Methodik zur Ermittlung und Realisierung anwendungsangepasster Intensitätsverteilungen für die Werkstoffbearbeitung mit Laserstrahlung

Methodology for the Identification and Implementation of Application Specific Intensity Distributions for Material Processing with Laser Radiation

Von der Fakultät für Maschinenwesen der Rheinisch-Westfälischen Technischen Hochschule Aachen zur Erlangung des akademischen Grades einer Doktorin der Ingenieurwissenschaften genehmigte Dissertation

vorgelegt von

Annika Völl

Berichter: Universitätsprofessor Dr. rer. nat. Peter Loosen
Universitätsprofessor Dr.-Ing. Thomas Bergs

Tag der mündlichen Prüfung: 15. Juni 2020

Diese Dissertation ist auf den Internetseiten der Universitätsbibliothek online verfügbar.

Zusammenfassung

Die derzeit stattfindende Digitalisierung ermöglicht zunehmend eine detaillierte Analyse sowie simulative Abbildung von Fertigungsprozessen. Dies gilt insbesondere auch für die laserbasierte Werkstoffbearbeitung, für die mittels einer genauen Modellierung der zu Grunde liegenden physikalischen Zusammenhänge geeignete Prozessparameter identifiziert werden können. Ein solcher Parameter ist die im Laserstrahl vorliegende Intensitätsverteilung, die das im zu bearbeitenden Bauteil hervorgerufene Temperaturprofil und damit die erzielte Bauteilqualität sowie Prozesseffizienz wesentlich beeinflusst. Inhalt dieser Arbeit ist daher die numerische Ableitung und die computergestützte Realisierung anwendungsangepasster Intensitätsverteilungen, mit denen zuvor definierte Temperaturprofile im Werkstück induziert werden können. Dazu wird zunächst die benötigte Intensitätsverteilung abgeleitet, indem die Situation als inverses Wärmeleitungsproblem formuliert und dieses unter Verwendung numerischer Methoden gelöst wird. Dabei werden solche Prozesse angenommen, bei denen lediglich eine Erwärmung des Materials und keine Änderungen des Aggregatzustandes stattfinden. Beispiele dafür sind das Laserhärten, das laserbasierte Entfestigen hochfester Stähle, das laserunterstützte Tapelegen oder – unter gewissen Annahmen – die laserbasierte Funktionalisierung dünner Schichten. Für diese Verfahren kann die beschriebene Methodik eingesetzt werden, wobei temperaturabhängige thermophysikalische und optische Materialeigenschaften, komplexe 3D-Geometrien, Oberflächen- oder Volumenabsorption des Laserstrahls sowie zeitabhängige oder quasistationäre Verteilungen berücksichtigt werden. Anschließend werden in der vorliegenden Arbeit Strahlformungsansätze beschrieben, mit denen die erzielten, stark inhomogenen Intensitätsverteilungen experimentell realisierbar sind. Zum einen werden dazu Freiformoptiken eingesetzt, mit denen sich über eine gezielte Formung der optischen Oberflächen nahezu beliebige Intensitätsverteilungen umsetzen lassen. Um Freiformoptiken für Lasermaterialbearbeitungsprozesse auszulegen, werden erstmalig Strategien beschrieben, mit denen die vergleichsweise geringe Strahlqualität der verwendeten Laserstrahlung im Design berücksichtigt wird. Da Freiformoptiken jedoch keine zeitliche Anpassung der Intensitätsverteilung ermöglichen, werden darüber hinaus Methoden zur anwendungsangepassten Strahlformung mittels VCSELn vorgestellt. Dies sind spezielle, flächig angeordnete Hochleistungsdiodenlaser, deren einzelne Zonen dynamisch und unabhängig voneinander ansteuerbar sind, um eine flexible Strahlformung zu ermöglichen. In der vorliegenden Arbeit werden dazu neue Strategien beschrieben, wie eine Ansteuerung sowie die benötigte Anordnung von VCSELn zur Erzeugung einer anwendungsangepassten Intensitätsverteilung aussehen muss. Abschließend werden zur Validierung der simulativen Methodik experimentelle Ergebnisse zusammengefasst.

Abstract

The presently ongoing digitalization in industry and society increasingly enables a detailed analysis as well as a simulative representation of manufacturing processes. This especially holds for laser-based material processing for which appropriate processing parameters can be identified through an accurate modelling of the basic physical principles. One relevant parameter in these processes is the laser beam's intensity distribution, which strongly influences the temporal and spatial temperature profile within the treated workpiece and subsequently defines the resulting processing quality as well as efficiency. Thus, in this work, application specific intensity distributions that induce previously defined temporal and spatial temperature profiles within the workpiece are numerically derived and realized. In a first step, the needed intensity distribution is computed by formulating the situation as an inverse heat conduction problem which is solved numerically. Here, the approach is restricted on processes where only a heating of the material without change in state of aggregation takes place. Examples for those processes are laser hardening, laser softening of high-strength steels, the laser assisted tape placement or – making certain assumptions – the laser based thin film functionalization. The implemented method then accounts for temperature dependent thermophysical and optical material properties, complex 3D-geometries, surface or volume absorption of the laser beam energy, as well as quasi-stationary or time-dependent distributions. Afterwards, beam shaping methods are presented within this work which are applicable for the realization of the obtained, strongly inhomogeneous intensity distributions. On one hand, the use of freeform optics that enable the generation of almost any stationary intensity distribution through a specific shaping of their optical surfaces is suggested. For the implementation of freeform optics in laser material processing, design strategies are presented that - for the first time – rigorously take into account the comparably low beam quality of the used laser radiation. Alternatively, as it is impossible to use freeform optics for a timedependent adaptation of an intensity distribution, methods for the application specific beam shaping with VCSELs are presented. These are specially designed high-power lasers that exhibit the potential of a plane arrangement with different zones which are independently addressable for a flexible beam shaping. In this work, new strategies are described to calculate the necessary VCSEL control and arrangement for the realization of application specific intensity distributions in materials processing. Finally, validations of the simulative approaches are presented by means of experimental results.

Danksagung

Die vorliegende Arbeit ist im Rahmen meiner Tätigkeit als wissenschaftliche Mitarbeiterin am Lehrstuhl für Technologie Optischer Systeme der RWTH Aachen University entstanden. Mein Dank gilt dabei allen, die mich während dieser Zeit begleitet haben.

Zunächst möchte ich Herrn Prof. Dr. rer. nat. Peter Loosen für die Bereitstellung des Promotionsthemas und die Betreuung meiner Arbeit danken. Daneben gilt mein Dank Herrn Prof. Dr.-Ing. Thomas Bergs für das Koreferat sowie Herrn Prof. Dr.-Ing. Christian Hopmann für die Übernahme des Prüfungsvorsitzes.

Besonders bedanken möchte ich mich darüber hinaus bei Herrn Dr.-Ing. Jochen Stollenwerk für die umfangreiche Begleitung bei der Anfertigung dieser Dissertation. Seinen fördernden und fordernden Anmerkungen ist die wissenschaftliche Qualität der vorliegenden Arbeit zu verdanken.

Für zahlreiche Diskussion und die tolle Arbeitsatmosphäre am Lehrstuhl bedanke ich mich bei meinen aktuellen und ehemaligen Kollegen Michael Berens, Dr. rer. nat. Tobias Bonhoff, Dr.-Ing. Sascha Brose, Paul Buske, Thomas Bussek, Jacqueline Dahlmanns, Nicole Grubert, Markus Herper, Oskar Hofmann, Georg König, Marcel Prochnau, Dr.-Ing. Sabrina Vogt, Dr. rer. nat. Rolf Wester und Susanne Wollgarten. Mein Dank gilt dabei insbesondere Jacqueline Dahlmanns und Paul Buske, die im Rahmen ihrer Masterarbeit sowie einer studentischen Hilfskrafttätigkeit zu dieser Arbeit beigetragen haben.

Die vorliegende Arbeit ist im Rahmen des Projektes *nano DPP* im Forschungscampus „Digital Photonic Production" entstanden. Daher möchte ich mich zusätzlich bei den Projektpartnern vom Aachener Zentrum für integrativen Leichtbau, von TRUMPF Photonic Components und von innolite für die erfolgreiche Zusammenarbeit bedanken.

Am Wichtigsten für den erfolgreichen Abschluss dieser Arbeit war die stetige Unterstützung seitens meiner Familie und meiner Freunde. Ihnen gilt mein ganz besonderer Dank!

Aachen, im Juni 2020

Annika Völl

Inhalt

1	**Ausgangssituation, Zielsetzung und Vorgehensweise**	**1**
2	**Stand von Wissenschaft und Technik**	**5**
2.1	Direktes und inverses Wärmeleitungsproblem	5
2.1.1	Wechselwirkung zwischen Laserstrahl und Werkstoff	5
2.1.2	Berechnung von örtlichen und zeitlichen Temperaturprofilen	6
2.1.3	Das inverse Wärmeleitungsproblem als schlecht gestelltes Problem	12
2.1.4	Lösungsansätze für das inverse Wärmeleitungsproblem	14
2.1.5	Weitere anwendungsangepasste Intensitätsverteilungen	24
2.2	Strahlformung mittels Freiformoptiken	24
2.2.1	Auslegung von Freiformoptiken für verschwindende Étendue	25
2.2.2	Berücksichtigung von endlicher Étendue	27
2.3	VCSEL-Strahlquellen	28
2.3.1	Funktionsweise von VCSELn	28
2.3.2	Abstrahlcharakteristik von VCSELn	30
2.4	Zusammenfassung und sich ergebende Forschungsfragen	31
3	**Lösung des inversen Wärmeleitungsproblems zur Berechnung anwendungsangepasster Intensitätsverteilungen**	**35**
3.1	Lösung des inversen Wärmeleitungsproblems auf ebenen Geometrien	36
3.1.1	Simulationstool zur Lösung des inversen Wärmeleitungsproblems	37
3.1.2	Berechnungsbeispiele für verschiedene Anwendungsfälle	41
3.2	Erweiterung auf komplexe 3D-Geometrien	53
3.2.1	Anpassung des Lösungsalgorithmus	54
3.2.2	Anwendungsbeispiel: Laserhärten eines rotierenden Stahlzylinders	55
3.3	Erweiterung auf ebene Schichtsysteme	58
3.3.1	Anpassung des Lösungsalgorithmus	59
3.3.2	Anwendungsbeispiel: Trocknung von reibmindernden Lacken	62
3.4	Toleranzanalyse am Beispiel Entfestigen	64

4 Strahlformungsstrategien zur Realisierung der berechneten Intensitätsverteilungen 67
4.1 Anwendungsangepasste Strahlformung mittels Freiformoptiken 67
4.1.1 Auslegung unter Annahme einer hohen Strahlqualität 68
4.1.2 Auslegung für Strahlung mit geringer Strahlqualität oder für ausgedehnte Quellen 70
4.1.3 Toleranzanalyse 80
4.2 Anordnung und Ansteuerung von VCSEL-Emittern zur Realisierung anwendungsangepasster Intensitätsverteilungen 82
4.2.1 Implementierter Algorithmus 82
4.2.2 Anwendungsbeispiel homogene Ausleuchtung 85
4.2.3 Beispiel Tapelegen 87

5 Experimentelle Verifikation 89

6 Zusammenfassung und Ausblick 93

7 Literatur 97

8 Anhang 107
8.1 Gewählte Parameter für die verschiedenen Beispiele aus Kapitel 3 107
8.1.1 Anwendungsbeispiel Härten: Burgers Intensitätsverteilung für das laserbasierte Härten 107
8.1.2 Anwendungsbeispiel: Lokales Entfestigen hochfester Stahlbleche 108
8.1.3 Anwendungsbeispiel: Laserunterstütztes Tapelegen - quasistationär 109
8.1.4 Anwendungsbeispiel: Laserunterstütztes Tapelegen - zeitabhängig 110
8.1.5 Anwendungsbeispiel: Härten eines rotierenden Stahlzylinders 111
8.1.6 Anwendungsbeispiel Trocknung reibmindernder Lacke 112

1 Ausgangssituation, Zielsetzung und Vorgehensweise

Die Digitalisierung verändert zunehmend die Art und Weise, wie Produkte ausgelegt, hergestellt und getestet werden [1]. Immer höhere Rechenleistungen sowie die wachsende Vernetzung von Maschinen und Produkten ermöglichen eine fortschreitende Überwachung und simulative Abbildung der gesamten Prozesskette. Dies erlaubt zum einen eine vollständige CAD-/CAM-Kopplung des gesamten Fertigungsprozesses sowie eine vermehrte Individualisierung der Produkte und Verfahren [74][40]. Darüber hinaus führt dies andererseits zu einer Reduzierung der time-to-market, also der Zeit, die für die Produktentwicklung benötigt wird. Denn anstelle von aufwendigen experimentellen Untersuchungen zur Identifizierung geeigneter Prozessparameter können diese bereits im Vorfeld computergestützt abgeleitet werden.

Dies betrifft natürlich auch die Lasertechnik, die mit einem für Deutschland prognostizierten Produktionswert von ca. 40 Milliarden € in 2020 [60] als eine der Schlüsseltechnologien des 21. Jahrhunderts gilt. Zur Individualisierung der Produkte beispielsweise bieten sich Laserverfahren insbesondere wegen ihrer spezifischen Eigenschaften an. Hier sind die lokale Bearbeitbarkeit durch eine kleine Einflusszone sowie die Möglichkeit zur Integration in vorhandene Produktionslinien hervorzuheben [52]. Dies wird unter anderem im laserbasierten 3D-Druck, z. B. in Form des sogenannten L-PBF-Verfahrens, ausgenutzt [109].

Eine spezifische Anpassung der Verfahren an den jeweiligen Prozess ermöglicht im Bereich der laserbasierten Werkstoffbearbeitung eine signifikante Erhöhung von Bearbeitungsqualität und Prozesseffizienz. Darüber hinaus lassen sich so neue Werkstoffe oder Werkstoffkombinationen verarbeiten, die zuvor nicht bearbeitbar sind. Da mit der Intensitätsverteilung des Laserstrahls ein flexibler Parameter mit einem wesentlichen Einfluss auf das Prozessergebnis identifiziert werden kann, führt gerade dessen spezifische Anpassung zu einer wesentlichen Weiterentwicklung der Bearbeitungsprozesse [80]. Dies ist allerdings bisher nur unzureichend ausgenutzt worden, da im Wesentlichen (rotations-)symmetrische Intensitätsverteilungen zur Werkstoffbearbeitung verwendet werden.

In dieser Arbeit werden nun Laserverfahren betrachtet, in denen keine Änderung des Aggregatzustandes stattfindet. Durch die thermalisierte Laserstrahlung wird das zu bearbeitende Bauteil lediglich lokal erwärmt, wobei in Abhängigkeit des erzeugten örtlichen und zeitlichen Temperaturprofils bestimmte Materialanpassungen und –veränderungen im festen Zustand stattfinden. Dies können beispielsweise Änderungen in der Mikrostruktur sein. Zu solchen Verfahren gehören das Laserhärten, das Laser-Entfestigen hochfester Stähle, das laserunterstützte Tapelegen oder – unter gewissen Vereinfachungen – auch die laserbasierte Funktionalisierung dünner Schichten.

In diesen Anwendungen hat die Intensitätsverteilung des Laserstrahls einen großen Einfluss auf das sich ausbildende örtliche und zeitliche Temperaturprofil (siehe Bild 1.1) [44]. Die induzierten Materialveränderungen hängen nun wiederum von der Temperatur ab, sodass generell eine Abhängigkeit des Bearbeitungsergebnisses von der Intensitätsverteilung im Laserstrahl vorliegt. Eine gezielte Formung des Laserstrahls sollte daher so durchgeführt werden, dass zuvor definierte Eigenschaften des sich ausbildenden Temperaturprofils gezielt eingestellt werden [93].

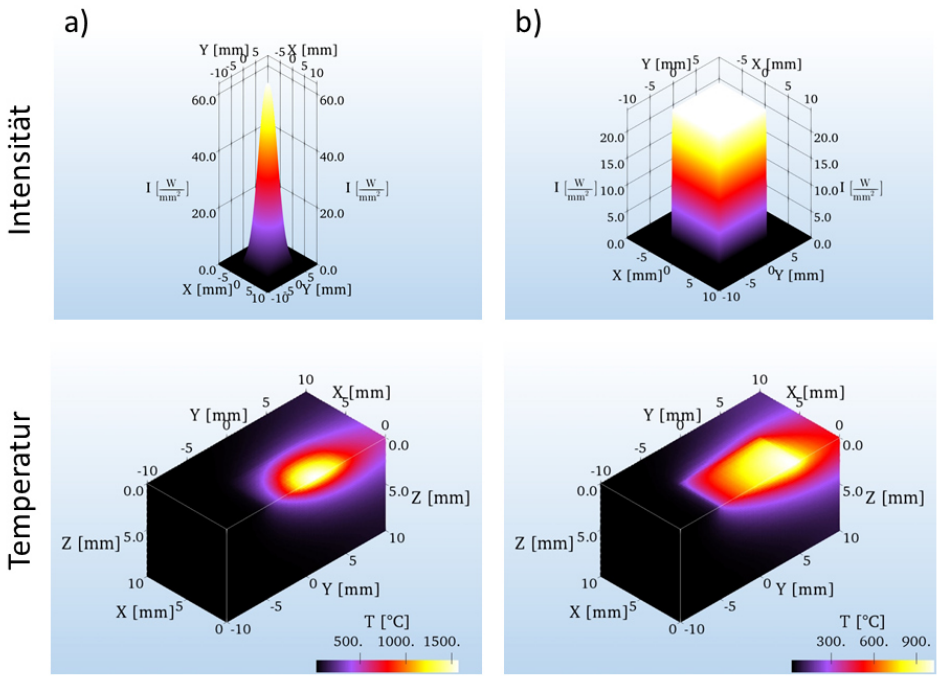


Bild 1.1: Einfluss der Intensitätsverteilung des Laserstrahls auf das sich ausbildende Temperaturprofil in Stahl bei konstanter Relativbewegung von 10 mm / s. a) Gauß-Verteilung, b) sog. Tophat-Verteilung. Die z-Richtung ist die Strahlausbreitungsrichtung. Gezeigt sind jeweils die Intensitätsverteilungen (oben) und die berechneten Temperaturprofile (unten). Der Einfluss der Intensitätsverteilung auf das Temperaturprofil ist deutlich erkennbar.

Eine solche Strahlformung benötigt jedoch den Einsatz möglichst vieler Design-Freiheitsgrade, sodass spezielle Strahlformungsstrategien eingesetzt werden müssen. Hierzu können beispielsweise Freiformoptiken oder VCSEL-Arrays (vertical-cavity surface-emitting laser) benutzt werden. Freiformoptiken sind reflektive oder refraktive Optiken, deren optisch funktionale Oberflächen so geformt sind, dass das Licht einer herkömmlichen Lichtquelle gezielt so umverteilt wird, dass sich auf der bestrahlten Fläche eine vorher festgelegte Intensitätsverteilung ergibt [46]. Freiformoptiken werden bisher vorwiegend in der LED-Beleuchtungstechnik eingesetzt. VCSEL auf der anderen Seite sind in einem Array flächig angeordnete, oberflächenemittierende Diodenlaserstrahlquellen, deren einzelne Bereiche sich unabhängig voneinander ansteuern lassen, sodass auch hier auf einer bestrahlten Fläche örtlich und sogar zeitlich variierende Intensitätsverteilungen erzeugt werden können [67].

Ziel dieser Arbeit ist zum einen, numerische Methoden zu entwickeln, die es ermöglichen, für verschiedene laserbasierte Materialbearbeitungsverfahren anwendungsangepasste Intensitätsverteilungen herzuleiten. Damit sollen maßgeschneiderte zeitliche und örtliche Temperaturprofile im Material eingestellt werden können. Darüber hinaus sollen entsprechende computergestützte Strahlformungsstrategien dargelegt werden, die es ermöglichen, die sich ergebenden komplexen Intensitätsverteilungen auf der Werkstückoberfläche zu erzeugen.

Die in der Arbeit verwendete Vorgehensweise ist in Bild 1.2 zusammengefasst.

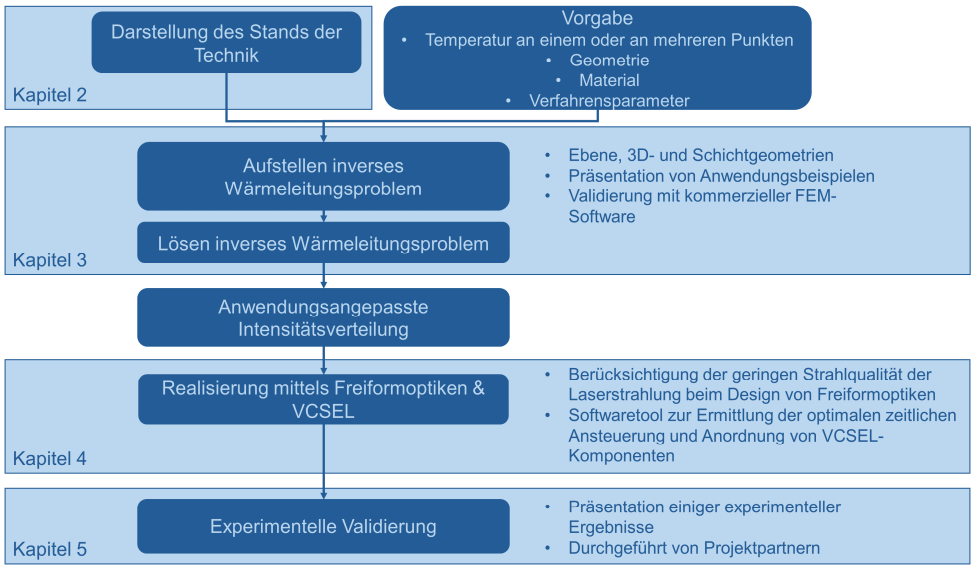


Bild 1.2: Vorgehensweise in dieser Arbeit

Zunächst wird in Kapitel 2 der Stand der Technik dargelegt. Ausgegangen wird dann in Kapitel 3 von einem für einen bestimmten Prozess idealen Temperaturprofil, für das einige Charakteristiken vorgeschrieben werden. Beispiele dafür sind eine homogene Temperatur innerhalb des vom Laserstrahl bestrahlten Bereichs oder eine Maximaltemperatur, die bei einer Relativbewegung zwischen Laserstrahl und Werkstück in einem vorgegebenen Abstand hinter diesem bestrahlten Bereich im Material erreicht werden muss. Für ein solches Temperaturprofil soll dann die für den Laserstrahl benötigte Intensitätsverteilung abgeleitet werden.

Dieses Problem bezeichnet man als inverses Wärmeleitungsproblem. Invers bedeutet dabei, dass nicht, wie üblicherweise, von einer bekannten Wärmequelle auf das sich ergebende Temperaturprofil geschlossen wird, sondern umgekehrt für einige bekannte Eigenschaften des Temperaturprofils die unbekannte Wärmequelle hergeleitet wird [7]. Dieses inverse Wärmeleitungsproblem wird in Kapitel 3 für verschiedene Geometrien aufgestellt und numerisch gelöst. Dabei werden temperaturabhängige thermophysikalische Eigenschaften, verschiedene Absorptionsmodelle sowie zeitlich konstante oder zeitabhängige Temperaturprofile berücksichtigt. Zusätzlich werden Strategien beschrieben, wie eine Einhaltung von Nebenbedingungen realisiert und weitere Verfahrensparameter

optimiert werden können. Anhand verschiedener anwendungsrelevanter Beispielrechnungen wird die Leistungsfähigkeit des Algorithmus aufgezeigt, wobei die erhaltenen Intensitätsverteilungen über unabhängige Rechnungen mit kommerzieller FEM-Software validiert werden.

In Kapitel 4 werden mit Hilfe von Simulationen Methoden aufgezeigt, wie die sich ergebenden Intensitätsverteilungen mithilfe von Freiformoptiken oder VCSEL-Arrays erzeugt werden können. Vorhandene Auslegungsalgorithmen für Freiformoptiken können dabei auf Grund der vergleichsweise geringen Strahlqualität der eingesetzten Laserstrahlung nur bedingt für die Laserstrahlformung eingesetzt werden [114]. Daher wird ein Algorithmus vorgestellt, wie dies bei der Auslegung von Freiformoptiken berücksichtigt werden kann. Für VCSEL-Arrays ist die Abstrahlcharakteristik der Emitter für das Nah und Fernfeld bekannt [116]. Daher wird auch hier ein Simulationstool vorgestellt, welches berechnet, wie eine auf einer Fläche vorgegebene Intensitätsverteilung möglichst genau durch VCSEL-Strahlung approximiert werden kann. Dabei können sowohl die Anordnung von VCSEL-Komponenten als auch ihre örtliche und zeitliche Ansteuerung mathematisch optimiert werden. Auch in diesem Kapitel werden Ergebnisse für anwendungsrelevante Beispielrechnungen präsentiert und mittels optischer Ray-Tracing Simulationen validiert.

In Kapitel 5 werden einige experimentelle Ergebnisse dargestellt, um die in dieser Arbeit beschriebene Vorgehensweise zu validieren. Die entsprechenden Experimente wurden dabei weitestgehend im Rahmen gemeinsamer Projekte an kooperierenden Institutionen durchgeführt, deren Veröffentlichungen hier zitiert werden.

Kapitel 6 beschließt die Arbeit mit einer Zusammenfassung und einem Ausblick.

2 Stand von Wissenschaft und Technik

In diesem Kapitel werden die zur Erreichung der Ziele erforderlichen Grundlagen und relevanten Vorarbeiten dargestellt. Entsprechend der in Bild 1.2 gezeigten Vorgehensweise beinhaltet dies die Vorstellung existierender Methoden zur Lösung direkter und inverser Wärmeleitungsprobleme. Dabei wird zunächst auf die Absorption der Laserstrahlung im Material eingegangen, bevor die Berechnung des sich ergebenden örtlichen und zeitlichen Temperaturprofils dargestellt wird. Anschließend werden mehrere Ansätze zur Lösung inverser Wärmeleitungsprobleme sowie die wenigen bisherigen Ergebnisse zur Lösung inverser Wärmeleitungsproblemen in der Lasertechnik vorgestellt. Darüber hinaus werden in der Literatur vorhandene Ergebnisse zur Auslegung von Freiformoptiken sowie die Funktionsweise und Abstrahlcharakteristik von VCSEL-Anordnungen beschrieben.

2.1 Direktes und inverses Wärmeleitungsproblem

2.1.1 Wechselwirkung zwischen Laserstrahl und Werkstoff

Trifft ein Laserstrahl auf ein Werkstück, wird jeweils ein Teil der Strahlung reflektiert, absorbiert oder (bei transparenten Werkstücken) transmittiert [10]. Der reflektierte Anteil R ergibt sich dabei aus den Eigenschaften der Grenzfläche zwischen Werkstück und Luft und kann mit Hilfe der Fresnelschen Formeln [26] berechnet werden. Der restliche Teil der Strahlung, dessen relativer Anteil im Folgenden mit α bezeichnet werden soll, dringt in das Material ein und wird dort (bei transparenten Werkstoffen nur teilweise) absorbiert. Dabei wird die Energie des Laserstrahls von den Atomen des Werkstoffs aufgenommen und der Laserstrahl entsprechend des Lambert-Beerschen Gesetzes [16]

2.1

$$I(z) = AI_0 \exp(-\mu z) = AI_0 \exp(-\frac{1}{\delta_{opt}} z)$$

$I(z) = I(x, y, z, t)$: Intensität
$I_0 = I_0(x, y, t)$: Ausgangsintensität an Materialoberfläche (zeitlich und örtlich variabel)
x, y, z, t: Orts- und Zeitkoordinaten
A: Absorptionsgrad
μ: Absorptionskoeffizient
δ_{opt}: Optische Eindringtiefe

abgeschwächt. Die optische Eindringtiefe δ_{opt} gibt dabei die Tiefe im Material an, nach der die Intensität des Laserstrahls auf $1/e$ abgefallen ist. Sie ist spezifisch für unterschiedliche Materialien und für metallische Werkstoffe sehr klein (< 5 nm) [50]. Daher wird bei diesen Werkstoffen davon ausgegangen, dass die Energie nur in einer kleinen Randschicht des Werkstoffs absorbiert wird [91]. Demgegenüber kann δ_{opt} in transparenten Kunststoffen wie PC oder in

Gläsern größer als die Dicke des Werkstoffs sein, sodass ein wesentlicher Teil der Laserleistung durch das Bauteil transmittiert wird [98].

2.1.2 Berechnung von örtlichen und zeitlichen Temperaturprofilen

In den in dieser Arbeit betrachteten Laserverfahren führt die Absorption der Laserstrahlung zu einer Erwärmung des Werkstoffs. Dabei breitet sich ein örtliches und zeitliches Temperaturprofil im Material aus, das über die Wärmeleitungsgleichung beschrieben wird [56].

Im Unterschied zu anderen Anwendungen der Wärmeleitungsgleichung in verschiedenen Disziplinen der Ingenieurwissenschaften findet in der Lasermaterialbearbeitung in der Regel eine Relativbewegung zwischen Laserstrahl und Werkstück statt. Diese Relativbewegung kann auf zwei unterschiedliche Arten in der Wärmeleitungsgleichung berücksichtigt werden. Zum einen wird die Laserstrahlquelle als bewegt und das Werkstück als ruhend angenommen. In diesem Fall lautet die Wärmeleitungsgleichung in ihrer allgemeinsten Form [41]

2.2
$$\rho(T)c(T)\frac{\partial T}{\partial t} - \nabla(k(T)\nabla T) = s.$$

$T = T(x, y, z, t)$: Örtliches und zeitliches Temperaturprofil
$\rho(T)$: Dichte (im Allgemeinen temperaturabhängig)
$c(T)$: spezifische Wärmekapazität (im Allgemeinen temperaturabhängig)
$k(T)$: Wärmeleitfähigkeit (im Allgemeinen temperaturabhänig)
$\nabla = (\partial x, \partial y, \partial z)^T$: Nabla-Operator
$s = s(x, y, z, t)$: Quellterm entsprechend der absorbierten Laserleistung

Die Relativbewegung $\vec{v}$ wird dabei vollständig über die Ortsabhängigkeit der Intensitätsverteilung beschrieben. Bei einer Geschwindigkeit in x-Richtung ergibt sich beispielsweise

2.3
$$I_{bewegt}(x, y, t) = I_{Strahl}(x - v_x t, y, t).$$

v_x: Geschwindigkeitskomponente in x-Richtung
I_{bewegt}: Intensitätsverteilung im Koordinatensystem des Werkstücks
I_{Strahl}: Intensitätsverteilung im Koordinatensystem des Lasers

Dies ist gerade für zeitunabhängige Strahlprofile sehr aufwändig. Daher ist es in vielen Fällen vorteilhafter, die Relativbewegung direkt in die Wärmeleitungsgleichung aufzunehmen, sodass [99]:

2.4
$$\rho(T)c(T)\frac{\partial T}{\partial t} - \nabla(k(T)\nabla T) = s - \vec{v}\nabla(\rho(T)c(T)T)$$

$\vec{v} = (v_x, v_y, 0)$: Vorschubgeschwindigkeit

gilt. Dies ist insbesondere dann vorteilhaft, wenn ansonsten keine Zeitabhängigkeit, z. B. in der Geometrie, vorliegt. In diesem hier als quasistationär bezeichneten Fall bildet sich nach einiger Zeit ein konstantes Temperaturprofil im

Werkstück aus, das sich entsprechend der Vorschubgeschwindigkeit durch das Material bewegt. Die Berechnung dieses konstanten Temperaturprofils ist oft ausreichend und kann direkt mit Hilfe von Gleichung **2.4** unter Vernachlässigung der Zeitabhängigkeit erfolgen. Dies ist deutlich effizienter als eine zeitabhängige Berechnung über Gleichung **2.2**.

Randbedingungen und Berücksichtigung der Energie des Laserstrahls

Um ein Temperaturprofil mit Hilfe der Gleichungen **2.2** oder **2.4** berechnen zu können, müssen zur eindeutigen Lösung zusätzlich noch Anfangsbedingungen für $t = 0$ (dies gilt nicht im quasistationären Fall) sowie Randbedingungen für die Randflächen des betrachteten Werkstoffs angegeben werden [92]. Während üblicherweise die Anfangsbedingung $T = T_{Umgebung} \approx 20\,°C$ gewählt wird, sollen hier vier verschiedene Typen für die Randbedingungen eingesetzt werden [38]:

1) Dirichlet-Randbedingung:

2.5
$$T = T_0$$

T_0: vorgegebene Temperatur, kann räumlich und zeitlich variabel sein

Dirichlet-Randbedingungen geben die Temperatur an einer Randfläche des Werkstücks vor. Dies ist beispielsweise relevant, wenn das Werkstück explizit mittels einer Heizplatte auf einer bestimmten Temperatur gehalten werden soll. Im quasistationären Fall muss mindestens an einem Punkt des Werkstücks eine Dirichlet-Randbedingung vorgegeben sein, da das Wärmeleitungsproblem ansonsten nicht eindeutig lösbar ist (die Lösung ist nur bis auf eine Konstante definiert).

2) Neumann-Randbedingung:

2.6
$$-k\vec{n}\,\nabla T = q$$

$\vec{n}$: Oberflächennormale
q: vorgegebener Energiefluss durch Fläche, kann räumlich und zeitlich variabel sein

Neumann-Randbedingungen geben den Energiefluss durch eine Randfläche vor.

3) Adiabatische Randbedingung:

2.7
$$-k\vec{n}\nabla T = 0$$

Adiabatische Randbedingungen sind Neumann-Randbedingungen, wobei der Fluss allerdings verschwindet. Auf diese Weise lässt sich thermische Isolation an einer Randfläche beschreiben.

4) Übergangsrandbedingung:

2.8
$$-k\vec{n}\nabla T = h(T_{Umgebung} - T)$$

h: Wärmeübergangswert, kann räumlich und zeitlich variabel sowie temperaturabhängig sein

Eine Übergangsrandbedingung liegt vor, wenn der Werkstoff mit einem umgebenden Material im Wärmeaustausch steht. Der Wärmeübergangswert h ist üblicherweise schwer vorherzusagen.

Abhängig von der optischen Eindringtiefe δ_{opt} existieren zwei verschiedene Möglichkeiten, wie die thermalisierte Energie des Laserstrahls in der Berechnung des Temperaturprofils repräsentiert wird. Generell kann die deponierte Energie über den Quellterm s in den Gleichungen **2.2** oder **2.4** repräsentiert werden.

In einer kleinen Schicht mit Dicke dz, die sich senkrecht zur Ausbreitungsrichtung des Laserstrahls von $z - dz/2$ bis $z + dz/2$ erstreckt, wird die folgende Intensität absorbiert

2.9
$$I_{abs}(x, y, z, t; dz) = \left(I\left(x, y, z - \frac{dz}{2}, t\right) - I\left(x, y, z + \frac{dz}{2}, t\right)\right).$$

$I_{abs}(x, y, z, t; dz)$: absorbierte Intensität

$I(x, y, z, t)$ ergibt sich dabei aus Gleichung **2.1**. Die Einheit von s in der Wärmeleitungsgleichung ist allerdings die einer Energiedichte, daher gilt [106]

2.10
$$s(x, y, z, t) = \frac{E(x, y, z, t; dz)}{dz} = \frac{I\left(x, y, z - \frac{dz}{2}, t\right) - I\left(x, y, z + \frac{dz}{2}, t\right)}{dz}.$$

Für den Fall, dass die optische Eindringtiefe sehr viel kleiner als das Werkstück ist und die Laserstrahlung in einer sehr dünnen Randschicht absorbiert wird, was bei Metallen der Fall ist, kann die Zufuhr der Energie als Neumann-Randbedingung

2.11
$$-k\vec{n}\nabla T = AI_0$$

berücksichtigt werden [77] und der Quellterm s in Gleichung **2.2** oder **2.4** entfällt. Während eine Wärmequelle entsprechend Gleichung **2.10** als Volumenwärmequelle bezeichnet wird, entspricht dies dann einer Oberflächenwärmequelle.

Lösungsmethoden für die Wärmeleitungsgleichung

Für die Wärmeleitungsgleichung in Form von Gleichungen **2.2** oder **2.4** und bei Angabe entsprechender Anfangs- und Randbedingungen existieren unter bestimmten Voraussetzungen analytische oder quasianalytische Lösungen. Ein in der Lasertechnik verwendeter Ansatz ist dabei die Methode der Greenschen Funktionen [89]. Diese bietet die Möglichkeit, ortsabhängige Wärmequellen wie in Gleichung **2.10** zu berücksichtigen.

Als Greensche Funktion wird die Lösung der Wärmeleitungsgleichung (hier Gleichung **2.4**) für eine Punktquelle in Raum und Zeit bezeichnet, d. h. die Lösung der Differenzialgleichung

2.12
$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} - k\,\Delta T = \vec{v}\rho c\,\nabla T + \delta(x - x', y - y', z - z', t - t').$$

δ: Diracsche Deltafunktion
x', y', z', t': Koordinaten der Punktquelle

Dabei werden die materialspezifischen Wärmeleitungseigenschaften ρ, c und k gemittelt und als temperaturunabhängig angenommen. Mit der Anfangsbedingung $T(t < t') = T_{Umgebung}$ und der Randbedingung $T(x \to \pm\infty, y \to \pm\infty, z \to \pm\infty) = T_{Umgebung}$ ist das Problem für ein als unendlich ausgedehnt angenommenes Volumen exakt lösbar und diese Lösung lautet [78]:

2.13
$$G(\vec{r}, \vec{r}', t, t') = \frac{1}{\left(\frac{4\pi k}{\rho c}(t - t')\right)^{\frac{3}{2}}} \exp\left(-\frac{\left(\vec{r} - \left(\vec{r}' + \vec{v}(t - t')\right)\right)^2}{\frac{4k}{\rho c}\,(t - t')}\right).$$

$G(x, x', y, y', z, z', t, t')$: Greensche Funktion für Punktquelle
$\vec{r} = (x, y, z)^T$
$\vec{r}' = (x', y', z')^T$

Da es sich bei Gleichung **2.12** um eine lineare Differenzialgleichung handelt, wird die Lösung für mehrere Quellen durch Faltung gemäß:

2.14
$$T(x, y, z, t) = \int_0^t dt' \int_{-\infty}^{\infty} dx' \int_{-\infty}^{\infty} dy' \int_{-\infty}^{\infty} dz'\, G(\vec{r}, \vec{r}', t, t')\,\frac{s(r', t')}{\rho c}$$

berechnet [31]. Diese Lösung wird dann angepasst, um ein Bauteil zu simulieren, welches sich lediglich über einen Halbraum erstreckt und dementsprechend eine Bearbeitungsoberfläche darstellt [78].

In vielen Fällen ist die Temperaturprofil-Berechnung über den Ansatz der Greenschen Funktionen aufwändig, ineffizient oder – wie für komplexe Bauteilgeometrien, bestimmte Randbedingungen oder temperaturabhängige Ma-

terialeigenschaften – undurchführbar. In diesem Fall muss die Wärmeleitungsgleichung **2.2** oder **2.4** mit Hilfe numerischer Methoden gelöst werden. Dazu bieten sich entweder Finite-Differenzen-Methoden (FDM) oder Finite-Elemente-Methoden (FEM) an.

Sowohl FDM als auch FEM basieren auf der Idee, die Lösung der Differenzialgleichung nur an einigen diskreten Punkten in Ort und Zeit zu berechnen und die Gesamtlösung dann über eine Interpolation zu approximieren.

Finite-Differenzen-Methode

In der Finite-Differenzen-Methode [111] wird eine quaderförmige Zielgeometrie durch ein äquidistantes Netz aus Knoten mit Schrittweiten Δx, Δy und Δz diskretisiert. Auf diesem Netz werden Ableitungen wie $\frac{\partial T}{\partial x}$ und $\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$ über den zugehörigen Differenzenquotienten [42] gemäß:

2.15
$$\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{T_{i+1,j,k} - T_{i,j,k}}{\Delta x}$$

$T_{i,j,k} = T(i \cdot \Delta x, j \cdot \Delta y, k \cdot \Delta z, t)$: Temperatur am Knoten (i, j, k) zur Zeit t

sowie

2.16
$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{T_{i+1,j,k} + T_{i-1,j,k} - 2T_{i,j,k}}{\Delta x^2}$$

angenähert. Alle ortsabhängigen Ableitungen in Gleichung **2.2** oder Gleichung **2.4** werden auf diese Weise approximiert. Darüber hinaus müssen die Randbedingungen berücksichtigt werden. Während für Netzknoten an den Randflächen, an denen eine Dirichlet-Randbedingung vorliegt, $T_{i,j,k} = T_0$ gewählt werden kann, muss für die anderen Randbedingungstypen die auftretende Ableitung ebenfalls entsprechend Gleichung **2.15** genähert werden.

Nach Berücksichtigung der Zeitabhängigkeit (siehe Gleichung **2.20** weiter unten) ergibt sich dann ein lineares Gleichungssystem, welches mit Standardverfahren zur Lösung von großen, dünnbesetzten Gleichungssystemen gelöst wird. Hierzu bietet sich beispielsweise das sogenannte BiCGStab-Verfahren an [86].

Finite-Elemente-Methode

Die Finite-Elemente-Methode, die hier in der Galerkin-Formulierung [119] angewendet werden soll, verfolgt einen grundlegend anderen Ansatz. In der sogenannten schwachen Formulierung wird die Wärmeleitungsgleichung (hier Gleichung **2.4** auf Grund der größeren Allgemeinheit) mit einer Testfunktion Ψ multipliziert und über das betrachtete Volumen V mit Rand Ω gemäß

2.17

$$\int_V \left(\rho c \frac{\partial T}{\partial t} - \nabla(k\nabla T) + \vec{v}\rho c\, \nabla T + s\right) \Psi\, dV = 0.$$

integriert. Einige der auftretenden Terme können mit Hilfe des Gaußschen Integralsatzes [55] umgeformt werden zu

2.18

$$\int_V \rho c \frac{\partial T}{\partial t} \Psi\, dV + \int_V \nabla\Psi\, k\, \nabla T\, dV - \int_\Omega \Psi A I_0\, d\Omega - \int_V \nabla\Psi\, \vec{v}\rho c\, T\, dV + \int_\Omega \Psi\ \vec{n}\cdot\vec{v}\, \rho c\, T\, d\Omega = \int_V \Psi s\, dV.$$

Nun wird das Volumen in kleine Elemente zerlegt und auf diesen Elementen eine Basis Ψ_i entwickelt. Diese setzt sich aus den Funktionen zusammen, die lediglich an einem der Netzknoten den Wert 1 und an allen anderen Netzknoten den Wert 0 aufweisen. Für den Verlauf der Basisfunktionen zwischen den Knoten existieren sehr verschiedene Ansätze; Beispiele für Basisfunktionen sind Polynome oder auch Splines [75].

Das örtliche und zeitliche Temperaturprofil kann dann in dieser Basis näherungsweise dargestellt werden als

2.19

$$T(x,y,z,t) \approx \sum_i T_i(t)\, \Psi_i.$$

Dabei ist $T_i(t)$ die (zeitabhängige) Temperatur am i-ten Knoten.

Einsetzen von Gleichung **2.19** in Gleichung **2.18**, wobei für Ψ in Gleichung **2.18** nacheinander alle Basisfunktionen Ψ_i verwendet werden, und Berücksichtigung der Zeitintegration ergibt ein Gleichungssystem für die T_i. Dieses kann ebenfalls mit den oben erwähnten Standard-Lösungsverfahren numerisch gelöst werden.

FE-Methoden sind im Vergleich zu FD-Methoden rechenintensiver und auch aufwändiger zu implementieren, bieten aber den Vorteil, dass das betrachtete Volumen bei der Finiten-Elemente-Methode auch örtlich ungleichmäßig diskretisiert werden kann. Damit wird auch die Berechnung von Temperaturprofilen für sehr komplexe Geometrien ermöglicht.

Gemeinsamkeiten weisen FDM und FEM bezüglich der Berücksichtigung der Zeitabhängigkeit (falls vorhanden) sowie der temperaturabhängigen Materialparameter auf.

Zur Berücksichtigung der Zeitabhängigkeit bietet sich beispielsweise das Crank-Nicolson-Verfahren an [23]. In diesem wird das zu untersuchende Zeitintervall in äquidistante Zeitschritte unterteilt und die Temperatur für jeden dieser Zeitschritte aus dem Ergebnis des vorherigen Zeitschritts berechnet. Dazu wird die folgende Diskretisierung für die Zeit angewendet:

2.20

$$\frac{\partial T}{\partial t} \approx \frac{T^{m+1} - T^m}{\Delta t} = \frac{1}{2}\left(H(t^{m+1}, T^{m+1}) - H(t^m, T^m)\right).$$

$H(t^m, T^m) = \frac{1}{\rho(T^m)c(T^m)}\left[\nabla(k(T^m)\nabla T^m(t^m) - \vec{v}\,\rho(T^m)c(T^m)\nabla T^m(t^m) + s(t^m)\right.$
t^m: Zeit beim m-ten Zeitschritt
$T^m = T(x, y, z, t^m)$: Temperaturprofil beim m-ten Zeitschritt
Δt: Zeitschrittweite

Darüber hinaus kann in beiden Methoden die Temperaturabhängigkeit der Materialdaten in ähnlicher Weise über eine iterative Methode [73] berücksichtigt werden. Dazu wird entsprechend Bild 2.1 verfahren.

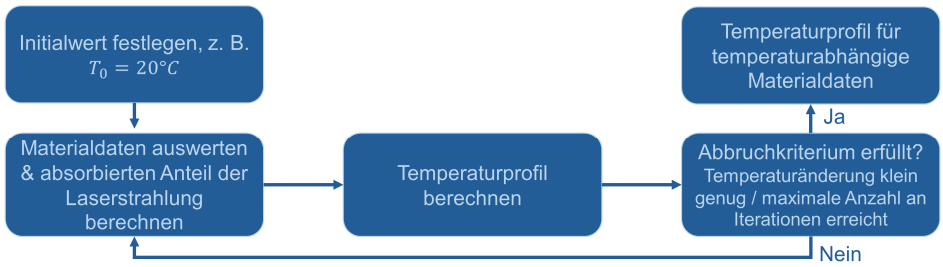


Bild 2.1: Ablaufdiagramm zur Lösung des direkten Wärmeleitungsproblems bei Vorhandensein temperaturabhängiger Materialdaten

Im ersten Schritt werden die Materialdaten für die notwendigen Punkte bei der Umgebungstemperatur ausgewertet, der absorbierte Anteil der Strahlung abgeleitet und das entsprechende Temperaturprofil berechnet. Anschließend werden die thermophysikalischen und optischen Materialdaten für diese Punkte entsprechend dem Ergebnis angepasst und der absorbierte Anteil der Laserstrahlung neu berechnet, sodass das Temperaturprofil erneut ermittelt werden kann. Dies wird wiederholt, bis die Änderung in den Materialdaten für den nächsten Schritt klein genug ist und sich das Temperaturprofil nicht mehr wesentlich ändert.

2.1.3 Das inverse Wärmeleitungsproblem als schlecht gestelltes Problem

Die obigen numerischen Ansätze werden im Stand der Technik angewendet, um das Temperaturprofil zu berechnen, das sich für eine laserbasierte Werkstoffbearbeitung im Material ausbildet. Voraussetzung dafür ist, dass die Intensitätsverteilung des Laserstrahls bekannt ist. Dies bezeichnet man als das *direkte* Wärmeleitungsproblem (siehe Bild 2.2).

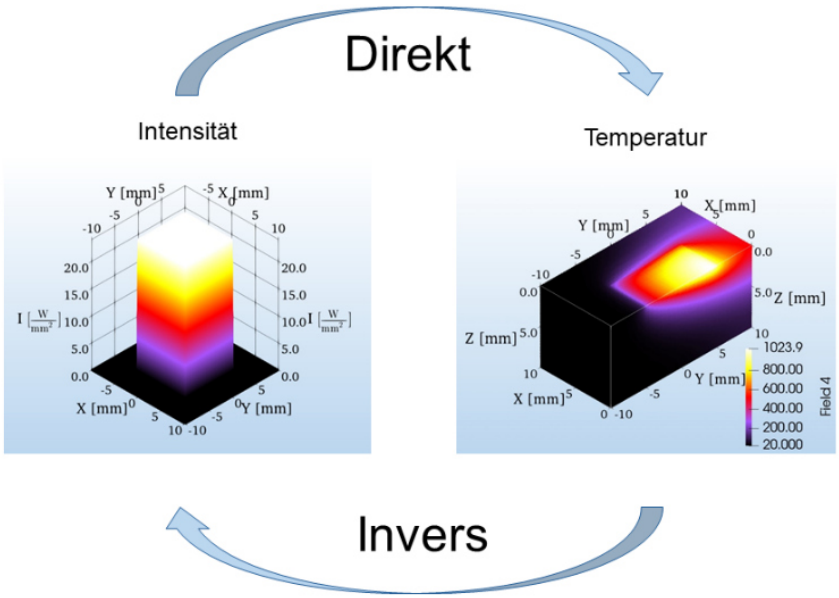


Bild 2.2: Unterscheidung direktes und inverses Wärmeleitungsproblem: Beim direkten Wärmeleitungsproblem wird ausgehend von einer bekannten Wärmequelle das Temperaturprofil berechnet. Beim inversen Wärmeleitungsproblem soll von der Vorgabe der Temperatur an einigen Orten auf die zugehörige Wärmequelle zurückgeschlossen werden.

Soll nun umgekehrt aus der Kenntnis der Temperatur an einer oder mehreren Orten im Werkstück auf die zugehörige Intensitätsverteilung zurückgeschlossen werden, muss das *inverse* Wärmeleitungsproblem gelöst werden [7]. Die Lösung dieses Problems ist ungleich anspruchsvoller als die Lösung des direkten Wärmeleitungsproblems. Dies liegt darin begründet, dass das inverse Wärmeleitungsproblem schlecht gestellt ist [3]. Nach Hadamard [39] gilt ein Problem als korrekt gestellt, wenn die folgenden Eigenschaften erfüllt sind:

1) Das Problem hat eine Lösung.

2) Die Lösung des Problems ist eindeutig.

3) Die Lösung des Problems hängt stetig von den Eingangsdaten ab.

Die letzte Forderung bedeutet dabei, dass sich die Lösung – d.h. die berechnete Intensitätsverteilung – nur geringfügig ändert, wenn sich die Eingabedaten – d.h. die gemessene / vorgegebene Temperatur – nur geringfügig ändern. Während die Lösbarkeit und die Eindeutigkeit der Lösung für das inverse Wärmeleitungsproblem gegeben ist, konnte gezeigt werden, dass eben jene Stetigkeit nicht erfüllt werden kann [3].

Anschaulich betrachtet wird beim inversen Wärmeleitungsproblem von der Wirkung auf die Ursache geschlossen [82]. Dabei ist es von Nachteil, dass bei der Wärmeleitung der Energietransport diffusiv ist. Das bedeutet insbesondere, dass scharfe Kanten im Temperaturprofil nach einiger Zeit verschmiert werden. Daher ist es herausfordernd, aus der Kenntnis der Temperatur zu einem späteren Zeitpunkt auf das anfängliche Temperaturprofil zurückzuschließen. Analoge Überlegungen gelten auch, wenn aus der Kenntnis der Temperatur auf der Rückseite oder im Inneren eines Bauteils auf die Temperatur auf der Vorderseite geschlossen werden soll.

2.1.4 Lösungsansätze für das inverse Wärmeleitungsproblem

Unter der Annahme, dass das gemessene oder vorgegebene Temperaturprofil an N diskreten Orten im Bauteil gegeben ist, basieren die meisten Lösungsalgorithmen für das inverse Wärmeleitungsproblem auf der Minimierung der Summe der Fehlerquadrate [96]

2.21

$$S = \sum_{l=0}^{N-1} (Y_l - T_l)^2.$$

S: Summe der Fehlerquadrate
$Y_l = Y(x_l y_l, z_l, t_l)$: am Ort x_l, y_l, z_l zur Zeit t_l vorgegebene Temperatur
$T_l = T(x_l, y_l, z_l, t_l)$: am Ort x_l, y_l, z_l zur Zeit t_l vorliegende Temperatur

Ein erster Ansatz wäre, numerische Standard-Optimierungsalgorithmen wie z. B. das Quasi-Newton-Verfahren [69] oder das Levenberg-Marquard-Verfahren [36] auf dieses Minimierungsproblem anzuwenden. Allerdings führt hierbei die Tatsache, dass das inverse Wärmeleitungsproblem schlecht gestellt ist, dazu, dass die Lösung – d. h. die Intensitätsverteilung – zu sehr an die Fehler im vorgegebenen Temperaturprofil angepasst werden. Dies führt zu Oszillationen in der resultierenden Intensitätsverteilung, die unphysikalisch sind [21]. Daher sind spezielle *Regularisierungsalgorithmen* [29] entwickelt worden, die eine Glättung der Lösung bewirken. Der Grad der Glättung kann dabei über einen Regularisierungsparameter festgelegt werden.

In der Literatur sind zwei Kriterien bekannt, um zu bewerten, ob die Lösung hinreichend glatt oder zu sehr an die Fehler der Eingabedaten angepasst ist. Zum einen ist dies das sogenannte Diskrepanz-Prinzip [87]. Falls die Fehler auf die Temperaturdaten bekannt sind und der Fehler mit einer Größe ϵ abgeschätzt werden kann, wird angenommen, dass die genaueste Lösung vorliegt, wenn für S

2.22

$$S \approx \epsilon^2$$

gilt. Sind die Fehler auf die vorgegebenen Temperaturdaten jedoch unbekannt, kann die Qualität der Lösung an Hand der L-Curve-Methode [43] abgeschätzt werden. Diese Methode basiert darauf, dass die Wertebereiche des Regularisierungsparameters, in denen die Lösung nicht ausreichend bzw. zu sehr an die Temperaturdaten angepasst ist, klar voneinander abgegrenzt werden können. Wird nämlich $I^2 = \left||I|\right|^2 = \sum_i I_i^2$ gegen S für verschiedene Werte des Regularisierungsparameters aufgetragen, ergibt sich ein für dieses Problem charakteristischer Verlauf (siehe Bild 2.3). Die Kurve, die dem Buchstaben „L" ähnelt (daher L-Curve), hat zwei klar unterscheidbare Arme, die jeweils entweder einer zu starken Glättung oder einer zu starken Anpassung an die Fehler entsprechen. Eine Lösung, die weder zu stark geglättet noch zu stark angepasst ist, ergibt sich demnach für einen Parameter, der eine Regularisierung beschreibt, die in etwa in dem Knick liegt.

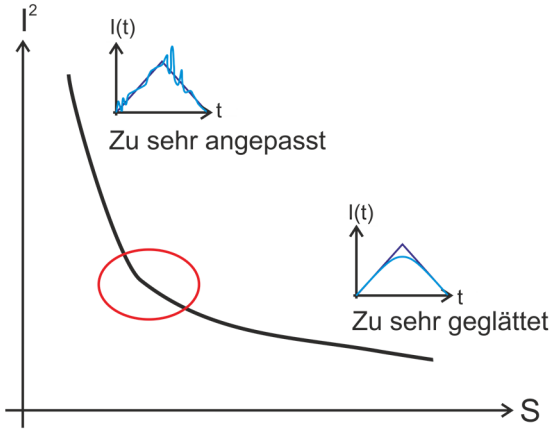


Bild 2.3
L-curve: Ein geeigneter Regularisierungsparameter liegt innerhalb des roten Kreises vor

Im Folgenden werden einige Lösungsalgorithmen für das allgemeine inverse Wärmeleitungsproblem vorgestellt. Der Einfachheit halber soll hier die eindimensionale Wärmeleitungsgleichung mit konstanten Materialparametern betrachtet und ein Wärmeleitungsproblem angenommen werden, wie es in Bild 2.4 gezeigt ist. Ein dünner Stab wird von links mit einem zeitlich veränderlichen, örtlich homogenen Energiefluss durch die Oberfläche erwärmt und rechts auf 20 °C abgekühlt. Ohne Einschränkung der Allgemeinheit kann dabei angenommen werden, dass der Energiefluss durch eine Laserstrahlquelle erzeugt wird, deren Energie an der Materialoberfläche absorbiert wird und über eine Neumann-Randbedingung gemäß Gleichung **2.11** beschrieben werden kann.

An der Position x_0 wird zu diskreten Zeiten t_i die Temperatur $Y(t_i)$ gemessen, mittels derer auf die zeitlich veränderliche Intensitätsverteilung geschlossen werden soll.

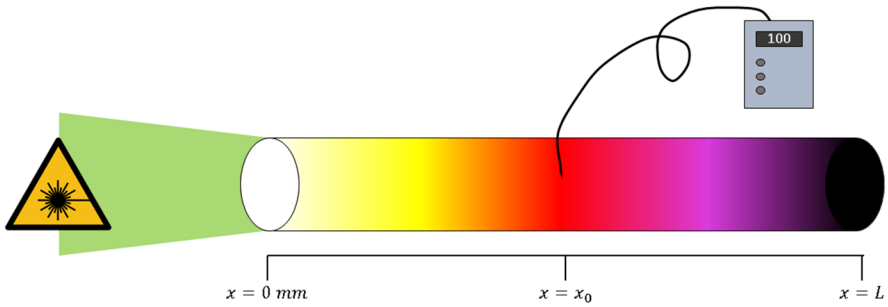


Bild 2.4
Beispiel inverses Wärmeleitungsproblem für einen dünnen Stab

Die Wärmeleitungsgleichung für diesen Fall lautet

2.23

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} - k \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = 0$$

mit den Randbedingungen $T(x = L) = 20\,°C$ und $-k \frac{\partial T}{\partial t}\Big|_{x=0} = I(t)$, wobei $I(t)$ die gesuchte Intensitätsverteilung, d. h. der gesuchte Energiefluss, ist. Es

soll zudem die Anfangsbedingung $T(t=0) = 20\,°C$ gelten. Da $I(t)$ im Allgemeinen nicht durch analytische Funktionen beschrieben werden kann, wird hier eine diskretisierte Approximation durchgeführt, d. h. $I(t) \approx I(t_m)$ mit $t_m = m \cdot \Delta t,\ m = 0 \ldots M-1$.

Randbedingungsansatz

Wird die Temperatur an der Oberfläche bei $x = 0$ gemessen, lässt sich das ursprüngliche Temperaturprofil rekonstruieren, indem die Neumann-Randbedingung für $x = 0$ ersetzt wird durch die Dirichlet-Randbedingung $T(x=0,t) = \hat{Y}(t)$. Dabei interpoliert $\hat{Y}(t)$ die Messwerte zwischen den einzelnen $Y(t_i)$. Die gesuchte Intensitätsverteilung kann dann mittels Gleichung **2.6** aus den Temperaturdaten berechnet werden [7]. Eine Regularisierung erfolgt bei diesem Ansatz jedoch nicht.

Neben der Einfachheit der Lösung hat dieser Algorithmus zusätzlich den Vorteil, dass nur ein einziges direktes Wärmeleitungsproblem gelöst werden muss, um eine Lösung für das inverse Wärmeleitungsproblem zu finden. Damit lässt sich die Lösung in diesem Fall vergleichsweise schnell durchführen.

Tikhonov-Regularisierung

Ein einfacher Ansatz für eine geglättete Lösung ist eine Regularisierung mittels der Tikhonov-Methode [97]. Diese basiert darauf, dass die Beträge der Werte der diskretisierten Intensitätsverteilung oder deren Abweichung untereinander nicht zu groß werden dürfen. Daher werden auf die Summe der Fehlerquadrate Strafterme addiert, die diese Oszillationen unterdrücken:

2.24

$$\tilde{S} = \sum_{l=0}^{N-1} \left(Y_l - T(t_l)\right)^2 + \alpha_0 \sum_{m=0}^{M-1} I(t_m)^2 + \alpha_1 \sum_{m=0}^{M-1} \left(I(t_m) - I(t_{m-1})\right)^2 + \alpha_2 \sum_{m=0}^{M-1} \left(I(t_{m-1}) + I(t_{m+1}) - 2\,I(t_m)\right)^2 + \cdots.$$

α_i: Regularisierungsparameter der i-ten Ordnung

Diese angepasste Summe wird dann mit Standard-Optimierungsalgorithmen minimiert. Dabei wird im Normalfall entweder $\alpha_0 > 0$ (Regularisierung 0. Ordnung), $\alpha_1 > 0$ (Regularisierung 1. Ordnung) oder $\alpha_2 > 0$ (Regularisierung 2. Ordnung) gewählt, wobei der Wert für den entsprechenden Regularisierungsparameter aus einem Plot der L-Curve extrahiert werden kann.

Standard-Optimierungsalgorithmen benötigen dabei üblicherweise Kenntnis des Gradienten von $\tilde{S}$

2.25

$$\left(\nabla\tilde{S}\right)_i = \frac{\partial\tilde{S}}{\partial I(t_i)}.$$

Dieser wird üblicherweise numerisch über einen Differenzenquotienten angenähert (analog zu Gleichung **2.15**), der die Änderungen in $\tilde{S}$ angibt, wenn $I(t_i)$ leicht verändert wird. Dazu muss für jeden Eintrag eine Lösung des direkten Wärmeleitungsproblems berechnet werden, sodass für die Bestimmung des Gradienten M direkte Wärmeleitungsprobleme gelöst werden müssen. Darüber hinaus sind Standard-Optimierungsalgorithmen üblicherweise iterative Verfahren, für die der Gradient mehrfach – in jeder Iteration – bestimmt werden muss. Insgesamt ergibt sich für die Anzahl an benötigten Lösungen für das direkte Wärmeleitungsproblem also $N_{direkt} \approx N_{Iterationen} \cdot M$. Da die Lösung des direkten Wärmeleitungsproblems über FEM oder FDM rechenaufwendig ist, führt dies zu einer langen Laufzeit für die Lösung des inversen Wärmeleitungsproblems über eine Tikhonov-Regularisierung.

Function Specification Methode

Die Function Specification Methode [8] basiert auf der Annahme, dass die Intensitätsverteilung zum Zeitpunkt t_m nur Einfluss auf die Temperaturen Y_l hat, die innerhalb kurzer Zeit nach t_m gemessen werden. Daher wird für die Bestimmung des Wertes $I(t_m)$ die Summe der Fehlerquadrate eingeschränkt gemäß

2.26

$$\tilde{S}_m = \sum_{l=m}^{m+r} (Y_l - T_l)^2.$$

Dabei wird in dem Zeitrahmen $t = t_m$ bis $t = t_{m+r}$ eine funktionale Form für $I(t)$ angenommen. T_l kann dann über eine Taylor-Entwicklung genähert werden, also

2.27

$$T_l = T_l|_{I=I_{i-1}} + \frac{\partial T_l}{\partial I(t_m)}\big(I(t_m) - I(t_{m-1})\big).$$

Einsetzen von Gleichung **2.27** in Gleichung **2.26** und die Bedingung $\nabla\widetilde{S_l} = 0$, die erfüllt werden muss, damit $\tilde{S}_m$ minimiert wird, ergeben unter Vernachlässigung von Termen höherer Ordnungen die gesuchte Intensität

2.28

$$I(t_m) = I(t_{m-1}) + \frac{\sum_l \big(Y_l - T_l|_{I=I_{m-1}}\big)\frac{\partial T_l}{\partial I(t_m)}}{\sum_l \left(\frac{\partial T_l}{\partial I(t_m)}\right)^2}.$$

In dieser Methode ist r der Regularisierungsparameter. Je mehr Zeitschritte in die Summe in Gleichung **2.26** einbezogen werden, desto glatter wird die Lösung. Somit wird über mehr T_l gemittelt, sodass der Einfluss des Fehlers eines einzelnen Wertes geringer wird.

Wie in der Tikhonov-Regularisierung müssen auch hier rechenintensive Ableitungen wie

2.29
$$\frac{\partial T_l}{\partial I(t_i)}$$

berechnet werden. Weiterhin setzt diese Methode voraus, dass die Werte der Intensitätsverteilung sequenziell (in zeitlicher Reihenfolge) bestimmt werden. Daher ist sie nur mit Modifikationen anwendbar, wenn mehrere Werte für den gleichen Zeitschritt berechnet werden sollen [19] (z. B. bei einer örtlichen Variation der Intensitätsverteilung).

Methode der konjugierten Gradienten mit adjungiertem Problem

Deutlich aufwändiger als die bisher vorgestellten Lösungsmethoden für das inverse Wärmeleitungsproblem ist die Methode des konjugierten Gradienten mit adjungiertem Problem [3][72]. Dieser Ansatz bietet allerdings den Vorteil, dass keine Ableitungen wie in Gleichung **2.25** oder Gleichung **2.29** über einen Differentialquotienten berechnet werden müssen.

Bei der Methode des konjugierten Gradienten wird S iterativ minimiert, wobei die Intensitätsverteilung in jeder Iteration gemäß der Anweisung

2.30
$$I^n = I^{n-1} - \beta^n d^n$$

β^n: Schrittweite der n-ten Iteration
d^n: Updaterichtung

angepasst wird. Die Richtung des Updates d^n ist dabei gegeben durch eine Konjugation der vorherigen Schrittrichtung und der Richtung des Gradienten von S, d.h.

2.31
$$d^n = \nabla S + \gamma^n d^{n-1}.$$

γ^n: Konjugationskoeffizient

Um die Unbekannten ∇S, β^n und γ^n zu bestimmen, werden nun zwei weitere Probleme, nämlich das Sensitivitätsproblem und das adjungierte Problem, definiert.

Mit Hilfe des Sensitivitätsproblems wird bestimmt, welchen Einfluss eine kleine Änderung in der Intensitätsverteilung $\Delta I = \Delta I(t)$ auf das Temperaturprofil hat. Sei $\Delta T = \Delta T(x,t)$ die Änderung des Temperaturprofils bei einer Änderung der Intensitätsverteilung um ΔI. Durch Subtraktion der Wärmeleitungsgleichungen für T und $T + \Delta T$ sowie der entsprechenden Rand- und Anfangsbedingungen ergibt sich

2.32

$$\rho c \frac{\partial(\Delta T)}{\partial t} - k \frac{\partial^2(\Delta T)}{\partial x^2} = 0$$

mit den Randbedingungen $\Delta T(x = L) = 0\,°C$ sowie $-k \frac{\partial(\Delta T)}{\partial x}\Big|_{x=0} = \Delta I(t)$ und der Anfangsbedingung $\Delta T(t = 0) = 0\,°C$.

Mithilfe von Gleichung **2.32** kann das sogenannte adjungierte Problem zur effizienten Berechnung von ∇S hergeleitet werden. Dazu wird das Minimierungsproblem für S unter Einhaltung der Wärmeleitungsgleichung **2.23** mithilfe eines Lagrange-Multiplikators [32] umformuliert. Die Summe der Fehlerquadrate wird dazu angepasst gemäß

2.33

$$\tilde{S} = \sum_l (Y_l - T_l)^2 + \int_x \int_t \lambda(x,t) \left(\rho c \frac{\partial T}{\partial x} - k \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \right) dt\, dx.$$

$\lambda(x,t)$: Lagrange-Multiplikator

Ziel ist, die Änderung in $\tilde{S}$ zu bestimmen, die sich durch die Änderung ΔI ergibt. Über eine längere Rechnung (siehe [72]) kann das adjungierte Problem zur Bestimmung von $\lambda(x,t)$ hergeleitet werden. Es ergibt sich

2.34

$$\rho c \frac{\partial \lambda}{\partial t} + k \frac{\partial^2 \lambda}{\partial x^2} = -2 \sum_l (Y_l - T_l) \delta(x - x_l) \delta(t - t_l)$$

mit den Randbedingungen $-\vec{n} k \nabla \lambda = 0$ bzw. $\lambda = 0$ und der zeitlichen Bedingung $T\left(t = t_f\right) = 0\,°C$. Letztere kann umgangen werden, indem das adjungierte Problem in inverser Zeit $\tau = t_f - t$ gelöst und die Lösung dann in der Zeit invertiert wird.

Nun kann die Abweichung $\Delta\tilde{S}$, die durch eine Änderung ΔI hervorgerufen wird, evaluiert werden. Mit der Kenntnis von $\lambda(x,t)$ ergibt sich [72]

2.35

$$\Delta\tilde{S} = \int_t k\, \lambda(0,t) \Delta I\, dt = \int_t k\, \lambda(0,t) dt \sum_m \Delta I_m.$$

Da außerdem

2.36

$$\Delta\tilde{S}(\Delta I) = \sum_m (\nabla S)_m \Delta I_m$$

gilt, ergibt sich durch Vergleich

2.37

$$(\nabla S)_m = \int_t k\, \lambda(0,t)\, dt.$$

Mit der Kenntnis von ΔT und ∇S kann ein Standard-Berechnungsverfahren für γ^n benutzt werden [76]:

2.38

$$\gamma^n = \frac{\sum_m \left(\left(\nabla S(I^n) \right)_m \left(\nabla S(I^n) - \nabla S(I^{n-1}) \right)_m \right)}{\sum_m \left(\nabla S(I^{n-1}) \right)_m^2}.$$

Die Schrittweite β^n ist darüber hinaus mit

2.39

$$\beta^n = \frac{\sum_m (T_m - Y_m) \Delta T_m}{\sum_m \Delta T_m}.$$

so gewählt, dass S minimal wird. Um das inverse Wärmeleitungsproblem mit der Methode der konjugierten Gradienten mit adjungiertem Problem zu lösen, müssen zusammenfassend die in Bild 2.5 gezeigten Schritte durchgeführt werden.

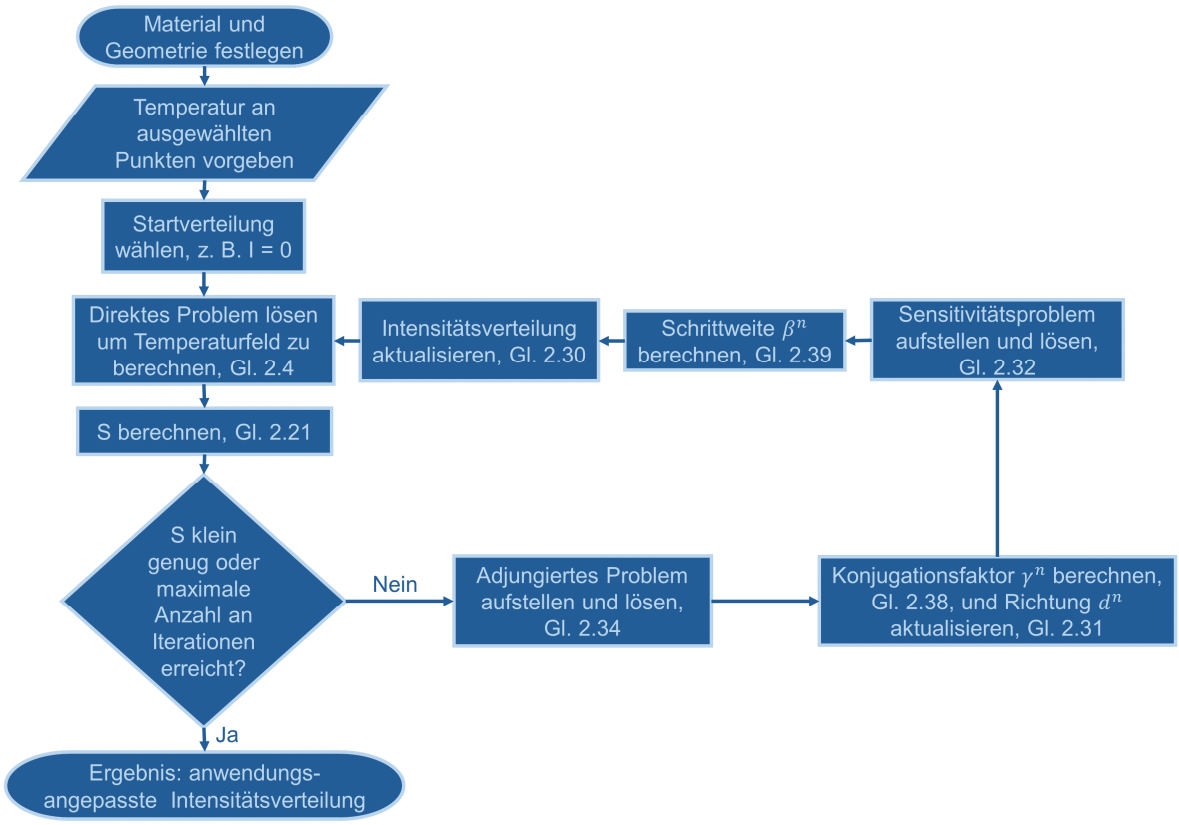


Bild 2.5
Lösungsalgorithmus für das inverse Wärmeleitungsproblem unter Verwendung der Methode der konjugierten Gradienten

Der Vorteil dieser Methode ist, dass in jeder Iteration nur drei partielle Differentialgleichungen (Gleichung **2.23**, Gleichung **2.32** und Gleichung **2.34**) gelöst werden müssen. Da sich das direkte, das adjungierte und das Sensitivitätsproblem ähneln, sind vergleichbare Lösungsmethoden, die auf FEM oder FDM basieren, anwendbar.

Je mehr Iterationen in dieser Methode durchgeführt werden, desto genauer wird die Intensitätsverteilung an die Messwerte angepasst. Für eine hohe Anzahl ergibt sich damit eine zu hohe Anpassung an die Fehler, sodass die Regularisierung der Lösung über eine Begrenzung der Anzahl an Iterationen ermöglicht wird.

Bisherige Lösungsansätze in der Lasertechnik

Alle Arbeiten, die sich bisher mit inversen Wärmeleitungsproblemen in der Lasertechnik beschäftigten, können grob in zwei Kategorien eingeordnet werden.

Von Zhou et. al. [117][118] wurden Rechnungen durchgeführt, um aus Messungen der Temperatur an der Rückseite eines mit einem Laserstrahl bestrahlten Bleches auf die vorliegende Intensitätsverteilung zurückzuschließen. Dabei wird die Wärmeleitungsgleichung in Form von Gleichung **2.2** verwendet, wobei temperaturabhängige Materialdaten sowie nichtlineare Randbedingungen berücksichtigt werden. Der Wärmeeintrag wird dabei als Oberflächenquelle beschrieben und das sich ergebende inverse Wärmeleitungsproblem mit Hilfe der Methode des konjugierten Gradienten mit adjungiertem Problem gelöst. Ähnliche Arbeiten unter Verwendung verschiedener der oben erwähnten Lösungsalgorithmen sind durchgeführt worden, um aus Messungen der Temperatur auf Materialgrößen wie Wärmeleitfähigkeit oder Absorptionsgrad oder auf Prozessparameter wie die Vorschubgeschwindigkeit schließen zu können [53].

An der Universität Stuttgart wurden andererseits bereits in den 1980er Jahren Intensitätsverteilungen berechnet, welche eine optimale Bearbeitungsqualität durch Induzierung vorgeschriebener Temperaturprofile versprechen. Dabei wurde das Problem von Dieter Burger [18] und Wolfgang Bloehs [11] auf zwei unterschiedliche Arten gelöst.

Dieter Burger [18] geht in seinem Ansatz zur Lösung des inversen Wärmeleitungsproblems von der Lösung des direkten Problems mit Hilfe der Methode der Greenschen Funktionen aus. Er leitet dazu eine Formel für das quasistationäre Temperaturprofil her, das von einer Intensitätsverteilung erzeugt wird, die durch mehrere diskrete, homogene Rechtecke angenähert wird. Demnach ergibt sich aus dem Superpositionsprinzip

2.40

$$T(x,y,z,t=0,\vec{v}) = \sum_i q_i k_i(x,y,z,\vec{v})$$

q_i: Wert der gesuchten Intensitätsverteilung für das Rechteck i

wobei k_i die Lösung der Wärmeleitungsgleichung für eine rechteckige Intensitätsverteilung ist. Einsetzen von Gleichung **2.40** in Gleichung **2.21** ergibt

2.41

$$S = \sum_l \left(Y_l - \sum_i k_{il} q_i \right)^2 .$$

Die Werte q_i für die gesuchte Intensitätsverteilung können dann aus der Forderung $\frac{\partial S}{\partial q_i} = 0$ abgeleitet werden, was letztendlich in einem linearen Gleichungssystem resultiert, welches gelöst werden kann.

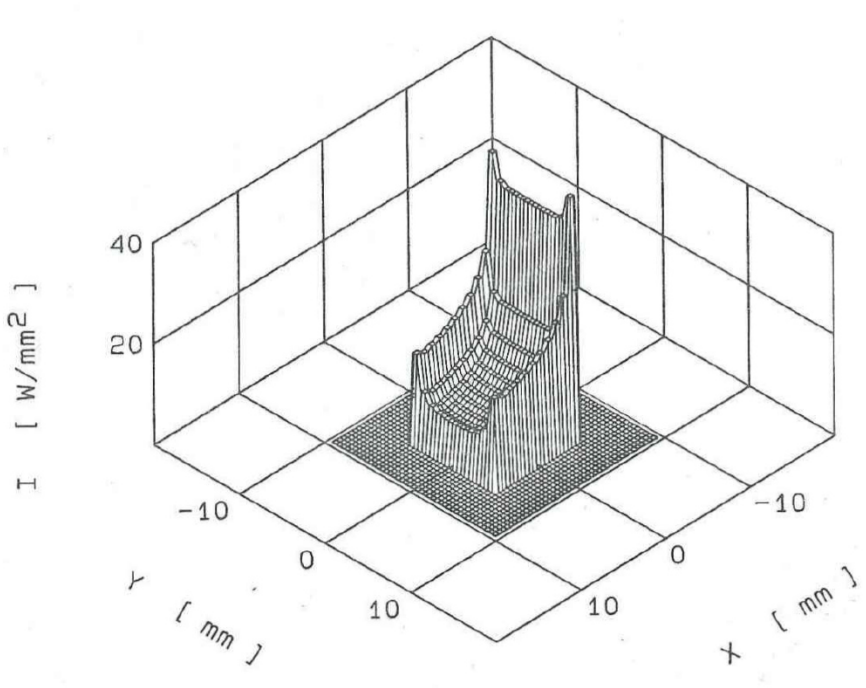


Bild 2.6: Von Dieter Burger hergeleitete anwendungsangepasste Intensitätsverteilung für das Laserhärten. Bild entnommen aus [18].

Mit diesem Ansatz leitet Burger eine anwendungsangepasste Intensitätsverteilung für das Laserhärten her (siehe Bild 2.6). Diese Intensitätsverteilung erzeugt ein homogenes Temperaturprofil von 1 450 °C im bestrahlten Bereich auf der Oberfläche des zu bearbeitenden Stahls für eine Vorschubgeschwindigkeit von $10\ mm\ /\ s$.

Allerdings ist Burgers Methode sehr limitiert, da wegen der Verwendung der Greenschen Funktionen mehrere Einschränkungen vorliegen:

- Es können keine komplexen Bauteile berücksichtigt werden.
- Die Temperaturabhängigkeit von Materialeigenschaften muss vernachlässigt werden. Es wird lediglich ein gemittelter Wert angenommen.
- Es ist nicht möglich, komplexe Kombinationen von Randbedingungen anzuwenden.
- Es kann keine Volumenabsorption berücksichtigt werden.

- Es findet keine Regularisierung der Lösung statt.

Die Ansätze von Burger wurden anschließend von Wolfgang Bloehs [11] weiterentwickelt, der – ebenfalls für das Laserhärten – anwendungsangepasste Intensitätsverteilungen auch für komplexe Bauteile und temperaturabhängige Materialdaten herleitet. Dabei geht er von der von Burger hergeleiteten Intensitätsverteilung aus und passt sie dem Bauteil entsprechend manuell an. Er führt Experimente mit der Ausgangsverteilung nach Burger durch und misst mit Hilfe von Thermografie-Messungen die resultierende Temperatur. Anhand der Messergebnisse wird die Intensitätsverteilung dann modifiziert und die angepasste Intensitätsverteilung experimentell validiert.

Ähnliche Ergebnisse wie die von Dieter Burger erzielte etwa 10 Jahre später G. R. B. E. Römer [84]. Wie Burger geht dieser davon aus, dass das Temperaturfeld mittels Greenschen Funktionen berechnet wird, wobei die Annahmen einer ebenen Geometrie, temperaturunabhängiger Materialdaten, quasistationärer Verteilung und Oberflächenabsorption ebenfalls getroffen werden. Er vereinfacht dann ebenfalls Gleichung **2.14** für stationäre Verteilungen und interpretiert das Ergebnis als Faltung der absorbierten Intensität mit der zeitunabhängigen Komponente der Greenschen Funktionen. Unter Verwendung der zweidimensionalen Fouriertransformation erhält er einen mathematischen Ausdruck für die Intensität

2.42

$$I(x,y) = \frac{1}{A} \cdot F^{-1}\left\{\frac{F\{T(x,y,z)\}}{F\{W(x-x',y-y',z)\}}\right\}$$

F: Fouriertransformation
F^{-1}: Inverse Fouriertransformation
$W(x-x',y-y',z)$: Zeitunabhängige Komponente der Greensche Funktion für eine Oberflächen-Wärmequelle am Ort (x', y', 0)

Auf diese Weise berechnet er analog zu Burger die Intensitätsverteilung, die zur Realisierung eines homogenen Temperaturprofiles benötigt wird, und erhält ein mit Bild 2.6 vergleichbares Ergebnis.

Ein weiterer Ansatz zur Lösung des inversen Wärmeleitungsproblems zur anwendungsangepassten Strahlformung aus dem Jahr 2016 findet sich in [68]. Dort wird für metallische Werkstoffe das Problem mittels einer Tikhonov-Regularisierung gelöst. Allerdings fehlen in der Veröffentlichung Details zur genauen Vorgehensweise sowie zur berechneten Intensitätsverteilung, sodass ein weitergehender Vergleich mit obigen Ergebnissen nicht gezogen werden kann.

In [108] wird schließlich spezifisch für das Tapelegen eine analytische Methodik beschrieben, bei der lediglich die eindimensionale Wärmeleitung in das Tape sowie konstante Materialparameter berücksichtigt werden und deren Ergebnisse sich mit den vorherigen decken. Obwohl die getroffenen Annahmen für das Tapelegen valide sind, kann die Methodik auf Grund der komplexeren Wärmeleitung nicht auf andere Verfahren übertragen werden.

2.1.5 Weitere anwendungsangepasste Intensitätsverteilungen

Im Stand der Technik wird darüber hinaus über weitere Strategien zur anwendungsangepassten Strahlformung berichtet. Eine Lösung eines inversen Wärmeleitungsproblems mit einer gezielten Einstellung eines Temperaturprofils wird bei diesen Ansätzen allerdings nicht verfolgt.

Bereits in Bild 1.1 in Kapitel 1 wird die Tophat-Intensitätsverteilung [27] vorgestellt, die eine homogene Intensitätsverteilung repräsentiert. Sie dient als erster Schritt in Richtung einer gleichmäßigen Temperaturverteilung.

Für das Laserstrahlschweißen von Kunststoffen ist die sogenannte M-shape-Verteilung [2] aus geometrischen Überlegungen hergeleitet worden, die einen möglichst homogenen Energieeintrag senkrecht zur Vorschubrichtung gewährleisten soll. Dabei handelt es sich um eine ringförmige Intensitätsverteilung, bei der keine Anpassung in Vorschubrichtung vorgenommen wird.

2.2 Strahlformung mittels Freiformoptiken

In seiner Arbeit benutzt Dieter Burger das sogenannte „Strahlwedeln" mittels Oszillatoroptiken, bei dem zwei Spiegel zeitlich variabel um senkrecht zueinander ausgerichtete Achsen abgelenkt werden. Die Ablenkung erfolgt dabei so, dass die Energiedeposition des abgelenkten Strahls im zeitlichen Mittel der gewünschten Intensitätsverteilung entspricht [22][85].

Gegenwärtig sind nur wenige alternative Strahlformungsstrategien bekannt, die es ermöglichen, Intensitätsverteilungen wie die von Dieter Burger berechnete zu erzeugen. Neben der Verwendung von diffraktiven optischen Elementen (DOEs) [57] oder Mikrolinsenarrays [27], mit denen eine gewisse örtliche Modulation der Intensitätsverteilung möglich ist, bieten sogenannte Freiformoptiken diese Möglichkeit. Im Gegensatz zu sphärischen oder asphärischen Optiken, bei denen nur bis zu ~10 Design-Freiheitsgrade angepasst werden, haben Freiformoptiken im Prinzip beliebig viele Freiheitsgrade und weisen somit viel mehr Designmöglichkeiten auf [17].

Die Funktionsweise von Freiformoptiken basiert auf dem Konzept der nichtabbildenden Optik [20]. Ziel ist es dabei nicht, ein möglichst genaues Abbild eines Gegenstandes zu erstellen, sondern Energie in Form von Licht gezielt umzuverteilen (siehe Bild 2.7). Auf diese Weise kann eine festgelegte Intensitätsverteilung auf einer Zielfläche näherungsweise erzeugt werden.

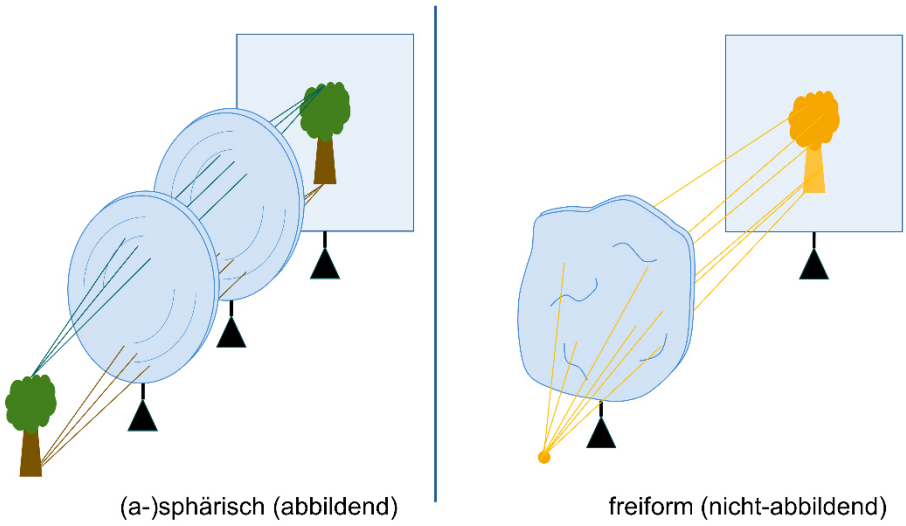


Bild 2.7: Funktion einer Freiformoptik. Während sphärische oder asphärische Optiken hauptsächlich dazu eingesetzt werden, Objekte genau abzubilden, können Freiformoptiken auch dazu benutzt werden, das Licht einer herkömmlichen Lichtquelle gezielt umzuverteilen. Es wird kein abzubildendes Objekt benötigt.

Derzeit werden Freiformoptiken im Wesentlichen in der Beleuchtungstechnik, z. B. in Autoscheinwerfern, in Straßenlampen oder in der Architektur eingesetzt [59][9][24]. Auch in der Lasertechnik gibt es bereits erste Ansätze der Strahlformung mittels Freiformoptiken [30][70].

Die Auslegung von Freiformoptiken erfolgt in der Regel im Rahmen der geometrischen Optik, also in strahlenoptischer Betrachtungsweise. Die meisten aktuellen Designalgorithmen gehen dabei davon aus, dass das Licht entweder von einer Punktquelle emittiert wird oder dass es sich um perfekt kollimierte Strahlung handelt. Da in den hier betrachteten Laserverfahren allerdings zumeist fasergekoppelte Diodenlaser eingesetzt werden, für die die Näherung kollimierter Strahlung auf Grund der vergleichsweise geringen Strahlqualität nicht standhält, soll auch der aktuelle Stand der Technik für Auslegungsalgorithmen jenseits dieser Annahmen aufgezeigt werden.

An dieser Stelle ist noch eine Bemerkung hinsichtlich der Benennung der physikalischen Größen angebracht. Im Rahmen dieser Arbeit werden Lichtverteilungen mit der Einheit Energie pro Fläche betrachtet, was entsprechend der Konvention in der Lasertechnik als „Intensität“ bezeichnet wird. Der im Rahmen der Beleuchtungstechnik korrekte Begriff dafür lautet jedoch „Beleuchtungsstärkeverteilung“, worauf hier jedoch aus Gründen der Lesbarkeit verzichtet wird.

2.2.1 Auslegung von Freiformoptiken für verschwindende Étendue

Gemäß dem Stand der Technik existieren verschiedene Ansätze und Lösungsmethoden zur Auslegung von Freiformoptiken für kollimierte Strahlung oder Punktquellen [83][70]. Diese Strahlung zeichnet sich durch eine verschwindende Étendue aus. Für ein Strahlenbündel mit dem Öffnungswinkel Ω, das

unter dem Winkel θ durch eine Fläche A propagiert, ist die Étendue U differentiell definiert als [112]

2.43

$$dU = n^2 \cos\theta \, dA \, d\Omega.$$

n: Brechungsindex des umgebenden Materials

Anschaulich bedeutet $U = 0$, dass sich an jedem Punkt im Raum die Strahlung nur in eine definierte Richtung ausbreitet, was beispielsweise für die oberen der in Bild 2.8 gezeigten Situationen erfüllt ist. Für die Auslegung von Freiformoptiken bedeutet dies, dass jedem Punkt der zu berechnenden optischen Oberfläche genau ein Strahl zugeordnet werden kann.

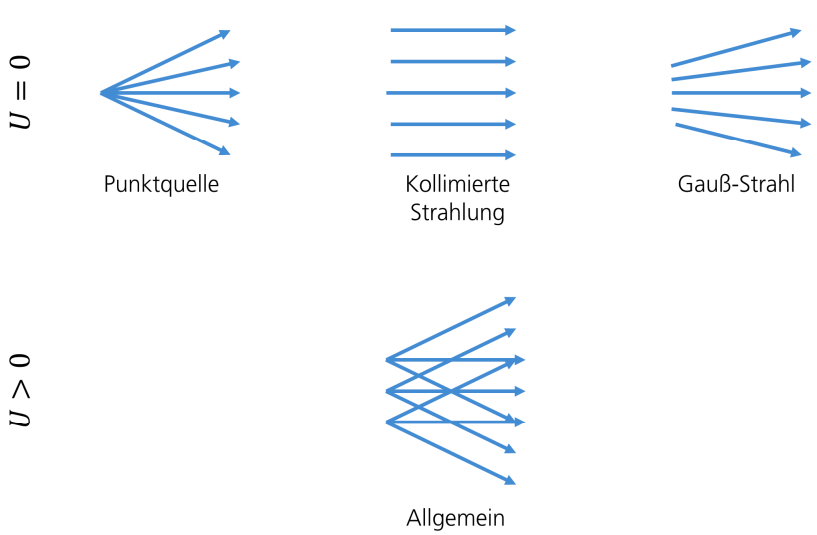


Bild 2.8: Beispiele für geometrische Strahlen, die die Bedingung $U = 0$ erfüllen (oben) bzw. nicht erfüllen (unten)

Eine Übersicht über vorhandene Auslegungsalgorithmen für Étendue-0-Quellen findet sich beispielsweise in [5] oder in [114]. An dieser Stelle soll lediglich der in vorherigen Arbeiten am Lehrstuhl für Technologie Optischer Systeme der RWTH Aachen entwickelte Algorithmus kurz vorgestellt werden.

Dieser Algorithmus basiert auf einer Berechnung der optischen Freiformfläche in drei Schritten [6]. Zuerst werden die Ausgangs- und die Ziel-Intensitätsverteilung auf Ebenen projiziert, was nur für verschwindende Étendue möglich ist. Daraus wird mit Hilfe der Lösung einer partiellen Differenzialgleichung (einer Gleichung vom Monge-Ampère Typ [45]) ein Mapping ermittelt, das beschreibt, wie das Licht durch die Optik umverteilt werden muss. In einem zweiten Schritt werden dann eine oder mehrere optische Oberflächen für die Freiformoptik konstruiert, durch welche die Strahlen entsprechend dem Mapping gebrochen oder reflektiert werden. Auch hierzu ist die Bedingung $U = 0$ notwendig. Schließlich wird die berechnete Optik weiter angepasst, indem eine numerische Optimierung des auf der Zielfläche auftreffenden Lichtflusses durchgeführt wird.

2.2.2 Berücksichtigung von endlicher Étendue

Bei Berücksichtigung der geringen Strahlqualität der Laserstrahlung, was identisch ist zur Berücksichtigung der endlichen Ausdehnung von zuvor als punktförmig angenommenen Lichtquellen, ist $U \neq 0$. Damit versagt eine eindeutige Zuordnung zwischen den Oberflächenpunkten der Optik und der Ausbreitungsrichtung der Strahlung.

Die Entwicklung effizienter, robuster Algorithmen zur Auslegung von Freiformoptiken unter Berücksichtigung von endlicher Étendue ist eine aktuelle Fragestellung in der Forschung. In [61][110][113] werden iterative Designalgorithmen, die auf der Berechnung von Freiformoptiken für Punktquellen basieren, vorgestellt. Darin wird die Optik mit einem Étendue-0-Algorithmus berechnet und es wird anschließend ausgewertet, welche Intensitätsverteilung für die reale Eingangsstrahlung mit endlicher Étendue von dieser Optik erzeugt wird. Durch Vergleich mit der Soll-Intensitätsverteilung wird die Ziel-Verteilung angepasst und die Optik erneut mithilfe des Étendue-0-Algorithmus berechnet. Diese Schritte werden wiederholt, bis eine zufriedenstellende Intensitätsverteilung auch mit der realen Eingangsstrahlung erzeugt wird. Eine Berücksichtigung der Ausdehnung direkt bei der Auslegung findet jedoch nicht statt.

Die sogenannte SMS3D [37] Methode basiert darauf, dass durch die Freiformoptik eine einfallende in eine ausfallende Wellenfront überführt wird. Bei dieser Methode wird daher zunächst eine einfallende Wellenfront konstruiert. Für ausgedehnte Lichtquellen werden dazu lediglich vom Rand der Lichtquelle emittierte Wellenfronten berücksichtigt [20]. Dabei wird eine Lambertsche Lichtquelle angenommen, deren Abstrahlung an jedem Punkt in jede Richtung konstant ist. Dies gilt zwar für LEDs, ist aber für Laserstrahlung eine unzulässige Approximation, sodass die SMS3D-Methode in der derzeitigen Form nicht für die Laserstrahlformung eingesetzt werden kann.

Andere Arbeiten basieren auf der Grundlage, dass die erzielte Intensitätsverteilung $I(x, y)$ auf der Zielfläche beschrieben werden kann als [110]

2.44
$$I(x,y) = \int L(x,y,\phi,\theta)\cos\theta \, d\Omega.$$

$L(x, y, \phi, \theta)$: Leuchtdichte der am Ort x, y aus Richtung ϕ, θ auftreffenden Strahlung
Ω: von ϕ und θ aufgespannter Raumwinkel

In [110] wird dies eingesetzt, um in zwei Dimensionen Freiformoptiken auszulegen, für die die Form in der dritten Raumdimension durch Symmetrien abgeleitet werden kann. Dies ist beispielswese dann der Fall, wenn die Eingangs- sowie die Zielintensitätsverteilung rotationssymmetrisch sind und die Betrachtung in einer Ebene ausreichend ist. Da zur anwendungsangepassten Strahlformung jedoch eine zweidimensionale, nicht rotationssymmetrische Intensitätsverteilung erzeugt werden muss, ist dieser Algorithmus in der dort beschriebenen Form nicht anwendbar.

In [47][48] wird gezeigt, wie die Intensitätsverteilung für LEDs unter Verwendung von Gleichung **2.44** effizient berechnet werden kann, und es wird angedeutet, dass dies in Kombination mit einem Optimierungsalgorithmus zur effizienten Auslegung von Freiformoptiken für Lichtquellen mit endlicher Étendue verwendet werden kann. Die dargestellten Methoden sind in der derzeitigen Form jedoch nicht auf Laserstrahlung übertragbar, da sie ebenfalls von einer Lichtquelle ausgehen, die homogen abstrahlt.

Ein ähnlicher Ansatz bestehend aus der Berechnung der Intensitätsverteilung mittels Gleichung **2.44** in Kombination mit einem genetischen Optimierungsalgorithmus wird in [58] angewendet. Dabei wird jedoch das Integral in Gleichung **2.44** per Monte-Carlo-Raytracing ausgewertet, wozu eine hohe Anzahl an zufällig generierten Strahlen benötigt wird, was üblicherweise zu sehr hohen Laufzeiten entsprechender Algorithmen führt.

In den letzten Jahren sind darüber hinaus eine Vielzahl weiterer Ansätze entwickelt worden, um Freiformoptiken für Lichtquellen mit endlicher Étendue auszulegen [90][107][33][115][13][12][81]. Diese weisen jedoch alle Restriktionen dahingehend auf, dass nur bestimmte Geometrien, entweder transmissive oder reflektive Materialen, entweder ein- oder zweiseitige Freiformoptiken, oder aber rotationssymmetrische Verteilungen betrachtet werden können. Darüber hinaus sind viele der Designalgorithmen zunächst nur für Lambertsche Strahler mit $L(x, y, \theta, \phi) = const$ gültig, wobei eine Erweiterung auf beliebige Lichtquellen und insbesondere Laserstrahlquellen entweder unmöglich oder zumindest sehr aufwändig ist.

2.3 VCSEL-Strahlquellen

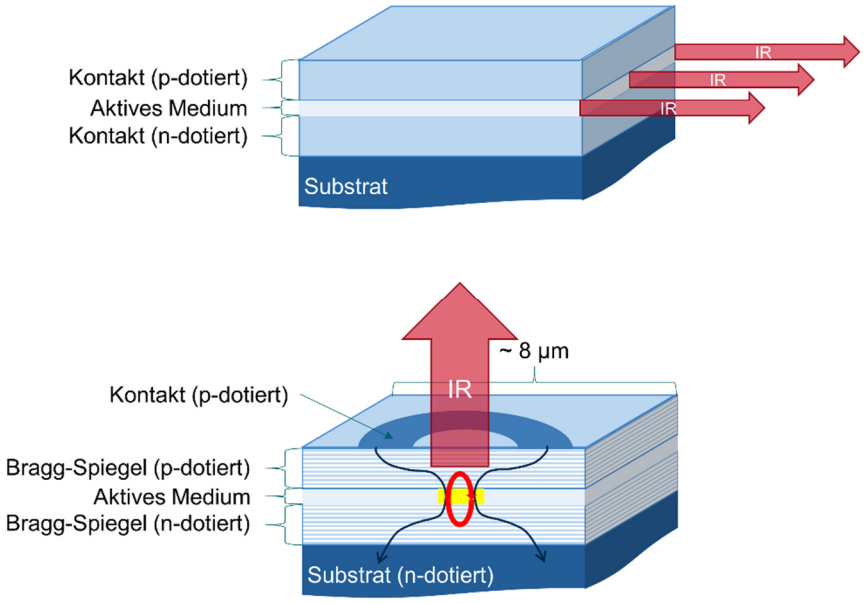
Freiformoptiken werden üblicherweise als reflektive oder refraktive Elemente ausgelegt, die, wie Standardoptiken, aus metallischen Werkstoffen, Kunststoff oder Glas gefertigt werden [88]. Daher sind ihre Oberflächen statisch und die erzeugten Intensitätsverteilungen zeitlich konstant. Um zeitlich variierende Intensitätsverteilungen zu erzeugen, können VCSEL-Arrays eingesetzt werden.

2.3.1 Funktionsweise von VCSELn

Ein VCSEL ist eine spezielle Anordnung eines Halbleiterdiodenlasers. Letzterer ist üblicherweise aus einer p- und einer n-dotierten Schicht aus Halbleitermaterialien aufgebaut, an denen eine Spannung angelegt wird. Im Übergangsbereich befindet sich das aktive Medium, von dem durch Rekombinationsprozesse zwischen Elektronen und Löchern Licht emittiert wird [78]. Da diese Halbleiter auf Wafer-Level gefertigt und anschließend gebrochen werden, entsprechen die Bruchkanten für die Strahlung hochreflektiven Spiegeln und es bildet sich ein optischer Resonator. Durch elektrisches Pumpen kann nun eine Besetzungsinversion hervorgerufen werden, die durch eine verstärkte stimulierte Emission den Laserbetrieb ermöglicht. In diesen herkömmlichen Halbleiterlasern wird auf

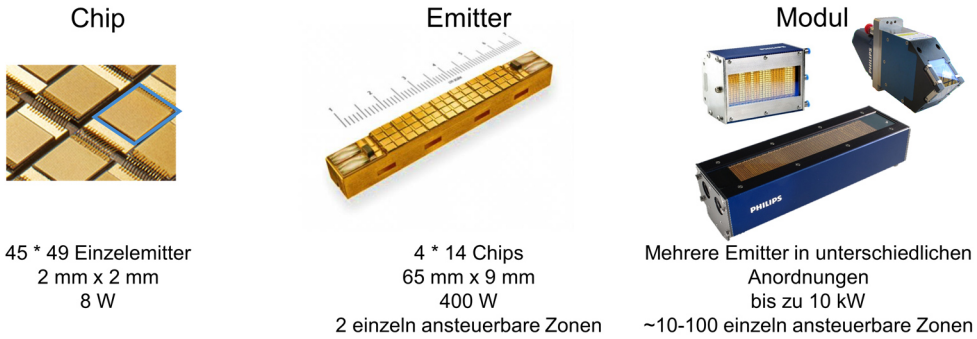
Grund dieser Anordnung das Licht an den Bruchkanten emittiert, weswegen sie auch als Kantenemitter bezeichnet werden.

Bild 2.9:
Vergleich der Funktionsweise von Kanten- (oben) und Oberflächenemitter (unten)



Für VCSEL wird ein anderer Aufbau gewählt. Hier ist einer der elektrischen Kontakte ringförmig angelegt und die hochreflektierenden Spiegel werden nicht durch die Bruchkanten sondern über optische Bragg-Gitter realisiert, sodass die Laserstrahlung nicht wie üblich an einer Kante sondern über die Oberfläche austritt (Bild 2.10) [64]. Daher werden diese Laser auch VCSEL – für „***v**ertical-**c**avity **s**urface-**e**mitting **l**aser*" – genannt. Der Aufbau des Lasers ermöglicht dabei eine flächige Anordnung mehrerer Laserquellen bereits auf Wafer-Level, da keine Bruchkanten für die Funktion benötigt werden.

Bild 2.10:
Von TRUMPF Photonic Components vertriebene Konfigurationen von VCSEL-Emittern



Aus der auf Wafer-Niveau gewachsenen Anordnung können dann einzelne Chips gefertigt werden, die über die angelegte Spannung ansteuerbar sind. Durch die flächige Anordnung mehrerer solcher Chips mit jeweils einer eigenen Ansteuerung ist die Erzeugung orts- und zeitlich variabler Intensitätsverteilungen möglich.

Die Firma TRUMPF Photonic Components vertreibt verschiedene VCSEL-Module mit einzeln ansteuerbaren Zonen [65]. Allerdings sind hier nicht die einzelnen Chips unabhängig ansteuerbar, sondern es werden immer mehrere solcher Chips zusammengefasst, die dann als Gruppe angesteuert werden. Durch deren räumliche Anordnung ist es schließlich möglich, einzelne Zonen der Strahlquelle individuell anzusteuern. In Bild 2.10 sind die Größenordnungen und die erzielbaren Leistungen von bis zu 10 kW dargestellt.

2.3.2 Abstrahlcharakteristik von VCSELn

Um VCSEL gezielt zur Strahlformung einzusetzen ist die Abstrahlcharakteristik untersucht worden. In [116][66] ist dazu das Abstrahlverhalten für das Fernfeld vermessen worden, wobei sich eine ringförmige Intensitätsverteilung ergibt. In Bild 2.11 ist dazu beispielhaft die Intensität im Fernfeld für einen Chip der Firma TRUMPF Photonic Components dargestellt. Diese Intensität variiert im Allgemeinen leicht mit der Umgebungstemperatur und eine Skalierung der angelegten Spannung wirkt sich nichtlinear auf die Intensität aus [79].

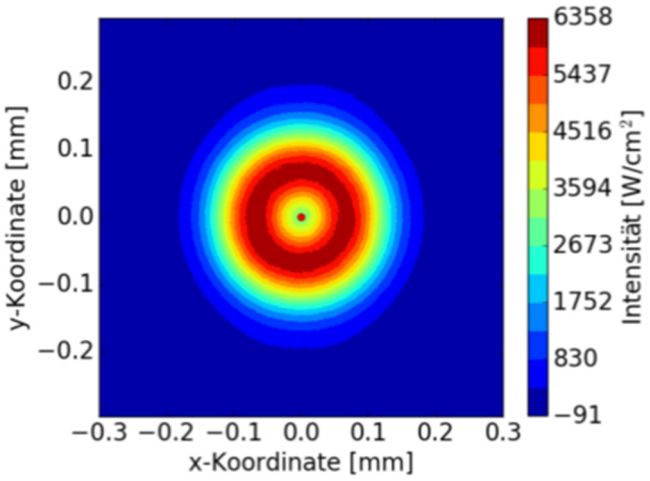


Bild 2.11: Messung der Intensitätsverteilung des Fernfelds eines VCSEL-Chips. Der Laserstrahl hat einen Öffnungswinkel von ca. 17 Grad. Quelle: TRUMPF Photonic Components [79]

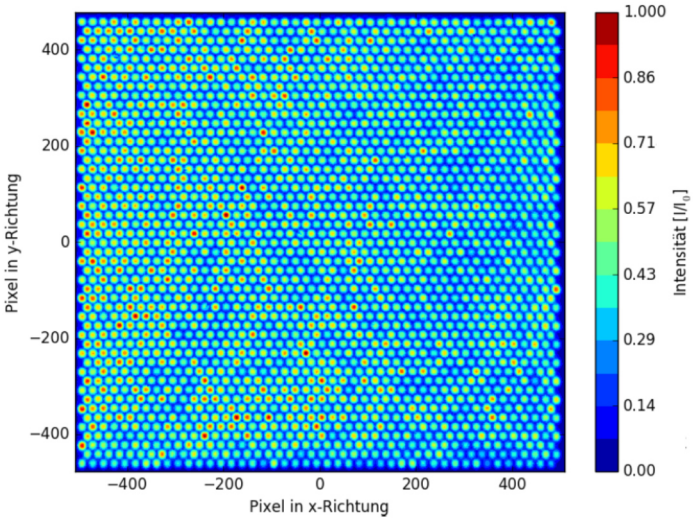


Bild 2.12: Messung der Intensitätsverteilung des Nahfeldes eines VCSEL-Chips. Quelle: TRUMPF Photonic Components [79]

Durch Messungen des Nahfeldes lässt sich außerdem nachweisen, dass VCSEL über die Fläche eines Chips zumindest näherungsweise gleichmäßig abstrahlen. (Bild 2.12)

Mit Hilfe dieser Ergebnisse ist die Abstrahlcharakteristik der Lichtquelle vollständig beschrieben und die auf einer Werkstückoberfläche erzeugte Intensitätsverteilung kann für eine vorgegebene Anordnung und Ansteuerung mit einer definierten Leistung berechnet werden [67]. Allerdings ist umgekehrt noch nicht bekannt, wie die einzeln adressierbaren Zonen zeitlich angesteuert oder räumlich angeordnet werden müssen, um eine gewünschte Intensitätsverteilung auf einer Werkstückoberfläche zu realisieren.

2.4 Zusammenfassung und sich ergebende Forschungsfragen

Der Stand der Technik kann wie folgt zusammengefasst werden:

- Es gibt zahlreiche analytische und numerische Methoden, um das direkte Wärmeleitungsproblem effizient und mit hoher Präzision zu lösen.

- Es sind mehrere Algorithmen in der Literatur bekannt, die das allgemeine inverse Wärmeleitungsproblem lösen. Einige dieser Algorithmen werden bereits dazu verwendet, verschiedene inverse Wärmeleitungsprobleme in der Lasertechnik zu lösen. Wenige zielen dabei auch auf die Berechnung von anwendungsangepassten Intensitätsverteilungen ab, die optimale Bearbeitungsergebnisse durch das Erzielen vorgegebener Temperaturprofile versprechen.

- Keiner der in der Literatur vorhandenen Ansätze zur Berechnung von anwendungsangepassten Intensitätsverteilungen mittels Lösung des inversen Wärmeleitungsproblems ist dahingehend vollständig, dass eine große Anzahl an Freiheitsgraden in der Intensitätsverteilung, komplexe Bauteilgeometrien, Multimaterialsysteme, zeitabhängige und quasistationäre Verteilungen, Oberflächen- und Volumenabsorption berücksichtigt werden. Zudem wird bisher die zu erzielende Temperaturverteilung nur an der Oberfläche vorgegeben. Auch Beschränkungen hinsichtlich einer maximalen Leistungsdichte werden nicht berücksichtigt und es findet keine gleichzeitige Optimierung von weiteren Verfahrensparametern wie Vorschubgeschwindigkeit oder Strahldurchmesser statt.

- Bisherige Ergebnisse zu anwendungsangepassten Intensitätsverteilungen durch Lösen eines inversen Wärmeleitungsproblems beschränken sich auf die Arbeiten von Dieter Burger, der für das laserbasierte Härten eine Intensitätsverteilung zur Erzeugung einer homogenen Temperaturverteilung auf der bearbeiteten Oberfläche berechnete, sowie auf vergleichbare Arbeiten von W. Bloehs und G. R. B. E. Roemer. Weitere anwendungsangepasste Intensitätsverteilungen, die allerdings ohne Lösen

eines inversen Wärmeleitungsproblems hergeleitet werden, sind die Tophat- und für das Laserdurchstrahlschweißen die M-shape Verteilung.

- Es existieren verschiedene Designalgorithmen zur Auslegung von Freiformoptiken für punktförmige Lichtquellen oder kollimierte Strahlung. Die geringe Strahlqualität von Diodenlaserstrahlung kann dabei derzeit nicht zufriedenstellend berücksichtigt werden.

- VCSEL-Systeme sind so ausgelegt, dass einzelne Zonen verschiedener Module unabhängig ansteuerbar sind. Die Abstrahlcharakteristik der einzelnen VCSEL-Komponenten ist dabei bekannt. Es steht derzeit jedoch noch keine robuste Methode zur Verfügung, um diejenige Ansteuerung und Anordnung der VCSEL herzuleiten, die eine vorgegebene Intensitätsverteilung auf einer Materialoberfläche erzeugt.

Das Ziel dieser Arbeit besteht nun darin, für solche Verfahren der Lasermaterialbearbeitung, für die eine Werkstoffbearbeitung ohne Änderung des Aggregatzustandes stattfindet, eine effiziente, stabile und allgemeine Vorgehensweise zu entwickeln, anwendungsangepasste Intensitätsverteilungen zu ermitteln. Darüber hinaus sollen Strahlformungsstrategien weiterentwickelt werden, um die so erhaltenen komplexen Intensitätsverteilungen im Experiment umsetzen zu können. Um dieses Ziel zu erreichen, müssen die folgenden Forschungsfragen beantwortet werden.

1) Ist einer der in der Literatur beschriebenen Algorithmen zur Lösung von allgemeinen inversen Wärmeleitungsproblemen geeignet, um Intensitätsverteilungen zu berechnen, die vorgegebene zeitliche und örtliche Temperaturprofile im Bauteil induzieren? Die Methode soll dabei zur Lösung möglichst allgemeiner Fragestellungen anwendbar sein.

2) Welche Form haben optimale Intensitätsverteilungen für die in der Einleitung genannten Lasermaterialbearbeitungsverfahren? Welche Toleranzen hinsichtlich der Vorschubgeschwindigkeit, der Materialeigenschaften und anderer Prozessparameter haben die berechneten Intensitätsverteilungen?

3) Kann eine weitere Optimierung anderer Verfahrensparameter wie Vorschubgeschwindigkeit und Strahldurchmesser durchgeführt werden? Wie können Beschränkungen hinsichtlich maximal erzielbarer Intensität, Vorschubgeschwindigkeit und Strahldurchmesser bei der Berechnung der optimalen Intensitätsverteilung berücksichtigt werden?

4) Wie können reflektive und transmissive Freiformoptiken ausgelegt werden, die die geringe Strahlqualität der verwendeten Laserstrahlung für verschiedene Geometrien berücksichtigen? Welche Toleranzen haben die ausgelegten Optiken?

5) Wie müssen VCSEL angesteuert und angeordnet werden, um vorgegebene Intensitätsverteilungen auf einer Werkstückoberfläche zu erzeugen?

3 Lösung des inversen Wärmeleitungsproblems zur Berechnung anwendungsangepasster Intensitätsverteilungen

Zur Erhöhung von Effizienz und Bearbeitungsqualität von Verfahren der Werkstoffbearbeitung mit Laserstrahlung wird in diesem Kapitel ein Algorithmus vorgestellt, der aus einem vorgegebenen örtlichen und zeitlichen Temperaturprofil die für die Bearbeitung notwendige Intensitätsverteilung ableitet. Dazu wird die in 2.1.4 dargestellte Methode der konjugierten Gradienten mit adjungiertem Problem auf das sich stellende inverse Wärmeleitungsproblem angewendet. Da sich die hergeleiteten Gleichungen für unterschiedlichen Anwendungsfälle unterscheiden, wird dabei eine Unterscheidung nach verschiedenen Geometrien durchgeführt (siehe Tabelle 1).

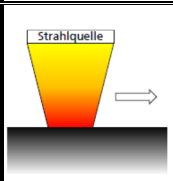
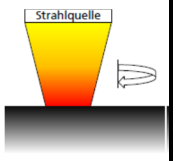
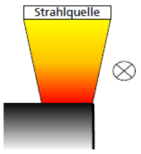
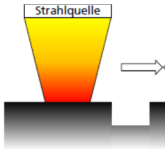
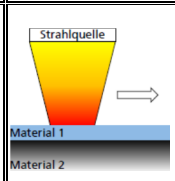
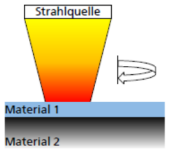
Zeitabhängigkeit	**Quasistationär**	**Zeitabhängig**	**Quasistationär**	**Zeitabhängig**	**Quasistationär**	**Zeitabhängig**
Geometrie	**Eben**	**Eben**	**3D**	**3D**	**Schichtweise**	**Schichtweise**
Skizze						
Beschreibung	Großes Werkstück mit ebener Oberfläche & konstante Vorschubgeschwindigkeit	Großes Werkstück mit ebener Oberfläche & variable Vorschubgeschwindigkeit / Start-Stopp-Prozesse	Werkstück mit nicht-ebener, allerdings gleichbleibender 3D-Geometrie & konstanter Vorschubgeschwindigkeit	Werkstück mit nicht-ebener Geometrie, variable Vorschubgeschwindigkeit / Start-Stopp-Prozesse	Schichtsystem & konstante Vorschubgeschwindigkeit, ebene Geometrie	Schichtsystem & variable Vorschubgeschwindigkeit / Start-Stopp-Prozesse, ebene Geometrie
Beispiele	geradliniges Bearbeiten nach Anfahren	Start-Stopp-Prozess, Mäandernder Strahl	Kantenbearbeitung	Detailreiches Werkstück, Bearbeiten einzelner Features	Dünnschichtverfahren	Dünnschichtverfahren

Tabelle 1: Beispielhafte Anwendungsfälle für die Lösung des inversen Wärmeleitungsproblem aufgeführt nach Zeitabhängigkeit und Geometrie

Die grundlegende Vorgehensweise wird zunächst an Hand von ebenen Geometrien dargestellt. Anschließend werden Erweiterungen auf komplexe 3D Geometrien sowie Schichtsysteme dargestellt. Für jede der unterschiedlichen Geometrien werden Anwendungsbeispiele präsentiert. Am Ende des Kapitels zeigt eine Toleranzanalyse zudem die Flexibilität der berechneten anwendungsangepassten Intensitätsverteilungen auf.

Der in diesem Kapitel vorgestellte Algorithmus ist teilweise bereits in [101][102][103][105] beschrieben worden.

3.1 Lösung des inversen Wärmeleitungsproblems auf ebenen Geometrien

Als einfachste Geometrie wird zunächst eine ebene Geometrie angenommen. Dies bedeutet, dass es sich um ein quaderförmiges Bauteil handelt, dessen Achsen entsprechend der Koordinatenachsen orientiert sind (siehe Bild 3.1). Das Bauteil ist dabei aus einem einzigen Werkstoff gefertigt, dessen thermophysikalische Eigenschaften wie Wärmeleitfähigkeit, Dichte und spezifische Wärmekapazität sowie dessen optische Eigenschaften wie Reflexionsgrad und optische Eindringtiefe bekannt sind. Diese thermophysikalischen und optischen Eigenschaften können dabei entweder konstant oder temperaturabhängig sein.

Dabei wird angenommen, dass das Bauteil sehr groß im Vergleich zum Laserspot ist. In diesem Fall wird lediglich das Volumen in der Nähe der Wärmeeinflusszone betrachtet und ein Großteil des Bauteils bei der Simulation vernachlässigt. Alternativ können die Dimensionen klein genug sein, sodass das komplette Bauteil simuliert wird, wobei Randeffekte auftreten können. Für beide Situationen können verschiedene Randbedingungen (siehe 2.1.2) an den Seitenflächen des Quaders festgelegt werden. Für die bestrahlte Fläche bei $z = z_{min}$ wird jedoch stets eine Neumann-Randbedingung (siehe Gleichung **2.6**) angewendet. Für den Fall einer Oberflächenquelle ist dabei die Laserenergie in dieser Randbedingung berücksichtigt, während bei Vorliegen einer Volumenquelle stets eine adiabatische Randbedingung festgelegt wird.

In diesem Kapitel wird stets ein perfekt kollimierter Laserstrahl mit Étendue 0, der entlang der z-Richtung propagiert, angenommen. Dies ist insbesondere für größere Arbeitsabstände sowie bei Vorliegen von Oberflächenabsorption, für die die Einstrahlrichtung lediglich den Absorptionsgrad beeinflusst, ein gültiges Verfahren. Zur Berücksichtigung von signifikanter Restdivergenz können mehrere Strategien verfolgt werden: Im einfachsten Fall kann eine gröbere Auflösung der Intensitätsverteilung gewählt werden, da die geringe Strahlqualität in einer Verbreiterung der Kanten resultiert. Alternativ kann mit hoher Auflösung gerechnet werden und die Restdivergenz wird nur in der Auslegung des optischen Systems verfolgt (siehe z. B. das Berechnungsbeispiel einer anwendungsangepassten Intensitätsverteilung in Abschnitt 4.1.2.). Für eine grundlegende Detailanalyse müssten die hier vorgestellten Methoden mit entsprechenden Vorgehensweisen zur Auslegung des optischen Systems (z. B. solchen aus Kapitel 4) gekoppelt werden, was jedoch einigen Implementierungsbedarf erfordert und zudem zu langen Rechenzeiten führen würde und damit hier vernachlässigt wird.

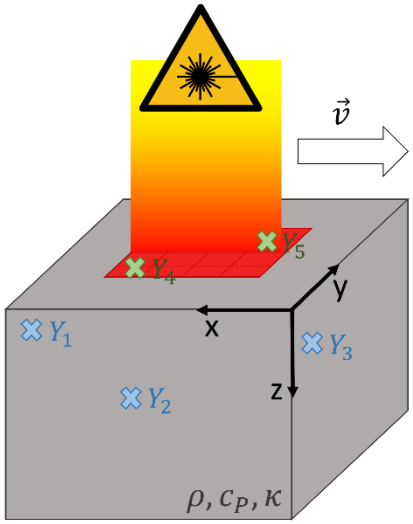


Bild 3.1: Definition inverses Wärmeleitungsproblem für ebene Geometrien

Das Wärmeleitungsproblem ist unter diesen Voraussetzungen entsprechend Bild 3.1 definiert. Der Laserstrahl trifft senkrecht auf den rot hinterlegten Bereich der bestrahlten Oberfläche und ist entsprechend diskretisiert. Die Temperatur wird an beliebigen Punkten im Volumen (blau in Bild 3.1) oder an dessen Oberfläche (grün in Bild 3.1) – gegebenenfalls zeitabhängig – vorgegeben, wobei üblicherweise eine hohe Zahl an Punkten verwendet wird. Als Ziel der Lösung des inversen Wärmeleitungsproblems sollen dann die Werte der Intensitätsverteilung an den einzelnen Diskretisierungspunkten in Ort und Zeit bestimmt werden.

3.1.1 Simulationstool zur Lösung des inversen Wärmeleitungsproblems

Die Wärmeleitungsgleichung für diesen Fall ist in der allgemeinsten Form durch Gleichung **2.4** gegeben. Unter bestimmten Voraussetzungen kann sie allerdings etwas vereinfacht werden. Für quasistationäre Verteilungen wird der zeitabhängige Term vernachlässigt, für Verteilungen ohne Relativbewegungen oder Situationen, bei denen die Relativbewegung bereits in der Intensitätsverteilung berücksichtigt ist, entfällt der letzte Term, während für konstante Materialparameter deren Temperaturabhängigkeit vernachlässigbar ist. Im Folgenden wird jedoch die allgemeinste Form betrachtet, wobei nur zwischen Volumen- und Oberflächenabsorption unterschieden wird. Bei letzterer entfällt der Quellterm s und eine Neumann-Randbedingung entsprechend Gleichung **2.11** wird für $z = z_{min}$ angenommen.

Zur Lösung des inversen Wärmeleitungsproblems wird dann auf Grund ihrer Effizienz die Methode der konjugierten Gradienten mit adjungiertem Problem aus 2.1.4 angewendet. Die generelle Vorgehensweise entspricht dabei jener aus Bild 2.5. Die einzigen Anpassungen sind für die Formulierung des adjungierten und des Sensitivitätsproblems sowie für die Gleichung zur Berechnung des Gradienten durchzuführen.

Dazu können vollkommen analoge Betrachtungen durchgeführt werden, wie die, die zu der Herleitung von Gleichungen **2.32** und **2.34** geführt haben. Diese ergeben dann für das adjungierte Problem

3.1
$$\rho(T)c(T)\frac{\partial\lambda}{\partial t} - k\nabla(\nabla\lambda) = -2\sum_{l}\big(Y_l - T(\vec{r}_l, t_l)\big)\delta(\vec{r}-\vec{r}_l)\delta(t-t_l)$$
$$-\vec{v}\cdot\vec{n}\left(\rho(T)c(T) + \rho(T)\frac{\partial c(T)}{\partial T}T + \frac{\partial\rho(T)}{\partial T}\,c(T)T\right)\nabla\lambda$$

mit der Randbedingung

3.2
$$\vec{v}\cdot\vec{n}\left(\rho(T)c(T) + \rho(T)\frac{\partial c(T)}{\partial T}T + \frac{\partial\rho(T)}{\partial T}\,c(T)T\right)\lambda - k\nabla(\nabla\lambda) = 0$$

sowie für das Sensitivitätsproblem

3.3
$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho(T)c(T)\Delta T) - \nabla\big(\nabla(k(T)\Delta T)\big)$$
$$= \delta s - \vec{\nabla}\nabla\left(\rho(T)c(T) + \rho(T)\frac{\partial c(T)}{\partial T}T + \frac{\partial\rho(T)}{\partial T}c(T)T\right)\Delta T$$

Für letzteres gilt auf Rändern mit Dirichlet-Randbedingung $\Delta T = 0$ und auf Rändern mit adiabatischen Randbedingungen $-k\,\vec{v}\nabla(\Delta T) = 0$. Im Fall von Absorption an der Oberfläche bei $z = z_{min}$ ergibt sich dort die Neumann-Randbedingung $-k\,\vec{n}\nabla(\Delta T) = \Delta I$.

Zusätzlich muss noch Gleichung **2.37** zur Berechnung des Gradienten angepasst werden, wobei insbesondere die Ortsabhängigkeit der gesuchten Intensitätsverteilung integriert werden muss. Eine analoge Herleitung wie die, die zu Gleichung **2.37** führt, ergibt dann für die Ableitung von S nach dem i-ten Eintrag in der Intensitätsverteilung

3.4
$$(\nabla S_I)_i = \frac{\partial S}{\partial I_i} = \int_{V_i}\int_t \lambda\, A_i \cdot \mathrm{e}^{-\mu z}\, dt\, dV_i$$

V_i: Von der Intensität I_i bestrahltes Volumen, welches durch das Produkt der von I_i bestrahlten Fläche mal der z-Ausdehnung des Körpers gegeben ist.

Dies wird für eine Oberflächenquelle vereinfacht zu

3.5
$$(\nabla S_I)_i = \int_{\Omega_i}\int_t \lambda A_i\, dt\, d\Omega_i$$

Ω_i: Von der Intensität I_i bestrahlte Fläche

Aufgrund der gewählten Geometrie sind hier sowohl die Finite-Differenzen-Methode als auch die Finite-Elemente-Methode für die Lösung der drei partiellen Differenzialgleichungen – der Wärmeleitungsgleichung, des adjungierten Problems und des Sensitivitätsproblems – anwendbar.

Regularisierung

Wie in 2.1.3 ausgeführt, ist das inverse Wärmeleitungsproblem im Allgemeinen schlecht gestellt, sodass eine Regularisierung notwendig ist. Dies ist insbesondere dann wichtig, wenn Fehler auf die Eingabedaten vorliegen. Allerdings ist dies üblicherweise für das oben definierte Wärmeleitungsproblem nicht der Fall. Insbesondere weisen die vorgegebenen Werte für die Temperatur keine Fehler auf. Jedoch ist es möglich, dass die vorgegebenen Temperaturwerte physikalisch nicht sinnvoll sind, wie beispielsweise bei Sprüngen im Temperaturprofil. Eine Regularisierung durch eine Beschränkung der Anzahl an Iterationen mittels der L-curve Methode ist dann nur in diesen Fällen notwendig.

Berücksichtigung von Nebenbedingungen

Des Weiteren muss darauf geachtet werden, dass die berechnete Intensitätsverteilung physikalisch sinnvoll ist. Dies bedeutet insbesondere, dass die Werte der Intensitätsverteilung an allen Diskretisierungspunkten positiv bleiben. Darüber hinaus ist oftmals die mit einer vorgegebenen Strahlquelle erzielbaren maximale Leistung begrenzt, sodass die möglichen Werte für die Intensitätsverteilung nach oben hin beschränkt sind.

In solchen Fällen wird eine Optimierung mit Nebenbedingungen durchgeführt. Dazu wird die Summe der Fehlerquadrate S um entsprechende Strafterme gemäß

3.6

$$S = \sum_{l} (Y_l - T_l)^2 + \mu_{min} \sum_{i} (\min(0, I_i - I_{min}))^2 + \mu_{max} \sum_{i} (\max(0, I_i - I_{max}))^2$$

μ_{min}: Gewicht des Strafterms zur Berücksichtigung von minimaler Intensität
μ_{max}: Gewicht des Strafterms zur Berücksichtigung von maximaler Intensität
I_{min}: Minimal erlaubter Wert für die Intensität
I_{max}: Maximal erlaubter Wert für die Intensität

erweitert [69]. Der zweite Term in dieser Gleichung unterbindet dabei, dass Intensitätswerte kleiner als I_{min} werden, während der dritte Term die Intensität nach oben hin beschränkt.

Die Optimierung wird dann so durchgeführt, dass die Gewichte μ, mit denen die Strafterme hinzuaddiert werden, schrittweise erhöht werden (siehe Bild 3.2). In jeder solchen Iteration wird dann das inverse Wärmeleitungsproblem mit der angepassten Formel für S – Gleichung **3.6** – gelöst und es wird getestet, ob die Nebenbedingungen erfüllt sind. Ist dies nicht der Fall, werden die Werte für die unterschiedlichen μ_i erhöht. Erst wenn alle Nebenbedingungen erfüllt sind, ist die Optimierung beendet.

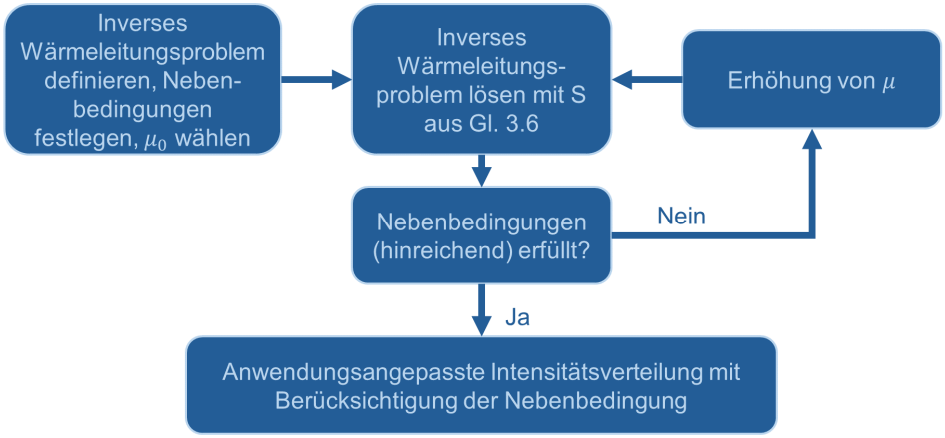


Bild 3.2: Vorgehensweise bei der Berechnung von Intensitätsverteilungen unter Berücksichtigung von Nebenbedingungen

Damit das inverse Wärmeleitungsproblem mit der Anpassung von S aus Gleichung **3.6** erfolgreich gelöst wird, muss dazu nicht nur der Ausdruck für die Summe der Fehlerquadrate erweitert werden. Da S auch in den Formeln für die Schrittweite in Gleichung **2.39** auftritt und für die Berechnung des Gradienten in Gleichung **3.4** bzw. **3.5** relevant ist, werden auch diese entsprechend aktualisiert. Da für die Strafterme jedoch eine analytische Beziehung zwischen S und den einzelnen Werten I_i vorliegt, ist dies leicht durchzuführen.

Optimierung weiterer Verfahrensparameter

In manchen Fällen sind die Anforderungen aus der Anwendung auch so, dass weitere Verfahrensparameter neben der eigentlichen Intensitätsverteilung bestimmt werden müssen. Solche Fragestellungen sind beispielsweise: „Wenn die Maximalleistung vorgegeben ist, wie groß kann die Spotgröße maximal gewählt werden?“ Oder „Welche maximale Geschwindigkeit ist erreichbar, wenn eine vorgegebene Temperatur an einem Ort im Material oder an dessen Unterseite nicht unterschritten werden darf?“. Um auch solche Fragestellungen beantworten zu können, wird der Algorithmus um eine äußere Optimierung erweitert [103]. Das Vorgehen ist dabei wie in Bild 3.3 skizziert. In diesem Fall wird für den einschränkenden Parameter, z. B. die Gesamtleistung, eine obere oder untere Schranke definiert sowie für den zu berechnenden Parameter, z. B. die Spotgröße, ein Schätzwert angenommen. Damit wird dann das inverse Wärmeleitungsproblem gelöst und es wird überprüft, ob der einschränkende Parameter die an ihn gestellten Bedingungen erfüllt. Ist dies nicht der Fall, wird er um einen gewissen Betrag, der sich aus der Abweichung zum Sollbereich ergibt, erhöht oder verringert und das inverse Wärmeleitungsproblem wird erneut gelöst. Dies wird so oft iterativ wiederholt, bis alle Bedingungen erfüllt sind.

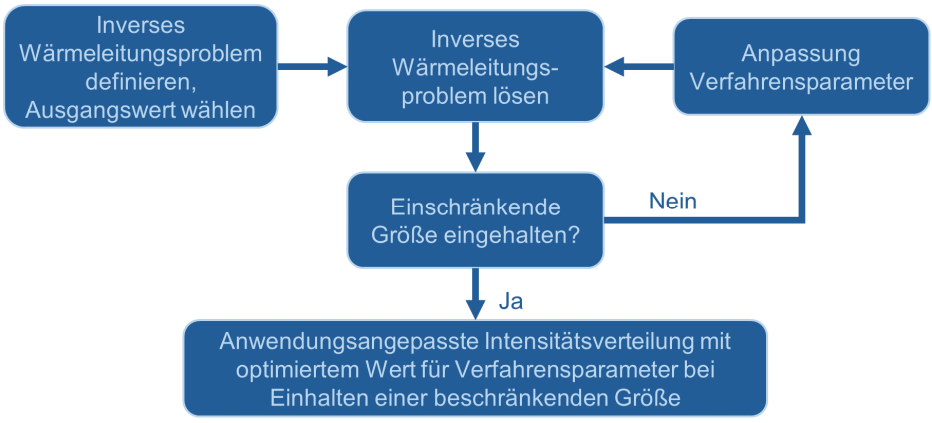


Bild 3.3: Vorgehensweise bei einer Optimierung weiterer Verfahrensparameter

Für die Maximierung der Spotgröße bei Berücksichtigung einer vorgegebenen Maximalleistung ist dies in [103] ausführlicher dargestellt. Dabei wird anfänglich von einer sehr großen Spotgröße ausgegangen, die dann schrittweise verkleinert wird. Die Ausdehnung der Intensitätsverteilung in der k-ten Iteration ergibt sich dann aus der Ausdehnung in der vorherigen Iteration sowie aus dem Verhältnis der gegebenen Maximalleistung zu der im vorherigen Schritt benötigten Leistung.

Implementierung

Der beschriebene Algorithmus ist in C++ [51] unter Verwendung der FEM-Bibliothek dealii [4] und der Matrix-Bibliothek Eigen [34] sowie einer teilweisen Parallelisierung mittels OpenMP [71] implementiert worden. Alle in dieser Arbeit gezeigten Berechnungsbeispiele werden dabei auf einem Standard-Desktoprechner ausgeführt, wobei die Laufzeiten zwischen 30 Sekunden und 1,5 Tagen liegen.

Zur Lösung der direkten Wärmeleitungsgleichung sowie der partiellen Differentialgleichungen für das adjungierte und das Sensitivitätsproblem sind entsprechende FEM- und – wo möglich – FDM-Löser implementiert.

3.1.2 Berechnungsbeispiele für verschiedene Anwendungsfälle

Der beschriebene Algorithmus für ebene Geometrien wird nun an Hand von mehreren Anwendungsbeispielen getestet. Dabei ist wichtig zu betonen, dass die dargestellten Inhalte nur dazu dienen, die Funktionalität des Algorithmus aufzuzeigen. Die aufgeführten werkstoffkundlichen und prozesstechnischen Zusammenhänge sowie die benötigten Temperaturprofile sind der Literatur entnommen oder im Rahmen eines Projektes von Projektpartnern erarbeitet worden, wobei die entsprechenden Quellen zitiert werden. Diese Aussagen gelten ebenfalls für die weiter unten in 3.2.2 und 3.3.2 dargestellten Ergebnisse für komplexe 3D- sowie Schichtgeometrien.

In diesem Abschnitt sowie in 3.2.2 bzw. 3.3.2 werden Simulationsergebnisse der örtlichen und gegebenenfalls zeitlichen Temperaturprofile gezeigt, die unter Anwendung der berechneten Intensitätsverteilungen erzielt wurden. Diese Berechnungen sind ausnahmslos unabhängig mit dem kommerziell verfügbaren FEM-Softwarepaket ANSYS durchgeführt worden und dienen damit als Validierung der beschriebenen Vorgehensweise.

Intensitätsverteilung nach Burger für das Laserhärten

Als erste Validierung des oben beschriebenen Algorithmus dient die von Dieter Burger für das Oberflächenhärten hergeleitete Intensitätsverteilung. Dabei wird ein Werkstück aus Stahl angenommen, das deutlich größer als der Laserspot (Abmessungen: 10 mm x 10 mm) ist. Abweichend zur Arbeit von Burger wird hier der Stahl 100Cr6 angenommen.

Dieses Werkstück soll nun bei einer konstanten Vorschubgeschwindigkeit von $10\ mm\ /\ s$ so erwärmt werden, dass innerhalb des vom Laser bestrahlten Bereichs ein homogenes Temperaturprofil bei 1 450 °C vorliegt. Da es sich bei dem Werkstoff um Stahl mit einer sehr geringen optischen Eindringtiefe handelt, wird die Absorption des Laserstrahls über eine Oberflächenquelle mittels Neumann-Randbedingung simuliert. Darüber hinaus ermöglicht die konstante Vorschubgeschwindigkeit eine quasistationäre Berechnung. Weitere Prozess- sowie die verwendeten Simulationsparameter zeigt die Tabelle unter Abschnitt 8.1.1 im Anhang.

Der Algorithmus aus 3.1.1 liefert die Intensitätsverteilung aus Bild 3.4 a), wobei eine Interpretation der Ergebnisse naheliegend ist (siehe auch [18]). An der vordersten Front, die zuerst auf kaltes Material trifft, nimmt die Intensität sprunghaft einen hohen Wert an. Dies liegt darin begründet, dass das kalte Material in kürzester Zeit auf die vorgeschriebene Temperatur von 1 450 °C erhitzt werden muss. An den seitlichen Kanten der Intensitätsverteilung liegen weitere Überhöhungen vor, die dazu dienen, die Diffusion der Wärme zu den Seiten hin auszugleichen. In dem restlichen Bereich ist die Intensität sehr gering. Hier muss lediglich genügend Wärme zur Kompensation der Diffusion in die Tiefe eingekoppelt werden, um die konstante Temperatur zu halten.

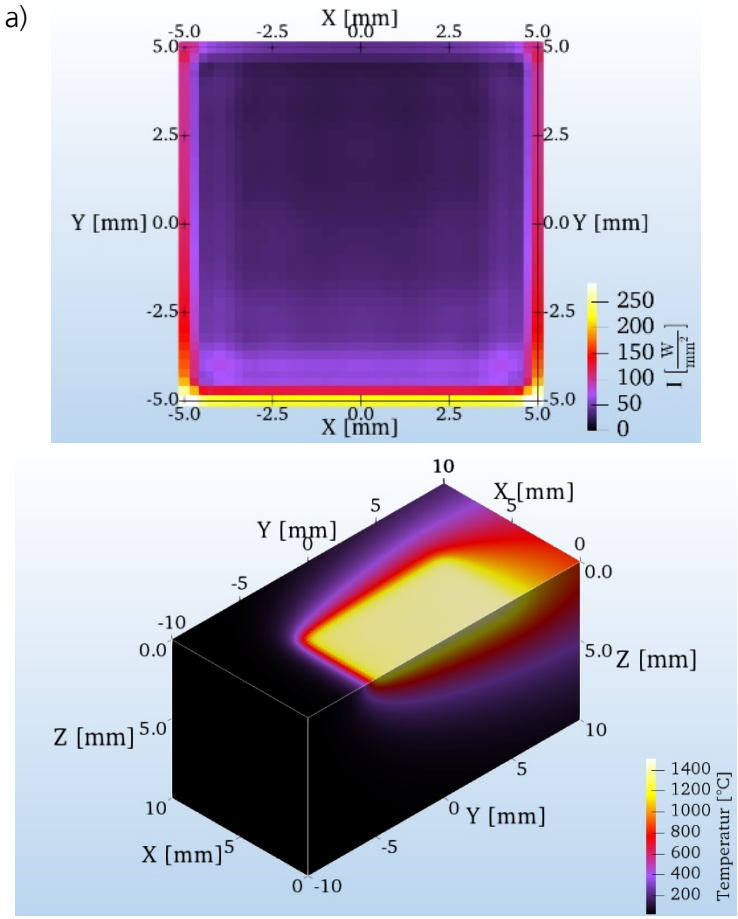


Bild 3.4: Optimale Intensitätsverteilung für das Laserhärten. a) Berechnete Intensitätsverteilung b) Erzieltes Temperaturprofil für die Hälfte des betrachteten Volumens, berechnet mit dem kommerziell verfügbaren Softwarepaket ANSYS.

Bild 3.4 b) zeigt das mit dieser Intensitätsverteilung erzeugte Temperaturprofil an der Oberfläche und im Querschnitt, das für die gleichen Prozessparameter unabhängig unter Verwendung des kommerziell verfügbaren Softwarepakets ANSYS berechnet wurde. Es ist offensichtlich, dass mit der berechneten Intensitätsverteilung die Vorgabe eines homogenen Temperaturprofiles auf der Oberfläche im Laserspot erfüllt wird. Innerhalb des Laserspots beträgt die Temperatur im Mittel 1 373 °C mit einer Standardabweichung von 52 °C (zur Berechnung dieser Daten werden die Temperaturwerte der Netzknoten an der Oberseite innerhalb des mittigen Bereichs von 10 mm x 10 mm verwendet). Die auftretende Abweichung zur Vorgabe von 1 450 °C lässt sich dadurch erklären, dass am Rand systematische Abweichungen nach unten vorliegen.

Die qualitative Übereinstimmung der Intensitätsverteilung mit dem Ergebnis von Dieter Burger aus Bild 2.6 ist offensichtlich. Um diese auch quantitativ bewerten zu können, wird der Algorithmus von Burger implementiert und die so erzielten Ergebnisse mit der Intensitätsverteilung aus Bild 3.4 verglichen. Zusätzlich ist es hier außerdem möglich, dass ein Randbedingungsansatz entsprechend des Algorithmus aus 2.1.4 zur Lösung des inversen Wärmeleitungsproblems gewählt wird. In Bild 3.5 werden daher alle drei Lösungsansätze verglichen, indem Querschnitte durch die drei berechneten Intensitätsverteilungen

entlang der x- und y-Achsen dargestellt sind. Alle drei Verläufe sind vergleichbar, wobei die Kurve, die mit dem Randbedingungsansatz berechnet wird, den glattesten Verlauf aufzeigt. Auf Grund der Art der Herleitung kann diese näherungsweise als die genaueste Lösung angenommen werden.

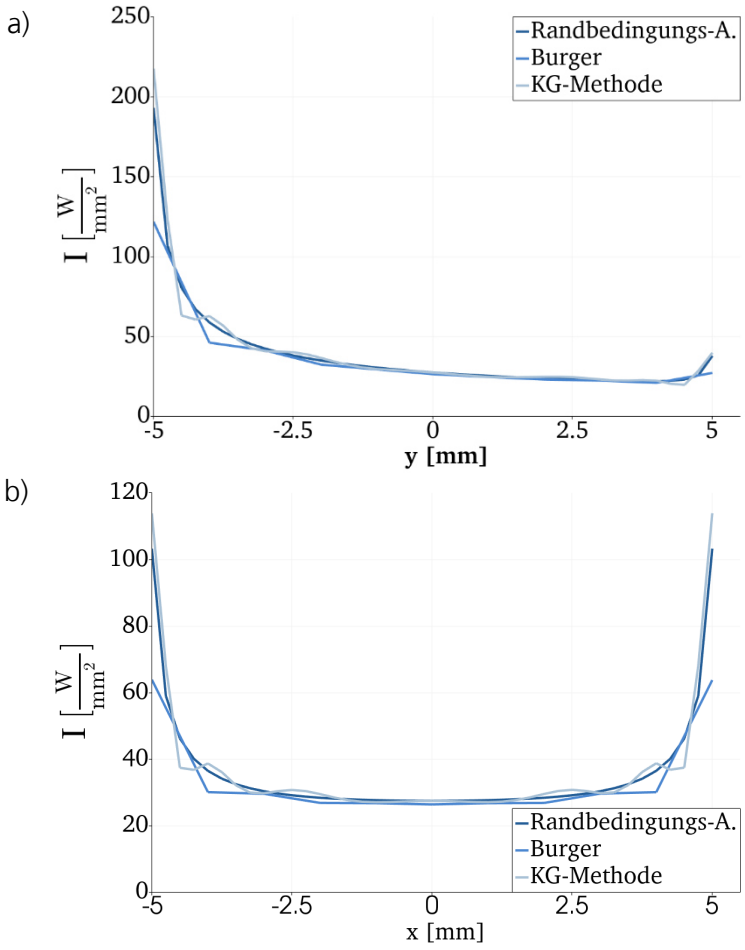


Bild 3.5: Vergleich der Ergebnisse dreier Methoden in Form von Querschnitten durch die berechneten Intensitätsverteilungen für den Anwendungsfall Härten. a): Entlang der Vorschubrichtung b). Quer zur Vorschubrichtung

Leichte Abweichungen ergeben sich am Rand für den Ansatz von Dieter Burger. Hier werden die Maximalwerte, die mit den beiden anderen Ansätzen berechnet werden, nicht ganz erreicht. Dies liegt im Wesentlichen daran, dass für die Methode von Dieter Burger aus Gründen der sehr hohen Rechenzeit eine gröbere Diskretisierung gewählt wurde. Mit dieser Diskretisierung wird die Intensität über einen größeren Bereich gemittelt, was in einem niedrigeren Wert resultiert.

Zusätzlich fällt auf, dass bei der Berechnung mit Hilfe der Methode der konjugierten Gradienten leichte Oszillationen auftreten. Diese sind in der endlichen Größe der einzelnen Pixel in der Intensitätsverteilung begründet und eine Folge dessen, dass das inverse Wärmeleitungsproblem schlecht gestellt ist. Am Rande der bestrahlten Fläche soll eine scharfe Kante induziert werden, was stets numerische Probleme nach sich zieht. Eine Regularisierung entsprechend 3.1.1

würde diese Oszillationen zwar reduzieren, aber gleichzeitig auch eine Abflachung der Kanten hervorrufen, die hier ja explizit gewünscht sind. Da die Oszillationen jedoch mit einer mittleren quadratischen Abweichung von $4.35\ W/\mathrm{mm}^2$ zur Lösung mittels Randbedingungsansatz ohnehin recht gering ausfallen, werden diese nicht weiter berücksichtigt.

Lokales Entfestigen hochfester Stahlbleche

Das nächste Anwendungsbeispiel behandelt das laserbasierte Entfestigen hochfester Stähle und orientiert sich an den in [100] dargestellten Ergebnissen, wobei hier zusätzlich eine Optimierung der Spotgröße gemäß der Vorgehensweise aus Bild 3.3 durchgeführt wird.

Die Herausforderung dieses Anwendungsbeispiels liegt darin, dass ein 1,5 mm dickes, vergleichsweise großes Stahlblech homogen über die Blechdicke entfestigt werden soll. Dabei soll der Prozess mit einer Vorschubgeschwindigkeit von 10 m / min deutlich schneller stattfinden als zuvor für das laserbasierte Entfestigen in der Literatur berichtet wird. Eine homogene Entfestigung ergibt sich aber erst, wenn die erzielte Maximaltemperatur über die gesamte Blechdicke möglichst gleichmäßig ist, was üblicherweise eine geringe Vorschubgeschwindigkeit erfordert.

Hier soll nun eine anwendungsangepasste Intensitätsverteilung einen entscheidenden Vorteil bieten. Diese Intensitätsverteilung wird so ausgelegt, dass an der Oberseite des Bleches die Temperatur, bei der eine Entfestigung stattfindet (hier 700 °C), so lange wie möglich gehalten wird. Durch diese lange Haltezeit heizt sich das Blech auch über die Dicke hinweg gleichmäßig auf.

Die benötigte Intensitätsverteilung wird mit Hilfe des in Abschnitt 3.1.1 beschriebenen Algorithmus zur Lösung des inversen Wärmeleitungsproblems berechnet. Dieser Algorithmus ist anwendbar, da eine ebene Geometrie aus einem homogenen Material vorliegt. Im Gegensatz zum vorherigen Beispiel ist die Größe des Bleches jedoch nur noch in x- und y-Richtung als weit ausgedehnt anzunehmen, während in z-Richtung nur eine geringe Dicke vorliegt.

Die Breite des Spots senkrecht zur Vorschubrichtung wird konstant mit 10 mm angesetzt, während seine Länge entsprechend des Algorithmus aus Bild 3.3 maximiert werden soll. Dabei darf die gesamte Laserleistung 10 kW nicht überschreiten. Als Ausgangslänge für die Intensitätsverteilung werden 60 mm gewählt.

Da hier eine physikalisch sinnvolle Temperatur vorgeschrieben ist, ist eine Regularisierung der Lösung nicht notwendig und die maximale Anzahl an Iterationen wird auf 13 festgelegt. Da hier ebenfalls eine konstante Vorschubgeschwindigkeit vorliegt, ist eine quasistationäre Berechnung der Intensitätsverteilung möglich.

In Abschnitt 8.1.2 im Anhang werden die verwendeten Prozess- und Simulationsparameter zusammengefasst.

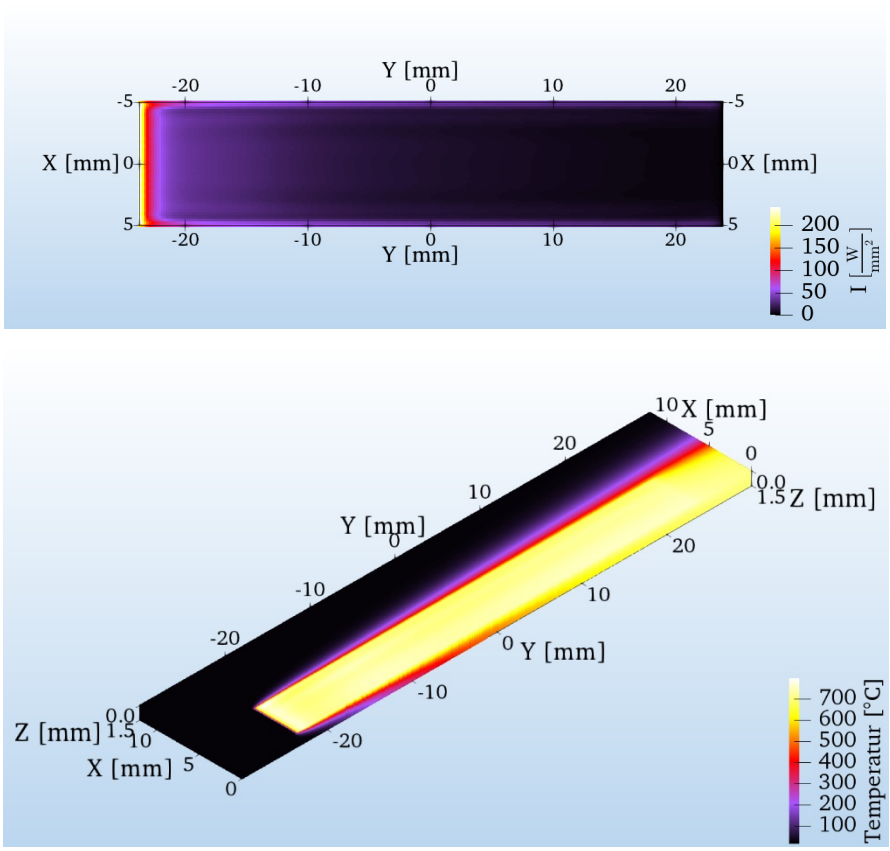


Bild 3.6: a): Intensitätsverteilung für das laserbasierte Entfestigen von hochfesten Stählen b): Mit dem kommerziell verfügbaren Softwarepaket ANSYS berechnetes Temperaturprofil, das mit dieser Intensitätsverteilung erzielt wird.

Bild 3.6 zeigt als Ergebnis die berechnete anwendungsangepasste Intensitätsverteilung für dieses Beispiel sowie das damit simulierte Temperaturprofil. Die berechnete Länge der Intensitätsverteilung beträgt dabei 47,4 mm, wobei 9,976 kW Laserleistung umgesetzt werden, was knapp unterhalb den vorgegebenen 10 kW liegt. Die zusätzliche Optimierung der Spotgröße unter Berücksichtigung der maximalen Gesamtleistung ist also erfolgreich durchgeführt.

Die berechnete Verteilung ähnelt der Intensitätsverteilung aus Bild 3.4, wobei sie durch das veränderte Seitenverhältnis deutlich verzerrt ist. Die Interpretation des Ergebnisses ist damit analog zu denen des ersten Beispiels.

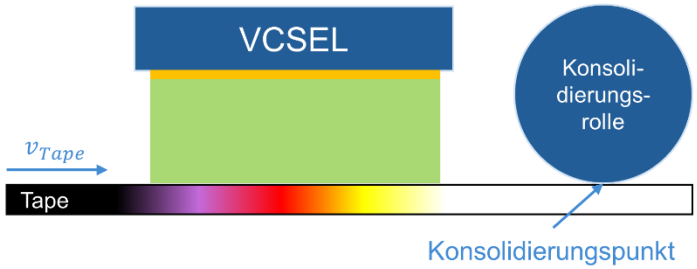
Bei dem in Bild 3.6 b) dargestellten Temperaturprofil zeigt sich, dass die Oberseitentemperatur sehr homogen näherungsweise bei den vorgegebenen 700 °C liegt. An der Blechunterseite wird diese Temperatur auch am Ende des Spots nicht ganz erreicht. Allerdings beträgt der minimale Temperaturunterschied zwischen Ober- und Unterseite nur noch 96 °C, was laut Spezifikationen der Anwender ausreichend für eine gleichmäßige Entfestigung ist. Es ist jedoch darüber hinaus anzumerken, dass die maximale Temperatur an der Unterseite

auf Grund der Wärmeleitung nicht über die komplette Breite von 10 mm erreicht wird, sodass von leichten Abweichungen am Rand ausgegangen werden muss.

Laserunterstütztes Tapelegen - quasistationär

Ziel des laserunterstützen Tapelegens (oder –wickelns) ist es, karbonfaserverstärkte Kunststofftapes mit Laserstrahlung zu erwärmen, sodass sie sich leichter um Bauteile drapieren lassen, wo sie als Verstärkung im Leichtbau dienen [14]. Als Strahlquelle werden dabei unter anderem auch VCSEL eingesetzt, mit denen sich ein Aufbau wie beispielsweise in Bild 3.7 gezeigt ergibt. Das VCSEL-Modul erwärmt das Tape, dieses wird dann einige Zentimeter weiterbewegt, bevor es mit einer Konsolidierungsrolle auf das zu bearbeitende Werkstück gepresst wird. Für ein zufriedenstellendes Bearbeitungsergebnis muss dazu auf Höhe der Konsolidierungsrolle eine vorgegebene Temperatur im Tape vorliegen, wobei idealerweise kein Temperaturunterschied zwischen Ober- und Unterseite auftreten darf. Auf diese Weise wird sichergestellt, dass eine dichte Verbindung zum Substrat erreicht wird.

Bild 3.7: Schematische Darstellung des Aufbaus für die Anwendung Tapelegen



Daraus können Anforderungen zur Lösung des inversen Wärmeleitungsproblems abgeleitet werden. Hierbei soll zunächst der quasistationäre Zustand mit einer Vorschubgeschwindigkeit von 200 mm / s betrachtet werden. Dabei wird der Einfluss des Substrats auf die Temperatur vernachlässigt, da der Kontakt erst am Konsolidierungspunkt stattfindet. Für dieses Beispiel wird der Kunststoff HDPE (Hart-Polyethylen - **h**igh **d**ensity **p**oly**e**thylen) verwendet, dessen Wärmeleitung anisotrop ist und dessen Zieltemperatur am Konsolidierungspunkt 114,3 °C beträgt. Um dort diese Temperatur zu erreichen, wird hier zunächst vorgegeben, dass innerhalb des vom VCSEL bestrahlten Bereichs ein homogenes Temperaturprofil bei dieser Temperatur vorliegen soll. Auf diese Weise wird sichergestellt, dass möglichst viel Energie eingekoppelt wird [18].

Das Tape wird entlang der längeren Achse eines 208,8 mm langen VCSEL-Moduls bewegt. Dabei hat das VCSEL-Modul eine maximale Leistungsdichte von 0,1 W / mm² und besteht aus 24 hintereinander angeordneten Zonen, die einzeln ansteuerbar sind. Entsprechend der Annahmen aus Abschnitt 3.1.1 wird

die Laserstrahlung als perfekt kollimiert angenommen (für eine rigorosere Betrachtung siehe Abschnitt 4.2.3).

Zum einen wird daher bei der Lösung des inversen Wärmeleitungsproblems die maximale Leistungsdichte eingehalten, indem das Vorgehen aus Bild 3.2 angewendet wird. Darüber hinaus wird das maximale Auflösungsvermögen der VCSEL so berücksichtigt, dass lediglich 24 Diskretisierungspunkte für die Intensitätsverteilung in x-Richtung vorliegen, während eine örtliche Variation der Intensitätsverteilung entlang der y-Richtung ausgeschlossen ist. Intensitätswerte für Koordinaten zwischen den Diskretisierungspunkten werden dabei so gewählt, dass der Wert des nächstgelegenen Punkts angenommen wird.

Eine Zusammenstellung der verwendeten Parameter findet sich in Abschnitt 8.1.3 im Anhang.

Der Lösungsalgorithmus für das beschriebene inverse Wärmeleitungsproblem liefert für diese Anwendung die Intensitätsverteilung aus Bild 3.8, wobei für alle 24 Emitter die Werte für die benötigte Intensität dargestellt sind. Um eine Interpretation der Ergebnisse zu erleichtern, ist zudem die benötigte Intensitätsverteilung dargestellt, die erreicht wird, wenn die Beschränkung der maximalen Intensität vernachlässigt wird.

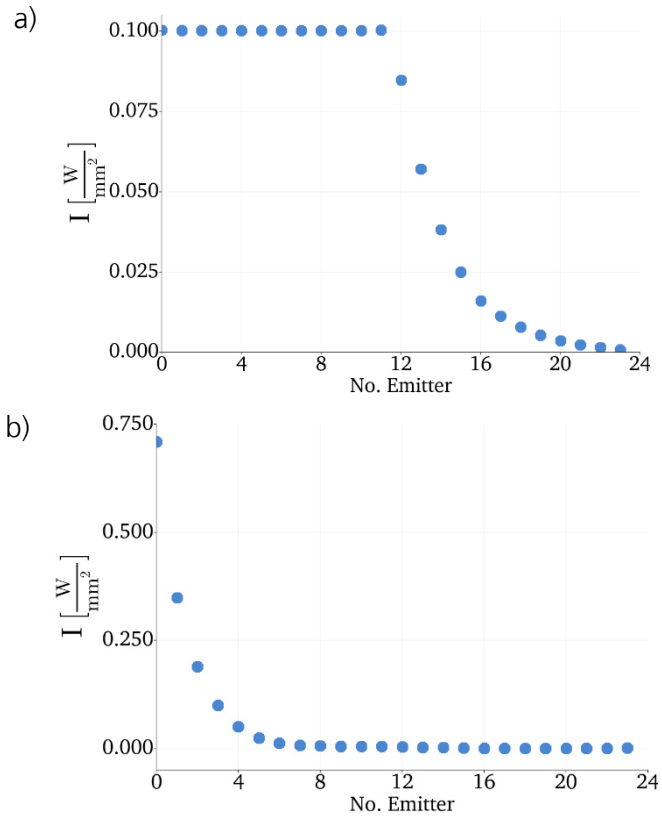


Bild 3.8: Anwendungsangepasste Intensitätsverteilung für das Tapelegen. a) Unter Berücksichtigung der maximalen Intensität b) Bei Vernachlässigung der Nebenbedingung

Da hier ebenfalls ein homogenes Temperaturprofil vorgegeben ist, könnte zunächst davon ausgegangen werden, dass eine Intensitätsverteilung ähnlich zu der aus Bild 3.5 a) erzielt wird (auf Grund der örtlichen 1D-Variation ist der Vergleich mit dem Querschnitt naheliegend). Unter Vernachlässigung der maximal erreichbaren Intensität ist dies auch der Fall (siehe Bild 3.8 b)). Die Beschränkung der Intensität verändert aber die Verteilung. Der zu Beginn auftretende Peak wird durch die Berücksichtigung der Nebenbedingung abgeflacht, sodass die ersten Werte genau der maximal möglichen Intensität entsprechen. Wichtig ist hierbei, dass der Peak nicht einfach abgeschnitten wird, sondern dass die Verringerung des ersten Wertes eine Erhöhung der folgenden Werte hervorruft. Anschließend fallen die Werte für die letzten Emitter jedoch ab, was vergleichbar zu den Ergebnissen ohne Berücksichtigung der Nebenbedingungen ist.

Die auftretende Abweichung hat natürlich auch Auswirkungen auf die erzielte Temperaturverteilung, die in Bild 3.9 dargestellt ist. Da zu Beginn die benötigten hohen Werte der Intensität nicht erreicht werden können, liegt dort die erzielte Temperatur unterhalb der vorgegebenen Temperatur von 114,3 °C. Erst nach den ersten 12 Emitterreihen, denen in der berechneten Intensitätsverteilung in Bild 3.9 die maximale Leistungsdichte zugeordnet wird, ist diese vorgegebene Temperatur erreicht. Danach jedoch hat die Nebenbedingung keine Auswirkung mehr, sodass die vorgegebene Temperatur konstant gehalten wird.

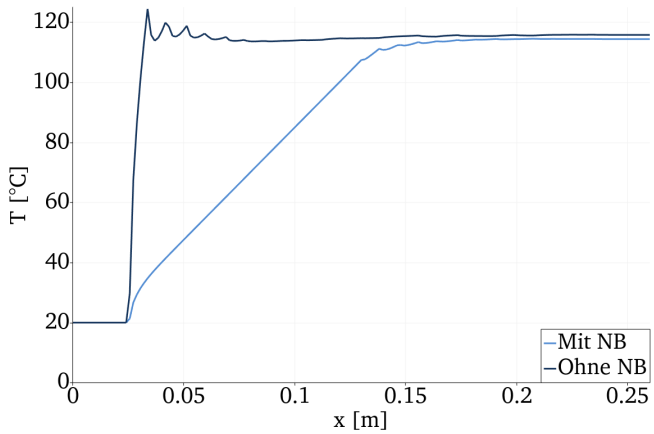


Bild 3.9: Berechnete Temperaturprofile für das Tapelegen unter Verwendung der in Bild 3.8 gezeigten Intensitätsverteilungen. Gezeigt sind die Verläufe mit und ohne Berücksichtigung der Nebenbedingung (NB) einer maximalen Intensität.

Laserunterstütztes Tapelegen - zeitabhängig

In einem weiteren Schritt für das Anwendungsbeispiel Tapelegen wird eine zeitabhängige Intensitätsverteilung für einen Start-Stopp-Prozess berechnet, siehe auch [95]. In diesem Fall wird die Vorschubgeschwindigkeit zeitlich entsprechend Bild 3.10 variiert, wobei auch hier die Maximalgeschwindigkeit 200 mm / s gewählt wird. Die betrachtete Prozesszeit beträgt dabei bei 1,6 s.

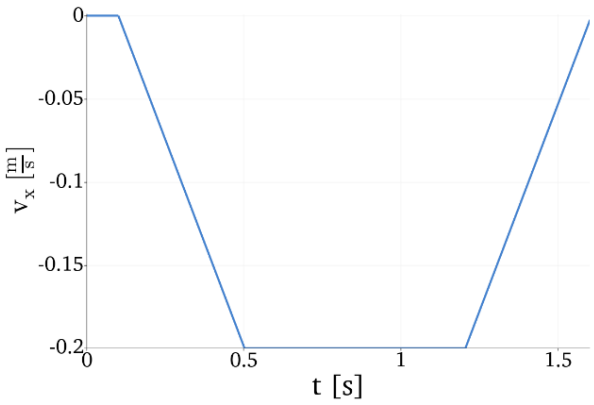


Bild 3.10: Angenommener Verlauf der Geschwindigkeit für einen Start-Stopp-Prozess beim Tapelegen

Für dieses Beispiel wird ein anderes VCSEL-Modul mit nur 8 einzelnen Emittern und einer Länge von 34,2 mm verwendet, wobei der Abstand zwischen der Mitte des VCSELs und dem Konsolidierungspunkt 20 mm beträgt. Darüber hinaus liegt für dieses Modul die maximal erreichbare Intensität oberhalb der benötigten Maximalintensität, sodass keine Nebenbedingungen berücksichtigt werden müssen.

In diesem Anwendungsbeispiel liegt eine etwas andere Temperaturvorgabe vor, nach der nun direkt am Konsolidierungspunkt eine konstante Temperatur vorliegen muss. Hierbei wird berücksichtigt, dass das erwärmte Tape erst nach 0,39 s am Konsolidierungspunkt eintrifft, sodass erst ab dann die Temperatur vorgeschrieben ist.

Weitere Verfahrensparameter sind in Abschnitt 8.1.4 im Anhang dargestellt.

Bild 3.11 zeigt nun die Intensitätsverteilung für dieses Anwendungsbeispiel an 6 verschiedenen Zeitpunkten. Zu Beginn liegt eine sehr inhomogene Intensitätsverteilung mit einem Peak an der vorderen (rechten) Seite vor. Dieser sorgt dafür, dass die vorgegebene Temperatur nach 0,39 s erreicht wird. Nach kurzer Zeit flacht dieser Peak dann ab und die Verteilung wird näherungsweise homogen, wobei der Maximalwert der Gesamtleistung in der Phase der konstanten Bewegung bei maximaler Geschwindigkeit erreicht wird. Während der Phase der Abbremsung fallen die Werte der einzelnen Emitter dann nacheinander wieder auf 0 ab. Dies beginnt zuerst bei den letzten (linken) Emittern, da das von ihnen bestrahlte Material den Konsolidierungspunkt gar nicht mehr erreicht.

Zu fast allen Zeitpunkten sind Oszillationen in der berechneten Intensitätsverteilung sichtbar, was insbesondere in den Phasen mit variabler Geschwindigkeit auftritt. Ähnlich zu den Oszillationen in Bild 3.5 sind diese auf die Tatsache zurückzuführen, dass das inverse Wärmeleitungsproblem schlecht gestellt ist. Da hier jedoch ein räumlicher Abstand zwischen dem bestrahlten Bereich und den Orten mit vorgegebener Temperatur vorliegt, sind die Auswirkungen deutlicher.

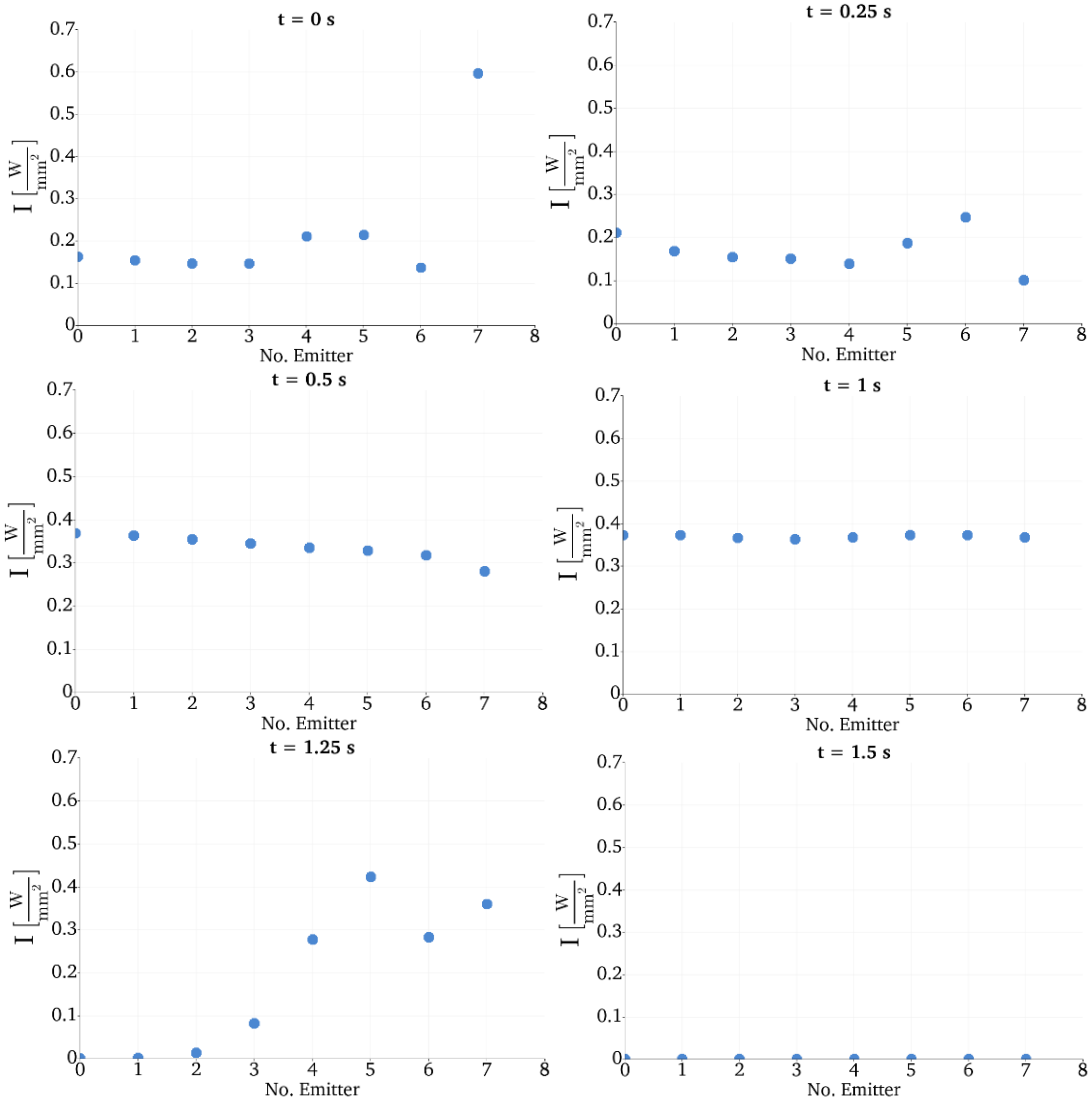


Bild 3.11
Zeitabhängige anwendungsangepasste Intensitätsverteilung für das Tapelegen für einen Start-Stopp-Prozess. Dargestellt ist die Intensitätsverteilung an 6 verschiedenen Zeitpunkten

In Bild 3.12 ist nun die zeitliche Variation der Temperatur am Konsolidierungspunkt dargestellt. Es zeigt sich, dass die Temperatur in Übereinstimmung mit der Vorgabe nach etwa 0,39 s fast sprunghaft auf den vorgegebenen Wert ansteigt und danach nahezu konstant gehalten werden kann. Die Oszillationen aus der Intensitätsverteilung treten zwar auch auf, sind aber deutlich reduziert worden, was in der Diffusion der Wärme begründet liegt.

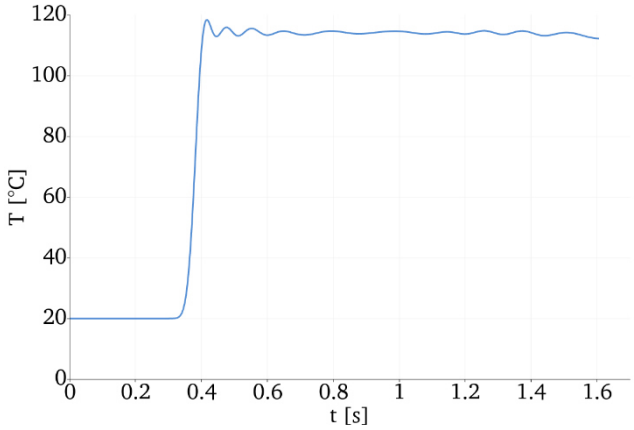


Bild 3.12: Mit dem kommerziell verfügbaren Softwarepaket ANSYS berechnetes Temperaturprofil am Konsolidierungspunkt für die anwendungsangepasste Intensitätsverteilung für das Tapelegen in einem Start-Stopp-Prozess. Dargestellt ist der Verlauf der Temperatur über der Zeit.

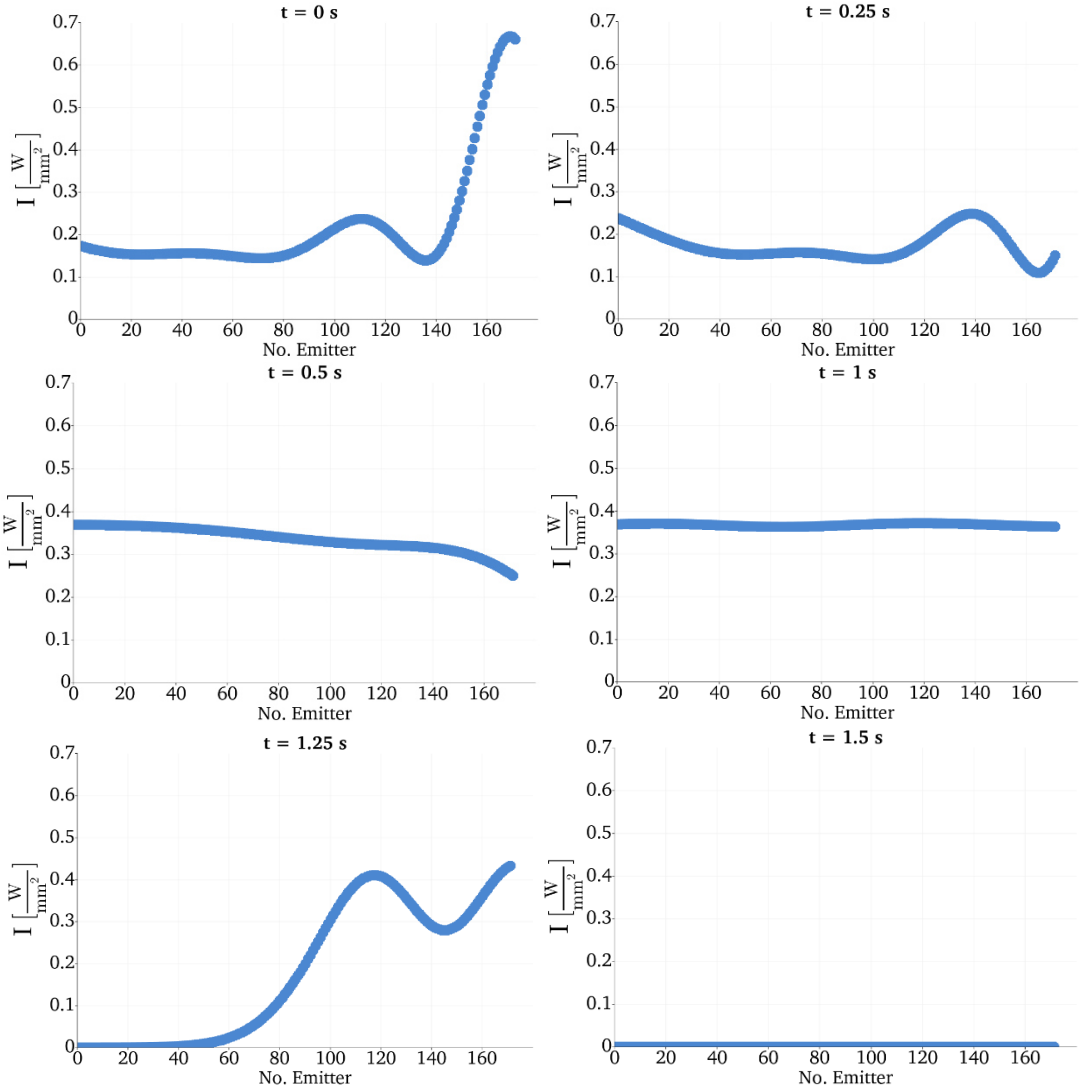


Bild 3.13
Zeitabhängige anwendungsangepasste Intensitätsverteilung für das Tapelegen für einen Start-Stopp-Prozess unter Annahme einer nahezu beliebigen örtlichen Ansteuerung. Dargestellt sind die gleichen Zeitpunkte wie in Bild 3.11

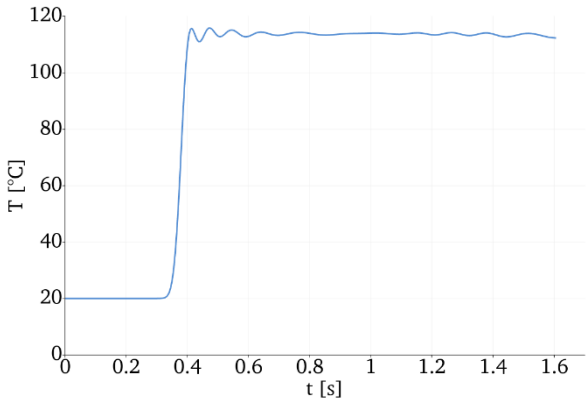


Bild 3.14: Mit dem kommerziell verfügbaren Softwarepaket ANSYS berechnetes Temperaturprofil am Konsolidierungspunkt für die anwendungs-angepasste Intensitätsverteilung aus Bild 3.13. Dargestellt ist der Verlauf der Temperatur über der Zeit

Zum Vergleich ist in [95] auch untersucht worden, wie sich die berechnete Intensitätsverteilung ändert, wenn anstelle von 8 einzeln ansteuerbaren Zonen eine im Ort deutlich höher aufgelöste orts- und zeitabhängige Intensitätsverteilung erzeugt werden kann ($\Delta x = 0{,}05\ mm$). Das Ergebnis ist für die Intensität in Bild 3.13 und für den zeitlichen Verlauf der Temperatur am Konsolidierungspunkt in Bild 3.14 dargestellt. Es zeigen sich – insbesondere im Plot der Temperatur – nur wenige Unterschiede im Vergleich zu den Ergebnissen Bild 3.11 und Bild 3.12, sodass die Schlussfolgerung naheliegt, dass selbst 8 Emitter für eine notwendige örtliche Anpassung der Intensität näherungsweise ausreichend sind.

3.2 Erweiterung auf komplexe 3D-Geometrien

Die vorangegangenen Überlegungen ermöglichen die Berechnung von anwendungsangepassten Intensitätsverteilungen für ebene Werkstücke oder für Werkstücke, bei denen der Krümmungsradius der zu bearbeitenden Oberfläche sehr groß ist, sodass diese näherungsweise als eben angenommen werden können. Dies ist jedoch nicht für alle Werkstücke der Fall, sodass die beschriebenen Methoden auf komplexe 3D-Geometrien erweitert werden, wobei auch hier von einem homogenen Material ausgegangen wird.

Das Wärmeleitungsproblem kann dann ähnlich zu den Überlegungen in 3.1 definiert werden (siehe dazu auch Bild 3.15). Angenommen wird ein Werkstück aus einem homogenen Material mit einer komplexen 3D-Geometrie, dessen temperaturabhängige thermophysikalische und optische Materialdaten bekannt sind. Das Werkstück ist dabei so orientiert, dass der Laserstrahl senkrecht aus der z-Richtung einfällt, wobei dessen Energie dann entweder an der Oberfläche, auf der er auftritt, oder im Volumen absorbiert wird.

Im Vergleich zu ebenen Geometrien können hier dann mehr Freiheitsgrade in der Bewegung berücksichtigt werden. Analog zu den Betrachtungen in 3.1 kann das Bauteil in x- und/oder y-Richtung bewegt werden, aber zusätzlich ist auch eine Rotation um die x-, y- und/oder z-Achse möglich.

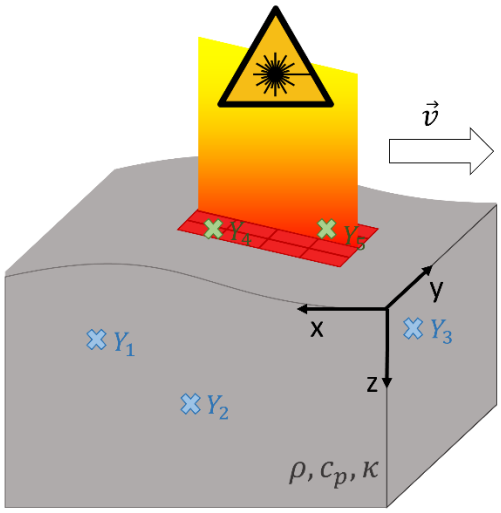


Bild 3.15: Definition inverses Wärmeleitungsproblem für komplexe 3D-Geometrien

Analog zur Problemstellung in Abschnitt 3.1.1 müssen nun auch Werte für die diskretisierte Intensitätsverteilung abgeleitet werden, die ein solches Temperaturprofil induzieren, das vorher festgelegte Eigenschaften an vorgegebenen Punkten im Material (blau in Bild 3.15) oder an dessen Oberfläche (grün in Bild 3.15) erfüllt.

An dieser Stelle sei noch angemerkt, dass im Fall der komplexen 3D-Geometrien eine quasistationäre Betrachtung nur dann möglich ist, wenn es sich um eine „extrudierte" Geometrie handelt. Damit ist eine 3D-Geometrie gemeint, die sich dadurch auszeichnet, dass ihre Oberfläche durch eine geschlossene 2D-Kurve gebildet wird, die entlang einer Richtung geradlinig verlängert wird.

3.2.1 Anpassung des Lösungsalgorithmus

Im Wesentlichen wird zur Lösung des inversen Wärmeleitungsproblems auf komplexen 3D-Geometrien das gleiche Vorgehen wie in Abschnitt 3.1.1 gewählt, wobei insbesondere auch die gleichen Gleichungen anwendbar sind. Der Lösungsalgorithmus wird allerdings an einigen wenigen Stellen erweitert. Zum einen wird die Möglichkeit einer Rotationsbewegung implementiert, zusätzlich wird die Projektion der Intensitätsverteilung auf die nicht-ebene Oberfläche des Werkstücks abgeleitet. Schließlich ist auch die Netzerstellung für die FEM-Lösungen deutlich anspruchsvoller, da bei Geometrien mit nicht-ebenen Grenzflächen eine äquidistante Diskretisierung (und daher auch eine Lösung mittels FDM) nicht mehr möglich ist.

Rotationsbewegung

Die Rotationsbewegung eines Bauteils kann – anders als die Relativbewegung – im Allgemeinen nicht in die Wärmeleitungsgleichung integriert werden. Um eine solche Bewegung dennoch betrachten zu können, wird daher das gesamte FEM-Netz rotiert. Dies bedeutet, dass es sich um eine zeitabhängige Betrachtung handelt, bei der in jedem Zeitschritt jeder Netzknoten entsprechend der Beziehung

3.7

$$\begin{pmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \end{pmatrix}^m = R(\vec{g}, \omega \cdot \Delta t) \begin{pmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \end{pmatrix}^{m-1}$$

m: Zeitschritt
$\omega = \omega(t)$: Rotationsgeschwindigkeit, kann zeitlich variieren
$R(\vec{g}, \alpha)$: Rotationsmatrix für eine Drehung um den Winkel α um die Rotationsachse $\vec{g}$
x_i, y_i, z_i: Koordinaten des Netzknotens

rotiert wird.

Projektion der Strahlung auf die Werkstückoberfläche

In diesem Abschnitt wird ebenfalls davon ausgegangen, dass der Laserstrahl perfekt kollimiert in positiver z-Richtung verläuft, bevor er auf das Werkstück trifft. Anders als im Fall der ebenen Geometrien tritt für komplexere Geometrien ein Winkel zwischen der (inneren) Oberflächennormalen und der Ausbreitungsrichtung auf. Da allerdings nur der Anteil der auftreffenden Strahlung in der Lösung des direkten Wärmeleitungsproblems zu berücksichtigen ist, der senkrecht zur Oberfläche auftrifft, muss eine Transformation der Intensität entsprechend

3.8

$$\tilde{I}(x, y, t) = I(x, y, t) \cdot \cos(\phi)$$

ϕ: Winkel zwischen der Oberflächennormalen und der Ausbreitungsrichtung (hier der z-Richtung)

durchgeführt werden. Dies gilt sowohl für Oberflächen- als auch für Volumenabsorption. Bei Volumenabsorption ist es darüber hinaus wichtig, dass der in Gl. **2.1** angegebene Abstand nicht mehr nur von der z-Koordinate abhängt. Für diesen Fall muss für jeden betrachteten Punkt der Abstand zur Oberfläche neu abgeleitet werden.

Netzerstellung

Da an dieser Stelle möglichst beliebige Geometrien berücksichtigt werden sollen und es verschiedene Software-Tools zur Netzerstellung für beliebige Geometrien gibt, wird hier vorgeschlagen, das Netz extern zu generieren und dann einzulesen. Dazu kann zum Beispiel der Mesher aus dem kommerziell verfügbaren Softwarepaket ANSYS [111] oder das freie Tool gmsh [35] benutzt werden.

3.2.2 Anwendungsbeispiel: Laserhärten eines rotierenden Stahlzylinders

Als Anwendungsbeispiel für die Lösung des inversen Wärmeleitungsproblems für nicht-ebene 3D-Geometrien wird hier das Laserhärten eines Zylinders aus Stahl betrachtet, dessen Achse entlang der x-Achse verläuft und der um genau diese Achse mit der Winkelgeschwindigkeit 3,14 rad / s rotiert.

Der Zylinder hat einen Radius von 5 mm sowie eine Länge von 10 mm und die Zeit ist mit 1 s so gewählt, dass sich der Zylinder in diesem Zeitraum um 180° um die angegebene Achse dreht.

Die Intensitätsverteilung des Laserstrahls, mit dem die Oberfläche des Zylinders gehärtet wird, ist rechteckig mit den Abmessungen 4 mm x 4 mm. Da damit nur Einfallswinkel kleiner als 25° erreicht werden, wird hier die Winkelabhängigkeit des Absorptionsgrades vernachlässigt. Als Temperaturprofil wird vorgegeben, dass eine homogene Verteilung von 1 127 °C innerhalb des bestrahlten Bereichs vorliegen muss. Um experimentell realisierbare Ergebnisse zu erhalten, wird dabei in den ersten 0,1 s die Oberflächentemperatur linear ansteigend gewählt.

Die für den Algorithmus gewählten Simulationsparameter können Abschnitt 8.1.5 im Anhang entnommen werden.

Bild 3.16 zeigt die erzielte Intensitätsverteilung sowie das damit berechnete Temperaturprofil zu fünf verschiedenen Zeitpunkten. Ganz zu Beginn ist die Intensitätsverteilung nahezu konstant, bevor zunächst an den Kanten höhere Peaks entstehen, die analog zu den vorherigen Beispielen die Diffusion der Wärme ausgleichen. Anschließend bildet sich sehr bald eine Verteilung aus, die der in Bild 3.4 gezeigten sehr ähnlich ist und eine analoge Interpretation ermöglicht. Mit zunehmender Zeit nimmt dann die Höhe der Peaks leicht ab, was auf die Aufwärmung des gesamten Zylinders zurückzuführen ist.

Bei der Betrachtung des Maximalwertes der Intensitätsverteilung (siehe Bild 3.17 a)) wird deutlich, dass dieser mit der Zeit sehr stark schwankt. Eine genauere Betrachtung zeigt einen Zusammenhang mit der Auflösung des FEM-Netzes des Zylinders von im Mittel 0,25 mm: Ein Peak entsteht immer dann, wenn durch die Rotation ein neuer Netzknoten in den bestrahlten Bereich hineinwandert. Eine feinere Auflösung würde dem entgegenwirken, jedoch zu einer Erhöhung der Laufzeit führen, die hier bereits bei ca. 33,5 Stunden liegt.

Das mit der berechneten Intensitätsverteilung erzeugte örtliche und zeitliche Temperaturprofil ist entsprechend der Vorgabe sehr homogen. Lediglich die Variation der Maximalleistung der Peaks wirkt sich auch hier – jedoch in deutlich geringem Maße – aus. In Bild 3.17 b) ist beispielsweise die zeitliche Variation der Maximaltemperatur gezeigt, die deutlich glatter verläuft, was wiederum in dem diffusiven Charakter der Wärmeleitung begründet liegt.

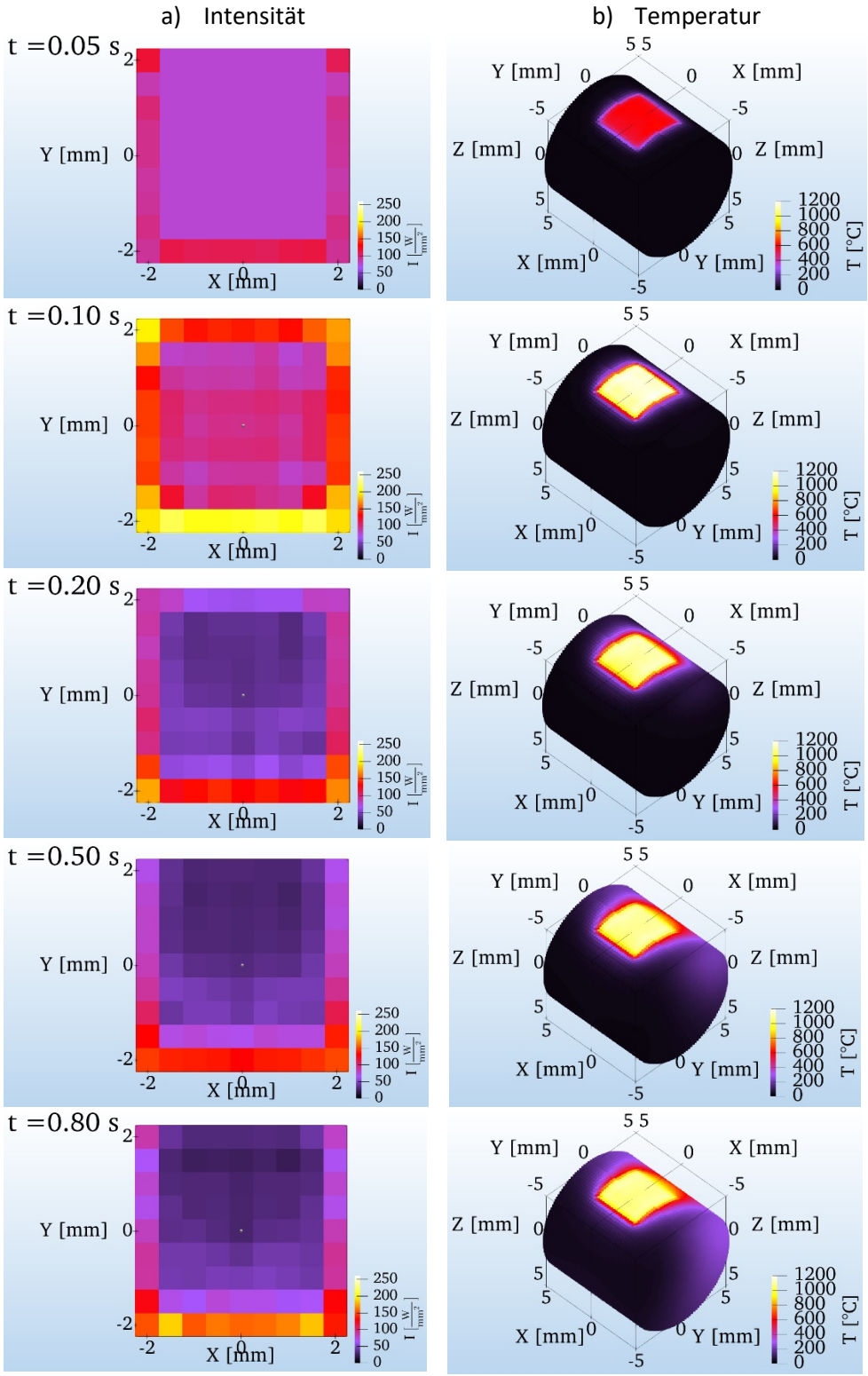


Bild 3.16: Anwendungsangepasste Intensitätsverteilung für das Laserstrahlhärten eines rotierenden Stahlzylinders. Dargestellt sind jeweils die benötigte Intensitätsverteilung (a) sowie das damit erzielte Temperaturprofil (b) an 5 Zeitpunkten. Das Temperaturprofil wurde mittels des kommerziell verfügbaren Softwarepaketes ANSYS berechnet.

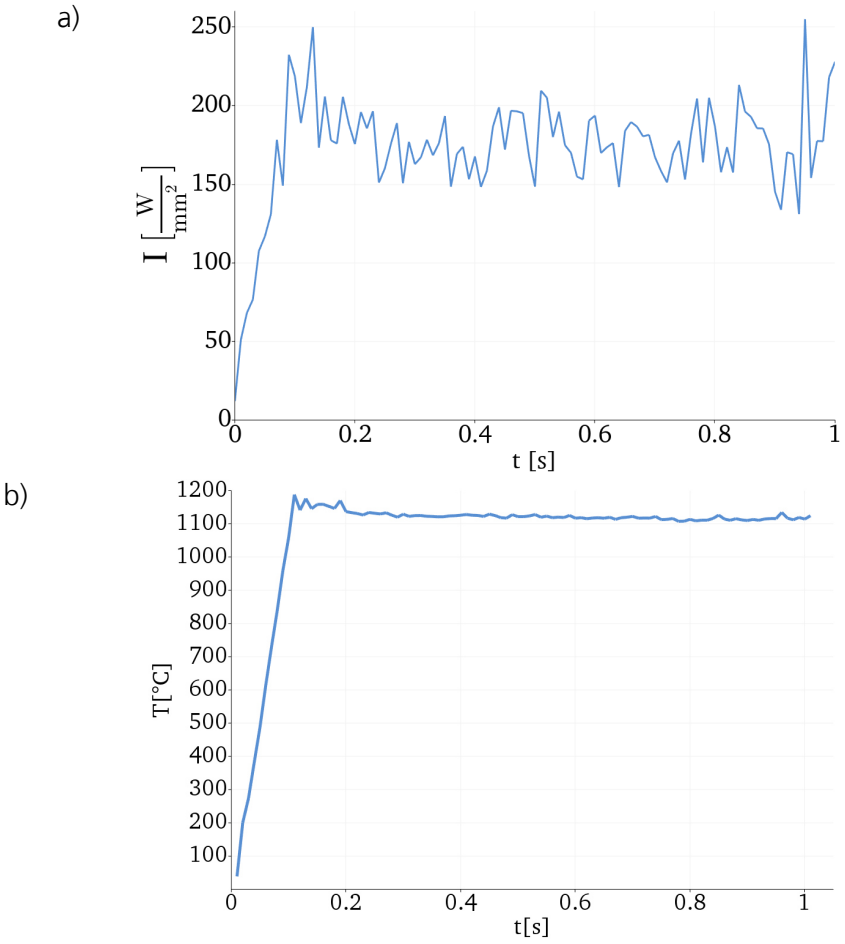


Bild 3.17: Zeitliche Abhängigkeit der maximalen Intensität (a) sowie der Maximaltemperatur (b) für die Anwendung eines rotierenden Stahlzylinders

3.3 Erweiterung auf ebene Schichtsysteme

In einer weiteren Verallgemeinerung der Vorgehensweise werden in diesem Abschnitt nun ebene Schichtsysteme betrachtet. Diese Geometrien zeichnen sich dadurch aus, dass sie aus mehreren, ebenen Schichten aus unterschiedlichen Materialien bestehen, die übereinander angeordnet sind (Bild 3.18). Dabei findet ein Wärmeaustausch zwischen den unterschiedlichen Schichten statt, der über eine Übergangsrandbedingung entsprechend Gleichung **2.8** beschrieben wird.

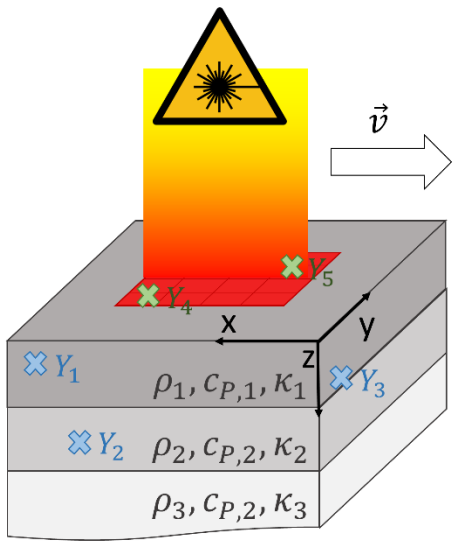


Bild 3.18: Definition inverses Wärmeleitungsproblem für ebene Schichtgeometrien

Analog zur Geometrie in Abschnitt 3.1 sind dabei die Schichten ebenfalls entlang der Koordinatenachsen orientiert. Auch die anwendbaren Randbedingungen entsprechen denen aus 3.1. An der Oberseite liegt demnach immer eine adiabatische oder eine Neumann-Randbedingung vor.

Das Wärmeleitungsproblem ist dann definiert als: Wie müssen die (diskreten) Intensitätswerte aussehen, damit die an beliebigen Punkten vorher festgelegte Temperatur erzeugt werden kann?

Dabei muss das auf Grund der Schicht-Anordnung vorliegende Absorptionsverhalten berücksichtigt werden. Während in einem homogenen Werkstoff mit ausreichend geringer Eindringtiefe lediglich entweder Oberflächen- oder Volumenabsorption entsprechend des Lambert-Beerschen Gesetzes auftritt, kann es in einem Schichtsystem zu Mehrfachreflexionen kommen. Dies ist eine Bezeichnung für die wiederholte Reflexion des einfallenden Laserstrahls an den Übergangsflächen des Werkstücks. Im Folgenden sollen dabei Mehrfachreflexion nur innerhalb der ersten Schicht berücksichtigt werden. Um dazu den in der Tiefe z absorbierten Anteil der Strahlung zu berechnen, werden die entsprechenden Beiträge der verschiedenen Durchläufe aufaddiert. Sollte die Eindringtiefe dabei von der Temperatur abhängen, muss dieser absorbierte Anteil in jeder Iteration in Bild 2.1 neu ausgewertet werden.

3.3.1 Anpassung des Lösungsalgorithmus

Der Lösungsalgorithmus ist dahingehend angepasst, dass Formulierungen für die Lösung des direkten Wärmeleitungsproblems sowie des adjungierten und des Sensitivitätsproblems für Schichtsysteme abgeleitet und implementiert werden.

Nach [72] kann das direkte Wärmeleitungsproblem für die Geometrie in Bild 3.18 gelöst werden, indem für jede der Schichten eine Wärmeleitungsgleichung entsprechend Gleichung **2.4** aufgestellt wird und für den Übergang zwischen den Schichten die Übergangsbedingung gemäß Gleichung **2.8** gewählt wird. Die Gleichungen lauten somit

3.9
$$\rho_l(T_l)c_l(T_l)\frac{\partial T_l}{\partial t} - \nabla(k_l(T_l)\nabla T_l) = s - \vec{v}\,\nabla(\rho_l(T_l)c_l(T_l)T_l)$$

für die l-te Schicht, wobei eine Auswahl an Randbedingungen (a: Dirichlet, b: Neumann, c: adiabatisch)

3.10 **a**
$$T_l = T_0$$

b
$$-k_l\,\vec{n}\nabla T_l = A_l \cdot I$$

c
$$-k_l\vec{n}\nabla T_l = 0$$

sowie die Übergangsbedingungen

3.11
$$-k_l\vec{n}\nabla T_l = h(T_l - T_{l+1})$$

angewendet werden müssen. Der Index l bezieht sich hier stets auf die jeweilige Schicht, wobei die Zählung an der Oberseite beginnt.

Damit können nun analog zu Gl. **3.1** und Gl. **3.3** die Formulierungen für das adjungierte und das Sensitivitätsproblem hergeleitet werden. Für das adjungierte Problem ergibt sich:

3.12
$$\rho_l(T_l)c_l(T_l)\frac{\partial \lambda_l}{\partial t} - k_l(T_l)\nabla^2\lambda_l = -2\sum_n \big(Y_n - T_{l,n}\big)\delta(\vec{x} - x_n)\delta(t - t_n)$$
$$-\vec{v}\cdot\vec{n}\left(\rho_l(T_l)c_l(T_l) + \rho_l(T_l)\frac{\partial c_l(T_l)}{\partial T_l}T_l + c_l(T_l)\frac{\partial \rho_l(T_l)}{\partial T_l}T_l\right)\nabla\lambda_l$$

mit der Randbedingung

3.13
$$-k_l(T_l)\nabla^2\lambda_l + \vec{n}\cdot\vec{v}\left(\rho_l(T_l)c_l(T_l) + \rho_l(T_l)\frac{\partial c_l(T_l)}{T_l}\,T_l + c_l(T_l)\frac{\partial \rho_l(T_l)}{\partial T_l}T_l\right)\lambda = 0$$

und den Übergangsbedingungen

3.14
$$-k_l(T_l)\vec{n}\cdot\nabla\lambda = \left[-h(T_l) - \frac{\partial h(T_l)}{\partial T_l}(T_l - T_{l+1})\right]\lambda_l + h(T_{l+1})\lambda_{l+1}$$

Und das Sensitivitätsproblem lautet

3.15

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_l(T_l)c_l(T_l)\Delta T_l) - \nabla^2(k_l(T_l)T_l)$$
$$= \Delta s - \vec{v}\cdot\nabla\left(\rho_l(T_l)c_l(T_l) + \rho_l(T_l)\frac{\partial c_l(T_l)}{\partial T_l}T_l + c_l(T_l)\frac{\partial \rho_l(T_l)}{\partial T_l}T_l\right)\Delta T_l$$

mit den Randbedingungen (a: Dirichlet, b: Neumann, c: adiabatisch)

3.16 **a**

$$\Delta T_l = 0$$

b

$$-k_l\vec{n}\cdot\nabla T_l = A\cdot\Delta I$$

c

$$-k_l\vec{n}\cdot\nabla T_l = 0$$

und den Übergangsbedingungen

3.17

$$-\vec{n}\cdot\nabla(k_l(T_l)T_l) = h(T_l)(\Delta T_l - \Delta T_{l+1}) + \frac{\partial h(T_l)}{\partial T_l}\Delta T_l(T_l - T_{l+1})$$

Schließlich muss auch die Gleichung zur Berechnung des Gradienten angepasst werden. Während für Oberflächenabsorption Gl. **3.5** weiterhin gültig ist, wobei der Reflexionsgrad für die erste Schicht ausgewertet werden muss, ergibt sich für Volumenabsorption

3.18

$$(\nabla S_l)_i = \sum_l \int_{V_l}\int_t \tilde{T}_{l-1}A_l e^{-\mu_l z}\lambda\, dt\, dV_l$$

Hierbei ist $\tilde{T}_{l-1}$ der von den über l liegenden Schichten transmittierte Teil der Strahlung, wobei $\tilde{T}_0 = 1$ gilt, da die gesamte Strahlung auf der Werkstückoberfläche auftrifft. Im Fall von Mehrfachreflexionen in der ersten Schicht wird der Ausdruck $A_1\exp(-\mu_1 z)$ ersetzt durch den aus den unterschiedlichen Durchläufen aufsummierten relativen Anteil der absorbierten Strahlung. Im Fall von temperaturunabhängigen Materialdaten wäre dies beispielsweise

3.19

$$(\nabla S_I)_i = \int_{V_l}\int_t A_1 e^{-\mu_1 z}\Big(1 + (1-A_2)e^{-2\mu_1(z_{1\to2}-z)}$$
$$\cdot\Big(1 + (1-A_1)e^{-2\mu_1 z}$$
$$\cdot\Big(1 + (1-A_2)e^{-2\mu_1(z_{1\to2}-z)}(1+\cdots)\Big)\Big)\Big)\, dt\, dV_l$$
$$+ \sum_{l>1}\int_{V_l}\int_t \tilde{T}_{l-1}A_l e^{-\mu_l z}\lambda\, dt\, dV_l$$

$z_{1\to2}$: z-Koordinate der Grenzfläche zwischen der ersten und zweiten Schicht.

Im Fall von temperaturabhängigen Materialdaten muss zusätzlich noch berücksichtigt werden, dass A_i und μ_i von der Temperatur und damit auch vom Ort abhängen, wodurch weitere Terme in Gleichung **3.19** auftreten.

3.3.2 Anwendungsbeispiel: Trocknung von reibmindernden Lacken

Als Anwendungsbeispiel für den beschriebenen Algorithmus bei Vorliegen eines Schichtsystems dient die laserbasierte Trocknung von reibmindernden Lacken. Hierbei wird eine dünne (11 µm) Lackschicht auf einem Stahlsubstrat aufgebracht, die dafür sorgt, dass die Reibungsverluste des Bauteils während des Betriebs reduziert werden. Diese Lackschicht wird in einem laserbasierten Verfahren getrocknet, um die Wärmebelastung für das temperaturempfindliche Substrat zu reduzieren. In diesem Verfahren wird ein optimales Bearbeitungsergebnis dann erwartet, wenn die Temperatur im Lack 500 °C überschreitet. Daraus wird hier die Temperaturvorgabe abgeleitet, dass innerhalb des bestrahlten Bereichs an der Unterseite der Lackschicht ein homogenes Temperaturprofil von 500 °C vorliegen soll.

Hierzu wird angenommen, dass das Bauteil sehr viel größer als die Ausdehnung der Intensitätsverteilung ist und dass die Vorschubgeschwindigkeit konstant gehalten wird. Daher erfolgt eine quasistationäre Berechnung.

Für den verwendeten Lack wird zu Demonstrationszwecken eine optische Eindringtiefe von 100 µm angenommen, was beispielsweise für Laserstrahlung mit einer Wellenlänge im nahen Infrarotbereich gültig ist. Da diese Eindringtiefe im Vergleich zur Schichtdicke relativ groß ist und das Stahlsubstrat nicht vollständig absorbiert, ist davon auszugehen, dass Mehrfachreflexionen auftreten.

Dabei werden näherungsweise physikalische Prozesse, die während der Bearbeitung in der Schicht stattfinden, vernachlässigt. Dies betrifft zum einen die im Trocknungsprozess auftretende Verdampfung des Lösungsmittels, wofür ein gewisser Anteil der eingebrachten Energie zur Kompensation der Verdampfungsenthalpie aufgewendet werden muss. Darüber hinaus werden im Trocknungsprozess die Eigenschaften der Lackschicht verändert. Dies beinhaltet eine Änderung der optischen und thermophysikalischen Eigenschaften sowie üblicherweise eine Abnahme der Schichtdicke. Da die Schichtdicke jedoch ohnehin sehr gering ist, werden diese Gegebenheiten in diesem Berechnungsbeispiel vernachlässigt.

Die in 3.3.1 beschriebenen Methoden werden nun angewendet, um eine anwendungsangepasste Intensitätsverteilung zu ermitteln. Die dazu verwendeten Simulationsparameter zeigt Abschnitt 8.1.6 im Anhang.

Das Ergebnis der Simulation ist in Bild 3.19 dargestellt. Da auch hier ein homogenes Temperaturprofil vorgegeben ist – wenn auch an der Unterseite der Lackschicht –, ähnelt die erzielte Intensitätsverteilung wiederum der von Dieter Burger berechneten für das laserbasierte Härten (Bild 3.4).

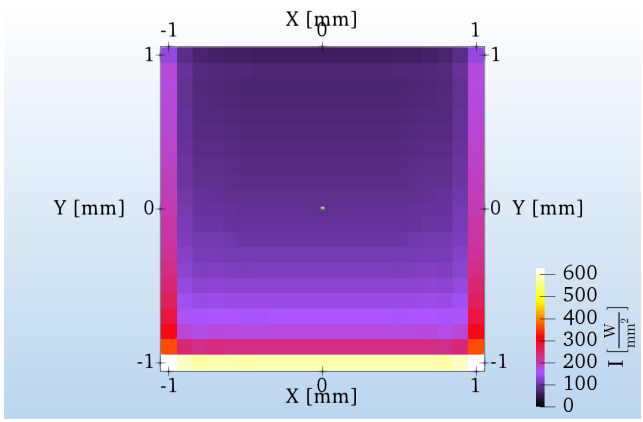


Bild 3.19: Berechnete Intensitätsverteilung für die Trocknung von reibmindernden Lackschichten

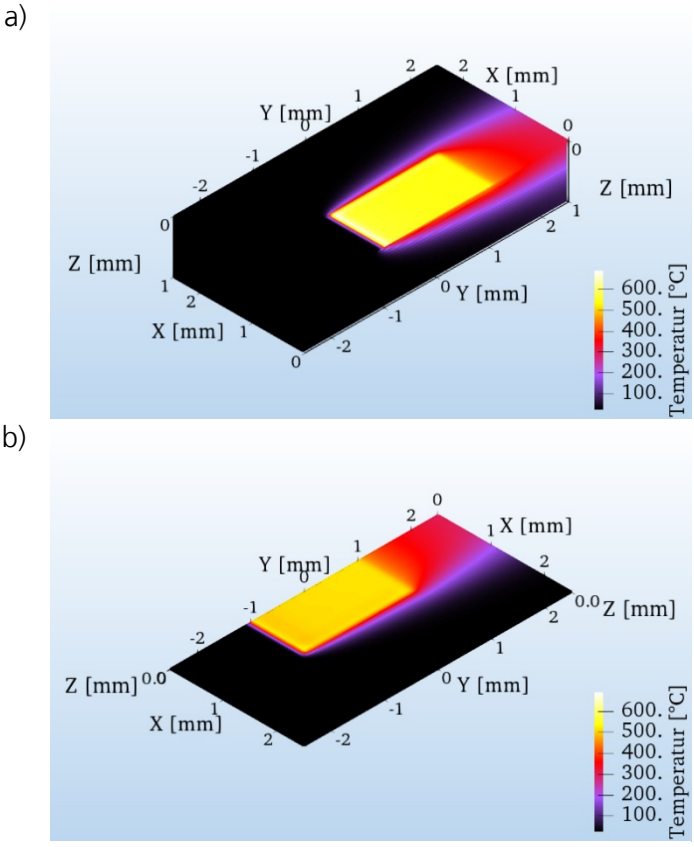


Bild 3.20: Mit dem kommerziell verfügbaren Softwarepaket ANSYS simuliertes Temperaturprofil unter Annahme der Intensitätsverteilung aus Bild 3.19. a): Gesamte Geometrie. b): Für die Unterseite der Lackschicht, c): Querschnitte durch das Temperaturprofil für x=0 an der Ober- und der Unterseite der Lackschicht.

Bild 3.20 zeigt das mit dieser berechneten Intensitätsverteilung erzeugte quasistationäre Temperaturprofil, welches wiederum unabhängig mit dem kommerziell verfügbaren Softwarepaket ANSYS berechnet wurde. Dabei ist einmal das Temperaturprofil für die komplette Geometrie gezeigt (a) und einmal ein Ausschnitt für die Unterseite der Lackschicht (b). Darüber hinaus sind Querschnitte durch das Temperaturprofil an Ober- und Unterseite der Lackschicht dargestellt (Bild 3.20 c)). Es zeigt sich, dass, während die Temperatur an der Schichtunterseite die Vorgabe einer homogenen Temperatur erfüllt, dies nicht mit einer homogenen Temperatur an der Oberseite einhergeht. Hier liegt eine Temperatur-Überhöhung von ca. 90 °C an der vorderen Kante der bestrahlten Fläche vor. Dies liegt daran, dass Wärmeleitungsverluste in die Lackschicht kompensiert werden müssen.

3.4 Toleranzanalyse am Beispiel Entfestigen

Die in diesem Kapitel berechneten Intensitätsverteilungen sind immer unter der Annahme festgelegter Materialdaten und Verfahrensparameter erzielt worden. Jedoch liegen in keinem realen Prozess genau diese Materialdaten und Parameter exakt vor, sodass immer eine gewisse Abweichung auftritt. Um beurteilen zu können, wie stark sich diese Abweichungen auf die erzeugten Temperaturprofile auswirken, wird zum Abschluss des Kapitels eine Toleranzanalyse durchgeführt. Bei dieser wird von der in Bild 3.6 gezeigten optimalen Intensitätsverteilung für das laserbasierte Entfestigen hochfester Stähle ausgegangen. Nun werden die Materialdaten und Verfahrensparameter sowie auch die Intensitätsverteilung in einem gewissen Bereich variiert und die somit erzeugten Temperaturverteilungen mit dem kommerziell verfügbaren Softwarepaket ANSYS berechnet und analysiert.

Die berechneten Temperaturprofile sind mit einer Angabe der variierten Parameter in Bild 3.21 dargestellt. Variiert werden beispielhaft die Wärmeleitfähigkeit, der Betrag der Vorschubgeschwindigkeit sowie – bei gleichbleibender Leistung – die Spotgröße, jeweils mit einer relativen Änderung von bis zu 25 %. Es zeigt sich, dass das erzeugte Temperaturprofil im Allgemeinen sehr stabil ist bezüglich einer Änderung der Verfahrensparameter. In allen Fällen ist weiterhin das rechteckige homogene Temperaturprofil auf der Oberfläche sehr deutlich zu erkennen. Die auffallendste Änderung liegt lediglich darin, dass die Maximaltemperatur ansteigt oder abfällt. Dies kann jedoch über eine entsprechende Regelung der Gesamtleistung des Laserstrahls kompensiert werden, die – näherungsweise – lediglich in einer Variation der Maximaltemperatur resultiert (siehe Bild 3.22)

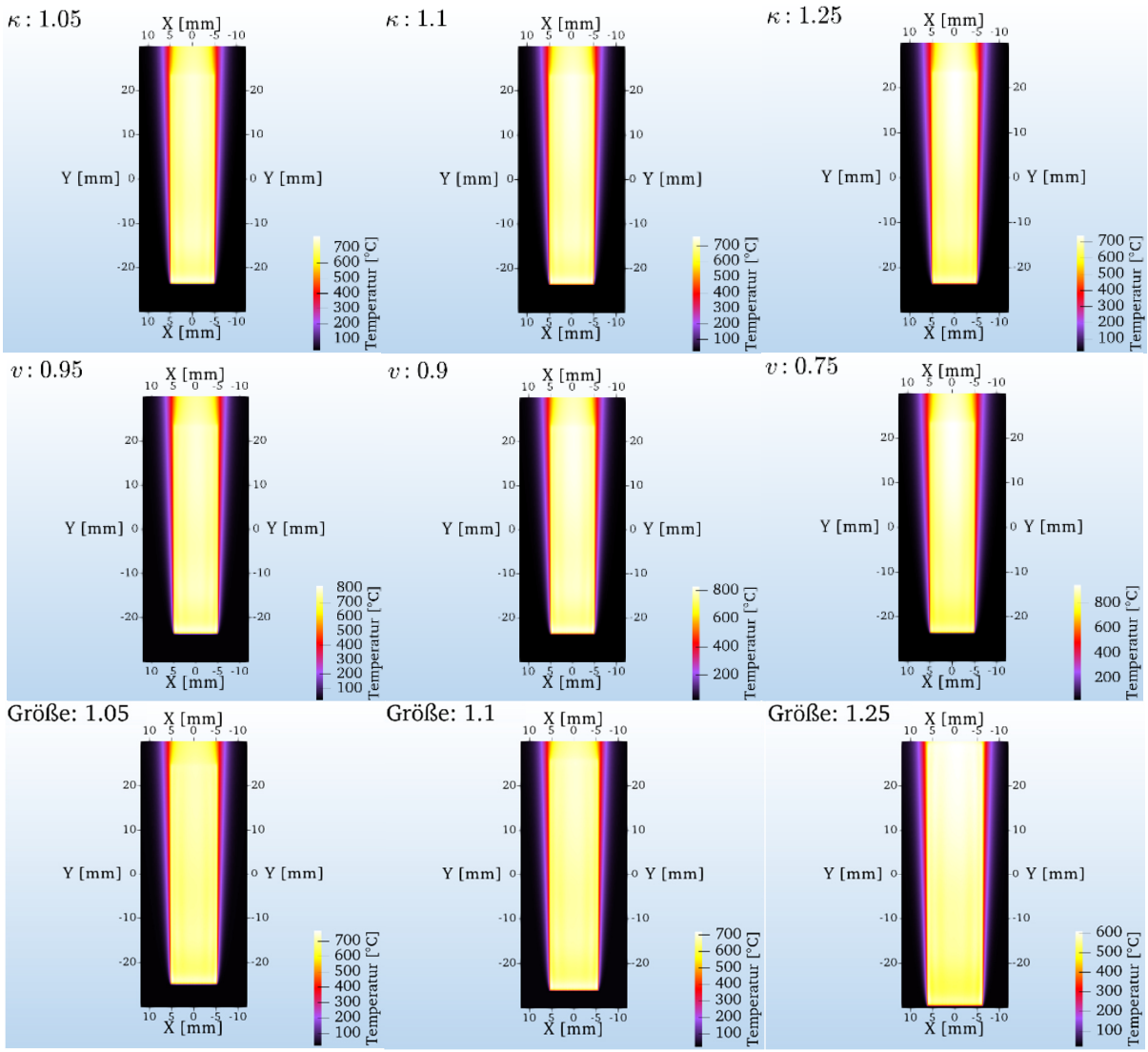


Bild 3.21: Toleranzanalyse der berechneten Intensitätsverteilung am Beispiel des laserbasierten Entfestigens. Variiert werden beispielhaft die Wärmeleitfähigkeit, der Betrag der Vorschubgeschwindigkeit sowie die Größe der Verteilung. Angegeben ist jeweils der relative Faktor, um den die Größen variiert wurden.

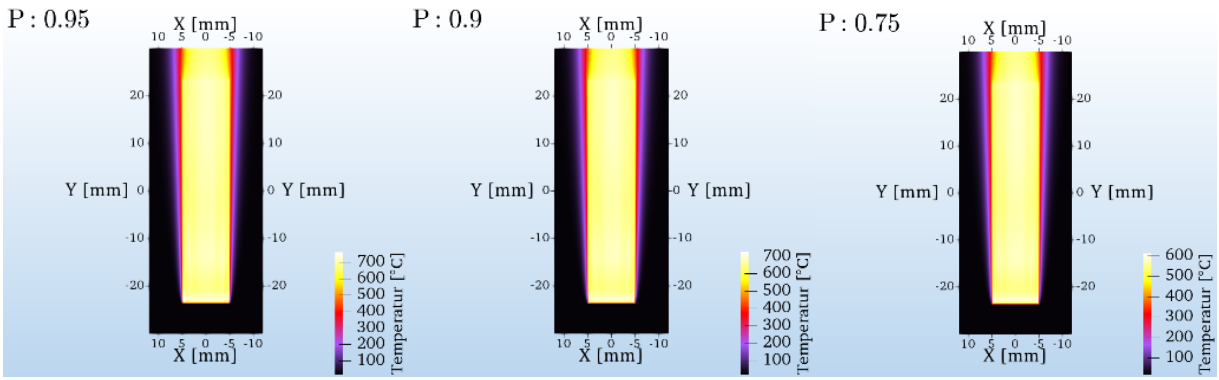


Bild 3.22: Temperaturverteilungen, die mit der für das laserbasierte Entfestigen berechneten Intensitätsverteilungen bei einer Variation der Leistung erzielt wurde. Angegeben ist der Faktor, um den skaliert wurde.

Im nächsten Kapitel wird außerdem deutlich werden, dass selbst eine Glättung der Intensitätsverteilung, wie sie beispielsweise bei Laserstrahlung mit einer vergleichsweise geringen Strahlqualität auftritt, keinen wesentlichen Einfluss auf das erzeugte Temperaturprofil hat.

4 Strahlformungsstrategien zur Realisierung der berechneten Intensitätsverteilungen

Die im vorherigen Kapitel berechneten Intensitätsverteilungen weisen ausgeprägte Charakteristiken wie zum Beispiel dünne Linien auf und sind daher mit konventionellen sphärischen oder asphärischen Optiken nicht oder zumindest nur mit hohem Aufwand realisierbar. Daher werden in diesem Kapitel Strahlformungsstrategien aufgezeigt, mit denen diese Intensitätsverteilungen experimentell realisiert werden können. Die vorgestellten Methoden basieren dabei zum einen auf einer Strahlformung mittels Freiformoptiken und zum anderen auf einer Erzeugung der Intensitätsverteilungen durch gezielte Anordnung oder Ansteuerung von VCSEL-Emittern. Während Freiformoptiken sehr viele Freiheitsgrade besitzen und damit eine sehr große Auflösung der Intensitätsverteilungen ermöglichen, sind ihre Oberflächen fest vorgegeben, sodass keine zeitliche Anpassung der Intensitätsverteilung möglich ist. Dem gegenüber können VCSEL zwar zeitlich sehr schnell angesteuert werden, jedoch ist die erzielbare örtliche Auflösung derzeit begrenzt und bei kommerziell vertriebenen Modulen ist momentan nur eine örtliche Variation in 1D und nicht in 2D möglich.

Es sei an dieser Stelle darauf hingewiesen, dass dies natürlich nicht die einzigen Möglichkeiten für eine anwendungsangepasste Strahlformung sind. Weitere Strategien beinhalten beispielsweise eine Formung mittels diffraktiver optischer Elemente (DOEs) [27], mittels Strahlwedeln [22][85], das u. a. von Dieter Burger eingesetzt wurde, oder mittels aktiver Spiegel [49].

4.1 Anwendungsangepasste Strahlformung mittels Freiformoptiken

Wie im Stand der Technik dargelegt, erzeugen Freiformoptiken mit vielen Freiheitsgraden derzeit nahezu jede beliebige, zeitlich konstante Intensitätsverteilung, sofern von einer Lichtquelle mit verschwindender Étendue (siehe Bild 2.8) ausgegangen werden kann. Diese Approximation ist jedoch für die Strahlung der verwendeten Hochleistungs-Diodenlaser nicht immer gültig. Denn diese hat üblicherweise einen Wert für M^2 von 1000 oder größer, was bedeutet, dass die Étendue dieser Strahlung um drei Größenordnungen größer ist als die eines idealen Gaußstrahls mit verschwindender Étendue. Damit liegt für die hier verwendeten Eingangsstrahlen nach einer Kollimation üblicherweise ein Restdivergenzwinkel von einigen mrad vor, was je nach gewählter Geometrie einen wesentlichen Einfluss haben kann.

Im Folgenden wird daher zuerst ein Fall demonstriert, in dem es möglich ist, herkömmliche Auslegungsalgorithmen für perfekt kollimierte Strahlung zur anwendungsangepassten Strahlformung zu verwenden. Anschließend wird dann beispielhaft gezeigt, wie für kleiner werdende Ausdehnungen der Zielintensitätsverteilung der Einfluss der endlichen Étendue zunimmt. In Abschnitt 4.1.2

wird dann ein Algorithmus vorgestellt, der die endliche Étendue der Strahlung bei der Auslegung berücksichtigt. Dabei wird auch ein approximativer Ansatz vorgestellt, der näherungsweise beschreibt, welche minimale Abweichung zur vorgegebenen Intensitätsverteilung überhaupt erreicht werden kann. Denn auf Grund der endlichen Étendue der Quelle können insbesondere keine beliebig scharfen Kanten erzeugt werden. Ergebnisse des Algorithmus werden dann für zwei Anwendungsbeispiele vorgestellt.

4.1.1 Auslegung unter Annahme einer hohen Strahlqualität

In Fällen, in denen die Ausdehnung der Intensitätsverteilung vergleichsweise groß ist, haben die geringe Strahlqualität und damit die endliche Étendue der Lichtquelle einen geringeren Einfluss auf die erzeugte Intensitätsverteilung. Dies liegt darin begründet, dass die minimal erzeugbare Kantenbreite sehr viel kleiner ist als für die anwendungsangepasste Intensitätsverteilung benötigt wird. Daher ist es in diesen Fällen möglich, die Restdivergenz zu vernachlässigen und die Freiformoptik mit herkömmlichen Algorithmen auszulegen, die von perfekt kollimiertem Licht ausgehen.

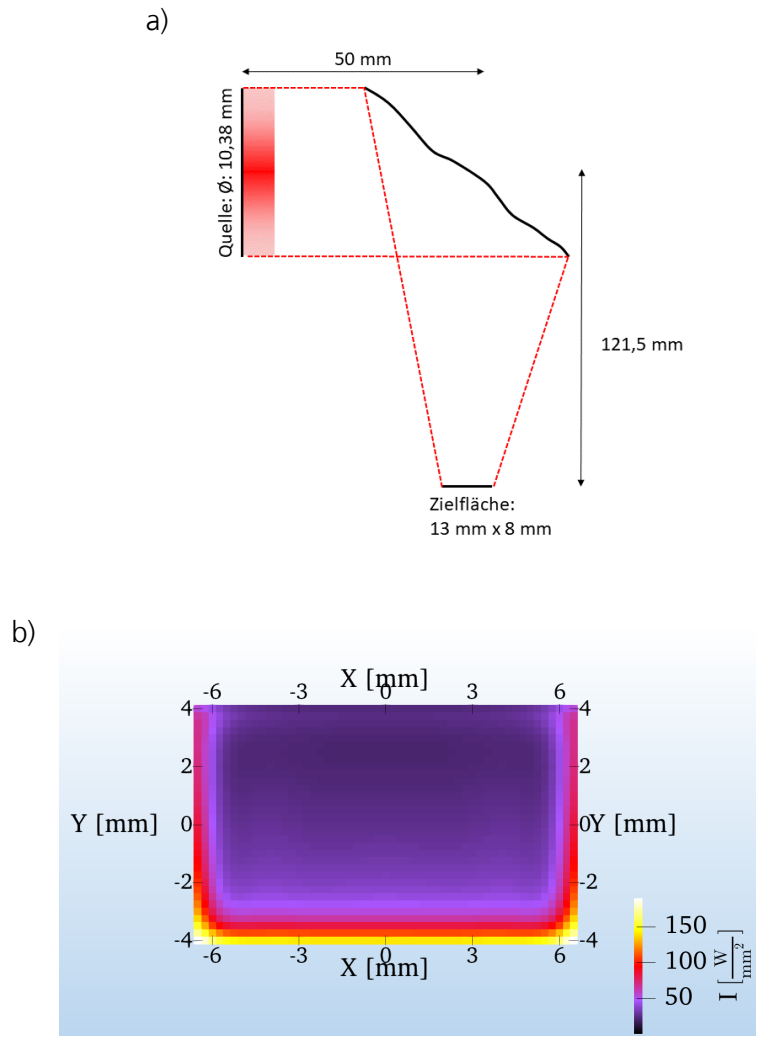


Bild 4.1: a): Geometrie, die bei der Auslegung der Freiformoptik für das Laserhärten angenommen wird. b): Vorgegebene Intensitätsverteilung

Hier soll dazu der am Lehrstuhl für Technologie Optischer Systeme entwickelte (Étendue-0-)Algorithmus [5][6] für ein Beispiel des Laserhärtens angewendet werden. Dazu wird die in Bild 4.1 a) dargestellte Situation angenommen: Das Licht eines fasergekoppelten Diodenlasers ist mit Hilfe einer herkömmlichen Kollimationsoptik parallel ausgerichtet worden und die dann vorliegende Intensitätsverteilung ist bekannt. Dieser Laserstrahl wird mit Hilfe eines Freiformspiegels so um 90° umgelenkt, dass auf der 121,5 mm entfernten, ebenen Werkstückoberfläche die Intensitätsverteilung aus Bild 4.1b) erzeugt wird. Diese anwendungsangepasste Intensitätsverteilung ist dabei mit 13 mm x 6 mm vergleichsweise groß.

Für den Freiformspiegel werden nun ca. 31 000 Freiheitsgrade angenommen, deren Werte mit dem in Abschnitt 2.2.1 beschriebenen Algorithmus angepasst werden.

a)

b)

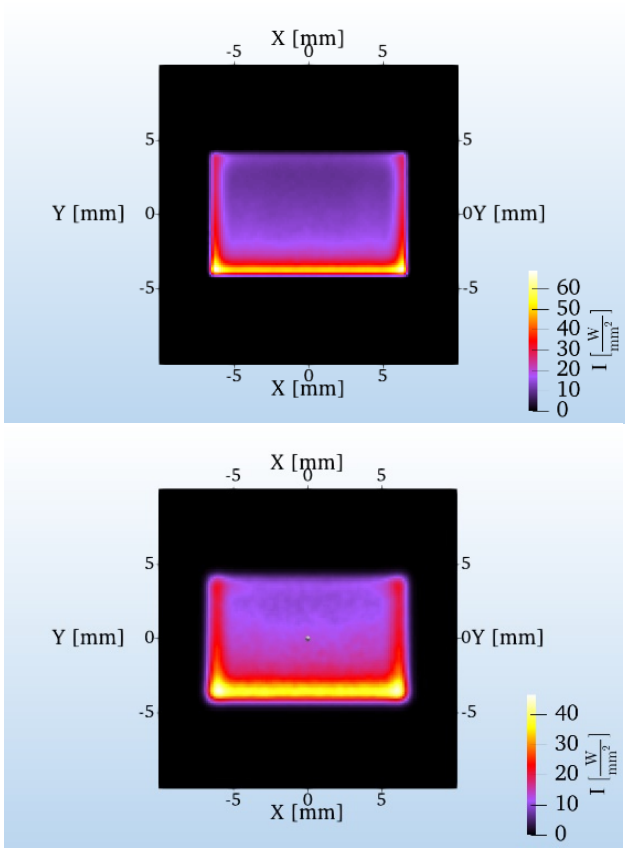


Bild 4.2: Mit der ausgelegten Freiformoptik simulierte Intensitätsverteilung unter Annahme perfekt kollimierter Strahlung (a) und bei Berücksichtigung der auftretenden Restdivergenz (b). Gezeigt sind Simulationsergebnisse aus ZEMAX

Die auf diese Weise berechnete Freiformoptik erzeugt die Intensitätsverteilung, die in Bild 4.2 a) dargestellt ist, wobei eine deutliche Übereinstimmung mit der Vorgabe aus Bild 4.1 b) vorliegt. Bild 4.2 b) zeigt dann die für den realen Laserstrahl erzielte Intensitätsverteilung, wobei insbesondere die endliche Restdivergenz von 5 mrad bei der Berechnung berücksichtigt wird. Es ergibt sich auch hier im Wesentlichen eine Übereinstimmung zu der Vorgabe in Bild 4.1 b), wobei die scharfen Kanten nur wenig aufgeweitet werden, für die vordere Kante

ergibt sich mittig etwa eine Aufweitung um den Faktor 2,5. Um den Einfluss dessen genauer zu untersuchen, werden für die beiden Intensitätsverteilungen aus Bild 4.2 die im zu bearbeitenden Stahl erzeugten Temperaturprofile (Bild 4.3) berechnet. Hier zeigt sich, dass sie sehr vergleichbar sind, was sich beispielsweise darin zeigt, dass die Maximaltemperaturen nur um 9 °C abweichen. Daher kann angenommen werden, dass die durch die endliche Étendue entstandene Aufweitung der Kanten in diesem Fall vernachlässigbar ist. Damit ist es in einem solchen Fall also möglich, herkömmliche Étendue-0-Auslegungsalgorithmen anzuwenden.

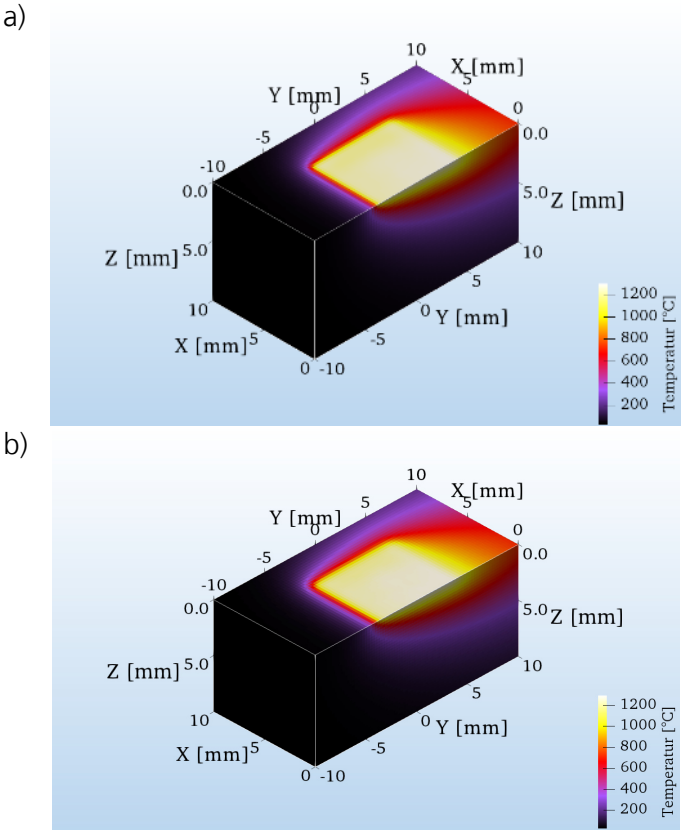


Bild 4.3: Temperaturprofile, die mit den in Bild 4.2 gezeigten Intensitätsverteilungen für die angenommenen Prozessparameter mit dem kommerziell verfügbaren Softwarepaket ANSYS berechnet werden.

4.1.2 Auslegung für Strahlung mit geringer Strahlqualität oder für ausgedehnte Quellen

Für Anwendungen, in denen die Größe der Intensitätsverteilung – bei gleichbleibender Étendue bzw. Restdivergenz – abnimmt, nimmt der Einfluss auf die minimale Kantenschärfe jedoch zu. In Bild 4.4 ist dies beispielhaft dargestellt. Hier wird die Größe einer vorgegebenen Intensitätsverteilung schrittweise verringert und die entsprechenden Freiformoptiken unter sonst gleichbleibender Eingabe und insbesondere unter Annahme perfekt kollimierter Eingangsstrahlung ausgelegt. Für diese werden dann die mit dem realen, restdivergenten Eingangsstrahl erzeugten Intensitätsverteilungen berechnet, wobei dessen Durchmesser mit 10,38 mm und dessen Restdivergenz von 5 mrad beibehalten

werden. Es zeigt sich, dass mit abnehmender Größe die erzeugten Intensitätsverteilungen verschwimmen. Insbesondere werden die scharfen Kanten aufgeweitet, was eine direkte Konsequenz der endlichen Étendue ist.

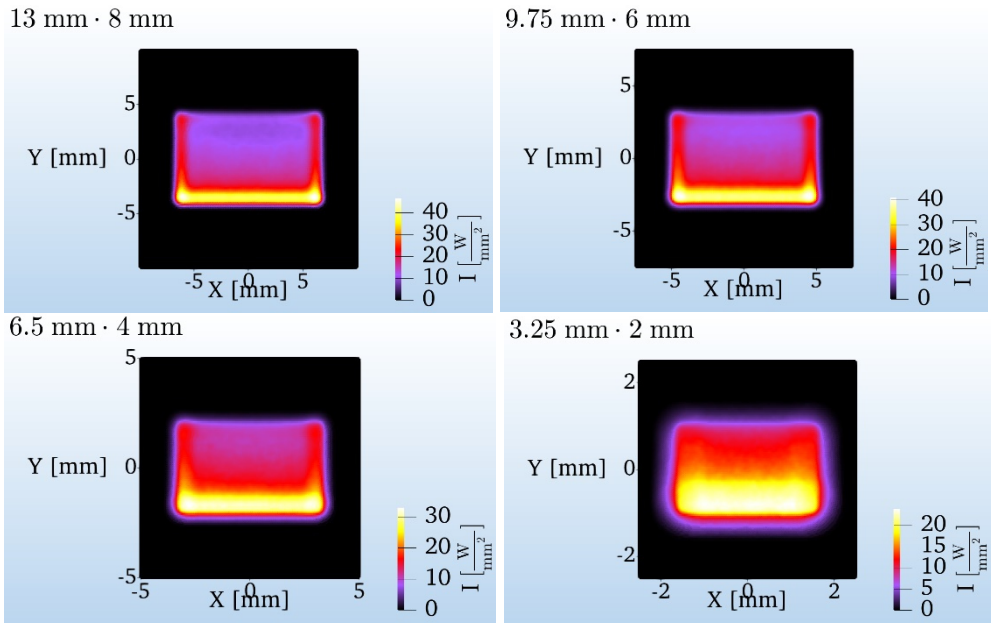


Bild 4.4: Mit Hilfe von ZEMAX berechnete Intensitätsverteilungen für verschiedene Spotgrößen und für den realen Eingangsstrahl mit endlicher Restdivergenz. Die Optiken sind für perfekt kollimierte Strahlung ausgelegt. Angegeben ist jeweils die Größe der Zielverteilung

Daher wird im Folgenden ein Auslegungsalgorithmus vorgestellt, der die endliche Étendue der Eingangsstrahlung berücksichtigt. Anschließend folgen zwei Berechnungsbeispiele.

Der beschriebene Algorithmus ist bereits in [104][103] veröffentlicht und erweitert die in [110] entwickelten Methoden zur Auslegung von Freiformoptiken für rotationssymmetrische Intensitätsverteilungen auf allgemeinere Verteilungen.

Algorithmus

In dem vorgestellten Auslegungsalgorithmus wird von einer Berechnung der von einer Freiformoptik erzeugten Intensitätsverteilung mittels Gleichung **2.44** ausgegangen. Das in der Gleichung auftretende Integral über den Raumwinkel wird dabei durch Integrale über den Polar- und den Azimutwinkel ersetzt. Anschließend wird es äquidistant diskretisiert, sodass sich für die Intensität am Punkt (x_t, y_t) auf der Zielfläche die Summe

$$I(x_t, y_t) = \sum_j L\left(x_{t,j}, y_{t,j}, \phi_{t,j}, \theta_{t,j}\right) \cos\theta_{t,j} \sin\theta_{t,j} \, \Delta\phi_t \Delta\theta_t \tag{4.1}$$

ergibt. Jedem der einzelnen Einträge in dieser Summe wird nun ein Strahl zugeordnet, der aus Richtung $(\theta_{t,j}, \phi_{t,j})$ kommend an der Position (x_t, y_t) auf der Zielfläche auftrifft. Dieser Strahl kann nun rückwärts durch das optische System zur Quelle zurückverfolgt werden. Da die Leuchtdichte L entlang eines Strahls

konstant bleibt – sofern Reflexionsverluste an den Grenzflächen vernachlässigt werden können [20] – kann sie auch am Ort der Quelle S ausgewertet werden. Damit ergibt sich

4.2

$$I(x_t, y_t) = \sum_{j=1}^{\#rays} L\left(x_{s,j}, y_{s,j}, \phi_{s,j}, \theta_{s,j}\right) \cos\theta_{t,j} \sin\theta_{t,j} \, \Delta\phi_t \Delta\theta_t$$

x_s, y_s: Auftreffpunkt des Strahls am Ort der Quelle
ϕ_s, θ_s: Auftreffwinkel des Strahls am Ort der Quelle

In dem implementierten Algorithmus werden die Oberflächen der Freiformoptiken durch B-Splines [75] beschrieben. Dies sind stückweise definierte Polynome, die über eine Parameterdarstellung beschrieben werden. Sie haben den Vorteil, dass nahezu jede beliebige (insbesondere auch glatte) Oberfläche beschreiben werden kann. Zudem lassen sie sich einfach und effizient auswerten und auf Grund ihrer spezifischen Darstellung ist es möglich, durch eine Änderung einer ihrer Variablen nur eine lokale Änderung der Oberfläche hervorzurufen [25].

Ein Problem ergibt sich allerdings bei der Verwendung von B-Splines durch diese Parameterdarstellung. Da eine Umrechnung der globalen Koordinaten in die entsprechenden Parameter umständlich ist, gestaltet sich die Identifikation des Schnittpunktes eines Lichtstrahls mit einer durch einen B-Spline beschriebenen Oberfläche als aufwendig. Daher wird der in [63] vorgestellte Schnittpunktalgorithmus in das entwickelte Simulationstool implementiert.

Die beschriebene Methode der Berechnung der Intensitätsverteilung für eine vorgegebene Freiformoptik, die durch B-Splines beschrieben ist, wird mit einem Standard-Optimierungsverfahren, dem sogenannten Powell-Dogleg-Algorithmus [62], kombiniert. Ausgehend von einer Start-Oberfläche werden mit diesem Algorithmus die Freiheitsgrade der B-Splines optimiert, um an einzelnen Punkten auf der Zielfläche die Abweichung zwischen der vorgegebenen Intensitätsverteilung I_{soll} und der aktuell vorhandenen Intensitätsverteilung I zu minimieren. Diese Abweichung wird dabei durch die Summe der Fehlerquadrate

4.3

$$S = \sum_{l} \left(I(x_t, y_t) - I_{soll}(x_t, y_t)\right)^2$$

quantifiziert.

Es können dazu verschiedene Konfigurationen als Start-Oberfläche gewählt werden. Beispiele sind Ebenen oder Kugelflächen, aber auch Oberflächen, wie sie sich aus einem Étendue-0-Algorithmus ergeben.

Auf diese Weise können im Prinzip Freiformoptiken erfolgreich ausgelegt werden. Jedoch weisen die so berechneten Oberflächen starke Oszillationen auf (siehe [104]), weswegen der Algorithmus hinsichtlich zweier Punkte erweitert wird.

Zur Erhöhung der Stabilität wird zunächst eine Verfeinerungsstrategie implementiert. Dazu wird ein iteratives Verfahren angewendet, welches zunächst von einer Oberfläche ausgeht, die durch wenige (Größenordnung ≤ 100) Freiheitsgrade beschrieben ist. Diese Oberfläche wird dann entsprechend obigem Algorithmus ausgelegt. Anschließend wird die Anzahl an Freiheitsgraden für genau diese Fläche erhöht, indem die einzelnen Polynome der B-Splines unterteilt werden. Diese Fläche wird dann erneut optimiert. Da jetzt mehr Freiheitsgrade vorliegen, kann die vorgegebene Intensitätsverteilung näher approximiert werden. Dies wird mehrfach wiederholt, bis eine zufriedenstellende Übereinstimmung erreicht wird. Dies ist üblicherweise nach ca. 5 Iterationen der Fall, wonach ca. 1 000 – 10 000 Freiheitsgrade zur Verfügung stehen. Eine solche Vorgehensweise sorgt dafür, dass eine stabilere Konvergenz auftritt und insbesondere numerisches Rauschen unterdrückt wird.

Mit der zweiten Erweiterung wird berücksichtigt, mit welcher Genauigkeit eine vorgegebene Intensitätsverteilung überhaupt erreicht werden kann. Da der Eingangsstrahl ja eine endliche Étendue aufweist, kann nicht jede vorgegebene Intensitätsverteilung erreicht werden. Insbesondere werden scharfe Kanten aufgeweitet. Da ein mathematischer Optimierungsalgorithmus wie der Powell-Dogleg-Algorithmus jedoch stabiler konvergiert, wenn die Vorgabe im Prinzip erreichbar ist, soll an dieser Stelle die vorgegebene Intensitätsverteilung modifiziert werden. Dabei wird von der Definition der Étendue in Gleichung **2.43** ausgegangen, um die minimale Breite zu approximieren, auf die eine scharfe Kante allein aus physikalischen Überlegungen mindestens aufgeweitet wird.

Da sich die Étendue bei einem Durchgang durch ein optisches System, für welches Reflexionsverluste und Absorption vernachlässigt werden können, nicht ändert, werden die Werte für die Étendue der Quelle S und der Zielfläche T gleichgesetzt, sodass

4.4
$$U_s = U_t \quad \Leftrightarrow \quad \int dA_s \cos\theta_s \; d\Omega_s = \int dA_T \cos\theta_t \, d\Omega_t$$

gilt. Dabei ist der Brechungsindex n aus Gleichung **2.43** auf 1 gesetzt worden, da davon ausgegangen wird, dass sowohl die Quelle als auch die Zielfläche von Luft umgeben sind. Weiterhin wird angenommen, dass der maximale Emissionswinkel der Quelle nicht von der Position abhängt und dass gleichzeitig der maximale Winkel, unter dem Strahlung auf der Zielfläche auftritt, ebenfalls nicht mit der Position variiert. Dann können die Integrationen über θ und ϕ separat ausgeführt werden, sodass gilt

4.5

$$A_s\left(\sin\theta_{s,max}\right)^2 = A_t\left(\sin\theta_{t,max}\right)^2$$

A_s: Fläche der Quelle
$\theta_{s,max}$: Divergenzwinkel der Quelle
A_t: minimaler Flächeninhalt auf der Zielfläche
$\theta_{t,max}$: Maximaler Auftreffwinkel der Strahlung auf der Zielfläche

Auf der rechten Seite tritt dann für eine vorgegebene Geometrie die minimale Fläche auf, auf die das Licht fokussiert werden kann. Die minimale Kantenbreite wird dann näherungsweise beschrieben durch

4.6

$$d_t \approx \frac{\sin\theta_{s,max}}{\sin\theta_{t,max}}\, d_s$$

d_t: Minimal erreichbare Kantenbreite auf der Zielfläche
d_s: Charakteristische Größe der Lichtquelle (z. B. Radius, Kantenlänge)

Die Ziel-Intensitätsverteilung wird dann so stark geglättet, dass die Kanten etwa auf diese Breite aufgeweitet werden.

Dies ist natürlich nur näherungsweise ein gültiges Vorgehen. Insbesondere die Aussagen, die zu Gleichung **4.5** führen, treffen in der Regel nicht zu, wobei vor allem die Annahme, dass der maximale Auftreffwinkel nicht von der Position auf der Zielfläche abhängt, zu sehr vereinfacht ist. Für eine rigorose Betrachtung müsste die integrale Form der Étendue beibehalten werden und insbesondere eine örtliche Variation der Emissions- und Auftreffwinkel berücksichtigt werden. Dies erfordert allerdings eine wechselseitige Kopplung des Auslegungsalgorithmus mit der Berechnung der erreichbaren Intensitätsverteilung, was wiederum eine signifikante Erhöhung der Rechenzeit hervorrufen würde und daher hier zunächst vernachlässigt wird. Es ist davon auszugehen, dass eine solche Betrachtungsweise eine eingeschränkte Verringerung der Abweichung zwischen der ursprünglichen und der angepassten Ziel-Intensitätsverteilung erreichen wird.

Beispiel Beleuchtungsanwendung

Da Freiformoptiken derzeit hauptsächlich in der Beleuchtungstechnik eingesetzt werden, wird als erstes Berechnungsbeispiel eine Anwendung aus diesem Bereich vorgestellt. Hierbei wird von einer LED-Lichtquelle ausgegangen, deren Licht durch eine Freiformlinse aus PMMA so umgelenkt werden soll, dass auf einer Zielfläche der Buchstabe „R“ dargestellt wird. Die Geometrie dafür ist in Bild 4.5 gezeigt.

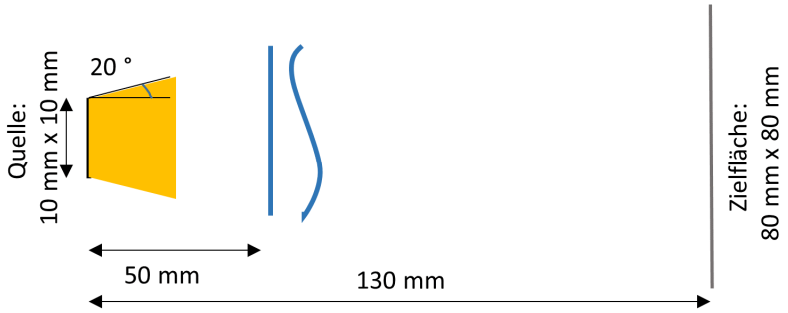


Bild 4.5: Geometrie, die für das Berechnungsbeispiel aus der Beleuchtungstechnik angenommen wird.

Aus Gleichung **4.6** folgt, dass für diese Konfiguration eine minimale Kantenschärfe von 14 mm zu erwarten ist, was ein relevanter Bruchteil der Größe der gesamten Zielverteilung ist. Somit ist eine Auslegung der Freiformoptik mit dem vorgestellten Algorithmus notwendig. Zusätzlich ist zur Stabilisierung des Algorithmus eine Anpassung der Zielverteilung entsprechend der beschriebenen Glättungsmethode sinnvoll. Die ursprüngliche sowie die angepasste Zielverteilung sind in Bild 4.6 dargestellt.

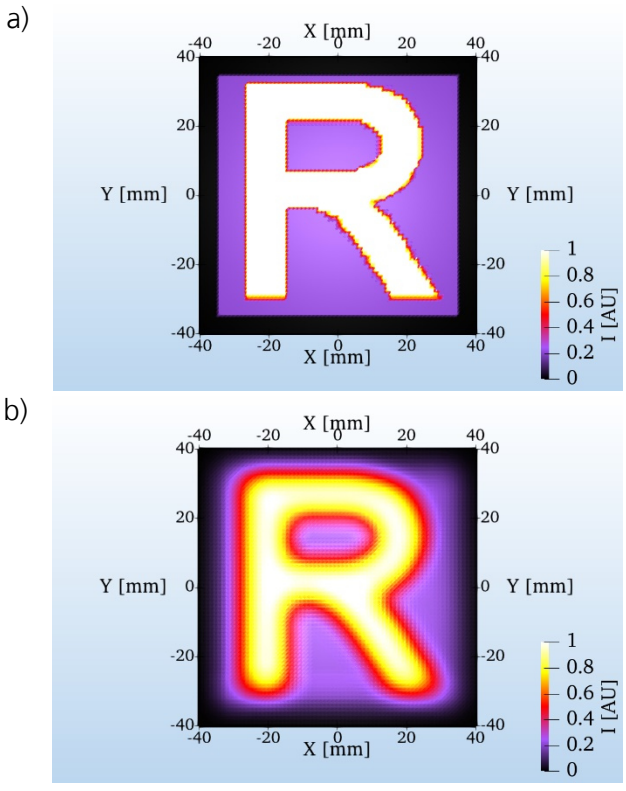


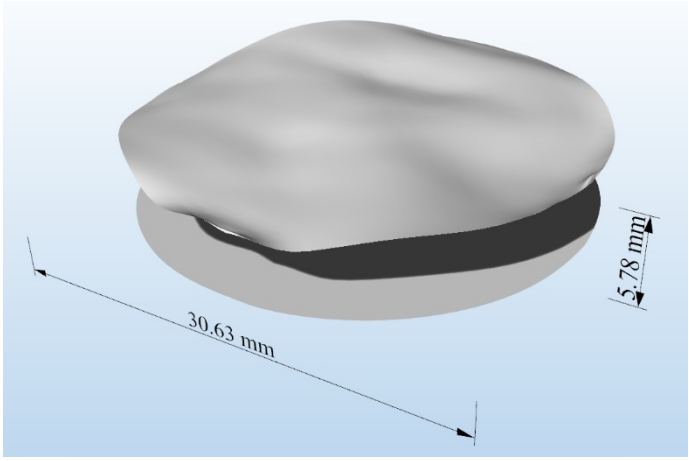
Bild 4.6: a): Vorgegebene Intensitätsverteilung für das Beispiel aus der Beleuchtungstechnik b): Angepasste Ziel-Intensitätsverteilung, die zur Stabilisierung des Auslegungsalgorithmus geglättet ist.

In dem Algorithmus wird von einer Startoberfläche mit 169 Freiheitsgraden ausgegangen, die in dem iterativen Verfahren 3 Mal verfeinert wird. Die Abstrahlung der LED wird als Lambertsch angenommen und die Zielverteilung an 70 x 70 Punkten vorgegeben und auch dort berechnet. Die quellseitige Fläche der Linse wird als eben angenommen.

In Bild 4.7 a) ist die berechnete Freiformoberfläche dargestellt. Auf dieser Fläche ist bei genauerer Betrachtung die Form eines „R“ sichtbar. Des Weiteren ist die Oberfläche sehr glatt, was auf eine Stabilisierung des Algorithmus durch die Verfeinerungsstrategie zurückzuführen ist.

Bild 4.7: a): Ausgelegte Freiformoptik für das Beispiel aus der Beleuchtungstechnik b): Erzeugte Intensitätsverteilung

a)



b)

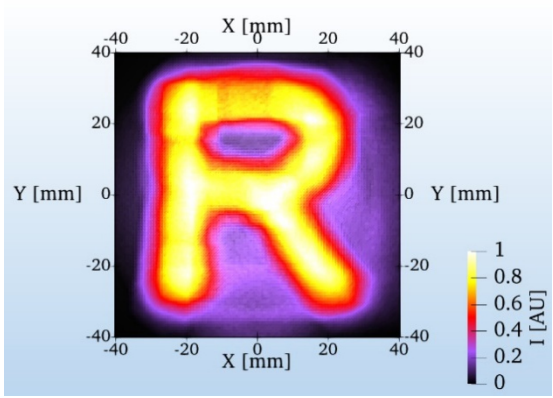


Bild 4.7 b) zeigt die Intensitätsverteilung, die mit dieser Linse und der vorgegebenen Konfiguration mit der kommerziell verfügbaren Ray-Tracing-Software ZEMAX berechnet wird. Der vorgegebene Buchstabe ist hier deutlich lesbar und es liegt eine hinreichende Übereinstimmung mit der geglätteten Verteilung aus Bild 4.6 b) vor. Insbesondere ist auffällig, dass die approximierte Kantenschärfe erreicht wird. Darüber hinaus liegen jedoch leichte Variationen in den helleren Bereichen vor, wobei insbesondere an der Oberseite des „R“ die Intensität nicht ganz ausreicht. Dies liegt möglicherweise daran, dass die Optimierung in ein lokales Minimum konvergiert ist, für welches in einem Zwischenschritt der Wert der Intensität an der Oberseite etwas zu gering ist. Jedoch ist der Buchstabe ausreichend gut zu erkennen und eine globale Optimierung würde eine starke Erhöhung der Laufzeit verursachen.

Beispiel anwendungsangepasste Intensitätsverteilung für die Funktionalisierung dünner Schichten

Als zweites Demonstrationsbeispiel wird nun eine Laseranwendung aus dem Bereich der Funktionalisierung dünner Schichten gewählt, wobei die dargestellten Ergebnisse bereits teilweise in [105] und [103] veröffentlicht worden sind.

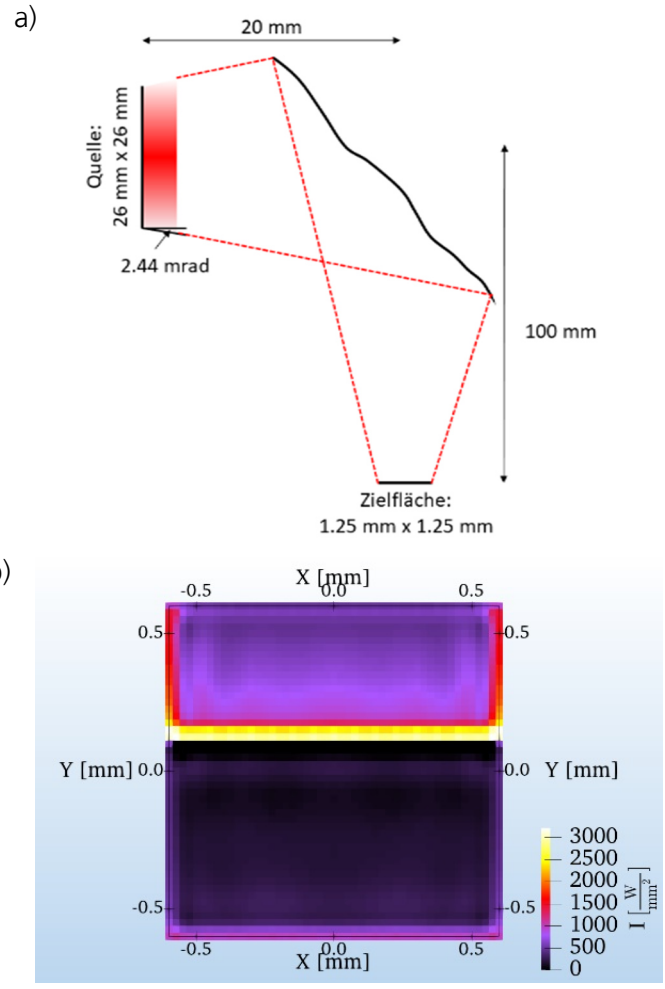


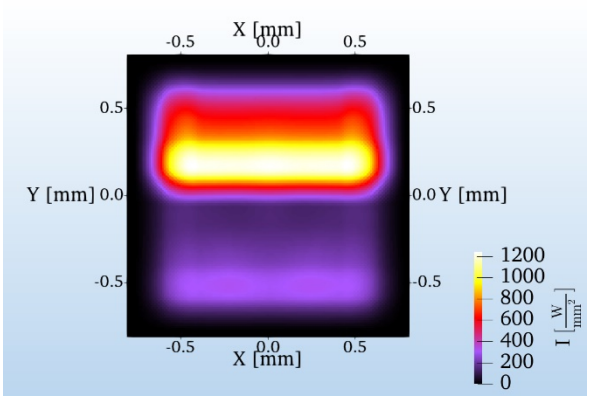
Bild 4.8: a): Für die Auslegung der Optik zur Funktionalisierung dünner Schichten angenommene Geometrie. Bild entlehnt nach [103] b): Benötigte Intensitätsverteilung für die Überführung eines zweischrittigen Prozesses zur Funktionalisierung dünner Schichten in einen einzigen Prozessschritt.

Durch die Verwendung einer anwendungsangepassten Intensitätsverteilung soll ein Prozess, der bei einer konventionellen Laserbearbeitung zwei sequenzielle Bearbeitungsschritte bei stark unterschiedlichen Temperaturen erfordert, in einen einschrittigen Prozess überführt werden. Die dafür notwendige Intensitätsverteilung zeigt Bild 4.8 b). Zur Erzeugung dieser Intensitätsverteilung soll nun eine Freiformoptik ausgelegt werden, wobei eine Geometrie wie in Bild 4.8 a) gezeigt vorgegeben ist. Ein kollimierter Laserstrahl, dessen Intensitätsverteilung durch eine Messung bestimmt wurde, soll mit Hilfe eines Freiformspiegels so umgelenkt werden, dass auf einer 100 mm entfernten Werkstückoberfläche die vorgegebene Intensitätsverteilung erzeugt wird. Hierbei ist die Aus-

dehnung der Intensitätsverteilung sehr gering und, da die minimale Kantenbreite für die Konfiguration mittels Gleichung **4.6** zu 0,33 mm abgeschätzt werden kann, ist es notwendig den beschriebenen Algorithmus anzuwenden. Die geglättete Zielverteilung ist in Bild 4.9 dargestellt. Diese weicht signifikant von der vorgegebenen Intensitätsverteilung aus Bild 4.8 b) ab, wodurch bereits deutlich wird, dass auf Grund der endlichen Étendue der Eingangsstrahlung mit wesentlichen Abweichungen zu rechnen ist.

Im verwendeten Algorithmus wird von einer paraboloiden Startoberfläche mit zunächst 225 Freiheitsgraden ausgegangen, die dann in dem iterativen Verfahren dreimal verfeinert wird. Zusätzlich ist die Eingangsintensitätsverteilung an 400 x 400 Positionen und die Zielverteilung an 151 x 151 Positionen vorgegeben.

Bild 4.9: Geglättete Zielverteilung für die Funktionalisierung dünner Schichten



Der Algorithmus liefert dann die Oberfläche, die in Bild 4.10 a) dargestellt ist. Dabei wurde eine Skalierung um den Faktor 10 angewendet, um die ansonsten sehr flache Oberfläche genauer darzustellen. Es zeigt sich, dass auch hier die Oberfläche sehr glatt ist. Die globale Krümmung der Oberfläche ist darauf zurückzuführen, dass der Laserstrahl von einem Durchmesser von 12,8 mm auf eine Größe von 1 mm x 1 mm fokussiert werden muss.

Bild 4.10 b) zeigt die Intensitätsverteilung, die mit diesem Freiformspiegel erzielt wird. Darin wird eine signifikante Abweichung zu der ursprünglich vorgegebenen Intensitätsverteilung aus Bild 4.8 a) deutlich. Jedoch liegt eine hinreichende Übereinstimmung mit Bild 4.9 vor, sodass die Abweichung auf die geringe Strahlqualität zurückzuführen ist.

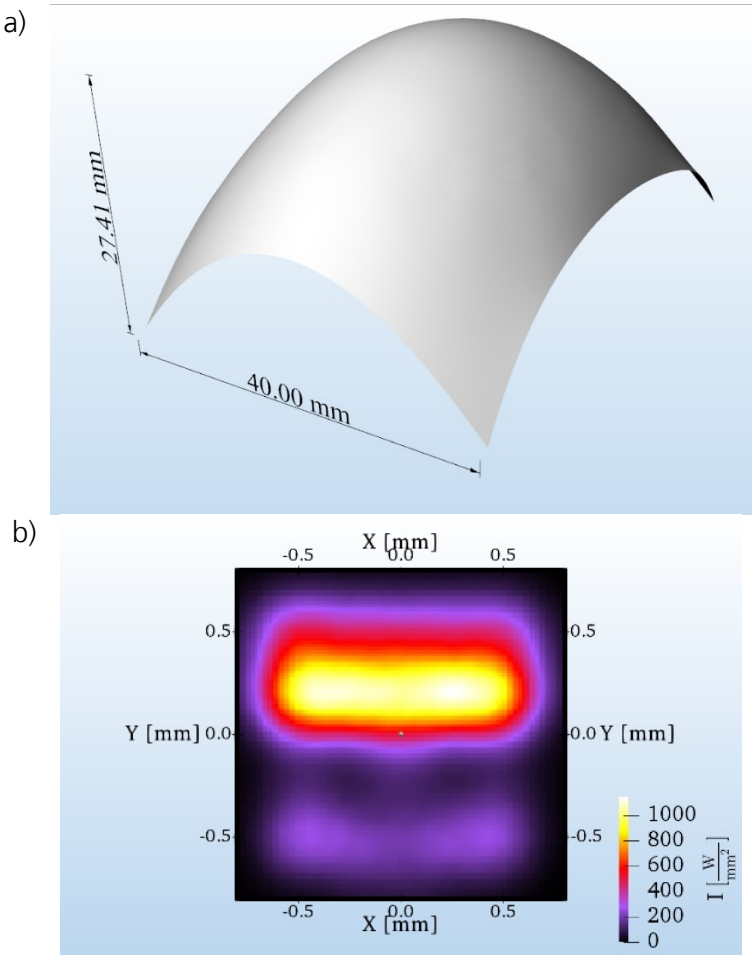


Bild 4.10: a): Geometrie der Freiformoberfläche für die Dünnschichtanwendung, Bild entlehnt nach [103] b): Erzielte Intensitätsverteilung für die Dünnschichtanwendung

Um diese Abweichung zur vorgegebenen Intensitätsverteilung detaillierter beurteilen zu können, ist es möglich, für beide Verteilungen – die vorgegebene sowie die erzielte – die resultierenden Temperaturprofile zu berechnen. Dies ist in Bild 4.11 gezeigt. Die Abweichung in der erzeugten Intensitätsverteilung führt ebenfalls zu einer Verbreiterung der scharfen Kanten im erzielten Temperaturprofil und an dessen Rändern. Die beiden Temperaturstufen für die beiden Prozessschritte, die für die exakte Intensitätsverteilung klar abgegrenzt sind, lassen sich aber auch im mit der Freiformoptik erzeugten Temperaturprofil klar erkennen. Dies ist auch auf die vergleichsweise hohe Toleranz der optimalen Intensitätsverteilung, wie in Abschnitt 3.4 beschrieben, zurückzuführen.

a)

b)

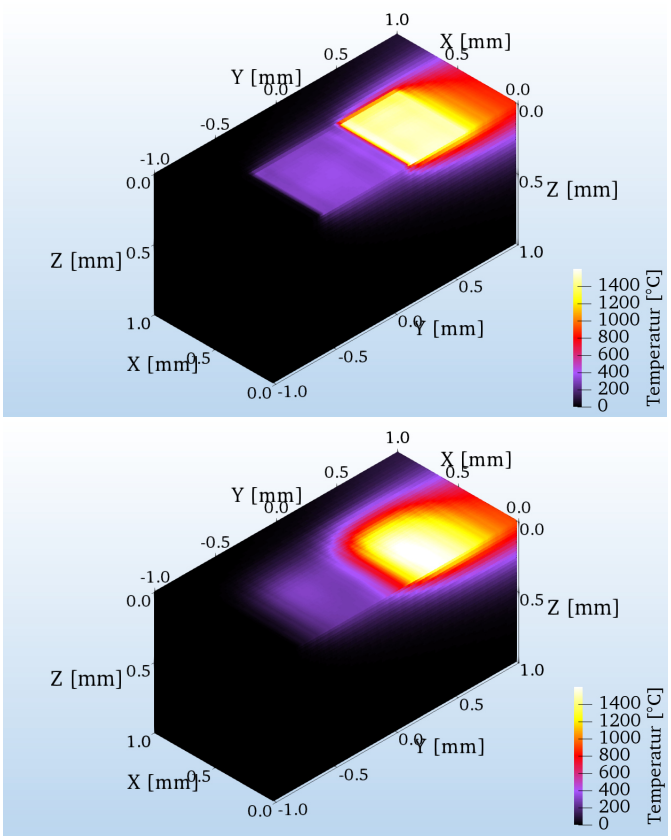


Bild 4.11: Vergleich der simulierten Temperaturprofile für die Dünnschichtanwendung. Gezeigt ist einmal das Temperaturprofil, das mit der idealen Intensitätsverteilung erzeugt wird (a), sowie das unter Verwendung der Freiformoptik in ANSYS errechnete Temperaturprofil (b)

4.1.3 Toleranzanalyse

Um auch für die Auslegung der Freiformoptik abzuschätzen, wie sehr sich Fehler in den Eingangsdaten auf die Leistungsfähigkeit auswirken, wird auch hier eine Toleranzanalyse durchgeführt. Insbesondere soll aufgezeigt werden, inwieweit sich Justagefehler im experimentellen Aufbau auf die erzeugte Intensitätsverteilung auswirken. Dazu wird die Freiformoptik aus Bild 4.10 a) angenommen und die Geometrie wird dahingehend verändert, dass die Position und Orientierung der Quelle bzw. der Zielfläche verändert werden. Die so erzeugten Intensitätsverteilungen werden in ZEMAX berechnet.

Das Ergebnis ist in Bild 4.12 dargestellt. Als Anmerkung sind jeweils die veränderte Größe sowie der neue Wert in den einzelnen Graphiken angegeben. Es zeigt sich, dass im Allgemeinen schon bei kleinen Abweichungen der verschiedenen Parameter größere Abweichungen in der Intensitätsverteilung auftreten. Insbesondere hinsichtlich der Position oder der Orientierung des Spiegels bzw. der Zielfläche sind die Toleranzen sehr gering, wobei die deutlichste Abweichung bei einer Verkippung des Spiegels um nur 1-2° vorliegt. Damit ist eine sehr genaue Justage erforderlich, um die simulierten Intensitätsverteilungen auch in einem experimentellen Aufbau zu realisieren.

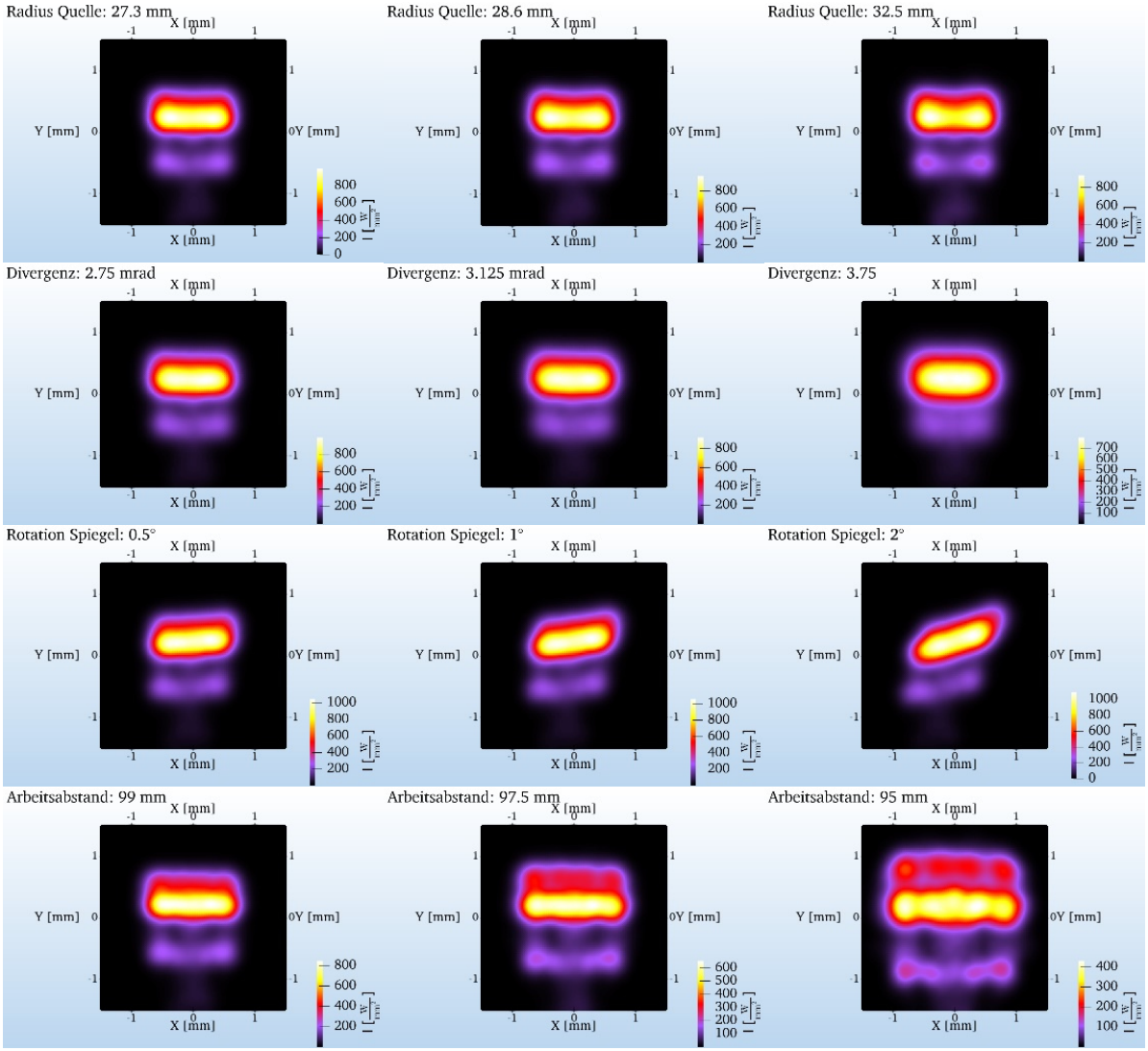


Bild 4.12: Toleranzanalyse der ausgelegten Freiformoptik für die Dünnschichtbearbeitung. Variiert werden beispielhaft der Radius sowie die Restdivergenz der Quelle nach der Kollimation, die Orientierung des Spiegels sowie der Arbeitsabstand. Dabei haben insbesondere die Position und Orientierung des Spiegels einen starken Einfluss auf die erzeugte Intensitätsverteilung, sodass eine genaue Justage der Freiformoptiken erforderlich ist.

4.2 Anordnung und Ansteuerung von VCSEL-Emittern zur Realisierung anwendungsangepasster Intensitätsverteilungen

Freiformoptiken sind statische Strahlformungselemente und eine zeitliche Variation der erzeugten Intensitätsverteilung ist somit nicht möglich. Um dennoch zeitabhängige Intensitätsverteilungen zu generieren, können beispielsweise VCSEL-Emitter (siehe auch Bild 2.10) eingesetzt werden. Da, wie im Stand der Technik dargelegt, noch keine Methode bekannt ist, mit der sich eine entsprechende Ansteuerung und Anordnung der VCSEL-Emitter zur Erzeugung vorgegebener örtlicher und zeitlicher Intensitätsverteilungen herleiten lässt, wird hier nun ein solcher Algorithmus vorgestellt und es werden entsprechende Berechnungsbeispiele gezeigt [28].

Hierbei wird davon ausgegangen, dass eine Intensitätsverteilung, welche z. B. durch die Lösung des inversen Wärmeleitungsproblems oder durch experimentelle Untersuchungen ermittelt wird, auf einer Werkstückoberfläche vorgegeben ist. Zusätzlich ist die Anzahl der Emitter, die berücksichtigt werden, festgelegt. Es kann nun ausgewählt werden, ob die Position dieser Emitter oder deren zeitliche Ansteuerung und damit deren Ausgangsleistung oder auch beides angepasst werden. Im Falle der Auslegung hinsichtlich der Position der Emitter sind alle sechs Freiheitsgrade (d. h. drei für die Translation und drei für die Rotation) freigegeben. Bei einer Berechnung hinsichtlich der Ausgangsleistung, d.h. der Ansteuerung, kann dann schließlich eine zeitabhängige Variation der jeweiligen Intensitäten betrachtet werden.

4.2.1 Implementierter Algorithmus

Ausgegangen wird an dieser Stelle von einem Algorithmus, mit dem die erzielte Intensitätsverteilung für eine vorgegebene Anordnung und Ansteuerung von VCSEL-Emittern unter Verwendung der kommerziell verfügbaren optischen Simulationssoftware ZEMAX berechnet werden kann. Dazu werden Strahlen entsprechend der gemessenen Abstrahlcharakteristik aus Abschnitt 2.3.2 zufällig generiert, angeordnet und durch das optische System bis zur Zielfläche verfolgt. Durch eine Python-Schnittstelle kann dann auf ZEMAX und damit auf die jeweils erzielte Intensitätsverteilung zurückgegriffen werden.

Die Variablen der Konfigurationen werden nun durch einen Vektor $\vec{x}$ beschrieben. Dabei kann es sich entweder um die verschiedenen Translations- oder Rotationsfreiheitsgrade oder auch um die unterschiedlichen Werte der Ausgangsleistung handeln. Für eine gegebene Konfiguration – Anordnung und Ansteuerung – wird dann die Summe der Fehlerquadrate

4.7

$$S = \sum_{k} \left(I_k(\vec{x}) - I_{k,soll} \right)^2$$

$I_k(\vec{x})$: Unter Annahme der Parameter $\vec{x}$ erzielte Intensitätsverteilung für die diskrete Position k (d.h. Ort und Zeit)
$I_{k,soll}$: Für die diskrete Position k vorgegebene Intensitätsverteilung

als Maß für die Abweichung zur Vorgabe evaluiert. Analog zur Vorgehensweise in 4.1.2 wird dies dann mit dem Powell-Dogleg-Optimierungsalgorithmus [62] kombiniert, der iterativ diese Summe minimiert, indem die Werte für $\vec{x}$ schrittweise angepasst werden.

Um diesen allgemeinen Algorithmus auf die oben genannte Problemstellung anzuwenden, müssen weitere Anpassungen durchgeführt werden.

Nebenbedingungen

In dem beschriebenen Algorithmus gibt es keine Möglichkeit zu verhindern, dass physikalisch nicht realisierbare Ergebnisse erzielt werden. Dies umfasst zum Beispiel Anordnungen, bei denen sich die einzelnen VCSEL überlappen, oder Ansteuerungen, bei denen die maximale Ausgangsleistung der VCSEL überschritten wird. Daher wird der Algorithmus erweitert, um auch physikalische Nebenbedingungen berücksichtigen zu können. Dies geschieht – analog zu Gleichung **3.6** – durch die Addition von Straftermen [69]. Die Summe der Fehlerquadrate wird damit erweitert zu

4.8
$$S = \sum_{k} \left(I_k(\vec{x}) - I_{k,soll}\right)^2 + \mu_1 \sum_{i} c_{1,i}(\vec{x})^2 + \mu_2 \sum_{j} c_{2,j}(\vec{x})^2 + \cdots$$

μ_1: Gewicht des Strafterms zur Berücksichtigung der ersten Nebenbedingung
μ_1: Gewicht des Strafterms zur Berücksichtigung der zweiten Nebenbedingung
$c_{1,i}(\vec{x})$: Strafterm zur Berücksichtigung der ersten Nebenbedingung für die Variablen $\vec{x}$ und die Position i
$c_{2,j}(\vec{x})$: Strafterm zur Berücksichtigung der zweiten Nebenbedingung für die Variablen $\vec{x}$ und die Position j

Für den Fall, dass die x- und y- Positionen von quadratischen VCSEL-Emittern optimiert werden, muss beispielsweise unterbunden werden, dass sich die einzelnen Emitter überlappen. Dies kann durch einen Strafterm der Form

4.9
$$c_i(\vec{x}) = \min\left(\left(\left|x_i - x_j\right| - \Delta x_S\right), 0\right)$$

x_j: x-Koordinate eines benachbarten Emitters
Δx_s: Ausdehnung eines Emitters

für die x-Ausdehnung und

4.10
$$c_i(\vec{x}) = \min\left(\left(\left|y_i - y_j\right| - \Delta y_S\right), 0\right)$$

y_j: y-Koordinate eines benachbarten Emitters
Δy_s: Ausdehnung eines Emitters

für die y-Ausdehnung realisiert werden.

Zur Berücksichtigung einer maximalen Ausgangsleistung I_{max} wird die Nebenbedingung

4.11

$$c_i(\vec{x}) = \max(I_i - I_{max}, 0)$$

gewählt.

Die Optimierung wird dann iterativ mehrmals durchgeführt, wobei die Werte für die Strafterm-Parameter μ_i so lange schrittweise erhöht werden, bis alle Nebenbedingungen erfüllt sind.

Einmaliger Zugriff auf ZEMAX

In manchen Konfigurationen ist es möglich, das Raytracing in ZEMAX nur einmal durchzuführen und dann das Ergebnis immer wieder zu verwenden. Dies ist dann der Fall, wenn sich der Abstand und der Winkel zwischen den VCSEL-Emittern und der Zielfläche nicht ändern und gleichzeitig keine Optimierung der Ausgangsleistung durchgeführt wird. Hierbei ändert sich die relative Intensitätsverteilung auf der Zielfläche nicht, sodass sie nur einmal ausgewertet und durch Verschiebung richtig positioniert werden kann.

Eine solche Vorgehensweise verringert die Laufzeit des Algorithmus erheblich.

Zeitabhängige Berechnungen

Um eine zeitabhängige Berechnung durchzuführen, wird die als zeitabhängig vorgegebene Intensitätsverteilung diskretisiert. Das heißt, es werden einzelne Intensitätsverteilungen für verschiedene Zeitpunkte vorgegeben und nacheinander optimiert. Dabei ist die Ausgangsanordnung für jeden Zeitschritt durch das Ergebnis des vorherigen Zeitschrittes gegeben.

Es wird zusätzlich vereinfachend angenommen, dass die Zeit, die in einem experimentellen Aufbau zur Anpassung der zu optimierenden Größen benötigt wird, kleiner ist als der Abstand zwischen den einzelnen Zeitschritten. Dadurch kann davon ausgegangen werden, dass eine entsprechende Änderung rechtzeitig erfolgt.

Es muss darüber hinaus berücksichtigt werden, dass Nebenbedingungen – falls vorhanden – auch zwischen den einzelnen Schritten eingehalten werden. Dazu wird zum einen der Wert des Strafterm-Parameters μ aus dem vorherigen Schritt übernommen. Zum anderen wird bei einer Erhöhung von μ die Konfiguration auf das Ergebnis aus dem letzten Zeitschritt zurückgesetzt.

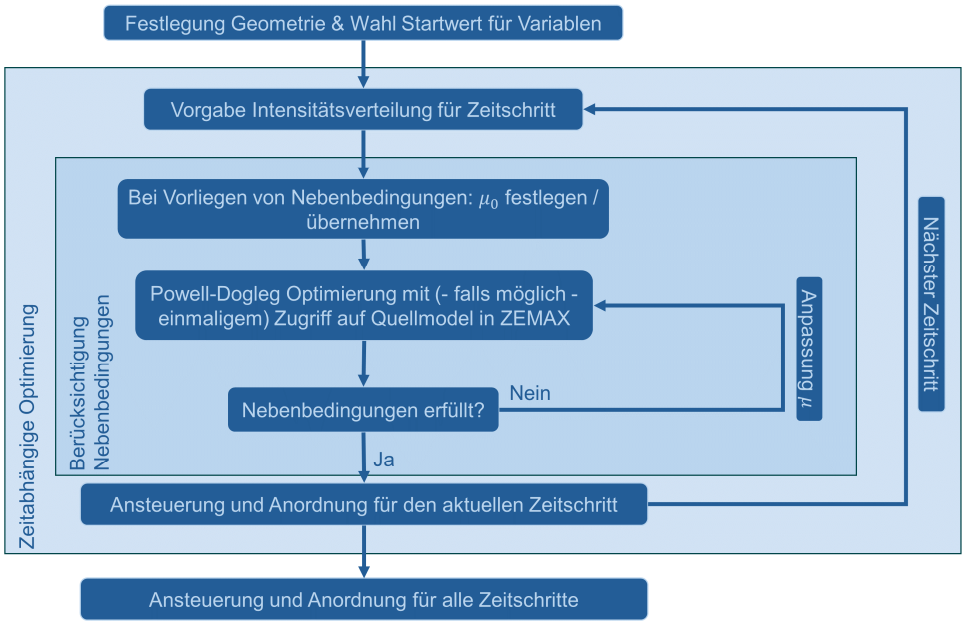


Bild 4.13: Ablauf bei der Berechnung von Anordnung und Ansteuerung von einzelnen VCSEL-Emittern

Die Vorgehensweise des Algorithmus ist in Bild 4.13 zusammengefasst. Falls keine zeitabhängige Optimierung durchgeführt wird, entfällt die Schleife über die Zeitschritte, während die entsprechenden Schritte für eine Berücksichtigung von Nebenbedingungen übersprungen werden, wenn diese automatisch erfüllt sind bzw. wenn keine vorliegen.

4.2.2 Anwendungsbeispiel homogene Ausleuchtung

In vielen VCSEL-Anwendungen ist die homogene Ausleuchtung eines vorgegebenen Bereichs gefordert [67] und eine solche Anwendung dient hier als erstes Berechnungsbeispiel. Für die Funktionalisierung von Solarzellen soll ein rechteckiger Bereich der Größe 160 mm x 160 mm homogen mit einer Intensität von 0,25 W / mm² ausgeleuchtet werden. Dazu sollen Emitter mit einer strahlenden Fläche der Größe 8,6 mm x 39,62 mm verwendet werden, die jeweils nur im Ganzen mit einer maximalen Ausgangsleistung von 425,6 W ansteuerbar sind. Daraus lässt sich ableiten, dass 16 Emitter benötigt werden. Für diese Emitter werden nun die x- und y-Positionen optimiert. Zusätzlich wird eine Rotation um die Z-Achse – dies entspricht der Haupt-Strahlausbreitungsrichtung – ermöglicht.

Der Arbeitsabstand zwischen den VCSELn und der Zielfläche beträgt 150 mm. Außerdem wird angenommen, dass die Emitter mit einer Ausdehnung von 8,6 mm x 64,7 mm größer sind als der oben angegebene Wert für die strahlende Fläche. Dies liegt daran, dass auf Grund der zahlreichen Anschlüsse von Strom und Kühlwasser die Einhausung etwas über den Rand der emittierenden Fläche seitlich hinausragt. Dies wird in einer entsprechenden Nebenbedingung berücksichtigt.

Bild 4.14 zeigt das mit dem beschriebenen Algorithmus erzielte Ergebnis. Dargestellt sind zum einen die berechnete Anordnung der einzelnen VCSEL-Emitter (a) sowie die erzielte Intensitätsverteilung (b).

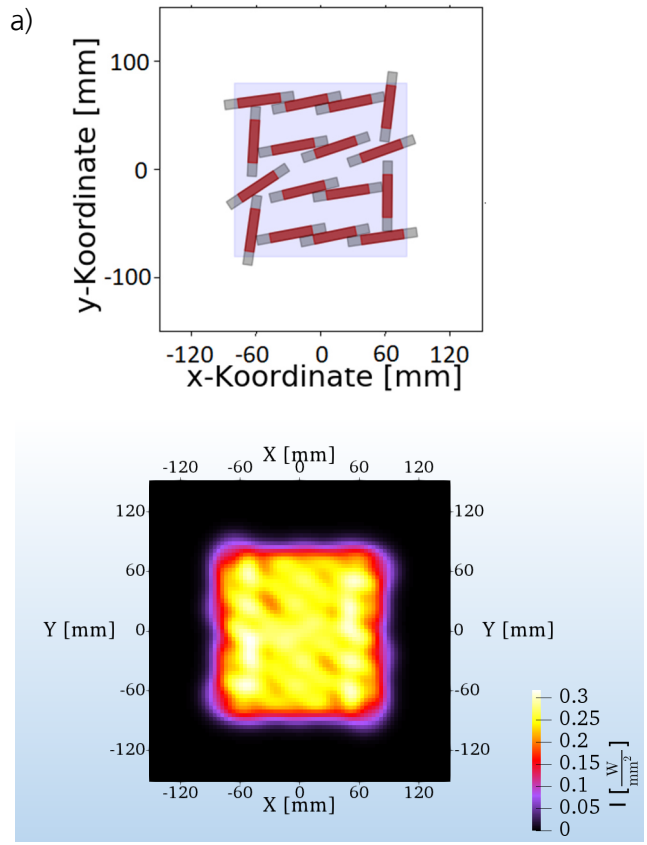


Bild 4.14: a) VCSEL-Emitteranordnung zur Erzeugung einer homogenen Intensitätsverteilung auf der Werkstückoberfläche. Rot markiert ist die strahlende Fläche, grau die eigentlich Baugröße der Emitter b) erzielte Intensitätsverteilung

Zunächst ist zu bemerken, dass sich die unterschiedlichen Emitter nicht überlappen und damit die Nebenbedingung erfolgreich eingehalten wird. Darüber hinaus lässt sich in erster Näherung eine Punktsymmetrie in der Anordnung erkennen. Diese ist jedoch nicht perfekt, was darauf zurückzuführen ist, dass die Optimierung in ein lokales Minimum konvergiert ist, was nicht notwendigerweise dem globalen Minimum entspricht. Jedoch würde eine globale Optimierung eine erheblich längere Rechenzeit erfordern, sodass hier entschieden wurde, dass mit der erzeugten Intensitätsverteilung eine ausreichende Übereinstimmung mit der Vorgabe erzielt wird.

Die Intensitätsverteilung in Bild 4.14 beschränkt sich in etwa auf einen beleuchteten Bereich von 160 mm x 160 mm, was der Vorgabe entspricht. Jedoch sind innerhalb der bestrahlten Fläche deutliche Inhomogenitäten in der Intensitätsverteilung erkennbar. Dies ist zum einen darauf zurückzuführen, dass die VCSEL nicht homogen abstrahlen und nicht genügend Freiheitsgrade vorliegen, um einen glatteren Verlauf zu ermöglichen. Darüber hinaus kann diese Abweichung ebenfalls darauf zurückzuführen sein, dass die Optimierung in ein lokales Minimum konvergiert ist.

4.2.3 Beispiel Tapelegen

Als Beispiel für eine Optimierung der Ausgangsleistung zur Erzielung einer zeitabhängigen, anwendungsangepassten Intensitätsverteilung wird nun die benötigte Ausgangsleistung der VCSEL für die bereits in Bild 3.13 dargestellte Situation berechnet. Wie dort beschrieben, handelt es sich um eine zeitabhängige Intensitätsverteilung für das laserbasierte Tapelegen, die einen möglichst geringen Temperaturgradienten am Konsolidierungspunkt hervorruft. Die dort dargestellte Intensitätsverteilung wird hier an 11 Zeitpunkten ausgewertet, die unter Verwendung von 8 nebeneinander angeordneten VCSEL-Emittern, die bezüglich der Größe denen aus dem vorigen Beispiel entsprechen, erzeugt werden soll. Da es sich um eine örtlich nur eindimensional variable Intensitätsverteilung handelt, spielt dabei die Ausdehnung der Emitter quer zum Tape nur eine untergeordnete Rolle.

Im Vergleich zur Vorgehensweise aus Kapitel 3, in dem für die jeweiligen Zonen angenommen wird, dass die Strahlung homogen und senkrecht ohne einen Divergenzwinkel emittiert wird, wird nun die spezifische Abstrahlcharakteristik der VCSEL berücksichtigt. So wird eine realistischere Darstellung ermöglicht.

Das Ergebnis für dieses Beispiel ist in Bild 4.15 dargestellt. Gezeigt werden in Analogie zu Bild 3.13 für die 6 gleichen Zeitpunkte Querschnitte durch die Intensitätsverteilungen entlang des Tapes. Dabei ist sowohl die vorgegebene als auch die realisierte Intensitätsverteilung wiedergegeben. Zudem ist das Ergebnis aus Bild 3.11 zum Vergleich dargestellt. Für die meisten Zeitschritte stimmt die erzielte Intensitätsverteilung weitestgehend mit der vorgegebenen Verteilung überein, wobei auch die in Bild 3.11 gezeigten Werte näherungsweise durchlaufen werden. Lediglich am Rand der bestrahlten Fläche treten bei nahezu allen Zeitschritten größere Abweichungen auf. Dies ist darauf zurückzuführen, dass ein einzelner Emitter bei dem gewählten Arbeitsabstand keine homogene Verteilung mehr auf der Tapeoberfläche erzeugt, sondern dass die Intensitätsverteilung eine Überhöhung in der Mitte aufweist. Damit ist es nicht möglich, am Rand eine vergleichbare oder sogar höhere Intensität zu erzielen als im Zentrum der von einem Emitter bestrahlten Fläche. Zusätzlich tritt in den Verteilungen ein vergleichsweise starkes Rauschen auf. Dieses könnte verringert werden, wenn die Anzahl an betrachteten Strahlen erhöht wird, was jedoch zu einer signifikanten Erhöhung der Laufzeit führen würde, die hier bei Betrachtung von ca. 1,5 Millionen Strahlen bereits ca. 8 Stunden beträgt.

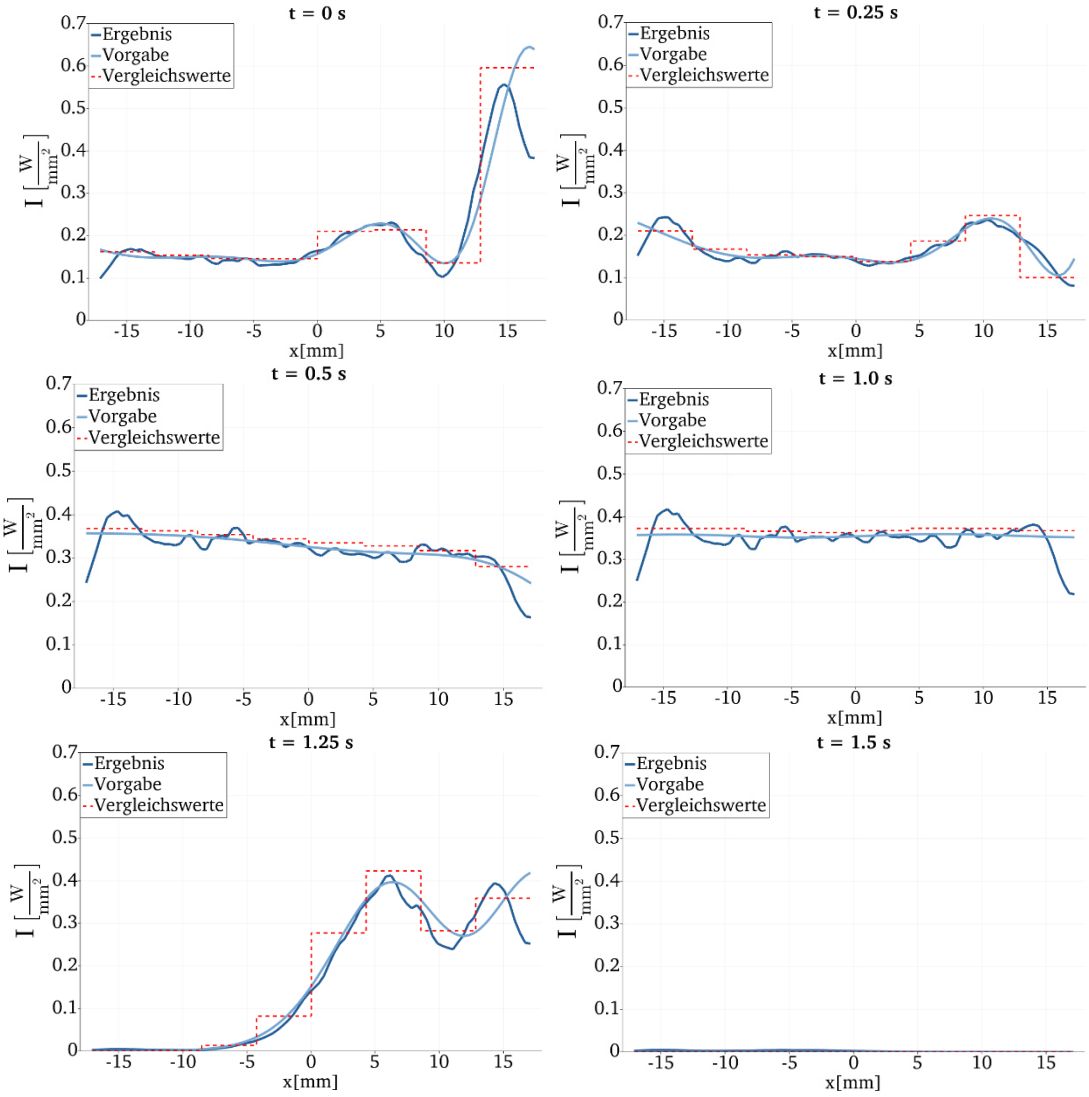


Bild 4.15
VCSEL-Emitteransteuerung für die Anwendung Tapelegen. Gezeigt sind für verschiedene Zeitschritte die vorgegebene Intensitätsverteilung, das Ergebnis für den beschriebenen Algorithmus und als Vergleichswert eine Ansteuerung, wie sie sich aus Bild 3.11 ergeben würde

5 Experimentelle Verifikation

Alle in dieser Arbeit vorgestellten Methoden sind bereits simulativ durch die Verwendung kommerzieller Berechnungsprogramme verifiziert worden. Darüber hinaus sind einige Anwendungsbeispiele zur Berechnung der optimalen Intensitätsverteilung und zur Auslegung von Freiformoptiken auch bereits experimentell umgesetzt und validiert worden. Da die Experimente zu anwendungsangepassten Intensitätsverteilungen dabei ausschließlich von Kollegen und Projektpartnern durchgeführt worden sind, werden entsprechende Veröffentlichungen an dieser Stelle nur der Vollständigkeit halber zitiert.

Experimentelle Ergebnisse, bei denen eine optimale Intensitätsverteilung eingesetzt wird, die mit den hier vorgestellten Methoden berechnet worden ist, finden sich für das Laserhärten, das laserbasierte Entfestigen sowie das laserunterstützte Tapelegen.

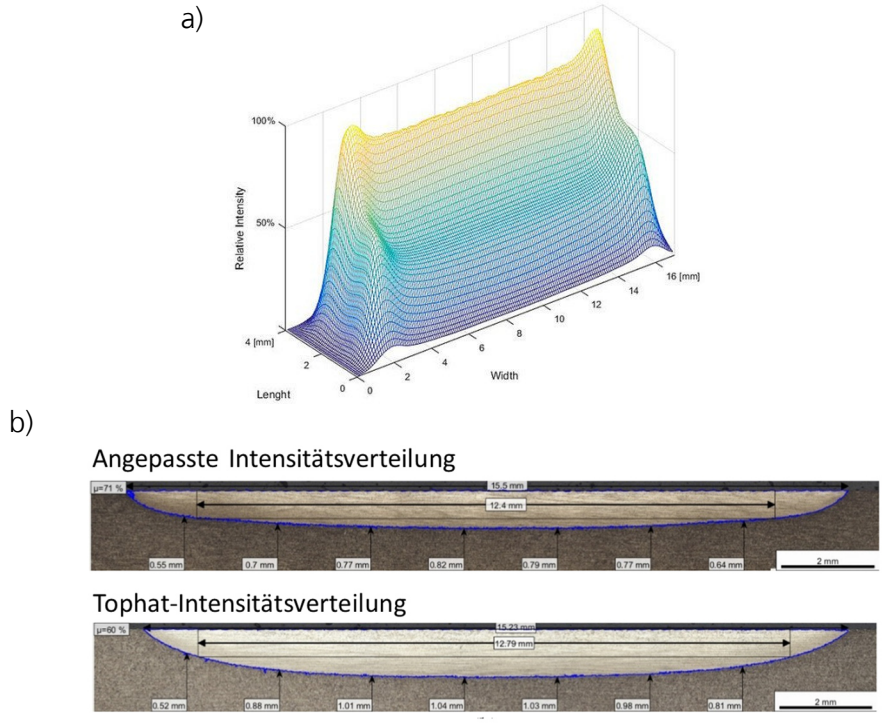


Bild 5.1: Bearbeitungsergebnis für die Validierung an Hand des laserbasierten Härtens. a) Messergebnis der von der Freiformoptik erzeugten Intensitätsverteilung b) Vergleich der Bearbeitungsspuren der angepassten Intensitätsverteilung mit einer Tophat-Intensitätsverteilung. Bilder entnommen aus [54]

Für das Laserhärten ist unter Annahme perfekt kollimierter Strahlung eine Freiformoptik mit dem bereits am Lehrstuhl TOS vorhandenen Designalgorithmus ausgelegt worden [54][94]. Diese erzeugt eine anwendungsangepasste Intensitätsverteilung, welche ein homogenes Temperaturprofil bei 1 225 °C mit einem Seitenverhältnis von 4 mm x 16 mm in einem Block aus Stahl induziert (siehe Bild 5.1 a)). Die mit dieser Intensitätsverteilung generierte Härtespur wird

in der entsprechenden Veröffentlichung mit einer Härtespur, die mit einer herkömmlichen Tophat-Intensitätsverteilung erzeugt wurde, verglichen (siehe Bild 5.1 b)). Es zeigt sich, dass bei einer Prozessführung, bei der auf die auftretende Maximaltemperatur geregelt wird, mit der anwendungsangepasste Intensitätsverteilung eine gleichmäßigere Härtespur erzeugt wird. Darüber hinaus sind die Flanken der Härtespur deutlich steiler, was die Anordnung mehrerer benachbarter Spuren wesentlich vereinfacht. Konkret führt dies zu einer Zunahme des nutzbar gehärteten Volumens von 20% für jede Bearbeitungsspur.

Der bereits vorhandene Étendue-0-Algorithmus wird ebenfalls eingesetzt, um einen Freiformspiegel auszulegen, der eine Intensitätsverteilung ähnlich der in Bild 3.6 gezeigten für das laserbasierte Entfestigen hochfester Stähle realisiert [100]. Die generierte Intensitätsverteilung unterscheidet sich dabei von der in Bild 3.6 nur dadurch, dass die Länge des Spots manuell und nicht automatisiert ermittelt wird und sich dadurch mit einer Größe von 10 mm x 40 mm eine leichte Abweichung in der Ausdehnung der Intensitätsverteilung ergibt. Das Ziel einer gleichmäßigen Entfestigung über die Blechdicke bei einer hohen Vorschubgeschwindigkeit ist aber identisch. Wie im Fall des Laserhärtens wird auch hier das Bearbeitungsergebnis mit dem Ergebnis für eine Tophat-Intensitätsverteilung verglichen (siehe Bild 5.2). Es wird dabei zum einen der gewünschte Effekt einer signifikant homogeneren Entfestigung über die Blechdicke nachgewiesen. Darüber hinaus ist auch hier die Flankensteilheit deutlich größer, was wie im Fall des Laserhärtens die Anordnung mehrerer Bearbeitungsspuren erleichtert. Auf diese Weise lässt sich auch bei einer hohen Bearbeitungsgeschwindigkeit von 10 m / min eine ausreichende Entfestigung über die gesamte Blechdicke erreichen.

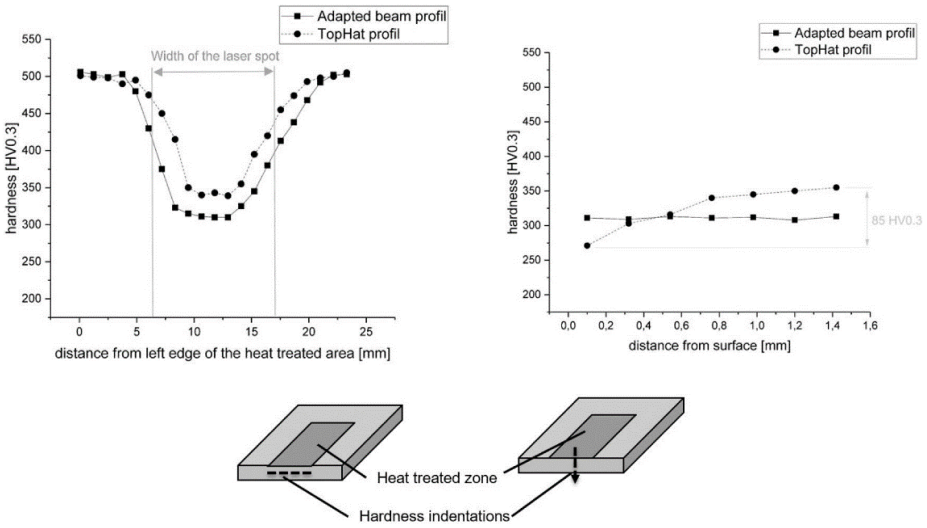


Bild 5.2: Bearbeitungsergebnis für die Validierung an Hand des laserbasierten Entfestigens hochfester Stähle. Vergleich von Härtemessungen in und senkrecht zur Bearbeitungsrichtung. Bilder mit Genehmigung von AIP Publishing entnommen aus [100]

Zum laserunterstützten Tapelegen mittels VCSEL-Strahlquellen sind bereits mehrere Ergebnisse veröffentlicht worden [15][95][108]. In einem Fall wird dazu eine indirekte Validierung durchgeführt, bei der zunächst die in dieser Arbeit beschriebene Vorgehensweise mit einer spezifischen, für das Tapelegen

entwickelten analytischen Methode (siehe Abschnitt 2.1.4) verglichen wird [108]. Dazu wird eine Situation gewählt, die vergleichbar mit der Konfiguration aus Bild 3.8 a) ist, wobei jedoch ein anderes Material mit einer höheren Schmelztemperatur eingesetzt und die Berücksichtigung der maximal möglichen Intensität manuell durchgeführt wird. Es ergibt sich eine sehr hohe Übereinstimmung zwischen den beiden Methoden (siehe Bild 5.3, a)). Darüber hinaus ist mit der spezifischen Tapelegen-Methode eine analoge Intensitätsverteilung für ein VCSEL mit weniger Zonen abgeleitet und experimentell umgesetzt worden. Im Vergleich zu den vorherigen Beispielen wird hier dann nicht das Prozessergebnis bewertet, sondern es wird tatsächlich eine ortsaufgelöste Temperaturmessung durchgeführt. Diese Messungen zeigen für das berechnete Intensitätsprofil eine Temperatur, die nach einem näherungsweise linearen Anstieg konstant bei 160°C gehalten wird, was genau dem simulierten Temperaturpofil entspricht (siehe Bild 5.3, b)).

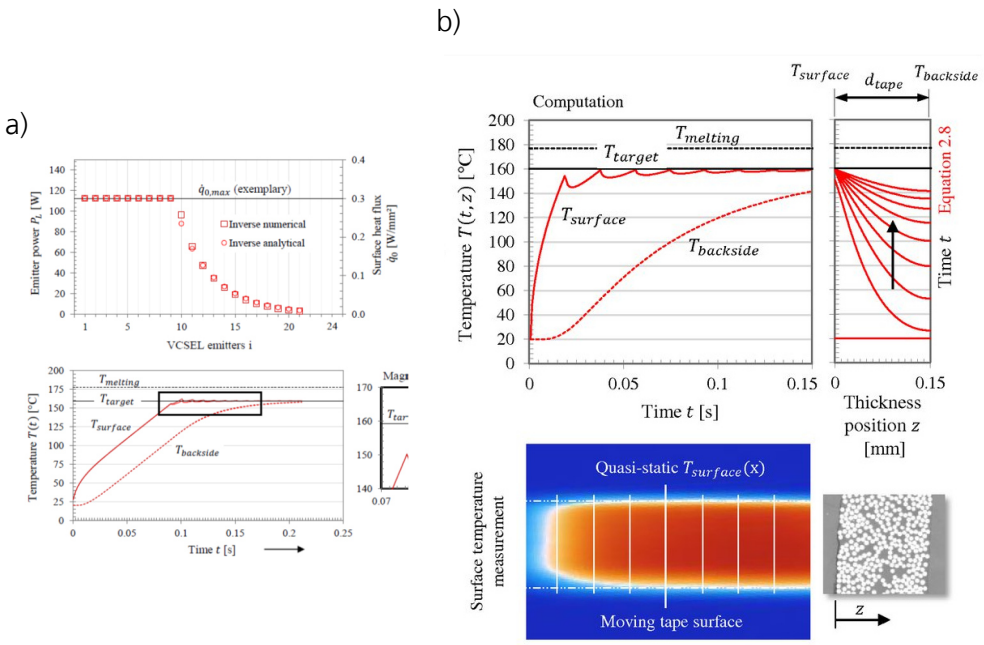


Bild 5.3: Indirekte experimentelle Validierung der Vorgehensweise an Hand des Tapelegens. a) Vergleich der beiden Methoden für den Tapelegeprozess mit einem VCSEL mit 23 Emittern. b) Mit der analytischen Methoden simuliertes Temperaturprofil (oben) und Messungen (unten). Bild entnommen aus [108]

Neben diesen experimentellen Ergebnissen zur Berechnung der anwendungsangepassten Intensitätsverteilung ist die Auslegung einer Freiformoptik für eine ausgedehnte Quelle erfolgreich validiert. Dazu werden für einen Demonstrator zwei Freiformoptiken ausgelegt, die eine Buchstaben-Intensitätsverteilung wie aus Bild 4.6 erzeugen, wobei von einer 10 mm x 10 mm großen LED als Lichtquelle ausgegangen wird. Die Auslegung erfolgt dann einmal unter der Annahme einer punktförmigen Lichtquelle mit Hilfe des vorhandenen Auslegungsalgorithmus und zum anderen wird der in 4.1.2 beschriebene Algorithmus eingesetzt, wobei die tatsächliche Größe der LED berücksichtigt wird. Im Vergleich zu dem dort gezeigten Berechnungsbeispiel wird allerdings ein höherer Kontrast zwischen den beleuchteten und den nicht beleuchteten Regionen der Intensitätsverteilung vorgegeben.

In Bild 5.4 sind zum Vergleich fotografische Aufnahmen der beiden Linsen sowie der erzeugten Intensitätsverteilungen dargestellt. Während die Linse, bei deren Auslegung von einer Punktlichtquelle ausgegangen wird, einen Buchstaben erzeugt, dessen Kanten stark verschmiert sind, ermöglich die Linse, die mit dem beschriebenen Algorithmus ausgelegt wurde, eine wesentlich höhere Kantenschärfe.

a) b)

Bild 5.4: Aufnahme der Freiformoptiken und der damit erzeugten Intensitätsverteilungen. Die Optik in a) wird mit dem in 4.1.2 beschriebenen Algorithmus ausgelegt, während für die Linse in b) der Punktquellenalgorithmus aus [6] benutzt wird.

6 Zusammenfassung und Ausblick

Die aktuell stattfindende Digitalisierung der Produktion ermöglicht eine immer genauere simulative Abbildung von Fertigungsprozessen. Für die Lasermaterialbearbeitung bedeutet dies, dass die im Material stattfindenden Prozesse immer detaillierter untersucht werden können. Damit werden die gewählten Verfahrensparameter zunehmend an die entsprechenden Anwendungen angepasst und es reduziert sich die Zeit zwischen einer Produktidee und der Markteinführung.

Mit den Zielen einer höheren Bearbeitungsqualität und einer gesteigerten Prozesseffizienz werden in dieser Arbeit so zum Beispiel anwendungsangepasste Intensitätsverteilungen berechnet und entsprechende Strahlformungsstrategien entwickelt. Dazu wird zum einen ein umfassender Algorithmus vorgestellt, der bei Vorgabe eines für die Bearbeitung idealen örtlichen und zeitlichen Temperaturprofils die zur Realisierung erforderliche Intensitätsverteilung berechnet. Angenommen wird dabei, dass nur thermische Effekte vorliegen und keine Änderungen des Aggregatzustandes auftreten. Der vorgestellte Algorithmus ist dann flexibel anwendbar, da erstmalig:

- verschiedene Geometrien, Werkstoffe und Absorptionsverhalten simuliert werden können.
- die Temperaturabhängigkeit der thermophysikalischen und optischen Eigenschaften berücksichtigt werden.
- die Berücksichtigung von Nebenbedingungen durchführbar ist.
- eine Optimierung weiterer Verfahrensparameter wie die Größe der Intensitätsverteilung oder die Vorschubgeschwindigkeit integriert ist.

Für unterschiedlichste Anwendungen mit verschiedenen Werkstückgeometrien werden erfolgreich Ergebnisse von Beispielrechnungen demonstriert, die die Leistungsfähigkeit des Algorithmus aufzeigen.

Darüber hinaus werden relevante Strahlformungsstrategien unter Verwendung von Freiformoptiken oder VCSEL-Modulen entwickelt und für den Einsatz in der Laserstrahlformung angepasst. Im Bereich der Freiformoptiken bedeutet dies, dass die geringe Strahlqualität der verwendeten Laserstrahlung, die in einigen Fällen einen großen Einfluss auf die erzeugte Intensitätsverteilung hat, konsequent berücksichtigt wird. Für VCSEL-Module, die neben der räumlichen auch eine zeitliche Variation der abgestrahlten Leistung ermöglichen, werden neuartige Strategien aufgezeigt, mit denen die benötigte Anordnung und An-

steuerung einzelner Emitter berechnet werden können. Beide Strahlformungsstrategien werden auch hier an Hand mehrerer Beispielrechnungen erfolgreich numerisch validiert.

Hinsichtlich einer experimentellen Verifikation der vorgestellten Methoden und der erzielten Ergebnisse konnten mehrere bereits veröffentlichte Quellen zitiert werden, die eine deutlich erhöhte Bearbeitungsqualität und Prozesseffizienz aufzeigen.

Diese Arbeit legt damit den wesentlichen Grundstein für einen allgemeineren Einsatz von anwendungsangepassten Intensitätsverteilungen in der Werkstoffbearbeitung mit Laserstrahlung. Daher gibt es vielfältige Möglichkeiten zur Weiterentwicklung der beschriebenen Methoden.

Hinsichtlich der Berechnung der Intensitätsverteilung ist mit Sicherheit eine Erweiterung der Anwendungspalette interessant. Bisher sind Änderungen des Aggregatzustandes oder Strukturveränderungen, die jeweils im Material stattfinden, vernachlässigt worden. Jedoch treten in vielen Anwendungen, wie beispielsweise auch für die beschriebene Trocknung von reibungsmindernden Lacken, solche Veränderungen auf, die wiederum einen Einfluss auf das sich ausbildende Temperaturprofil haben. Da entsprechende physikalische Prozesse derzeit bereits „direkt“ untersucht werden können, erscheint eine „inverse“ Berechnung zur Bestimmung der Intensitätsverteilung zumindest möglich. Beschränkend wird dabei die deutlich höhere Komplexität sein, die auf eine deutliche Erhöhung der benötigten Rechenleistung bzw. –zeit schließen lässt.

Zur Auslegung einer Freiformoptik wird als charakteristische Eigenschaft der Laserstrahlung in dieser Arbeit insbesondere die Strahlqualität berücksichtigt. Dies ist vor allem für die vielfach eingesetzten Diodenlaser die herausforderndste Eigenschaft. Sollten jedoch andere Strahlquellen wie Scheibenlaser, Faserlaser oder Festkörperlaser eingesetzt werden, nimmt der Einfluss der Kohärenz zu. Während die Auslegung von Freiformoptiken für kohärente Strahlung bereits in der Literatur beschrieben ist, stellt insbesondere die Teilkohärenz eine große Herausforderung dar. Hier müssen neue Strahlformungsstrategien erarbeitet werden.

Darüber hinaus hat sich im Rahmen der Toleranzanalyse in dieser Arbeit – und auch experimentell [100] – gezeigt, dass eine sehr genaue Justage zur erfolgreichen Integration von Freiformoptiken in experimentelle Aufbauten benötigt wird. Hierzu sollten in zukünftigen Arbeiten vereinfachende Strategien entwickelt werden.

Auch die anwendungsangepasste Strahlformung mittels VCSELn sollte erweitert werden. Während in dieser Arbeit lediglich eine Strahlformung mittels spezifischer Anordnung und Ansteuerung beschrieben wird, bietet die Integration weiterer optischer Elemente – insbesondere von Linsen und Spiegel – eine Er-

weiterung der Möglichkeiten. Mittels diesen lassen sich voraussichtlich die vergleichsweise geringen Arbeitsabstände vergrößern sowie die erzeugten Intensitätsverteilungen der einzelnen Zonen homogenisieren. Da auch die VCSEL-Laserstrahlquellen als Diodenlaser eine geringe Strahlqualität aufweisen, könnte eine Strahlformung durch entsprechend ausgelegte Freiformoptiken durchgeführt werden.

Schließlich bilden Freiformoptiken und VCSEL nicht die einzige Möglichkeit, komplexe Intensitätsverteilungen zu erzeugen. Zunehmend zur Laserstrahlformung eingesetzt werden auch adaptive Spiegel [49], die wie VCSEL ebenfalls eine zeitliche Variation ermöglichen. Diese Spiegel bestehen aus einer dünnen Membran, die mittels Piezoaktoren örtlich variiert werden kann. Da dies über einen elektrischen Anschluss erfolgt, ist darüber hinaus eine zeitliche Variation durchaus möglich. Alternative Strahlformungsansätze könnten beispielsweise DOEs [57] beinhalten oder das bereits von Dieter Burger verwendete Strahlwedeln [18].

Nicht zuletzt sollten die beschriebenen Methoden weiterhin für verschiedene – auch neue – Anwendungen experimentell umgesetzt und validiert werden.

7 Literatur

[1] „Monitoring-Report Wirtschaft DIGITAL 2018“, BMWi, 2018.

[2] Aden, M., "Influence of the laser-beam distribution on the seam dimensions for laser-transmission welding: a simulative approach", *Lasers in Manufacturing and Materials Processing* 3.2: 100-110, 2016.

[3] Alifanov, O. M., [Inverse heat transfer problems], Springer, Berlin, Heidelberg, 1994.

[4] Bangerth, W., Hartmann, R., Kanschat, G., “deal.II – a general-purpose object-oriented finite element library,“ ACM T Math Software 33(4), 27(2007).

[5] Bäuerle, A., [Algorithmen zur Auslegung von Freiformoptiken für die LED-Beleuchtung], Diss., RWTH Aachen University, 2013.

[6] Bäuerle, A., Bruneton, A., Wester, R., Stollenwerk, J., Loosen, P., “Algorithm for irradiance tailoring using multiple freeform optical surfaces“, *Opt. Express* 20, 14477-14485, 2012.

[7] Beck, J. V., Blackwell, B, St Clair Jr, C. R., [Inverse heat conduction: Ill-posed problems], J. Wiley and Sons, New York, 1985.

[8] Beck, J. V., Blackwell, B., A. Haji-Sheikh A., "Comparison of some inverse heat conduction methods using experimental data", *International Journal of Heat and Mass Transfer* 39.17: 3649-3657, 1996.

[9] Berens, M., Bruneton, A., Bäuerle, A., Traub, M., Wester, R., Stollenwerk, J., and Loosen, P., “Multiple intensity distributions from a single optical element“, *Proc. SPIE* 8834, 88340M, 2013.

[10] Bliedtner, J., Müller, H., Barz, A., [Lasermaterialbearbeitung: Grundlagen-Verfahren-Anwendungen-Beispiele], Carl Hanser Verlag GmbH Co KG, 2013.

[11] Bloehs, W., [Laserstrahlhärten mit angepaßten Strahlformungssystemen], PhD Thesis, Unversity of Stuttgart, 1997.

[12] Bösel, C., Gross, H., “Compact freeform illumination system design for pattern generation with extended light sources2, Applied optics, 58(10), 2713-2724, 2019.

[13] Brand, M., Birch, D. A. “Freeform irradiance tailoring for light fields“, Optics Express, 27(12), A611-A619, 2019.

[14] Brecher, C., Emonts, M., Kermer-Meyer, A., Janssen, H., & Werner, D. (2013). Herstellung von belastungsoptimierten thermoplastischen Faserverbundbauteilen. *Lightweight Design*, *6*(3), 38-43.

[15] Brecher, C., Emonts, M., Striet, P., Voell, A., Stollenwerk, J., Janssen, H. "Adaptive tape placement process control at geometrically changing substrates", Procedia CIRP, 85, 207-211, 2019.

[16] Brown, M. S., Arnold, C. B., "Fundamentals of laser-material interaction and application to multiscale surface modification", *Laser precision microfabrication,* Springer, Berlin, Heidelberg, 91-120, 2010.

[17] Bruneton, A., Bäuerle, A., Wester, R., Stollenwerk, J., Loosen, P., „High resolution irradiance tailoring using multiple freeform surfaces", *Optics Express*, *21*(9), 10563-10571, 2013.

[18] Burger, D., [Beitrag zur Optimierung des Laserhärtens], PhD Thesis, University of Stuttgart, 1988.

[19] Chantasiriwan, S. "An algorithm for solving multidimensional inverse heat conduction problem", *International Journal of Heat and Mass Transfer* 44.20: 3823-3832, 2001.

[20] Chaves, J., [Introduction to nonimaging optics], CRC press, 2008.

[21] Colaço, M. J., Orlande, H. R. B., Dulikravich, G. S., "Inverse and optimization problems in heat transfer", *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering* 28.1: 1-24, 2006.

[22] Cooper, K. P., Beigel, R., Slabodnick, P., "Surface processing of metals using an oscillating laser beam", In International Congress on Applications of Lasers & Electro-Optics, Vol. 1986, No. S2, pp. 169-176, LIA. 1986.

[23] Crank, J., Nicolson, "A practical method for numerical evaluation of solutions of partial differential equations of the heat-conduction type", *P. Adv. Comput. Math.* 6(1), 1996.

[24] Cvetkovic, A., Dross, O., Chaves, J., Benitez, P., Miñano, J. C., Mohedano, R., "Etendue-preserving mixing and projection optics for high-luminance LEDs, applied to automotive headlamps," *Optics Express* 14(26), 13014-13020, 2006.

[25] Dahmen, W., Reusken, A., [Numerik für Ingenieure und Naturwissenschaftler]. Springer-Verlag, 2006.

[26] Demtröder, W., [Experimentalphysik 2], Springer, Berlin Heidelberg , 233, 2008.

[27] Dickey, Fred M., "Laser beam shaping", *Optics and photonics news* 14.4: 30-35, 2003.

[28] Die vorgestellten Methoden und Ergebnisse sind in Teilen gemeinsam in der folgenden Masterarbeit erarbeitet worden: Dahlmanns, J., [Modellierung der Strahlpropagation von VCSEL-Emitteranordnungen zur Erzeugung applikationsangepasster Intensitätsverteilungen], Masterarbeit, RWTH Aachen, 2017.

[29] Engl, H. W., Hanke, M., Neubauer, A., [Regularization of inverse problems], Vol. 375. Springer Science & Business Media, 1996.

[30] Feng, Z., Huang, L., Gong, M., Jin, G. "Beam shaping system design using double freeform optical surfaces", *Optics express*, *21*(12), 14728-14735, 2013.

[31] Fischer, H., Kaul, H., [Mathematik für Physiker, Band 2 der Reihe Gewöhnliche und partielle Differentialgleichungen, mathematische Grundlagen der Quantenmechanik], BG Teubner, Stuttgart 2, 2014.

[32] Forster, O., [Analysis 2], Springer, Berlin Heidelberg, 2017.

[33] Fournier, F. R., Cassarly, W. J., Rolland, J. P., "Designing freeform reflectors for extended sources", In Nonimaging Optics: Efficient Design for Illumination and Solar Concentration VI (Vol. 7423, p. 742302). International Society for Optics and Photonics, 2009.

[34] Gael, G., Benoit, Jacob & andere, "Eigen v3", abrufbar unter http://eigen.tuxfamily.org (2010)

[35] Geuzaine, O. C., Remacle, J.-F., "Gmesh: a three-dimensional finite element mesh generator with build-in pre- and post-processing facilities", *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 79(11), 1309-1331, 2009.

[36] Gill, P. E., Murray, W., Wright, M. H., [Practical optimization], 1981.

[37] Gimenez-Benitez, P., Minano, J. C., Blen, J., Mohedano Arroyo, R., Chaves, J., Dross, O., Hernandez, M., Falicoff, W., "Simultaneous multiple surface optical design method in three dimensions" *Optical Engineering* 43.7: 1489-1503, 2014.

[38] Grigull, U., Sandner, H., [Wärmeleitung], Springer-Verlag, 2013.

[39] Hadamard, J., "Sur les problèmes aux dérivées partielles et leur signification physique", *Princeton university bulletin*: 49-52, 1902.

[40] Haeckel, M., „Komplexes in kleiner Auflage", Handelsblatt, 2016, online abrufbar unter: https://www.handelsblatt.com/technik/hannovermesse/digitalisierung-in-der-produktion-komplexes-in-kleiner-auflage/13496866-all.html. (abgerufen am 2. Januar 2020)

[41] Hahn, D. W., Özişik M. N., [Heat Conduction] America: John Wiley & Sons 2012.

[42] Hanke-Bourgeois, M., [Grundlagen der numerischen Mathematik und des wissenschaftlichen Rechnens], B. G. Teubner, Stuttgart u. a. 2002

[43] Hansen, P. C., O'Leary, D. P., "The use of the L-curve in the regularization of discrete ill-posed problems," *SIAM,J. Sci. Comput*. 14(6), 1487-1503 1993.

[44] Hauschild, D., "Application specific beam profiles: new surface and thin-film refinement processes using beam shaping technologies." *Components and Packaging for Laser Systems III*. Vol. 10085. International Society for Optics and Photonics, 2017.

[45] Heinz, E., "MONGE-AMPERE EQUATIONS", *Partial Differential Equations: Proceedings of the Fourth Symposium in Pure Mathematics of the American Mathematical Society*. Vol. 4. American Mathematical Soc., 1961.

[46] Herkommer, A. M., "Advances in the design of freeform systems for imaging and illumination applications." *Journal of Optics* 43.4: 261-268, 2014.

[47] Hirst, A., Muschaweck, J. A., "Irradiance tailoring for extended sources in 3D by implicit integral equation solution," *Imaging and Applied Optics*, OSA Technical Digest, paper FT4B.2, 2015.

[48] Hirst, A., Muschaweck, J., Benítez, P., "Fast, deterministic computation of irradiance values using a single extended source in 3D." *Optics Express* 26.14: A651-A656, 2018.

[49] Hofmann, O., Pütsch, O., Stollenwerk, J., & Loosen, P. (2018). Model-based analysis of highly dynamic laser beam shaping using deformable mirrors. *Procedia CIRP*, *74*, 602-606.

[50] Hummel, R. E. (1971). *Optische Eigenschaften von Metallen und Legierungen* (p. 175). Berlin: Springer-Verlag.

[51] ISO/IEC. (2014). *ISO International Standard ISO/IEC 14882:2014(E) – Programming Language C++*. [Working draft]. Geneva, Switzerland: International Organization for Standardization (ISO). Retrieved from https://iso-cpp.org/std/the-standard abgerufen am 2. Januar 2020.

[52] Kannatey-Asibu Jr, E., [Principles of laser materials processing]. Vol. 4. John Wiley & Sons, 2009.

[53] Karkhin, V. A., Plochikhine, V. V., Bergmann, H. W., "Solution of inverse heat conduction problem for determining heat input, weld shape, and grain structure during laser welding", *Sci Technol Weld Joi* 7(4), 224-231, 2002.

[54] Klocke, F., Schulz, M., & Gräfe, S. (2017). Optimization of the laser hardening process by adapting the intensity distribution to generate a top-hat temperature distribution using freeform optics. Coatings, 7(6), 77.

[55] Königsberger, K., [Analysis 2], Springer-Verlag, 2013.

[56] Latif, M. J., [Heat conduction], Berlin and Heidelberg: Springer-Verlag, 2009.

[57] Liu, J. S., Taghizadeh, M. R., "Iterative algorithm for the design of diffractive phase elements for laser beam shaping", *Optics letters* 27.16: 1463-1465, 2002.

[58] Liu, Z., Liu, P., Yu, F., „Parametric optimization method for the design of high-efficiency free-form illumination system with a LED source", Chinese Optics Letters, 10(11), 112201-112201, 2012.

[59] Lo, Y. C., Huang, K. T., Lee, X. H., Sun, C. C., "Optical design of a Butterfly lens for a street light based on a double-cluster LED*", Microelectronics Reliability* 52(5), 889-893, 2012.

[60] Löffler, A., "Photonik in Deutschland Branchenreport 2017", VDMA Verlag GmbH, 2017.

[61] Luo, Y., Feng, Z., Han, Y., Li, H., "Design of compact and smooth free-form optical system with uniform illuminance for LED source", *Optics express*, 18(9), 9055-9063 2010.

[62] Madsen, K., Nielsen, H. B., & Tingleff, O. (2004). Methods for non-linear least squares problems. lecture notes. IMM, DTU,.

[63] Martin, W., Cohen, E., Fish, R., & Shirley, P. (2000). Practical ray tracing of trimmed NURBS surfaces. *Journal of Graphics Tools*, *5*(1), 27-52.

[64] Michalzik, R., [VCSELs. Fundamentals, Technology and Applicatiomns of Vertical-Cavity-Surface-Emitting Lasers], Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2013.

[65] Moench, H., Conrad, R., Deppe, C., Derra, G., Gronenborn, S., Gu, X., Heusler, G., Kolb, J., Miller, M., Pekarski, P., Pollmann-Retsch, J., Pruijmboom, A., Weichmann, U., "High-power VCSEL systems and applications", *High-Power Diode Laser Technology and Applications XIII*. Vol. 9348. International Society for Optics and Photonics, 2015.

[66] Moench, H., Conrads, R., Gronenborn, S., Gu, X., Miller, M., Pekarski, P., Pollmann-Retsch, J., Pruijmboom, A., Weichmann, U., "Integrated high power VCSEL systems." *High-Power Diode Laser Technology and Applications XIV*. Vol. 9733. International Society for Optics and Photonics, 2016.

[67] Moench, H., Derra, G., "High Power VCSEL Systems: A tool for digital thermal processing", *Laser Technik Journal* 11.2: 43-47, 2014.

[68] Murzin, S. P., Bielak, R., Liedl, G., "Algorithm for calculation of the power density distribution of the laser beam to create a desired thermal effect on technological objects", Компьютерная оптика, 40(5), 2016.

[69] Nocedal, J, Wright, S. J., [Numerical optimization 2nd], 2006.

[70] Oliker, V., "Optical design of freeform two-mirror beam-shaping systems", *JOSA A*, *24*(12), 3741-3752, 2007.

[71] OpenMP architecture review board, „OpenMP application Program Interface Version 2.0", Dokumentation abrufbar unter: http://www.openmp.org/mp-documents/spec30.pdf, (abgerufen am 2. Januar 2020) (2008)

[72] Özisik, M. N., Orlande, H. R. B. [Inverse heat transfer], Taylor & Francis, New York, 2000.

[73] Patankar, S., [Numerical heat transfer and fluid flow], CRC press, 1980.

[74] Pfeiffer, S., „Industrie 4.0 und die Digitalisierung der Produktion – Hype oder Megatrend?“ in *Aus Politik und Zeitgeschichte – Megatrends?*, bpb, Bonn, 2015.

[75] Piegl, L, Tiller, W., [The NURBS book], Springer Science & Business Media, 2012.

[76] Polak, E., Ribière, G., “Note sur la convergence de methods de directions conjuguées,” *Revue française d'informatique et de recherché opérationnelle, série rouge* 3(1), 35-43, 1969.

[77] Poprawe, R., [Lasertechnik für die Fertigung.] Deutschland: Springer Verlag, Berlin, 2005.

[78] Poprawe, R., [Tailored Light 2], Springer, Berlin Heidelberg, 2011.

[79] Private Korrespondenz mit Trumpf Photonic Components, 2017-2019

[80] Pütsch, O., Stollenwerk, J., Loosen, P., "Active, Multi-aperture Beam Integrator for Application Adapted Laser Materials Processing", *DGaO 113th annual meeting,* 2012.

[81] Rausch, D., Rommel, M., Herkommer, A. M., Talpur, T., “Illumination design for extended sources based on phase space mapping”, Optical Engineering, 56(6), 065103, 2017.

[82] Rieder, A., [Keine Probleme mit inversen Problemen: eine Einführung in ihre stabile Lösung] Springer-Verlag, 2013.

[83] Ries, H, Muschaweck, J., "Tailored freeform optical surfaces", *JOSA A* 19.3: 590-595, 2002.

[84] Römer, G. R. B. E., [Modelling and control of laser surface treatment], PhD Thesis, Universiteit Twente, 1999.

[85] Rudlaff, T., Bloehs, W., Dausinger, F., Hogel, H., “Hardening with CO2-lasers and flexible beam shaping optic”, In Proc. Mt. Conf. Laser Advanced Material Processing, LAMP 92, pp. 673-678, 1992.

[86] Saad, Y., “Iterative methods for sparse linear systems”, Vol. 82. *siam*, 2003.

[87] Scherzer, O., "The use of Morozov's discrepancy principle for Tikhonov regularization for solving nonlinear ill-posed problems." *Computing* 51.1: 45-60, 1993.

[88] Schröder, G., Treiber, H. K., [Technische optik], Vol. 8. München: Vogel Buchverlag, 2007.

[89] Schweizer, B., [Partielle Differentialgleichungen. Eine anwendungsorientierte Einführung*],* Springer 2013.

[90] Sorgato, S., Chaves, J., Thienpont, H., Duerr, F., "Design of illumination optics with extended sources based on wavefront tailoring." Optica, 6(8), 966-971, 2019.

[91] Steen, W. M., Mazumder, J., [Laser material processing], Springer science & business media, 2010.

[92] Stoffel, A., [Finite Elemente und Wärmeleitung], Wiley-VCH, 1992.

[93] Stollenwerk, J., Holters, M., Wester, R., „Verfahren zur Auslegung einer Anordnung für die Materialbearbeitung eines Werkstücks sowie Anordnung für die Materialbearbeitung eines Werkstücks", Patent DE102014003483A1 2017.

[94] Stollenwerk, J., Völl, A., "Digital Photonic Production", Laser Ausgabe 3 2016, b-quadrat, 2016.

[95] Striet, P., Weiler, T., Emonts, M., Völl, A., Stollenwerk, J., Jansen, H., „ Transient Spatially Resolved irradiation for Responding to Varying Thermal Conditions in Thermoplastic Tape Placement", SAMPE Europe conference proceedings, Southampton, 2018.

[96] Tarantola, A., [Inverse Problem Theory], Society for Industrial and Applied Mathematics, Philadelphia, 2005.

[97] Tikhonov, A. N., Arsenin, V. Ya., [Solution of ill-posed problems], VH Winston & Sons, Washington, DC, 1977.

[98] Van de Ven, J. D., Erdman, A. G., "Laser transmission welding of thermoplastics—Part I: Temperature and pressure modeling." *Journal of Manufacturing Science and Engineering* 129.5: 849-858, 2007.

[99] Van Elsen, M., Baelmans, M., Mercelis, P., Kruth J.-P., "Solutions for modelling moving heat sources in a semi-infinite medium and applications to laser material processing." *International Journal of heat and mass transfer* 50.23-24: 4872-4882, 2007.

[100] Vogt, S., Völl, A., Wollgarten, S., Freese, T., Stollenwerk, J., Weisheit, A., & Loosen, P. (2019). Local laser softening of high-strength steel with an adapted intensity. *Journal of Laser Applications*, *31*(1), 012007.

[101] Völl, A., Stollenwerk, J., Loosen, P., „Computing specific intensity distributions for laser material processing by solving an inverse heat conduction problem", *Proceedings of SPIE* 9741-05, 2016.

[102] Völl, A., Vogt, S., Wester, R., Stollenwerk, J., & Loosen, P. (2018). Application specific intensity distributions for laser materials processing: Tailoring the induced temperature profile. *Optics & Laser Technology*, *108*, 583-591.

[103] Völl, A., Wester, R., Berens, M., Buske, P., Stollenwerk, J., & Loosen, P. (2019). Accounting for laser beam characteristics in the design of freeform optics for laser material processing. *Advanced Optical Technologies*.

[104] Völl, A., Wester, R., Buske, P., Berens, M., Stollenwerk, J., & Loosen, P. (2018, May). Free-form optics for non-idealized light sources in 3D: a phase-space approach. In *Illumination Optics V* (Vol. 10693, p. 106930J). International Society for Optics and Photonics.

[105] Völl, A., Wollgarten, S., Stollenwerk, J., Loosen, P., "Application specific intensity distributions for laser functionalization of (nano-)ceramic coatings as wear protection" , Proc. Lasers Manuf., online verfügbar unter https://www.wlt.de/lim/Proceedings2017/Data/9.html (abgerufen am 20.12.2019), 2017.

[106] Von Allmen, M., [Laser-Beam interactions with materials], Springer, Berlin Heidelberg New York, 1987.

[107] Wang, K., Han, Y., Li, H., Luo, Y., "Overlapping-based optical freeform surface construction for extended lighting source", Optics express, 21(17), 19750-19761, 2013.

[108] Weiler, T., Striet, P., Völl, A., Stollenwerk, J., Janssen, H., & Emonts, M. (2018, February). Tailored irradiation by VCSEL for controlled thermal states in thermoplastic tape placement. In *Laser 3D Manufacturing V* (Vol. 10523, p. 105230E). International Society for Optics and Photonics.

[109] Wessarges, Y., Gieseke, M., Hagemann, R., Kaierle, S., Overmeyer, L, „Entwicklungstrends zum Einsatz des selektiven Laserstrahlschmelzens in Industrie und Biomedizintechnik", in *Additive Manufacturing Quantifiziert,* Springer, Deutschland, 2017.

[110] Wester, R., Müller, G., Völl, A., Berens, M., Stollenwerk, J., and Loosen, P., "Designing optical free-form surfaces for extended sources," *Optics express*, 22(102), A552-A560, 2014.

[111] Westermann, T., [Modellbildung und Simulation: mit einer Einführung in ANSYS], Springer-Verlag, 2010.

[112] Winston, R., Miñano, J. C., Benitez, P. G., [Nonimaging optics], Elsevier, 2005.

[113] Wu, D., Wang, K., Chigrinov, V. G., "Feedback reversing design method for uniform illumination in LED backlighting with extended source", Journal of Display Technology, 10(1), 43-48., 2013.

[114] Wu, R., Feng, X., Zheng, Z., Liang, R., Benitez, P., Minano, J. C., Duerr, F., "Design of Freeform Illumination Optics." *Laser & Photonics Reviews*: 1700310, 2018.

[115] Wu, R., Huang, C. Y., Zhu, X., Cheng, H. N., Liang, R., "Direct three-dimensional design of compact and ultra-efficient freeform lenses for extended light sources", Optica, 3(8), 840-843, 2016.

[116] Zhao, Y-G., Huang, X.-L., Zhang, L.-T., Chen, W.-X., "Far-field and beam characteristics of vertical-cavity surface-emitting lasers." *Applied physics letters* 69.13: 1829-1831, 1996.

[117] Zhou, J, Zhang Y., Chen, J. K., Feng, Z. C., "Inverse estimation of front surface temperature of a plate with laser heating and convection–radiation cooling." *International Journal of Thermal Sciences* 52: 22-30, 2012.

[118] Zhou, J., Zhang, Y., Chen, J. K., Feng, Z. C., "Three-Dimensional Inverse Heat Transfer in a Composite Target Subject to High-Energy Laser Irradiation", ASME. *J. Heat Transfer.*;134(11):111201-111201-10, 2012.

[119] Zienkiewicz, O. C., Taylor, R. L., Zhu, J. Z., [The Finite Element Method: Its Basis and Fundamentals], 7th ed, 2013.

8 Anhang

8.1 Gewählte Parameter für die verschiedenen Beispiele aus Kapitel 3

Im Folgenden sind die zur Lösung des inversen Wärmeleitungsproblems verwendeten Parameter für die verschiedenen Anwendungsbeispiele zusammengestellt.

8.1.1 Anwendungsbeispiel Härten: Burgers Intensitätsverteilung für das laserbasierte Härten

Parameter	Wert
Wärmeleitfähigkeit	35 W / (m K)
Dichte	7 791 kg / m³
Spez. Wärmekapazität	500 J / (kg K)
Absorptionsgrad	0.5
Absorptionstyp	Oberflächenabsorption
Größe betrachtetes Volumen $(L_x \times L_y \times L_z)$	40 mm x 40 mm x 20 mm
Spotgröße $(L_x \times L_y)$	10 mm x 10 mm
Vorschubgeschwindigkeit	-10 mm / s in y-Richtung
Umgebungstemperatur	20 °C
Anzahl Iterationen CGS	25
Anzahl Punkte mit vorgegebener Temperatur	40 401
Randbedingungen	$y = y_{min}$: Dirichlet, Rest: Neumann / adiabatisch
Diskretisierung Volumen $(dx = dy = dz)$	0,25 mm
Diskretisierung Spot $(dx = dy)$	0,25 mm
Lösungsstrategie direktes Problem	Finite Differenzen

8.1.2 Anwendungsbeispiel: Lokales Entfestigen hochfester Stahlbleche

Parameter	Wert
Wärmeleitfähigkeit	32,8 … 39,6 W / (m K) (temperaturabhängig)
Dichte	7 534 … 7 814 kg / m³ (temperaturabhängig)
Spez. Wärmekapazität	447 … 603 J / (kg K) (temperaturabhängig)
Absorptionsgrad	0,83
Absorptionstyp	Oberflächenabsorption
Größe betrachtetes Volumen ($L_x \times L_y \times L_z$)	20 mm x 100 mm x 1,5 mm
Spotgröße ($L_x \times L_y$)	10 mm x 60 mm
Vorschubgeschwindigkeit	-166,666 mm / s in y-Richtung
Umgebungstemperatur	20 °C
Anzahl Iterationen CGS	13
Anzahl Punkte mit vorgegebener Temperatur	6 007 001
Randbedingungen	$y = y_{min}$: Dirichlet, Rest: Neumann / adiabatisch
Diskretisierung Volumen ($dx \times dy \times dz$)	0,2 mm x 0,1 mm x 0,25 mm
Diskretisierung Spot ($dx = dy$)	0,2 mm
Lösungsstrategie direktes Problem	Finite Differenzen

8.1.3 Anwendungsbeispiel: Laserunterstütztes Tapelegen - quasistationär

Parameter	Wert
Wärmeleitfähigkeit (k_x, k_y, k_z)	1,04 W / (m K), 0,89 W / (m K), 0,89 W / (m K)
Dichte	1 710 kg / m³
Spez. Wärmekapazität	1 566 J / (kg K)
Absorptionsgrad	1,0
Absorptionstyp	Oberflächenabsorption
Größe betrachtetes Volumen ($L_x \times L_y \times L_z$)	300 mm x 2 mm x 0.25 mm
Spotgröße ($L_x \times L_y$)	208,8 mm x 2 mm
Vorschubgeschwindigkeit	-200 mm / s in x-Richtung
Umgebungstemperatur	20 °C
Anzahl Iterationen CGS	15
Anzahl Punkte mit vorgegebener Temperatur	7 533
Randbedingungen	$x = x_{min}$: Dirichlet, Rest: Neumann / adiabatisch
Diskretisierung Volumen ($dx \times dy \times dz$)	0,2 mm x 0,2 mm x 0,05 mm
Diskretisierung Spot ($dx \times dy$)	8,7 mm x 1 mm
Lösungsstrategie direktes Problem	Finite Elemente
Randbedingung maximale Intensität	0,1 W / mm²
Faktor Erhöhung μ	10
Anzahl Iterationen Nebenbedingung	10

8.1.4 Anwendungsbeispiel: Laserunterstütztes Tapelegen - zeitabhängig

Parameter	Wert
Wärmeleitfähigkeit (k_x, k_y, k_z)	1,04 W / (m K), 0,89 W / (m K), 0,89 W / (m K)
Dichte	1 710 kg / m³
Spez. Wärmekapazität	1 566 J / (kg K)
Absorptionsgrad	1,0
Absorptionstyp	Oberflächenabsorption
Größe betrachtetes Volumen ($L_x \times L_y \times L_z$)	65 mm x 1,2 mm x 0.25 mm
Spotgröße ($L_x \times L_y$)	34,2 mm x 1,2 mm
Zeit	1,6 s
Vorschubgeschwindigkeit	0 … -200 mm / s in x-Richtung (zeitabhängig)
Umgebungstemperatur	20 °C
Anzahl Iterationen CGS	15
Anzahl Punkte mit vorgegebener Temperatur	3 402
Randbedingungen	$x = x_{min}$: Dirichlet, Rest: Neumann / adiabatisch
Diskretisierung Volumen ($dx \times dy \times dz \times dt$)	0,2 mm x 0,2 mm x 0,05 mm x 5 ms
Diskretisierung Spot ($dx \times dy \times dt$)	8,7 mm x 1 mm x 5 ms
Lösungsstrategie direktes Problem	Finite Differenzen

8.1.5 Anwendungsbeispiel: Härten eines rotierenden Stahlzylinders

Parameter	Wert
Wärmeleitfähigkeit	32,9 … 39,4 W / (m K) (temperaturabhängig)
Dichte	7 791 kg / m³
Spez. Wärmekapazität	478 … 577 J / (kg K) (temperaturabhängig)
Absorptionsgrad	0,5
Absorptionstyp	Oberflächenabsorption
Größe Zylinder (Radius, Höhe)	5 mm, 10 mm
Spotgröße ($L_x \times L_y$)	4 mm x 4 mm
Zeit	1 s
Rotationsgeschwindigkeit	3,14 rad / s
Umgebungstemperatur	20 °C
Anzahl Iterationen CGS	15
Anzahl Punkte mit vorgegebener Temperatur	662 661
Randbedingungen	Neumann / adiabatisch
Diskretisierung Volumen (Elementgröße in ANSYS)	0,25 mm
Diskretisierung Spot ($dx \times dy \times dt$)	0,5 mm x 0,5 mm x 10 ms
Lösungsstrategie direktes Problem	Finite Elemente

8.1.6 Anwendungsbeispiel Trocknung reibmindernder Lacke

Parameter	Wert
Wärmeleitfähigkeit Beschichtung	2,3 W / (m K)
Dichte Beschichtung	4 800 kg / m³
Spez. Wärmekapazität Beschichtung	397,1 J / (kg K)
Absorptionsgrad Beschichtung	0,87
Optische Eindringtiefe Beschichtung	10 000 x 1 / m
Wärmeleitfähigkeit Substrat	25,3 … 30,5 W / (m K) (temperaturabhängig)
Dichte Substrat	7 800 kg / m³
Spez. Wärmekapazität Substrat	460 J / (kg K)
Absorptionsgrad Substrat	0,33
Optische Eindringtiefe Substrat	1 000 000 x 1 / m
Wärmeübergangskoeffizient	1 000 000 x W / (m² K)
Absorptionstyp	Volumenabsorption mit Mehrfachreflexionen
Größe betrachtetes Volumen Beschichtung $(L_x \times L_y \times L_z)$	5 mm x 5 mm x 11 µm
Größe betrachtetes Volumen Substrat $(L_x \times L_y \times L_z)$	5 mm x 5 mm x 1 mm
Spotgröße $(L_x \times L_y)$	2 mm x 2 mm
Vorschubgeschwindigkeit	-200 mm / s in y-Richtung
Umgebungstemperatur	20 °C
Anzahl Iterationen CGS	13
Anzahl Punkte mit vorgegebener Temperatur	40 401
Randbedingungen	$y = y_{min}$: Dirichlet, Rest: Neumann / adiabatisch
Diskretisierung Volumen Beschichtung $(dx \times dy \times dz \times dt)$	10 µm x 10 µm x 1 µm
Diskretisierung Volumen Substrat $(dx \times dy \times dz \times dt)$	50 µm x 50 µm x 50 µm
Diskretisierung Spot $(dx \times dy)$	0,1 mm x 0,1 mm
Lösungsstrategie direktes Problem	Finite Differenzen