2: Numerische Differentiation mit Vorwärtsdifferenzenquotienten

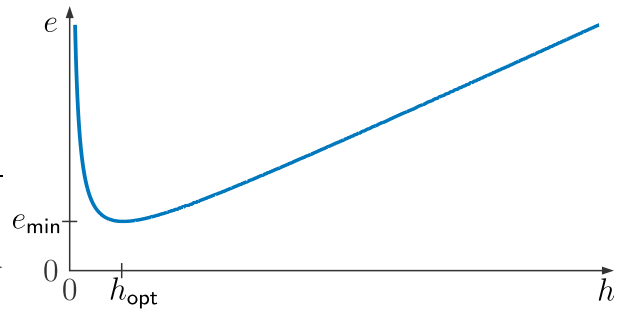


Bild 3.3: Fehlerverhalten der numerischen Differentiation

Ein naheliegender Ansatz zur Berechnung der numerischen Differentiation ist die Verwendung des in Bild 3.2 dargestellten Vorwärtsdifferenzenquotienten (vgl. Erven, 2011)

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \approx \frac{f(x+h) - f(x)}{h}. \quad (3.9)$$

Wie in dieser Darstellung zu erkennen ist, führt eine Verkleinerung der Schrittweite h zu einem genaueren Ableitungswert. Hierbei ist jedoch zu beachten, dass der Rundungsfehler umgekehrt proportional zur Schrittweite ist und daher bei Verkleinerung von h größer wird. Demnach gibt es, wie in Bild 3.3 gezeigt, eine optimale Schrittweite h_{opt} , bei der der Gesamtfehler e am kleinsten ist. Diese Berechnungsvorschrift kann auch auf vektorwertige Funktionen erweitert und zur Bestimmung der partiellen Ableitungen herangezogen werden.

Nach der Entwicklung eines linearen Zustandsraummodells kann dies in eine zeitdiskrete Darstellung überführt werden.

3.1.2 Diskretisierung der Zustandsraumdarstellung

Für den verwendeten Algorithmus wird, wie zuvor genannt, die lineare affine Darstellung im zeitdiskreten Zustandsraum

$$\hat{\mathbf{x}}(k+1) = \mathbf{A}_D \hat{\mathbf{x}}(k) + \mathbf{B}_D \mathbf{u}(k) + \mathbf{E}_D \mathbf{z}(k) + \mathbf{\Gamma}_D \quad (3.10a)$$

$$\hat{\mathbf{y}}(k) = \mathbf{C}_D \hat{\mathbf{x}}(k) \quad (3.10b)$$

verwendet, mit dem sich der Systemzustand $\hat{\mathbf{x}}(k+j)$ und die Regelgrößen $\hat{\mathbf{y}}(k+j)$ ausgehend von dem Systemzustand $\hat{\mathbf{x}}$ sowie den Werten der Stell- und Störgrößen $\mathbf{u}$ bzw. $\mathbf{z}$ aus dem vorhergehenden diskreten Zeitschritt $k+j-1$ berechnen lässt. Die Notation $\{\hat{\cdot}\}$ deutet dabei an, dass es sich um eine modellierte bzw. berechnete Größe handelt, die i. Allg. von der realen Größe $\{\cdot\}$ abweicht. Die Matrizen

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_D &= e^{\mathbf{A}T_s}, & \mathbf{B}_D &= \mathbf{A}^{-1} (e^{\mathbf{A}T_s} - \mathbf{I}) \mathbf{B}, & \mathbf{C}_D &= \mathbf{C} \\ \mathbf{E}_D &= \mathbf{A}^{-1} (e^{\mathbf{A}T_s} - \mathbf{I}) \mathbf{E}, & \mathbf{\Gamma}_D &= \mathbf{A}^{-1} (e^{\mathbf{A}T_s} - \mathbf{I}) \mathbf{\Gamma}, \end{aligned}$$

des zeitdiskreten Zustandsraummodells 3.10 können, unter der Voraussetzung $\det \mathbf{A} \neq 0$, aus den Matrizen $\mathbf{A}$, $\mathbf{B}$, $\mathbf{C}$, $\mathbf{E}$ und $\mathbf{\Gamma}$ der zeitkontinuierlichen Zustandsbeschreibung 3.4 sowie der Abtastzeit T_s bestimmt werden, wobei $\mathbf{I}$ eine Einheitsmatrix mit der Dimension $n \times n$ bezeichnet (vgl. Lunze, 2016a).

3.2 Modellbasierte Prädiktive Regelung

Die Grundidee eines zeitdiskreten modellbasierten prädiktiven Regelungssystems besteht i. Allg. darin, die Prozessausgänge $\hat{\mathbf{y}}(k+j|k)$, $j = H_1, \dots, H_2$ in Abhängigkeit von zukünftigen Stellgrößen $\mathbf{u}(\cdot|k)$, durch Verwendung eines internen Streckenmodells, über einen endlichen Prädiktionshorizont der Länge $H_P = H_2 - H_1 + 1$, vorherzusagen (siehe Bild 3.4).

Ausgehend von dieser Prädiktion werden die Stellgrößenänderungen $\Delta \mathbf{u}_{\text{opt}}(\cdot|k)$ über einem endlichen Stellhorizont der Länge H_U so gewählt, dass eine Kostenfunktion J unter Einhaltung von Nebenbedingungen minimiert wird

$$\Delta \mathbf{u}_{\text{opt}}(\cdot|k) = \arg \min_{\Delta \mathbf{u}(\cdot|k)} J(\Delta \mathbf{u}(\cdot|k)). \quad (3.11)$$

Der Charakter einer Regelung wird dadurch erreicht, dass das Optimalsteuerungsproblem (3.11) zu jedem Zeitpunkt $k+j \triangleq t+jT_s$ mit dem jeweils aktuellen Zustand $\mathbf{x}(k)$ wiederholt wird. Dadurch ergibt sich eine optimale Eingangsschrittfolge

$$\Delta \mathbf{u}_{\text{opt}}(\cdot|k) = \begin{pmatrix} \Delta \mathbf{u}_{\text{opt}}(k|k) \\ \vdots \\ \Delta \mathbf{u}_{\text{opt}}(k+H_U-1|k) \end{pmatrix}. \quad (3.12)$$

Letztlich gibt der prädiktive Regler zu jedem Abtastschritt die Stellgröße

$$\mathbf{u}(k|k) = \mathbf{u}(k-1) + \Delta \mathbf{u}_{\text{opt}}(k|k) \quad (3.13)$$

an den Prozess, wobei $\mathbf{u}(k-1)$ die Stellgröße zum Zeitpunkt $(k-1)$ beschreibt. Im nächsten Zeitschritt wird die Berechnung von $\mathbf{u}(k|k)$ wiederholt, wobei der Zeitbereich der Prädiktion um einen Abtastschritt verschoben wird. Die verwendete Notation $\{\cdot\}(k+j|k)$ bezeichnet den prädizierten oder angenommenen Wert der Variablen $\{\cdot\}$ zum Zeitpunkt $k+j$ ausgehend vom Zeitpunkt k . Die Notation $(\cdot|k)$ bezeichnet weiterhin den gesamten prädizierten oder angenommenen Werteverlauf einer Größe ausgehend vom Zeitpunkt k .

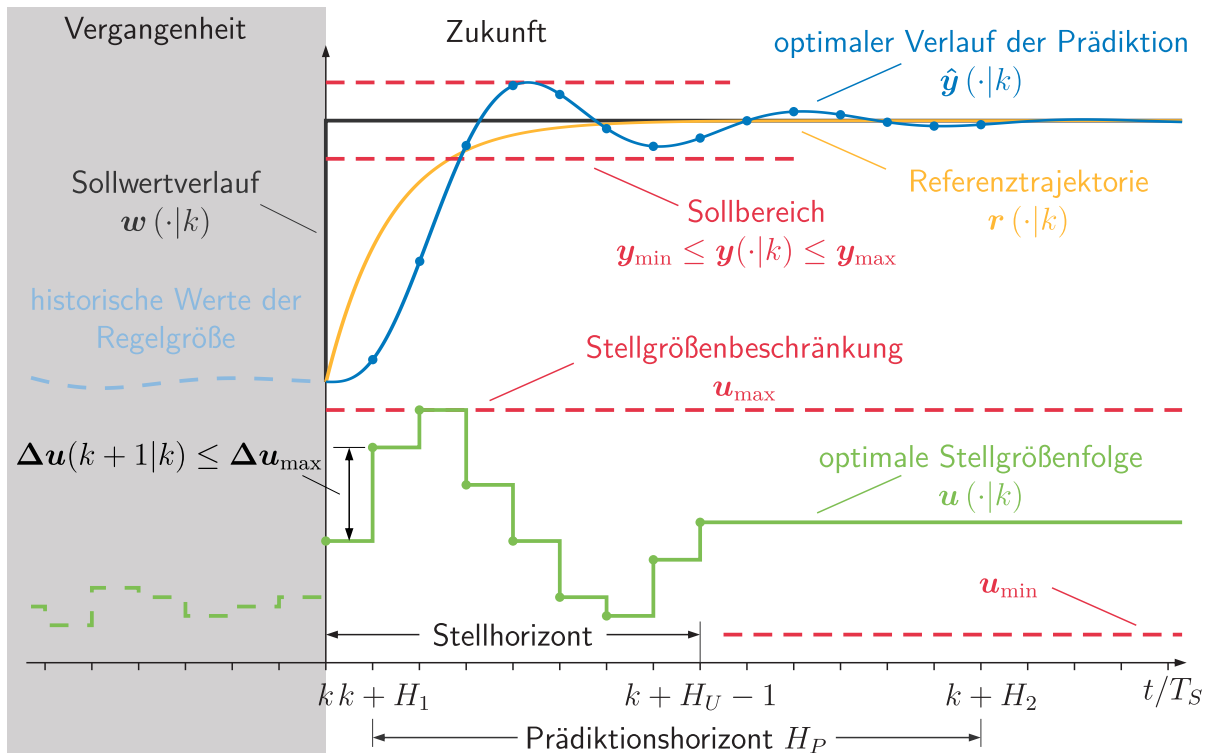


Bild 3.4: Prinzip der MPR: In jedem Zeitschritt optimierte Stellgrößentrajektorie über einem zurückweichenden Horizont (in Anlehnung an Abel, 2012)

Explizite Beschränkungen der Stellgrößen bzw. der Stellgrößenänderung, wie z. B. die in Bild 3.4 dargestellten Grenzen $u_{\min} \leq u(\cdot|k) \leq u_{\max}$ bzw. $\Delta u_{\min} \leq \Delta u(\cdot|k) \leq \Delta u_{\max}$, lassen sich neben Beschränkungen der Zustandsgrößen ebenso wie Beschränkungen der Regelgröße, wie z. B. ein vorgegebener Sollwertbereich in Form von $y_{\min} \leq y(\cdot|k) \leq y_{\max}$, wie zu Beginn dieses Kapitels angeführt, in der Formulierung des Optimierungsproblems berücksichtigen.

Hinweis: Für die Prädiktion wird der messbare Störgrößenvektor $z(k)$ als konstant angenommen und es gilt $z(k-1) = z(k|k) = \dots = z(k+H_U-1|k)$. Es wird weiterhin angenommen, dass der Stellhorizont H_U stets kleiner gleich dem Prädiktionshorizont H_P ist. Für alle $j \geq H_U$ gilt demnach $\Delta u(k+j|k) = 0$ und $u(k+j|k) = u(k+H_U-1|k)$.

3.2.1 Formulierung des Optimierungsproblems

Wie bereits in Gleichung (3.11) angeführt, erfolgt die Berechnung der Änderung des Stellgrößenvektors $\Delta \mathbf{u}(\cdot | k)$ über die Minimierung einer Kostenfunktion $J(\Delta \mathbf{u}(\cdot | k))$. Für die Formulierung der Kostenfunktion existieren unterschiedliche Möglichkeiten. Neben der Bewertung der zukünftigen Regeldifferenz und dem Stellaufwand können auch Grenzwerte für Stell- und Regelgrößen in Form von Nebenbedingungen sowie betriebswirtschaftliche Kriterien eingebracht werden.

Ein mögliches Kostenfunktional ist nach Maciejowski (2002) definiert als Quadratsumme aus der Abweichung des prädizierten Ausgangsgrößenverlaufs $\hat{\mathbf{y}}(\cdot | k)$ von einem zukünftigen Sollwertverlauf $\mathbf{r}(\cdot | k)$ (3.14a) und der Stellgrößenänderungen $\Delta \mathbf{u}(\cdot | k)$ (3.14b) sowie der absoluten Stellgrößen $\mathbf{u}(\cdot | k)$ (3.14c)

$$J(\Delta \mathbf{u}(\cdot | k)) = \sum_{j=H_1}^{H_2} \|\hat{\mathbf{y}}(k+j|k) - \mathbf{r}(k+j|k)\|_{\mathbf{Q}(j)}^2 \quad (3.14a)$$

$$+ \sum_{j=0}^{H_U-1} \|\Delta \mathbf{u}(k+j|k)\|_{\mathbf{R}(j)}^2 \quad (3.14b)$$

$$+ \sum_{j=0}^{H_U-1} \|\mathbf{u}(k+j|k)\|_{\mathbf{S}(j)}^2. \quad (3.14c)$$

Alle Einträge der Wichtungsmatrizen $\mathbf{Q}(j)$, $\mathbf{R}(j)$ und $\mathbf{S}(j)$ sind größer gleich Null. Aufgrund der Abhängigkeit von j ist es möglich, die einzelnen Fehlerterme über die Zeit unterschiedlich zu wichten, beispielsweise einen Fehler zu Beginn des Prädiktionshorizontes stärker als im unmittelbar folgenden Zeitschritt.

3.2.1.1 Stellgrößenvektor

Der absolute Stellgrößenverlauf kann über einen Vektor der Stellgrößenänderungen $\Delta \mathbf{u}$ beschrieben werden. Der Stellgrößenwert im Zeitschritt k ergibt sich in Abweichungsgrößen aus dem Zusammenhang

$$\mathbf{u}(k+j|k) = \mathbf{u}(k-1) + \sum_{i=0}^j \Delta \mathbf{u}(k+i|k) \quad (3.15)$$

wobei $\Delta \mathbf{u} \in \mathbb{R}^m$ und m der Anzahl an Stellgrößen entspricht. Der Gesamtverlauf der Stellgrößenänderung kann somit durch den Vektor

$$\Delta \mathbf{u}(\cdot | k) = \begin{pmatrix} \Delta \mathbf{u}(k|k) \\ \vdots \\ \Delta \mathbf{u}(k+H_U-1|k) \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{m \cdot H_u}, \quad (3.16)$$

festgelegt werden.

Um die Stellgröße $\mathbf{u}$ in Abweichungsgrößen durch eine Gewichtung bewerten zu können, kann der Verlauf $\mathbf{u}(\cdot|k)$ aus den Änderungen $\Delta\mathbf{u}(\cdot|k)$ gemäß dem Zusammenhang aus Gleichung (3.17) berechnet werden

$$\mathbf{u}(\cdot|k) = \mathbf{u}(k-1) + \mathbf{T}_{\text{Abs}} \cdot \Delta\mathbf{u}(\cdot|k). \quad (3.17)$$

Hierbei entspricht $\mathbf{T}_{\text{Abs}}$ einer mit dem Wert Eins, dünn und diagonal besetzten, quadratischen Matrix mit der Dimension $m \cdot H_U$. Diese kann nach folgender Gesetzmäßigkeit gebildet werden

$$\mathbf{T}_{\text{Abs}}(i, j) = 1 \quad \text{für } i > j \quad \text{mit} \quad \begin{cases} k = 1, 2, \dots, m \\ i = (0, 1, \dots, m \cdot (H_U - 1)) + k \\ j = (0, 1, \dots, m \cdot (H_U - 1)) + k. \end{cases} \quad (3.18)$$

3.2.1.2 Ausgangsgrößenvektor

Mit der in Gleichung (3.2) dargestellten Beschreibungsform im zeitdiskreten Zustandsraum lässt sich bei gegebenem Stellgrößenänderungsvektor $\Delta\mathbf{u}(\cdot|k)$ der in die Kostenfunktion eingehende Ausgangsgrößenvektor

$$\hat{\mathbf{y}}(\cdot|k) = \underbrace{\mathbf{F}(\cdot|k)}_{\text{Vergangenheit}} + \underbrace{\mathbf{\Phi} \cdot \Delta\mathbf{u}(\cdot|k)}_{\text{Zukunft}} \quad (3.19)$$

berechnen. Der Ausgangsgrößenvektor

$$\hat{\mathbf{y}}(\cdot|k) = \begin{pmatrix} \hat{\mathbf{y}}(k + H_1 | k) \\ \vdots \\ \hat{\mathbf{y}}(k + H_2 | k) \end{pmatrix} \quad (3.20)$$

wird durch die Aneinanderreihung aller Ausgangsvektoren innerhalb des Prädiktionshorizontes $H_1 \dots H_2$ dargestellt. Die Matrix $\mathbf{\Phi}$ beschreibt das reine Ein-/Ausgangsverhalten und ist unabhängig vom Anfangszustand $\mathbf{x}_0$ und den vergangenen Stellgrößeneingriffen $\mathbf{u}(k-1)$. Sie ist definiert als

$$\mathbf{\Phi} = \begin{pmatrix} \Phi(H_1) & \dots & \Phi(H_1 - H_U + 1) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \Phi(H_2) & \dots & \Phi(H_2 - H_U + 1) \end{pmatrix}. \quad (3.21)$$

Die Elemente $\Phi(i)$ lassen sich über die Beziehung

$$\Phi(i) = \begin{cases} \mathbf{C}_D \left(\sum_{j=0}^{i-1} \mathbf{A}_D^j \right) \mathbf{B}_D & \text{für } i \geq 1 \\ 0 & \text{für } i < 1 \end{cases} \quad (3.22)$$

darstellen. Der Vektor $\mathbf{F}(\cdot | k)$ wird als freie Regelgröße bezeichnet und beschreibt den Verlauf der Ausgangsgröße für den Fall, dass der vorherige Wert der Stellgröße $\mathbf{u}(k-1)$ und der Störgröße $\mathbf{z}(k-1)$ beibehalten wird. Damit kann der Vektor $\mathbf{F}(\cdot | k)$ wie folgt zusammengefasst werden

$$\begin{aligned} \mathbf{F}(\cdot | k) = & \underbrace{\begin{pmatrix} \mathbf{C}_D \mathbf{A}_D^{H_1} \\ \vdots \\ \mathbf{C}_D \mathbf{A}_D^{H_2} \end{pmatrix}}_{\boldsymbol{\Omega}} \hat{\mathbf{x}}(k) + \underbrace{\begin{pmatrix} \mathbf{C}_D \left(\sum_{i=0}^{H_1-1} \mathbf{A}_D^i \right) \mathbf{B}_D \\ \vdots \\ \mathbf{C}_D \left(\sum_{i=0}^{H_2-1} \mathbf{A}_D^i \right) \mathbf{B}_D \end{pmatrix}}_{\boldsymbol{\Theta}_U} \mathbf{u}(k-1) \\ & + \underbrace{\begin{pmatrix} \mathbf{C}_D \left(\sum_{i=0}^{H_1-1} \mathbf{A}_D^i \right) \mathbf{E}_D \\ \vdots \\ \mathbf{C}_D \left(\sum_{i=0}^{H_2-1} \mathbf{A}_D^i \right) \mathbf{E}_D \end{pmatrix}}_{\boldsymbol{\Theta}_Z} \mathbf{z}(k-1) + \underbrace{\begin{pmatrix} \mathbf{C}_D \left(\sum_{i=0}^{H_1-1} \mathbf{A}_D^i \right) \boldsymbol{\Gamma}_D \\ \vdots \\ \mathbf{C}_D \left(\sum_{i=0}^{H_2-1} \mathbf{A}_D^i \right) \boldsymbol{\Gamma}_D \end{pmatrix}}_{\boldsymbol{\Theta}_\Gamma}. \end{aligned} \quad (3.23)$$

Für eine vereinfachte Darstellung der freien Regelgröße wird die Matrix $\boldsymbol{\Theta}$ sowie der Vektor $\tilde{\mathbf{u}}(k-1)$ mit

$$\boldsymbol{\Theta} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{\Theta}_U \\ \boldsymbol{\Theta}_Z \\ \boldsymbol{\Theta}_\Gamma \end{pmatrix} \quad \text{bzw.} \quad \tilde{\mathbf{u}}(k-1) = \begin{pmatrix} \mathbf{u}(k-1) \\ \mathbf{z}(k-1) \\ 1 \end{pmatrix} \quad (3.24)$$

eingeführt. Damit vereinfacht sich die Formulierung von Gleichung (3.23) zu

$$\mathbf{F}(\cdot | k) = \boldsymbol{\Omega} \hat{\mathbf{x}}(k) + \boldsymbol{\Theta} \tilde{\mathbf{u}}(k-1). \quad (3.25)$$

In Analogie zu der in Abschnitt 3.3.3 gezeigten nichtlinearen Prädiktion des Zustandsvektors im Extended Kalman Filter (EKF) kann die freie Regelgröße ebenfalls nichtlinear berechnet werden. Die Grundidee der nichtlinearen Prädiktion besteht darin, einen Näherungswert des zukünftigen Systemzustands $\mathbf{x}(k+j | k)$ durch Integration des nichtlinearen Differentialgleichungssystem über dem Intervall $[k+j-1, k+j]$ zu bestimmen

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(t) &= \int \dot{\mathbf{x}}(\tau) d\tau = \int \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{z}, \tau) d\tau \\ \Rightarrow \mathbf{x}(k+j | k) &= \mathbf{x}(k+j-1 | k) + \int_{k+j-1}^{k+j} \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{z}, \tau) d\tau. \end{aligned} \quad (3.26)$$

Die freie Regelgröße $\mathbf{F}(k+j | k)$ kann anschließend durch Auswertung der nichtlinearen Ausgangsgleichung

$$\mathbf{F}(k+j | k) = \mathbf{g}(\mathbf{x}(k+j | k), \mathbf{u}(k+j | k), \mathbf{z}(k+j | k)) \quad (3.27)$$

bestimmt werden. Hierbei ist zu berücksichtigen, dass die Stell- und Störgrößen $\mathbf{u}(k+j|k) = \mathbf{u}(k-1)$ bzw. $\mathbf{z}(k+j|k) = \mathbf{z}(k-1)$ für die Integration als konstant angenommen werden. Zur Berechnung der eigentlichen numerischen Integration existieren verschiedene Methoden (siehe Erven, 2011; Hoffmann u. a., 2006), wie z. B. das Eulersche Polygonzug- oder das Runge-Kutta-Verfahren auf die an dieser Stelle nicht näher eingegangen werden soll.

3.2.1.3 Nebenbedingungen

Ein großer Vorteil der MPR besteht in der Möglichkeit, Beschränkungen explizit zu berücksichtigen. Da diese Beschränkungen i. Allg. in Form von einzuhaltenden Minimal- bzw. Maximalwerten gegeben sind, lassen sich diese (linearen) Beschränkungen mit den in den Gleichungen (3.16), (3.17) und (3.20) eingeführten Vektoren $\Delta \mathbf{u}(\cdot|k)$, $\mathbf{u}(\cdot|k)$ und $\hat{\mathbf{y}}(\cdot|k)$ ausdrücken. Diese Nebenbedingungen beinhalten sowohl Beschränkungen auf die Änderungsrate und die absoluten Werte der möglichen Eingänge bzw. der Aktorik, als auch Beschränkungen der Ausgangsgrößen.

Eingangsgrößenbeschränkungen

Die untere Schranke $\Delta \mathbf{u}_{\min}$ und die obere Schranke $\Delta \mathbf{u}_{\max}$ für die Stellgrößenänderung $\Delta \mathbf{u}(\cdot|k)$ können direkt angegeben werden

$$\Delta \mathbf{u}_{\min} \leq \Delta \mathbf{u}(\cdot|k) \leq \Delta \mathbf{u}_{\max}. \quad (3.28)$$

bzw.

$$\begin{aligned} -\mathbf{I} \cdot \Delta \mathbf{u}(\cdot|k) &\leq -\Delta \mathbf{u}_{\min} \\ \mathbf{I} \cdot \Delta \mathbf{u}(\cdot|k) &\leq \Delta \mathbf{u}_{\max}. \end{aligned} \quad (3.29)$$

wobei $\mathbf{I}$ einer quadratischen Einheitsmatrix der Dimension $n_u \cdot H_U$ entspricht. Die Beschränkungen der absoluten Stellgrößen $\mathbf{u}(\cdot|k)$ ergeben sich aus der unteren Schranke $\mathbf{u}_{\min}$ sowie der oberen Schranke $\mathbf{u}_{\max}$. Mit Hilfe der in Gleichung (3.17) definierten Matrix $\mathbf{T}_{\text{Abs}}$ lassen sich diese in Abhängigkeit der Änderungsgrößen $\Delta \mathbf{u}(\cdot|k)$ formulieren

$$\mathbf{u}_{\min} \leq \mathbf{T}_{\text{Abs}} \cdot \Delta \mathbf{u}(\cdot|k) + \mathbf{u}(k-1) \leq \mathbf{u}_{\max}$$

bzw.

$$\begin{aligned} -\mathbf{T}_{\text{Abs}} \cdot \Delta \mathbf{u}(\cdot|k) &\leq -(\mathbf{u}_{\min} - \mathbf{u}(k-1)) \\ \mathbf{T}_{\text{Abs}} \cdot \Delta \mathbf{u}(\cdot|k) &\leq (\mathbf{u}_{\max} - \mathbf{u}(k-1)). \end{aligned} \quad (3.30)$$

Ausgangsgrößenbeschränkungen

Wie die zuvor eingeführten Beschränkungen der Stellgrößen lassen sich die Ausgangsgrößenbeschränkungen mit dem Zusammenhang aus Gleichung (3.19) ebenfalls in Abhängigkeit der Änderungsgrößen $\Delta \mathbf{u}(\cdot|k)$ formulieren. Damit ergibt sich

$$\mathbf{y}_{\min} \leq \mathbf{F}(\cdot|k) + \Phi \cdot \Delta \mathbf{u}(\cdot|k) \leq \mathbf{y}_{\max}$$

bzw.

$$\begin{aligned} -\Phi \cdot \Delta \mathbf{u}(\cdot | k) &\leq -(\mathbf{y}_{\min} - \mathbf{F}(\cdot | k)) \\ \Phi \cdot \Delta \mathbf{u}(\cdot | k) &\leq (\mathbf{y}_{\max} - \mathbf{F}(\cdot | k)). \end{aligned} \quad (3.31)$$

In dieser Formulierung sind die Ausgangsgrößenbeschränkungen als „harte“ Beschränkungen beschrieben die beim Lösen des Optimierungsproblems zwingend einzuhalten sind. Jedoch ist es theoretisch denkbar, dass die in einem Zeitschritt berechnete optimale und damit zulässige Trajektorie der zukünftigen Stellgrößen im nachfolgenden Zeitschritt die Beschränkungen verletzt. Zur Sicherstellung der Lösbarkeit ist es häufig angebracht, die „harten“ Ausgangsbeschränkungen aufzuweichen. Dazu wird in Maciejowski (2002) vorgeschlagen, das Optimierungsproblem um einen zusätzlichen Optimierungsvektor ϵ , in der Form

$$\mathbf{y}_{\min} - \epsilon \leq \mathbf{F}(\cdot | k) + \Phi \cdot \Delta \mathbf{u}(\cdot | k) \leq \mathbf{y}_{\max} + \epsilon \quad \text{und} \quad \mathbf{0} \leq \epsilon$$

bzw.

$$\begin{aligned} -(\Phi \quad \mathbf{1}) \cdot \begin{pmatrix} \Delta \mathbf{u}(\cdot | k) \\ \epsilon \end{pmatrix} &\leq -(\mathbf{y}_{\min} - \mathbf{F}(\cdot | k)) \\ (\Phi \quad \mathbf{1}) \cdot \begin{pmatrix} \Delta \mathbf{u}(\cdot | k) \\ \epsilon \end{pmatrix} &\leq \mathbf{y}_{\max} - \mathbf{F}(\cdot | k) \\ -\epsilon &\leq \mathbf{0}. \end{aligned} \quad (3.32)$$

zu erweitern, wobei die sog. Slack-Variable ϵ stets größer gleich Null sein muss. Die Idee der Slack-Variablen beruht darauf, Beschränkungsverletzungen zuzulassen, diese aber so gering wie möglich zu halten, indem die Slack-Variable über einen zusätzlichen Term mit in die Minimierung der Kostenfunktion integriert wird (siehe dazu auch Abschnitt 3.2.1.4). Liegen mehrere Beschränkungen auf verschiedene Regelgrößen vor, deren Verletzung mit unterschiedlicher Priorität zugelassen werden soll, so ist es möglich statt einer einzelnen Slack-Variablen auch mehrere mit unterschiedlichen Gewichten zu verwenden. Die entsprechenden Parameter sind dann jeweils durch Matrizen passender Größe zu ersetzen.

3.2.1.4 Kostenfunktion der Optimierung

Wird die zu Beginn dieses Abschnitts eingeführte Kostenfunktion 3.14 um die Slack-Variable erweitert, ergibt sich

$$J(\Delta \mathbf{u}(\cdot | k), \epsilon) = \sum_{j=H_1}^{H_2} \|\hat{\mathbf{y}}(k+j|k) - \mathbf{r}(k+j|k)\|_{\mathbf{Q}(j)}^2 \quad (3.33a)$$

$$+ \sum_{j=0}^{H_U-1} \|\Delta \mathbf{u}(k+j|k)\|_{\mathbf{R}(j)}^2 \quad (3.33b)$$

$$+ \sum_{j=0}^{H_U-1} \|\mathbf{u}(k+j|k)\|_{\mathbf{S}(j)}^2 \quad (3.33c)$$

$$+ \boldsymbol{\rho}^T \epsilon. \quad (3.33d)$$

Mit dem freien Regelfehler $e(k+j|k) = \mathbf{F}(k+j|k) - \mathbf{r}(k+j|k)$, definiert als Abweichung zwischen der freien Regelgröße $\mathbf{F}$ und der Referenz $\mathbf{r}$, ergibt sich zusammen mit den Ergebnissen aus Gleichung (3.17) und (3.19)

$$J(\Delta \mathbf{u}(\cdot|k), \epsilon) = \sum_{j=H_1}^{H_2} \|\mathbf{e}(k+j|k) + \Phi \cdot \Delta \mathbf{u}(k+j|k)(\cdot|k)\|_{\mathbf{Q}(j)}^2 \quad (3.34a)$$

$$+ \sum_{j=0}^{H_U-1} \|\Delta \mathbf{u}(k+j|k)\|_{\mathbf{R}(j)}^2 \quad (3.34b)$$

$$+ \sum_{j=0}^{H_U-1} \|\mathbf{u}(k-1) + \mathbf{T}_{\text{Abs}}(j)\Delta \mathbf{u}(k+j|k)\|_{\mathbf{S}(j)}^2 \quad (3.34c)$$

$$+ \rho^T \epsilon. \quad (3.34d)$$

Die in Gleichung (3.34) verwendete Schreibweise mittels Summenform wird ersetzt und das Kostenfunktional bestimmt sich zu

$$J(\Delta \mathbf{u}(\cdot|k), \epsilon) = \Delta \mathbf{u}(\cdot|k)^T \Phi^T \mathbf{Q} \Phi \Delta \mathbf{u}(\cdot|k) \quad (3.35a)$$

$$+ 2\Delta \mathbf{u}(\cdot|k)^T \Phi^T \mathbf{Q} \mathbf{e}(\cdot|k) \quad (3.35b)$$

$$+ \mathbf{e}(\cdot|k)^T \mathbf{Q} \mathbf{e}(\cdot|k) \quad (3.35c)$$

$$+ \Delta \mathbf{u}(\cdot|k)^T \mathbf{R} \Delta \mathbf{u}(\cdot|k) \quad (3.35d)$$

$$+ \Delta \mathbf{u}(\cdot|k)^T \mathbf{T}_{\text{Abs}}^T \mathbf{S} \mathbf{T}_{\text{Abs}} \Delta \mathbf{u}(\cdot|k) \quad (3.35e)$$

$$+ 2\Delta \mathbf{u}(\cdot|k)^T \mathbf{T}_{\text{Abs}}^T \mathbf{S} \mathbf{u}(k-1) \quad (3.35f)$$

$$+ \mathbf{u}(k-1)^T \mathbf{S} \mathbf{u}(k-1) \quad (3.35g)$$

$$+ \rho^T \epsilon. \quad (3.35h)$$

Die konstanten Anteile (3.35c) und (3.35g) können bezüglich der Minimierung vernachlässigt werden. Damit reduziert sich die Kostenfunktion zu

$$J(\Delta \mathbf{u}(\cdot|k), \epsilon) = \Delta \mathbf{u}(\cdot|k)^T \left(\Phi^T \mathbf{Q} \Phi + \mathbf{R} + \mathbf{T}_{\text{Abs}}^T \mathbf{S} \mathbf{T}_{\text{Abs}} \right) \Delta \mathbf{u}(\cdot|k) \quad (3.36a)$$

$$+ \Delta \mathbf{u}(\cdot|k)^T \left(2 \left(\Phi^T \mathbf{Q} \mathbf{e}(\cdot|k) + \mathbf{T}_{\text{Abs}}^T \mathbf{S} \mathbf{u}(k-1) \right) \right) \quad (3.36b)$$

$$+ \rho^T \epsilon. \quad (3.36c)$$

Zusammen mit den Ein- und Ausgangsbeschränkungen ergibt sich ein Optimierungsproblem, welches allgemein durch Gleichung (3.37) ausgedrückt werden kann

$$\min_{\theta} J(\theta) = \frac{1}{2} \theta^T \mathbf{H} \theta + \theta^T \mathbf{g} \quad (3.37a)$$

unter der Nebenbedingung

$$\Omega \cdot \theta(\cdot|k) \leq \omega. \quad (3.37b)$$

Mit dem Optimierungsvektor $\theta^T(\cdot|k) = (\Delta \mathbf{u}(\cdot|k), \epsilon)^T$ ergibt sich die Matrix $\mathbf{H}$ und der Vektor $\mathbf{g}$ zu

$$\begin{aligned} \mathbf{H} &= \begin{pmatrix} 2(\Phi^T \mathbf{Q} \Phi + \mathbf{R} + \mathbf{T}_{\text{Abs}}^T \mathbf{S} \mathbf{T}_{\text{Abs}}) & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{pmatrix} \\ \mathbf{g} &= \begin{pmatrix} 2(\Phi^T \mathbf{Q} \mathbf{e}(\cdot|k) + \mathbf{T}_{\text{Abs}}^T \mathbf{S} \mathbf{u}(k-1)) \\ \rho^T \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (3.38)$$

Die Matrix Ω und der Vektor ω ergeben sich aus der Definition der Nebenbedingungen

$$\Omega = \begin{pmatrix} -\mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ -\mathbf{T}_{\text{Abs}} & \mathbf{0} \\ \mathbf{T}_{\text{Abs}} & \mathbf{0} \\ -\Phi & -\mathbf{1} \\ \Phi & \mathbf{1} \\ \mathbf{0} & -\mathbf{1} \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \omega = \begin{pmatrix} -\Delta \mathbf{u}_{\min} \\ \Delta \mathbf{u}_{\max} \\ -(\mathbf{u}_{\min} - \mathbf{u}(k-1)) \\ \mathbf{u}_{\max} - \mathbf{u}(k-1) \\ -(\mathbf{y}_{\min} - \mathbf{f}(\cdot|k)) \\ \mathbf{y}_{\max} - \mathbf{f}(\cdot|k) \\ \mathbf{0} \end{pmatrix}. \quad (3.39)$$

Obiges Minimierungsproblem (3.37) ist ein Standard-Optimierungsproblem und wird in der Literatur allgemein als Quadratisches Programm (QP) bezeichnet. Sind die Wichtungsmatrizen $\mathbf{Q}$, $\mathbf{R}$ und $\mathbf{S}$ positiv (semi-)definit, so ist die Matrix $\mathbf{H}$ ebenfalls positiv (semi-)definit und das Kostenfunktional $J(\theta)$ ist eine konvexe Funktion mit Hesse-Matrix $\mathbf{H}$. Für jede konvexe Funktion existiert nach Abel (2012) ein eindeutiges Minimum θ_{opt} welches sich in Abhängigkeit der Nebenbedingung (3.37b) berechnen lässt. Darüber hinaus gilt, dass jedes lokale Optimum auch ein globales Optimum ist, wodurch die Optimierung wesentlich vereinfacht wird.

Anmerkung: Eine beliebige Funktion $h(x)$ heißt konvex, wenn für zwei beliebige Werte $h(x_1)$ und $h(x_2)$ sowie jedes ϕ in $0 \leq \phi \leq 1$ die Bedingung

$$h(\phi x_1 + (1 - \phi) x_2) \leq \phi f(x_1) + (1 - \phi) f(x_2) \quad (3.40)$$

gilt (siehe dazu auch Papageorgiou u. a., 2015). Geometrisch bedeutet dies, dass jeder Punkt einer geradlinigen Verbindung zwischen zwei Punkten der zu untersuchenden Funktion niemals geringer als der Funktionswert sein kann. Bild 3.5 zeigt die Funktion $h(x) = (x - 1)^2 + 0.5$ mit den Nebenbedingungen $x \leq 1,5$ und $h(x) \leq x + 1$ sowie beispielsweise die Punkte x_1 und x_2 .

Zur Lösung eines QPs existieren in der Literatur (z. B. Nocedal und Wright, 2006) die zwei wesentlichen Verfahren

- Active set Methoden und
- Interior point Methoden

die wiederum in sehr effizienten Algorithmen und fertig implementierten QP-Lösern wie z. B. quadprog (MATLAB, 2016), qpOASES (Ferreau u. a., 2014) oder qpKWIK (Schmid und

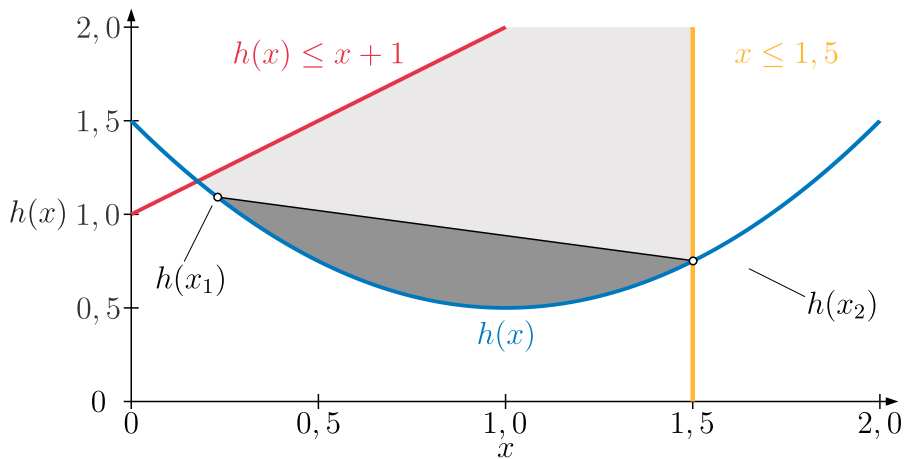
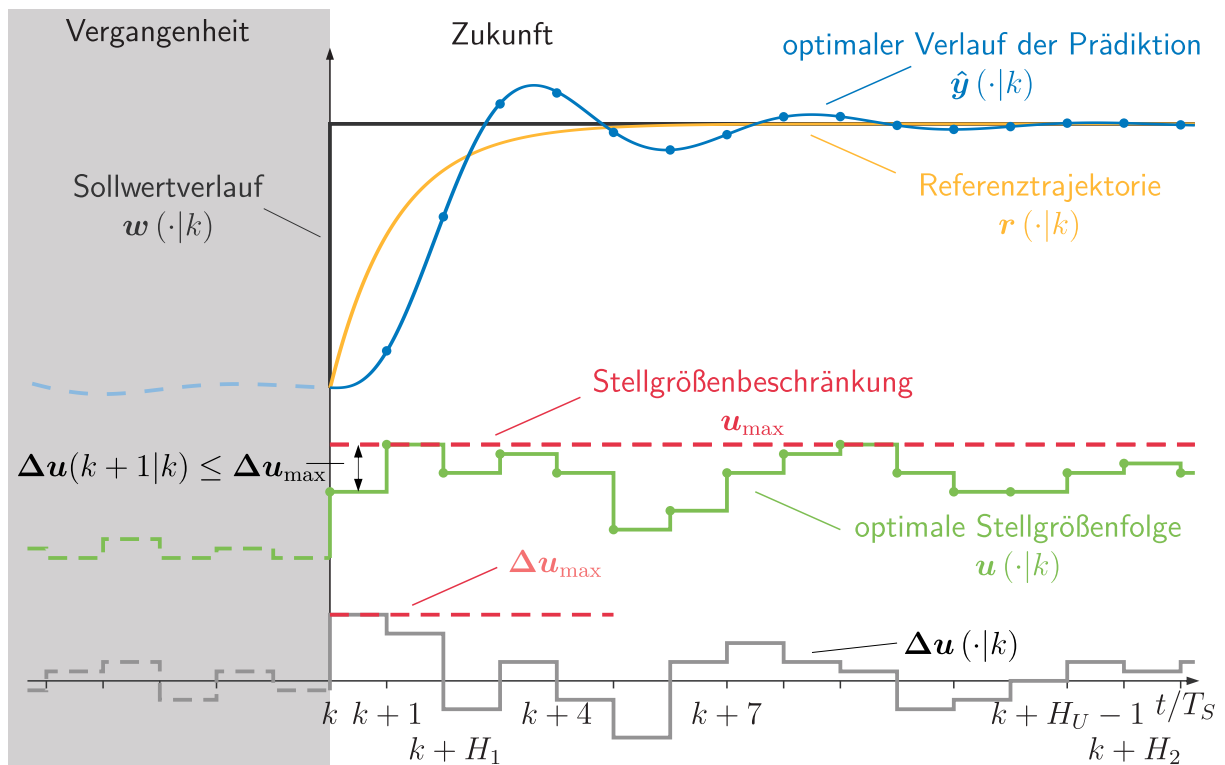


Bild 3.5: Konvexität bei verschiedenen Nebenbedingungen

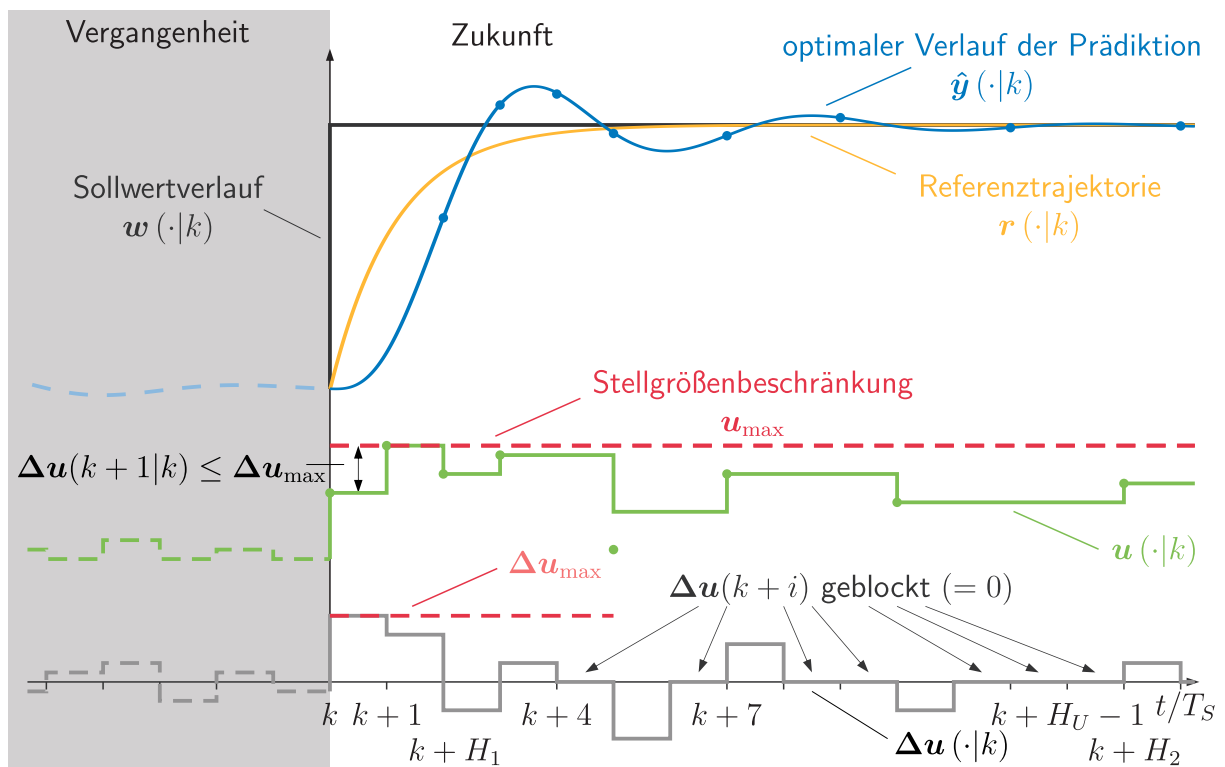
Biegler, 1994) umgesetzt sind. Ausgehend von einem zulässigen Startwert θ_0 , der die Nebenbedingungen (3.37b) erfüllt, nähern sich diese Verfahren iterativ dem globalen Minimum von (3.37) an. Im weiteren Verlauf der Arbeit kommt sowohl der *qpOASES*- als auch der *qpKWIK*-Algorithmus zum Einsatz. Die Löser werden dabei in jedem Abtastschritt des Reglers mit der Matrix $\mathbf{H}$ und dem Vektor $\mathbf{g}$ des Optimierungsproblems (3.37), sowie der Matrix $\mathbf{\Omega}$ und dem Vektor $\mathbf{\omega}$ der dazugehörigen Nebenbedingungen aufgerufen. Als Ergebnis der Optimierung berechnen beide Löser den Vektor der Stellgrößenänderung $\Delta \mathbf{u}(\cdot | k)$. Die dazu benötigte Rechenzeit ist nach Bemporad und Patrino (2012) für beide Algorithmen vergleichbar. Gemäß Gleichung (3.15) wird aus dieser Lösung der Wert der aktuellen Stellgröße $\mathbf{u}(k | k)$ verwendet um den Regelkreis zu schließen. Auf Details zur Entwicklung der Löser, sowie zu Lösungseigenschaften quadratischer Programme unter Verwendung von Nebenbedingungen kann an dieser Stelle nicht vertiefend eingegangen werden und es sei auf die einschlägige Fachliteratur verwiesen (Ferreau u. a., 2014; Nocedal und Wright, 2006; Papageorgiou u. a., 2015; Schmid und Biegler, 1994).

3.2.2 Move-Blocking Strategie

Bei der Wahl des Prädiktionshorizonts H_2 ist darauf zu achten, dass dieser zeitlich lang genug ist, um die Prozessdynamik zu erfassen. Infolgedessen besteht der Kontrollhorizont H_U aus vielen Teilstücken, wie in Bild 3.6a und Bild 3.6b gezeigt. Im Allgemeinen verursacht eine solche Konstellation eine hohe Rechenbelastung. Um diese Rechenbelastung zu reduzieren und die Parametrisierung zu erleichtern, kann eine MPR mit Move-Blocking Strategie verwendet werden. Das hier vorgeschlagene Konzept ähnelt dem von Barlow (2010) eingeführten Konzept. Dort wird es als multirate prediction horizon bezeichnet. Das dort vorgeschlagene Konzept ist eine Move-Blocking Strategie für den Ausgangsgrößenvektor $\hat{\mathbf{y}}(\cdot | k)$.



(a)



(b)

Bild 3.6: Prinzip der Standard-MPR ohne Move-Blocking (a) und mit Move-Blocking (b)

In der vorliegenden Arbeit wird diese erweitert, so dass auch der Stellgrößenvektor $\Delta \mathbf{u}(\cdot | k)$ nur an definierten, aber nicht notwendigerweise gleichverteilten Zeitpunkten innerhalb des Stellhorizonts H_U verändert werden kann. Zwischen diesen Punkten wird die Stellgröße als konstant angenommen. Diese Verteilung kann die Anzahl der Elemente innerhalb des Stellgrößenvektors reduzieren und damit die Komplexität des Optimierungsproblems und die Rechenbelastung signifikant reduzieren, wie auch von Gondhalekar und Imura (2010) und Shekhar und Manzie (2015) theoretisch gezeigt werden konnte. Somit führt eine Begrenzung der Anzahl von zulässigen Stellgrößenänderungen innerhalb des Kontrollhorizonts zu einer Reduzierung der Rechenbelastung. Die zuvor eingeführte MPR Formulierung soll nun um das Prinzip der MPR mit Move-Blocking Strategie erweitert werden. Für eine einfachere Schreibweise wird dazu Gleichung (3.14) in vektorisierter Form geschrieben, wobei der Kostenterm der Slack-Variablen unberücksichtigt bleibt

$$\begin{aligned} J(\Delta \mathbf{u}(\cdot | k)) &= (\hat{\mathbf{y}}(\cdot | k) - \mathbf{r}(\cdot | k))^T \mathbf{Q} (\hat{\mathbf{y}}(\cdot | k) - \mathbf{r}(\cdot | k)) \\ &\quad + \Delta \mathbf{u}(\cdot | k)^T \mathbf{R} \Delta \mathbf{u}(\cdot | k) \\ &\quad + \mathbf{u}(\cdot | k)^T \mathbf{S} \mathbf{u}(\cdot | k). \end{aligned} \quad (3.41)$$

Dabei sind die Gewichtungsmatrizen $\mathbf{Q}$, $\mathbf{R}$ und $\mathbf{S}$ Diagonalmatrizen mit den sich wiederholenden Untermatrizen $\mathbf{Q}(j)$, $\mathbf{R}(j)$ und $\mathbf{S}(j)$ aus Gleichung (3.14). Notwendigerweise werden die Ausgangs- und Referenztrajektorien gleichmäßig abgetastet und auch sind die Stellsignale $\mathbf{u}$ und $\Delta \mathbf{u}$ an denselben Zeitpunkten änderbar.

Für den Einsatz in der MPR mit Move-Blocking Strategie müssen diese Trajektorien wie folgt umdefiniert werden

$$\hat{\mathbf{y}}^*(\cdot | k) = \begin{pmatrix} \hat{\mathbf{y}}^*(k + \nu_1 | k) \\ \hat{\mathbf{y}}^*(k + \nu_2 | k) \\ \vdots \\ \hat{\mathbf{y}}^*(k + \nu_L | k) \end{pmatrix} \quad \text{bzw.} \quad \mathbf{u}^*(\cdot | k) = \begin{pmatrix} \mathbf{u}^*(k + \zeta_1 | k) \\ \mathbf{u}^*(k + \zeta_2 | k) \\ \vdots \\ \mathbf{u}^*(k + \zeta_E | k) \end{pmatrix} \quad (3.42)$$

mit den Ausgangs- und Referenztrajektorien in der Form $\hat{\mathbf{y}}^*(\cdot | k)$ sowie den Steuersignalen in der Form $\mathbf{u}^*(\cdot | k)$. Die Indizes ν_j und ζ_j entsprechen den zu bewertenden Zeitpunkten innerhalb des Horizonts H_p bzw. H_U und sind definiert durch

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\nu} &= (\nu_1, \nu_2, \dots, \nu_L)^T \quad \text{mit} \quad H_1 \leq \nu_j \leq H_2 \quad \text{und} \quad L \leq H_2 \\ \boldsymbol{\zeta} &= (\zeta_1, \zeta_2, \dots, \zeta_E)^T \quad \text{mit} \quad 0 \leq \zeta_j \leq H_U - 1 \quad \text{und} \quad E \leq H_U - 1. \end{aligned} \quad (3.43)$$

Wird $L = H_2$ und $E = H_U$ gewählt, ergibt sich die MPR Formulierung aus Gleichung (3.14).

3.2.3 Referenztrajektorie

Der gewünschte Verlauf der Regelgröße kann, wie in Abel (2012) dargestellt, durch Vorgabe einer Referenztrajektorie $\mathbf{r}(\cdot | k)$ dargestellt werden. Da die Regelgröße von nicht sprungfähigen Systemen einer sprungförmigen Sollwertänderung nicht folgen kann, wird in der Literatur

empfohlen, diese Sollwertänderung gefiltert aufzuschalten. Gebräuchlich ist hier die Verwendung eines Vorfilters z. B. eines PT_1 -Glieds oder eines Filters welches das Führungssignal entlang einer bestimmten Kurve bis hin zum Endwert w_T führt (siehe dazu auch Schulz, 2007). Je nach Anforderung können diese Kurven beliebige Formen annehmen. Üblich ist hier z. B. ein rampen- oder cosinusförmiger Übergang zwischen dem aktuellen Istwert w_0 und dem zukünftigen Sollwert w_T . Bild 3.7 zeigt beispielsweise die Zeitverläufe eines Referenzsprungs bei Verwendung unterschiedlicher Vorfilter.

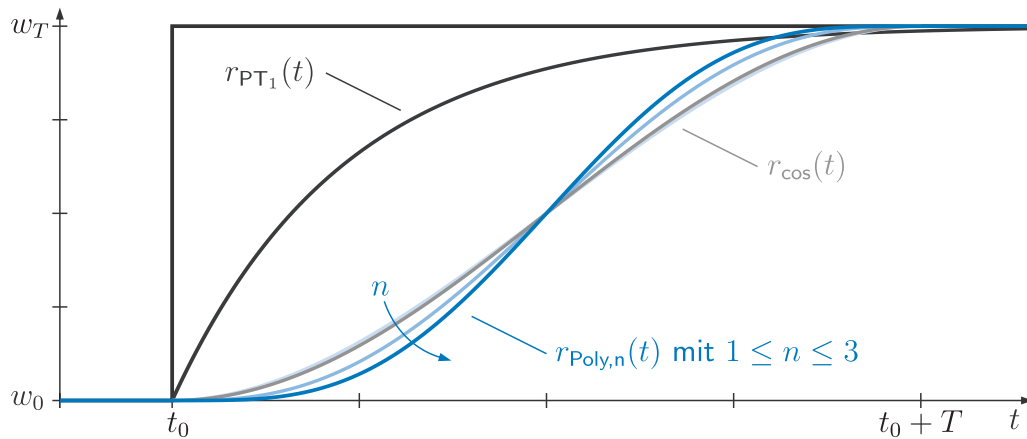


Bild 3.7: Beispielhafte Solltrajektorien für einen Arbeitspunktwechsel $w(0) = w_0 \rightarrow w(t) = w_T$

Der exponentielle Übergang des Ausgangssignals eines PT_1 -Glieds

$$r_{PT_1}(t) = w_0 + (w_T - w_0) \left(1 - e^{-\frac{t}{T}}\right) \quad (3.44)$$

beginnt mit der Anfangssteigung $\dot{r}_{PT_1} = \frac{w_T - w_0}{T}$. Jedoch wird der Endwert w_T erst zum Zeitpunkt $t \rightarrow \infty$ erreicht. Im Unterschied dazu, erreicht die Cosinus-Form

$$r_{\cos}(t) = w_0 + \frac{1}{2} (w_T - w_0) \left(1 - \cos\left(\pi \frac{t}{T}\right)\right) \quad (3.45)$$

den Sollwert w_T zum definierten Zeitpunkt $t = T$. Ein weiterer Vorteil der Cosinus-Funktion besteht darin, dass die Sollwertänderung „schleichend“ beginnt und endet, d. h. zum Zeitpunkt $t = 0$ bzw. $t = T$ ist die erste zeitliche Ableitung jeweils Null. Wird darüber hinaus verlangt, dass die ersten n Ableitungen zu Beginn und Ende verschwinden, um z. B. einen ruckfreien Anfahrvorgang zu erreichen, schlägt Steinberger u. a. (2013b) in seiner Arbeit die Verwendung eines auf dem Zeitintervall $t \in [0, T]$ n -mal differenzierbaren Polynoms $r_{\text{poly}}(t)$

$$r_{\text{poly}}(t) = w_0 + (w_T - w_0) \sum_{i=n+1}^{2n+1} p_i \left(\frac{t}{T}\right)^i \quad (3.46)$$

vom Grad $2n + 1$ vor. Zur Berechnung der unbekannten Koeffizienten p_i können beliebige Bedingungen an den Kurvenverlauf, wie beispielsweise die zuvor angesprochene Forderung nach ruckfreiem Anfahrvorgang, aufgestellt werden.

Hinweis: Die Wahl eines „sanften“ Übergangs führt zu geringeren Stellamplituden und besitzt demzufolge eine ähnlich Wirkung wie eine Vergrößerung der Wichtungsmatrix $\mathbf{R}$.

3.3 Zustandsschätzung

Das in dieser Arbeit umgesetzte Regelungskonzept arbeitet, wie in Bild 3.1 dargestellt, auf Basis bekannter Zustandsinformationen. Ist es aufgrund messtechnischer Einschränkungen oder aus wirtschaftlichen Gründen nicht möglich alle Systemzustände zu messen, so bietet sich die Verwendung eines Zustandsbeobachters an.

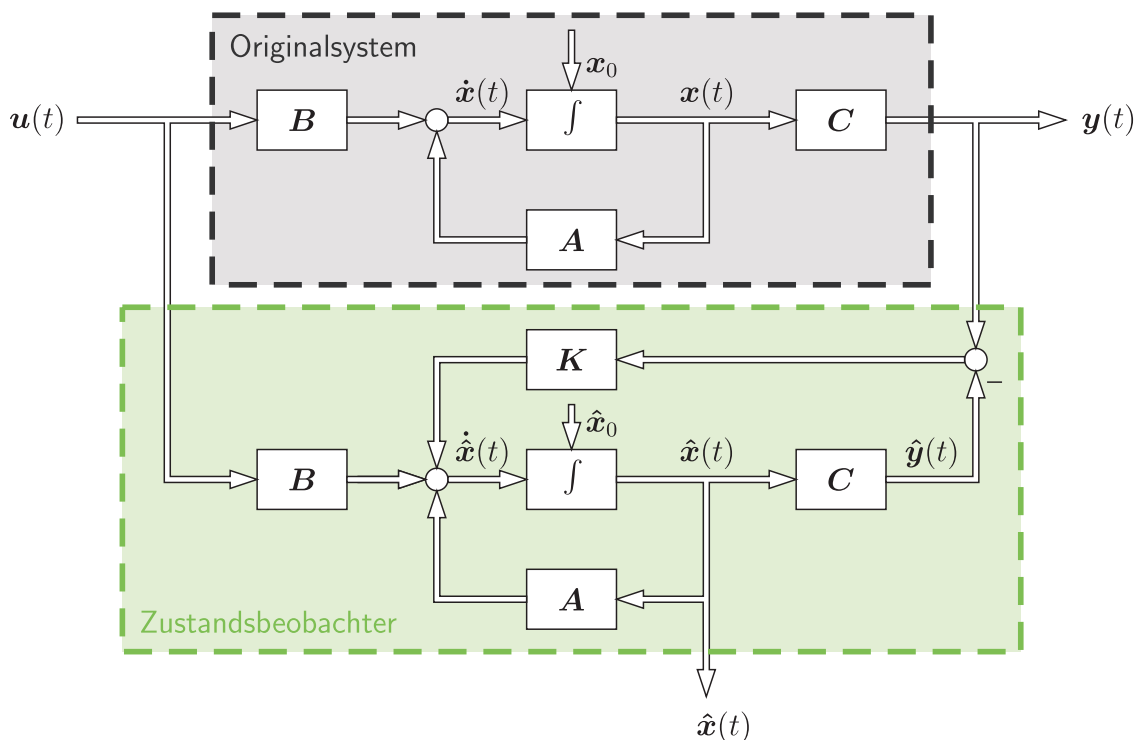


Bild 3.8: System- und Beobachterstruktur

Aufgabe des Zustandsbeobachters ist es die Systemzustände x aus den Stellgrößen u und den gemessenen Ausgangsgrößen y sowie mit Kenntnis der Systemeigenschaften zu rekonstruieren (vgl. Lunze, 2016b). Dazu wird ein Prozessmodell, wie in Bild 3.8 gezeigt, parallel zum Prozess berechnet und dessen berechneter Ausgangsvektor $\hat{y}$ mit den real gemessenen Prozessausgängen y verglichen. Der so bestimmte Fehler wird über die Beobachtermatrix K auf die Systemzustände des Modells zurückgeführt. Die Struktur eines Zustandsbeobachters entspricht der Struktur eines Systems in Zustandsraumdarstellung. Im Rahmen dieses Konzepts ist weiterhin zu berücksichtigen, dass die Aufnahme von Messgrößen immer fehlerbehaftet ist und Modellungenauigkeiten vorliegen. Daher ist es notwendig, Ein- und/oder Ausgangsstörungen in Form von Störgrößenmodellen zu berücksichtigen was wiederum bedeutet, dass das Beobachterkonzept um einen Störgrößenbeobachter erweitert werden muss.

3.3.1 Beobachtbarkeitskriterium von Kalman

Voraussetzung für das Schätzen der Systemzustände ist die Beobachtbarkeit des Systems. Ein System nach Gleichung (3.8) ist dann vollständig beobachtbar, wenn mit dem über ein endliches Zeitintervall gemessenen Ausgangsgrößenvektor $\mathbf{y}$ bei bekanntem Eingangsgrößenvektor $\mathbf{u}$ sowie bei bekanntem Störgrößenvektor $\mathbf{z}$ der Anfangszustand $\mathbf{x}_0$ eindeutig bestimmbar ist (Lunze, 2016a). Nach dem Beobachtbarkeitskriterium von Kalman (vgl. Kalman, 1960) ist ein lineares System $\Sigma_L = (\mathbf{A}, \mathbf{C})$ genau dann vollständig beobachtbar, wenn die Beobachtbarkeitsmatrix $\mathbf{Q}_{\text{Obs}}$ den Rang n aufweist. $\mathbf{Q}_{\text{Obs}}$ ist definiert als

$$\mathbf{Q}_{\text{Obs}} = \begin{pmatrix} \mathbf{C} \\ \mathbf{C} \mathbf{A} \\ \mathbf{C} \mathbf{A}^2 \\ \vdots \\ \mathbf{C} \mathbf{A}^{n-1} \end{pmatrix}. \quad (3.47)$$

und besitzt allgemein die Dimension $(p \cdot n \times n)$.

3.3.2 Störgrößenbeobachtung

Unsicherheiten im Modell und unbekannte, nichtmodellerte Störeinflüsse können verhindern, dass die Abweichung zwischen realem Prozess und Modell gegen Null strebt, wodurch ein stationärer Zustand bei der Beobachtung verhindert wird und im Regelbetrieb zu einer bleibenden Regeldifferenz führt. An dieser Stelle fehlt ein Freiheitsgrad, der die tatsächlich vorhandene Differenz erklären kann. Der Beobachterfehler kann durch Verwendung eines sogenannten Störgrößenbeobachters vermieden werden. Dazu wird das Prozessmodell des Beobachters um ein Modell des Störeinflusses erweitert. Eine Störgröße $\mathbf{d}$, die als zusätzlicher Eingang auf das System wirkt, wird beschrieben durch das Störgrößenmodell

$$\dot{\mathbf{x}}_d(t) = \mathbf{A}_d \mathbf{x}_d(t), \quad \mathbf{x}_d(t_0) = \mathbf{x}_{d0} \quad (3.48a)$$

$$\mathbf{y}_d(t) = \mathbf{C}_d \mathbf{x}_d(t). \quad (3.48b)$$

Das kombinierte Systemverhalten ist dann allgemein durch die Gleichung

$$\begin{pmatrix} \dot{\mathbf{x}}(t) \\ \dot{\mathbf{x}}_d(t) \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{I} \mathbf{C}_d \\ \mathbf{0} & \mathbf{A}_d \end{pmatrix}}_{\tilde{\mathbf{A}}} \underbrace{\begin{pmatrix} \mathbf{x}(t) \\ \mathbf{x}_d(t) \end{pmatrix}}_{\tilde{\mathbf{x}}} + \underbrace{\begin{pmatrix} \mathbf{B} \\ \mathbf{0} \end{pmatrix}}_{\tilde{\mathbf{B}}} \mathbf{u}(t), \quad \begin{pmatrix} \mathbf{x}(0) \\ \mathbf{x}_d(0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{x}_0 \\ \mathbf{x}_{d0} \end{pmatrix} \quad (3.49a)$$

$$\mathbf{y}(t) = \underbrace{\begin{pmatrix} \mathbf{C} & \mathbf{0} \end{pmatrix}}_{\tilde{\mathbf{C}}} \begin{pmatrix} \mathbf{x}(t) \\ \mathbf{x}_d(t) \end{pmatrix} \quad (3.49b)$$

beschrieben, wobei in dieser Darstellung auf den Eingang der messbaren Störungen $\mathbf{z}(t)$ verzichtet wurde. $\mathbf{I}$ ist in diesem Zusammenhang als Einheitsmatrix zu verstehen. Eine konstante und stochastisch zufällig angenommene, sprungförmige Störgröße wird über die Matrix

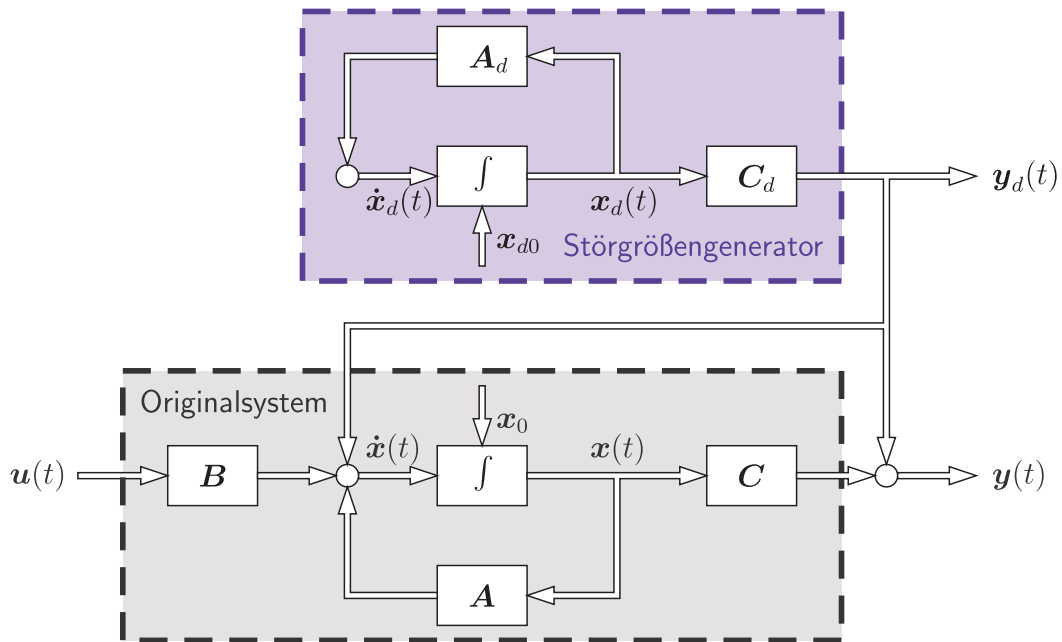


Bild 3.9: Systemstruktur mit Störgrößengenerator

$A_d = 0$ modelliert. Dies begründet sich in der Tatsache, dass ihre Wirkung nicht von selbst abklingt.

Analog zu dieser Darstellung lässt sich eine Ausgangsstörung darstellen. Diese wirkt additiv auf das gemessene Ausgangssignal. Das um den Zustand der Störgröße erweiterte Systemmodell folgt der Gleichung

$$\begin{pmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{x}_d(t) \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} A & 0 \\ 0 & A_d \end{pmatrix}}_{\tilde{A}} \underbrace{\begin{pmatrix} x(t) \\ x_d(t) \end{pmatrix}}_{\tilde{x}} + \underbrace{\begin{pmatrix} B \\ 0 \end{pmatrix}}_{\tilde{B}} u(t), \quad \begin{pmatrix} x(0) \\ x_d(0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_0 \\ x_{d0} \end{pmatrix} \quad (3.50a)$$

$$y(t) = \underbrace{\begin{pmatrix} C & C_d \end{pmatrix}}_{\tilde{C}} \begin{pmatrix} x(t) \\ x_d(t) \end{pmatrix}. \quad (3.50b)$$

Für das Gesamtsystem ist eine Kombination beider Arten von Störgrößen, wie in Bild 3.9 dargestellt, möglich. Nach Rossiter (2003) wird empfohlen zu jeder Messgröße (und damit einem möglichen Störeinfluss) einen zusätzlichen Stözzustand im Beobachter einzuführen um unbekannte, nichtmodellerte Störeinflüsse und Modellunsicherheiten zu kompensieren.

3.3.3 Auslegung der Beobachtermatrix

Die Auslegung der Beobachtermatrix K kann auf verschiedenen Wegen vollzogen werden. Liegen beispielsweise impulsförmige Störungen vor, die sich durch Anfangszustände des zu beobachtenden Systems darstellen lassen, erfolgt die Auslegung der Beobachtermatrix i. Allg.

nach dem Prinzip von Luenberger. Wird das System jedoch fortwährend in seiner Bewegung durch einen stochastischen Rauschprozess, wie in Bild 3.10 gezeigt, beeinflusst, so kann dieses Problem durch ein sogenanntes Kalman Filter gelöst werden.

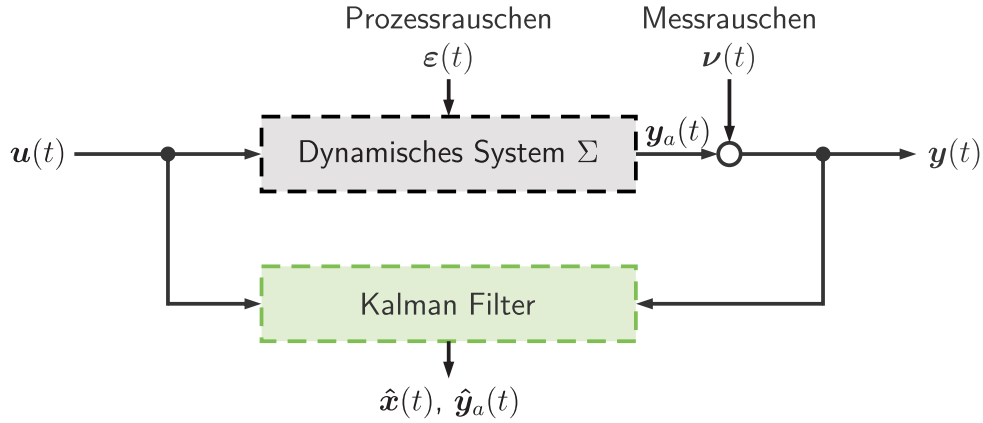


Bild 3.10: Lineares System Σ mit Kalmanfilter

In diesem Fall wird anstelle der Zustandsbeobachtung von der Zustandsschätzung gesprochen. Zustandsbeobachter und Zustandsschätzer unterscheiden sich hinsichtlich der Annahmen über die verwendeten Messwerte. Bei der Zustandsbeobachtung wird im Gegensatz zur Zustandsschätzung von ungestörten Messwerten ausgegangen. Aufgabe des Schätzers ist es, die Größe $\hat{x}(t)$ so zu bestimmen, dass sie im Mittel mit $x(t)$ übereinstimmt. Dabei wirken die vektoriellen stochastischen Störungen ε und ν gemäß

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + \varepsilon(t), \quad x(t_0) = x_0 \quad (3.51a)$$

$$y(t) = Cx(t) + \nu(t). \quad (3.51b)$$

auf das lineare System Σ . Dabei wird davon ausgegangen, dass es sich bei dem Prozessrauschen ε und dem Messrauschen ν um additives, weißes, gaußsches Rauschen (AWGN) handelt. AWGN-Rauschen bezeichnet ein mittelwertfreies Rauschsignal mit gaußverteilter Signalamplitude und konstanter spektraler Rauschleistungsdichte welches dem Nutzsignal überlagert ist. Das Kalmanfilter beruht auf demselben Ansatz wie der in Bild 3.8 vorgestellte Beobachter. Damit ergibt sich der Schätzfehler aus dem allgemeinen Zusammenhang

$$\dot{e}(t) = (A - KC) \cdot e(t) + \varepsilon(t) - K\nu(t), \quad e_0 = x_0 - \hat{x}_0. \quad (3.52)$$

Die Beobachtermatrix K wird so gewählt, dass der mittlere quadratische Schätzfehler minimiert wird

$$J_{KF} = \min_K \sum_{i=1}^n \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T e(t)_i^T e_i(t) dt. \quad (3.53)$$

Die optimale Beobachtermatrix K berechnet sich im Zeitkontinuierlichen zu

$$K = PC^T R^{-1} \quad (3.54)$$

mit der Matrix P als positiv definite Lösung der nichtlinearen Matrix-Riccatigleichung

$$AP + PA^T - PC^T R^{-1} CP + Q = 0 \quad (3.55)$$

und den Matrizen Q und R als Erwartungswerte des Prozess- und Messrauschens

$$Q = E(\varepsilon \varepsilon^T) \quad \text{bzw.} \quad R = E(\nu \nu^T). \quad (3.56)$$

Die zeitdiskrete Zustandsschätzung im Zeitschritt k (siehe dazu auch Abschnitt 3.2.1.2) erfolgt durch den in Bild 3.11 schematisch dargestellten zweistufigen Prozess.

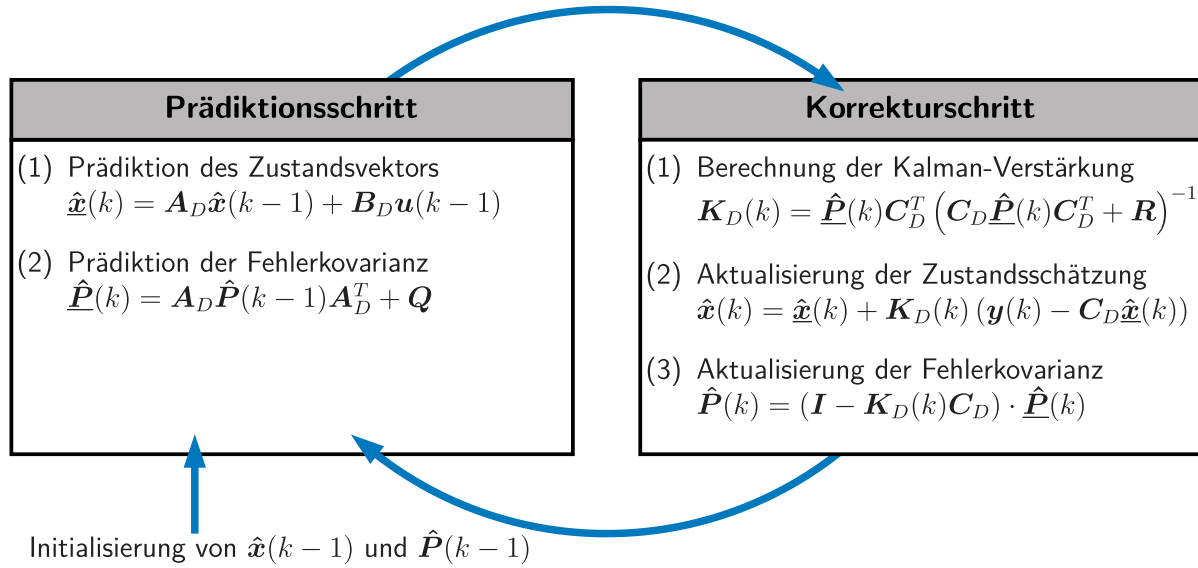


Bild 3.11: Ablauf der Zustandsschätzung mittels Kalman-Filter (vgl. Welch und Bishop, 2006)

Im Prädiktionsschritt wird, ausgehend vom Modell

$$\hat{\underline{x}}(k+1) = A_D \hat{\underline{x}}(k) + B_D u(k) \quad (3.57a)$$

$$\hat{y}(k) = C_D \hat{\underline{x}}(k), \quad (3.57b)$$

und dem vorhergehenden Zustand $\hat{\underline{x}}(k-1)$ bzw. der Kovarianzmatrix $\hat{P}(k-1)$, der Zustand $\hat{\underline{x}}(k)$

$$\hat{\underline{x}}(k) = A_D \hat{\underline{x}}(k-1) + B_D u(k-1) \quad (3.58a)$$

und die Kovarianzmatrix $\hat{P}(k)$

$$\hat{P}(k) = A_D \hat{P}(k-1) A_D^T + Q \quad (3.58b)$$

für den aktuellen Zeitschritt berechnet. Anschließend erfolgt der Korrekturschritt. Basierend auf dem Fehler zwischen Messwert $y(k)$ und Modellausgang $C_D \hat{\underline{x}}(k)$ werden der zuvor prädizierte Zustand

$$\hat{\underline{x}}(k) = \hat{\underline{x}}(k) + K_D(k) \cdot (y(k) - C_D \hat{\underline{x}}(k)) \quad (3.59a)$$

und die Kovarianzmatrix

$$\hat{\mathbf{P}}(k) = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_D(k) \cdot \mathbf{C}_D) \hat{\mathbf{P}}(k) \quad (3.59b)$$

korrigiert. Die dabei verwendete Beobachtermatrix $\mathbf{K}_D(k)$ berechnet sich mit der prädizierten Kovarianzmatrix $\hat{\mathbf{P}}(k)$ und einem Term $\mathbf{R}$ zur Berücksichtigung von Messfehlern bzw. bekannten Sensorabweichungen zu

$$\mathbf{K}_D(k) = \hat{\mathbf{P}}(k) \mathbf{C}_D^T (\mathbf{C}_D \hat{\mathbf{P}}(k) \mathbf{C}_D^T + \mathbf{R})^{-1}. \quad (3.60)$$

Bei dem in dieser Arbeit verwendeten Extended Kalman Filter (siehe dazu auch Fujii, 2013), erfolgt die Berechnung der Systemzustände mit der nichtlinearen Prädiktion des Zustandsvektors $\hat{\mathbf{x}}_k^-$ gemäß der zeitdiskreten Form der Systemgleichung

$$\hat{\mathbf{x}}(k) = \mathbf{f}_D(\hat{\mathbf{x}}(k-1), \mathbf{u}(k-1), \mathbf{z}(k-1)) \quad (3.61)$$

wobei $\mathbf{f}_D(\cdot)$ das zum Zeitpunkt k diskretisierte Modell beschreibt. Für die Prädiktion der Kovarianzmatrix wird das nichtlineare Prozessmodell zu jedem Zeitschritt k am jeweils aktuellen Arbeitspunkt $(\mathbf{x}_0, \mathbf{u}_0, \mathbf{z}_0)$, nach dem zuvor in Abschnitt 3.1 beschriebenen Vorgehen, sukzessive linearisiert.

Im Anschluss an diese Arbeiten kann mit den vom Beobachter geschätzten Zustandsgrößen eine lineare MPR formuliert werden. Dabei ist es möglich, die Gütefunktionen des Optimierungsproblems über Wichtungen nach Kriterien der Regelgüte gezielt zu beeinflussen. Weiterhin ermöglicht die MPR die explizite Berücksichtigung von Beschränkungen der Stell- und Regelgrößen.

3.4 Zwischenfazit

Der heutige Standard der in thermischen Prozessen umgesetzten Regelungsstrukturen beruht nach wie vor auf einschleifigen oder vermaschten PID-Regelkreisen in Kombination mit Vorsteuerungen, Störgrößenaufschaltungen und Begrenzungsgliedern. Aufgrund wachsender Anforderungen bei gleichzeitig zunehmender Komplexität der Prozesse erfordert die Einstellung von konventionellen PID-Regelkreisen jedoch oftmals einen großen Zeitaufwand. Zur Optimierung des dynamischen Verhaltens wird im Rahmen dieser Arbeit eine modellbasierte prädiktive Regelungsstrategie vorgeschlagen. Die Gesamtstruktur dieser Regelungsstrategie besteht aus den Kernbestandteilen: sukzessive Linearisierung, nichtlineare Zustandsschätzer, Prädiktion und Optimierung.

Das Grundprinzip dieser Regelungsstrategie beruht darauf, die Systemausgänge basierend auf einem dynamischen Prozessmodell und in Abhängigkeit der zukünftigen Stellgrößen über einen endlichen Zeithorizont vorherzusagen und mit Hilfe einer zu minimierenden Kostenfunktion zu bewerten. Ausgehend von dieser Vorhersage werden die Stellgrößen über einem endlichen Stellhorizont so gewählt, dass die Abweichung von einem zukünftigen Sollwertverlauf, entsprechend einer quadratischen Kostenfunktion, minimiert wird. Dieses Steuerungsproblem

wird in jedem Abtastzeitschritt des zeitdiskreten Reglers neu aufgestellt und gelöst, wobei der Zeitbereich der Prädiktion um einen Abtastschritt verschoben wird. Durch Vorgabe einer Referenztrajektorie kann ein gewünschter Verlauf der Regelgröße dargestellt werden.

Für die Regelung von thermischen Prozessen wird in der vorliegenden Arbeit ein linear-zeitvarianter MPR-Algorithmus (LTV-MPR) in Zustandsraumdarstellung gewählt. Dabei wird das interne nichtlineare Streckenmodell in jedem Abtastschritt sukzessive an dem jeweiligen Arbeitspunkt linearisiert. Dadurch wird es einerseits möglich die Prozessnichtlinearitäten hinreichend zu berücksichtigen, andererseits können Standardalgorithmen zur linearen Optimierung angewendet werden und das Optimierungsproblem des Regelalgorithmus kann noch in Echtzeit gelöst werden.

Da jedoch längst nicht alle Zustände der betrachteten Prozesse gemessen werden können, ist ein Konzept zur Beobachtung oder Schätzung nötig. Dieses ist so zu entwerfen, dass die Zustandsgrößen des Systems aus wenigen Messgrößen geschätzt werden können. Dabei ist zu berücksichtigen, dass bei der Modellierung eines Prozesses Ungenauigkeiten vorliegen und das Erfassen von Messgrößen immer fehlerbehaftet ist. Um diese Form von Ein- und/oder Ausgangsstörungen zu berücksichtigen, wird das Beobachterkonzept um einen Störgrößenbeobachter erweitert.

Das Gesamtsystem der MPR, bestehend aus Zustandsschätzer, Trajektorienplanung, Prädiktion und Optimierung, wird in den folgenden Kapiteln mit den beiden Anwendungsbeispielen – thermische Hochvakuumverdampfung und Umweltsimulation – validiert. Dazu wird in einem ersten Schritt die in Kapitel 2 vorgestellte Methode zur Modellierung angewendet. Anschließend erfolgt die Auslegung der Reglerparameter und die Implementierung in der Prozesssteuerung der realen Anlage.

4 Anwendung 1

Modellbasierte prädiktive Regelung der thermischen Hochvakuumverdampfung

Dünne Schichten aus den verschiedensten metallischen, dielektrischen oder halbleitenden Werkstoffen werden heutzutage in vielen Industriebereichen eingesetzt. Durch das Aufbringen dieser speziellen Schichten kann erreicht werden, dass sich die Oberflächeneigenschaften eines Werkstücks von denen des Volumenmaterials unterscheiden. Bei dieser Oberflächenbehandlung werden die verschiedensten metallischen, dielektrischen oder halbleitenden Werkstoffe aufgetragen, die die physikalischen, elektrischen und/oder chemischen Eigenschaften des beschichteten Bauteils bzw. des Substrats beeinflussen. Dementsprechend vielfältig ist ihr Anwendungsgebiet und reicht von Dekorationsanwendungen (z. B. Metallisierung, Schutzschichten, Farbbeschichtungen) über Schichtanwendungen in der Optik (z. B. Architekturglas, Reflexions- und Antireflex-Schichten, optische Schichten auf Solarzellen) bis hin zu hochtechnologischen Anwendungen in der Elektrotechnik (z. B. Leiterschichten, Kontakt- und Isolatorschichten, aktive und passive Halbleiterbauelemente, Solarzellen). Die Schichtdicke variiert dabei je nach Anwendungsgebiet zwischen wenigen Nanometern und einigen Mikrometern.

So vielfältig die Anwendungsbereiche sind, so unterschiedlich sind auch die zur Schichtherstellung verwendeten Ausgangsmaterialien. Typische Materialien, die sich durch diesen Beschichtungsprozess abscheiden lassen, sind Metalle (z. B. Kupfer, Silber, Gold), aber auch Halbleitermaterialien (z. B. Siliciumdioxid, Indiumzinnoxid) oder organische Materialien (z. B. Pentacen). Aufgrund der unterschiedlichen Ausgangsmaterialien sind auch die notwendigen Prozesstemperaturen verschieden. Metalle verdampfen z. B. zwischen 1000 °C und 3400 °C (Merck KGaA, 2017). Andere Materialien benötigen hingegen deutlich niedrigere Temperaturen (z. B. Pentacen ca. 290 °C (Zeng u. a., 2007) oder Indiumzinnoxid ca. 600 °C (Königer, 2008)). Weiterhin ist zu berücksichtigen, dass die Verdampfung in einem eingeschränkten Temperaturbereich, d. h. einem Bereich viel kleiner als dem Arbeitsbereich der Anlage, stattfindet. Die Temperaturregelung ist dabei ein wichtiger Faktor, denn schon kleinere Temperaturänderungen können große Unterschiede bei der Verdampfungsrate und der Schichtdicke ergeben (Kienel, 1994). Eine Regelung erfordert daher eine präzise Kenntnis über den thermischen Prozess und die temperaturgesteuerten Vorgänge innerhalb des Materialgefüges.

Aufgrund unterschiedlicher Anforderungen an die Schichtdicke ergeben sich verschiedene Beschichtungsverfahren. Eine Möglichkeit zur Herstellung bzw. dem Abscheiden einer dünnen Schicht ist das *Vacuum Thermal Evaporation* Verfahren (VTE). Wie in Kienel (1994) angeführt, zeichnen sich Vakuumbeschichtungsprozesse durch besondere Reinheit in Bezug auf An- und Abwesenheit bestimmter Stoffe aus. Bei dieser Beschichtungstechnik wird dem gesamten Ausgangsmaterial durch eine Heizeinrichtung Wärme zugeführt und es wird auf Temperaturen

in der Nähe des Siedepunkts erhitzt. Das verdampfte Material steigt zum Substrat d. h. dem zu beschichtenden Material auf wo es sich niederschlägt, kondensiert und eine dünne Schicht bildet.

Aufgabe der Anlagenautomatisierung bzw. der -regelung ist es

- eine hohe Gleichmäßigkeit und Qualität der Beschichtung,
- eine gute Reproduzierbarkeit der Prozessabläufe und
- eine vielfache Wiederholung von Prozessschritten bei Vielschichtbedampfung und
- eine fehlerfreie, sichere und rationelle Bedienung der Anlage

zu ermöglichen. Ähnlich hohe Anforderungen werden an die Schichtdicke gestellt. Aufgrund dieser Anforderungen an die Schichtdicke ergeben sich enge Toleranzen für die Verdampfungstemperatur. Da die für die Verdampfung notwendige Oberflächentemperatur des Verdampfungsguts im Betrieb nur schwer zu erfassen ist, wird häufig nur die Temperatur der Heizquelle gemessen und als Hilfsregelgröße verwendet. Je nach Verdampfungsmaterial werden in der Literatur unterschiedliche Regelkonzepte für eine solche Temperaturregelung vorgeschlagen. Zur Regelung von Anlagen zur thermischen Verdampfung von Metallen schlagen Klovov und Galkina (1991) in ihrer Arbeit ebenfalls die Verwendung von PID-Reglern vor. In Steinberger u. a. (2010) wird jedoch gezeigt, dass dieses Regelungskonzept aufgrund des unterschiedlichen Verdampfungsverhaltens der Moleküle nicht auf organische Materialien übertragbar ist. Stattdessen schlägt er zur Regelung der Verdampfungsrate für diese Materialien ein flachheitsbasiertes Regelungskonzept vor. Dieses Kapitel beschränkt sich weitgehend auf wesentliche Aussagen zur modellbasierten prädiktiven Regelung der Temperatur. Dazu wird in den folgenden Abschnitten, basierend auf den Grundlagen aus Kapitel 2, ein thermodynamisches Modell der Verdampfungsanlage erstellt. Anschließend erfolgt eine Beschreibung des umgesetzten Regelalgorithmus und dessen Anwendung auf eine Technikumsanlage. Das Kapitel endet mit einer Vorstellung und Diskussion der erzielten Ergebnisse.

4.1 Prozessbeschreibung

Wie in dem vorhergehenden Abschnitt bereits dargestellt, existiert mit dem zur Klasse der hochvakuumbasierten Beschichtungsverfahren gehörenden Vacuum Thermal Evaporation (VTE) Prozess eine bewährte Methode zur Herstellung dünner Schichten. Der im Folgenden betrachtete Aufbau befindet sich, wie in Bild 4.1 schematisch dargestellt, in einer Vakuumkammer, die von einem wassergekühlten Mantel (Temperatur ϑ_U) umgeben ist. Das zu verdampfende Ausgangsmaterial wird bei diesem Aufbau in einen Tiegel (Temperatur ϑ_C) gefüllt. Den Tiegel umschließend sind mehrere elektrische Widerstandsheizkörper $H_1, \dots, H_q$ mit gut Wärmestrahlung reflektierenden Oberflächen angebracht die dem Verdampfungsgut V Wärme, entweder direkt mittels Wärmeleitung oder indirekt über Wärmestrahlung, zuführen und dieses auf Temperaturen in der Nähe des Siedepunkts erhitzen. Die q Temperaturen ϑ_{H_i} der Heizelemente können mittels Temperatursensoren auf der Tiegelseite erfasst werden.

Eine direkte Messung der Verdampfungstemperatur ϑ_{V_O} ist im vorliegenden Aufbau jedoch nicht möglich. Dazu wäre es notwendig, einen Temperatursensor an der Oberfläche des Verdampfungsguts in Nähe des Tiegelrands zu montieren, da hier die für die Verdampfung entscheidende Temperatur auftritt. Diese Position ist im Betrieb jedoch nicht geeignet, da diese zum einen aufgrund der kontinuierlichen Materialentnahme durch den Beschichtungsvorgang ständig an die Füllhöhe angepasst werden müsste und zum anderen der Sensor durch den Materialdampf ständig bedampft und somit verunreinigt würde. Für Testzwecke kann als eine Näherung der Verdampfungstemperatur die Temperatur ϑ_B des Verdampfungsguts am Tiegelboden erfasst werden.

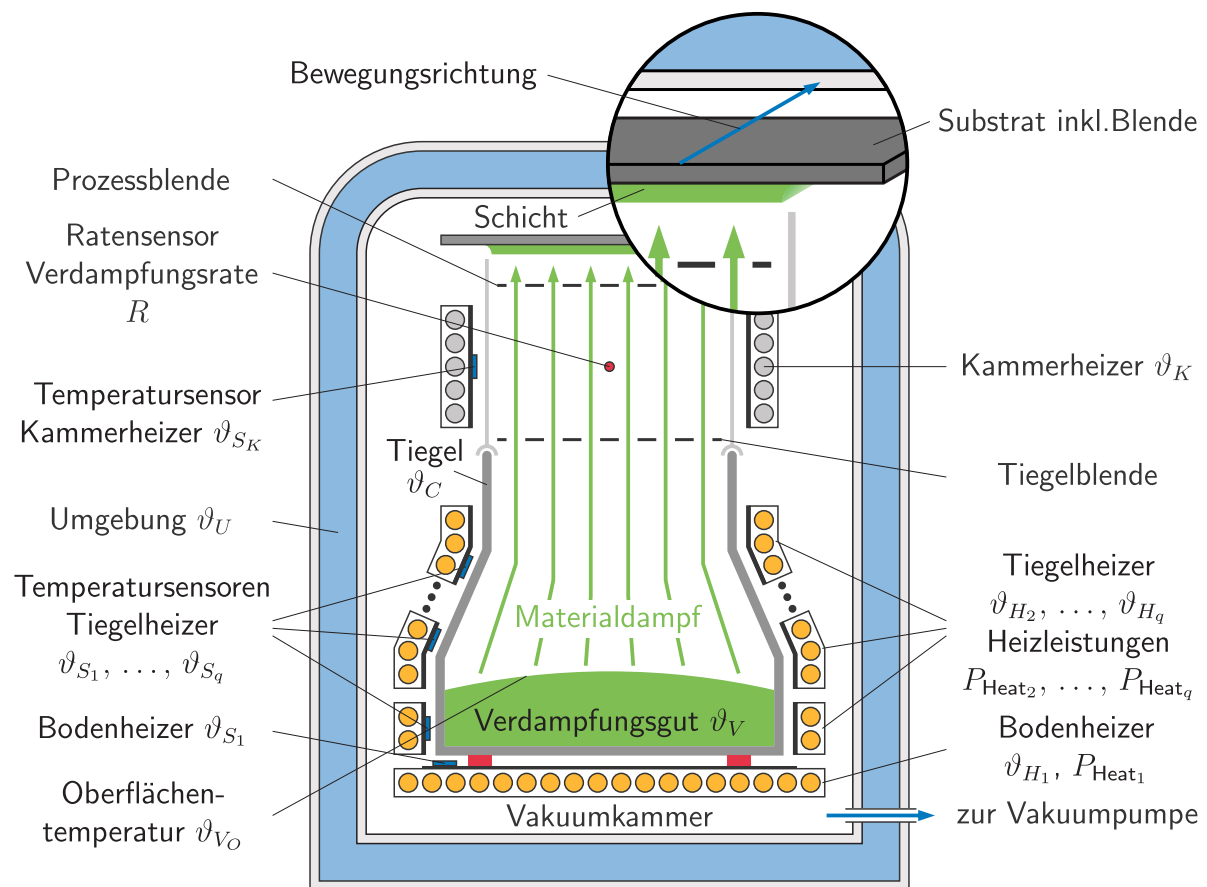


Bild 4.1: Schematische Darstellung der thermischen Verdampfung mit elektrischen Widerstandsheizern

Um Oxidation und Verunreinigung der Beschichtung durch Fremdatome zu vermeiden, wird der Verdampfungsprozess im Hochvakuum (HV) betrieben, wodurch das Verdampfungsma-
terial von fest nach gasförmig sublimiert. Die Ausbreitung der verdampften Teilchen erfolgt
nahezu geradlinig. Bei geöffneter Tiegelblende tritt der Materialdampf aus dem Tiegel und
gelangt durch die Prozesskammer zur Ratenmessung. Hierzu ist bei der vorliegenden Anlage
ein Sensor vor dem Substrat positioniert. Die Temperatur der Vakuumpumpe kann in diesem
Bereich der Anlage aufgrund eines zusätzlichen Kammerheizers H_K beeinflusst werden.

Ist der Verdampfer für den Beschichtungsprozess konditioniert, d. h. die Aufdampfrate ist ausreichend hoch, wird die Prozessblende geöffnet und der Materialdampf erreicht das zu beschichtende Material. Am kühleren Substrat angelangt schlägt sich der Materialdampf auf diesem nieder, kondensiert und bildet eine dünne Schicht. Um eine möglichst große Menge des Materials auf dem Substrat abzuscheiden ist die Materialdampfquelle genau auf das Substrat ausgerichtet. Bei großflächigen Anwendungen wird das Substrat innerhalb der Vakuumkammer über die Materialdampfquelle bewegt. Zur Beendigung des Beschichtungsprozesses wird die Prozessblende geschlossen und die Temperatur des Verdampfers wird, wie in Bild 4.2 dargestellt, rampenförmig auf Null abgesenkt. Soll die Anlage jedoch für einen weiteren Aufdampfzyklus konditioniert bleiben, wird die Temperatur auf eine definierte Vorheiztemperatur zurückgefahren.

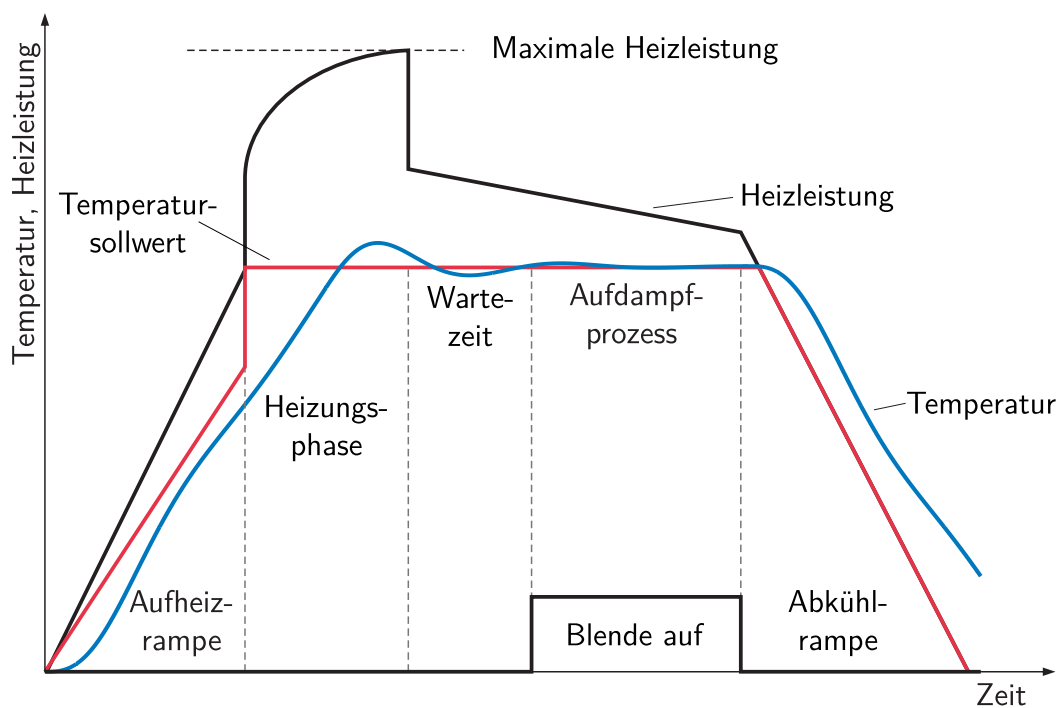


Bild 4.2: Schematische Darstellung des Temperaturverlaufs bei geregelter Heizertemperatur (nach Kienel, 1994)

Die Größenordnung des Schichtwachstums bewegt sich nach Bunshah (1994) in der Regel zwischen $100 \text{ \AA}/\text{min}$ und $250,000 \text{ \AA}/\text{min}$. Beeinflussbar ist das Schichtwachstum durch die Verdampfungsrate R welche sich aus der Temperatur des Verdampfungsguts ϑ_V ergibt. Diese kann über eine der jeweils zugeführten Heizleistung P_{Heat_i} proportionalen Stellgröße u_{Heat_i} mit $1 \leq i \leq q$ eingestellt werden.

4.2 Modellbildung

Im folgenden Abschnitt wird das dynamische Gesamtmodell der Hochvakuumverdampfungsanlage, basierend auf den in Kapitel 2 beschriebenen Ergebnissen zur Modellbildung sowie den Grundlagen der Thermodynamik, hergeleitet. Dabei wird, wie zuvor beschrieben, vorgegangen und das System zunächst in die wesentlichen Komponenten zerlegt. Anschließend erfolgt die Modellierung dieser Komponenten. Diese Teilmodelle werden anschließend zu einem Gesamtmodell zur Beschreibung des Temperaturverhaltens zusammengefasst.

4.2.1 Modellierung der Komponenten

Für die Erstellung eines physikalisch basierten Simulationsmodells zur Beschreibung des Verdampfungsprozesses werden die thermodynamischen Zusammenhänge bei der Verdampfung des Verdampfungsmaterials im Verdampfungstiegel untersucht. Besonderer Bedeutung kommt hierbei der physikalischen Beschreibung der Verdampfungstemperatur zu, da diese nach Kienel (1994); Steinberger u. a. (2013b) entscheidend für die Verdampfungsrate und demzufolge für die resultierende Schichtdicke ist. Gemäß der Kinetischen Gastheorie (Beziehung von Hertz und Knudsen) kann die stationäre Verdampfungsrate R in Abhängigkeit der Verdampfungstemperatur T_{Vo} sowie der Materialparameter c_1 bzw. c_2 beschrieben werden

$$R_{\text{stat.}}(T_{Vo}) = c_1 \cdot \frac{e^{-\frac{c_2}{T_{Vo}}}}{\sqrt{T_{Vo}}}, \quad (4.1)$$

wobei für die Verdampfung eine homogene Dichte ρ des Verdampfungsguts sowie ein gleichmäßiges Aufwachsen der Schicht angenommen wird (Eritt, 2010; Steinberger u. a., 2013a). Für ein Gesamtmodell der Verdampfungsanlage ist es daher notwendig, die Wärmeübergänge zwischen den einzelnen Komponenten innerhalb der Vakuumkammer zu untersuchen. Der Zusammenhang zwischen Temperaturänderung $\dot{\vartheta}$ einer Komponente und der von dieser aufgenommenen bzw. abgegebenen Wärme $\dot{Q}$ kann durch die in Abschnitt 2.2.2 beschriebenen Grundgleichung der Wärmelehre hergestellt werden. Demzufolge kann die Temperaturänderung eines Körpers anhand einer Wärmebilanz um diesen modelliert werden (vgl. Viitanen, 1988). Im Folgenden werden die wesentlichen Komponenten

- Heizung
- Temperatursensor
- Quarztiegel
- Verdampfungsgut

analysiert und vorgestellt. Druckabhängige Einflüsse werden bei dieser Betrachtung jedoch vernachlässigt, da aufgrund des Hochvakuums davon ausgegangen werden kann, dass alle thermodynamischen Vorgänge bei Umgebungsdruck $p_G \approx 10^{-7}$ hPa stattfinden. Aufgrund des geringen Drucks im Hochvakuum wird weiterhin davon ausgegangen, dass konvektive Wärmeübergänge bei der Modellierung vernachlässigbar sind.

4.2.1.1 Heizung

Wie bereits zuvor dargestellt, kann die Temperatur innerhalb der Vakuumkammer durch verschiedene Heizer beeinflusst werden. Häufig werden für diese Aufgaben Flächenheizer, wie in Bild 4.3 dargestellt, eingesetzt. Diese verfügen über eine möglichst gleichmäßige Oberflächentemperatur und sollen vorzugsweise einen homogenen Strahlungsraum um den Tiegel bilden. Je nach Anwendungsfeld ergibt sich die in Tabelle 4.1 aufgelisteten unterschiedlichen Heizertypen.

Tabelle 4.1: Arbeitsbereich der Heizertypen

Heizertyp	Oberflächentemperatur Heizer
Mantelrohrheizer (Heizdraht im Rohr in Aluminiumoxid gebettet)	bis 800 °C
Offene Widerstandsheizert (Heizdraht isoliert aufgehängt)	bis 1100 °C
Quarzstrahler (Halogenfüllung)	bis 2600 °C

Bei großen Flächenheizungen mit mäanderförmiger Anordnung der Heizdrähte ergibt sich das Problem der Temperaturverteilung innerhalb des Tiegels. Um die oft geforderte hochgradige Gleichverteilung zu erzielen, wird die Heizerfläche in n einzelne Segmente aufgeteilt, die mit getrennt ansteuerbaren Heizern bestückt sind. Über die Anzahl n der Heizer kann die Gleichverteilung innerhalb des Tiegels annähernd einjustiert werden, wobei dieser Auslegungsparameter für die folgende Beschreibung nicht weiter berücksichtigt wird. Die einzelnen Heizungen sind als elektrische Widerstandsheizungen ausgeführt und unterscheiden sich je nach Einbausituation in ihrer Bauform.

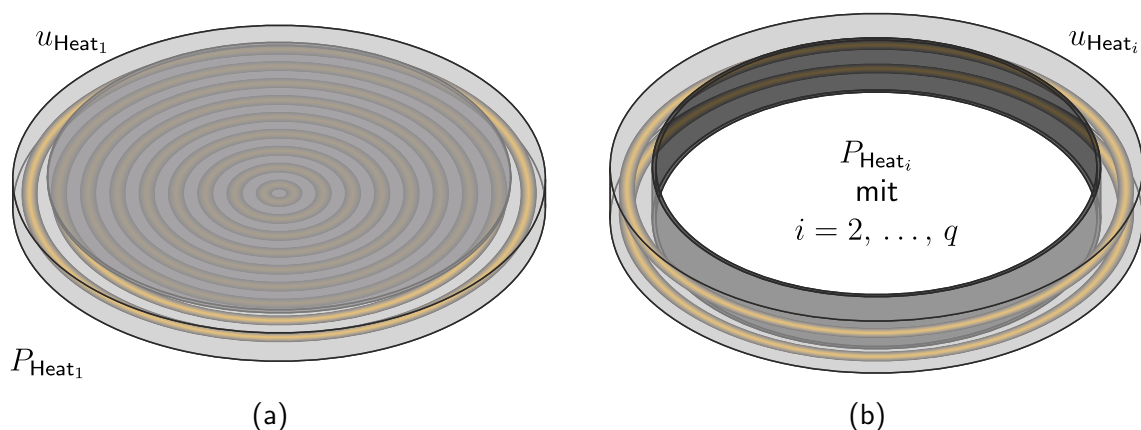


Bild 4.3: Schematische Darstellung der Heizer am Beispiel der Bodenheizung H_1 (a) bzw. dem Tiegelheizer H_i (b)

Die maximale Heizleistung $P_{\text{Heat,max}}$ ist nach dem ohmschen Gesetz abhängig vom elektrischen Widerstand R_{el} und der angelegten Spannung U bzw. dem elektrischen Strom I_{max}

$$P_{\text{Heat,max}} = U \cdot I_{\text{max}} = R_{el} \cdot I_{\text{max}}^2. \quad (4.2)$$

Die Betriebsspannung der Heizung bzw. der elektrische Strom wird über ein elektronisches Schaltrelais gesteuert. Dieses Relais wird im Folgenden als idealer Schalter betrachtet und soll über einen Pulsweitenmodulator (PWM) betrieben werden.

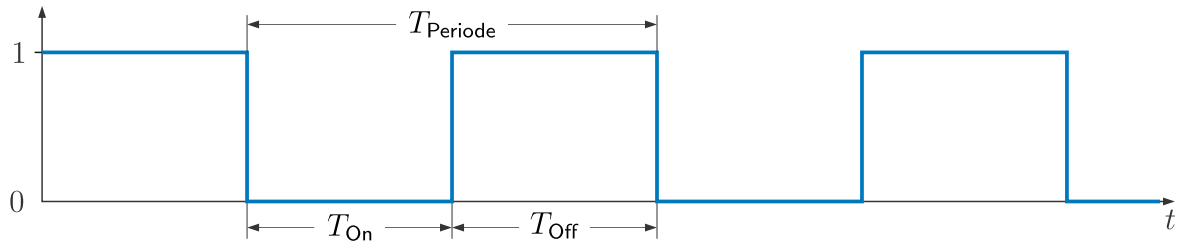


Bild 4.4: Pulsweitenmodulation mit Periodendauer T_{Periode} und Pulsbreite T_{On} bzw. T_{Off}
Duty Cycle = 25 % Duty Cycle = 75 %

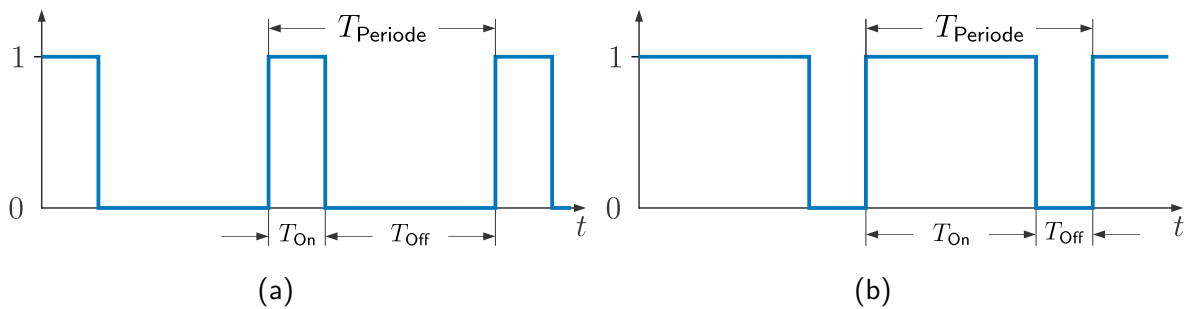


Bild 4.5: PWM-Signal mit 25 % Duty Cycle (a) bzw. 75 % Duty Cycle (b)

Bei der Pulsweitenmodulation schaltet wie in Bild 4.4 angedeutet, ein periodisches Rechtecksignal mit einer festen Periodendauer T_{Periode} und einer variablen Pulswbreite zwischen dem Schaltzustand „aktiv“ (Pulswbreite T_{On}) und dem Schaltzustand „inaktiv“ (Pulswbreite T_{Off}). Der mittlere Wert des PWM-Signals ist durch das Verhältnis von Pulswbreite T_{On} zu Periodendauer T_{Periode} gegeben. Dieses Verhältnis wird auch als Tastgrad oder Duty Cycle bezeichnet

$$\text{Duty Cycle} = \frac{T_{\text{On}}}{T_{\text{Periode}}} = \frac{T_{\text{On}}}{T_{\text{On}} + T_{\text{Off}}}. \quad (4.3)$$

Demnach variiert die Breite der Pulse zwischen 0 % und 100 %. Damit ist es möglich eine dem Stellgrad u_{Heat} proportionale Heizleistung P_{Heat} einzustellen.

$$P_{\text{Heat}} = P_{\text{Heat,max}} u_{\text{Heat}} = I_{\text{max}}^2 R_{el} u_{\text{Heat}}. \quad (4.4)$$

Soll beispielsweise eine mittlere Heizleistung von 25 %, wie in Bild 4.5a gezeigt, eingestellt werden, so ist T_{On} ein Viertel der Periodendauer T_{Periode} . Entsprechend bedeutet eine Pulswbreite von drei Viertel der Periodendauer eine mittlere Heizleistung von 75 %.

Der Wärmeaustausch mit den umgebenden Komponenten erfolgt aufgrund des Vakuums primär durch Wärmestrahlung. Nach Gleichung (2.46) emittiert jeder Heizer i den Wärmestrom

$$\dot{Q}_{S,H_i} = \varepsilon_i \sigma A_i T_{H_i}^4. \quad (4.5)$$

Wie in Bild 4.1 zu erkennen ist, wird die Vakuumkammer von einem wassergekühlten Mantel mit der als konstant anzunehmenden Temperatur ϑ_U umgeben. Zwischen Umgebung und Heizung findet ein Wärmetransport durch Strahlung, gemäß Gleichung (2.49) statt und der Heizer i absorbiert einen anteiligen Wärmestrom $\dot{Q}_{S,U_i}$

$$\dot{Q}_{S,U_i} = F_{U,i} \varepsilon_U \sigma A_U T_U^4. \quad (4.6)$$

Bedingt durch den geometrischen Aufbau der Vakuumkammer stehen die einzelnen Tiegelheizer im gegenseitigen Wärmeaustausch und absorbieren nach Gleichung (2.47) einen entsprechenden Wärmestrom

$$\dot{Q}_{S,H_{j,i}} = F_{j,i} \varepsilon_j \sigma A_j T_{H_j}^4 \quad \text{bzw.} \quad \dot{Q}_{S,H_j} = \sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^n F_{j,i} \varepsilon_j \sigma A_j T_{H_j}^4. \quad (4.7)$$

Darüber hinaus stehen die Heizer im Wärmeaustausch mit dem zentral angeordneten Tiegel C und absorbieren dementsprechend einen anteiligen Wärmestrom

$$\dot{Q}_{S,C,i} = F_{C,i} \varepsilon_C \sigma A_C T_C^4. \quad (4.8)$$

Ebenso stehen die Heizer im Wärmeaustausch mit dem vertikal übergeordneten Kammerheizer H_K

$$\dot{Q}_{S,K,i} = F_{K,i} \varepsilon_K \sigma A_K T_K^4. \quad (4.9)$$

Der von einem beliebigen Heizer i abgegebene Netto-Wärmestrom $\dot{Q}_{S,H_i}$ berechnet sich zu

$$\dot{Q}_{S,H_i} = \varepsilon_i \sigma A_i T_{H_i}^4 - \left(\sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^n F_{j,i} \varepsilon_j \sigma A_j T_{H_j}^4 + F_{U,i} \varepsilon_U \sigma A_U T_U^4 + F_{C,i} \varepsilon_C \sigma A_C T_C^4 + F_{K,i} \varepsilon_K \sigma A_K T_K^4 \right). \quad (4.10)$$

Wird darüber hinaus angenommen, dass es sich bei den Heizungen um graue Körper handelt, so kann Gleichung (4.10), wie in Abschnitt 2.2.3.3 beschrieben, umgeformt werden. Damit ergibt sich

$$\begin{aligned} \dot{Q}_{S,H_i} = \sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^n \underbrace{\tilde{\varepsilon}_i \sigma A_i}_{K_{S,H_i H_j}} (T_{H_i}^4 - T_{H_j}^4) + \underbrace{\tilde{\varepsilon}_i \sigma A_i}_{K_{S,H_i U}} (T_{H_i}^4 - T_U^4) \\ + \underbrace{\tilde{\varepsilon}_i \sigma A_i}_{K_{S,H_i C}} (T_{H_i}^4 - T_C^4) + \underbrace{\tilde{\varepsilon}_i \sigma A_i}_{K_{S,H_i K}} (T_{H_i}^4 - T_K^4) \end{aligned} \quad (4.11)$$

wobei die Material- und Geometrieparameter in den Koeffizienten $K_{S,H_i\{\cdot\}}$ zusammengefasst sind. Weiterhin kann angenommen werden, dass zwischen zwei unmittelbar benachbarten Heizungen H_i und H_{i+1} ein Wärmestrom, gemäß Gleichung (4.8) fließt

$$\dot{Q}_{L,H_i H_{i+1}} = \underbrace{\frac{\lambda A}{\delta}}_{K_{L,H_i H_{i+1}}} (\vartheta_{H_i} - \vartheta_{H_{i+1}}). \quad (4.12)$$

Ein weiterer Wärmestrom fließt zwischen Heizer H_i und dem entsprechenden Temperatursensor S_i (siehe dazu auch Abschnitt 4.2.1.2)

$$\dot{Q}_{L,H_i S_i} = \underbrace{\frac{\lambda_i A_{S_i}}{\delta_i}}_{K_{L,H_i S_i}} (\vartheta_{H_i} - \vartheta_{S_i}). \quad (4.13)$$

Modellfehler und weitere Verlustterme werden durch einen zusätzlichen Wärmetransport zwischen Heizung H_i und Umgebung in Form von Wärmeleitung berücksichtigt. Für den Wärmestrom $\dot{Q}_{L,H_i U}$ gilt der Zusammenhang aus Gleichung (2.21)

$$\dot{Q}_{L,H_i U} = \underbrace{\frac{\lambda_i A_i}{\delta_i}}_{K_{L,H_i U}} (\vartheta_{H_i} - \vartheta_U). \quad (4.14)$$

Dabei werden die Materialkonstante λ sowie die Geometriefaktoren A und δ in der Proportionalitätskonstanten $K_{L,H_i U}$ zusammengefasst werden.

Die Änderung $\dot{\vartheta}_{H_i}$ der Heizertemperatur berechnet sich aus der Grundgleichung der Wärmelehre 2.16

$$C_{H_i} \dot{\vartheta}_{H_i} = P_{\text{Heat},i} - (\dot{Q}_{S,H_i} + \dot{Q}_{L,H_i H_{i+1}} + \dot{Q}_{L,H_i S_i} + \dot{Q}_{L,H_i U}). \quad (4.15)$$

Die Wärmekapazität C_{H_i} des i -ten Heizers lässt sich nach Gleichung (2.15) aus dem Produkt der Masse m_{H_i} und der spezifischen isobaren Wärmekapazität c_{p,H_i}

$$C_{H_i} = m_{H_i} \cdot c_{p,H_i} \quad (4.16)$$

bestimmen. Eingesetzt in Gleichung (4.8) berechnet sich die Zustandsgleichung der Heizertemperatur ϑ_{H_i} zu

$$\begin{aligned} m_{H_i} c_{p,H_i} \dot{\vartheta}_{H_i} = & R_{el} I_{\max}^2 u_{\text{Heat}_i} \\ & - \left(K_{S,H_i H_j} (T_{H_i}^4 - T_{H_j}^4) + K_{S,H_i U} (T_{H_i}^4 - T_U^4) \right. \\ & + K_{S,H_i C} (T_{H_i}^4 - T_C^4) + K_{S,H_i K} (T_{H_i}^4 - T_K^4) \\ & + K_{L,H_i H_{i+1}} (\vartheta_{H_i} - \vartheta_{H_{i+1}}) \\ & + K_{L,H_i S_i} (\vartheta_{H_i} - \vartheta_{S_i}) \\ & \left. + K_{L,H_i U} (\vartheta_{H_i} - \vartheta_U) \right) \end{aligned} \quad (4.17)$$

Wie in Bild 4.1 dargestellt, steht der Tiegel C , gestützt durch mehrere Füße, auf dem Bodenheizer H_1 . Demzufolge ist in der Bilanzgleichung des Bodenheizers ein zusätzlicher Wärmetransport in Form von Wärmeleitung

$$\dot{Q}_{L,H_1C} = \underbrace{\frac{\lambda_1 A_1}{\delta_1}}_{K_{L,H_1C}} (\vartheta_{H_1} - \vartheta_C) \quad (4.18)$$

zu berücksichtigen.

4.2.1.2 Temperatursensor

Für die Beschreibung der Heizungen innerhalb der Verdampfungsanlage wird, wie zuvor dargestellt, eine homogene Temperaturverteilung angenommen. Anhand eines Experiments, bei dem an einem Heizer zwei Temperatursensoren angebracht werden, kann jedoch gezeigt werden, dass diese Annahme nur bedingt gültig ist. Zur Kompensation dieses Einflusses sollen neben den Heizungen auch noch die eigentlichen Temperatursensoren modelliert werden. Damit soll die Abweichung zwischen Messung und Modell reduziert werden.

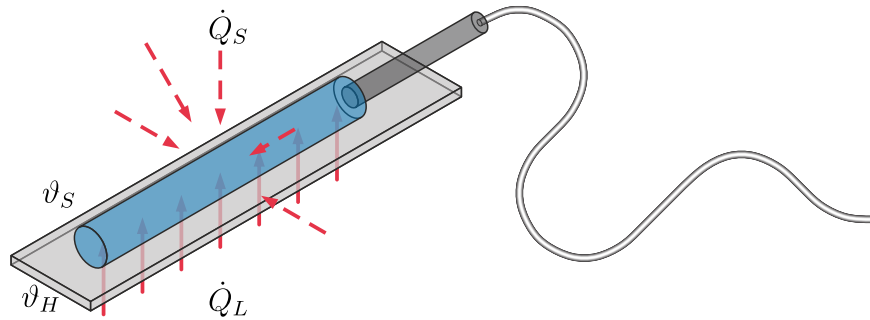


Bild 4.6: Schematische Darstellung eines Temperatursensors

Die Temperatursensoren sind im praktischen Aufbau direkt auf der Heizeroberfläche befestigt. Dadurch findet ein Wärmeaustausch mit den Heizern in Form von Wärmeleitung statt

$$\dot{Q}_{L,H_iS_i} = \underbrace{\frac{\lambda_i A_{S_i}}{\delta_i}}_{K_{L,H_iS_i}} (\vartheta_{H_i} - \vartheta_{S_i}). \quad (4.19)$$

Aufgrund der Position der Temperatursensoren auf der Kammerinnenseite wird, wie in Bild 4.6 dargestellt, weiterhin angenommen, dass ein Strahlungsaustausch zwischen Sensor und Tiegel stattfindet. Diese Kopplung wird durch einen weiteren Wärmestrom $\dot{Q}_{S,QS_i}$ in der Wärmebilanz der Sensoren berücksichtigt

$$\dot{Q}_{S,CS_i} = \underbrace{\tilde{\varepsilon}_C \sigma A_C}_{K_{S,CS_i}} (T_C^4 - T_{S_i}^4). \quad (4.20)$$

Die Änderung der Sensortemperatur ϑ_{S_i} berechnet sich aus der Wärmebilanz

$$\begin{aligned} C_{S_i} \cdot \dot{\vartheta}_{S_i} &= \dot{Q}_{L,H_i S_i} - \dot{Q}_{S,Q S_i} \\ &= K_{L,H_i S_i} (\vartheta_{H_i} - \vartheta_{S_i}) + K_{S,Q S_i} (T_Q^4 - T_{S_i}^4). \end{aligned} \quad (4.21)$$

Die Wärmekapazität C_{S_i} des i -ten Temperatursensors ist gemäß Gleichung (2.15) das Produkt der Masse m_{S_i} und der spezifischen isobaren Wärmekapazität c_{p,S_i} als Materialkonstante

$$C_{S_i} = m_{S_i} \cdot c_{p,S_i}. \quad (4.22)$$

4.2.1.3 Tiegel

Zur Aufnahme des pulverförmigen Verdampfungsmaterials V wird in der vorliegenden Verdampfungsanlage eine Tiegel aus Quarzglas verwendet. Quarzglas besteht im Gegensatz zu normalen Gläsern aus reinem Siliciumdioxid (in amorpher Form) und besitzt neben einer sehr hohen Festigkeit auch eine geringe thermische Ausdehnung. Aufgrund des hohen Schmelzpunkts ($\approx 1700^\circ\text{C}$) ist Quarzglas besonders für Hochtemperaturwendungen geeignet (vgl. Weißbach, 2015).

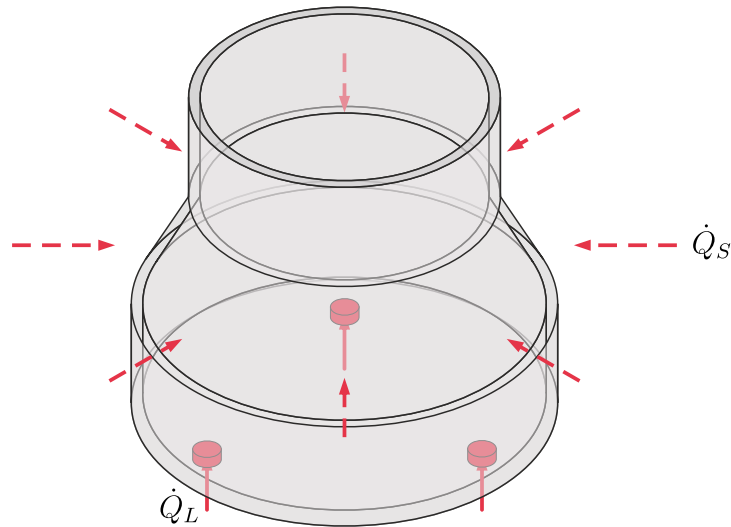


Bild 4.7: Skizze des Tiegels

Der Tiegel, schematisch dargestellt in Bild 4.7, ist zentral in der Verdampfungsanlage angeordnet und wird von den zuvor beschriebenen n -Heizern umschlossen. Aufgrund des Vakuums findet keine Konvektion statt und die Wärme wird im Wesentlichen durch Strahlung übertragen. Der Strahlungsaustausch zwischen Heizung und Tiegel kann nach Gleichung (2.43) berechnet werden. Wird weiterhin angenommen, dass es sich bei den betrachteten Komponenten um graue Körper handelt, so bestimmt sich der Wärmestrom zu

$$\dot{Q}_{S,H_i C} = \underbrace{\tilde{\varepsilon}_i \sigma A_i}_{K_{S,H_i C}} (T_{H_i}^4 - T_C^4). \quad (4.23)$$

Darüber hinaus wird angenommen, dass ein Strahlungsaustausch zwischen den Temperatursensoren S_i und dem Tiegel stattfindet. Die jeweiligen Wärmeströme bestimmen sich zu

$$\dot{Q}_{S,CS_i} = \underbrace{\tilde{\varepsilon}_C \sigma A_C}_{K_{S,CS_i}} (T_C^4 - T_{S_i}^4). \quad (4.24)$$

Durch $\dot{Q}_{L,H_1C}$, mit

$$\dot{Q}_{L,H_1C} = \underbrace{\frac{\lambda_1 A_1}{\delta_1}}_{K_{L,H_1C}} (\vartheta_{H_1} - \vartheta_C), \quad (4.25)$$

wird ein geringer Wärmestrom berücksichtigt, der aufgrund von Wärmeleitung durch die Standfüße vom Bodenheizer zum Quarztiegel fließt.

Auf der Innenseite des Tiegels findet ebenfalls ein Wärmeübergang statt. Es wird davon ausgegangen, dass zum einen ein Wärmestrom $\dot{Q}_{L,VC}$ mit

$$\dot{Q}_{L,VC} = \underbrace{\frac{\lambda_C A_C}{\delta_C}}_{K_{L,VC}} (\vartheta_V - \vartheta_C), \quad (4.26)$$

in Form von Wärmeleitung durch die vom Verdampfungsgut bedeckten Boden- und Seitenflächen A_C des Tiegels fließt und zum anderen, dass der Tiegel die Oberfläche des Verdampfungsguts durch Wärmestrahlung gemäß

$$\dot{Q}_{S,VC} = \underbrace{\tilde{\varepsilon}_C \sigma A_C}_{K_{S,VC}} (T_V^4 - T_C^4) \quad (4.27)$$

erwärmt. Für die Temperaturänderung $\dot{\vartheta}_C$ ergibt sich in Abhängigkeit der zu- bzw. abgeführten Wärmeströme die nichtlineare Differentialgleichung 4.28

$$C_C \dot{\vartheta}_C = \sum_{i=1}^q \dot{Q}_{S,H_iC} - \sum_{i=1}^q \dot{Q}_{S,CS_i} + \dot{Q}_{L,H_1C} + \dot{Q}_{L,VC} + \dot{Q}_{S,VC}. \quad (4.28)$$

wobei die Wärmekapazität C_C aus dem Produkt der spezifischen isobaren Wärmekapazität $c_{p,C}$ und der Masse m_C

$$C_C = m_C c_{p,C} \quad (4.29)$$

berechnet wird. Werden in obige Differentialgleichung die Zusammenhänge aus 4.23-4.27 eingesetzt, ergibt sich

$$\begin{aligned} m_C c_{p,C} \dot{\vartheta}_C = & \sum_{i=1}^q K_{S,H_iC} (T_{H_i}^4 - T_C^4) \\ & - \sum_{i=1}^q K_{S,CS_i} (T_C^4 - T_{S_i}^4) \\ & + K_{L,H_1C} (\vartheta_{H_1} - \vartheta_C) \\ & + K_{L,VC} (\vartheta_V - \vartheta_C) \\ & + K_{S,VC} (T_V^4 - T_C^4). \end{aligned} \quad (4.30)$$

zur Beschreibung des physikalischen Verhaltens der Komponente Verdampfungstiegel.

4.2.1.4 Verdampfungsgut

Wie im vorhergehenden Abschnitt bereits dargestellt, befindet sich im Quarzglasiegel Q das pulverförmige Verdampfungsmaterial V . Bei der Arbeitspunkttemperatur ändert sich der Aggregatzustand von *fest* zu *gasförmig* und das Material verdampft gemäß Gleichung (4.1) mit der Verdampfungsrate $R_{\text{stat.}}$. Die für das Einstellen der Arbeitspunkttemperatur notwendige Wärme wird, wie in Bild 4.8 schematisch dargestellt, an Mantel- und Unterseite primär durch Wärmeleitung und an der Oberseite durch Wärmestrahlung übertragen.

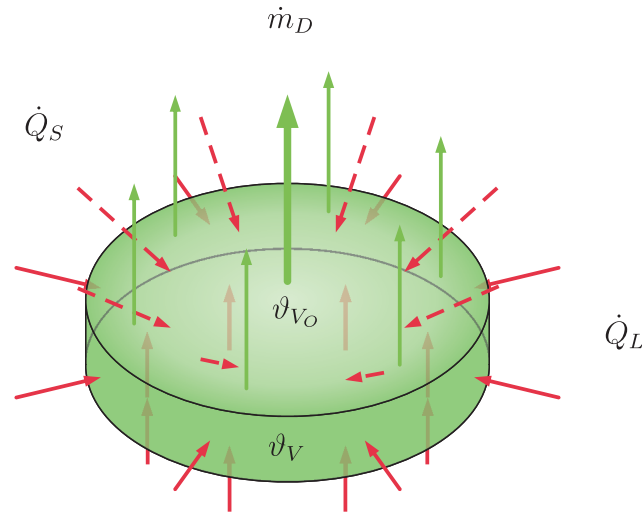


Bild 4.8: Schematische Darstellung des Verdampfungsguts

Die jeweiligen Wärmeströme $\dot{Q}_{L,VC}$ und $\dot{Q}_{S,VC}$ berechnen sich nach Gleichung (4.26) und 4.27 zu

$$\dot{Q}_{L,VC} = \underbrace{\frac{\lambda_C A_C}{\delta_C}}_{K_{L,VC}} (\vartheta_V - \vartheta_C) \quad \text{bzw.} \quad \dot{Q}_{S,VC} = \underbrace{\tilde{\varepsilon}_C \sigma A_C}_{K_{S,VC}} (T_V^4 - T_C^4). \quad (4.31)$$

Darüber hinaus führt der Verdampfungs Massenstrom $\dot{m}_D$, analog zu Gleichung (2.61), zu einem Wärmestrom $\dot{Q}_V$, der dem Verdunstungsmaterial entzogen wird. Nach Steinberger u. a. (2013b) wird angenommen, dass der Massenstrom $\dot{m}$ proportional zur Verdampfungsrate $R_{\text{stat.}}$ ist

$$\dot{Q}_V = \Delta h \cdot \dot{m}_D = \tilde{K}_V \cdot R = \underbrace{\tilde{K}_V c_1}_{K_V} \cdot \frac{e^{-\frac{c_2}{T_V}}}{\sqrt{T_V}}. \quad (4.32)$$

Zusammen mit der Wärmekapazität

$$C_V = m_V c_{p,V}, \quad (4.33)$$

dem Produkt aus Masse m_V und spezifischer Wärmekapazität $c_{p,V}$, kann die Temperaturänderung $\dot{\vartheta}_V$ durch die folgende Wärmebilanz

$$C_V \dot{\vartheta}_V = -(\dot{Q}_{L,VC} + \dot{Q}_{S,VC} + \dot{Q}_V) \quad (4.34)$$

bestimmt werden. Hierbei wird, wie bei den zuvor modellierten Komponenten angenommen, dass eine homogene Temperaturverteilung vorliegt, d. h. das Verdampfungsmaterial besitzt eine konstante Temperatur.

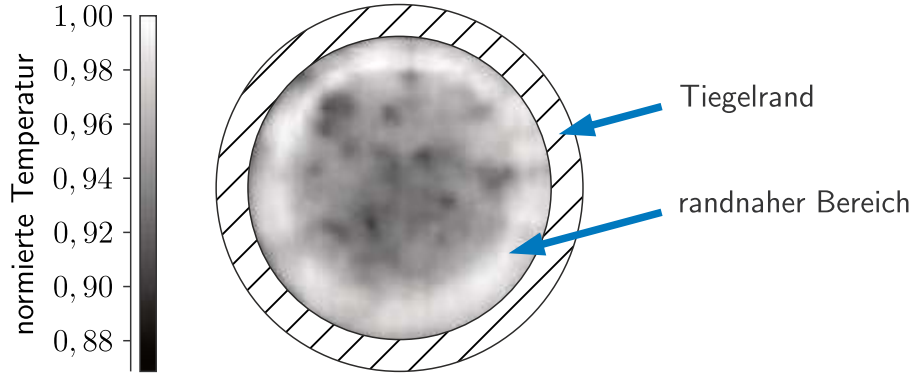


Bild 4.9: Wärmebildaufnahme des Tiegelinneren, während eines Aufheizvorganges (nach Steinberger u. a., 2010, zitiert in Steinberger u. a. 2013b)

In Steinberger u. a. (2013b) bzw. Steinberger u. a. (2010) wird gezeigt, dass die Annahme einer homogenen Temperaturverteilung nur sehr eingeschränkt gültig ist (vergleiche dazu auch Bild 4.9). Für eine detailliertere Modellierung wird eine Systemgrenze, die im Bereich der Grenzfläche zwischen Vakuum und Verdampfungsmaterial etwas unterhalb der Oberfläche verläuft, eingeführt. Diese Systemgrenze wird von Wärmeströmen überschritten und teilt die Gesamtmasse m_{VG} des Verdampfungsguts, wie in Bild 4.10 gezeigt, in die zwei Teilbereiche m_{VO} und m_V mit

$$m_{VG} = m_{VO} + m_V = \varphi \cdot m_{VG} + (1 - \varphi) \cdot m_{VG}. \quad (4.35)$$

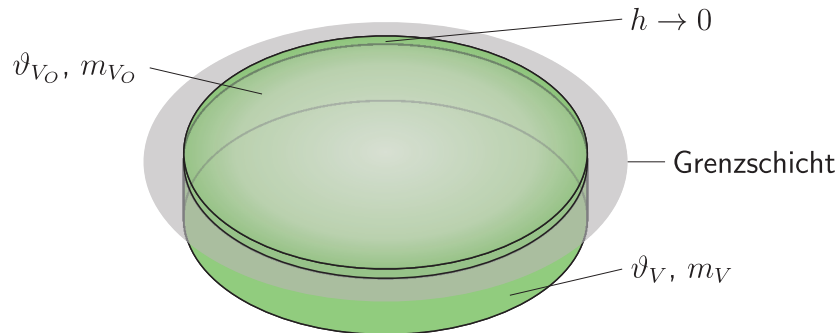


Bild 4.10: Verdampfungsgut mit Grenzschicht

Wird die Grenzfläche als eine feste dünne Oberfläche mit der Dicke $h \rightarrow 0$ interpretiert, so kann im Falle $\vartheta_{VO} > \vartheta_V$ die Wärmeübertragung von der Oberfläche mit der Temperatur ϑ_{VO} in die tieferen Schichten mit der Temperatur ϑ_V als konvektiver Wärmeübergang betrachtet werden

$$\dot{Q}_{K,VOV} = \underbrace{\alpha_V A_V}_{K_{K,VOV}} (\vartheta_{VO} - \vartheta_V). \quad (4.36)$$

Werden die Wärmeströme aus Gleichung (4.31) entsprechend aufgeteilt, ergeben sich die beiden folgenden Differentialgleichungen zur Beschreibung der jeweiligen Temperaturänderungen

$$\begin{aligned}\varphi \cdot C_V \cdot \dot{\vartheta}_{V_O} &= -\dot{Q}_{S,V_O C} - \dot{Q}_{K,V_O V} - \dot{Q}_V \\ &= -K_{S,V_O C} (T_{V_O}^4 - T_C^4) - K_{K,V_O V} (\vartheta_{V_O} - \vartheta_V) - K_V \cdot \frac{e^{-\frac{c_2}{T_{V_O}}}}{\sqrt{T_{V_O}}}\end{aligned}\quad (4.37a)$$

bzw.

$$\begin{aligned}(1 - \varphi) \cdot C_V \cdot \dot{\vartheta}_V &= -\dot{Q}_{L,V C} + \dot{Q}_{K,V_O V} \\ &\quad - K_{L,V C} (\vartheta_V - \vartheta_C) + K_{K,V_O V} (\vartheta_{V_O} - \vartheta_V).\end{aligned}\quad (4.37b)$$

Hinweis: Die Aufteilung des Verdampfungsmaterials ist in der Zustandsgleichung des Tiegels ebenfalls zu berücksichtigen.

4.2.2 Gesamtmodell

Das Gesamtmodell der Hochvakuumverdampfungsanlage kann nach dem in Kapitel 2 beschriebenen Vorgehen bestimmt werden. Dazu werden die nichtlinearen Differentialgleichungen der Komponenten geeignet umgeformt und durch vektorielles Zusammenfassen in ein nicht-lineares Zustandsraummodell in der Form

$$\dot{\mathbf{X}}(t) = \mathbf{f}(\mathbf{X}(t), \mathbf{U}(t), \mathbf{Z}(t), t), \quad \mathbf{X}(0) = \mathbf{X}_0 \quad (4.38a)$$

$$\mathbf{Y}(t) = \mathbf{g}(\mathbf{X}(t), \mathbf{U}(t), \mathbf{Z}(t), t) \quad (4.38b)$$

überführt. In dieser Darstellung beschreibt der Zustandsvektor

$$\mathbf{X}(t) = \left(\vartheta_{H_1}, \dots, \vartheta_{H_q}, \vartheta_{S_1}, \dots, \vartheta_{S_q}, \vartheta_C, \vartheta_{V_0}, \vartheta_{V_1} \right)^T \quad (4.39)$$

die Temperaturen der relevanten Komponenten in °C, bei denen ein Wärmeaustausch stattfindet. Die Stellgröße der einstellbaren Heizleistungen P_{Heat_i} der q Tiegelheizer werden im Stellgrößenvektor

$$\mathbf{U}(t) = \begin{pmatrix} u_{\text{Heat}_1} \\ \vdots \\ u_{\text{Heat}_q} \end{pmatrix} \quad (4.40)$$

und die nicht-beeinflussbaren Temperaturen des Kühlmantels und der Kammerheizer in dem Störvektor

$$\mathbf{Z}(t) = \begin{pmatrix} \vartheta_U \\ \vartheta_K \end{pmatrix} \quad (4.41)$$

zusammengefasst. Aus den Temperaturen der Sensorik ergeben sich die q Ausgangsgleichungen

$$\mathbf{Y}(t) = \begin{pmatrix} \vartheta_{S_1} \\ \vdots \\ \vartheta_{S_q} \end{pmatrix}. \quad (4.42)$$

Zusammenfassend ergibt sich das Temperaturmodell Σ_{VTE} der Hochvakuumverdampfung

$$\dot{\mathbf{X}} = \begin{pmatrix} \dot{\vartheta}_{H_1} \\ \vdots \\ \dot{\vartheta}_{H_q} \\ \dot{\vartheta}_{S_1} \\ \vdots \\ \dot{\vartheta}_{S_q} \\ \dot{\vartheta}_Q \\ \dot{\vartheta}_{V_O} \\ \dot{\vartheta}_V \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{C_{H_1}} (P_{\text{Heat}_1, \max} u_{\text{Heat}_1} - (\dot{Q}_{S, H_1} + \dot{Q}_{L, H_1 H_{1+1}} + \dot{Q}_{L, H_1 S_1} + \dot{Q}_{L, H_1 U} + \dot{Q}_{L, H_1 C})) \\ \vdots \\ \frac{1}{C_{H_q}} (P_{\text{Heat}_q, \max} u_{\text{Heat}_q} - (\dot{Q}_{S, H_q} + \dot{Q}_{L, H_q K} + \dot{Q}_{L, H_q S_q} + \dot{Q}_{L, H_q U})) \\ \frac{1}{C_{S_1}} (\dot{Q}_{L, H_1 S_1} - \dot{Q}_{S, C S_1}) \\ \vdots \\ \frac{1}{C_{S_q}} (\dot{Q}_{L, H_q S_q} - \dot{Q}_{S, C S_q}) \\ \frac{1}{C_Q} (\sum_{i=1}^q \dot{Q}_{S, H_i C} - \sum_{i=1}^q \dot{Q}_{S, C S_i} + \dot{Q}_{L, H_1 C} + \dot{Q}_{L, V C} + \dot{Q}_{S, V_0 C}) \\ \frac{1}{\varphi \cdot C_V} (-\dot{Q}_{S, V_O C} - \dot{Q}_{K, V_O V} - \dot{Q}_V) \\ \frac{1}{(1-\varphi) \cdot C_V} (-\dot{Q}_{L, V C} + \dot{Q}_{K, V_O V}) \end{pmatrix} \quad (4.43a)$$

$$\mathbf{Y} = \begin{pmatrix} \vartheta_{y_1} \\ \vdots \\ \vartheta_{y_q} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \vartheta_{S_1} \\ \vdots \\ \vartheta_{S_n} \end{pmatrix}, \quad (4.43b)$$

wobei aus Gründen der Übersichtlichkeit die Zeitabhängigkeit aller Signale nicht mit angegeben wurde. Das so hergeleitete Modell 4.43 verfügt über $n = 2q + 3$ Zustände und q Ein- und Ausgangsgrößen sowie über zwei Störgrößen und kann als ein sogenanntes Multiple Input Multiple Output (MIMO) System bezeichnet werden. Neben der Modellstruktur werden für eine vollständige Beschreibung des Modells 4.43 die Koeffizienten der Gleichungen bzw. die physikalischen Parameter der Anlage bzw. deren Produkte benötigt. Diese können, wie in Kapitel 2 beschrieben, durch Auswertung geeigneter Versuchsreihen an der realen Verdampfungsanlage mit Methoden der Parameteridentifikation ermittelt werden. Dazu werden beliebige Arbeitspunktänderungen der Anlage durchgeführt und die resultierende Temperatur der Sensoren aufgezeichnet. Das identische Stellsignal wird anschließend verwendet um eine Simulation des Prozesses durchzuführen. Das Ergebnis der Modellvalidierung ist in Bild 4.11 beispielhaft für die Temperatur ϑ_{S_q} des Heizers H_q dargestellt. Ein Vergleich der gemessenen und simulierten Temperaturverläufe zeigt, dass diese hierbei gut übereinstimmen. Eine Auswertung des in Bild 4.12 dargestellten, relativen Simulationsfehlers

$$e_{\text{Rel}} = \frac{\vartheta_{\text{Sim}} - \vartheta_{\text{Mess}}}{\vartheta_{\text{Mess}}} \quad (4.44)$$

zeigt, dass dieser während der gesamten Versuchsdauer kleiner als 6 % ist. Die größeren, positiven Abweichungen zu Beginn des Versuchs ($t \approx 0,05$) lassen den Schluss zu, dass das stationäre Verhalten noch nicht vollständig modelliert ist. Aufgrund der negativen Abweichungen im frühen Bereich der Arbeitspunktänderung ($0,05 \leq t \leq 0,35$) wird angenommen, dass

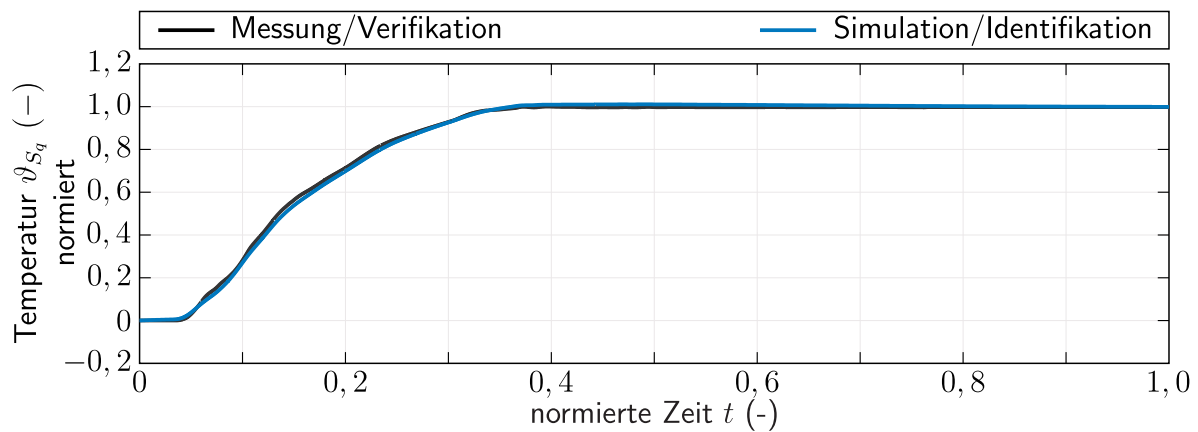


Bild 4.11: Gemessener und simulierter Temperaturverlauf für die Heizertemperatur ϑ_{S_q}

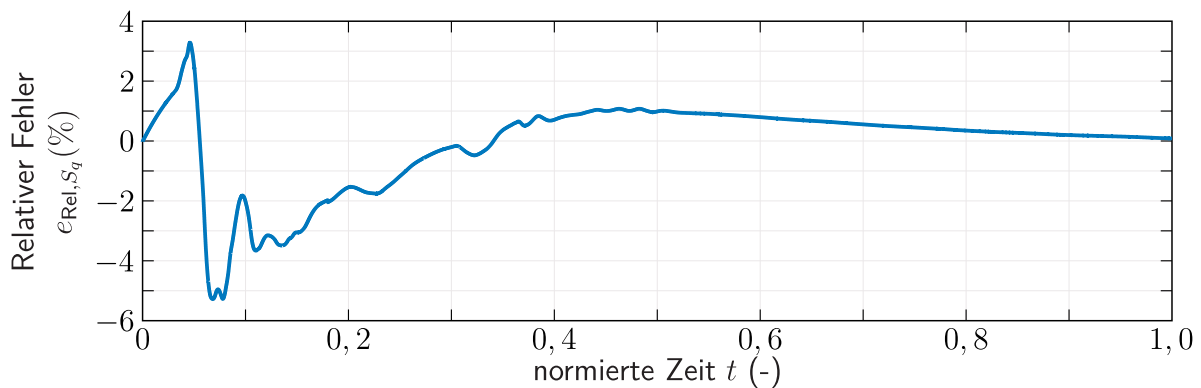


Bild 4.12: Relativer Fehler für die Heizertemperatur ϑ_{S_q}

der Einfluss der Heizleistung nicht genügend groß ist, die Temperaturänderung exakt wiederzugeben. Insgesamt wird jedoch davon ausgegangen, dass der zuvor präsentierte Ansatz zur Modellierung ausreichend ist und das parametrisierte Modell der Verdampfungsanlage und dessen Temperaturverhalten für eine Regelung hinreichend genau abbildet.

4.3 Regelung

Nach der Entwicklung und Validierung des zeitkontinuierlichen Modells 4.43 des Hochvakuumverdampfungsprozess kann dies für die Zustandsschätzung sowie die modellbasierte prädiktive Regelung verwendet werden. Als Regelalgorithmus wird die zuvor dargestellte LTV-MPR mit sukzessiver Linearisierung und Move-Blocking-Strategie genutzt. Zur Erfassung der Dynamik des Prozesses wird der Prädiktionshorizont ausreichend hoch gewählt, jedoch erfolgt, zur Reduzierung des Optimierungsproblems, eine Auswertung des Regelfehlers nur an verhältnismäßig wenig äquidistanten Zeitpunkten. Die Berechnung der Prädiktion der freien Regelgröße $F(\cdot|k)$ erfolgt, wie in Abschnitt 3.2.1.2 beschrieben, durch Auswertung der nichtlinearen Ausgangsgleichung (3.27).

Zur Vermeidung von großen Regelfehlern nach Sollwertänderungen wird der in Steinberger u. a. (2013b) empfohlene Polynomansatz als Referenzgrößenfilter verwendet, siehe dazu auch Bild 4.13. Durch die Forderung dass sowohl Temperaturänderung als auch deren Ableitung zum Zeitpunkt $t = t_0$ der Änderung und zum Zeitpunkt $t = t_0 + T$ jeweils Null sind, soll Überschwingen bei Erreichung des Sollwerts vermieden werden. Basierend auf diesen Forderungen ergibt sich mit $n = 2$ für das Referenzgrößenfilter

$$\begin{aligned} r_{\text{Poly}}(t) &= w_0 + (w_T - w_0) \sum_{i=n+1}^{2n+1} p_i \left(\frac{t}{T} \right)^i \\ &= w_0 + (w_T - w_0) \left(p_5 \left(\frac{t}{T} \right)^5 + p_4 \left(\frac{t}{T} \right)^4 + p_3 \left(\frac{t}{T} \right)^3 \right) \end{aligned} \quad (4.45)$$

ein Polynom fünfter Ordnung. Die Parameter bestimmen sich zu

$$p_5 = 6$$

$$p_4 = -15$$

$$p_3 = 10.$$

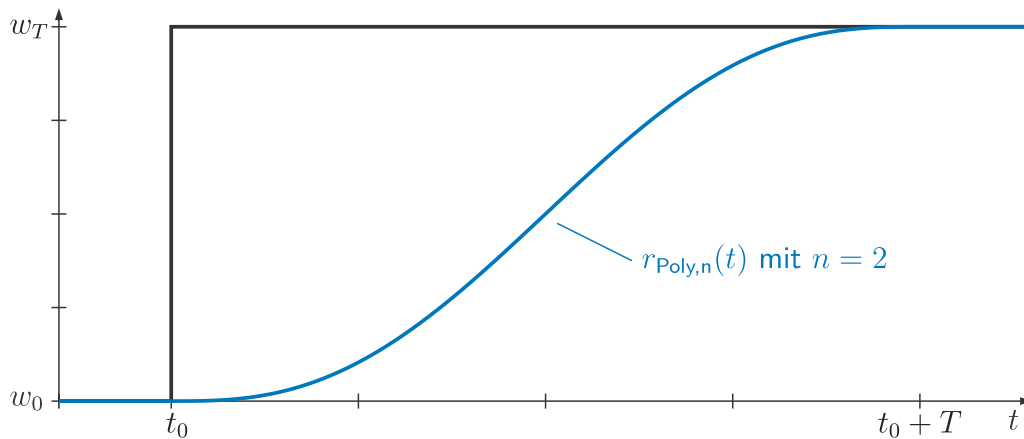


Bild 4.13: Verlauf der gefilterten Referenz bei Sollwertsprung

Zur Bestimmung der nicht messbaren Zustände wird aufgrund der Nichtlinearität des Systems das zuvor beschriebene Extended Kalman Filter als Zustandsschätzer genutzt. Weiterhin wird ein Störgrößenbeobachter hinzugefügt, der eine Störgröße in Form einer Ausgangsstörung für jede Messgröße enthält.

Zur Lösung des Optimierungsproblems wird qpOASES als (active-set) QP-Löser verwendet. In diesem Fall kann immer eine Lösung des Regelalgorithmus innerhalb des Abtastintervalls oder innerhalb der maximalen Anzahl von Iterationen erhalten werden. Dieser Löser wurde eigens für quadratische Programme in der Form

$$\begin{aligned} \min \quad & \frac{1}{2} \cdot \boldsymbol{\theta}^T \mathbf{H} \boldsymbol{\theta} + \boldsymbol{\theta}^T \mathbf{g} \\ \text{s. t.} \quad & \boldsymbol{\theta}_{\min} \leq \boldsymbol{\theta} \leq \boldsymbol{\theta}_{\max} \\ & \boldsymbol{\omega}_{\min} \leq \boldsymbol{\Omega} \boldsymbol{\theta} \leq \boldsymbol{\omega}_{\max} \end{aligned} \quad (4.46)$$

entwickelt (siehe hierzu auch Ferreau u. a., 2014). Der Löser wird, wie in Abschnitt 3.2.1.4 beschrieben, in jedem Abtastschritt des Reglers mit den notwendigen Matrizen und Vektoren aufgerufen. Aus dem Ergebnis der Optimierung wird der Wert $\Delta \mathbf{u}(k|k)$ benutzt, um die Stellgröße $\mathbf{u}(k|k) = \Delta \mathbf{u}(k|k) + \mathbf{u}(k-1)$ zu berechnen. Die Stellgröße $\mathbf{u}(k|k)$ wird anschließend verwendet, um den Regelkreis zu schließen.

4.4 Umsetzung

Zur Validierung des beschriebenen Konzepts zur Regelung der Prozesstemperatur der Hochvakuumverdampfung, wird dies an einer Technikumsanlage umgesetzt und implementiert. Die Implementierung des Gesamtsystems, bestehend aus Beobachter und Regelung, erfolgt in der Entwicklungsumgebung MATLAB/Simulink. Aus Gründen der Übersicht und der Wartbarkeit erfolgt die Realisierung des Regelalgorithmus weitestgehend textuell. Der Prüfstand ist mit einer speicherprogrammierbaren Steuerung (SPS) ausgestattet welche eine geschlossene Toolkette zwischen der Entwicklungsumgebung MATLAB/Simulink und der eigentlichen Anlagensteuerung ermöglicht. Dabei werden Zustandsschätzer und Regelalgorithmus innerhalb einer Abtastzeit von $T_S = 1\text{ s}$ ausgeführt. Diese Abtastzeit entspricht der Pulsweite, mit der das Stellsignal der Heizelemente moduliert wird. Um das Steuerschema online anzuwenden und die Rechenzeit zu verkürzen, wird die Länge des Steuerhorizonts H_U kürzer gewählt als die Länge des Prädiktionshorizonts H_P . Es ist zu beachten, dass die Abtastzeit T_S des Reglers im Vergleich zu den Zeitkonstanten der Anlage $T_{P,i}$ viel kleiner ist. Dies führt entweder zu großen Werten für den Prädiktionshorizont und damit zu einer höheren Rechenzeit oder zum Verlust von Informationen über die Systemdynamik. Zur Auflösung dieses Konflikts wird eine unterschiedliche Abtastzeit $T_{S,MPC} > T_S$ verwendet, um die Dynamik der Anlage zu erfassen und die Prädiktion der Ausgänge ohne Erhöhung der Rechenzeit zu berechnen.

4.5 Ergebnisse

Zur Bewertung des ausgelegten MPR-Algorithmus werden im Folgenden beispielsweise die geregelten Temperaturen ϑ_{S_1} und ϑ_{S_q} dargestellt und mit der aktuell in der Produktion heuristisch eingestellten PID-Regelung verglichen, auf deren Parametrierung keinen Einfluss genommen werden konnte. Die dargestellten Ergebnisse entsprechen dabei einer realen Betriebsführung während eines Beschichtungsvorgangs. Bei dem vorliegenden VTE-System erfolgt ein Beschichtungsvorgang prinzipiell in zwei Arbeitsschritten. In einem ersten Schritt wird die Anlage von der Ausgangstemperatur auf einen Betriebspunkt erwärmt. Anschließend wird die Temperatur in einem stationären Zustand gehalten, um eine konstante Verdampfungsrate und damit eine konstante Schichtdicke zu halten. Bild 4.14 zeigt den ersten Schritt des Beschichtungsverfahrens. Dabei geht es vorrangig darum, möglichst schnell den endgültigen Sollwert zu erreichen, um die Produktionszeit gegenüber der ursprünglich an der Anlage verwendeten PID-Regelung zu maximieren.

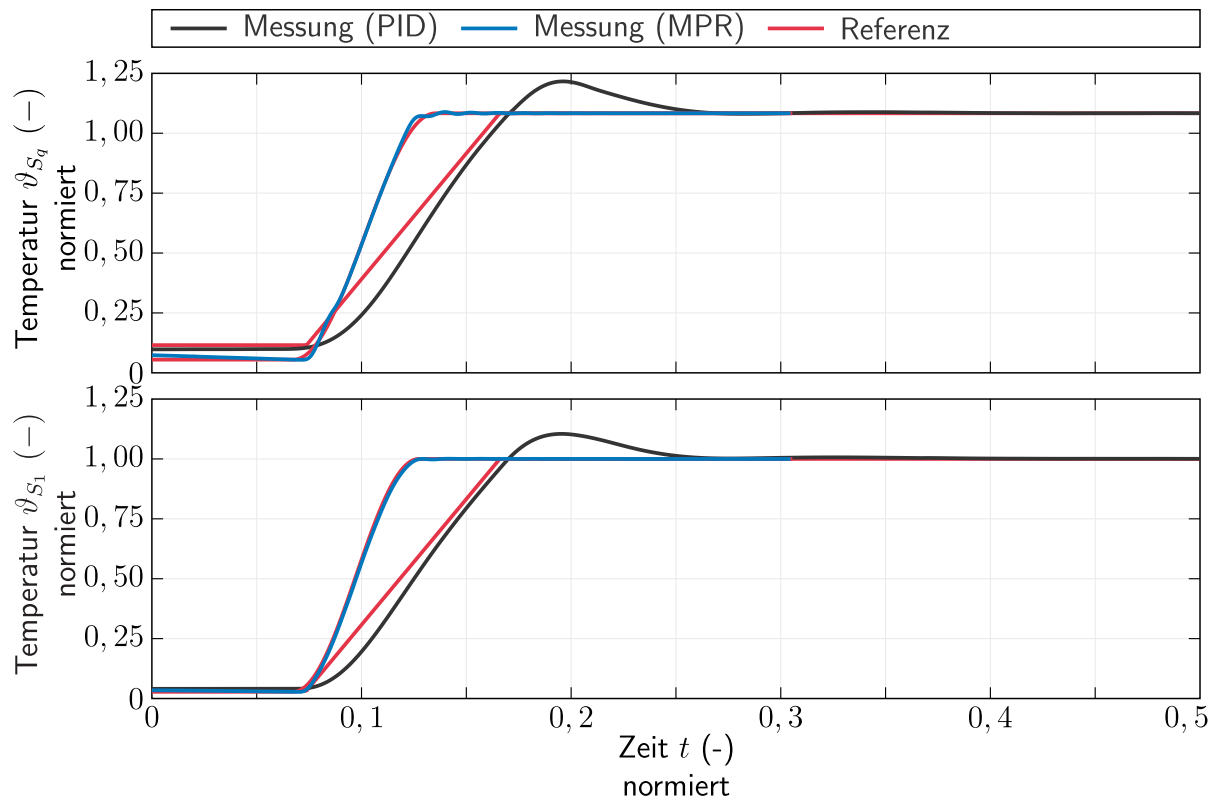


Bild 4.14: Vergleich der normierten Temperatur ϑ_{S_1} bzw. ϑ_{S_q} während des Aufheizvorgangs

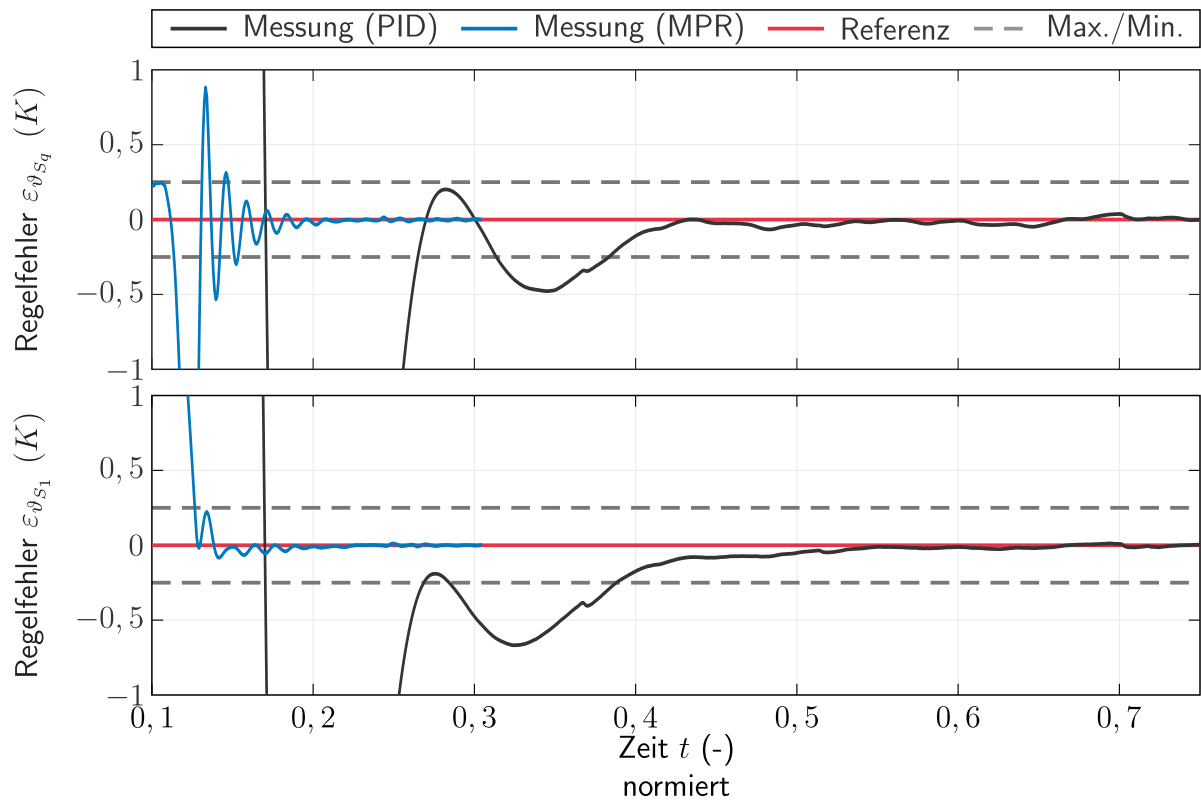


Bild 4.15: Vergleich der Regelfehler der normierten Temperaturen ϑ_{S_1} bzw. ϑ_{S_q} am Arbeitspunkt

Darüber hinaus kann gezeigt werden dass beide Temperaturen ϑ_{S_1} und ϑ_{S_q} , geregelt mit dem dargestellten MPR-Schema, den Sollwert schneller erreichen als ihre PID-geregelten Pendanten. Eine quantitative Analyse der Einschwingzeit, d. h. die Zeit bis zum letzten Eintritt in das Toleranzband ($T = 0,2 \text{ K}$) zeigt, dass diese Zeit auf ein Drittel reduziert werden konnte.

Weiterhin ist in den in Bild 4.15 gezeigten Kurven ersichtlich, dass auch die Amplituden der Arbeitspunktbewegung verbessert werden konnten. Es ist erkennbar, dass diese Schwingung einsetzt, wenn eine der Regelgrößen den Arbeitspunkt erreicht. Es wird daher angenommen, dass dieses Verhalten durch die Kopplung der Innentemperaturen entsteht und noch nicht durch das Modell abgebildet wird. Es sollte beachtet werden, dass die MPR-Aufzeichnung beendet wurde, nachdem die Zieltemperatur erreicht wurde. Die maximalen Überschwingweiten beider Regelungssysteme ist in Tabelle 4.2 aufgeführt.

Tabelle 4.2: Gegenüberstellung der Überschwingweite Δh von PID und MPR

Δh in %		
ϑ_{S_1}	PID	5,7035
	MPR	0,0460
ϑ_{S_q}	PID	6,9425
	MPR	0,2801

In Bild 4.16 sind die zur Arbeitspunkteinstellung notwendigen Stellgrößen dargestellt. Hierbei bleibt festzuhalten, dass sich die Kurven im stationären Bereich ($t \leq 0,075$) bzw. ($t \geq 0,15$) kaum unterscheiden. Im transienten Bereich unterscheiden sich die Kurven deutlich. Die Stellgröße des PID-Verlaufs für ϑ_{S_q} steigt monoton bis zu dem Zeitpunkt an wo die Regelgröße den Sollwert übersteigt. Mit dem Maximalwert von $u_{\text{Heat}_q} \approx 80 \%$ bleibt noch eine große Reserve zur maximalen Stellgröße. Bei dem Versuchsablauf mit der MPR erreicht die Stellgröße die obere Schranke, führt aber aufgrund der Arbeitspunktbewegungen zu einem oszillierenden Verlauf mit asymptotisch abklingender Amplitude. Bei der Regelung von ϑ_{S_1} beträgt die maximale Stellgröße u_{Heat_1} der PID-Regelung ca. 50 % und die der MPR ca. 70 %, weist jedoch eine höhere Steigung auf. Stellt sich am Arbeitspunkt ein stationäres Temperaturverhalten der Heizelemente ein, kann eine Schicht, wie bereits zuvor dargestellt, aufgetragen werden.

Ändert sich die Rate aufgrund externer oder interner Einflüsse, ist es in einem zweiten Schritt notwendig die Verdampfungsrate durch Änderungen der Arbeitspunkttemperaturen nachzustellen. Bild 4.17 zeigt den zeitlichen Verlauf für zwei beliebige Arbeitspunktänderungen. In Bild 4.17(a) ist das Verhalten der Anlage dargestellt, wenn eine Temperaturänderung ($\vartheta_{\text{Ref}} = 1 \text{ K}$) von mehreren Heizelementen gleichzeitig nachgeführt wird. Wie diesem Bild zu entnehmen ist, können kleine Arbeitspunktänderungen sehr gut eingeregelt werden. Das Toleranzband des einen Heizers wird nur kurzzeitig verlassen. In einem weiteren Regelszenario (Bild 4.17(b)) wird der Arbeitspunkt eines einzelnen Heizelements durch einen Sprung der Referenztemperatur ($\vartheta_{\text{Ref}} = 14 \text{ K}$) verändert. Bei diesem Szenario hat der Regler zum einen dafür zu sorgen, dass sich die entsprechende Temperatur erhöht, wobei er gleichzeitig dafür zu sorgen hat, dass der Arbeitspunkt des konstant gehaltenen Heizers nicht verändert wird.

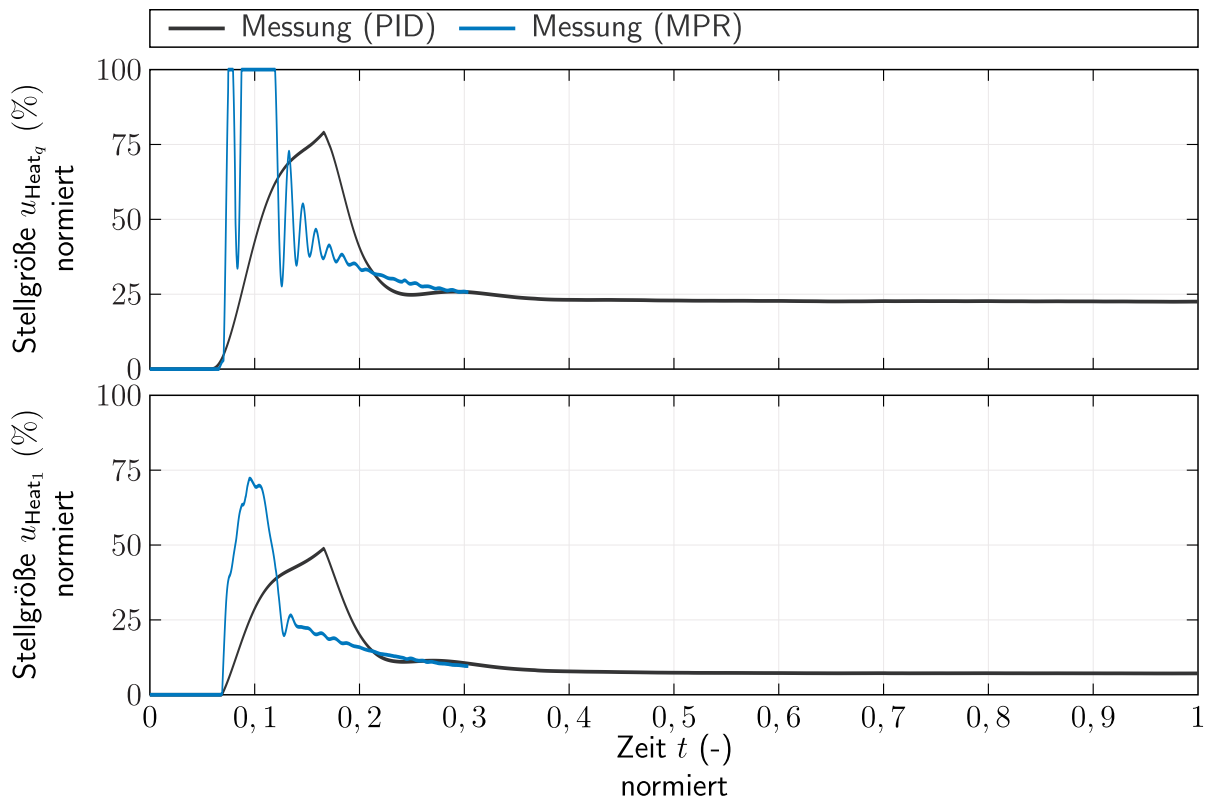


Bild 4.16: Vergleich der normierten Messergebnisse für PID und MPR – Temperatur ϑ_{S_1} bzw. ϑ_{S_q}

Es ist zu erkennen, dass dies dem Regler ebenfalls gelingt wobei auch in diesem Fall das Toleranzband kurzzeitig verlassen wird. Diese Abweichung tritt bei der konstant gehaltenen Temperatur dann auf, wenn der neue Arbeitspunkt erreicht wird (ca. $t = 0,2$). Der stationäre Bereich weist in beiden Fällen jedoch nur sehr kleine Abweichungen vom Sollwert auf. Die für die in Bild 4.17 gezeigten Arbeitspunktänderungen notwendigen Stellgrößenverläufe sind in Bild 4.18 dargestellt. Wie in diesen Zeitverläufen zu erkennen ist, werden die Schranken der Heizleistungen $P_{\text{Heat,Min}} = 0\%$ bzw. $P_{\text{Heat,Max}} = 100\%$) auch im Fall der großen Arbeitspunktänderung eingehalten.

Zusammenfassend lässt sich feststellen, dass mit dem dargestellten MPR-Schema das VTE-Verfahren durch eine Reduzierung der Produktionszeit aufgrund eines schnelleren Erreichens des Betriebspunktes verbessert werden kann, während das Risiko eines Materialschadens durch übermäßiges Überschwingen gleichzeitig verringert wird.

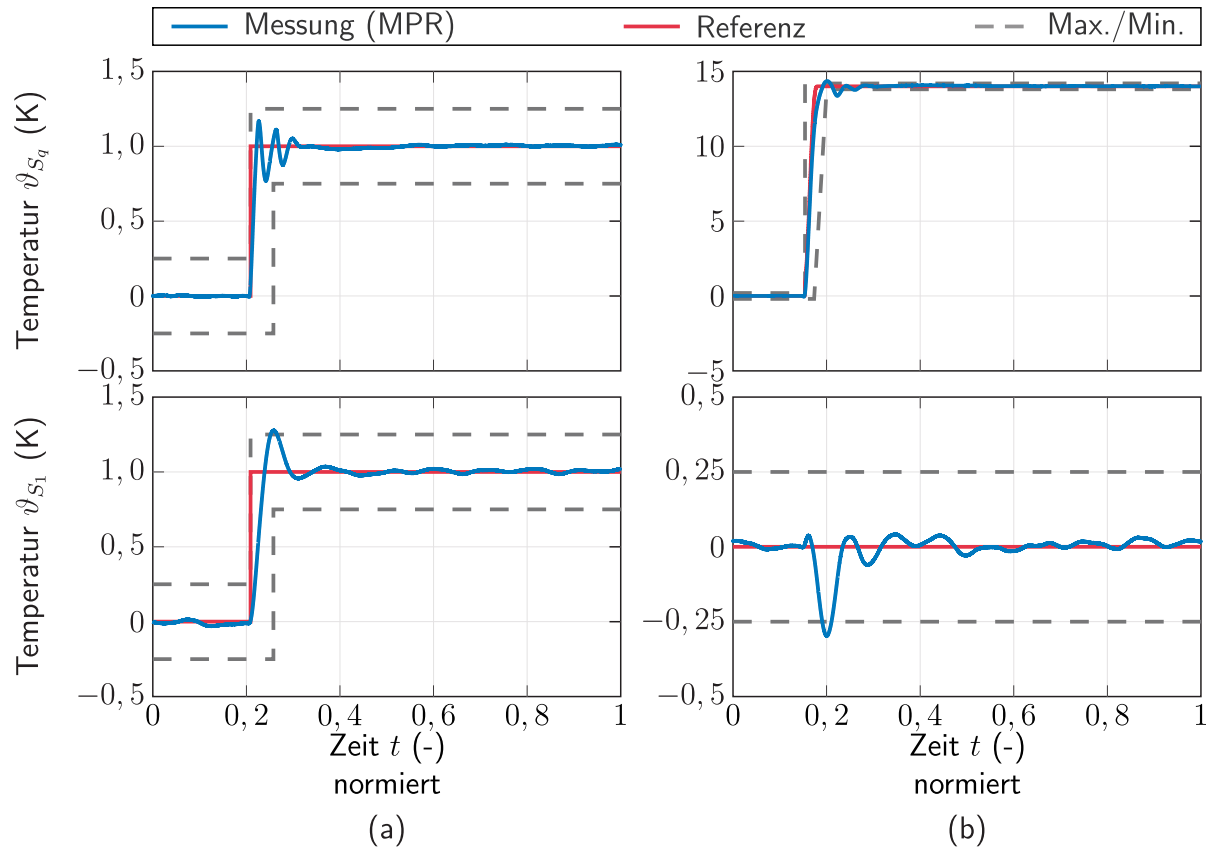


Bild 4.17: Temperaturen ϑ_{S_1} bzw. ϑ_{S_q} bei verschiedenen Arbeitspunktänderungen (1 K in (a) bzw. 14 K in (b))

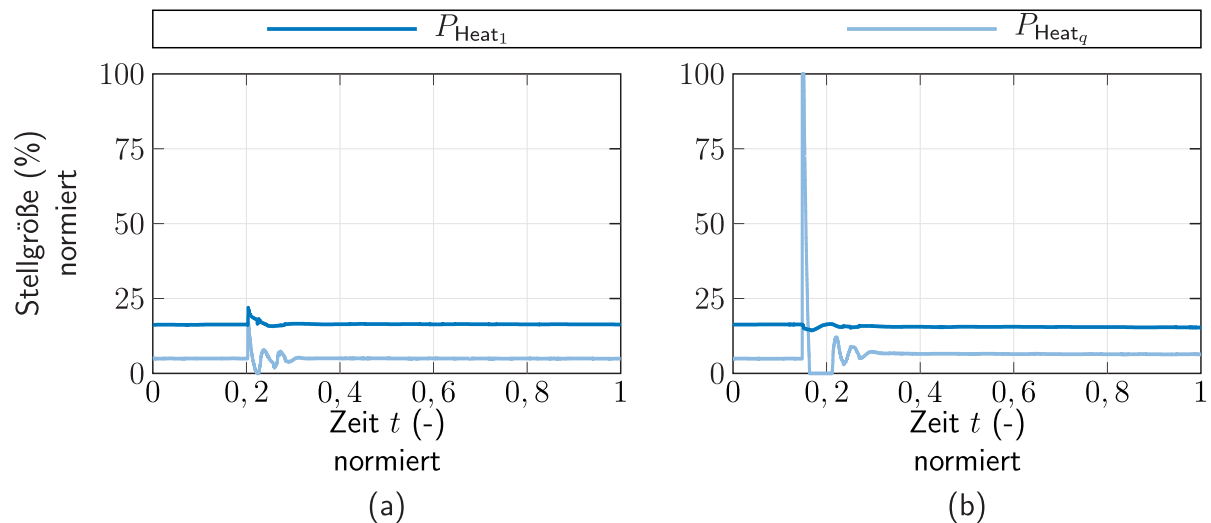


Bild 4.18: Verlauf der Stellgrößen bei verschiedenen Arbeitspunktänderungen (1 K in (a) bzw. 14 K in (b))

5 Anwendung 2

Modellbasierte prädiktive Regelung der thermischen Konditionierung und Umweltsimulation

Umweltsimulationsanlagen werden in unterschiedlichen Bereichen der Technik eingesetzt, um in einem abgeschlossenen Volumen beispielsweise Temperatur und Feuchte, einem individuellen Sollwert-Programm folgend, einzustellen. Je nach Bauform und Anwendungsgebiet können Umweltsimulationsanlagen in verschiedene Kategorien eingeteilt werden. Standard-Klimaschränke mit einem Prüfraumvolumen von unter einem Kubikmeter regeln typischerweise Temperatur und Feuchte. Kompakt-Kammern sind begehrbar und haben ein Volumen von mehreren Kubikmetern (Weiss Umwelttechnik GmbH, 2017). Großanlagen, insbesondere für die Automobilindustrie, weisen einige hundert Kubikmeter Prüfraumvolumen auf und stellen komplexe System dar, in denen neben Temperatur und Feuchte auch der Luftdruck eingestellt werden kann. Üblicherweise können hierbei Temperaturen im Bereich von -70°C bis 180°C und relative Luftfeuchtigkeiten zwischen 10 % und 90 % eingestellt werden. Der Druckbereich reicht von 1050 mbar bis in den Vakuum-Bereich von 10^{-7} mbar (siehe hierzu auch Wagner u. a., 2016).

Eine Simulation dieser Umwelteinflüsse ermöglicht es, Komponenten, Materialien, Baugruppen und ganze Geräte unter variierenden äußeren Bedingungen im Hinblick auf ihre Beständigkeit zu testen und genau definierte Prüfungen durchzuführen. Systematische Fehler lassen sich so ebenfalls aufdecken. Beispielsweise kann durch eine beschleunigte Temperaturprüfung eine reale Produktnutzung von mehreren tausend Stunden im Versuch nachgestellt werden (vgl. Vogl, 1999). Auch Prüfungen zur Qualifizierung und Validierung von Produkten und Geräten lassen sich so während der Entwicklung bzw. im Zustand der Serienreife durchführen, indem die Umweltbedingungen nachgebildet werden, die zu einem Ausfall führen könnten. Um zu einer reproduzierbaren Prüfung zu gelangen, ist in einer solchen Umweltsimulationsanlage sowohl die zeitliche, als auch die räumliche Konstanz der zu regelnden Prozessgrößen einzuhalten. Für eine qualifizierte Prüfung eines Gerätes existieren verschiedene Normen, wie z. B. IEC 60 068, Teil 2-30, die das Verhalten der Umweltsimulationsanlage und das tolerierte Verhalten des Prüflings vorgeben (vgl. Vogl, 1999).

Die Regelung einer Umweltsimulationsanlage erfolgt üblicherweise mit klassischen PID-Reglerstrukturen (Wagner u. a., 2016), welche direkt in die Mess- und Regeltechnikumgebung der Maschinen und Anlagen integriert sind. In Pfeiffer (2015) wird für die Regelung einer Umweltsimulationsanlage ein modellbasiertes prädiktives Regelkonzept vorgestellt, das neben einer einfachen Anpassung an die Anlage eine höhere Regelgüte verspricht. Implementiert wurde dieses Regelungskonzept auf einer externen Entwicklungsplattform und kommuniziert über eine Datenschnittstelle mit der internen Industriesteuerung.

5.1 Prozessbeschreibung

Bei den im Rahmen dieser Arbeit untersuchten Anlagentyp handelt es sich, wie in Bild 5.1 dargestellt, um einen mit Luft gefüllten Prüfraum der von einer thermisch gut isolierenden Hülle mit der Wandtemperatur ϑ_{Wa} umgeben ist. Die wesentliche Aufgabe der Umweltsimulationsanlage ist es, die in der Mitte des Prüfraums gemessene Lufttemperatur ϑ_L hinreichend genau und in kurzer Zeit auf die vom Bediener vorgegebenen Sollwerte einzuregeln.

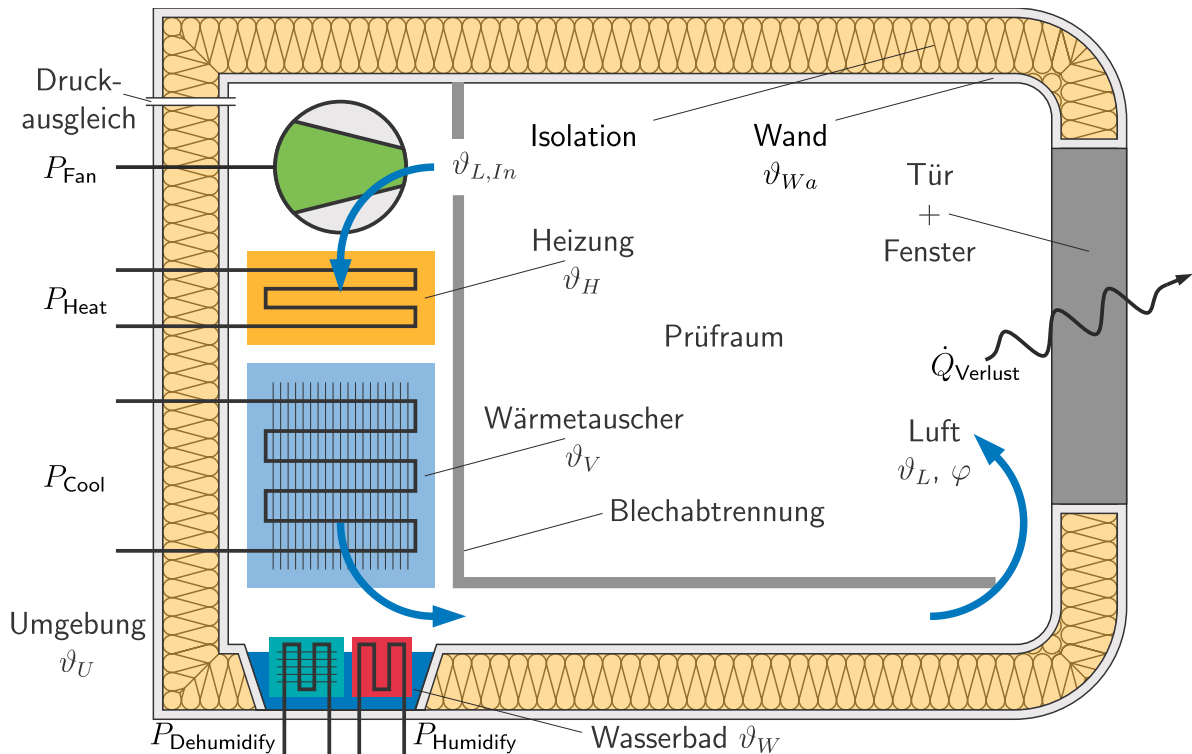


Bild 5.1: Schematische Darstellung einer Umweltsimulationsanlage

Hierzu kommt eine Luft-Konditionier-Einheit zum Einsatz welche hinter einer Blechabtrennung angeordnet ist. Im oberen Bereich des Prüfraums wird die Luft von einem Radialgebläse aus dem Prüfraum angesaugt und in die Konditionier-Einheit gedrückt. Die elektrische Leistung des Gebläses P_{Fan} wird hierbei vollständig dissipiert und führt zu einer Entropieerhöhung des Luftvolumens im Prüfraum. Die Leistung des Gebläses kann dabei variabel eingestellt werden, wobei im Regelbetrieb aber typischerweise ein konstanter Wert eingestellt ist. Nach dem Passieren des Gebläses strömt die Luft über eine elektrische Heizung mit der Temperatur ϑ_H , die in Form eines gewundenen Heizstabes ausgeführt ist. Es wird davon ausgegangen, dass die elektrische Heizleistung P_{Heat} vollständig dem Luftvolumen im Prüfraum zugeführt wird. Nachfolgend ist ein mit Kältemittel betriebener Luftkühler in Form eines Lamellen-Wärmetauschers angeordnet der die Temperatur ϑ_V besitzt. Für diese Komponente wird davon ausgegangen, dass die abgeführte Kälteleistung P_{Cool} proportional zu dem eingespritzten Kältemittel-Massenstrom ist. Die konditionierte Luft strömt anschließend entlang des Kammerbodens und tritt im vorderen Bereich der Kammer wieder in den Prüfraum.

Folglich kann die zirkulierte Luft im Prüfraum über eine der zugeführten Heizleistung P_{Heat} proportionalen Stellgröße u_{Heat} aufgeheizt bzw. mit einer der abgeführten Kühlleistung P_{Cool} proportionalen Stellgröße u_{Cool} abgekühlt werden. Bei kontinuierlich zugeführter unveränderter elektrischer Leistung wird sich aufgrund der hohen Umwälzungsrate eine gleichmäßige und zeitlich konstante Lufttemperatur im Prüfraum einstellen, bei der sich ein Gleichgewicht zwischen zu- bzw. abgeführter Leistung und Verlustleistung $\dot{Q}_{\text{Verlust}}$ einpendelt. Die Verlustleistung $\dot{Q}_{\text{Verlust}}$ ist i. Allg. abhängig von der Umgebungstemperatur ϑ_U . Diese wird für die folgende regelungstechnische Betrachtung als Störgröße interpretiert. Ebenso wird der Einfluss des Gebläses als Störung aufgefasst.

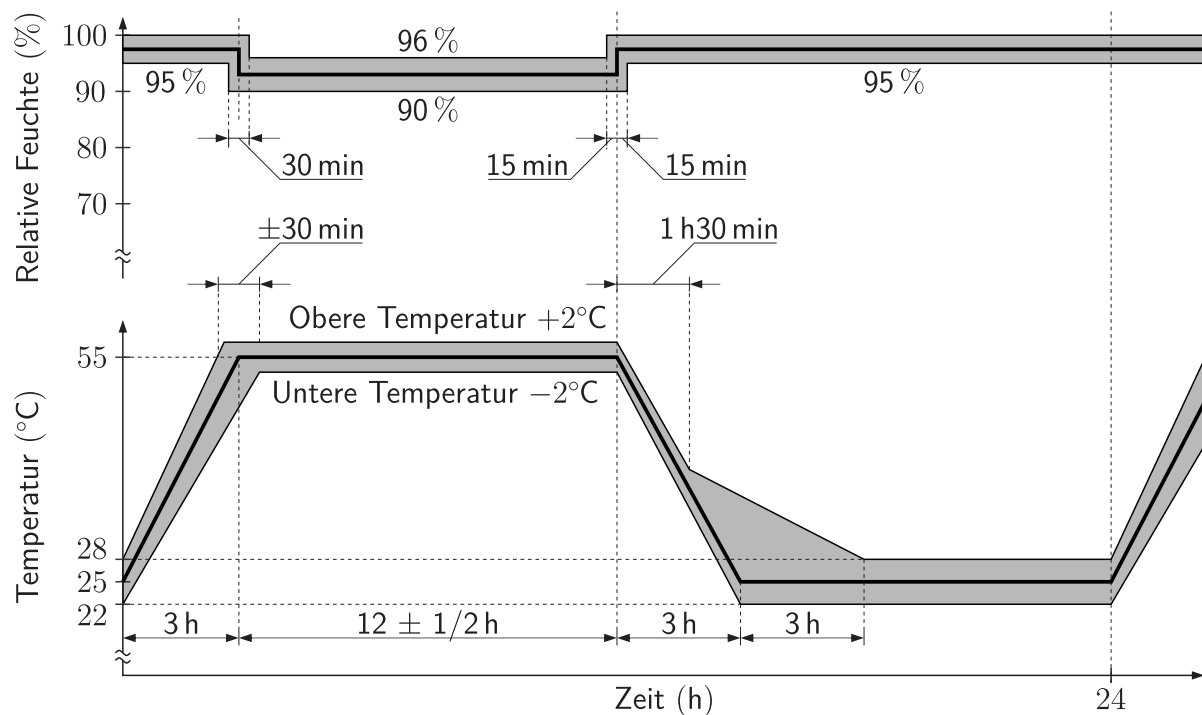


Bild 5.2: Temperatur- und Feuchteverlauf der Prüfung nach IEC 60 068, Teil 2-30

Im Klimabetrieb der Umweltsimulationsanlage, wie z. B. in Bild 5.2 gezeigten Prüfablauf, erweitert sich die Regelungsaufgabe auf eine so genannte Mehrgrößenregelung, eine zeitgleiche Regelung der Lufttemperatur ϑ_L und der relativen Feuchte φ . In der vorliegenden Anlage wird dazu ein Wasserbad am unteren Ende des Luftaufbereitungsraums mit Wasser gefüllt. In diesem Wasserbad befindet sich eine zusätzliche Heizung sowie eine zusätzliche Kühlung. Über die zusätzlichen Stellgrade u_{Humidify} bzw. $u_{\text{Dehumidify}}$ kann die Wasserbadtemperatur ϑ_W eingestellt werden. Dazu wird eine proportionale Heizleistung P_{Humidify} ins Wasserbad eingebracht bzw. eine proportionale Kühlleistung $P_{\text{Dehumidify}}$ abgeführt. Eine Erhöhung der Wasserbadtemperatur führt i. Allg. zu einer höheren Verdunstung und somit zu einer höheren Feuchte wobei eine Absenkung der Wasserbadtemperatur den gegenteiligen Effekt hervorruft. In Kombination mit der zuvor beschriebenen Luft-Konditionier-Einheit stellt sich in diesem Betriebsmodus neben einer gleichmäßigen und zeitlich konstanten Lufttemperatur auch eine zeitlich konstante relative Feuchte im Prüfraum ein. Ein Druckausgleich sorgt dafür, dass der Druck innerhalb des Prüfraums dem atmosphärischen Druck entspricht.

Es ist weiterhin anzumerken, dass es mit dem vorhandenen System möglich ist, sowohl die Lufttemperatur ϑ_L als auch die Wasserbadtemperatur ϑ_{Wa} durch gleichzeitiges Heizen und Kühlen ($u_{\text{Heat}} > 0$ und $u_{\text{Cool}} > 0$) bzw. gleichzeitiges Be- und Entfeuchten ($u_{\text{Humidify}} > 0$ und $u_{\text{Dehumidify}} > 0$) konstant zu halten. Diese Form der Temperaturregelung ist jedoch äußerst energieaufwendig und ist im Regelbetrieb möglichst zu vermeiden.

5.2 Modellbildung

In diesem Abschnitt werden die Teilmodelle zur Beschreibung der einzelnen Komponenten einer Umweltsimulationsanlage hergeleitet. Diese Teilmodelle werden anschließend zu einem Gesamtmodell zur Beschreibung des Temperaturverhaltens zusammengefasst. Neben dem Temperaturmodell wird ein Gesamtmodell für die kombinierte Temperatur- und Feuchterege- lung dargestellt.

5.2.1 Modellierung der Komponenten

Um ein Simulationsmodell einer Umweltsimulationsanlage zu erstellen, ist es notwendig die inneren physikalischen Vorgänge zu beschreiben. Durch die in Abschnitt 2.2.2 beschriebene Grundgleichung der Wärmelehre kann der Zusammenhang zwischen der Temperaturänderung $\dot{\vartheta}$ eines Körpers und der von diesem aufgenommenen bzw. abgegebenen Wärme $\dot{Q}$ hergestellt werden. Demzufolge kann die Temperaturänderung eines Körpers anhand einer Wärmebilanz um diesen modelliert werden. Im Folgenden werden die wesentlichen Komponenten:

- Heizung
- Wärmetauscher
- Außenwand
- Wasserbad
- Luft

eines Umweltsimulators analysiert und vorgestellt. Druckabhängige Einflüsse werden bei dieser Betrachtung jedoch vernachlässigt, da aufgrund des Druckausgleichs davon ausgegangen werden kann, dass alle thermodynamischen Vorgänge bei Umgebungsdruck $p_G = 1013,25 \text{ hPa}$ stattfinden.

5.2.1.1 Heizung

Um die Luft innerhalb der Kammer zu erwärmen wird eine elektrische Widerstandsheizung verwendet. Die maximale Heizleistung $P_{Heat,max}$ berechnet sich dabei nach dem in Abschnitt 4.2 eingeführten Zusammenhang

$$P_{Heat,max} = U \cdot I = \frac{U^2}{R_{el}}. \quad (5.1)$$

Es ist jedoch zu berücksichtigen, dass der Widerstand R i. Allg. abhängig von der Temperatur ϑ_{H_i} ist. In einem eingeschränkten Arbeitsbereich kann die Temperaturabhängigkeit für elektrischer Leiter als näherungsweise linear angenommen werden.

$$R_{el}(\vartheta) = R_{el}(\vartheta_0) \cdot (1 + \alpha_{\vartheta,0} \cdot (\vartheta - \vartheta_0)). \quad (5.2)$$

In diesem Zusammenhang beschreibt $\alpha_{\vartheta,0}$ den Temperaturkoeffizient des Widerstandsmaterials, ϑ die Temperatur und ϑ_0 eine Bezugstemperatur bei der der elektrische Widerstand $R(\vartheta_0)$ bekannt ist. Eingesetzt in Gleichung (5.1) ergibt sich für die maximale Heizleistung $P_{H_i,max}$ die folgende Temperaturabhängigkeit

$$P_{Heat,max}(\vartheta_H) = \frac{U^2}{R_{el}(\vartheta_0) \cdot (1 + \alpha_{\vartheta,0} \cdot (\vartheta_H - \vartheta_0))}. \quad (5.3)$$

Hierbei wird die Betriebsspannung der Heizung bzw. der elektrische Strom über ein elektronisches Schaltrelais gesteuert. Dieses Relais wird im Folgenden als idealer Schalter betrachtet und soll über einen Pulsweitenmodulator (PWM) betrieben werden (vgl. Abschnitt 4.2.1.1). Damit ist es möglich, eine dem Stellgrad u_{Heat} proportionale Heizleistung P_{Heat} einzustellen.

$$P_{Heat} = P_{Heat,max}(\vartheta_H) \cdot u_{Heat}. \quad (5.4)$$

Die Heizung ist, wie in Bild 5.3 schematisch dargestellt, in Form eines gewundenen Heizstabes ausgeführt. Die Geometrie der Heizung ist bestimmt über die Länge l und den Durchmesser d des Heizrohrkörpers.

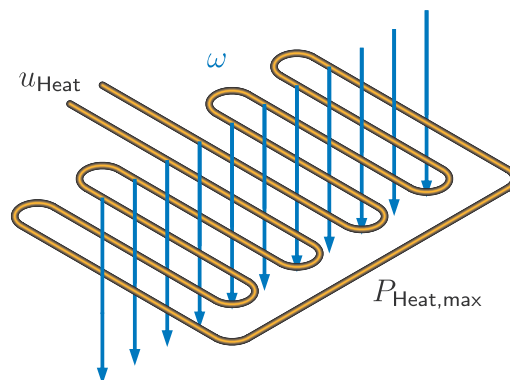


Bild 5.3: Schematische Darstellung der Heizung

Strömt Luft mit der Temperatur ϑ_L , wie in Bild 5.3 angedeutet, an der Heizung vorbei bzw. durch diese hindurch, tritt Konvektion auf. Der konvektive Wärmestrom $\dot{Q}_{K,HA}$ zwischen Luft und Heizung bestimmt sich nach Abschnitt 2.2.3.2 zu:

$$\dot{Q}_{K,HA} = \alpha_H A_H (\vartheta_H - \vartheta_L). \quad (5.5)$$

Wird für die Heizung angenommen, dass es sich um den Anwendungsfall *querumströmte einzelne Rohrreihen* handelt, so gilt für den Wärmeübergangskoeffizient α_H näherungsweise der Zusammenhang nach Gleichung (2.33)

$$\alpha_H = \lambda \frac{Nu_l}{l_{char}}. \quad (5.6)$$

Darüber hinaus kann angenommen werden, dass die Heizung Wärme in Form von Strahlung abstrahlt. Der emittierte Wärmestrom berechnet sich nach Gleichung (2.46)

$$\dot{Q}_{S,H} = \varepsilon_H \sigma A_H T_H^4. \quad (5.7)$$

Dieser Wärmestrom wird gemäß Sichtfaktoren anteilig von den umgebenden Körpern, d. h. von den benachbarten Komponenten – Wärmetauscher und Außenwand – absorbiert. Analog dazu bestimmen sich die von diesen Komponenten abgestrahlten und von der Heizung absorbierten Wärmeströme $\dot{Q}_{S,VH}$ und $\dot{Q}_{S,WH}$

$$\dot{Q}_{S,VH} = F_{VH} \varepsilon_V \sigma A_V T_V^4 \quad (5.8)$$

bzw.

$$\dot{Q}_{S,WH} = F_{WH} \varepsilon_W \sigma A_W T_W^4. \quad (5.9)$$

mit den jeweiligen Sichtfaktoren F_{VH} und F_{WH} .

Modellfehler und weitere Verlustterme werden durch einen zusätzlichen Wärmetransport zwischen Heizung und Umgebung in Form von Wärmeleitung berücksichtigt. Für den Wärmestrom $\dot{Q}_{L,HU}$ gilt der Zusammenhang aus Gleichung (2.21)

$$\dot{Q}_{L,HU} = \underbrace{\frac{\lambda A}{\delta}}_{K_{L,HU}} (\vartheta_H - \vartheta_U). \quad (5.10)$$

Die Materialkonstante λ sowie die Geometriefaktoren A und δ sind in der Proportionalitätskonstanten $K_{L,HU}$ zusammengefasst.

Die Temperaturänderung der Heizung ergibt sich aus der Wärmebilanz

$$C_H \cdot \dot{\vartheta}_H = P_{\text{Heat}} - \dot{Q}_{K,HA} - \dot{Q}_{S,H} + \dot{Q}_{S,VH} + \dot{Q}_{S,WH} - \dot{Q}_{L,HU}. \quad (5.11)$$

Mit den Ergebnissen aus den Gleichungen (5.3), (5.5), und (5.7)–(5.10) ergibt sich für die Wärmebilanz die folgende nichtlineare Differentialgleichung erster Ordnung

$$C_H \dot{\vartheta}_H = \frac{U^2}{R_{el}(\vartheta_0) \cdot (1 + \alpha_{\vartheta,0} \cdot (\vartheta_H - \vartheta_0))} \cdot u_{\text{Heat}} \quad (5.12)$$

$$\begin{aligned}
& -\alpha_H A_H (\vartheta_H - \vartheta_L) \\
& -\varepsilon_H \sigma A_H T_H^4 \\
& + F_{VH} \varepsilon_V \sigma A_V T_V^4 \\
& + F_{WH} \varepsilon_W \sigma A_W T_W^4 \\
& - K_{L,HU} (\vartheta_H - \vartheta_U).
\end{aligned}$$

Die Wärmekapazität C_H der Heizung ist gemäß Gleichung (2.15) das Produkt der Masse m_H und der spezifischen isobaren Wärmekapazität $c_{p,H}$ als Materialkonstante

$$C_H = m_H \cdot c_{p,H}. \quad (5.13)$$

5.2.1.2 Wärmetauscher

Um Wärme aus dem Prüfraum abzuführen wird ein Lamellen-Wärmetauscher verwendet. Dieser Wärmetauscher ist Bestandteil eines Kompressions-Kaltdampfprozesses, dessen Funktionsprinzip im Folgenden näher erläutert wird. Das Schaltbild einer einfachen Kompressionskältemaschine zeigt Bild 5.4. Kompressionskältemaschinen werden mit Kältemitteln betrieben und nutzen den physikalischen Effekt der Verdampfungswärme bei dem Phasenwechsel des Kältemittels von flüssig zu gasförmig. Bild 5.5 zeigt das $\log p, h$ -Diagramm zusammen mit dem Dampfanteil x in Massenanteilen kg Gas / kg Nassdampf, eine in der Kältetechnik übliche Darstellung der Zustandsänderungen eines Kältemittels. Hierbei markiert die Siedelinie $x = 0$ den Übergang von gesättigter Flüssigkeit in Nassdampf und die Taulinie $x = 1$ den Übergang von Nassdampf zu gesättigtem Dampf. Das Gebiet zwischen Siedelinie und Taulinie wird Nassdampfgebiet genannt. Wie dieser Abbildung zu entnehmen ist, erfährt das Kältemittel nacheinander verschiedene Aggregatzustandsänderungen. Dabei verläuft der Kreisprozess zwischen zwei Drücken, dem niedrigen Verdampfungsdruck p_L und dem höheren Kondensatordruck p_H .

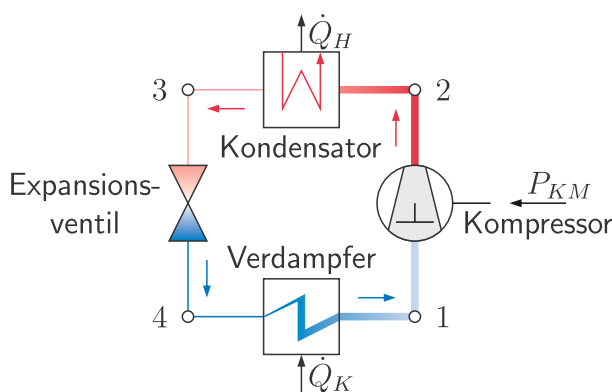


Bild 5.4: Schaltbild einer 1-stufigen Kompressionskältemaschine

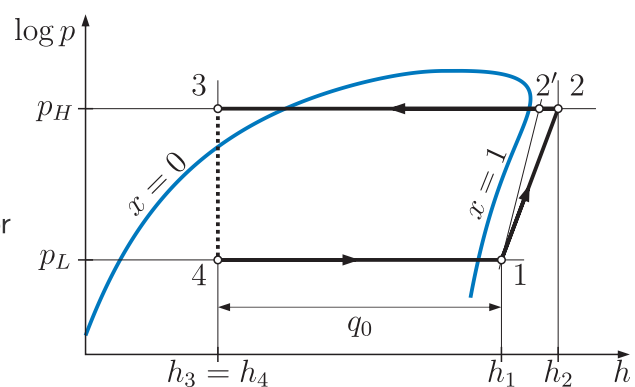


Bild 5.5: Zustandsänderung des Kältemittels im $\log p, h$ -Diagramm

Zunächst wird das Kältemittel in einem Verdampfer bei dem niedrigen Druck p_L durch Wärmeaufnahme aus dem Kühlraum isobar verdampft (Zustand 1). Der Sattdampf wird anschließend

durch einen Kompressor angesaugt und auf den höheren Druck p_H verdichtet (Zustand 2). Im folgenden Wärmeübertrager (Kondensator) wird das Kältemittel isobar gekühlt und geht dabei vom Zustand überhitzten Dampfes in Sattedampf, durch Kondensation auf der Taulinie $x = 1$ in siedende Flüssigkeit und darauf gegebenenfalls in den abgekühlten flüssigen Zustand über (Zustand 3). Durch das Expansionsventil wird das flüssige Kältemittel entspannt und auf den tieferen Verdampfungsdruck p_L gedrosselt (Zustand 4). Der dabei entstandene Nassdampf fließt wieder in den Verdampfer und der Kreisprozess beginnt erneut. Jedoch muss der Prozess von außen durch Zufuhr von mechanischer Arbeit P_{KM} (Antriebsleistung) über den Kompressor aufrechterhalten werden. Wird das Druckgefälle im Kondensator bzw. im Verdampfer vernachlässigt, kann für die Drücke innerhalb der Kompressionskältemaschine vereinfachend angenommen werden $p_2 = p_3 = p_H$ und $p_1 = p_4 = p_L$. Der aus dem Kühlraum aufgenommene Wärmestrom $\dot{Q}_K$ berechnet sich aus dem Massenstrom $\dot{m}_K$ des umlaufenden Kältemittels

$$\dot{Q}_K = \dot{m}_K q_0 = \dot{m}_K (h_1 - h_4) = \dot{m}_K (h_1 - h_3). \quad (5.14)$$

Die in dieser Gleichung vorkommenden Enthalpien h_i können je nach Kältemittel der Literatur, z. B. VDI Wärmeatlas (2013), entnommen oder anhand der Zustandsgleichungen berechnet werden, z. B. Lemmon u. a. (2010). Wird die Unterkühlung bzw. die Überhitzung des Kältemittels vernachlässigt, so ist es bei Kenntnis der Drücke p_L und p_H möglich, die Enthalpien h_1 und h_3 aus den Stoffdaten auf der Tau- bzw. Siedekurve zu bestimmen. Die Enthalpie $h_1 = h''(p_L)$ entspricht näherungsweise der Enthalpie auf der Taulinie bei Niederdruck. Analog kann mithilfe der Siedelinie näherungsweise die Enthalpie $h_3 = h'(p_H)$ bei Hochdruck bestimmt werden. Für den abführbaren Wärmestrom ergibt sich

$$\dot{Q}_K \approx \dot{m}_K (h''(p_L) - h'(p_H)). \quad (5.15)$$

Der Vollständigkeit halber sei hier noch die Antriebsleistung des adiabatischen Verdichters aufgeführt auf die im Folgenden jedoch nicht näher eingegangen wird. Diese berechnet sich mit dem isentropen Wirkungsgrad η_{sV} zu

$$P_{KM} = \dot{m}_K (h_2 - h_1) = \frac{\dot{m}}{\eta_{sV}} (h_{2'} - h_1). \quad (5.16)$$

Als charakteristische Kenngröße für diesen Prozess kann die Leistungszahl ε_{KM} bestimmt werden

$$\varepsilon_{KM} = \frac{\dot{Q}_K}{P_{KM}} = \eta_{sV} \frac{h_1 - h_4}{h_{2'} - h_1}. \quad (5.17)$$

Die Leistungszahl ε_{KM} beschreibt das Verhältnis von erzeugter Kälteleistung zu eingesetzter elektrischer Leistung.

Für den vorliegenden Anwendungsfall ist die maximal abführbare Kälteleistung $P_{Cool,max} = \dot{Q}_K$ von besonderer Bedeutung. Diese ist, wie zuvor angeführt, abhängig von dem Kältemittelmassestrom $\dot{m}_K$. Über die Stellung des Expansionsventils kann dieser direkt beeinflusst, d. h. ein- bzw. ausgeschaltet werden. Wird das Expansionsventil über einen Pulsweitenmodulator, wie im vorhergehenden Abschnitt beschrieben, angesteuert, so ergibt sich nach Gleichung (5.14)

ein näherungsweise proportionaler Zusammenhang zwischen der abführbaren Kälteleistung P_{Cool} und dem Stellgrad u_{Cool}

$$P_{\text{Cool}} = \dot{Q}_{\text{Cool},\text{max}} \cdot u_{\text{Cool}} = \dot{Q}_K \cdot u_{\text{Cool}} \approx \dot{m} (h''(p_L) - h'(p_H)) \cdot u_{\text{Cool}}. \quad (5.18)$$

Wie in Bild 5.6 schematisch dargestellt, strömt die zu kühlende Luft mit der Geschwindigkeit w an den Lamellen mit der Wärmeaustauschfläche A_V vorbei. Gemäß Abschnitt 2.2.3.2 tritt Konvektion auf. Unter der Annahme, dass der Wärmetauscher überall die gleiche Temperatur ϑ_V besitzt, kann der konvektive Wärmestrom $\dot{Q}_{K,VA}$ zwischen Luft und Wärmetauscher nach Gleichung (2.28) berechnet werden

$$\dot{Q}_{K,VA} = \alpha_V A_V (\vartheta_V - \vartheta_L). \quad (5.19)$$

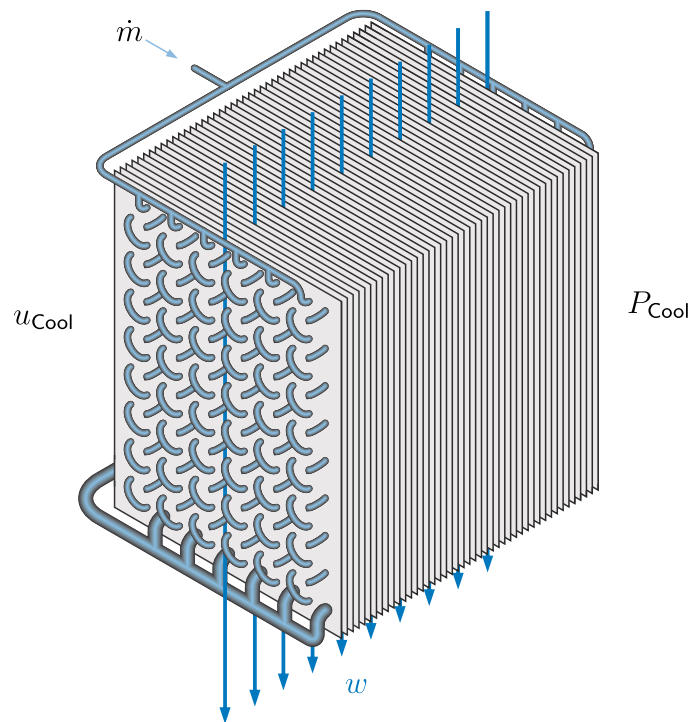


Bild 5.6: Schematische Darstellung des Wärmetauschers

Wie bereits im vorhergehenden Abschnitt angenommen wurde, wird zwischen Heizung und Wärmetauscher Wärme in Form von Strahlung ausgetauscht. Der von dem Wärmetauscher emittierte Wärmestrom $\dot{Q}_{S,V}$ bestimmt sich nach Gleichung (2.46) zu

$$\dot{Q}_{S,V} = \varepsilon_V \sigma A_V T_V^4 \quad (5.20)$$

und die von den umgebenden Komponenten absorbierten Wärmeströme $\dot{Q}_{S,HV}$ ausgehend von der Heizung zu

$$\dot{Q}_{S,V,ab} = F_{HV} \varepsilon_H \sigma A_H T_H^4 \quad (5.21)$$

bzw. $\dot{Q}_{S,WV}$ ausgehend von der Wand zu

$$\dot{Q}_{S,WV} = F_{WV} \varepsilon_W \sigma A_W T_W^4. \quad (5.22)$$

Zwischen Wärmetauscher und Umgebung wird ein zusätzlicher Wärmetransport in Form von Wärmeleitung zur Berücksichtigung von Modellfehlern und weiteren Verlusttermen angenommen. Für den Wärmestrom $\dot{Q}_{L,VU}$ gilt der Zusammenhang aus Gleichung (2.21)

$$\dot{Q}_{L,VU} = \underbrace{\frac{\lambda A}{\delta}}_{K_{L,VU}} (\vartheta_V - \vartheta_U). \quad (5.23)$$

Die Wärmekapazität C_V des Wärmetauschers berechnet sich ebenfalls nach Gleichung (2.15) aus dem Produkt der Masse m_V und der spezifischen Wärmekapazität $c_{p,V}$

$$C_V = m_V \cdot c_{p,V}. \quad (5.24)$$

Die Temperaturänderung des Wärmetauschers berechnet sich aus der Wärmebilanz

$$C_V \cdot \dot{\vartheta}_V = -P_{Cool} - \dot{Q}_{K,VA} - \dot{Q}_{S,V} + \dot{Q}_{S,HV} + \dot{Q}_{S,WV} - \dot{Q}_{L,VU}. \quad (5.25)$$

Werden die Ergebnisse aus den Gleichungen (5.18)–(5.23) in obige Gleichung eingesetzt, ergibt sich für die Wärmebilanz

$$\begin{aligned} C_V \dot{\vartheta}_V = & -\dot{m} (h''(p_L) - h'(p_H)) \cdot u_{Cool} \\ & - \alpha_V A_V (\vartheta_V - \vartheta_L) \\ & - \varepsilon_V \sigma A_V T_V^4 \\ & + F_{HV} \varepsilon_H \sigma A_H T_H^4 \\ & + F_{WV} \varepsilon_W \sigma A_W T_W^4 \\ & - K_{L,VU} (\vartheta_V - \vartheta_U) \end{aligned} \quad (5.26)$$

eine nichtlineare Differentialgleichung erster Ordnung.

5.2.1.3 Außenwand

Die Kammeraußenwand besteht, wie in Bild 5.7 schematisch dargestellt, aus mehreren Schichten. Von Innen nach Außen sind es

- Edelstahlblech
- thermische Isolierschicht aus Glas- bzw. Mineralwolle und
- Metallgehäuse.

Der thermische Widerstand R_ϑ berechnet sich in Analogie zum elektrischen Strom gemäß dem Ohmschen Gesetz $u = iR_{el}$ mit der Spannung u , der Stromstärke i und dem elektrischen Widerstand R_{el} zu

$$\vartheta_{W1} - \vartheta_{W2} = \dot{Q}_L \frac{\delta}{\lambda A} = \dot{Q}_L R_\vartheta. \quad (5.27)$$

Für eine Wand mit n Schichten addieren sich nach Baehr und Kabelac (2012) die Wärmeleitwiderstände zu

$$R_L = \sum_{i=1}^n R_{\vartheta,i}. \quad (5.28)$$

Die gleichwertige Wärmeleitfähigkeit λ berechnet sich durch Umformung von Gleichung (5.28)

$$\lambda = \frac{\delta}{\sum_{i=1}^n \frac{\delta_i}{\lambda_i}} \quad (5.29)$$

aus dem harmonischen Mittel der einzelnen Wärmeleitkoeffizienten λ_i mit der Gesamtwandstärke als Summe der Einzelwandstärken $\delta = \sum \delta_i$. Unterscheiden sich die einzelnen Wärmeleitfähigkeiten λ_i und Wandstärken δ_i jedoch um mehrere Größenordnungen, z. B. zwischen Metallblech und Mineralwolle mit $\lambda_{\text{Metall}}/\lambda_{\text{Mineralwolle}} \geq 500$ bzw. $\delta_{\text{Metall}}/\delta_{\text{Mineralwolle}} \leq 0,02$, kann für die gesamte Wärmeleitfähigkeit näherungsweise die Wärmeleitfähigkeit der dicksten Schicht mit der geringsten Wärmeleitfähigkeit angenommen werden. Für obiges Beispiel gilt $\lambda = \lambda_{\text{Mineralwolle}}$.

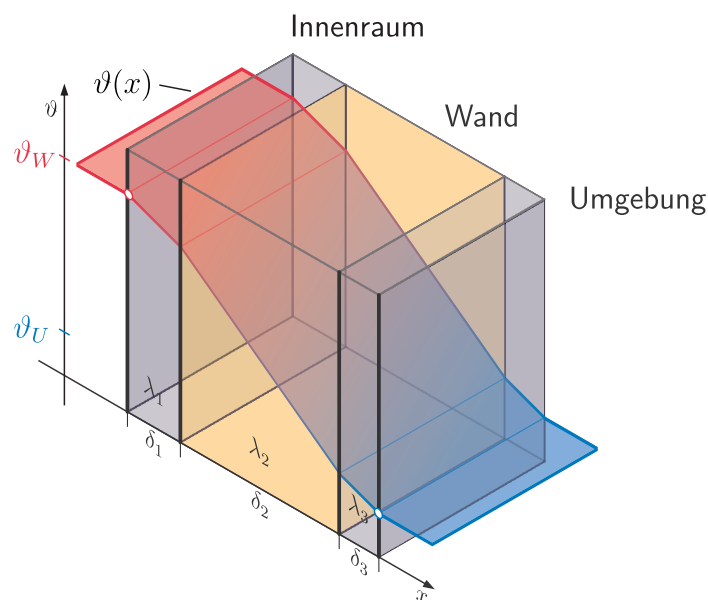


Bild 5.7: Schematische Darstellung des stationären Temperaturverlaufs in einer mehrschichtigen ebenen Wand

Zum Aufstellen der Wärmebilanz für die Wandinnentemperatur ϑ_W wird im vorliegenden Fall davon ausgegangen, dass die Wandtemperatur ϑ_W auf der Innenseite aufgrund der guten

Wärmeleitfähigkeit von Metall örtlich konstant ist. Weiterhin wird angenommen, dass die gesamte Gehäusewand auf der Innenseite mit Luft umströmt wird. Auf der Außenseite sei die konstante Umgebungstemperatur ϑ_U . Zudem wird angenommen, dass die natürliche Konvektion auf der Außenseite zu vernachlässigen ist. Für den konvektiven Wärmestrom $\dot{Q}_{K,WA}$ zwischen Luft und Wand gilt nach Gleichung (2.28)

$$\dot{Q}_{K,WA} = \alpha_W A_W (\vartheta_W - \vartheta_L). \quad (5.30)$$

Der Wärmeaustausch zwischen Wand und Umgebung basiert im Wesentlichen auf Wärmeleitung und kann mit Gleichung (2.21) berechnet werden

$$\dot{Q}_{L,WU} = \frac{\lambda_{W,m} A_W}{\delta_W} (\vartheta_W - \vartheta_U). \quad (5.31)$$

$\lambda_{W,m}$ entspricht der mittleren Wärmeleitfähigkeit der Wand. Diese lässt sich wie in Abschnitt 2.2.3.1 aufgeführt bestimmen. Darüber hinaus wird von der Wandfläche Wärmestrahlung emittiert und absorbiert. Der emittierte Wärmestrom bestimmt sich nach Gleichung (2.43) zu

$$\dot{Q}_{S,W} = \varepsilon_W \sigma A_W T_W^4. \quad (5.32)$$

Die absorbierten Wärmeströme $\dot{Q}_{S,HW}$ und $\dot{Q}_{S,VW}$ lassen sich ebenfalls mit dem Stefan-Boltzmann-Gesetz bestimmen

$$\dot{Q}_{S,HW} = F_{HW} \varepsilon_H \sigma A_H T_H^4 \quad \text{bzw.} \quad \dot{Q}_{S,VW} = F_{VW} \varepsilon_V \sigma A_V T_V^4. \quad (5.33)$$

Wird ferner die Strahlungsbilanz der einzelnen Körper nach Gleichung (2.45) berücksichtigt sowie die Annahme $F_{ii} = 0$ getroffen, ergibt sich für obige Wärmeströme

$$\dot{Q}_{S,HW} = (1 - F_{HV}) \varepsilon_H \sigma A_H T_H^4 \quad \text{bzw.} \quad \dot{Q}_{S,VW} = (1 - F_{VH}) \varepsilon_V \sigma A_V T_V^4. \quad (5.34)$$

Eingesetzt in Gleichung (2.16) ergibt sich unter Verwendung der spezifischen isobaren Wärmekapazität $c_{p,W}$ und der Wärmekapazität $C_W = m_W \cdot c_{p,W}$, die Wärmebilanz

$$\begin{aligned} C_W \cdot \dot{\vartheta}_W &= -\dot{Q}_{K,WA} - \dot{Q}_{L,WU} - \dot{Q}_{S,W} + \dot{Q}_{S,HW} + \dot{Q}_{S,VW} \\ &= -\alpha_W A_W (\vartheta_W - \vartheta_L) \\ &\quad - \lambda_{W,m} \frac{A_W}{\delta_W} (\vartheta_W - \vartheta_U) \\ &\quad - \varepsilon_W \sigma A_W T_W^4 \\ &\quad + (1 - F_{HV}) \varepsilon_H \sigma A_H T_H^4 \\ &\quad + (1 - F_{VH}) \varepsilon_V \sigma A_V T_V^4. \end{aligned} \quad (5.35)$$

5.2.1.4 Wasserbad

Das Wasserbad innerhalb der Luft-Konditionier-Einheit wird ausschließlich im Klimabetrieb der Umweltsimulationsanlage dazu genutzt, die relative Feuchte der Prüfraumlufte einzustellen. Die Temperatur ϑ_{Wa} des Wassers kann, wie in Bild 5.8 angedeutet, mittels Rohrheizung

erwärmt und über einen Wärmetauscher gekühlt werden. Sowohl Heizung als auch Wärmetauscher werden über eine Pulsweitenmodulation angesteuert. Die umgesetzte Leistung ist wie zuvor beschrieben proportional dem eingestellten Duty Cycle und demzufolge proportional zur Stellgröße $u_{Humidify}$ bzw. zur Stellgröße $u_{Dehumidify}$. Hierbei wird davon ausgegangen, dass die Wärmekapazitäten von Wasserbadheizung und Wasserbadwärmetauscher vernachlässigbar klein gegenüber der Wärmekapazität von Wasser ist, d. h. die eingebrachte Heizleistung $P_{Humidify}$ bzw. abgeführte Kälteleistung $P_{Dehumidify}$ führt zu einer direkten Beeinflussung der Wassertemperatur.

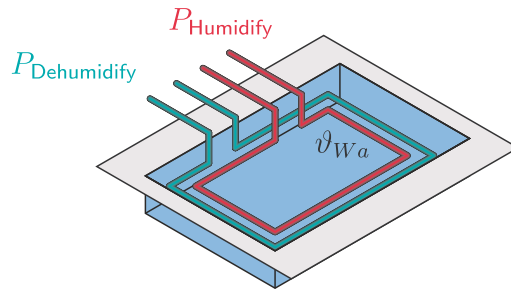


Bild 5.8: Schematische Darstellung des Wasserbades

Über die Wasseroberfläche strömt Luft mit der Temperatur ϑ_L . Zwischen Luftstrom und Wasseroberfläche tritt Konvektion auf und es findet ein Wärmeübergang gemäß 2.25 statt. Der konvektive Wärmestrom $\dot{Q}_{K,WaA}$ bestimmt sich zu

$$\dot{Q}_{K,WaA} = \alpha_{Wa} A_{Wa} (\vartheta_{Wa} - \vartheta_L). \quad (5.36)$$

Wie zuvor in Abschnitt 2.2.4 angeführt, tritt neben einem Wärmetransport auch ein Stofftransport auf. Dieser Stofftransport, bedingt durch eine Differenz der Feuchtegrade $x_S - x$, resultiert in einem Dampfmassenstrom $\dot{m}_D$. Für die Verdunstung wird dem Wasser der Wärmestrom $\dot{Q}_V$ entzogen

$$\dot{Q}_V = \dot{m}_D \Delta h. \quad (5.37)$$

Um vorzubeugen, dass sich das Wasserbad aufgrund dieses Massenstroms entleert, wird der Wasserstand konstant gehalten, d. h. verdunstet Wasser an der Oberfläche, so fließt die gleiche Menge kaltes Wasser ins Bad nach, um den Pegel konstant zu halten. Aufgrund dieses Temperaturunterschieds findet ein Wärmetransport innerhalb des Wasserbades statt. Dieser wird durch einen zusätzlichen konvektiven Wärmestrom $\dot{Q}_{K,WaU}$ berücksichtigt

$$\dot{Q}_{K,WaU} = \alpha_{WaU} A_{Wa} (\vartheta_{Wa} - \vartheta_U). \quad (5.38)$$

Die Änderung der Wasserbadtemperatur berechnet sich aus der Wärmebilanz

$$\begin{aligned} C_{Wa} \cdot \dot{\vartheta}_{Wa} &= -\dot{Q}_{K,WaA} - \dot{Q}_{K,WaU} - \dot{Q}_V \\ &= -\alpha_{Wa} A_{Wa} (\vartheta_{Wa} - \vartheta_L) - \alpha_{WaU} A_{Wa} (\vartheta_{Wa} - \vartheta_U) - \dot{m}_D \Delta h \end{aligned} \quad (5.39)$$

mit der Wärmekapazität nach Gleichung (2.15)

$$C_{Wa} = m_{Wa} \cdot c_{p,Wa}(\vartheta_{Wa}). \quad (5.40)$$

Im Unterschied zu den zuvor beschriebenen Komponenten wird in diesen Zusammenhang die spezifische isobare Wärmekapazität von Wasser nicht als konstant, sondern linear abhängig von der Temperatur ϑ berücksichtigt

$$c_p(\vartheta) = c_p(\vartheta_0) \cdot (1 + \alpha_\vartheta \cdot (\vartheta_{Wa} - \vartheta_0)). \quad (5.41)$$

In diesem Zusammenhang beschreibt α den Temperaturkoeffizienten der spezifischen Wärmekapazität und ϑ_0 eine Bezugstemperatur (üblicherweise gilt $\vartheta = 273,15 \text{ K}$), bei der der Referenzwert $c_p(\vartheta_0)$ bekannt ist. Die temperaturabhängigen Stoffparameter α , ϑ_0 und $c_p(\vartheta_0)$ können für gewöhnlich der einschlägigen Literatur, z. B. VDI Wärmeatlas (2013), entnommen werden.

5.2.1.5 Luft

Die Luft innerhalb der Kammer wird durch einen Ventilator in Bewegung versetzt. Es kann davon ausgegangen werden, dass die elektrische Leistung P_{Fan} des Ventilators vollständig dissipiert und somit zu einer Erhöhung der Temperatur der Prüfraumlufte ϑ_L führt. Wie in den vorhergehenden Abschnitten bereits beschrieben wurde, steht die Luft im Wärmeaustausch mit den verschiedenen Komponenten der Umweltsimulationsanlage. Die Luft strömt bedingt durch den Ventilator mit der Geschwindigkeit ω an den einzelnen Komponenten vorbei. Die Herleitung der jeweiligen konvektiven Wärmeströme findet sich in den entsprechenden Abschnitten. Zusammen mit dem Wärmeeintrag des Ventilators und den Ergebnisse aus Gleichung 5.5, 5.19 und 5.30 kann die Wärmebilanz für das Luftvolumen aufgestellt werden.

$$\begin{aligned} C_L \cdot \dot{\vartheta}_L &= P_{\text{Fan}} + \dot{Q}_{K,HA} + \dot{Q}_{K,VA} + \dot{Q}_{K,WA} \\ &= P_{\text{Fan}} \\ &\quad + \alpha_H A_H (\vartheta_H - \vartheta_L) \\ &\quad + \alpha_V A_V (\vartheta_V - \vartheta_L) \\ &\quad + \alpha_W A_W (\vartheta_W - \vartheta_L) \end{aligned} \quad (5.42)$$

Mit der Luftmasse m_L sowie der von der Temperatur ϑ_L abhängigen spezifischen isobaren Wärmekapazität $c_{p,L}$ ergibt sich für die Wärmekapazität C_L der Zusammenhang

$$C_L(\vartheta_L) = m_L c_{p,L}(\vartheta_L). \quad (5.43)$$

Im Klimabetrieb ist obige Bilanz um den Wärmeeintrag des Wasserbads $\dot{Q}_{K,WA}$ zu ergänzen. In diesem Fall gilt

$$\begin{aligned} C_L \cdot \dot{\vartheta}_L &= P_{\text{Fan}} \\ &\quad + \alpha_H A_H (\vartheta_H - \vartheta_L) + \alpha_V A_V (\vartheta_V - \vartheta_L) \end{aligned} \quad (5.44)$$

$$+ \alpha_W A_W (\vartheta_W - \vartheta_L) + \alpha_{Wa} A_{Wa} (\vartheta_{Wa} - \vartheta_L).$$

Durch den im Klimabetrieb veränderlichen Feuchtegehalt ist es notwendig, diesen Einfluss zu berücksichtigen. Die Wärmekapazität C_L ist demnach nicht nur von der Temperatur ϑ_L sondern auch vom Feuchtegrad x abhängig. Die spezifische isobare Wärmekapazität der feuchten Luft bestimmt sich nach Gleichung (2.65) zu

$$c_{p,f}(\vartheta_L) = c_{p,L}(\vartheta_L) + x \cdot c_{p,D}(\vartheta_L) \quad (5.45)$$

Mit der Definition des Feuchtegrads (2.55) und unter der Annahme von ungesättigter feuchter Luft, gilt für die Luftmasse

$$m_{L,f}(x) = m_L + m_D = (1 + x)m_L. \quad (5.46)$$

Die Wärmekapazität der feuchten ungesättigten Luft bestimmt sich demnach zu

$$C_L = m_L(x) c_{p,L}(\vartheta_L, x). \quad (5.47)$$

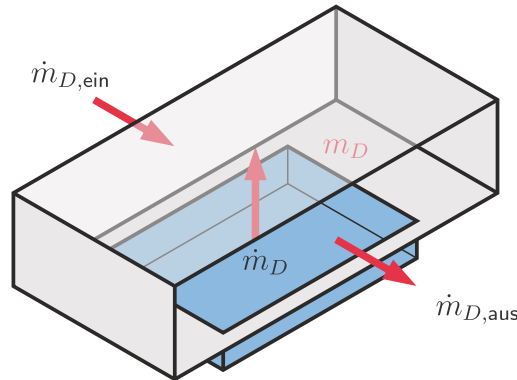


Bild 5.9: Schematische Darstellung der Massenbilanz

Die in der Luft enthaltene Menge Wasserdampf lässt sich über eine weitere Bilanzgleichung, wie in Bild 5.9 angedeutet, bestimmen

$$\frac{dm_D}{dt} = \sum \dot{m}_{D,ein} - \sum \dot{m}_{D,aus}. \quad (5.48)$$

Das Luftvolumen wird dabei als Wasserspeicher angenommen in dem alle eingehenden Wasserdampfmassenströme $\sum \dot{m}_{D,ein}$ abzüglich aller ausgehenden Massenströme $\sum \dot{m}_{D,aus}$ gespeichert werden. Die Änderung der Wasserdampfmasse $\dot{m}_D$ kann über Gleichung (2.60) berechnet werden. Das Vorzeichen ist dabei abhängig davon, ob entweder Verdunstung oder Kondensation vorliegt. Dieser Vorgang ist, wie in Abschnitt 2.2.4 beschrieben, abhängig von der aktuellen Temperatur ϑ_L und dem Feuchtegrad x bzw. der relativen Feuchte φ .

5.2.2 Gesamtmodell

Wie zu Beginn des Kapitels 2 beschrieben, ist es für eine Beschreibung des Gesamtsystems notwendig, die zuvor hergeleiteten Differentialgleichungen miteinander zu verknüpfen. Aufgrund der bereits genannten Vorteile der Zustandsraumdarstellung sollen die nichtlinearen Differentialgleichungen der Komponenten in ein nichtlineares Zustandsraummodell überführt werden. Im Folgenden werden zwei Modelle zur Abbildung des Temperatur- bzw. Klimaverhaltens einleitend beschrieben.

5.2.2.1 Temperaturmodell

Für das Aufstellen des Gesamtmodells ist es notwendig, die Differentialgleichungen der einzelnen Komponenten geeignet umzuformen. Hierzu sind die entsprechenden Gleichungen nach der Änderung der Temperatur umzustellen. Für jede Komponente i ergibt sich dann die allgemeine Form der nichtlinearen Zustandsgleichung

$$\frac{dX_i(t)}{dt} = f_i(\mathbf{X}, \mathbf{U}, \mathbf{Z}, t). \quad (5.49)$$

Durch vektorielles Zusammenfassen der einzelnen modellierten Temperaturen der zuvor beschriebenen Komponenten sowie der einstellbaren Heiz- bzw. Kühlleistungen kann das resultierende, nichtlineare Modell (2.4), in Zustandsraumdarstellung geschrieben werden. In dieser Darstellung beschreibt der Zustandsvektor

$$\mathbf{X}(t) = \begin{pmatrix} \vartheta_H \\ \vartheta_V \\ \vartheta_W \\ \vartheta_L \end{pmatrix} \quad (5.50)$$

die Temperaturen der einzelnen Komponenten, die am Wärmeaustausch beteiligt sind. Der Stellgrößenvektor

$$\mathbf{U}(t) = \begin{pmatrix} u_{\text{Heat}} \\ u_{\text{Cool}} \end{pmatrix} \quad (5.51)$$

wird durch die einstellbare Wärmeleistung der Heizung bzw. Kühlung und der Störvektor

$$\mathbf{Z}(t) = \begin{pmatrix} P_{\text{Fan}} \\ \vartheta_U \end{pmatrix} \quad (5.52)$$

durch die nichtbeeinflussbaren Größen – elektrische Ventilatorleistung P_{Fan} und Umgebungstemperatur ϑ_U – beschrieben. Die q Ausgangsgleichungen ergeben sich aus der allgemeinen Systembeschreibung (2.4b). Die Lufttemperatur ϑ_L berechnet sich demnach zu

$$Y(t) = g(\mathbf{X}, \mathbf{U}, \mathbf{Z}, t) = [0, 0, 0, 1] \cdot \mathbf{X}(t) = \vartheta_L(t). \quad (5.53)$$

Der Anfangszustand $\mathbf{X}_0$ ergibt sich aus den Anfangswerten der jeweiligen Temperaturen zum Zeitpunkt $t = 0$. Zusammenfassend gilt für das Temperaturmodell Σ_{Temp} der Umweltsimulationsanlage

$$\dot{\mathbf{X}} = \begin{pmatrix} \dot{\vartheta}_H \\ \dot{\vartheta}_V \\ \dot{\vartheta}_W \\ \dot{\vartheta}_L \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f_1(\mathbf{X}, \mathbf{U}, \mathbf{Z}) \\ f_2(\mathbf{X}, \mathbf{U}, \mathbf{Z}) \\ f_3(\mathbf{X}, \mathbf{U}, \mathbf{Z}) \\ f_4(\mathbf{X}, \mathbf{U}, \mathbf{Z}) \end{pmatrix} \quad (5.54a)$$

$$Y = \vartheta_L \quad (5.54b)$$

mit

$$\begin{aligned} f_1(\mathbf{X}, \mathbf{U}, \mathbf{Z}) &= \frac{1}{c_{p,H} \cdot m_H} \left(\frac{U^2}{R_{el}(\vartheta_0) \cdot (1 + \alpha \cdot (\vartheta_H - \vartheta_0))} \cdot u_{\text{Heat}} + \dots \right. \\ &\quad \left. - \alpha_H A_H (\vartheta_H - \vartheta_L) - K_{L,HU} (\vartheta_H - \vartheta_U) + \dots \right. \\ &\quad \left. - \varepsilon_H \sigma A_H T_H^4 + F_{VH} \varepsilon_V \sigma A_V T_V^4 + F_{WH} \varepsilon_W \sigma A_W T_W^4 \right) \\ f_2(\mathbf{X}, \mathbf{U}, \mathbf{Z}) &= \frac{1}{c_{p,V} \cdot m_V} \left(-\dot{m} (h''(p_L) - h'(p_H)) \cdot u_{\text{Cool}} + \dots \right. \\ &\quad \left. - \alpha_V A_V (\vartheta_V - \vartheta_L) - K_{L,VU} (\vartheta_V - \vartheta_U) + \dots \right. \\ &\quad \left. - \varepsilon_V \sigma A_V T_V^4 + F_{HV} \varepsilon_H \sigma A_H T_H^4 + F_{WV} \varepsilon_W \sigma A_W T_W^4 \right) \\ f_3(\mathbf{X}, \mathbf{U}, \mathbf{Z}) &= \frac{1}{c_{p,W} \cdot m_W} \left(-\alpha_W A_W (\vartheta_W - \vartheta_L) - \lambda_{W,m} \frac{A_W}{\delta_W} (\vartheta_W - \vartheta_U) + \dots \right. \\ &\quad \left. - \varepsilon_W \sigma A_W T_W^4 + (1 - F_{HV}) \varepsilon_H \sigma A_H T_H^4 + (1 - F_{VH}) \varepsilon_V \sigma A_V T_V^4 \right) \\ f_4(\mathbf{X}, \mathbf{U}, \mathbf{Z}) &= \frac{1}{c_{p,L} \cdot m_L} \left(P_{\text{Fan}} + \alpha_H A_H (\vartheta_H - \vartheta_L) + \dots \right. \\ &\quad \left. + \alpha_V A_V (\vartheta_V - \vartheta_L) + \alpha_W A_W (\vartheta_W - \vartheta_L) \right). \end{aligned}$$

Aus Gründen der Übersichtlichkeit wurde in obiger Formulierung auf die Darstellung der Zeitabhängigkeit aller Signale verzichtet. Das so hergeleitete Modell (5.54) verfügt demnach über vier Zustände, zwei Eingangs- und zwei Störgrößen sowie eine Ausgangsgröße und kann als Multiple Input Single Output (MISO) System bezeichnet werden.

In diesem Zusammenhang wird davon ausgegangen, dass die Umwälzrate der Luft bzw. die Luftgeschwindigkeit ω ausreichend hoch ist und demzufolge die Temperaturänderung der Luft zwischen Lufteintritt und Luftaustritt an einer Komponente vernachlässigbar ist.

Die für die Parametrierung notwendigen Stoffwerte und dimensionslosen Kennzahlen sind für die jeweiligen mittleren Temperaturen einzusetzen.

5.2.2.2 Kombiniertes Temperatur- und Feuchtemodell

Ein Modell zur Abbildung des Temperatur- und Feuchteverhaltens der Umweltsimulationsanlage lässt sich analog zu dem im vorhergehenden Abschnitt dargestellten Vorgehen bestimmen. Hierbei wird angenommen, dass der Strahlungsaustausch $\dot{Q}_S$ zwischen den einzelnen Komponenten, aufgrund eines eingeschränkteren Arbeitsbereichs ($20^\circ\text{C} \leq \vartheta_L \leq 98^\circ\text{C}$), vernachlässigt werden kann. Weiterhin wird angenommen, dass aufgrund der hohen Umwälzrate, die Grenzschicht zwischen Luft und Außenwand vernachlässigbar ist und die Wandtemperatur ϑ_W gleich der Lufttemperatur ϑ_L ist. Daher kann davon ausgegangen werden, dass die Luft über die Wärmeleitfähigkeit λ der Wand im direkten Wärmeaustausch mit der Umgebung steht. Für das Zustandsraummodell bedeutet dies, dass der Zustand der Wandtemperatur nicht weiter berücksichtigt werden muss. Mit diesen Annahmen ergibt sich der Zustandsvektor für das kombinierte Temperatur- und Feuchtemodell der Umweltsimulationsanlage

$$\mathbf{X}(t) = \begin{pmatrix} \vartheta_H \\ \vartheta_V \\ \vartheta_W \\ \vartheta_{Wa} \\ \vartheta_L \\ m_D \end{pmatrix} \quad (5.56)$$

aus den Temperaturen der am Wärmeaustausch beteiligten Komponenten und der in der Luft enthaltenen Menge Wasserdampf. Der Stellgrößenvektor

$$\mathbf{U}(t) = \begin{pmatrix} u_{\text{Heat}} \\ u_{\text{Cool}} \\ u_{\text{Humidify}} \\ u_{\text{Dehumidify}} \end{pmatrix} \quad (5.57)$$

wird im Vergleich zum Stellgrößenvektor (5.51) aus dem Temperaturmodell um die Stellgrößen u_{Humidify} bzw. $u_{\text{Dehumidify}}$ zur Be- und Entfeuchtung erweitert. Der Störgrößenvektor

$$\mathbf{Z}(t) = \begin{pmatrix} P_{\text{Fan}} \\ \vartheta_U \end{pmatrix} \quad (5.58)$$

entspricht dem Störgrößenvektor (5.52). Zur Berechnung der relativen Feuchte wird der Ausgangsvektor $\mathbf{Y}$ um den nichtlinearen Zusammenhang aus Gleichung (2.54) erweitert. $\mathbf{y}$ bestimmt sich demnach zu

$$\mathbf{Y}(t) = \mathbf{g}(\mathbf{X}, \mathbf{U}, \mathbf{Z}, t) = \begin{pmatrix} \vartheta_L \\ \frac{m_D R_L T_L}{V} / p_0 e^{\frac{c_1 \vartheta_L}{c_2 + \vartheta_L}} \end{pmatrix} \quad (5.59)$$

mit $T_L = \vartheta_L + \vartheta_0$ und $\vartheta_0 = 273,15 \text{ K}$. Zusammenfassend gilt für das Temperaturmodell Σ_{Hum} der Umweltsimulationsanlage

$$\dot{\mathbf{X}} = \begin{pmatrix} \dot{\vartheta}_H \\ \dot{\vartheta}_V \\ \dot{\vartheta}_W \\ \dot{\vartheta}_{Wa} \\ \dot{\vartheta}_L \\ \dot{m}_D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f_1(\mathbf{X}, \mathbf{U}, \mathbf{Z}) \\ f_2(\mathbf{X}, \mathbf{U}, \mathbf{Z}) \\ f_3(\mathbf{X}, \mathbf{U}, \mathbf{Z}) \\ f_4(\mathbf{X}, \mathbf{U}, \mathbf{Z}) \\ f_5(\mathbf{X}, \mathbf{U}, \mathbf{Z}) \\ f_6(\mathbf{X}, \mathbf{U}, \mathbf{Z}) \end{pmatrix} \quad (5.60a)$$

$$\mathbf{Y} = \begin{pmatrix} \vartheta_L \\ \frac{m_D R_L T_L}{V} / p_0 e^{\frac{c_1 \vartheta_L}{c_2 + \vartheta_L}} \end{pmatrix} \quad (5.60b)$$

mit

$$f_1(\mathbf{X}, \mathbf{U}, \mathbf{Z}) = \frac{1}{m_H \cdot c_{p,H}} \left(\frac{U^2}{R_{el}(\vartheta_0) \cdot (1 + \alpha \cdot (\vartheta_H - \vartheta_0))} \cdot u_{\text{Heat}} + \dots \right. \\ \left. - \alpha_H A_H (\vartheta_H - \vartheta_L) - K_{L,HU} (\vartheta_H - \vartheta_U) \right)$$

$$f_2(\mathbf{X}, \mathbf{U}, \mathbf{Z}) = \frac{1}{m_V \cdot c_{p,V}} \left(-\dot{m} (h''(p_L) - h'(p_H)) \cdot u_{\text{Cool}} + \dots \right. \\ \left. - \alpha_V A_V (\vartheta_V - \vartheta_L) - K_{L,VU} (\vartheta_V - \vartheta_U) \right)$$

$$f_3(\mathbf{X}, \mathbf{U}, \mathbf{Z}) = \frac{1}{m_W \cdot c_{p,W}} \left(-\alpha_W A_W (\vartheta_W - \vartheta_L) - \lambda_{W,m} \frac{A_W}{\delta_W} (\vartheta_W - \vartheta_U) \right)$$

$$f_4(\mathbf{X}, \mathbf{U}, \mathbf{Z}) = \frac{1}{m_{Wa} \cdot c_p(\vartheta_0) \cdot (1 + \alpha \cdot (\vartheta_{Wa} - \vartheta_0))} \left(-\dot{m}_D \Delta h + \dots \right. \\ \left. - \alpha_{Wa} A_{Wa} (\vartheta_{Wa} - \vartheta_L) - \alpha_{WaU} A_{Wa} (\vartheta_{Wa} - \vartheta_U) \right)$$

$$f_5(\mathbf{X}, \mathbf{U}, \mathbf{Z}) = \frac{1}{(1+x) \cdot m_L \cdot c_{p,L}(\vartheta_L) + x \cdot c_{p,D}(\vartheta_L)} \left(P_{\text{Fan}} + \dots \right. \\ \left. + \alpha_H A_H (\vartheta_H - \vartheta_L) + \alpha_V A_V (\vartheta_V - \vartheta_L) + \dots \right. \\ \left. + \alpha_W A_W (\vartheta_W - \vartheta_L) + \alpha_{Wa} A_{Wa} (\vartheta_{Wa} - \vartheta_L) \right)$$

$$f_6(\mathbf{X}, \mathbf{U}, \mathbf{Z}) = \sigma (x_S - x) A.$$

Dabei sei angemerkt, dass die Zeitabhängigkeit aller Größen der Übersichtlichkeit halber nicht angegeben wurde. Die Stoffwerte und dimensionslosen Kennzahlen sind, wie bereits im vorhergehenden Abschnitt angegeben, für die jeweiligen mittleren Temperaturen einzusetzen.

Zur Veranschaulichung des bei der Feuchteregeleung verwendeten Modells sind die Wirkzusammenhänge der Umweltsimulationsanaloge in Bild 5.10 zusammengefasst.

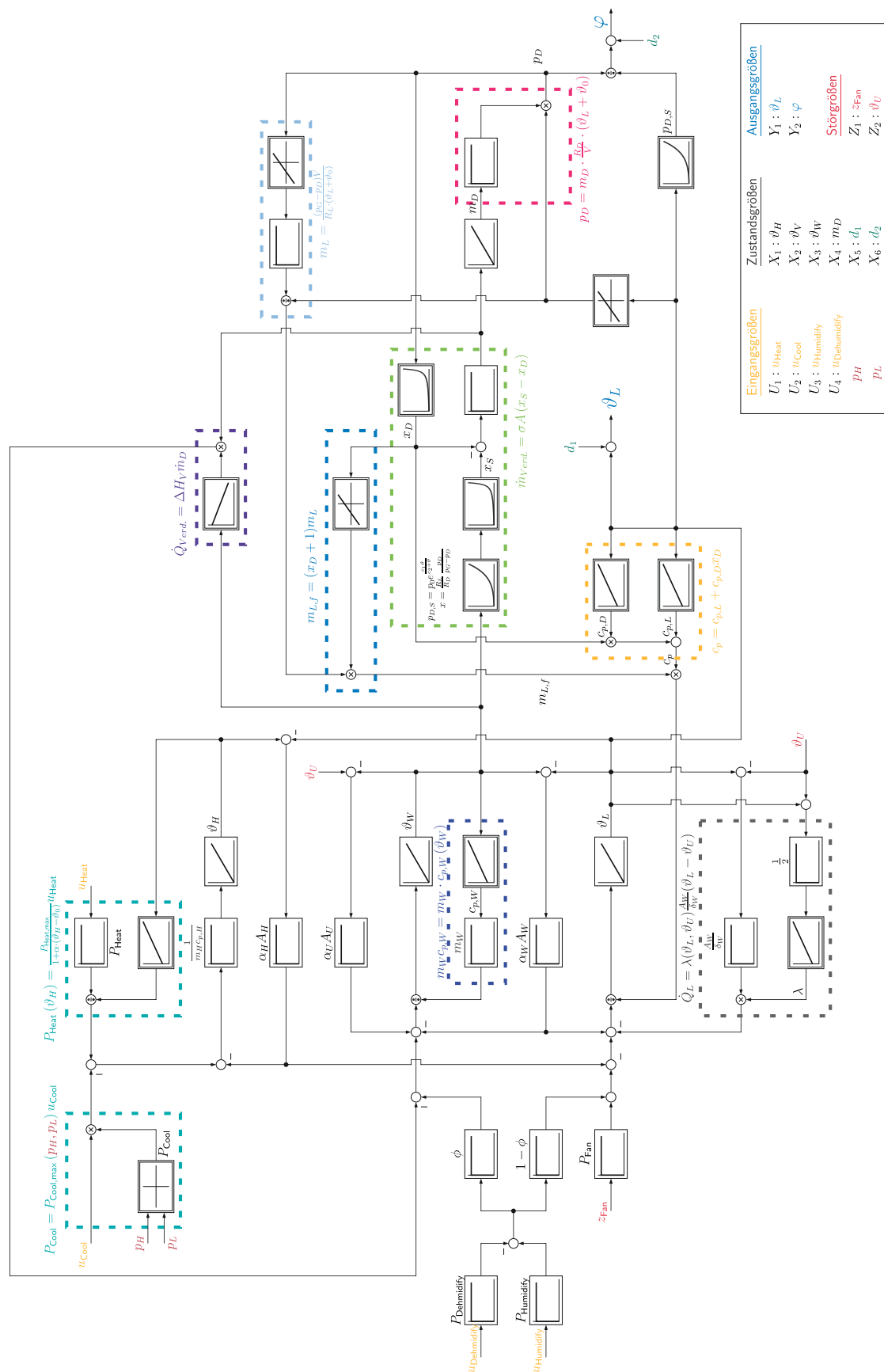


Bild 5.10: Wirkzusammenhänge im Signalflussplan einer Umweltsimulationsanlage

Zum Schluss dieses Abschnitts sei hier noch ein Hinweis zur kombinierten Temperatur- und Feuchteregelung und damit ein Vorgriff auf Abschnitt 5.3 gegeben. Bei der Entwicklung der Regelung hat es sich weiter gezeigt, dass es hilfreich ist, die Stellgrößen u_{Heat} und u_{Cool} bzw. u_{Humidify} und $u_{\text{Dehumidify}}$ zusammenzuführen um ein gleichzeitiges Heizen und Kühlen zu unterbinden. Da diese Stellgrößen bei der physikalischen Modellierung jedoch eine unterschiedliche Wirkung haben, ist es weiterhin notwendig, Heizung und Verdampfer zusammenzuführen. Für das Modell bedeutet dies, dass die Masse der Heizung im Vergleich zur Masse des Wärmetauschers vernachlässigt werden kann und die elektrische Heizleistung P_{Heat} demzufolge eine direkte Auswirkung auf die Temperatur des Verdampfers ϑ_V hat.

5.3 Regelung

Die zeitkontinuierlichen Modelle (5.54) und (5.60) können nach Überprüfung ausreichender Übereinstimmung zwischen Simulations- und Messdaten für die Zustandsschätzung und die modellbasierte prädiktive Regelung verwendet werden. Als Regelalgorithmus wird die in Kapitel 3 beschriebene LTV-MPR mit sukzessiver Linearisierung und Move-Blocking-Strategie genutzt.

Aufgrund dessen, dass die Umweltsimulation häufig nach definierten Prüfscenarien auszuführen ist, liegt der gesamte Sollgrößenverlauf zu Beginn einer jeden Prüfung vor. Dieses Wissen wird wiederum bei der Referenzgrößenbildung genutzt. Ausgehend von der aktuellen Sollgröße und aktuellen Sollsteigung, sowie einem zukünftigen Sollwert und einer zukünftigen Sollsteigung zu einer definierten Vorausschauzeit erfolgt die Berechnung der Referenz. Je nach aktueller Sollsteigung wird zwischen einem Sprung und einer Rampe unterschieden. Ein Sprung bleibt in der Referenzberechnung unberücksichtigt, d. h. der Sollgrößenverlauf wird in der Prädiktion konstant gehalten um erst nach dem Sprung auf eine Sollgrößenänderung zu reagieren. Rampenverläufe werden hingegen in der Prädiktion berücksichtigt um rechtzeitig darauf reagieren zu können. Dabei kann auf die explizite Verwendung eines Referenzgrößenfilters verzichtet werden. Im Folgenden wird auf die speziellen Unterschiede der untersuchten Regelszenarien eingegangen.

5.3.1 Temperaturregelung

Im Rahmen der Temperaturregelung können die Stellgrößen u_{Heat} und u_{Cool} gleichermaßen eingesetzt werden. Um den zwar prinzipiell möglichen, praktisch jedoch unerwünschten Betriebszustand mit gleichzeitigem Betrieb von Heizung und Verdampfer zu verhindern ist es notwendig die Kostenfunktion

$$J(\Delta \mathbf{u}(\cdot | k)) = (\hat{\mathbf{y}}(\cdot | k) - \mathbf{r}(\cdot | k))^T \mathbf{Q} (\hat{\mathbf{y}}(\cdot | k) - \mathbf{r}(\cdot | k)) \quad (5.62a)$$

$$+ \Delta \mathbf{u}(\cdot | k)^T \mathbf{R} \Delta \mathbf{u}(\cdot | k) \quad (5.62b)$$

$$+ \mathbf{u}(\cdot | k)^T \mathbf{S} \mathbf{u}(\cdot | k). \quad (5.62c)$$

geeignet anzupassen. Dazu wird die Wichtungsmatrix $\mathbf{S}$ dominant auf der Nebendiagonalen besetzt. Damit kann das Produkt der Stellgrößen u_{Heat} und u_{Cool} in der Kostenfunktion J bewertet werden. Für $H_u = 1$ ergibt sich der entsprechende Term 5.62c der Kostenfunktion zu

$$\begin{aligned} J_S(\Delta \mathbf{u}) &= \Delta u_{\text{Heat}} T_{1,1} S_{1,2} T_{2,2} \Delta u_{\text{Cool}} + \Delta u_{\text{Cool}} T_{1,1} S_{2,1} T_{2,2} \Delta u_{\text{Heat}} \\ &= \Delta u_{\text{Heat}} T_{1,1} (S_{1,2} + S_{2,1}) T_{2,2} \Delta u_{\text{Cool}}. \end{aligned} \quad (5.63)$$

Da sowohl im Heiz- als auch im Kühlbetrieb ein Stellgrad zwischen 0 % und 100 % vorgegeben wird, wird das Gütefunktional dann minimal, wenn einer der beiden Faktoren gleich null ist. Die Optimierung führt demnach zu einer Lösung, bei der entweder geheizt oder gekühlt wird. Die Lösung des Optimierungsproblems erfolgt hier mit Hilfe des speziellen Löses *qpOASES*. Dabei handelt es sich um einen eigens für quadratische Programme entwickelten Löser (siehe dazu auch Ferreau u. a., 2014), der im Rahmen dieser Arbeit über ein C-Interface in MATLAB eingebunden wird. Der Löser wird dabei in jedem Abtastschritt des Reglers mit der Matrix $\mathbf{H}$ und dem Vektor $\mathbf{g}$ des Optimierungsproblems (3.37), sowie der Matrix $\mathbf{T}_{\text{Abs}}$ und den Vektoren $\mathbf{u}_{\text{max,Abs}}$ bzw. $\mathbf{u}_{\text{min,Abs}}$ sowie $\mathbf{u}_{\text{max}}$ bzw. $\mathbf{u}_{\text{min}}$ der dazugehörigen Nebenbedingungen aufgerufen.

5.3.2 Kombinierte Temperatur- und Feuchteregelung

Im Rahmen der kombinierten Temperatur- und Feuchteregelung sind die Stellgrößen u_{Heat} und u_{Cool} bzw. u_{Humidify} und $u_{\text{Dehumidify}}$, wie bereits in Abschnitt 5.2.2.2 angemerkt, zur Vermeidung eines gleichzeitigen Heiz- und Kühlvorgangs zusammengeführt. Das Modell des MPR-Algorithmus ist demzufolge so angepasst, dass nunmehr nicht die jeweiligen Taktgrade sondern die notwendigen Leistungen P_{Temp} bzw. P_{Hum} den Eingangsvektor des Modells bilden. Das Ergebnis der Optimierung wird nachgelagert entsprechend der Zusammenhänge aus Gleichung (5.4) und (5.18) mit den jeweiligen Maximalwerten der entsprechenden Leistungen in einen Taktgrad umgerechnet

$$u_{\text{Heat}} = \begin{cases} \frac{P_{\text{Temp}}}{P_{\text{Temp,max}}} \\ 0 \end{cases} \quad \text{und} \quad u_{\text{Cool}} = \begin{cases} 0 \\ -\frac{P_{\text{Temp}}}{P_{\text{Temp,max}}} \end{cases} \quad \text{für} \quad \begin{cases} P_{\text{Temp}} > 0 \\ P_{\text{Temp}} \leq 0 \end{cases} \quad (5.64a)$$

$$u_{\text{Humidify}} = \begin{cases} \frac{P_{\text{Hum}}}{P_{\text{Hum,max}}} \\ 0 \end{cases} \quad \text{und} \quad u_{\text{Dehumidify}} = \begin{cases} 0 \\ -\frac{P_{\text{Hum}}}{P_{\text{Hum,max}}} \end{cases} \quad \text{für} \quad \begin{cases} P_{\text{Hum}} > 0 \\ P_{\text{Hum}} \leq 0. \end{cases} \quad (5.64b)$$

Darüber hinaus wird eine Normierung der Regelgrößen innerhalb des Modells gemäß

$$\mathbf{y}_{\text{Norm}}(\cdot | k) = \frac{\mathbf{y}(\cdot | k) - \mathbf{y}_0}{\mathbf{y}_0} \quad (5.65)$$

vorgenommen. Mit dieser Normierung werden die unterschiedlichen Wertebereiche der physikalischen Größen – Temperatur und relative Feuchte – angeglichen. In diesem Fall wird zur Lösung des Optimierungsproblems der MATLAB interne Löser *qpKWIK* verwendet (Schmid und Biegler, 1994). Dieser Optimierungsalgorithmus ist für die Code-Generierung optimiert und kann daher direkt eingebunden werden. Der Funktionsaufruf erfolgt dabei analog zum Aufruf bei der Temperaturregelung. Hierbei ist jedoch zu beachten, dass die Matrix $\mathbf{H}$ invertierbar sein muss.

5.4 Umsetzung

Auch bei diesem Anwendungsbeispiel soll das beschriebene Regelungskonzept zur Validierung an einer Umweltsimulationsanlage im Technikum umgesetzt und implementiert werden. Dazu wird das Gesamtsystem, bestehend aus modellbasiertem prädiktiven Regler und Zustandsbeobachter, in der Entwicklungsumgebung MATLAB/Simulink implementiert. Zur Auslegung und Parameteroptimierung wird dieses Gesamtsystem um ein Streckenmodell erweitert. So kann bereits in einem frühen Entwicklungsstadium eine Aussage über die Wirksamkeit einzelner Parameter getroffen werden. Bild 5.11 zeigt die Implementierung in eben dieser Entwicklungsumgebung. Die Realisierung des Regelalgorithmus erfolgt aus Gründen der Übersicht und Wartbarkeit sowie der Portierbarkeit weitestgehend textuell.

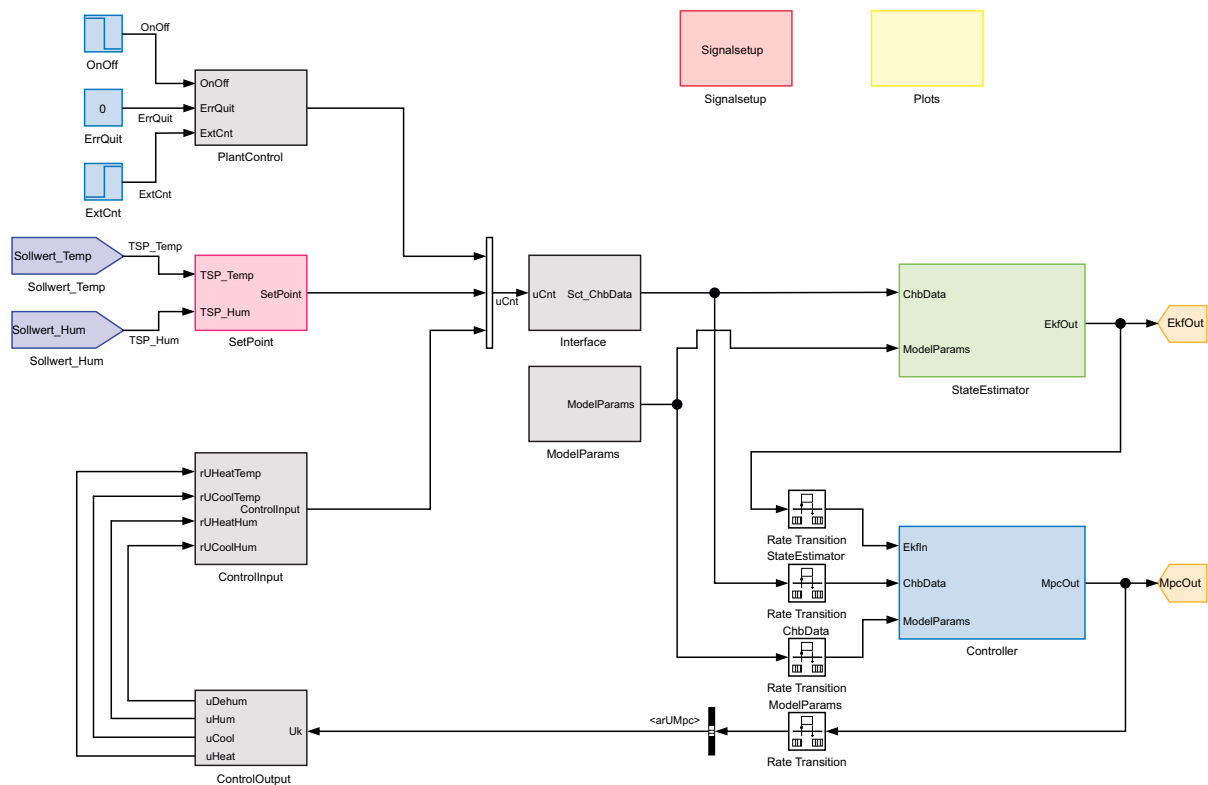


Bild 5.11: Reglerimplementierung MATLAB/Simulink

In Bild 5.11 ist zu erkennen, dass Zustandsschätzer (StateEstimator) und Regelung (Controller) getrennt voneinander umgesetzt sind. Beide Funktionen werden zu unterschiedlichen Abtastschritten ausgeführt. Die Schrittweite des Beobachters T_{Sim} ist an die Zykluszeit der SPS-Laufzeitumgebung angepasst. Die Schrittweite der Regelung T_{MPR} richtet sich nach der Pulsweite des PWM-Signals zur Ansteuerung der Stellaktuatorik von Heizung und Wärmetauscher. Die vorliegende Technikumsanlage ist mit einer Anlagensteuerung ausgestattet welche eine An- bzw. Einbindung des Regelalgorithmus in die eigentlichen Anlagensteuerung ermöglicht.

Die Anlagensteuerung besteht aus mehreren Komponenten, welche eine Trennung von Hardware (Ein-/Ausgängen), Logik/Berechnung (SPS-Laufzeitumgebung) und Bedienung (Benutzerinterface) ermöglicht. Das eigentliche Programm zu Steuerung und Regelung der Anlage ist in der SPS-Laufzeitumgebung implementiert. Hier ist auch das serienmäßige PID-Regler-Modul integriert, welches, basierend auf den gemessenen Ist-Werte aus dem Prüfraum sowie den entsprechenden Soll-Werte aus einem Programmgeber als Eingangsgrößen, die Leistungsanforderung für Heizen und Kühlen berechnet. Nachgelagert erfolgt die Maschinensteuerung, mit deren Logik einzelner Ausgänge für Ventile, Relais und Motoren geschaltet werden.

In einem ersten Schritt erfolgt die Ansteuerung der Anlage nach der Methode des externen Bypassing (siehe dazu auch dPSACE, 2017). Hierbei ist, wie in Bild 5.12 vereinfachend dargestellt, ein externer PC über eine Netzwerkverbindung (TCP/IP) an die Anlagensteuerung angebunden. Auf dem PC ist das mathematische Berechnungsprogramm MATLAB/Simulink installiert, in dem der Zustandsschätzer und der LTV-MPR-Algorithmus implementiert sind. Ist- und Solltemperaturen werden per Netzwerkschnittstelle übertragen und über einen internen Speicher dem Regler zur Verfügung gestellt.

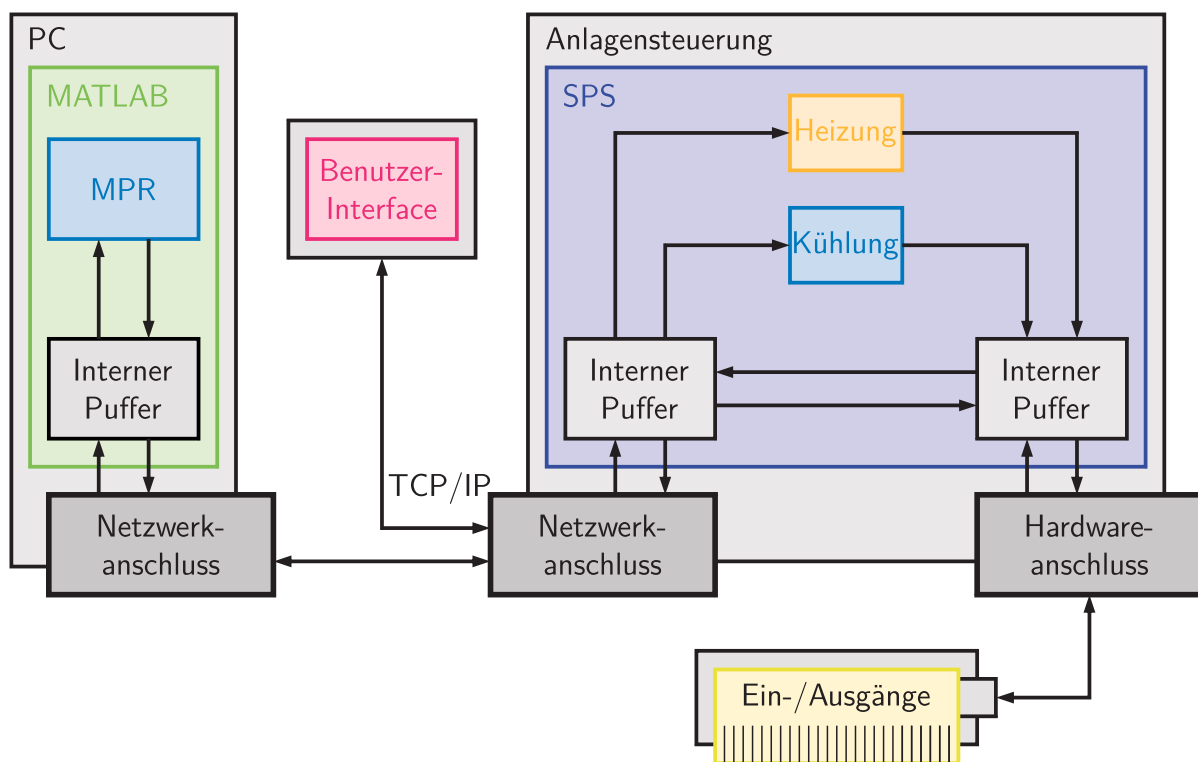


Bild 5.12: Reglerarchitektur mit MPC integriert in die industrielle Steuerung

In einem zweiten Schritt wird der MPR-Algorithmus softwaretechnisch, wie in Bild 5.13 dargestellt, direkt in die industrielle Regler-Plattform integriert (On-Target Bypassing). Hierzu wird zunächst aus dem in MATLAB/Simulink programmierten Regelalgorithmus C-Code generiert. Innerhalb der SPS wird der so generierte Code in eine eigene Funktion integriert.

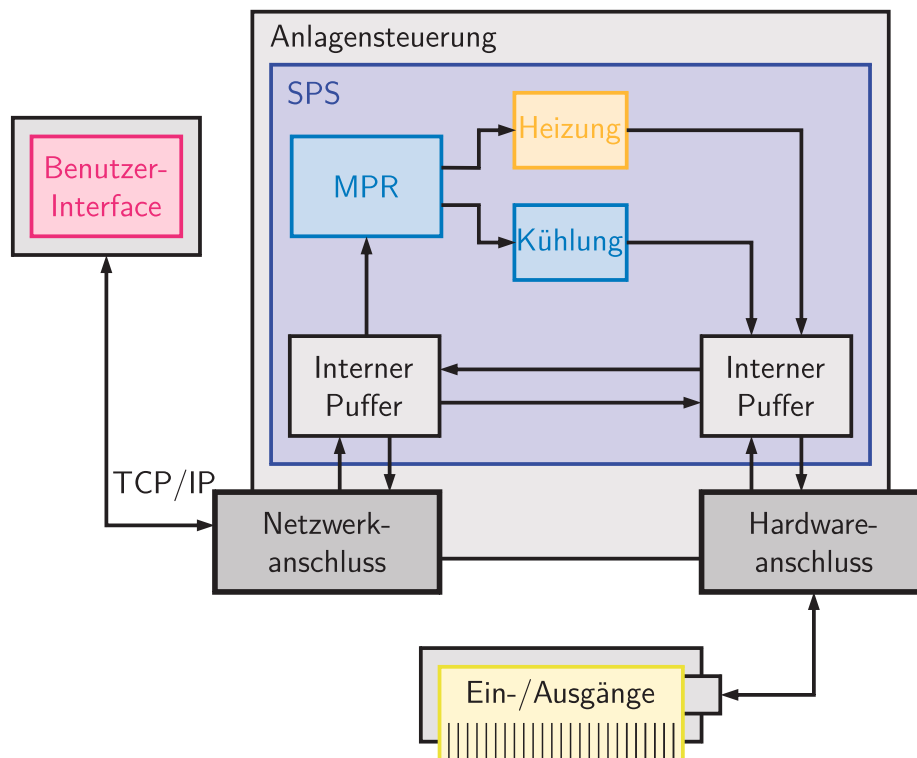


Bild 5.13: Reglerarchitektur mit MPC integriert in die industrielle Steuerung

An dieser Stelle ist zu beachten, dass die Pulsweite von Heizung und Wärmetauscher für die vorliegende Implementierung gleich zu wählen sind. Eine Anpassung der Pulsweiten in der SPS-Laufzeitumgebung erfordert in diesem Zusammenhang eine Anpassung der Zykluszeit des Reglers, da diese einen direkten Einfluss auf die Linearisierung und die Prädiktion hat.

5.5 Ergebnisse

Im Folgenden sind die Messergebnisse der experimentellen Untersuchung aufgeführt. Hierzu wurde eine Versuchsanlage im Technikum mit dem in Kapitel 3 beschriebenen Regelungssystem ausgestattet. Das neue Regelungssystem wurde dabei softwaretechnisch in das bestehende Regelungssystem der Anlage integriert. An dieser Stelle sei darauf hingewiesen, dass alle im Folgenden gezeigten Regelergebnisse in normierter Form dargestellt werden.

5.5.1 Temperaturregelung

Zunächst wurde eine Referenzfahrt mit dem bestehenden Regelungssystem auf Basis eines PID-Reglers gefahren. In einem zweiten Durchlauf wurde anschließend das gleiche Programm mit dem neuen Regelungssystem durchfahren. In Bild 5.14 sind die Sollwertverläufe über die Zeit dargestellt. Es ist zu erkennen, dass insbesondere verschiedene Sollwertsprünge zwischen

−0,825 und +2,15 sowie je eine Rampenfahrt als Aufheizphase und eine als Abkühlphase über den internen Programmgeber programmiert wurden.

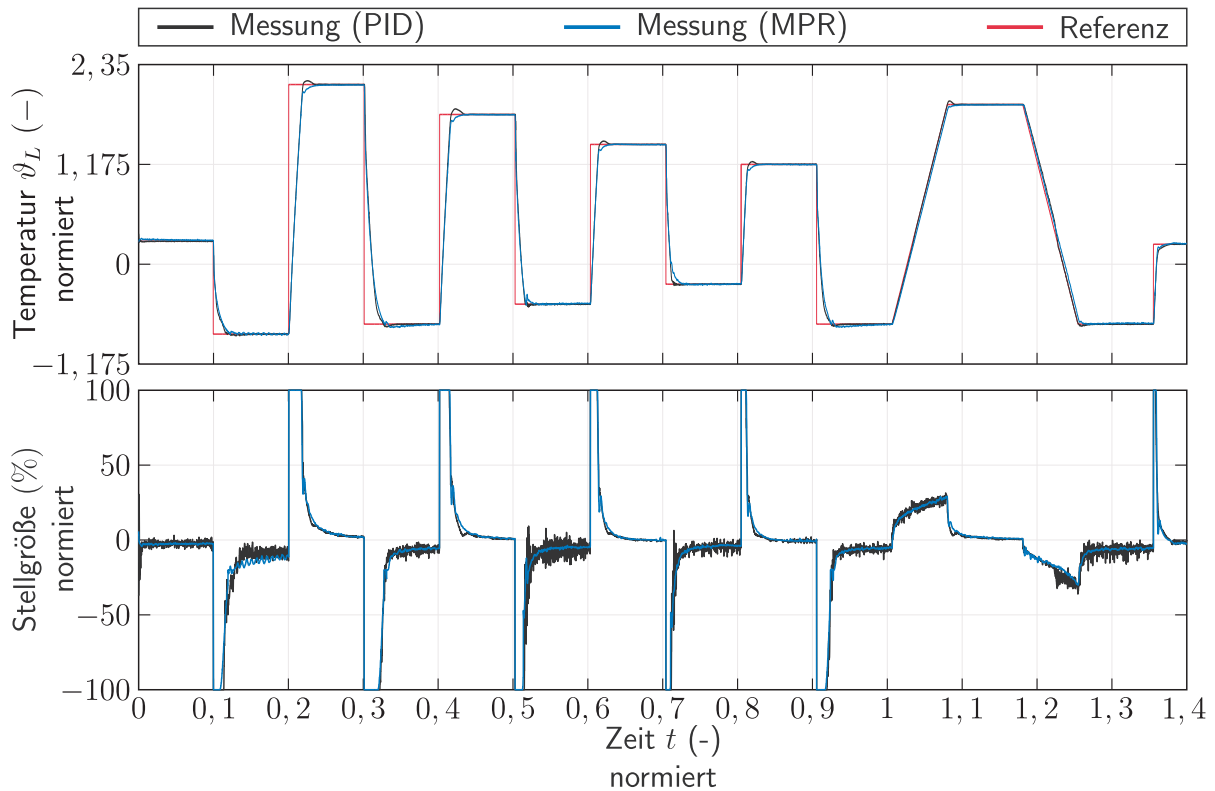


Bild 5.14: Vergleich der Messergebnisse für PID und MPR-Regelung integriert in die industrielle Steuerung

Ebenfalls dargestellt sind die Temperaturmesswerte der Prüfraumlufte ϑ_L , einmal aufgezeichnet mit dem bestehenden PID Regler und einmal mit der MPR. Es ist zu erkennen, wie die Istwerte den vorgegebenen Sollwertsprüngen mit leichter Verzögerung in Form sehr steiler Rampen folgen. Im unteren Abschnitt von Bild 5.14 sind zudem die Stellgrade von Heizung bzw. Kühlung dargestellt. Hier wird deutlich, dass beide Regler unmittelbar nach einem Sollwertsprung die Aktoren zu 100 % ansteuern. Erst bei starker Annäherung des Istwertes an den Sollwert werden die Stellgrößen stark reduziert und gehen dann asymptotisch auf einen niedrigen konstanten Stellwert zu um das erreichte Temperaturniveau zu halten. Auf den ersten Blick scheinen beide Regler ein vergleichbar gutes Regelungsverhalten aufzuweisen. Bei Betrachtung der Stellgrade fällt auf, dass die Temperaturverläufe des PID Reglers, aufgrund eines starken differenzierenden Anteils, mit deutlich größeren Amplituden um die Sollwerte schwingen.

In Bild 5.15 ist beispielhaft ein Sollwertsprung auf 1,18 % vergrößert dargestellt. Hier wird erkennbar, dass beide Regler den Sollwert nach nahezu identischer Zeitdauer erreichen. Es fällt jedoch auf, dass der Temperaturverlauf des PID-Reglers um ca. 3 % überschwingt, bevor er sich dem Sollwert annähert. Erst durch die Regelabweichung scheint der Regler den Stellgrad merklich zu reduzieren. Die MPR hingegen erkennt bereits im Vorfeld die Annäherung an den

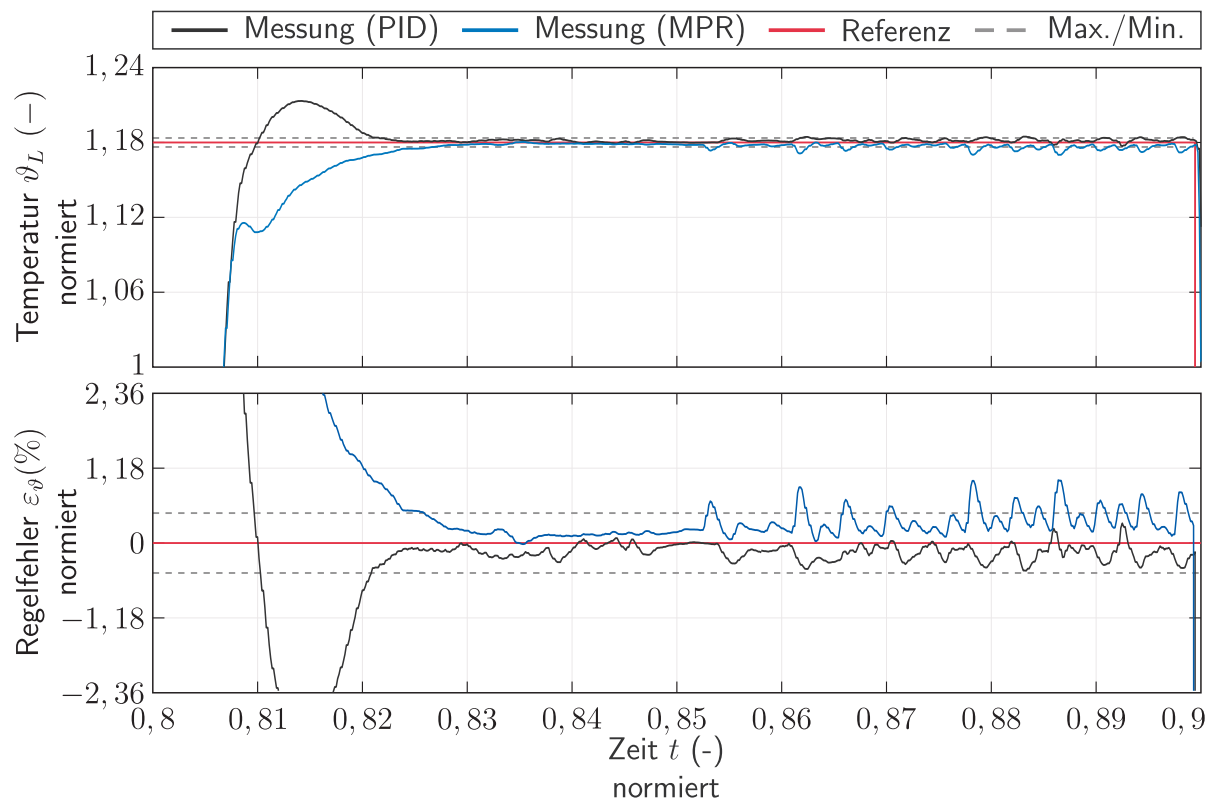


Bild 5.15: Ausschnitt des Vergleichs der Messergebnisse für PID und MPR-Regelung integriert in die industrielle Steuerung

Sollwert und reduziert entsprechend frühzeitig den Stellwert der Heizung, so dass er sich von unten an den Sollwert annähert. Dieses Verhalten ist aus zweierlei Hinsicht vorteilhaft für den Einsatz in Umweltsimulationsanlagen. Zum einen werden häufig temperatursensible Materialien in den Anlagen getestet, deren Tests sehr streng überwacht und dokumentiert werden und die ein Überschreiten eines definierten Toleranzbandes um den Sollwert nicht zulassen. Hier ist es vorteilhaft ein Überspringen systematisch zu vermeiden. Ein weiterer Vorteil ergibt sich aus einem reduzierten Energieverbrauch während des Einschwingens. Insbesondere bei großen Umweltsimulationsanlagen, die mehrere hundert Kubikmeter Luftvolumen und große thermische Massen beinhalten sowie mehrere hundert Kilowatt Heiz-/Kühlleistung aufweisen, ist ein Überheizen mit nachfolgendem Abkühlen mit teils sehr großen vermeidbaren Energieverbräuchen verbunden. Da die Nutzer dieser Anlagen immer stärker Energieeinsparungs- und Energieeffizienz-Maßnahmen anfragen werden durch eine entsprechend energieeffiziente Regelung Wettbewerbsvorteile für die Hersteller solcher Anlagen generiert.

Das gute Regelverhalten der alten PID-Steuerung ist unter anderem darauf zurückzuführen, dass die Parameter über Jahrzehnte hinweg empirisch optimiert und dynamische Anpassungsfunktionen zur automatischen Parameter-Adaption implementiert wurden. Hier ist man auf den Erfahrungsschatz langjähriger Mitarbeiter angewiesen. Die MPR-Regelung hingegen wurde auf Basis eines einfachen Modells entwickelt und nur geringfügig optimiert. Sie liefert ein vergleichbar sehr gutes Regelungsverhalten. Es ist also durchaus vorstellbar, dass auch größere

und komplexere Anlagen mit dem modellbasierten Ansatz grundsätzlich sehr viel einfacher, schneller und auch von weniger erfahrenen Mitarbeitern angepasst werden können als mit dem empirischen Ansatz.

5.5.2 Klimaregelung

Im Anschluss an den Funktionsnachweis der Temperaturregelung sollte das Regelungskonzept, wie bereits zuvor erwähnt, zur kombinierten Temperatur- und Feuchteregelung erweitert werden. Dazu wurde das physikalische Modell um den thermodynamischen Einfluss der in der Luft enthaltenen Menge Wasserdampf erweitert (vgl. die Ergebnisse aus Kapitel 2). Zur Bewertung des Regelkonzepts wurden Vergleichsmessungen mit dem bestehenden PID-Regler durchgeführt und aufgezeichnet. Anschließend wurde die gleiche Sollwerttrajektorie mit dem MPR-Algorithmus eingeregelt. Im Folgenden werden die Ergebnisse für die zwei Versuche

- Sprungförmige Temperaturänderung bei konstantem Feuchtegehalt und
- Rampenförmige Temperaturänderung bei sprunghörmiger Änderung des Feuchtegehalts

gezeigt und diskutiert.

An dieser Stelle sei darauf hingewiesen, dass die Regelung für ein an dem Arbeitspunkt ($\vartheta_L = 100\%$, $\varphi = 100\%$) optimiertes Modell ausgelegt wurde. Auch wurde die physikalische Modellstruktur so gewählt, dass das dynamische Verhalten der Simulationsanlage an diesen Arbeitspunkt sowie einer eingeschränkten Umgebung möglichst gut wiedergegeben wird. Wie bereits in Abschnitt 5.2.2.2 erwähnt, wurden in diesem Zuge die thermodynamischen Nicht-linearitäten vernachlässigt sowie weitere Annahmen zur Modellvereinfachung getroffen.

5.5.2.1 Sprunghörmige Temperaturänderung

Ausgehend von einer konstanten Arbeitspunkttemperatur ($\vartheta_{L,0} = 100\%$) werden drei Temperatursprünge ($+6\%$, -12% , $+6\%$) mit anschließender Konstantphase durchgeführt. Währenddessen soll der Arbeitspunkt der Relativen Feuchte ($\varphi_{L,0} = 100\%$) nicht verändert werden. Die Dauer der jeweiligen Konstantphasen beträgt $0,3$ normierte Zeiteinheiten. Die Detailansichten zu obigen Messergebnissen sind in den Bildern A.1 bis A.4 gezeigt.

Eine Übersicht der Versuchsergebnisse ist in den Bildern (5.16) (Temperatur) und (5.17) (Relative Feuchte) gezeigt. Diese Abbildungen zeigen jeweils die Regelgröße, den jeweiligen Regelfehler und die verwendete Stellgrößen. Der Regelfehler ist in diesem Zusammenhang definiert als die Differenz zwischen Soll- und Istwert

$$\varepsilon_{\vartheta} = w_{\vartheta} - y_{\vartheta} \quad \text{bzw.} \quad \varepsilon_{\varphi} = w_{\varphi} - y_{\varphi} \quad (5.66)$$

In dieser Darstellung ist zu erkennen, dass die gemessenen Istwerte den Sollwerten mit leichter Verzögerung folgen. In beiden Fällen ist die Ausregelzeit, d. h. die Zeit bis zum letztmaligen

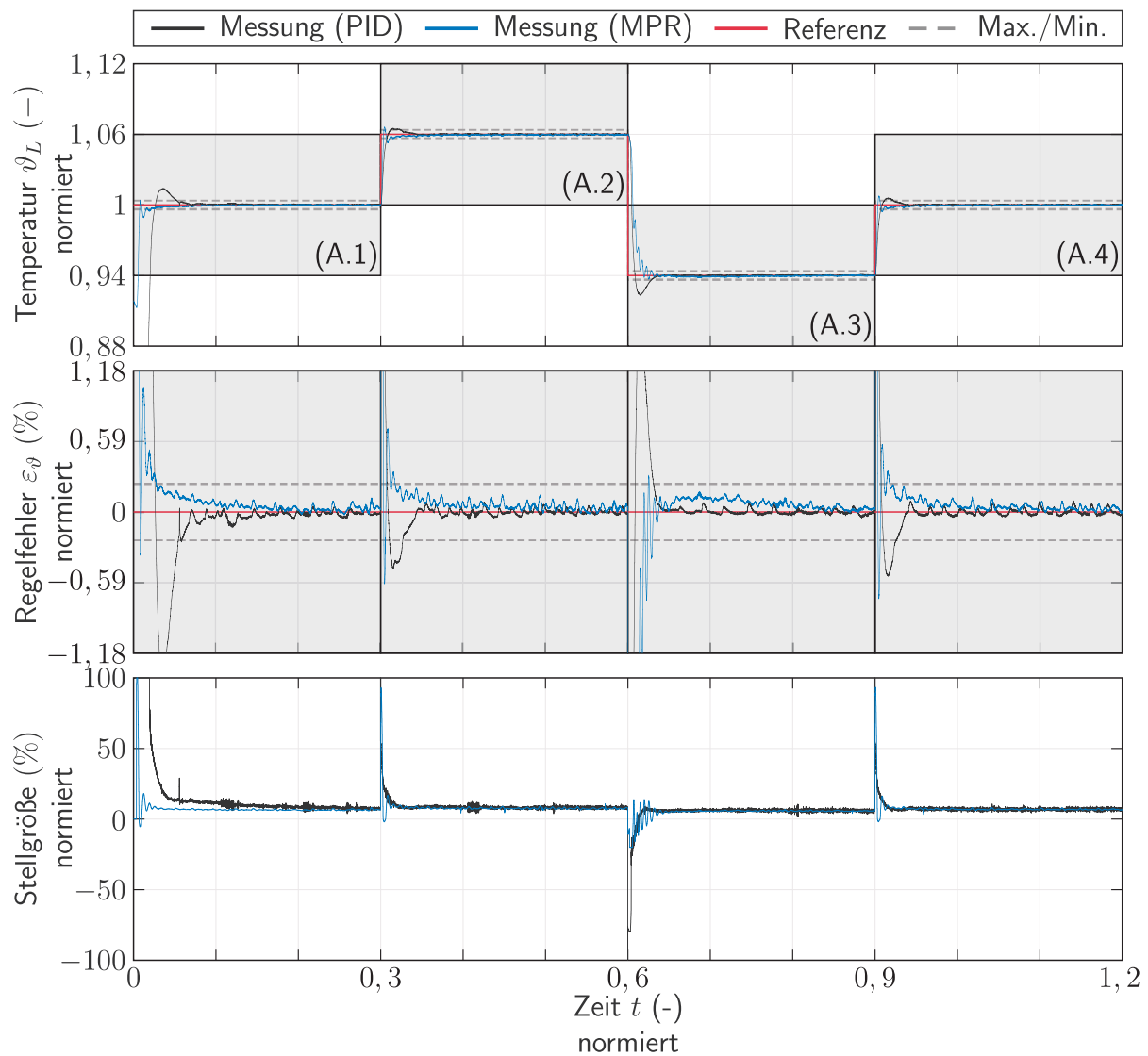


Bild 5.16: Übersicht über den Vergleich der Messergebnisse für PID und MPR
 Regelgröße Temperatur ϑ_L

Eintritt ins Toleranzband, nahezu identisch (siehe dazu auch Tabelle 5.1). Der Größenverlauf bei Verwendung der PID-Regelung schwingt tendenziell über und erreicht den Sollwert anschließend entgegen der ursprünglichen Steigung. Bei Verwendung der MPR ist der prinzipielle Größenverlauf richtungsabhängig. Positive Temperaturänderungen werden nach einem kurzzeitigen Über- und einem Unterschwinger langsam der Richtung des alten Sollwerts ausgeregelt. Negativen Temperaturänderungen folgt die Regelgröße tendenziell schwingend, d. h. noch bevor der Sollwert erreicht wird, wird die Stellgröße reduziert, wodurch der Regelfehler wieder größer wird. Dieses Verhalten rührt mutmaßlich aus einem in der Realität schwächeren Zusammenhang zwischen Kälteleistung und Temperatur als im Modell angenommen.

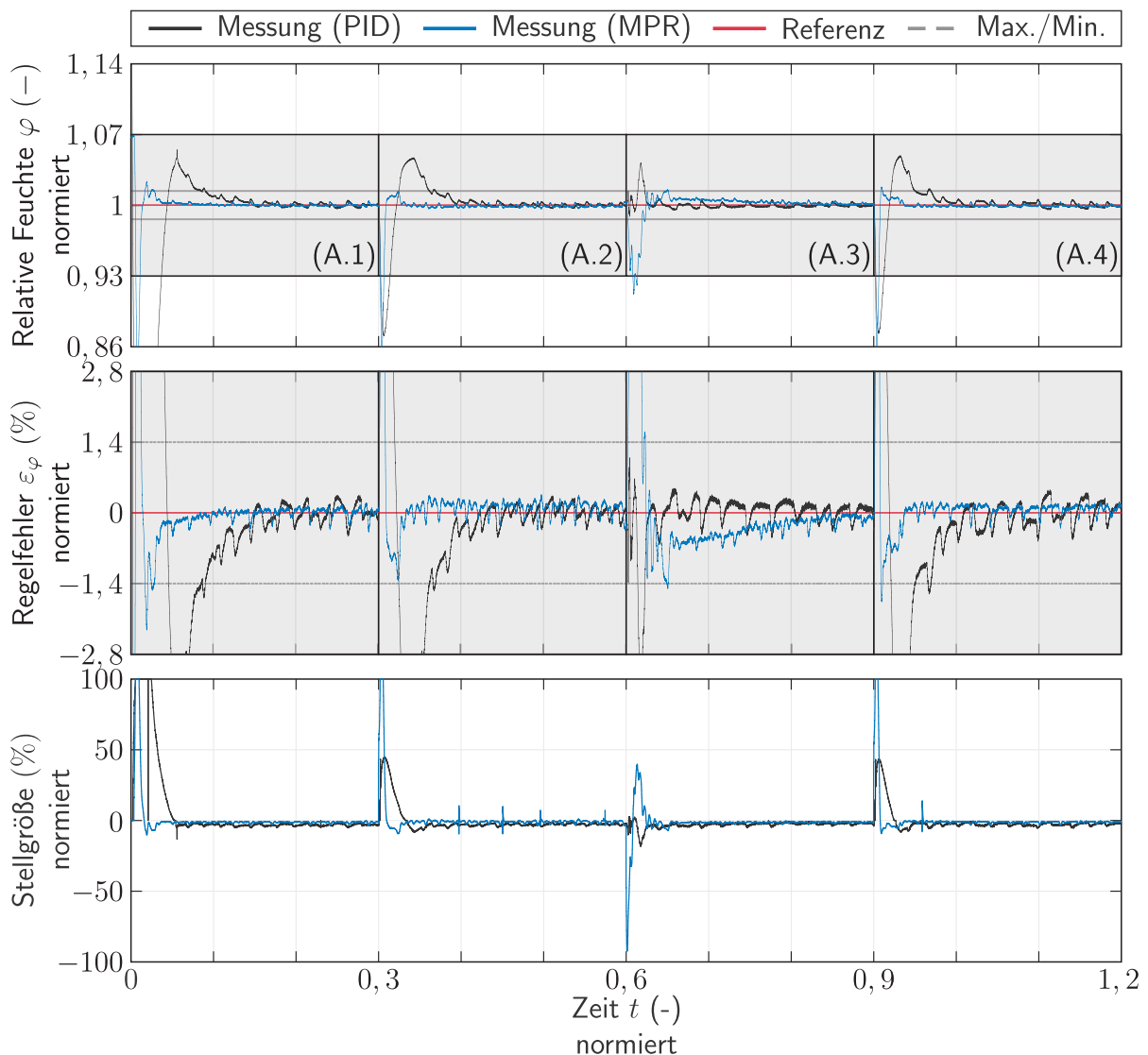


Bild 5.17: Übersicht über den Vergleich der Messergebnisse für PID und MPR
Regelgröße Relative Feuchte φ

Der Sollwert der Feuchterege­lung wird von beiden Regelalgorithmen gut eingere­gelt. Zum Zeitpunkt der Temperaturänderung wird kurzzeitig das Toleranzband verlassen, wobei der Fehler durch Verwendung der MPR schneller ausre­gelt wird. Es ist weiterhin zu beachten, dass der Stellgrößenverlauf der MPR „aggressiver“ als der der PID-Regelung ist. Dies kann auf das interne Modellwissen der MPR bzw. auf die Prädiktion zurückgeführt werden. Der Stellgrad nach dem Einschwingvorgang nimmt für beide Regelszenarien einen vergleichbaren Wert an. Jedoch bleibt festzustellen, dass der Stellgrad des PID-Reglers einen höherfrequenten Anteil enthält, was auf den differenzierenden Anteil des Reglers zurückzuführen ist.

Da es sich bei den einzelnen Spitzen im Stellverlauf der MPR (z. B. zum Zeitpunkt $t = 0,4$ oder $t = 0,96$ normierte Zeiteinheiten) um Übertragungsfehler bei der Messwertaufzeichnung handelt, führen diese zu keiner sprunghaften Änderung in der Regelgröße. Maßnahmen zur

Unterdrückung dieser Art von Fehlern wurden im externen Regelbetrieb nicht weiter untersucht, da die spätere Implementierung des Regelalgorithmus in die prozesseigene Steuerung den Messdatenaustausch über die verwendete Kommunikationsschnittstelle obsolet macht. Es ist weiterhin zu erkennen, dass die Regelfehler ε_ϑ und ε_φ in gleichem Maße ausgeregelt werden. Im transienten Bereich ist jedoch zu erkennen, dass die MPR beide Regelfehler schneller ausregelt, d. h. das Toleranzband wird schneller erreicht. Eine Gegenüberstellung der jeweiligen Ausregelzeiten T_{Aus} ist in Tabelle 5.1 aufgeführt.

Tabelle 5.1: Gegenüberstellung der Ausregelzeit T_{Aus} von PID und MPR

T_{Aus} normiert		Änderung der Sollgröße		
		+6%	−12%	+6%
ε_ϑ	PID	0,0248	0,0288	0,0288
	MPR	0,0101	0,0297	0,0103
ε_φ	PID	0,0690	0,0228	0,0493
	MPR	0,0080	0,0233	0,011

Tabelle 5.2 zeigt die jeweiligen Überschwingweiten Δh .

Tabelle 5.2: Gegenüberstellung der Überschwingweite Δh von PID und MPR

Δh in %		Änderung der Sollgröße		
		+6%	−12%	+6%
ε_ϑ	PID	0,45	-1,74	0,53
	MPR	0,57	-0,32	0,72
ε_φ	PID	13,19	4,24	12,94
	MPR	14,62	8,96	14,51

Die Überschwingweiten Δh ist nach Lunze (2016b) definiert als das relative Verhältnis zwischen dem größten Wert, um den die Regelgröße bei Sprüngen um den Sollwert hinaus schwingt bezogen auf den Sollwert

$$\Delta h = \frac{y_{\max} - w}{w}. \quad (5.67)$$

An dieser Stelle sei angemerkt, dass der Absolutwert der Stellgröße u_{Cool} auf maximal 20 % begrenzt wurde. Durch diese Maßnahme sollten lange Einspritzphasen des Kältemittels und somit ein punktuell Abkühlen des Wärmetauschers unter Taupunkttemperatur ϑ_τ verhindert werden. Eine Temperatur unterhalb der Taupunkttemperatur würde nach Abschnitt 2.2.4.3 zu Kondensation und demzufolge zu einem Ausscheiden von Wasser führen, was im Feuchtemodell 5.60 nicht berücksichtigt ist.

5.5.2.2 Rampenförmige Temperaturänderung

Neben sprungförmigen Temperaturänderungen bestehen typische Temperatur- und Klimaprüfungen aus rampenförmigen Solltrajektorien. Im Folgenden soll daher ein weiterer Vergleich zwischen PID und MPR hinsichtlich Reglerperformanz bei rampenförmigen Temperaturänderungen diskutiert werden. Ausgehend von einer konstanten Arbeitspunkttemperatur ($\vartheta_{L,0} = 100\%$) wird die Temperatur rampenförmig um 23,5% abgesenkt. Nach Verlauf von 0,1 normierten Zeiteinheiten schließt sich eine Konstantphase (0,9 normierte Zeiteinheiten) an um dann erneut rampenförmig auf die Ausgangstemperatur angehoben zu werden. Die Relative Feuchte wird von dem konstanten Arbeitspunkt ($\varphi = 100\%$) nach Verlauf von 0,4 normierten Zeiteinheiten sprungförmig auf $\varphi = 71,4\%$ abgesenkt. Nach einem weiteren nach Verlauf von 0,4 normierten Zeiteinheiten erfolgt ein Sprung zurück auf den ursprünglichen Arbeitspunkt.

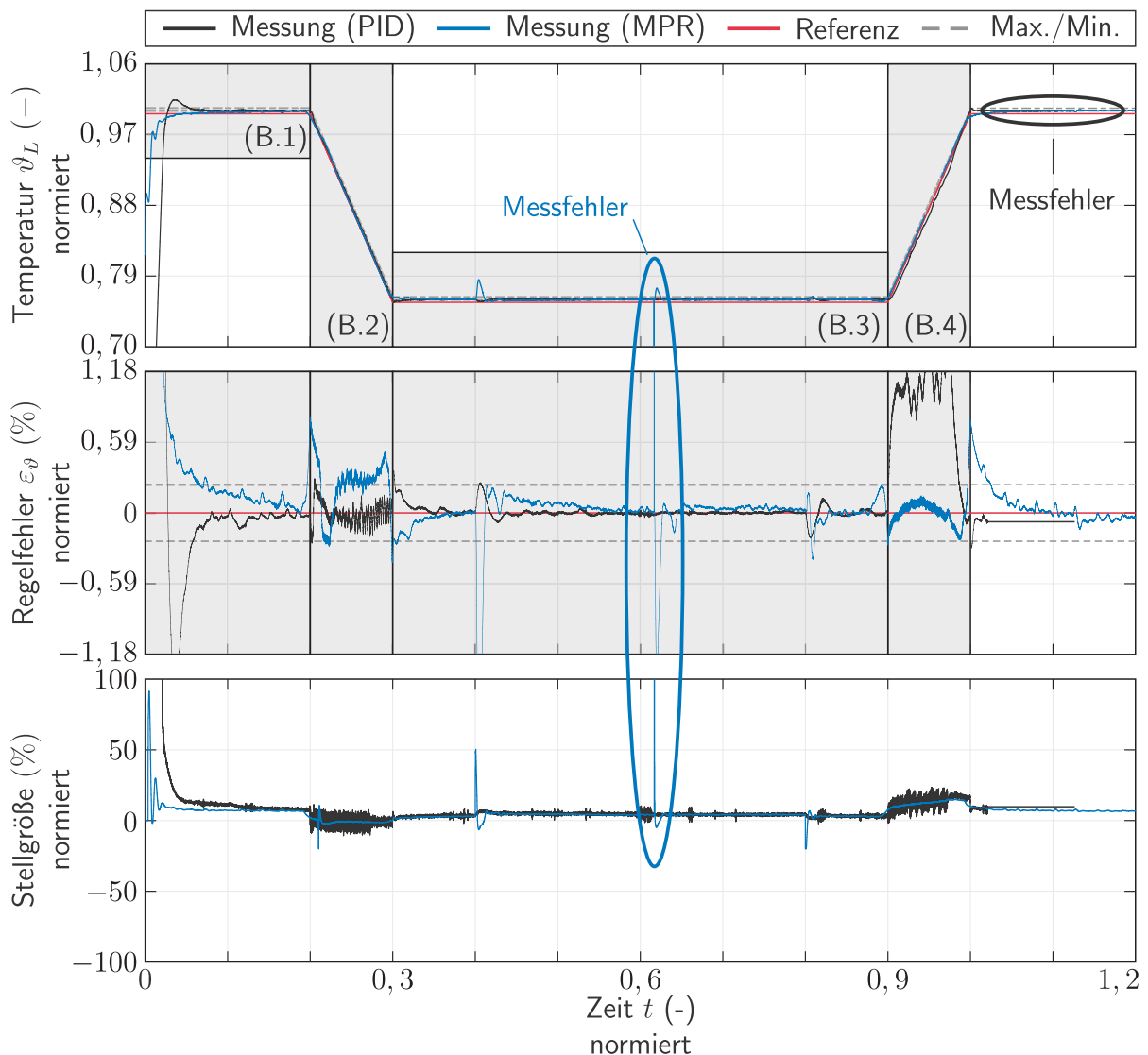


Bild 5.18: Vergleich der Messergebnisse für PID und MPR – Temperatur

Die Ergebnisse der Messdatenaufzeichnung sind in den Bildern 5.18 (Temperatur) und 5.19 (Relative Feuchte) dargestellt. Darin sind die Regelgrößen, Regelfehler und verwendeten Stellgrößen gezeigt. Die Bilder B.1 bis B.4 zeigen die Detailansichten zu obigen Messergebnissen.

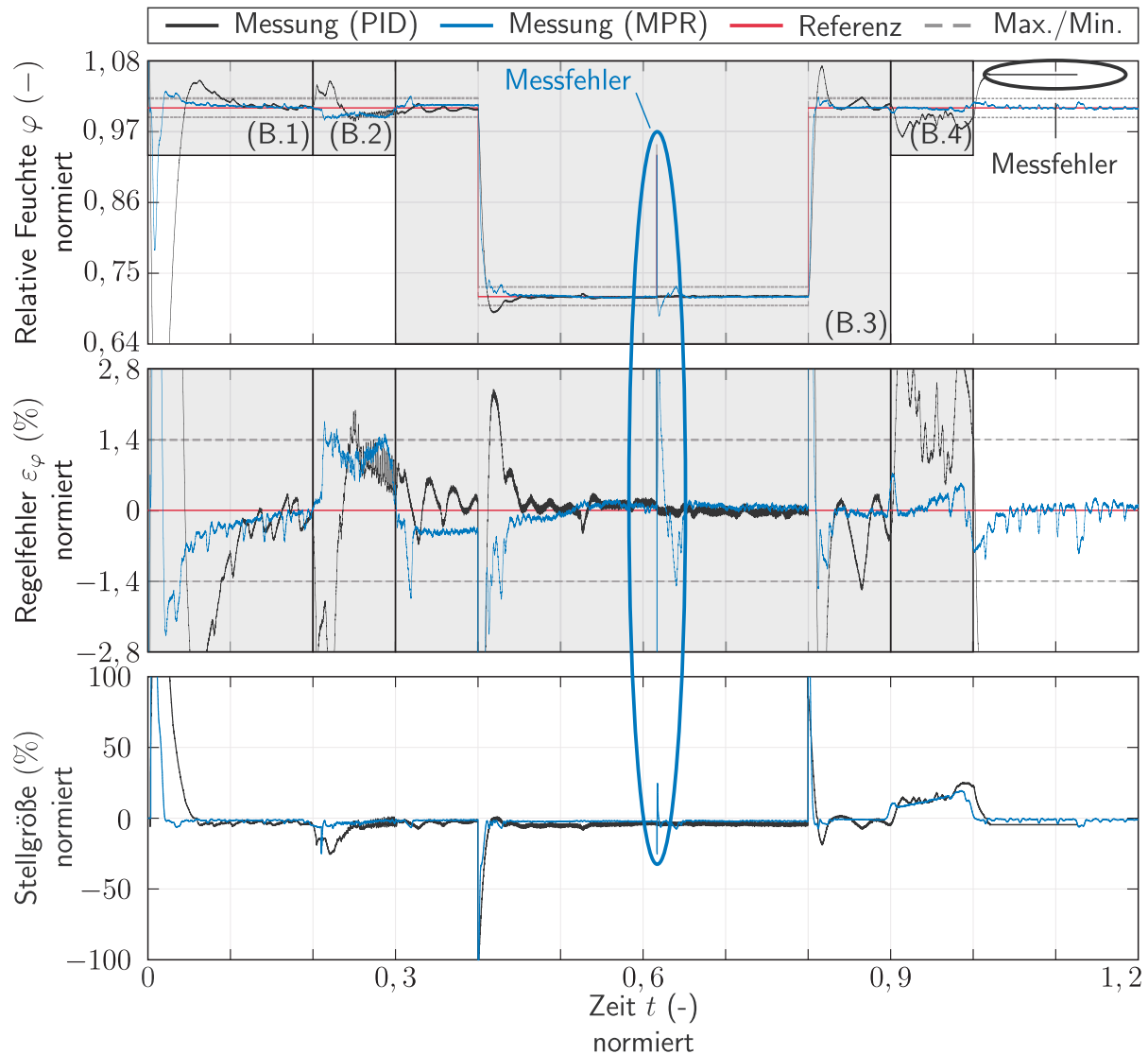


Bild 5.19: Vergleich der Messergebnisse für PID und MPR – Relative Feuchte

Wie in diesen Darstellungen zu erkennen ist, ist es mit beiden Regelstrategien möglich, der Sollwertvorgabe zu folgen. Prinzipiell sind die Ergebnisse der beiden Regelstrategien während der Rampen zu unterscheiden. Der PID-Algorithmus kann der abfallenden Rampe besser folgen ($|\varepsilon_{\varphi, \max, \text{PID}}| < 0,35\%$) wohingegen der Regelfehler der MPR während der steigenden Rampe geringer ausfällt. Der anfängliche Regelfehler zum Zeitpunkt $t = 0,2$ resultiert aus der Prädiktion des MPR-Algorithmus. Dadurch ist der Optimierung bereits frühzeitig bekannt, dass die Temperatur abgesenkt werden muss. Demzufolge wird die Stellgröße, bedingt durch die Wahl der Wichtungsmatrizen $\mathbf{Q}$ und $\mathbf{R}$, bereits vor Rampenbeginn so reduziert, dass die resultierende Temperaturänderung größer als die geforderte Toleranz ausfällt. Der positive

Regelfehler im weiteren Verlauf der Rampe lässt sich ebenfalls auf die Prädiktion zurückführen. Dem MPR-Algorithmus ist die zukünftige Sollgrößenänderung bekannt, so dass bereits vorzeitig darauf reagiert wird. Dieses Verhalten spiegelt sich auch bei der steigenden Rampe wieder. Die MPR kann auf die Änderung der Sollwertvorgabe aufgrund der Prädiktion frühzeitig reagieren, wohingegen beim PID-Regler erst eine Änderung auftreten muss. Der PID-Regler kann der Rampe nur zeitverzögert folgen. Der betragsmäßig große Regelfehler zum Zeitpunkt $t = 1,0$ ist darin begründet, dass durch die MPR die Temperatur im Übergang zwischen Rampe und Konstantphase geglättet wird. Der PID-Regler reagiert verzögert auf die Steigungsänderung wodurch es zu einem Überschwinger kommt. Insgesamt kann der PID-Regler den Regelfehler während der Konstantphasen jedoch schneller ausregeln. Bei der Feuchte-Regelung ist es der MPR, aufgrund des internen Modells, besser möglich, den Sollwert zu halten. Die Stellgröße wird frühzeitig reduziert, wodurch die Luft bereits entfeuchtet wird, bevor die Rampe beginnt. Der Sollwertsprung kann von beiden Reglern gut ausgeregelt werden.

Die Ausregelzeit ist in beiden Fällen vergleichbar. Wobei der PID zu einem Überschwinger tendiert und die MPR zweimal zu früh das Entfeuchten reduziert, was in einer wellenförmigen Annäherung resultiert. Der Führungsgrößensprung zum Zeitpunkt $t = 0,8$ wird vom PID-Regler wieder mit einem Überschwinger, von der MPR ohne Verletzung des Toleranzbandes ausgeregelt. Auf den Störeinfluss durch die Temperaturrampe reagiert der PID durch ein Absenken der Feuchte, bzw. hier kann der PID-Regler den Fehler nicht komplett kompensieren, wohingegen bei der MPR der Regelfehler $|\vartheta_{\varphi \max \text{MPR}}|$ stets kleiner als 0,5 % ist. Auf einen Vergleich der anschließenden Konstantfahrt wird an dieser Stelle verzichtet, da die Messaufzeichnung der PID-Regelung aufgrund eines Übertragungsfehlers gestört wurde und daher nicht aussagekräftig ist.

Bei einem Vergleich der Stellgrößenverläufe ist insgesamt festzustellen, dass bei Verwendung des PID-Reglers größere Änderungen auftreten. Es ist weiterhin zu erkennen, dass der prinzipielle Verlauf im Stationären vergleichbar ist. Eine Abweichung tritt im Bereich der Sollgrößenänderungen auf. Wie bereits zuvor erwähnt ist es ein Vorteil der MPR, aufgrund der Prädiktion frühzeitig auf Änderungen Einfluss nehmen zu können, wohingegen der PID-Regler nur verzögert reagieren kann.

An dieser Stelle sei angemerkt, dass die zum Zeitpunkt $t = 0,6$ bei der MPR aufgetretenen Regelfehler auf einen Messfehler zurückzuführen ist. Der MPR wird über den Zeitraum von wenigen Sekunden ein falscher Messwert übermittelt. Dies hat zur Folge, dass der Zustandsbeobachter einen falschen Zustand schätzt und demzufolge die Prädiktion fehlerhaft ist. Es sei noch einmal darauf hingewiesen, dass die hier verwendete Kommunikationsschnittstelle lediglich für die Reglerentwicklung notwendig war und bei der späteren Implementierung auf der Zielhardware entfällt (siehe dazu Bild 5.13 aus Kapitel 5.4).

5.5.3 Skalierbarkeit

Für die Bewertung der Übertragbarkeit des Regelungskonzepts auf weitere Anlagen, d. h. Umweltsimulatoren mit unterschiedlicher Geometrie und mit anderen Kältemitteln, wird der Regelalgorithmus an einer weiteren Anlage getestet. Zur Unterscheidung werden die Ergebnisse dieser Messungen, aufgrund des Prüfraumvolumens der Anlage von 180 L, im Folgenden als *C180-Messung* bezeichnet. Basierend auf den CAD-Daten der Anlage werden die Parameter des Feuchtemodells 5.60 angepasst. Die Struktur des Modells und des Regelalgorithmus bleiben unverändert. Als Referenzmessung wird das Ergebnis der MPR aus Abschnitt 5.5.2.1 verwendet und im Folgenden als *C340-Messung* bezeichnet (340 L Prüfraumvolumen).

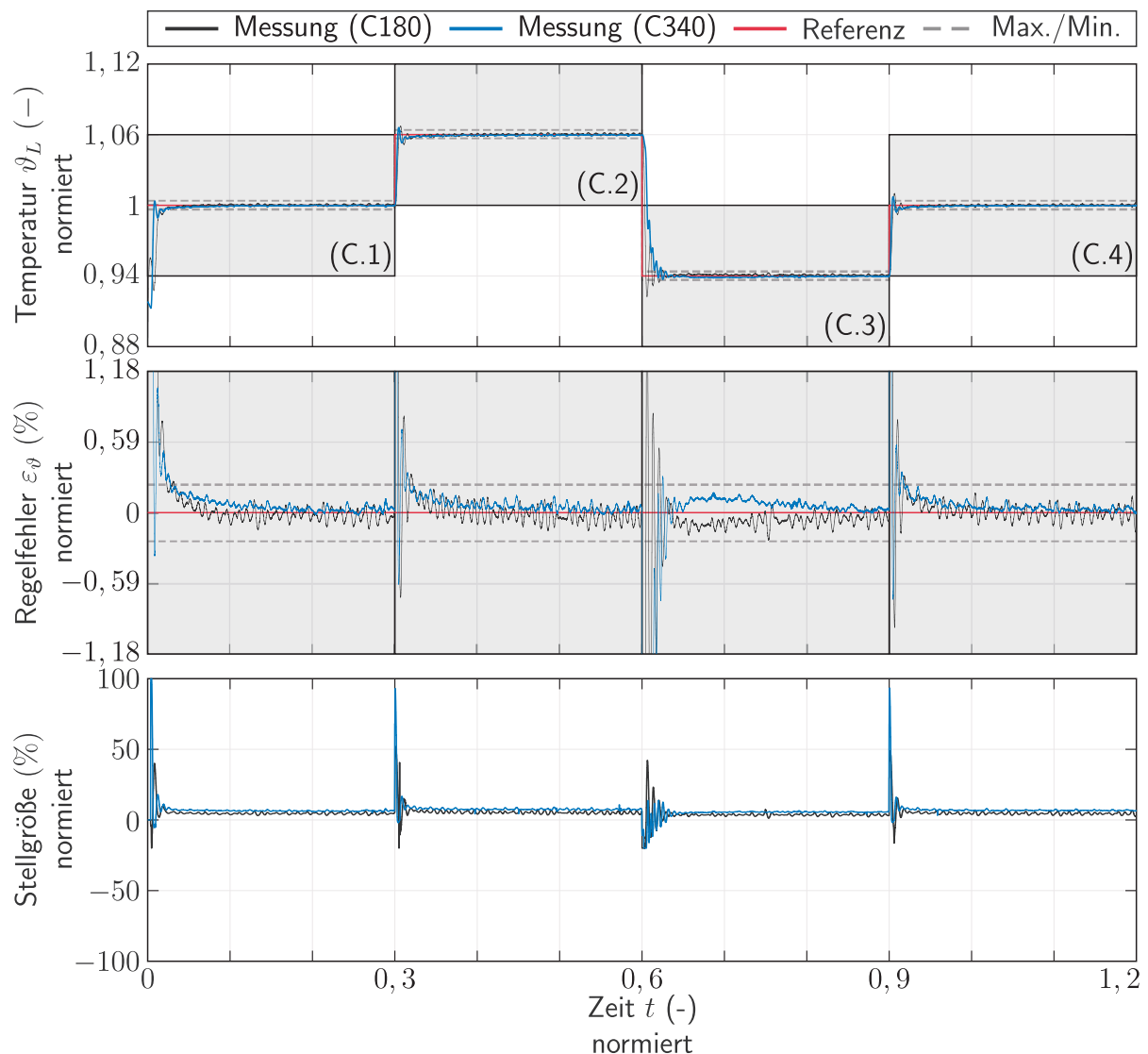


Bild 5.20: Vergleich der Messergebnisse für zwei Klimaschränke mit unterschiedlichen Geometrien: (C180) und (C340) – Temperatur

Ein Vergleich beider Messungen ist in Bild 5.20 (Temperatur) und Bild 5.21 (Relative Feuchte) gezeigt. Diese Abbildungen zeigen jeweils die Regelgröße, den jeweiligen Regelfehler und die

verwendete Stellgrößen. Die Detailansichten zu diesen Messergebnissen sind in den Bildern C.1 bis C.4 gezeigt.

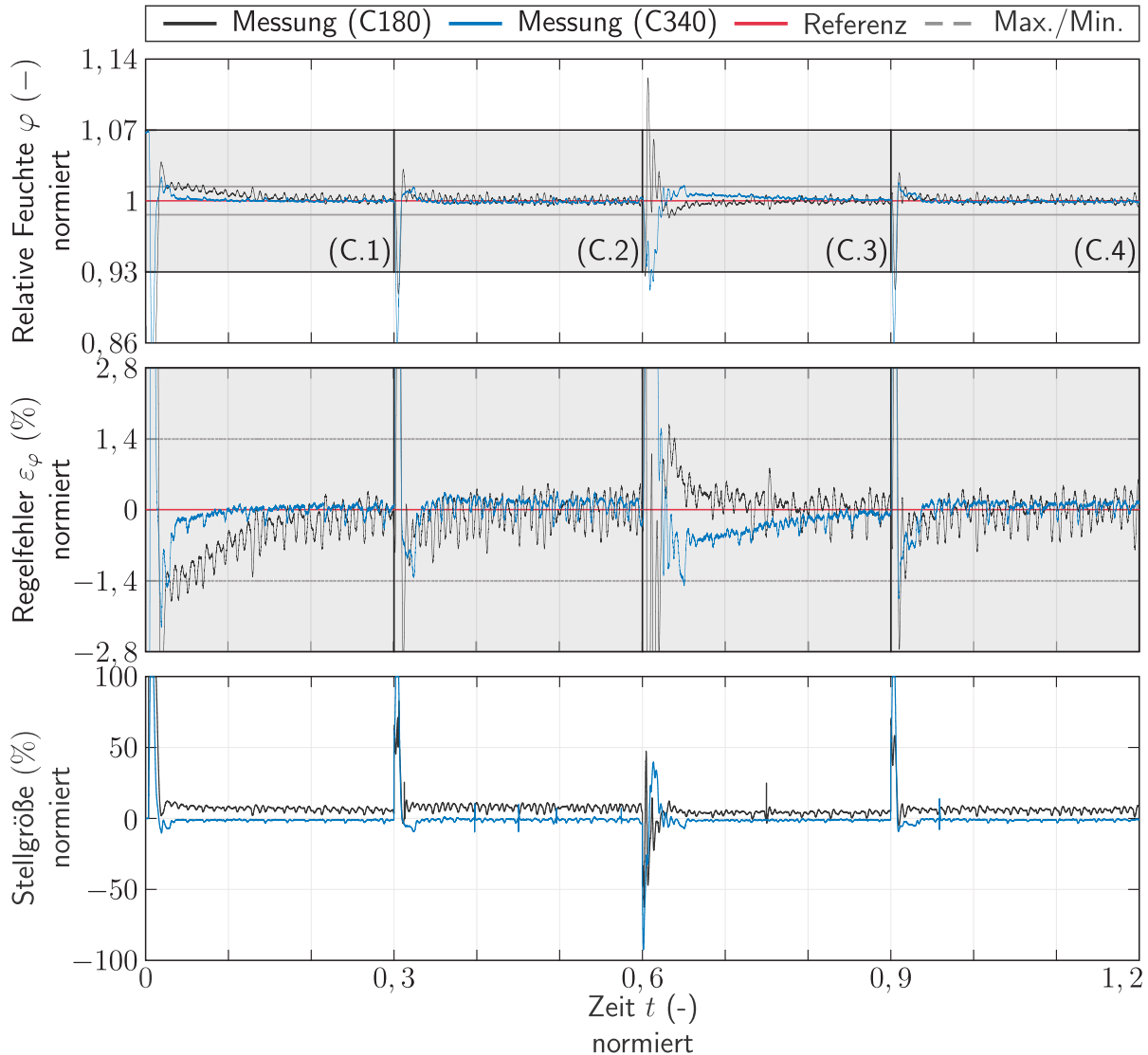


Bild 5.21: Vergleich der Messergebnisse für zwei Klimaschränke mit unterschiedlichen Geometrien: (C180) und (C340) – Relative Feuchte

Es ist zu erkennen, dass die Sollgrößen bei beiden Versuchsanlagen eingeregelt werden. Das Einschwingverhalten ist sehr ähnlich. Im Verlauf der C180-Messung ist zu erkennen, dass die Regelgröße Temperatur bei negativer Sollwertänderung im transienten Verhalten deutlich mehr, d. h. mit größerer Amplitude schwingt. Bei der relativen Feuchte als Regelgröße führt der Störeinfluss, bedingt durch die Sollwertänderung der Temperatur, zu einem geringeren maximalen Fehler, jedoch ist die Ausregelzeit T_{Aus} geringfügig größer. Tabelle 5.3 zeigt eine Gegenüberstellung der Ausregelzeit. Die aufgetretenen Überschwingweiten bzw. maximalen Regelfehler sind in Tabelle 5.4 aufgeführt.

Tabelle 5.3: Gegenüberstellung der Ausregelzeit T_{Aus} von C180 und C340

T_{Aus} normiert		Änderung der Sollgröße		
		+6%	−12%	+6%
ε_{ϑ}	C180	0,0110	0,0218	0,0100
	C340	0,0088	0,0247	0,8611
ε_{φ}	C180	0,0110	0,0283	0,0100
	C340	0,0067	0,0194	0,0092

Tabelle 5.4: Gegenüberstellung der Überschwingweite Δh von C180 und C340

Δh in %		Änderung der Sollgröße		
		+6%	−12%	+6%
ε_{ϑ}	C180	0,67	-1,86	0,96
	C340	0,57	-0,32	0,72
ε_{φ}	C180	9,37	12,34	8,93
	C340	14,62	8,96	14,51

Im Stationären tritt im Falle C340-Messung eine bleibende Regeldifferenz auf. Dieser Regelfehler führt jedoch nicht zu einer Verletzung der Toleranzen und die Regleranforderungen hinsichtlich Genauigkeit werden erfüllt. Dieser Regelfehler ist bei der C180-Messung nicht zu beobachten. Hier tritt keine bleibende Regelabweichung auf, jedoch ist die Amplitude der Arbeitspunktbewegung circa doppelt so groß. Es wird angenommen, dass dieses Verhalten auf ein dynamischeres Stellsignal zurückzuführen ist.

Der bei der Regelung eingesetzt Stellgrößenverlauf unterscheidet sich bei beiden Versuchen merklich. Der Stellgrößenverlauf u_{Heat} weist im Fall der C340-Messung, wie in Bild 5.16 einen höheren Gleichanteil im stationären Betrieb auf, d. h. verglichen mit der C180-Messung ist der Stellgrößenverlauf „ruhiger“ und betragsmäßig größer ($u_{Heat,C180} \approx 4\%$, $u_{Heat,C340} \approx 6\%$). Dieser Unterschied ist beim Stellgrößenverlauf $u_{Humidity}$ in Bild 5.17 ebenfalls zu erkennen. Im stationären Betrieb beträgt der Stellgrad $u_{Humidity,C180} \approx 16\%$ bzw. $u_{Humidity,C340} \approx -2\%$.

Der beobachtete Stellgrößenverlauf bei der C180-Messung ist eher untypisch und war in dieser Form nicht zu erwarten. Prinzipiell wurde erwartet, dass das Wasserbad gekühlt werden muss, um verglichen mit der Lufttemperatur einen geringeren Wert zu erreichen ($\vartheta_{Wa} < \vartheta_L$) (ähnlich dem Stellgrößenverlauf der C340-Messung). Die Wasserbadtemperatur entspricht in diesem Zusammenhang zugleich der Taupunkttemperatur ϑ_{τ} der Luft und bestimmt somit maßgeblich die relative Luftfeuchte φ . Ein positiver Stellgrad lässt darauf schließen, dass das Wasserbad geheizt wird, wobei die Wasserbadtemperatur immer noch der Taupunkttemperatur entspricht, da die relative Feuchte nicht verändert wird. Dieses Verhalten lässt darauf schließen, dass bei der Anlage der C180-Messung ein höherer Wärmeverlust über das Wasserbad auftritt.

6 Zusammenfassung und Ausblick

Inhalt dieser Arbeit ist die Modellierung sowie die Optimierung von thermischen Prozessen durch modellbasierte prädiktive Regelung. Nach einer Einführung in die Grundlagen der Thermodynamik und der regelungstechnischen Modellbildung wird das gezeigte Konzept zur Regelung am Beispiel der thermischen Hochvakuumverdampfung sowie der thermischen Konditionierung und Umweltsimulation durchgeführt. Zur Bestätigung der Anwendbarkeit im praktischen Einsatz ist hierbei die Validierung der Regelung am realen Prozess entscheidend. Zum Abschluss der vorliegenden Arbeit werden im Folgenden die wesentlichen Ergebnisse zusammengefasst und Anknüpfungspunkte für fortführende Arbeiten aufgezeigt.

6.1 Zusammenfassung

Thermische Prozesse werden heutzutage in den unterschiedlichsten Bereichen der Technik eingesetzt. Die Anwendungen reichen von der thermischen Energieumwandlung über Prozesse der thermischen Verfahrenstechnik bis hin zur thermischen Konditionierung und der Umweltsimulation. Eine Gemeinsamkeit all dieser Prozesse ist, dass die Temperatur eine wichtige Prozessgröße darstellt, die oft mit höchster Genauigkeit eingestellt und geregelt werden muss. Die stetig wachsende Komplexität dieser thermischen Prozesse erfordert, bei gleichzeitig steigenden Anforderungen, auch immer eine genauere und zuverlässigere Prozesssteuerung bzw. -regelung. Bei der Verwendung von klassischen PID-Regelkreisen ist jedoch immer ein Kompromiss zwischen einem guten Führungsverhalten und ausreichender Störunterdrückung zu finden. Zudem ist eine exakte Parametrierung des Reglers häufig, insbesondere bei langsamen Strecken, wie z. B. den vorliegenden Temperaturprozessen, sehr zeitaufwendig und führt in der Praxis zu einem mäßig dimensionierten Reglerverhalten.

Um diesen regelungstechnischen Herausforderungen geeignet zu begegnen wird im Rahmen dieser Arbeit eine Methodik zur Optimierung des dynamischen Verhaltens und zur Erhöhung der Regelgüte bei der Regelung von thermischen Prozessen, basierend auf dem Prinzip einer modellbasierten prädiktiven Regelung, vorgestellt. Modellbasierte Regler nutzen vorhandenes Wissen über den zu regelnden Prozess nicht nur in der Entwurfsphase, sondern explizit auch im laufenden Betrieb der Regelung, um die Regelgüte positiv zu beeinflussen. Ein dynamisches Prozessmodell ist hierbei integraler Bestandteil des Regelalgorithmus. Basierend auf diesem Modell kann bei der prädiktiven Regelung das zukünftige Verhalten über einen endlichen Prädiktionshorizont abgeschätzt und die Stellgröße über einen ebenfalls endlichen Stellhorizont optimiert werden. Bei gekoppelten Mehrgrößensystemen werden die einzelnen Stellgrößen, unter Verwendung eines internen Prozessmodells, im Sinne eines Gütefunktional optimal aufeinander abgestimmt. Stellgrößenbeschränkungen und zukünftige Sollwertfolgen können inhärent bei der Optimierung berücksichtigt werden und ermöglichen auf diese Weise ein sehr gutes Führungsverhalten, sogar unter Einhaltung enger Beschränkungen des Betriebsbereichs. Voraussetzung hierfür ist jedoch eine hinreichend genaue Kenntnis des zu regelnden

Prozesses bzw. das Vorhandensein eines genügend genauen Prozessmodells. Aufgrund der hohen Bedeutung des Prozessmodells wird zu Beginn dieser Arbeit eine Einführung in die Modellbildung gegeben.

Ergänzend zu den zuvor angeführten Herausforderungen soll die vorgestellte Methodik auf unterschiedliche, skalierbare thermische Prozesse anwendbar sein. Da vor allem die geometrischen Abmessungen und die eingebrachten Heiz- und Kühlleistungen der verschiedenen, untersuchten Prozesse variieren, ist den jeweiligen Reglern ein physikalisches Modell zugrunde gelegt. Bei diesem Ansatz basiert die Modellstruktur auf mathematischen Gleichungen die das dynamische Verhalten durch physikalische Gesetzmäßigkeiten geeignet beschreiben. Die für eine vollständige Beschreibung notwendigen Parameter dieser mathematischen Gleichungen können physikalisch interpretiert werden. Dadurch lässt sich das entsprechende Prozessmodell auf einfache und nachvollziehbare Weise an die unterschiedlichen Gegebenheiten, wie z. B. die geometrischen Abmessungen oder verschiedene Materialeigenschaften, des jeweiligen Prozesses, anpassen. Neben dieser prinzipiellen Einführung in die Modellierung werden die grundlegenden physikalischen Gesetzmäßigkeiten zur Beschreibung von thermischen Prozessen, wie beispielsweise die Grundgleichung der Wärmelehre und die unterschiedlichen Arten der Wärmeübertragung, vorgestellt. Ergänzend wird gezeigt, dass das Verfahren der Parameteridentifikation genutzt werden kann, um unbekannte Prozessparameter geeignet zu bestimmen. Das so gewonnene, vollständige Prozessmodell bildet die Basis der verwendeten modellbasierten prädiktiven Regelungen.

In dieser Arbeit wird zur Optimierung des dynamischen Verhaltens thermischer Prozesse eine Kombination aus nichtlinearem Zustandsschätzer in Form eines Extended Kalman Filters und einer linearen zeitvarianten MPR (LTV-MPR) vorgestellt. Der entwickelte Regler verwendet die Methode der sukzessiven Linearisierung. Durch dieses Vorgehen wird das nichtlineare Prozessmodell in jedem Arbeitsschritt linearisiert wodurch das Modell der MPR stets aktualisiert und an den jeweiligen Arbeitspunkt angepasst wird. Aufgrund der Linearisierung kann die Theorie zur linearen MPR angewendet werden. Als weiteres wird die Formulierung des Regelalgorithmus als quadratisches Programm vorgestellt, wodurch Nebenbedingungen, z. B. in Form von Stellgrößenbeschränkungen, im Optimierungsschritt zur Berechnung der optimalen Stellgrößentrajektorie berücksichtigt werden können. Aufgrund der großen Zeitkonstanten ergibt sich für die Prädiktion ein großer Horizont und demzufolge eine aufwendiges Optimierungsproblem und eine hohe Rechenbelastung. Zur Reduzierung des Rechenaufwands wird die vorgestellte MPR um das Prinzip des Move-Blockings erweitert. Hierbei erfolgt die Formulierung des Optimierungsproblems mit ungleichen Prädiktionsschritten der Stell- und Regelgröße. Durch diese Maßnahme kann der Regler in eine bestehende Systemtechnik integriert werden.

Zur Validierung des Regelungskonzepts werden die zuvor beschriebenen Schritte der Modellierung, Parametrierung und der Einbindung in ein MPR-System auf die thermische Hochvakuumverdampfung angewendet. Hierbei handelt es sich um ein Verfahren zur Herstellung bzw. dem Abscheiden dünner Schichten. Dabei erfolgt der Beschichtungsvorgang durch Verdampfen eines Ausgangsmaterials im Hochvakuum. Aufgrund hoher Anforderungen an die Schichtdicke ergeben sich enge Toleranzen für die Temperaturen innerhalb der Vakuumkammer. In einem ersten Schritt erfolgt die Analyse und Entwicklung eines dynamischen Prozessmodells

für das Temperaturverhalten dieses Verfahrens. Zur Bedatung der Modellgleichungen wird eine Parameteridentifikation durchgeführt. Hieran erfolgt die Umsetzung der Regelung sowie die Implementierung an dem realen System. Zur Bewertung des Regelkonzepts werden direkte Vergleichsmessungen zwischen der standardmäßig an diesem System implementierten, klassischen PID-Regelung und der MPR durchgeführt und ausgewertet. Die Anforderungen an die Temperatur wurden dabei ebenso eingehalten, wie die Beschränkungen der Stellgrößen. Insgesamt belegen diese Ergebnisse das Potential des vorgeschlagenen Regelungskonzepts. Zur Bewertung der Übertragbarkeit wird die Methodik auf die thermische Konditionierung und Umweltsimulation als weiteres Anwendungsbeispiel angewendet. Umweltsimulationsanlagen werden in unterschiedlichen Bereichen von Forschung, Entwicklung und Industrie eingesetzt, um in einem abgeschlossenen Volumen beispielsweise Temperatur und Feuchte einem individuellen Sollwert-Programm folgend einzustellen. Nach der Darstellung des prinzipiellen Aufbaus einer solchen Anlage wird der bereits zuvor beschriebene Ansatz zur Modellierung angewendet. In einem ersten Schritt erfolgte die Regelung der Prüfraumlufttemperatur. Hierzu wird das thermische Verhalten untersucht und für eine Regelung hinreichend genau modelliert. Für die Erprobung des Regelkonzepts wird der Regelalgorithmus direkt in die Prozesssteuerung implementiert. In einem zweiten Schritt wird das zuvor entwickelte Prozessmodell um den physikalischen Einfluss der Feuchte erweitert und der Regelalgorithmus angepasst. Zur Untersuchung der Skalierbarkeit wird der Regelalgorithmus in einem letzten Schritt auf eine ähnliche Anlage gleicher Baureihe übertragen. Die Bewertung des Regelkonzepts erfolgt in den zuvor gezeigten Szenarien durch direkte Vergleichsmessungen zwischen der klassischen PID-Regelung und der MPR. Grundsätzlich weisen beide Regler ein vergleichbar gutes Regelungsverhalten auf und benötigen nahezu die gleiche Einschwingdauer. Der PID-Regler schwingt tendenziell über, die MPR steuert schon vor Erreichen der Solltemperatur gegen, was gewisse Vorteile mit sich bringt. Dabei ist zu beachten, dass der modellbasierte Regler nach nur geringen Anpassungen vergleichbare Ergebnisse liefert wie der optimierte PID-Regler und bietet dadurch einen Vorteil bei der Inbetriebnahme einer solchen Anlage. Es sei jedoch darauf hingewiesen, dass das Regelungskonzept der kombinierten Temperatur- und Feuchterege lung nur in einem eingeschränkten Arbeitsbereich getestet wurde.

6.2 Ausblick

Obwohl das vorgestellte Regelungskonzept bereits zu einer gewünschten Genauigkeit der Ergebnisse sowohl bei der Anwendung der Temperaturregelung bei der Hochvakuumverdampfung als auch bei der kombinierten Temperatur- und Feuchterege lung bei der Umweltsimulation führt, gilt es zu prüfen, ob es nicht mit vertretbarem Aufwand möglich ist, weitere Verbesserungen zu erzielen. Zukünftige Arbeiten können sich in mehrere Richtungen entwickeln. Ein Aspekt stellt beispielsweise die Optimierung der Einstellparameter des Regelalgorithmus dar. Hierzu zählt insbesondere die Erweiterung des verwendeten Algorithmus um einen variablen Stellhorizont. Dieser ist zur Zeit, gerade bei der Klimaregelung der Umweltsimulationsanlage, stark von der Periodendauer der Pulsweitenmodulation von Heizung und Verdampfer abhängig. Aufgrund ihrer unterschiedlichen Dynamik sollte dem Regler ein zusätzlicher Freiheitsgrad gegeben werden, in dem jeder Stellgröße ein eigener Horizont zugeordnet wird.

Hinsichtlich der Hochvakuumverdampfung ist es denkbar, aufbauend auf der vorgestellten Temperaturregelung, einen übergeordneten Quellenregler in Form eines Raten- oder Schichtdickenreglers zu entwickeln und zu implementieren. Hierzu könnte beispielsweise die in Zöller (2014) vorgestellte, kaskadierte Regelkreisstruktur verwendet werden, bei der die vorgestellte Temperaturregelung als innerer Regelkreis verwendet wird.

Ein weiterer Aspekt stellt beispielsweise die Vereinheitlichung von Temperatur- und kombinierter Temperatur- und Feuchterege lung im Anwendungsfall der Umweltsimulation dar. Dazu kann das Regelkonzept allgemein um das Prinzip der Normierung der Ausgangsgrößen erweitert werden, wodurch eine Unterscheidung der Regelszenarien nicht mehr getroffen werden muss. Darüber hinaus könnte das Modell der Anlage so angepasst werden, dass das unterschiedliche dynamische Verhalten zwischen Temperatur- und Klimabetrieb in einem großen Arbeitsbereich abgebildet wird. Weiterhin sollten in zukünftigen Entwicklungsschritten eine Anpassung der Modellierungsmethode auf große und komplexe Anlagen erfolgen um zu überprüfen, inwiefern auch hier eine schnelle und unkomplizierte Anpassung gegeben ist.

Um darüber hinaus die Modellgüte zu verbessern könnte die bisherige Parametrierung, basierend auf physikalischen Parametern aus CAD-Daten und Modellidentifikation, durch adaptive Methoden im laufenden Betrieb unterstützt werden, um z. B. temperaturabhängige Einflüsse besser abzubilden. Hierzu könnte beispielsweise auf die in Petruck u. a. (2016) oder Wenzel u. a. (2006) vorgestellte Methodik des Dual Kalman Filters zurückgegriffen werden. Alternativ ist es denkbar, eine geeignete Methodik zu entwickeln um die Identifikation durch Heuristiken abzubilden. Jedoch muss bei jeder Modellanpassung die Voraussetzung zur Beobachtbarkeit gewährleistet sein. Alternativ könnte die Messtechnik erweitert werden, um die notwendigen Systemzustände, wie z. B. die Temperatur der Heizung ϑ_H oder die Temperatur des Wärmetauschers ϑ_V) direkt zu erfassen. Neben einer Erweiterung der Messtechnik bleibt zu überprüfen, ob die Verwendung von alternativen Aktoren, wie beispielsweise eines elektronisch geregelten Expansionsventils, zu einer weiteren Verbesserung der Regelgüte führt.

Insgesamt wird in dieser Arbeit eine Methode zur Optimierung des dynamischen Verhaltens von thermodynamischen Prozessen vorgestellt. Dazu wird ein lineares zeitvariantes MPR-Konzept auf Basis eines physikalischen Modells gewählt, welches zum einen systembedingte Nichtlinearitäten berücksichtigt und zum Anderen die Lösung der Regelungsaufgabe in Echtzeit ermöglicht. Ziel der Arbeit ist es, neben den notwendigen Grundlagen die wesentlichen Entwicklungsschritte zu beschreiben und die notwendigen Kenntnisse zur Reglerwartung und -weiterentwicklung zu geben. Mit der entwickelten Methode und Vorgehensweise zur modellbasierten prädiktiven Regelung von thermischen Systemen ist die Grundlage geschaffen worden, auf der in verschiedener Art und Weise in zukünftigen Forschungs- und Industrieprojekten weitergearbeitet werden kann.

Anhang

A Detailansicht der Messergebnisse für sprungförmige Temperaturänderung

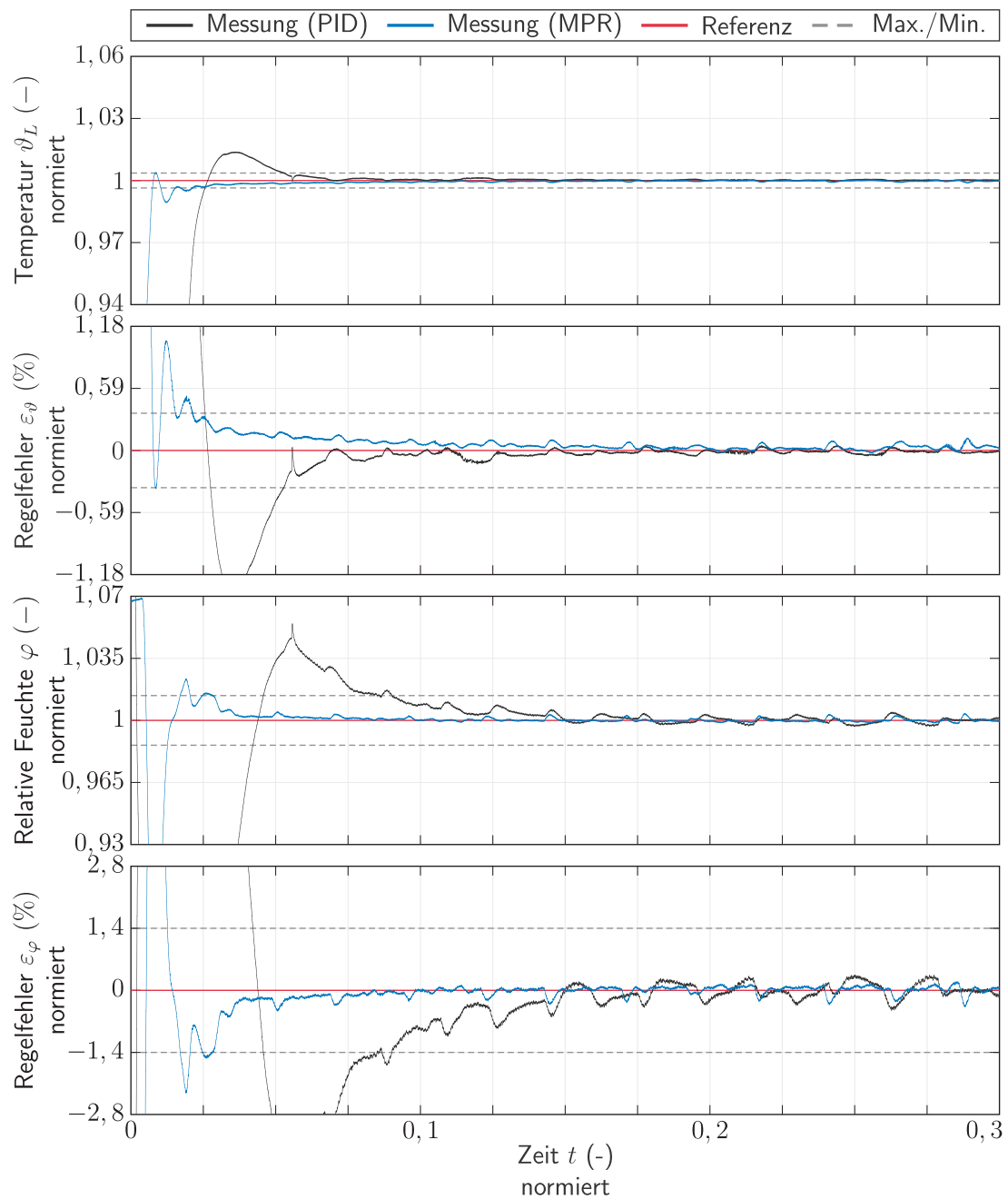


Bild A.1: Detailansicht der Messergebnisse für PID und MPR im Messzeitraum $0 \leq t < 0,3$

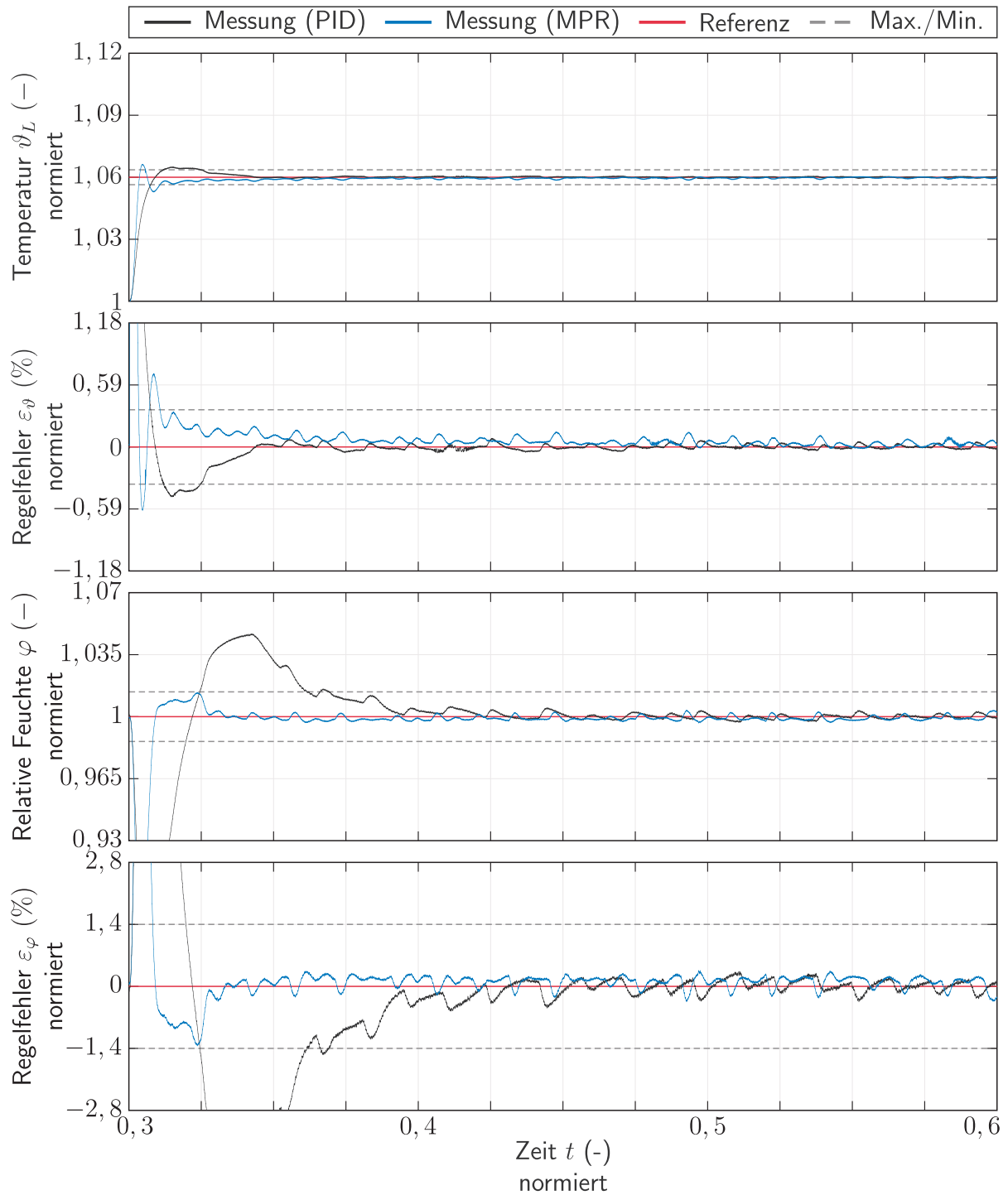


Bild A.2: Detailansicht der Messergebnisse für PID und MPR im Messzeitraum $0,3 \leq t < 0,6$

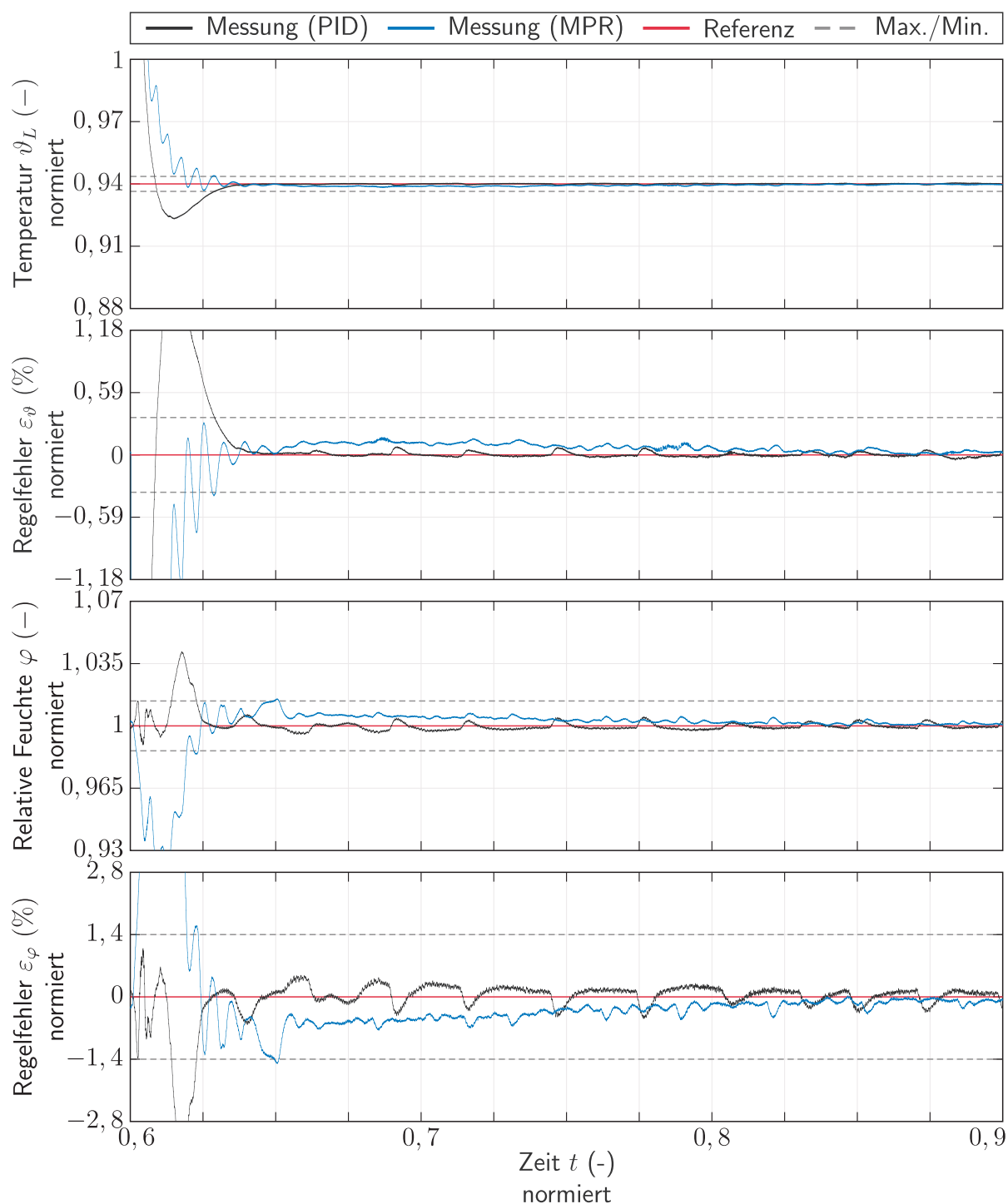


Bild A.3: Detailansicht der Messergebnisse für PID und MPR im Messzeitraum $0,6 \leq t < 0,9$

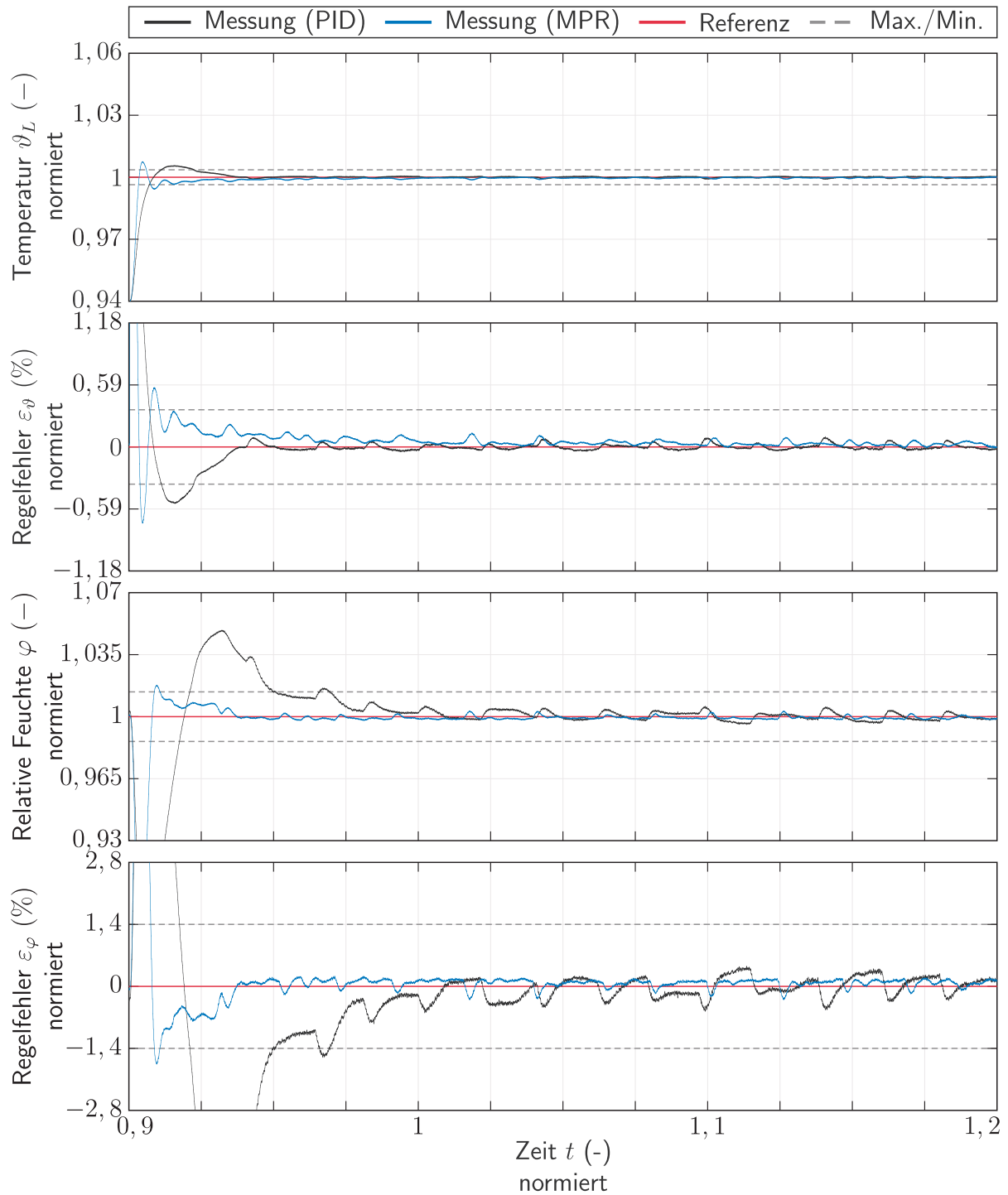


Bild A.4: Detailansicht der Messergebnisse für PID und MPR im Messzeitraum $0,9 \leq t < 1,2$

B Detailansicht der Messergebnisse für rampenförmige Temperaturänderung

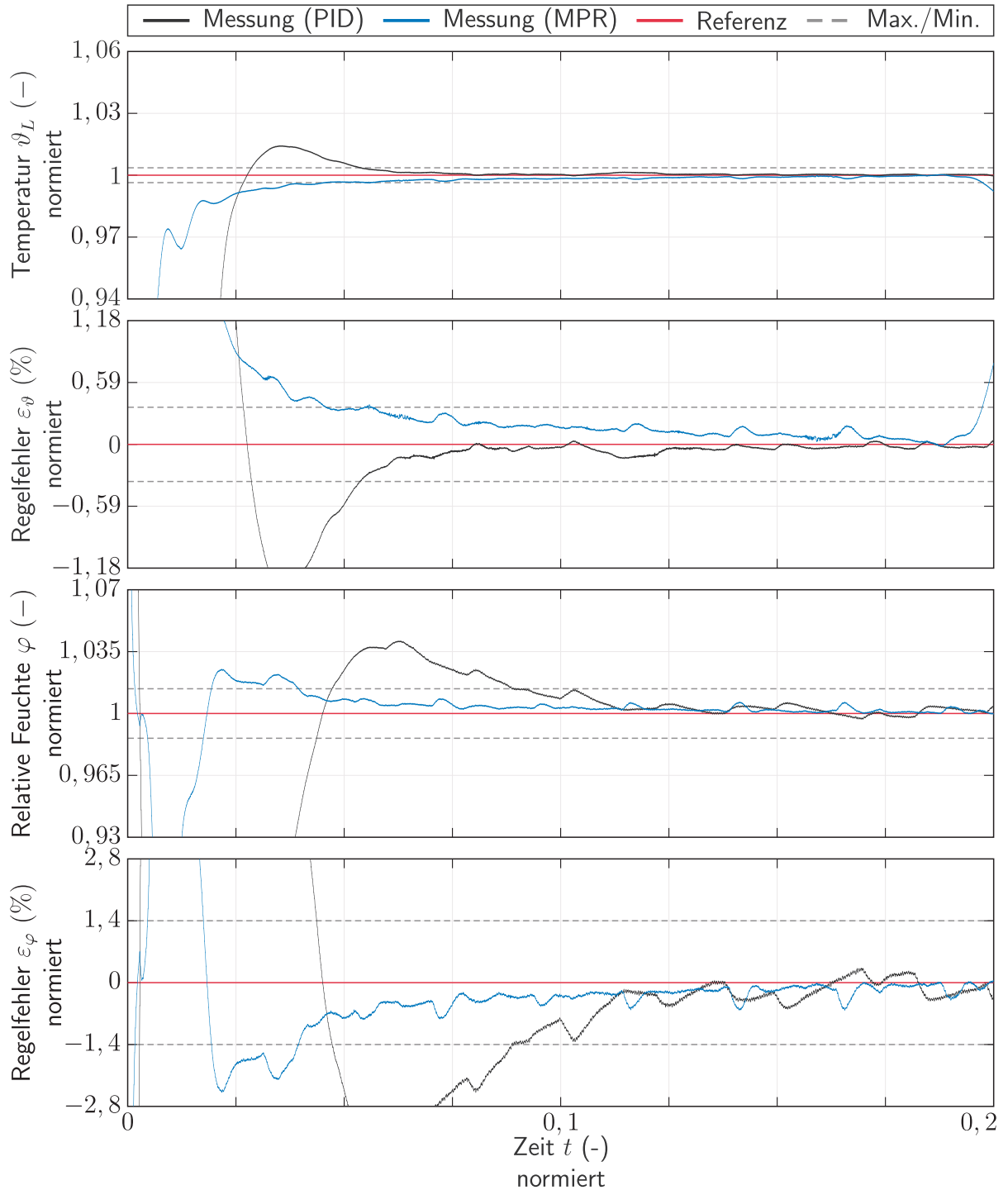


Bild B.1: Detailansicht der Messergebnisse für PID und MPR im Messzeitraum $0 \leq t < 0,2$

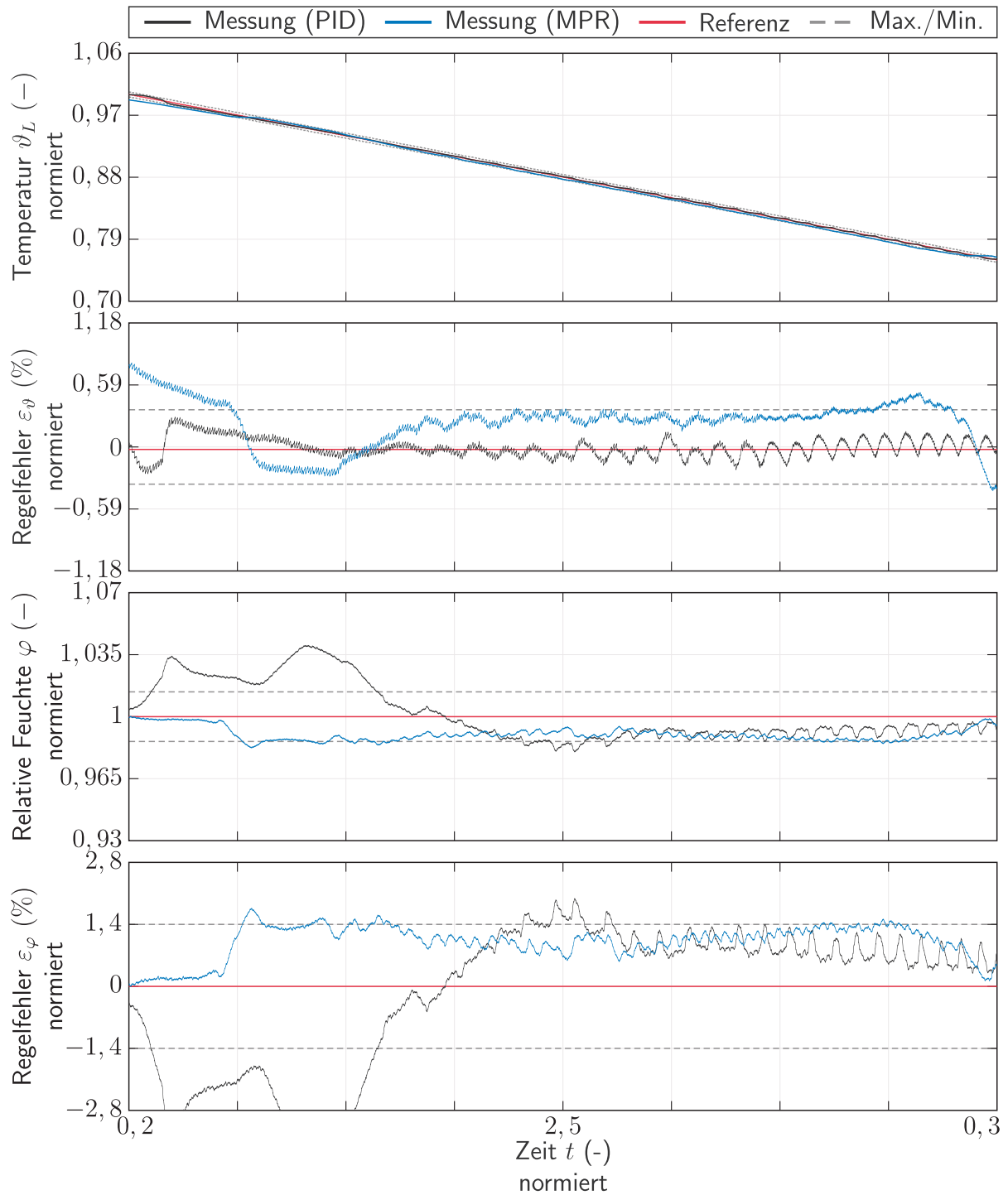


Bild B.2: Detailansicht der Messergebnisse für PID und MPR im Messzeitraum $0,2 \leq t < 0,3$

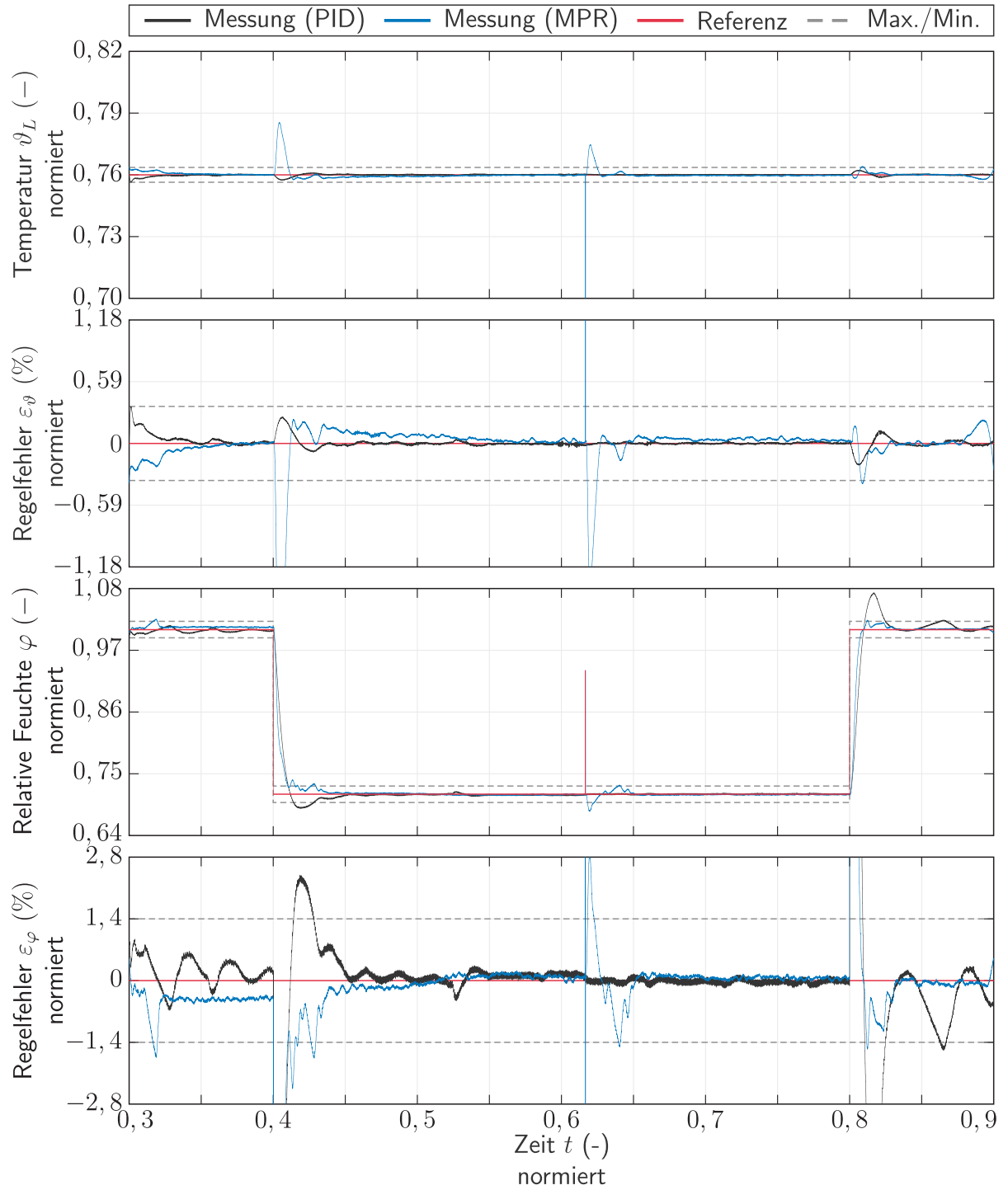


Bild B.3: Detailansicht der Messergebnisse für PID und MPR im Messzeitraum $0,3 \leq t < 0,9$

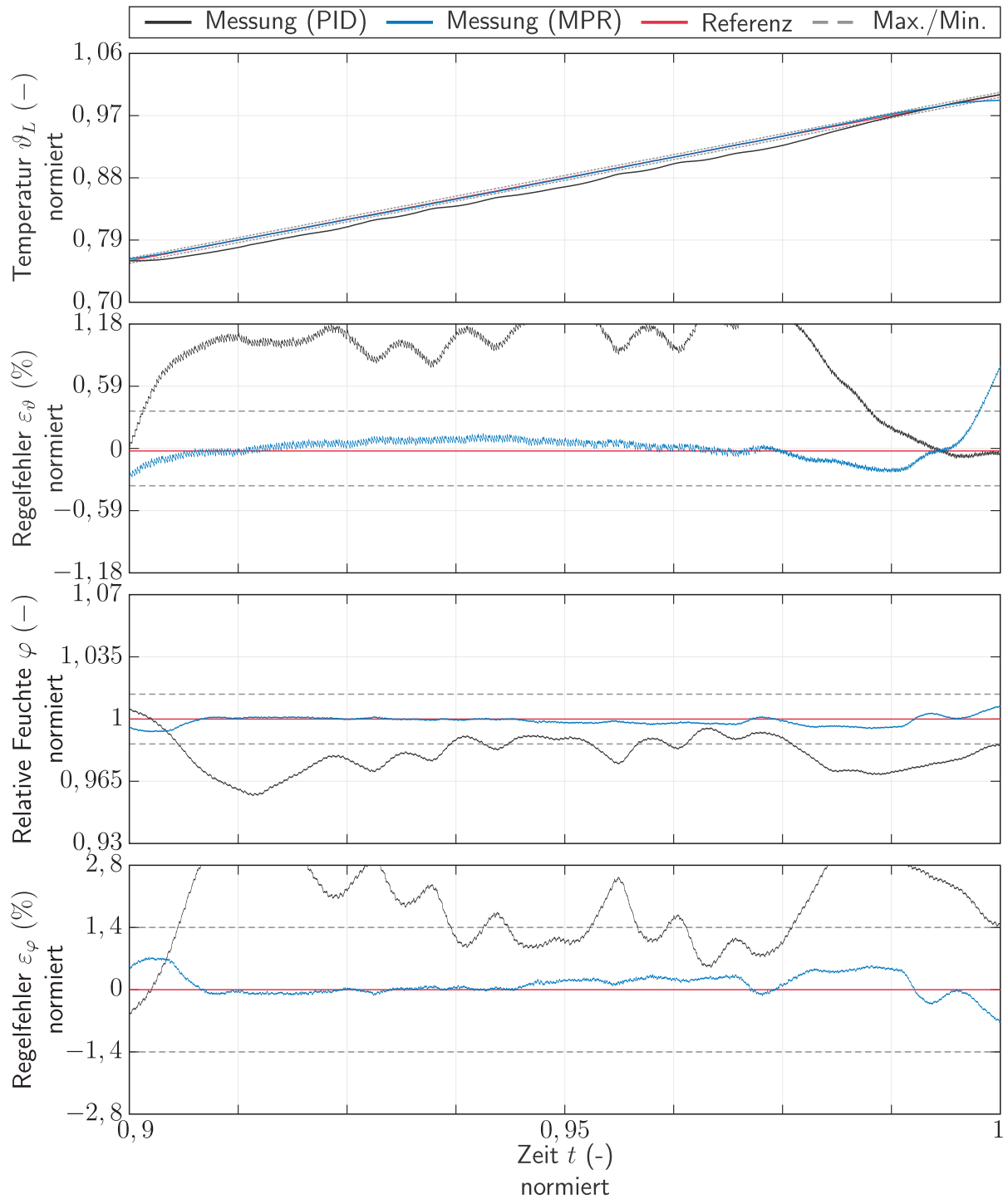


Bild B.4: Detailansicht der Messergebnisse für PID und MPR im Messzeitraum $0,9 \leq t < 1$

C Detailansicht der Messergebnisse zur Untersuchung der Skalierbarkeit

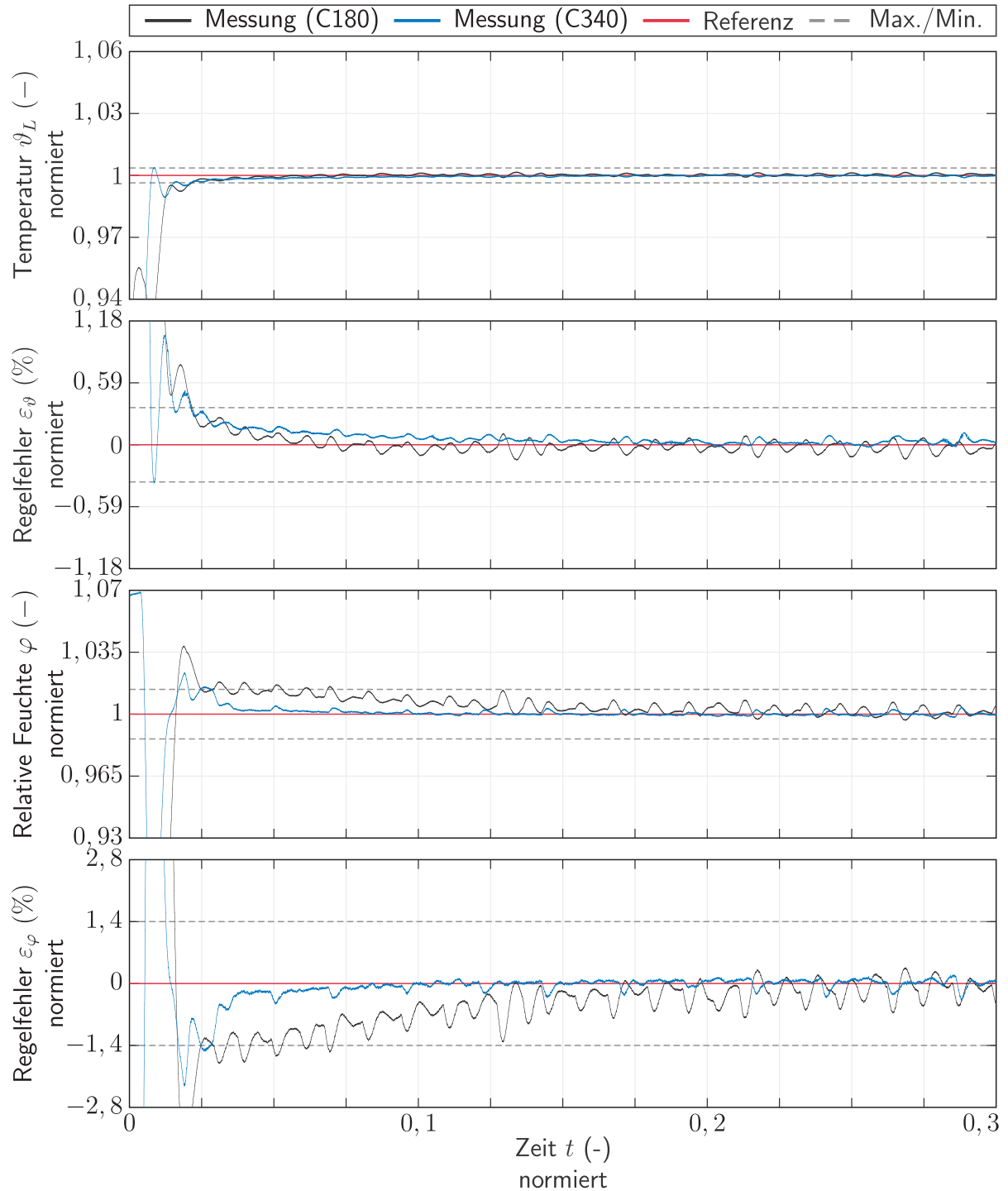


Bild C.1: Detailansicht der Messergebnisse zweier Klimaschränke im Messzeitraum $0 \leq t < 0,3$

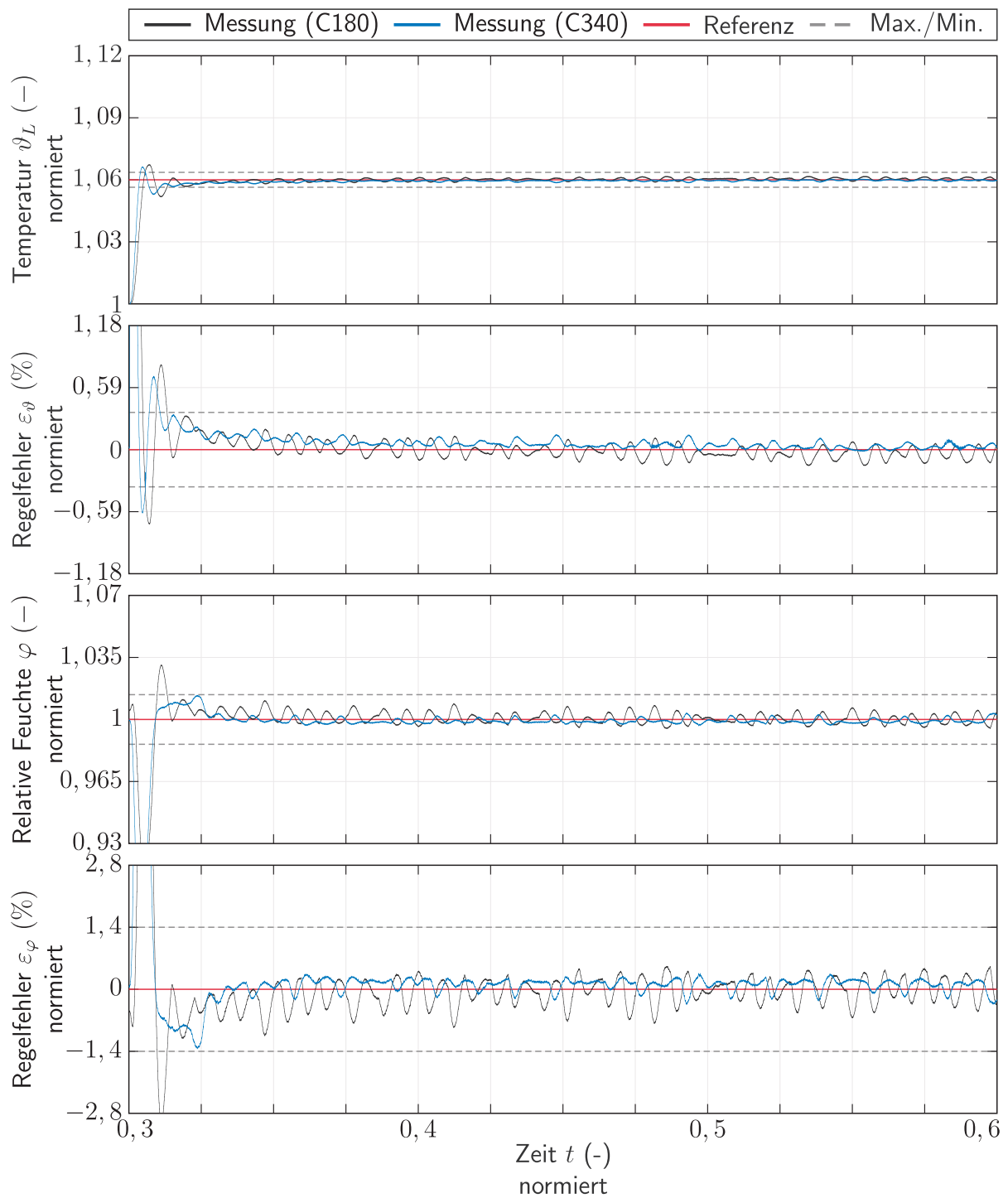


Bild C.2: Detailansicht der Messergebnisse zweier Klimaschränke im Messzeitraum $0,3 \leq t < 0,6$

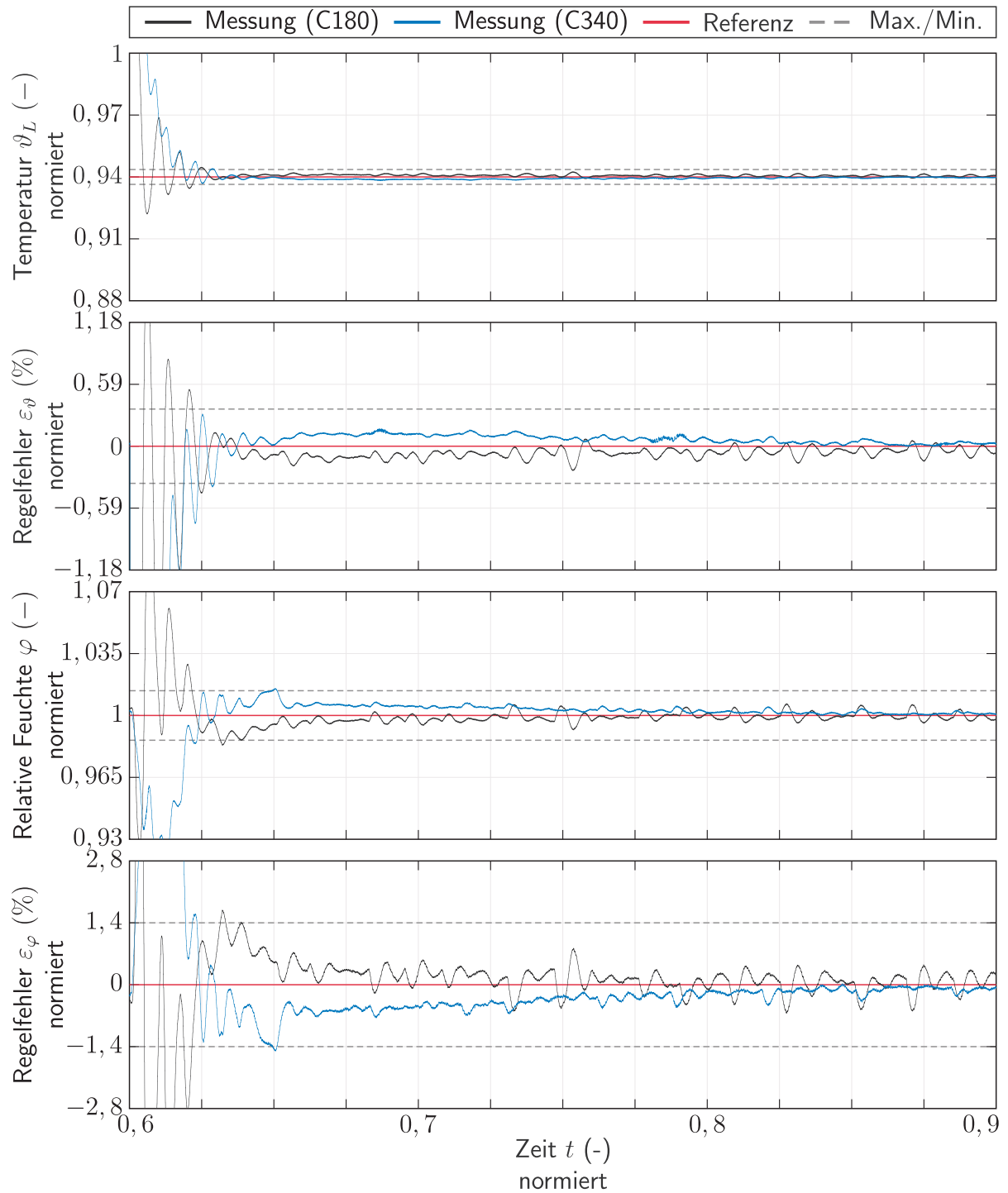


Bild C.3: Detailansicht der Messergebnisse zweier Klimaschränke im Messzeitraum $0,6 \leq t < 0,9$

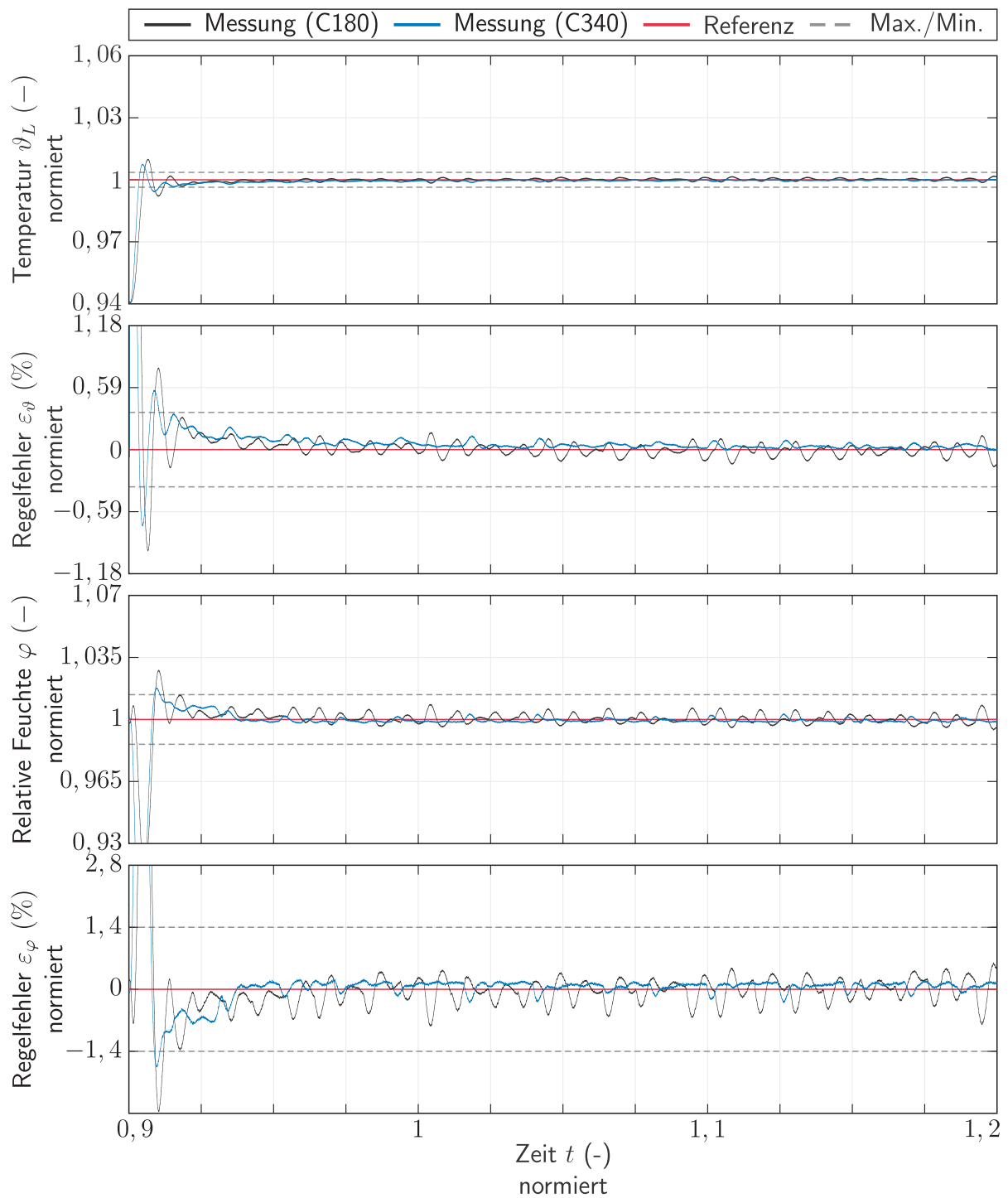


Bild C.4: Detailansicht der Messergebnisse zweier Klimaschränke im Messzeitraum $0,9 \leq t < 1,2$

Literaturverzeichnis

- [Abel 2012] ABEL, D.: *Regelungstechnik*. Aachen : Wissenschaftsverlag Mainz, 2012
- [Abel und Bollig 2006] ABEL, D. ; BOLLIG, A.: *Rapid Control Prototyping: Methoden und Anwendungen*. Springer Berlin Heidelberg, 2006. – ISBN 978-3-540-29525-9
- [Baehr und Kabelac 2012] BAEHR, H. D. ; KABELAC, S.: *Thermodynamik: Grundlagen und technische Anwendung*. Springer, 2012 (Springer-Lehrbuch). – ISBN 978-3-642-24160-4
- [Baehr und Stephan 2016] BAEHR, H. D. ; STEPHAN, K.: *Wärme- und Stoffübertragung*. Springer Berlin Heidelberg, 2016 (Springer-Lehrbuch). – ISBN 978-3-662-49676-3
- [Barlow 2010] BARLOW, J. S.: Data-based predictive control with multirate prediction step. In: *Proceedings of the 2010 American Control Conference*, June 2010, S. 5513–5519
- [Becker 2006] BECKER, N.: *Automatisierungstechnik*. Vogel business Media, 2006 (Kamprath-Reihe). – ISBN 978-3-834-33017-8
- [Bemporad und Patrinos 2012] BEMPORAD, A. ; PATRINOS, P.: Simple and Certifiable Quadratic Programming Algorithms for Embedded Linear Model Predictive Control. In: *IFAC Proceedings Volumes* 45 (2012), Nr. 17, S. 14 – 20
- [Billmann und Rupp 1989] BILLMANN, L. ; RUPP, J.: Adaptiver PID-Regler für thermische Prozesse. In: *atp - Automatisierungstechnische Praxis* (1989), Nr. 31, S. 327–330
- [Blanke 1989] BLANKE, W. (Hrsg.): *Thermophysikalische Stoffgrößen*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 1989. – ISBN 978-3-662-10545-0
- [Bode 2013] BODE, H.: *Systeme der Regelungstechnik mit MATLAB und Simulink: Analyse und Simulation*. De Gruyter, 2013. – ISBN 978-3-486-76970-8
- [Bohn und Unbehauen 2016] BOHN, C. ; UNBEHAUEN, H.: *Identifikation dynamischer Systeme: Methoden zur experimentellen Modellbildung aus Messdaten*. Springer-Verlag, 2016. – ISBN 978-3-8348-2197-3
- [Bronstejn 2013] BRONSTEJN, I. N.: *Taschenbuch der Mathematik*. H. Deutsch, 2013 (Edition Harri Deutsch). – ISBN 978-3-808-55671-9
- [Bunshah 1994] BUNSHAH, R.F.: *Handbook of deposition technologies for films and coatings: science, technology, and applications (2nd Edition)*. William Andrew Publishing/Noyes, 1994
- [Byrd u. a. 2000] BYRD, R. H. ; GILBERT, J. C. ; NOCEDAL, J.: A trust region method based on interior point techniques for nonlinear programming. In: *Mathematical Programming* 89 (2000), Nr. 1, S. 149–185
- [Camacho und Alba 2013] CAMACHO, E. F. ; ALBA, C. B.: *Model Predictive Control*. Springer London, 2013 (Advanced Textbooks in Control and Signal Processing). – ISBN 978-0-857-29398-5
- [Churchill und Brier 1955] CHURCHILL, S. W. ; BRIER, J. C.: Convective Heat Transfer from a Gas Stream at High Temperature to a Circular Cylinder Normal to Flow. In: *Chemical Engineering Progress Symposium Series* 51 (1955), Nr. 17, S. 57–65
- [Coleman und Li 1996] COLEMAN, T. F. ; LI, Y.: An interior trust region approach for nonlinear minimization subject to bounds. In: *SIAM Journal on optimization* 6 (1996), Nr. 2, S. 418–445
- [Dittmar und Pfeiffer 2006] DITTMAR, R. ; PFEIFFER, B.: Modellbasierte prädiktive Regelung in der industriellen Praxis. In: *at-Automatisierungstechnik* 54 (2006), Nr. 12, S. 590–601

- [Dittmar und Pfeiffer 2004] DITTMAR, R. ; PFEIFFER, B.-M.: *Modellbasierte prädiktive Regelung: Eine Einführung für Ingenieure*. De Gruyter, 2004. – ISBN 978-3-486-59491-1
- [Doering u. a. 2012] DOERING, E. ; SCHEDWILL, H. ; DEHLI, M.: *Grundlagen der Technischen Thermodynamik: Lehrbuch für Studierende der Ingenieurwissenschaften*. Springer-Verlag, 2012
- [dSPACE 2017] dSPACE: *Bypassing – Extern oder direkt auf dem Steuergerät*. URL <https://www.dspace.com/de/gmb/home/products/systems/funcnp/bypassing.cfm>. – Zugriffsdatum: 21.07.2017, 2017
- [Drews 2012] DREWS, P.: *Identifikation und modellbasierte Regelung des Dieselmotors mit Niedertemperatur-Verbrennung*, RWHT Aachen University, Dissertation, 2012
- [Eritt 2010] ERITT, M.: *Großflächige Abscheidung organischer Leuchtdioden und Nutzung optischer Verfahren zur In-situ-Prozesskontrolle*, Technische Universität Chemnitz, Dissertation, 2010
- [Erven 2011] ERVEN, J.: *Taschenbuch der Ingenieurmathematik: Grundlagen - Formelsammlung - Tabellen*. De Gruyter, 2011. – ISBN 978-3-486-71087-8
- [Ferreau u.a. 2014] FERREAU, H. J. ; KIRCHES, C. ; POTSCHKA, A. ; BOCK, H. G. ; DIEHL, M.: qpOASES: a parametric active-set algorithm for quadratic programming. In: *Mathematical Programming Computation* 6 (2014), Nr. 4, S. 327–363
- [Fujii 2013] FUJII, K.: Extended kalman filter. In: *Refernce Manual* (2013)
- [Gnielinski 1975] GNIELINSKI, V.: Berechnung mittlerer Wärme-und Stoffübergangskoeffizienten an laminar und turbulent überströmten Einzelkörpern mit Hilfe einer einheitlichen Gleichung. In: *Forschung im Ingenieurwesen* 41 (1975), Nr. 5, S. 145–153
- [Gondhalekar und Imura 2010] GONDHALEKAR, R. ; IMURA, J.: Least-restrictive move-blocking model predictive control. In: *Automatica* 46 (2010), Nr. 7, S. 1234–1240
- [Heraeus 2017] HERAEUS: *HSQ 400 - Stabilized Electrically Fused Quartz Glass*. URL https://www.heraeus.com/media/media/hqs/doc_hqs/products_and_solutions_8/tubes/HSQ400_EN.pdf. – Zugriffsdatum: 18.01.2017, 2017
- [Hölemann 2011] HÖLEMANN, S.: *Nichtlineare modellgestützte prädiktive Regelungsstrategie für die Blockregelung eines membranbasierten Oxyfuel-Kraftwerksprozesses*, RWHT Aachen University, Dissertation, 2011
- [Hoffmann u. a. 2005] HOFFMANN, A. ; MARX, B. ; VOGT, W.: *Mathematik für Ingenieure 1*. Pearson Studium, 2005. – ISBN 978-3-8273-7113-9
- [Hoffmann u. a. 2006] HOFFMANN, A. ; MARX, B. ; VOGT, W.: *Mathematik für Ingenieure 2*. Pearson Studium, 2006. – ISBN 978-3-8273-7114-0
- [Isermann 1992a] ISERMANN, R.: *Identifikation dynamischer Systeme 1: Grundlegende Methoden*. Springer Berlin Heidelberg, 1992 (Springer-Lehrbuch). – ISBN 978-3-5405-4924-6
- [Isermann 1992b] ISERMANN, R.: *Identifikation dynamischer Systeme 2: Besondere Methoden, Anwendungen*. Springer Berlin Heidelberg, 1992 (Springer-Lehrbuch). – ISBN 978-3-5405-5468-4
- [Isermann 2007] ISERMANN, R.: *Fahrdynamik-Regelung: Modellbildung, Fahrerassistenzsysteme, Mechatronik*. Vieweg+Teubner Verlag, 2007 (ATZ/MTZ-Fachbuch). – ISBN 978-3-834-89049-8
- [Isermann 2008] ISERMANN, R.: *Mechatronische Systeme*. Springer Berlin Heidelberg, 2008 (Springer-Lehrbuch). – ISBN 978-3-540-32336-5
- [Kalman 1960] KALMAN, R. E.: A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problems. In: *Transactions of the ASME–Journal of Basic Engineering* 82 (1960), Nr. Series D, S. 35–45

- [Katriniok 2013] KATRINIOK, A.: *Optimal Vehicle Dynamics Control and State Estimation for a Low-Cost GNSS-based Collision Avoidance System*, RWHT Aachen University, Dissertation, 2013
- [Katriniok u. a. 2013] KATRINIOK, A. ; MASCHUW, J. P. ; CHRISTEN, F. ; ECKSTEIN, L. ; ABEL, D.: Optimal vehicle dynamics control for combined longitudinal and lateral autonomous vehicle guidance. In: *European Control Conference (ECC)*, IEEE, 2013, S. 974–979
- [Kienel 1994] KIENEL, G.: *Vakuumbeschichtung: Band 3: Anlagenautomatisierung Meß- und Analysetechnik*. VDI-Verlag, 1994 (VDI-Buch). – ISBN 978-3-540-62269-1
- [Klokov und Galkina 1991] KLOKOV, A. Y. ; GALKINA, T. I.: System for stabilization of film-deposition rate in thermal evaporation. In: *Instruments and Experimental Techniques* 34 (1991), Nr. 5, S. 1194–1197
- [Königer 2008] KÖNIGER, T.: *Leitfähige Beschichtungen aus Indium-Zinn-Oxid Nanopartikeln für flexible transparente Elektroden*, Technische Fakultät der Friedrich-Alexander Universität Erlangen-Nürnberg, Dissertation, 2008
- [Krischer und Kast 2013] KRISCHER, O. ; KAST, W.: *Trocknungstechnik: Die wissenschaftlichen Grundlagen der Trocknungstechnik*. Springer Berlin Heidelberg, 2013. – ISBN 978-3-642-61879-6
- [Küssel 2011] KÜSSEL, U.: *Objektorientierte Modellbildung und Modellprädiktive Regelung von Drehrohröfen*, RWHT Aachen University, Dissertation, 2011
- [Lammersen u. a. 2013] LAMMERSEN, T. ; STÖHR, K.-D. ; ABEL, D.: Beobachterentwurf für hochdynamische Verbrennungssysteme. In: *Automation*, VDI, 2013, S. 95–98
- [Lemmon u. a. 2010] LEMMON, Eric W. ; HUBER, M. L. ; MCLINDEN, M. O.: *NIST Standard Reference Database 23: Reference Fluid Thermodynamic and Transport Properties - REFPROP*. 9.0. Gaithersburg: National Institute of Standards and Technology, Standard Reference Data Program (Veranst.), 2010. – URL <http://www.nist.gov/srd/nist23.cfm>
- [Ljung und Glad 2016] LJUNG, L. ; GLAD, T.: *Modeling & Identification of Dynamic Systems*. Studentlitteratur AB, 2016. – ISBN 978-9-144-11688-4
- [Lunze 2016a] LUNZE, J.: *Regelungstechnik 1: Systemtheoretische Grundlagen, Analyse und Entwurf einschleifiger Regelungen*. Springer Berlin Heidelberg, 2016 (Springer-Lehrbuch). – ISBN 978-3-662-52678-1
- [Lunze 2016b] LUNZE, J.: *Regelungstechnik 2: Mehrgrößensysteme, Digitale Regelung*. Springer Berlin Heidelberg, 2016 (Springer-Lehrbuch). – ISBN 978-3-662-52676-7
- [Maciejowski 2002] MACIEJOWSKI, J.: *Predictive Control with Constraints*. Harlow : Prentice Hall, 2002
- [MATLAB 2016] MATLAB: *Version 9.1.0 (R2016b)*. Natick, Massachusetts : The MathWorks Inc., 2016
- [Merck KGaA 2017] Merck KGaA (Veranst.): *Evaporation Materials*. 2017. – URL <http://www.merck-performance-materials.com/merck-ppf/detailRequest?source=PRONET&docId=200803.198>. – Zugriffsdatum: 18.03.2017
- [Mohr u. a. 2016] MOHR, P. J. ; NEWELL, D. B. ; TAYLOR, B. N.: CODATA recommended values of the fundamental physical constants: 2014. In: *Reviews of Modern Physics* 88 (2016)
- [Morari und Maeder 2012] MORARI, M. ; MAEDER, U.: Nonlinear offset-free model predictive control. In: *Automatica* 48 (2012), Nr. 9, S. 2059–2067
- [Nocedal und Wright 2006] NOCEDAL, J. ; WRIGHT, S.: *Numerical Optimization*. Springer New York, 2006 (Springer Series in Operations Research and Financial Engineering). – ISBN 978-0-387-40065-5
- [Nollau 2009] NOLLAU, R.: *Modellierung und Simulation technischer Systeme: Eine praxisnahe Einführung*. Springer Berlin Heidelberg, 2009. – ISBN 978-3-5408-9121-5

- [Papageorgiou u. a. 2015] PAPAGEORGIOU, M. ; LEIBOLD, M. ; BUSS, M.: *Optimierung: Statische, dynamische, stochastische Verfahren für die Anwendung*. Springer Berlin Heidelberg, 2015. – ISBN 978-3-662-46936-1
- [Petruck u. a. 2016] PETRUCK, H. ; SCHLICK, C. ; STEMMLER, S. ; ABEL, D. ; ADAMS, O. ; KLOCKE, F.: Online Parameter Estimation for Model-Based Force Control in Milling Processes. In: *IFAC-PapersOnLine* 49 (2016), Nr. 12, S. 634–639
- [Pfeiffer 2015] PFEIFFER, S.: *Rapid development of complex controls algorithms for environmental simulation chambers*. Binder GmbH Tuttlingen, 2015. – URL www.binder-world.com, https://www.speedgoat.ch/Portals/0/Content/UserStories/binder_user_story.pdf
- [Rau 2003] RAU, M.: *Nichtlineare modellbasierte prädiktive Regelung auf Basis lernfähiger Zustandsraummodelle*, Lehrstuhl für Elektrische Antriebssysteme der Technischen Universität München, Dissertation, 2003
- [Rossiter 2003] ROSSITER, J. A.: *Model-Based Predictive Control: A Practical Approach*. CRC Press, 2003 (Control Series). – ISBN 978-0-203-50396-6
- [Schmid und Biegler 1994] SCHMID, C. ; BIEGLER, L. T.: Quadratic programming methods for reduced hessian SQP. In: *Computers & Chemical Engineering* 18 (1994), Nr. 9, S. 817–832. – ISSN 0098-1354
- [Schrödel u. a. 2015] SCHRÖDEL, F. ; ZÖLLER, D. ; ELGHANDOUR, R. ; ABEL, D.: Parameter space approach based robust MIMO controller tuning for a vacuum thermal evaporation process. In: *European Control Conference (ECC) IEEE (Veranst.)*, 2015, S. 684–690
- [Schröder 2010] SCHRÖDER, D.: *Intelligente Verfahren: Identifikation und Regelung nichtlinearer Systeme*. Springer Berlin Heidelberg, 2010. – ISBN 978-3-642-11397-0
- [Schulz 2007] SCHULZ, G.: *Regelungstechnik 1: Lineare und Nichtlineare Regelung, Rechnergestützter Reglerentwurf*. Oldenbourg, 2007. – ISBN 978-3-486-59402-7
- [Schulz 2008] SCHULZ, G.: *Regelungstechnik 2: Mehrgrößenregelung, Digitale Regelungstechnik, Fuzzy-Regelung*. Oldenbourg, 2008. – ISBN 978-3-486-58318-2
- [Shekhar und Manzie 2015] SHEKHAR, R. C. ; MANZIE, C.: Optimal move blocking strategies for model predictive control. In: *Automatica* 61 (2015), S. 27–34
- [Simon 2006] SIMON, D.: *Optimal State Estimation: Kalman, H Infinity, and Nonlinear Approaches*. John Wiley & Sons, Inc., 2006
- [Sonntag 1990] SONNTAG, D.: Important new values of the physical constants of 1986, vapor pressure formulations based on the ITS-90, and psychrometer formulate. In: *Z. Meteorol.* 70 (1990), Nr. 5, S. 551–560
- [Sree Harsha 2005] SREE HARSHA, K. S.: *Principles of Vapor Deposition of Thin Films*. Elsevier Science, 2005. – ISBN 978-0-080-48031-2
- [Steinberger u. a. 2010] STEINBERGER, M. ; FIAN, A. ; HORN, M. ; JAKOPIC, G.: Investigations on the thermal behaviour of evaporation cells for small molecule organic semiconductors. (2010)
- [Steinberger u. a. 2013a] STEINBERGER, M. ; HORN, M. ; FIAN, A.: Flatness-based deposition rate control of thermally evaporated organic semiconductors. In: *IET Control Theory & Applications* 7 (2013), Nr. 2, S. 210–217
- [Steinberger u. a. 2013b] STEINBERGER, M. ; HORN, M. ; JAKOPIC, G.: Mathematische Modellierung des thermischen Verdampfungsverhaltens organischer Halbleiter. In: *at-Automatisierungstechnik* 61 (2013), Nr. 12, S. 841–848

- [Teichmann 1983] TEICHMANN, W.: *Angewandte Anlagenautomatisierung: Regelung thermischer Prozesse*. Verlag Technik, 1983
- [Trogisch und Franzke 2012] TROGISCH, A. ; FRANZKE, U.: *Feuchte Luft - h,x-Diagramm: Praktische Anwendungs- und Arbeitshilfen*. VDE-Verlag, 2012. – ISBN 978-3-800-73386-6
- [VDI Wärmeatlas 2013] VDI WÄRMEATLAS ; VEREIN DEUTSCHER INGENIEURE, VDI-Gesellschaft Verfahrenstechnik und Chemieingenieurwesen (GVC) (Hrsg.): *VDI Wärmeatlas*. 11. Aufl. Wiesbaden : Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2013. – ISBN 978-3-642-19980-6
- [Viitanen 1988] VIITANEN, T.: Anwendung der Wärmeleistungsbilanz zur Regelung thermischer Prozesse. In: *atp - Automatisierungstechnische Praxis* 30 (1988), Nr. 7, S. 332–337
- [Vogl 1999] VOGL, G.: *Umweltsimulation für Produkte: Zuverlässigkeit steigern, Qualität sichern*. Vogel, 1999 (Vogel-Fachbuch). – ISBN 978-3-802-31782-8
- [Wagner u. a. 2016] WAGNER, E. ; ZÖLLER, D. ; LAMMERSEN, T. ; ABEL, D.: Modellbasierte Regelung für den Einsatz in Umweltsimulationsanlagen. In: *Automation*, VDI, 2016, S. 916–930
- [Wagner u. a. 2000] WAGNER, W. ; COOPER, J. R. ; DITTMANN, A. ; KIJIMA, J. ; KRETZSCHMAR, H.-J. ; KRUSE, A. ; MARES, R. ; OGUCHI, K. ; SATO, H. ; STOCKER, I. u. a.: The IAPWS industrial formulation 1997 for the thermodynamic properties of water and steam. In: *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power* 122 (2000), Nr. 1, S. 150–184
- [Wagner und Kruse 2013] WAGNER, W. ; KRUSE, A.: *Zustandsgrößen von Wasser und Wasserdampf: Der Industrie-Standard IAPWS-IF97 für die thermodynamischen Zustandsgrößen und ergänzende Gleichungen für andere Eigenschaften*. Springer Berlin Heidelberg, 2013. – ISBN 978-3-662-03529-0
- [Weißbach 2015] WEISSBACH, W.: *Werkstoffkunde: Strukturen, Eigenschaften, Prüfung*. Vieweg + Teubner, 2015 (Viewegs Fachbücher der Technik). – ISBN 978-3-658-03918-9
- [Weiss Umwelttechnik GmbH 2017] WEISS UMWELTTECHNIK GMBH: *Umweltsimulation von Weiss*. URL <https://www.weiss-technik.com/de/produkte/umweltsimulation/>. – Zugriffsdatum: 18.03.2017, 2017
- [Welch und Bishop 2006] WELCH, G. ; BISHOP, G.: *An introduction to the kalman filter*. Department of Computer Science, University of North Carolina. 2006
- [Wenzel u. a. 2006] WENZEL, T. A. ; BURNHAM, K. J. ; BLUNDELL, M. V. ; WILLIAMS, R. A.: Dual extended Kalman filter for vehicle state and parameter estimation. In: *Vehicle System Dynamics* 44 (2006), Nr. 2, S. 153–171
- [Zeitz 2010] ZEITZ, M.: Differenzielle Flachheit: Eine nützliche Methodik auch für lineare SISO-Systeme. In: *at-Automatisierungstechnik Methoden und Anwendungen der Steuerungs-, Regelungs- und Informationstechnik* 58 (2010), Nr. 1, S. 5–13
- [Zeng u. a. 2007] ZENG, X. ; QIU, Y. ; QIAO, J. ; DONG, G. ; WANG, L.: Morphological characterization of pentacene single crystals grown by physical vapor transport. In: *Applied surface science* 253 (2007), Nr. 7, S. 3581–3585
- [Zöller 2014] ZÖLLER, D.: *Hochgeschwindigkeits-Abscheidung Restriktiv Präziser Organisch Optoelektronischer Nanoschichten (HARPOON) – Schlussbericht*. 2014. – Unveröffentlichter Projektbericht
- [Zöller u. a. 2014] ZÖLLER, D. ; REITER, M. ; ABEL, D.: Optimierung der thermischen Hochvakuumverdampfung durch Modellbasierte Prädiktive Regelung der Quelltemperatur. In: *Automation*, VDI, 2014, S. 533–549
- [Zöller u. a. 2015] ZÖLLER, D. ; REITER, M. ; ABEL, D.: Optimization of a vacuum thermal evaporation process through Model-based Predictive Control of the source temperature. (2015), Nr. 11, S. 86–91. – Conference on Modelling, Identification and Control of Nonlinear Systems (MICNON). – ISSN 2405-8963