

Experimentelle Untersuchungen zum Durchstanztragverhalten von Flachdeckensystemen

Matthias Kalus, Jan UngermaNN, Josef Hegger

*Institut für Massivbau,
RWTH Aachen University,
Mies-van-der-Rohe-Str. 1, 52074 Aachen, Germany*

mkalus@imb.rwth-aachen.de

Kurzfassung

Aufgrund der Nachfrage nach schlanken und funktionalen Gebäuden sind Flachdecken ein häufig verwendetes Tragelement in Gebäudestrukturen. Das schlanke Design ermöglicht eine effiziente und variable Raumgestaltung und somit eine nachhaltige Gebäudenutzung. Jedoch ist die Decken-Stützen-Verbindung in der Bemessung aufgrund der konzentrierten Lasteinleitung und der damit einhergehenden Gefahr des Durchstanzversagens häufig ein maßgebendes Detail in der Bemessung. Daher wurde das Durchstanztragverhalten von Flachdecken in den letzten Jahrzehnten von verschiedenen Forschern zumeist an Flachdeckenausschnitten intensiv untersucht, da die Herstellung und Prüfung von Flachdeckensystemen teuer und aufwändig sind. Die wesentlichen Merkmale des Durchstanzverhaltens wurden hierbei untersucht und bilden die Grundlage für heutige Bemessungsgleichungen. Neue Untersuchungen an realen Deckensystemen zeigen jedoch einen signifikanten Einfluss der Systemtragwirkung. Die dabei auftretenden Phänomene, Druckmembranwirkung und Momentenumlagerung, bleiben an Flachdeckenausschnitten entsprechend unberücksichtigt. Die geringe Anzahl an durchgeführten Studien zum Systemtragverhalten deuten auf erhebliche Lastreserven in kontinuierlichen Platten hin, die zurzeit jedoch nur begrenzt oder gar nicht in den Bemessungsgleichungen berücksichtigt werden.

Um die Lücke an Versuchsdaten für die Ableitung wirtschaftlicherer Bemessungsgleichungen zu schließen, wurde am Institut für Massivbau ein neuartiger Versuchsstand zur effizienten Untersuchung des Systemverhaltens anhand von Flachdeckenausschnitten mit lastabhängigen Randbedingungen entwickelt. Damit wurde ein umfangreiches Versuchsprogramm mit zwei Versuchsserien und insgesamt zehn Probekörpern durchgeführt. Die Versuchsergebnisse zeigen erhöhte Durchstanzwiderstände bei gleichzeitig verringerten Durchbiegungen gegenüber den herkömmlichen Plattenausschnitten.

Keywords: Durchstanzen, Flachdecken, kontinuierliche Platten, Systemeinflüsse, Membranwirkung, Momentenumlagerung

Abstract

Due to the demand for slender and functional buildings, flat slabs are a frequently used load-bearing element in building structures. Their slim design allows for efficient and variable floor design and thus sustainable use of buildings. However, the slab-column connection is often a governing detail in design due to concentrated load application and the associated risk of punching shear failure. Therefore, the punching shear behavior of flat slabs has been intensively studied by various researchers in recent decades, mostly on flat slab cutouts, as the production and testing of flat slab systems is expensive and time-consuming. The main characteristics of the punching shear behavior were hereby investigated and form the basis for today's design equations. However, new investigations on actual flat slab systems show a significant influence of the system load-bearing effect. The phenomena that occur, compressive membrane action and moment redistribution, remain correspondingly unconsidered in flat slab cutouts. The small number of studies carried out on system load-bearing behavior indicate considerable load reserves in continuous slabs, which are currently, however, only taken into account to a limited extend or not at all in design equations.

To fill the gap in experimental data for the derivation of more advanced design provisions, a novel test setup was developed at the Institute of Structural Concrete for the efficient investigation of system behavior using isolated flat slab specimens with load-dependent boundary conditions. An extensive test program with two test series and a total of ten test specimens was carried out. The test results show

increased punching shear resistances with simultaneously reduced deformations compared to conventional flat slab cutouts.

Keywords: punching shear, flat slabs, continuous slabs, system influences, compressive membrane action, moment redistribution

1 Einleitung

Flachdecken werden bereits seit Beginn des 20. Jahrhunderts als flexibel einsetzbare und nachhaltig nutzbare Tragelement eingesetzt. Seitdem steht die Untersuchung der Decken-Stützen-Verbindung und insbesondere das durch die konzentrierte Lasteinleitung ausgelöste Durchstanzversagen, das im Wesentlichen anhand von kreisförmig belasteten Flachdeckenausschnitten untersucht wurde, im Fokus der Forschung (z. B. [1–10]). Dabei wird zur Untersuchung der wesentlichen Charakteristiken des Durchstanzverhaltens der Deckenbereich von der Stütze bis zum Momentennulldurchgang im ungerissenen Zustand, der $r_{q,el} = 0.22L$ (L : Deckenspannweite) von der Stütze liegt, abgebildet. Die im realen Bauteil auftretenden Systemeinflüsse, Momentenumlagerung und Membrantragwirkung, werden dabei jedoch nicht erfasst. In realen Bauteilen tritt die Momentenumlagerung bei Rissbildung über der Stütze vom Stützbereich in die weniger stark gerissenen Deckenfeldbereiche auf. Dadurch verschiebt sich der Momentennulldurchgang näher zur Stütze und die Schub schlankheit der Decke wird reduziert. Zusätzlich wird die Ausdehnung der Platte bei Rissbildung durch die umgebene, ungerissene Decke behindert, wodurch radiale Druckspannungen entstehen. Dieser Effekt wird als Druckmembrantragwirkung bezeichnet. Die wenigen experimentellen [11,12] und numerischen Untersuchungen [13,14] zu Deckensystemen deuten auf eine positive Beeinflussung des Durchstanzverhalten hin und zeigen Traglastreserven auf, die in aktuellen Bemessungsgleichungen nur zum Teil oder gar nicht berücksichtigt werden.

Aus diesem Grunde wurden zehn Versuche an Flachdeckenausschnitten mit realistischen Randbedingungen zur Simulierung der beiden Systemeinflüsse durchgeführt. Mithilfe einer Erweiterung des bisher verwendeten Versuchsstands zur Durchführung von Durchstanzversuchen soll das Verhalten von Flachdeckensystem effizient und wirtschaftlich untersucht werden. Der Versuchsstand sowie die Ergebnisse der ersten Versuchsreihe werden in diesem Artikel dargestellt.

2 Experimentelle Untersuchungen an Flachdeckenausschnitten mit lastabhängigen Randbedingungen

2.1 Allgemein

Am Institut für Massivbau (IMB) wurde ein neuer Versuchsstand mit dem Ziel die Traglastreserven in Deckensystemen experimentell zu quantifizieren entwickelt. Der sich über die Jahre bewährte Versuchsstand für Flachdeckenausschnitte [10] wurde durch die Möglichkeit der Aufbringung lastabhängiger Randbedingungen zur Simulierung der Systemwirkung erweitert (Bild 1). Zur Bestimmung der lastabhängigen Randbedingungen wurde das numerische Modell von Einpaul [14,15] verwendet. Durch die Erweiterung des Versuchsstands ist es möglich das Trag- und Verformungsverhalten von Deckensystemen anhand von Flachdeckenausschnitten zu simulieren, wodurch die Untersuchung großformatiger, mehrfeldriger Deckensystemen vermieden werden kann.

Das am neuen Versuchsstand durchgeführte Versuchsprogramm bestand aus zehn Versuchen (fünf konventionelle Flachdeckenausschnitte als Referenzversuche und fünf Flachdeckenausschnitte mit lastabhängigen Randbedingungen). In zwei Versuchsserien wurde der Einfluss des Längsbewehrungsgrads (Serie 1) und der Betonfestigkeit (Serie 2) auf die Systemeinflüsse untersucht. Für jeden untersuchten Parameter wurden jeweils eine Platte konventionell als Referenzversuch (SI# - slab isolated/Flachdeckenausschnitt) und eine Platte mit Randbedingungen (SC# - slab continuous/kontinuierliche Flachdecke) getestet. Im Folgenden werden der Versuchsstand sowie die Ergebnisse der ersten Versuchsserie vorgestellt.

2.2 Versuchsstand

Die Querkraft wurde mithilfe von zwölf Hohlkolbenzylindern, die gleichmäßig auf einem Kreis mit dem Radius $r_{q,el} = 160$ cm angeordnet sind, aufgebracht (Bild 1). Zur Sicherstellung einer gleichmäßigen Lastverteilung waren alle Zylinder an einen Zylinderkreislauf angeschlossen.

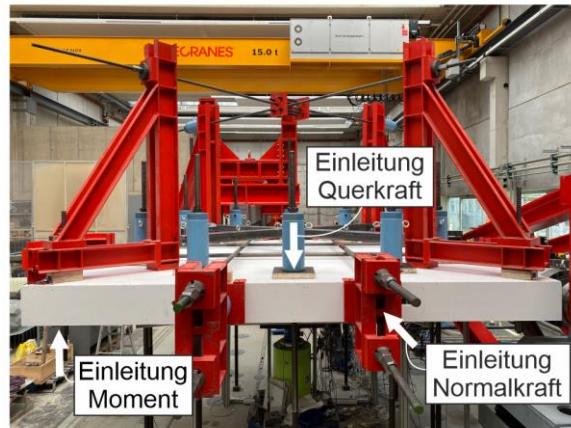


Bild 1: Versuchsstand: Flachdeckenausschnitt mit Stahlrahmen zur Aufbringung der lastabhängigen Randbedingungen.

Zur Simulierung der Momentenumlagerung wurde ein positives Biegemoment in den Ecken eingeleitet, das den Momentennulldurchgang näher zur Stütze verschiebt und somit die Schub schlankheit der Platte reduziert wird. Zur Einleitung des Momentes wurden analog zu [11] vier dreieckige Stahlrahmen verwendet (Bild 1). Die Lasteinleitung erfolgte mithilfe von Spannstahlstangen, die an den Ecken der Versuchskörper durch die Platte geführt wurden. Mithilfe der Kopplung der jeweiligen gegenüberliegenden Rahmen wurde ein geschlossenes System realisiert, das eine reine Verdrehung der Plattenecken ermöglicht. Durch das Zusammenziehen der oberen Spannstahlstangen mithilfe von Hohlkolbenzylindern wurden vertikal nach oben wirkende Kräfte an den Plattenecken zur Simulierung eines positiven Biegemomentes eingeleitet (Bild 1).

Die Membrantragwirkung wurde durch das Aufbringen von Normalkräften an den Seitenflächen mithilfe von vier horizontalen Abspannungen mit Spannstahlstangen, die ober- und unterhalb der Platte geführt wurden, berücksichtigt (Bild 1). Durch die Steuerung der Hohlkolbenzylinder wurde dann eine Normalkraft zentrisch auf die Plattenseitenflächen aufgebracht. Um eine gleichmäßige Einleitung der Normalkraft im durchstanzrelevanten Bereich sicherzustellen, wurden breite Lastplatten an den Seitenflächen verwendet. Eine detailliertere Beschreibung des Versuchsstands ist in [16,17] zu finden.

2.3 Versuchskörper

Alle Versuchskörper hatten eine Seitenlänge von $D = 380$ cm und eine Dicke von $h = 28$ cm. Die quadratischen Stützen hatten eine Seitenlänge von $B = 28$ cm und sind monolithisch mit der Platte in Plattenmitte verbunden. Die Decken wurden entlang des Kreises mit einem Radius von $r_{q,el} = 160$ cm vom Stützenmittelpunkt belastet. Das resultiert in einem Abstand vom Stützenanschnitt zum Belastungsumfang von $a_\lambda = 146$ cm. Die statische Nutzhöhe der Platten betrug $d = 22,5$ cm. Die Schub schlankheit der Platten ergibt sich demnach zu $a_\lambda/d = 6,49$ und das Verhältnis von Stützenumfang zur statischen Nutzhöhe zu $a_\lambda/d = 4,98$. Eine Übersicht über das Versuchsprogramm ist in Tabelle 1 gegeben.

In der ersten Versuchsserie wurde der Längsbewehrungsgrad der Platten variiert. Für die beiden Platten mit dem Längsbewehrungsgrad $\rho_1 = 0,7\%$ wurde ein Stabdurchmesser der Betonstahlbewehrung von 16 mm gewählt. Alle anderen Platten wurden mit einem Stabdurchmesser von 20 mm hergestellt.

Die Platten der ersten Versuchsreihe wurden mit Lieferbeton mit einem Größtkorn von 16 mm und einer mittleren Zylinderdruckfestigkeit $f_{cm,cyl,avg} = 36,8 \text{ N/mm}^2$ (C35/45) am Versuchstag hergestellt. Die Stützen wurden mit einer mittleren Zylinderdruckfestigkeit von $f_{cm,cyl} > 60 \text{ N/mm}^2$ betoniert. Normalfester Betonstahl mit einer Fließgrenze von $f_yk \geq 500 \text{ N/mm}^2$ (B500) wurde für alle Platten als Längsbewehrung verwendet. Aller relevante geometrische Parameter sowie die Materialfestigkeiten sind Tabelle 1 zu entnehmen.

Tabelle 1: Versuchspараметer und Bruchlasten.

Serie	Test	d_m [m]	B [m]	D [m]	u_0/d [-]	a_s/d [-]	ρ_l [%]	$f_{cm,cyl}$ [MPa]	$f_{ct,sp}$ [MPa]	E_{cm} [MPa]	V_{Test} [kN]
1	SI1						0,70	35,8	3,0	25409	1050
1	SC1							33,1	3,0	24529	1513
1 & 2	SI2						1,00	42,0	3,3	26551	1229
1 & 2	SC2							32,6	2,6	23269	1284
1	SI3							37,1	2,9	25166	1201
1	SC3	0,225	0,28	3,80	4,98	6,49	1,40	39,9	3,0	26355	1590
2	SI4							20			
2	SC4						1,0				
2	SI5								50		
2	SC5										

SI#: Flachdeckenausschnitt; SC#: Flachdeckenausschnitt mit Randbedingungen; d_m : mittlere statische Nutzhöhe; B: Stützenbreite; D: Plattenbreite; u_0/d : Verhältnis Stützenumfang zu statischer Nutzhöhe; a_s/d : Schubschlankheit; ρ_l : Längsbewehrungsrad; $f_{cm,cyl}$: mittlere Zylinderdruckfestigkeit am Versuchstag; $f_{ct,sp}$: mittlere Spaltzugfestigkeit am Versuchsstag; E_{cm} : mittlerer E-Modul; V_{Test} : Versagenslast (inklusive Eigengewicht).

2.4 Versuchsdurchführung

Die Querkraft wurde kraftgesteuert in Laststufen von 48 kN aufgebracht. Beim Erreichen der Laststufen wurde der Rissfortschritt auf den Seitenflächen dokumentiert. Die lastabhängigen Randbedingungen zur Simulierung der Systemeinflüsse (vertikale Kraft an den Ecken zur Momentenumlagerung, horizontale Kraft an den Seitenflächen zur Membranwirkung) wurden für jeden Lastschritt separat berechnet. Dazu wurden die Randbedingungen vorberechnet und zwischen den jeweiligen Lastschritten mit abgestimmten Lastgeschwindigkeiten [kN/s] linear gesteigert. Die aufgebrachten Kräfte sind exemplarisch für den Versuchskörper SC3 in Tabelle 2 dargestellt.

Tabelle 2: Laststufen und zugehörigen Randbedingungen (exemplarisch für SC3).

V	[kN]	48	96	144	192	240	288	336	384	432	480	624	720	912	1584
$m_{r,r=160\text{cm}}$	[kNm/m]	0	2	4	6	10	13	15	18	20	21	12	9	8	7
$n_{r,r=38\text{cm}}$	[kN/m]	0	28	79	117	150	178	202	223	241	259	497	520	543	629

V: eingeleitete Querkraft (ohne Eigengewicht der Platte und des Versuchsaufbaus); $m_{r,r=160\text{cm}}$: berechnetes radiales Biegemoment am Radius $r = 160 \text{ cm}$; $n_{r,r=38\text{cm}}$: berechnete radiale Normalkraft am Radius $r = 38 \text{ cm} (>0: \text{Druckkraft})$.

Zur Bestimmung der Radbedingungen wurde das numerische Modell von Einpaul [14,15] verwendet. Mithilfe dessen wurde das Last-Verformungs-Verhaltens eines äquivalenten Flachdeckensystems mit der Spannweite von $L = r_{q,cl}/0,22 = 160 \text{ cm}/0,22 = 727 \text{ cm}$ simuliert. Zu jeder Laststufe wurden die diskreten Randbedingungen, radiale Normalkraft und radiales Biegemoment, bestimmt. Die zur Berücksichtigung der Momentenumlagerung eingelegte vertikale Kraft an den Plattenecken wurde so gewählt, dass im Radius $r = 160 \text{ cm}$ ($m_{r,r=160\text{cm}}$ in Tabelle 2) das im Versuch erzeugte Biegemoment mit dem berechneten Biegemoment nach Einpaul [14,15] übereinstimmt. Zur experimentellen Berücksichtigung der Membrantragwirkung wurde ein Risswinkel des maßgebenden Schubrisses von 25° angenommen. Die Größe der Normalkraft ($n_{r,r=38\text{cm}}$ in Tabelle 2) wurde so gewählt, dass in der Mitte des angekommenen Risses (in einem Abstand von 38 cm von der Stütze) die im Experiment eingelegte Kraft der numerisch bestimmten Normalkraft entspricht.

3 Experimentelle Ergebnisse

3.1 Allgemein

Bei allen Versuchskörpern wurde ein Durchstanzversagen begleitet durch einen deutlichen Anstieg der Dickenänderung und der Stützeneindringung in die Platte festgestellt. Die Versagenslasten können Ta-

belle 1 entnommen werden. Die SI#-Versuche wurden nur mit der Querkraft am Belastungsradius belastet, während die SC#-Versuche zusätzlich mit dem externen Biegemoment und der externen Normalkraft belastet wurden.

3.2 Rissverlauf

Zur Auswertung der inneren Rissbildung wurden Platten nach dem Versuch am Stützenanschnitt gesägt (Bild 2). In allen Versuchen ist ein typischer Durchstanzkegel zu erkennen, begrenzt durch den maßgebenden Schubriss, der aus einem Biegeriss an der Plattenoberseite schräg Richtung Stütze wächst. Die maßgebenden Schubrisse formen sich nahezu symmetrisch unter einem gemittelten Risswinkel $\alpha_m = 26 - 32^\circ$ für alle Versuchskörper. Nur im Versuch SI2 zeigt sich ein höherer gemittelter Risswinkel von $\alpha_m = 32^\circ$ bedingt durch einen steileren Verlauf des Risses auf der rechten Seite der Stütze (Bild 2c). Ein Einfluss des Längsbewehrungsgrades und der Systemeinflüsse auf die Risswinkel des maßgebenden Schubrisses ist somit nicht zu erkennen.

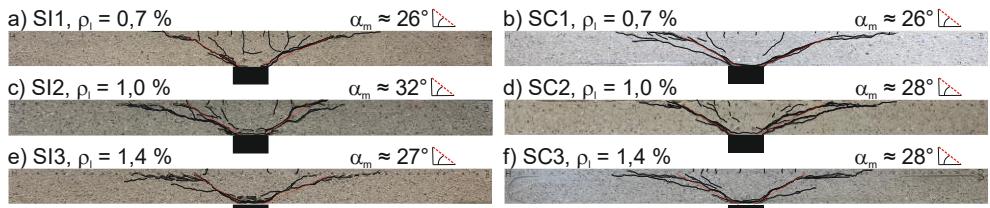


Bild 2: Sägeschnitte der Versuchskörper.

3.3 Last-Verformungs-Verhalten

In Bild 3 ist das Last-Verformungs-Verhalten der Versuchskörper dargestellt. Die dargestellte Durchbiegung ergibt sich aus der gemittelten Durchbiegung am Rand der Platte (W9–W12) und am Stützenrand (W1–W3). Die Durchbiegungen wurden mithilfe mehrerer Wegaufnehmer, deren Positionen in Bild 3 angegeben sind, gemessen.

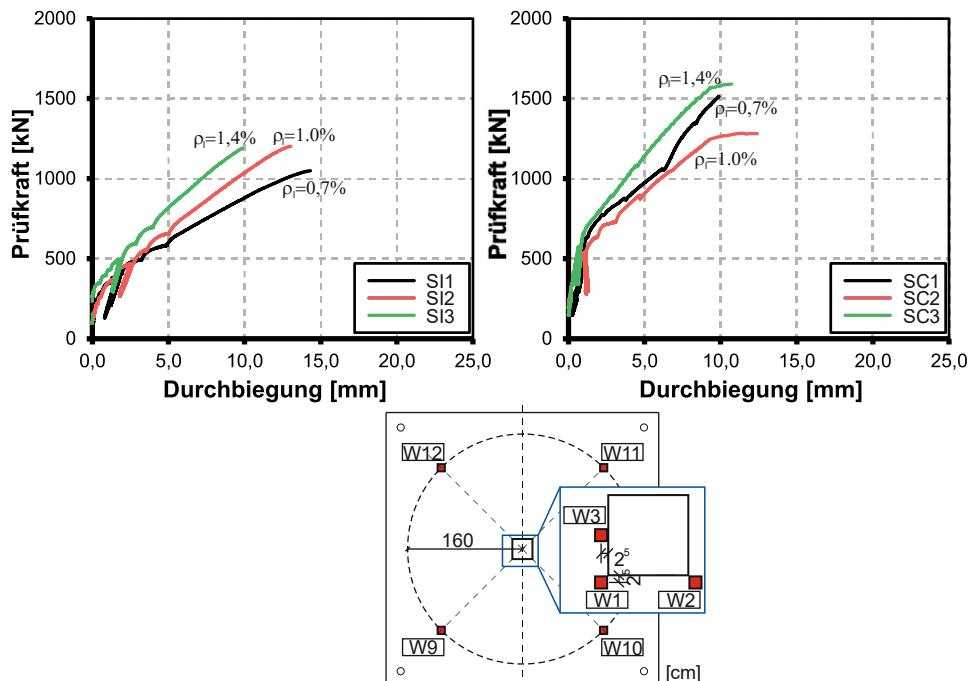


Bild 3: Last-Verformungs-Kurven und Position der Wegaufnehmer.

Beim Vergleich der drei Referenzversuche (SI#) ist mit steigendem Längsbewehrungsgrad eine Zunahme der Durchstanztragfähigkeit und der Steifigkeit im gerissenen Zustand zu erkennen (Bild 3, links). Die nahezu identischen Versagenslasten der Versuche SI2 und SI3 lassen sich mit der um ca. 5 N/mm^2 höheren Betondruckfestigkeit beim Versuch SI2 begründen (Tabelle 1).

Der Vergleich der jeweiligen Versuchspaare (SI# und SC#) zeigt deutlich den Einfluss der externen Randkräfte. Die Abnahme der Steifigkeit durch Rissbildung findet bedingt durch die Aufbringung des positiven Biegemomentes und der Drucknormalkraft bei höheren Laststufen statt. Wie auch in vorherigen Untersuchungen zu beobachten war, wurden für die Versuche mit Randbedingungen höhere Versagenslasten bei gleichzeitig kleineren Plattenverformungen erzielt (Bild 3).

Die experimentell erzielten Traglaststeigerungen zwischen den jeweiligen Versuchspaaren sind in Bild 4 dargestellt. In schwarz sind die Versagenslasten der Referenzversuche (SI#) und in rot die Versagenslasten der Versuche mit Randbedingungen (SC#) angegeben.

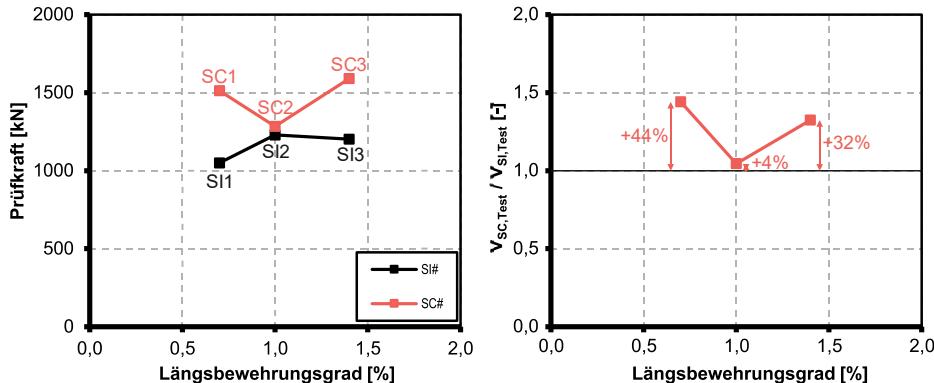


Bild 4: Vergleich der Versagenslasten.

Dabei ist die beim zweiten Versuchspaar (SI2&SC2) um 10 N/mm^2 höhere Betondruckfestigkeit der Platte mit Randbedingungen zu berücksichtigen, da dadurch ein Vergleich der beiden Versuch und somit eine experimentelle Ableitung der Traglaststeigerung nur bedingt möglich ist (+4 %, Bild 4, rechts). Eine Berücksichtigung der abweichenden Festigkeiten durch Normierung der Versagenslasten ist aufgrund der aufgebrachten Randbedingungen, die von den Materialparametern des Betons abhängig sind, nicht ohne weiteres möglich. Für die anderen beiden Versuchspaare, bei denen die Materialparameter des Betons näher zusammen liegen (Tabelle 1), konnten Traglaststeigerungen von 44 % und 32 % erzielt werden (Bild 4). Kueres et. al [13] ermittelten in ihren numerischen Untersuchungen ähnliche Traglaststeigerungen durch die Systemwirkung.

4 Vergleich mit EC2

Abschließend zeigt Bild 5 den Vergleich der experimentellen Versagenslasten mit den berechneten Lasten nach Eurocode 2 (EC2) [18]. Zur Berechnung der Durchstanztragfähigkeit nach EC2 [18] wird die für den jeweiligen Versuchskörper am Versuchstag ermittelte Betondruckfestigkeit (Tabelle 1) mit $f_{ck} = f_{cm,cyl} - 4$ angesetzt. Bild 5 zeigt, dass die Tragfähigkeiten der drei Referenzversuche (SI#, schwarze Punkte, Bild 5) um 8 bis 20 % unterschätzt wurden. Für die Platten mit Randbedingungen (SC#, rote Punkte, Bild 5) zeigt sich eine Traglaststeigerung bis hin zu 78 % für einen Längsbewehrungsgrad von $\rho_l = 0,7 \%$. In der Nachrechnung wurden die Momentenumlagerung und Membranwirkung nicht berücksichtigt. Es ist weiterhin zu beachten, dass eine Normierung der Traglasten aufgrund der von den Eigenschaften des Betons abhängigen Randbedingungen nicht vorgenommen wurde. Damit lässt sich die geringere Traglaststeigerung für den Versuch SC2 im Vergleich zum Versuch SC3 ($\rho_l = 1,0 \%$) erklären, da die Druck- und Zugfestigkeit des Betons nur ca. 80 % der Festigkeiten der Platte SC3 ($\rho_l = 1,4 \%$) entspricht.

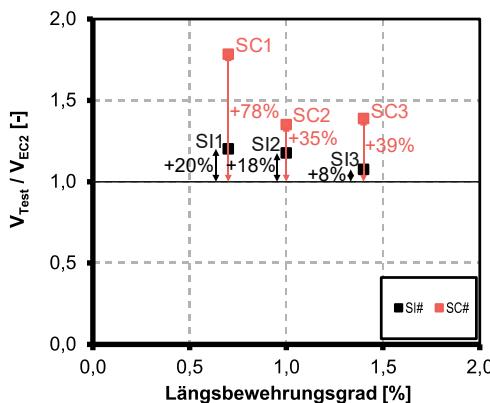


Bild 5: Vergleich der experimentellen und nach EC2 berechneten Versagenslasten.

5 Zusammenfassung und Ausblick

Zum Durchstanztragverhalten von kontinuierlichen Flachdeckensystemen wurden aufgrund der aufwändigen Umsetzung bisher nur wenige experimentelle Untersuchungen durchgeführt. Um diese Lücke an Versuchen zu füllen, wurde ein neuer Versuchsstand zur Untersuchung des Durchstanzverhaltens kontinuierlicher Platten anhand von Flachdeckenausschnitten mit extern aufgebrachten Randbedingungen unter Verwendung des Modells von Einpaul entwickelt. Die Ergebnisse der ersten Versuchsserie zeigen einen deutlichen Einfluss der Systemwirkung auf das Durchstanztragverhalten. Aus den Ergebnissen lassen sich folgende Schlussfolgerungen ziehen:

- Der entwickelte Versuchsstand ermöglicht die unabhängige Einleitung eines externen Biegemomentes und einer radialen Normalkraft, sodass die Momentenumlagerung und die Membrantragwirkung aus Flachdeckensystemen simuliert werden können.
- Die Simulation des Systemverhaltens beeinflusst das Durchstanztragverhalten signifikant. Neben Traglaststeigerungen um 30 – 40 % führen diese zu geringeren Verformungen.
- Es werden weitere Versuche benötigt, um die Traglaststeigerungen in Abhängigkeit verschiedener Einflussparameter (z.B. Betonfestigkeiten) experimentell quantifizieren zu können.
- Die Versuchsergebnisse können zur Bewertung von Systemeinflüsse in Durchstanzmodellen [19,20] und Bemessungsvorschriften verwendet werden, um eine progressivere Bemessung von Flachdecken zu ermöglichen.

6 Dank

Die vorgestellten Versuche sind Teil des Forschungsvorhabens „Methodik zur Untersuchung des Durchstanztragverhaltens von Flachdeckensystemen unter Berücksichtigung von Momentenumlagerungen und Membrantragwirkungen“ am Institut für Massivbau der RWTH Aachen und wurden gefördert von der Deutschen Forschungsgemeinschaft (DFG) – HE2637/36-1 (428862959). Die Autoren bedanken sich für die Förderung des Projekts.

7 Quellen

- [1] Schmidt P, Kueres D, Bosbach S, Hegger J. Punching Strength of Flat Slabs with Shear Reinforcement - Experimental Investigations with Varying Shear Reinforcement Ratios. In: Derkowsky W, Gwozdiewicz P, Hojdy L, Krajewski P, Pantak M, editors. Concrete - Innovations in Materials, Design and Structures: Proceedings of the 2019 fib Symposium: International Federation for Structural Concrete (fib); 2019, p. 1669–76.
- [2] Hegger J, Sherif AG, Kueres D, Siburg C. Efficiency of Various Punching Shear Reinforcement Systems for Flat Slabs. ACI SJ 2017;114(3):631–42.
- [3] Sagaseta J, Tassinari L, Fernández Ruiz M, Muttoni A. Punching of flat slabs supported on rectangular columns. Engineering Structures 2014;77:17–33.
- [4] Beutel R, Hegger J. Punching behaviour of Shear Reinforced Flat Slabs at Interior columns - Effective and Economic Shear Systems. In: Silfwerbrand J, Hassanzadeh G, editors. International

- Workshop on Punching Shear Capacity of RC Slabs: Dedicated to Professor Sven Kinnunen; 2000, p. 171–9.
- [5] Graf. Versuche über die Widerstandsfähigkeit von Eisenbetonplatten unter konzentrierter Last nahe einem Auflager. Technische Hochschule Stuttgart. Stuttgart; 1933.
 - [6] Kinnunen S. Punching of Concrete Slabs with Two-Way Reinforcement. Kungl. Tekniska Högskolans Handlingar No. 198. Stockholm, Sweden; 1963.
 - [7] Elstner RC, Hognestad E. Shearing Strength of Reinforced Concrete Slabs. Journal of the American Concrete Institute 1956;28(1):29–58.
 - [8] Andersson JL. Punching of Concrete Slabs with Shear Reinforcement. The Royal Institute of Technology Stockholm. No. 212. Gothenburg, Sweden; 1963.
 - [9] Ferreira MP, Melo GS, Regan PE, Volumn RL. Punching of Reinforced Concrete Flat Slabs with Double-Headed Shear Reinforcement. ACI SJ 2014;111(2):363–74.
 - [10] Schmidt P, Kueres D, Hegger J. Punching shear behavior of reinforced concrete flat slabs with a varying amount of shear reinforcement. Structural Concrete 2020;21(1):235–46.
 - [11] Clément T, Pinho Ramos A, Fernández Ruiz M, Muttoni A. Influence of prestressing on the punching strength of post-tensioned slabs. Engineering Structures 2014;72:56–69.
 - [12] Ladner M, Schaeidt W, Gut S. Experimentelle Untersuchungen an Stahlbeton-Flachdecken. Dübendorf, Schweiz; 1977.
 - [13] Kueres D, Schmidt P, Bosbach S, Classen M, Herbrand M, Hegger J. Numerische Untersuchungen zur Durchstanztragfähigkeit von Flachdeckensystemen. Bauingenieur 2018;93(4):141–51.
 - [14] Einpaul J. Punching strength of continuous flat slabs. PhD-Thesis. Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne, Switzerland; 2016.
 - [15] Einpaul J, Fernández Ruiz M, Muttoni A. Influence of moment redistribution and compressive membrane action on punching strength of flat slabs. Engineering Structures 2015;86:43–57.
 - [16] Kalus M, Ungermaann J, Hegger J. Punching Shear Behavior of Flat Slab Systems - Experimental Investigations Using Isolated Specimens with Load-Dependent Boundary Conditions. In: Fédération internationale du béton (fib), editor. Building for the future: Durable, Sustainable, Resilient: Proceedings of the fib Symposium 2023; 2023, p. 1765–75.
 - [17] Kalus M, Ungermaann J, Hegger J. Punching shear behavior of continuous flat slabs: A new test setup incorporating system influences. In: University of Cape Town, editor. Current Perspectives and New Directions in Mechanics, Modelling and Design of Structural Systems: Proceedings of The Eighth International Conference on Structural Engineering, Mechanics and Computation (SEMC). London: Taylor & Francis; 2022, p. 1215–9.
 - [18] Deutsches Institut für Normung e.V. (DIN). Eurocode 2: Bemessung und Konstruktion von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken – Teil 1-1: Allgemeine Bemessungsregeln und Regeln für den Hochbau: Deutsche Fassung EN 1992-1-1:2004 + AC:2010;91.010.30; 91.080.40(DIN EN 1992-1-1:2011-01). Berlin: Beuth; 2011.
 - [19] Classen M, Kalus M. Punching Shear Response Theory (PSRT) – A two degree of freedom kinematic theory for modeling the entire punching shear vs. deformation response of RC slabs and footings. Engineering Structures 2023(291):116197.
 - [20] Kueres D, Hegger J. Two-parameter kinematic theory for punching shear in reinforced concrete slabs without shear reinforcement. Engineering Structures 2018;175:201–16.