

Ableitung einer Verbundbeziehung zur Berechnung der Rissbreiten in Carbonbetonbauteilen

Christopher Schmidt, Josef Hegger

*Institut für Massivbau,
RWTH Aachen University,
Mies-van-der-Rohe-Straße 1, 52074 Aachen, Germany*

cschmidt@imb.rwth-aachen.de

Kurzfassung

Die Verwendung von nichtmetallischer Bewehrung ermöglicht durch die Substitution des Betonstahles die Realisierung schlanker Bauteile mit reduzierter Betondeckung. Während die Modellentwicklungen und Nachweiskonzepte für die Bemessung im Grenzzustand der Tragfähigkeit das Bauteilverhalten realitätsnah abbilden, bestehen noch erhebliche Defizite hinsichtlich der Nachweise im Zustand der Gebrauchstauglichkeit. Hier fehlen geeignete Modelle, die in der Lage sind, das individuelle Verbundverhalten der unterschiedlichen nichtmetallischen Bewehrungen abzubilden und auf adäquate Berechnungsansätze zur Sicherstellung der Rissbreitenbegrenzung und der Bauteilverformung anzuwenden. Die einfache Übertragung der aus dem Stahlbetonbau bekannten Nachweise führt zur konservativen und nicht materialgerechten Bewehrungsmengen, die deutlich über den tatsächlich notwendigen liegen. Zudem sind die Gebrauchstauglichkeitskriterien häufig maßgebend für die erforderlichen Bewehrungsmengen.

Die neue DAfStb-Richtlinie „Betonbauteile mit nichtmetallischer Bewehrung“ adaptiert zwar das aus dem Eurocode 2 bekannte Vorgehen zur Rissbreitenbegrenzung, definiert aber die Bestimmung der Verbundfestigkeit und des Beiwerts zur Abbildung der Zugversteifung als materialabhängige Parameter. Zur Bestimmung der Verbundfestigkeit empfiehlt die Richtlinie im Teil 4 die Auswertung von Dehnkörperversuchen hinsichtlich der Rissbildung. Offen verbleibt zurzeit, inwieweit eine Bestimmung des Völligkeitsbeiwertes zur Berücksichtigung der Zugversteifung mit den in der Richtlinie vorgeschlagenen Prüfverfahren für Carbongitter möglich ist. Zur Klärung dieser Fragestellung und zur Darlegung der im Teil 4 vorgeschlagenen Methodik wurden experimentelle Untersuchungen an Carbongittern zur Charakterisierung des Verbundverhaltens durchgeführt. Die abgeleitete Verbundspannungs-Schlupf-Beziehung wurde anhand von einachsigen Zugversuchen kalibriert. Dabei wurden die Einflüsse unterschiedlicher Verbundlängen, Rissbreiten und Stadien der Rissbildung berücksichtigt. Das vorgestellte zeigt neben der Anwendung der Richtlinie auch einen möglichen Ansatz zur Ableitung einer rissbreitenabhängigen Verbundfestigkeit und zur Berücksichtigung der Zugversteifung, die beide in Nachweiskonzepten für eine praxisgerechte und fortschrittliche Bemessung im Hinblick auf die Rissbreitenbegrenzung im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit erforderlich sind.

Keywords: Carbonbeton, Verbundverhalten, Rissbreitenbeschränkung

Abstract

Non-metallic reinforcement facilitates a substitution of conventional reinforcing steel leading to slender members with a reduced concrete cover. The ability of non-metallic reinforcement in advancing the ultimate limit state for concrete members directs attention to serviceability criteria, such as crack width limitation, which become decisive for design. While the derived models and design approaches for the ultimate limit state are well advanced, considerable deficits do exist for verifications in the serviceability limit state. Suitable models are required that are able to characterise the individual bond behaviour of the various non-metallic reinforcements which are implemented in adequate calculation approaches ensuring the limitation of crack width and deflection. A simple adaptation of the approaches used for steel reinforced concrete members leads to conservative reinforcement ratios that do not account for the realistic material behaviour and results in significant increase in reinforcement than the actual required one. In addition, the serviceability criteria are often decisive for the required reinforcement ratio.

The new DAfStb guideline "Concrete members with non-metallic reinforcement" adapts the procedure for crack width limitation known from Eurocode 2, but specifies the determination of the bond strength

and the coefficient to account for tensile stiffening as material-dependent parameters. To address this question and to present the methodology proposed in Part 4 of the guideline, experimental investigations were conducted on carbon grids to characterise the bond behaviour. The calibration of the derived bond stress-slip relation was performed using uniaxial tensile tests on carbon reinforced concrete specimens. In these test series, influences of different bond lengths, crack widths and crack stages were considered. In addition to the methodology proposed in guideline, the presented approach shows a potential method for the derivation of a crack width-dependent bond strength and a consideration of tensile stiffening, both of which are required in design codes for a practical and progressive design with regard to crack width control at the serviceability limit state.

Keywords: carbon reinforced concrete, bond behaviour, crack width control

1 Einleitung

Das aus dem Stahlbetonbau bekannte und normativ seit 1978 in Deutschland angewandte Rissbreitenkonzept zur direkten Berechnung der Rissbreite approximiert die Dehnungsverläufe der Bewehrung und des Betons im Bereich der Rissbildung auf ein gemittelt Nivea und prognostiziert die vorhandene Verbundlänge bzw. Einleitungslänge entweder für die Bildung einzelner Risse (Erstrissbildung) oder des abgeschlossenen Rissbildes. Das Grundkonzept der Rissbreitenberechnung wurde insbesondere durch die vorgeschlagenen Annahmen im CEB FIP Model Code 1990 [1] angepasst, besteht aber weiterhin aus den Abschätzungen der Verbundlänge und der gemittelten Dehnungsdifferenz der beiden Werkstoffe. Dieses Konzept wurde im Zuge der Erarbeitung der DAfStb-Richtlinie „Betonbauteile mit nichtmetallischer Bewehrung“ (NMB) [2] übernommen.

Dabei sind die getroffenen Annahmen, die auch die aktuelle Normung im Nationalen Anhang des Eurocode 2 [3] und den Final Draft des zukünftigen Eurocode 2 [4] betreffen, auf die jahrzehntelange Forschung im Stahlbetonbau zurückzuführen. Bereits KÖNIG & TUE weisen im DAfStb Heft 466 [5] auf die Unschärfe des dargelegten Konzeptes hin. Dies betrifft beispielsweise die vereinfachte Annahme der Verbundfestigkeit in Abhängigkeit der effektiven Betonzugfestigkeit. Dennoch zeigt die große Versuchsdatenbasis von Stahlbetonbauteilen [6–11], dass das Konzept im Allgemeinen eine ausreichende Sicherheit hinsichtlich der erforderlichen Rissbreitenbegrenzung bietet. Des Weiteren gilt es stets zu beachten, dass die Nachweisgleichung nicht jeden auftretenden Riss in der Breite auf den erforderlichen Grenzwert begrenzen soll. Wie bereits von SCHIEBL im DAfStb-Heft 400 [12] dargelegt oder auch im DBV Merkblatt zur Rissbreitenbeschränkung [13] verfasst, zielt das Konzept auf eine wirtschaftliche Ermittlung der erforderlichen Bewehrungsmenge unter gleichzeitiger Sicherstellung der Dauerhaftigkeit unter Vermeidung von Bewehrungskorrosion ab [14]. Einzelne Risse die größer als die geforderte Breite sind, stellen hierbei keine Beeinträchtigung des Gebrauchstauglichkeitszustandes dar.

Während die grundlegenden mechanischen Überlegungen sowohl auf nichtmetallische Stäbe als auch auf textile Gitter übertragbar sind [15–17], ist die Bestimmung der entsprechenden Verbundfestigkeit aufgrund der Vielfältigkeit der Bewehrungsmaterialien, -geometrien, -arten und Oberflächenbehandlungen einzelfallabhängig. Ebenso ist eine adäquate Berücksichtigung des *Tension Stiffening* für eine wirtschaftliche Prognose der Rissbreite unabdingbar. Auch fehlt es an einer breiten Versuchsbasis zur Abbildung weiterer Einflussfaktoren wie zum Beispiel des zeitabhängigen Materialverhaltens. Hierzu zeigt der vierte Teil der DAfStb-Richtlinie NMB [2] mit Empfehlungen zu Prüfkonzepthen Möglichkeiten zur Bestimmung des Verbundfestigkeit auf.

Der vorliegende Beitrag befasst sich mit der Ermittlung der Verbundfestigkeit für ein Carbonsgitter. Das dargelegte Verfahren wird dabei beschrieben und exemplarisch durchgeführt. Zusätzlich erfolgt ein Vorschlag für eine mögliche Ableitung des Völligkeitbeiwertes zur Berücksichtigung von Tension Stiffening. Dazu werden Auszugversuche mit unterschiedlicher Einbindelänge und einlagig bewehrte Dehnkörperversuche betrachtet.

2 Konzept zur direkten Berechnung der Rissbreiten von nichtmetallisch bewehrten Betonbauteilen

2.1 Verhalten eines idealisierten Zugstabes

Der grundlegende Ansatz zur Herleitung der Rissbreitenformel idealisiert einen Dehnkörper unter einaxialer Zugbelastung mit zentrischer Bewehrungslage. Während im ungerissenen Verbundkörper die Dehnungen der Bewehrung ε_{nm} und des Betons ε_c über die Länge gleich sind, tritt im Zuge der Erstrissbildung ein Entkoppeln der beiden Materialdehnungen im Einflussbereich des Risses auf. Im Riss ist die Betondehnung null, die Bewehrungsdehnung lässt sich über das Hooksche Gesetz mit bekannter Bewehrungsspannung σ_{nm} und E-Modul E_{nm} rechnerisch bestimmen. Aufgrund des Verbundes werden die Dehnungsdifferenzen ausgeglichen und somit die in der Bewehrung im Riss vorliegende Spannung über die Verbundlänge bzw. Einleitungslänge l_t in den Betonkörper übertragen. Zur Ermittlung der Rissbreite w wird die Dehnungsdifferenz über die Einleitungslänge auf jeder Seite des Risses benötigt, was sich allgemein über eine Integralbeziehung ausdrücken lässt

$$w = \int_{-l_t}^{l_t} \varepsilon_{nm}(x) - \varepsilon_c(x) \, dx. \quad (1)$$

Zur Lösung müssen die nichtlinearen Dehnungsverläufe bekannt sein oder durch eine Approximation angenähert werden. Werden die nichtlinearen Dehnungsverläufe als Mittelwert der Dehnung über die Einleitungslänge dargestellt, ergibt sich die aus den Bemessungskonzepten bekannte Gleichung

$$w = 2 \cdot l_t \cdot (\varepsilon_{nm,m} - \varepsilon_{cm}). \quad (2)$$

Zur Bestimmung der Rissbreite sind in Abhängigkeit vom Rissbild die Einleitungslänge und die mittleren Dehnungen $\varepsilon_{nm,m}$ und ε_{cm} zu definieren. Eine Fallunterscheidung betrachtet die beiden Grenzwerte: Einzelrisbildung und abgeschlossenes Rissbild, da hier die größten Rissbreiten je nach Bauteildicke und Bewehrungsanordnung auftreten.

Bei der Idealisierung des Rissbildungsprozesses wird die Streuung der Materialfestigkeit des anisotropen Betons, nicht berücksichtigt. Dabei beeinflusst diese sowohl die Risszeitpunkte und -orte als auch die lokalen Verbundfestigkeit. Auch wird davon ausgegangen, dass sich der Verschiebungsruhepunkt der Materialdehnung und des Verbundspannungsverlaufes stets mittig zwischen zwei Rissen einstellt. Das setzt einheitliche Rissbreiten aller sich einstellender Risse voraus. Die sich daraus ergebende Modellunsicherheit wird normativ durch den Bezug auf ein charakteristisches Niveau größtenteils abgedeckt [12, 18].

2.1.1 Einzelrisbildung

Bei der Einzelrisbildung, die auch die Erstrissbildung abdeckt, beeinflussen sich die jeweiligen Risse auf lokaler Betrachtungsebene nicht gegenseitig. Die Ermittlung der Einleitungslänge kann als Länge definiert werden, über die Bewehrungsspannung unter der Annahme einer konstanten Verbundspannung bis zum Erreichen äquivalenter Dehnungen der Bewehrung und des Betons wird. Zur Berücksichtigung der unterschiedlichen Materialsteifigkeiten wird der Verhältniswert der E-Module $\alpha_e = E_{nm} / E_c$ eingeführt, das Verhältnis der Querschnitte wird über den Längsbewehrungsgrad $\rho = A_{nm} / A_c$ berücksichtigt.

Die mittleren Dehnungsverläufe werden über eine Annäherung an die tatsächlichen nichtlinearen Dehnungsverläufe approximiert. Dafür wird ein Völligkeitsbeiwert β eingeführt, der diese Approximation quantitativ erfasst. Somit ergibt sich die prognostizierte Einzelrisbreite w^I mit

$$w^I = 2 \cdot \underbrace{\frac{\sigma_{nm} \cdot \varnothing_{nm}}{4 \cdot \tau_{bm} \cdot (1 + \alpha_e \cdot \rho)}}_{l_t} \cdot \underbrace{(1 - \beta) \cdot \frac{\sigma_{nm}}{E_{nm}}}_{\varepsilon_{nm,m} - \varepsilon_{cm}}. \quad (3)$$

Die Einleitungslänge wird mit der zu übertragenden Verbundkraft, ausgedrückt über die Bewehrungsspannung σ_{nm} und dem äquivalenten Bewehrungsdurchmesser $\varnothing_{nm}$ des Carbonsgitters, und einer angenommenen Verbundfestigkeit τ_{bm} prognostiziert.

2.1.2 Abgeschlossenes Rissbild

Das abgeschlossene Rissbild wird als der Zustand definiert, bei dem unter weiterer Dehnungs- bzw. Laststeigerung keine weiteren Risse entstehen. Dabei wird angenommen, dass die in den Beton eingetragene Bewehrungsspannung nicht mehr die Betonzugfestigkeit erreicht. Beeinflussen sich die Risse auf lokaler Betrachtungsebene, wird die Einleitungslänge über den halben Rissabstand angenähert. Als oberer Grenzwert für die Bemessungsgleichung wird der maximale Rissabstand definiert. Der mittlere

Rissabstand ist $1,337l_t$ [18, 19]. Die Einleitungslänge wird somit über die Betonzugfestigkeit zum Zeitpunkt der Rissbildung $f_{ct,eff}$ bestimmt. Im Zustand des abgeschlossenen Rissbildes sind die Bewehrungsdehnungen nicht weiter äquivalent zur Betondehnung. Unter Berücksichtigung der Nichtlinearität der Dehnungsverläufe über den Völligkeitsbeiwert ergibt sich die prognostizierte maximale Rissbreite w^II im Zustand der abgeschlossenen Rissbildung

$$w^II = 2 \cdot \frac{f_{ct,eff} \cdot \phi_{nm}}{4 \cdot \tau_{bm} \cdot \rho_{eff}} \cdot \left[\frac{\sigma_{nm}}{E_{nm}} - \beta \cdot \left(\frac{f_{ct,eff}}{\rho_{eff} \cdot E_{nm}} \cdot (1 + \alpha_e \rho_{eff}) \right) \right] \quad (4)$$

l_t $\varepsilon_{nm,m} - \varepsilon_{cm}$

Hierbei wird der effektive Wirkungsbereich der Bewehrung $A_{c,eff}$ in der Berechnung des effektiven Bewehrungsgrades ρ_{eff} betrachtet. Gerade bei Bauteilen mit großer Höhe (z. B. Bodenplatten) beeinflusst dieser signifikant die Bewehrungsmenge. Im Nationalen Anhang zum Eurocode 2 [3] wird hierbei vor allem die Sekundärrissbildung und die sich daraus resultierende günstige Rissbildung mit vielen Rissen und kleiner Rissbreite berücksichtigt.

2.1.3 Verbundfestigkeit und Völligkeitsbeiwert

Das Rissbreitenkonzept nach Eurocode 2 bzw. Modelcode 2010 trifft für die Verbundfestigkeit τ_{bm} eine empirische Annahme, in der nicht der tatsächliche Schlupf bzw. die Rissbreite betrachtet wird, sondern lediglich der Zusammenhang zur Betonfestigkeit. Für nichtmetallisch bewehrte Bauteile ist somit eine für das betrachtete Bewehrungsmaterial individuelle Verbundbeziehung zu bestimmen, aus der analog für eine definierte Rissbreite die Verbundfestigkeit bestimmt werden kann.

Ebenso abhängig vom betrachteten Bewehrungsmaterial ist der Völligkeitsbeiwert, der den Dehnungsverlauf der Bewehrung über die Einleitungslänge approximiert. Zur Bestimmung ist somit grundsätzlich der Dehnungsverlauf der Bewehrung zu ermitteln. Des Weiteren ist das Verbundkriechen und die Verbundschädigung aus zeitabhängiger und zyklischer Belastung zu erfassen.

2.2 Bestimmung der Verbundfestigkeit für Carbongitter

Für die experimentelle Bestimmung der Verbundfestigkeit ist ein Verbundspannungs-Schlupf Verlauf notwendig, über den entweder ein Festigkeitswert für definierte Rissbreiten abgelesen oder eine Beziehung in Abhängigkeit der Rissbreite aufgestellt werden kann. Nachfolgend werden zwei mögliche Versuchstypen zur Bestimmung der Verbundfestigkeit betrachtet, in Abbildung 1 sind die beiden Versuchstypen mit den verwendeten Abmessungen dargestellt.

2.2.1 Einseitiger Textilauszugversuch (SPO)

In der DAfStb-Richtlinie NMB [2] werden einseitige Textilauszugversuche (SPO) zur Bestimmung der Verbundfestigkeit und der notwendigen Verankerungslänge empfohlen. Zur Ermittlung des Verbundspannungs-Schlupf Verlaufes bietet sich der als Typ C gekennzeichnete Versuchsaufbau auf (vgl. Abbildung 1a), der grob den aus dem Stahlbetonbau bekannten RILEM Pull-Out-Versuchen abbildet. Durch die Berücksichtigung der tatsächlichen Betondeckungen, die beim Einsatz von Carbonbeton verwendet werden, wird auch die mögliche Spaltrissbildung berücksichtigt und somit ein realistischerer Wert für die aufnehmbare Bewehrungsspannung bestimmt. Die Verbundlänge ist frei wählbar und beeinflusst damit maßgeblich die sich rechnerisch bestimmte Verbundspannung. Aufgrund der geringen Querschnittsabmessungen wird auf eine verbundfreie Länge verzichtet. Dadurch wirken die sich im Auflagerungsbereich einstellenden Querdrukkräfte günstig auf den Auszugwiderstand aus. Durch die kleinen Abmessungen treten diese aber nur im direkten Auflagerbereich auf. Die Breite des Versuchskörpers entspricht dem Gitterabstand der zu untersuchenden Bewehrung in Prüfrichtung, die Tiefe bestimmt sich beispielsweise aus der zweifachen Betondeckung und der Faserstrandgröße. Der Schlupf ist auf der belastenden Seite zu bestimmen.

Dieser Versuchstyp ermöglicht die rechnerische Bestimmung der Verbundspannung in Abhängigkeit des auftretenden Schlupfs. Die messtechnische Bestimmung der tatsächlichen Verbundlänge in Abhängigkeit der eingeleiteten Spannung ist jedoch nicht möglich, ohne die Verbundzone zu beeinflussen (z. B. faseroptischen Messfasern). Zudem wird nur das Verbundverhalten im Zustand der Einzelrissbildung approximiert. Bei multipler Rissbildung hingegen ist im Verschiebungsruehpunkt die Verbundspannung null und die Bewehrung wird dort aufgrund des gegenläufigen Auszugs im nächsten Riss festgehalten bzw. verankert.

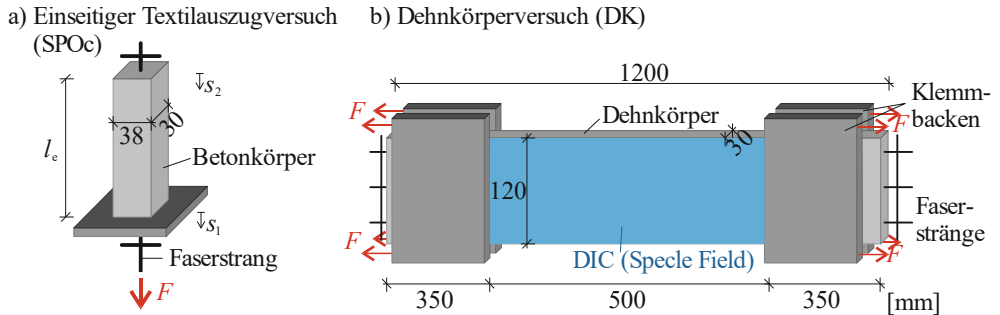


Abbildung 1: Darstellung der Versuchstypen mit Abmessungen: (a) SPOc und (b) DK

2.2.2 Dehnkörperversuch (DK)

Die modelltheoretische Annahme des idealisierten Zugstabes der Rissbreitenkonzepte wird über den Dehnkörper repräsentiert. Durch die sukzessive Rissbildung bis zum abgeschlossenen Rissbild (unter der Voraussetzung einer ausreichenden Zugfestigkeit der Bewehrung) wird der Einfluss nebeneinander liegender Risse auf die Bewehrungsspannung im Riss und die Rissbreitenentwicklung abgebildet. Dabei lassen sich sowohl die Bewehrungsspannung als auch die Rissbreiten und Rissabstände direkt bestimmen. Die Einleitungslänge der Risskräfte und der genaue Dehnungsverlauf sind aber auch in den Dehnkörperversuchen mit entsprechender Messtechnik (z. B. faseroptischer Messtechnik) zu bestimmen, wodurch die Verbundzone beeinflusst wird.

Die DAfStb Richtlinie NMB schlägt in Teil 4 ein Vorgehen vor, die beobachtete Rissbildung für die Bestimmung der Verbundfestigkeit zu nutzen. Dabei wird davon ausgegangen, dass die Rissbreite von 0,4 mm bereits bei Bildung von Einzelrissen bzw. bei Öffnung dieser unter steigender Belastung erreicht wird. Werden die Rissbreite und die Zugkraft vor und nach der Rissbildung sowie der Rissabstand zwischen Erst- und Zweitriss messtechnisch erfasst, ist unter der Annahme eines konstanten Verbundspannungsverlaufes über die Einleitungslänge die Verbundfestigkeit bei einer definierten Erstrissbreite zu ermitteln.

2.3 Abschätzung des Völligkeitsbeiwertes

Ist die Verbundfestigkeit bekannt, kann mittels iterativer Ermittlung der Völligkeitsbeiwert unter Umformen von Gleichung (3) und (4) abgeschätzt werden. Dieses Vorgehen ist jedoch ungenau, zudem wird bei einer zu klein angenommenen Verbundfestigkeit der Einfluss des Tension Stiffening überschätzt. Eine genauere Abschätzung ist möglich, wenn statt eines Wertes der Verbundfestigkeit bei einer definierten Rissbreite die Verbundfestigkeit in Abhängigkeit der Rissbreite bzw. des Schlupfes abgebildet wird. Dazu ist eine Annahme des Verbundspannungsverlaufes notwendig, die z. B. aus SPOc Versuchen abgeleitet werden kann.

3 Experimentelle Untersuchungen

3.1 Materialien

Für die Untersuchungen wurde das Carbongitter solidan GRID Q95-CCE-38 einlagig in Kettrichtung betrachtet, wobei eine Betondeckung von 14 mm gewählt wurde. Der Beton mit einem Größtkorndurchmesser von 5,6 mm entspricht der Festigkeitsklasse C30/37. Die aus Baustoffproben und Faserstrangzugversuchen bestimmten Materialkennwerte sind für den Beton in Tabelle 1 und für die Carbonbewehrung in Tabelle 2 aufgeführt. Für die Carbonbewehrung wird die Nennquerschnittsfläche A_{nm} zur Bestimmung der Zugfestigkeit und des E-Moduls verwendet. Diese berücksichtigt den gesamten Roving und ist für die Bestimmung des äquivalenten Bewehrungsdurchmessers ϕ_{aq} notwendig, während die Faserstrangquerschnittsfläche $A_{f,nm}$ lediglich die Carbonfasern betrachtet. Die Faserstrangzugversuche wurden nach den Empfehlungen in Teil 4 der DAfStb-Richtlinie NMB [2] durchgeführt und ausgewertet.

Tabelle 1: Materialkennwerte Beton

	Zylinderdruckfestigkeit f_{cm} in MPa	zentrische Zugfestigkeit f_{ctm} in MPa ¹⁾	E-Modul E_{cm} in MPa
Einseitiger Textilauszug (SPOc)	33,0 - 39,1	2,8	29.100 - 30.800
Dehnkörper (DK)	39,1	2,8	30.800

¹⁾ Aus Spaltzugfestigkeit ermittelt mit $f_{ctm} = 0,9 \cdot f_{ct,sp}$ [20]

Tabelle 2: Materialkennwerte Carbonbewehrung solidian GRID Q95-CCE-38 in Kettrichtung

äquivalenter Bewehrungsdurchmesser $\varnothing_{eq}$ in mm	Querschnittsfläche A_{nm} in mm ²	$A_{f,nm}$ in mm ²	Bruchdehnung $\varepsilon_{nm,u}$ in ‰	Zugfestigkeit f_{nm} in MPa	E-Modul E_{nm} in MPa
3,09 ¹⁾	7,5	3,62	15,5	1900	123.000

¹⁾ Rechnerisch ermittelt aus der Querschnittsfläche A_{nm}

3.2 Ableitung der Verbundspannung aus SPOc-Versuchen

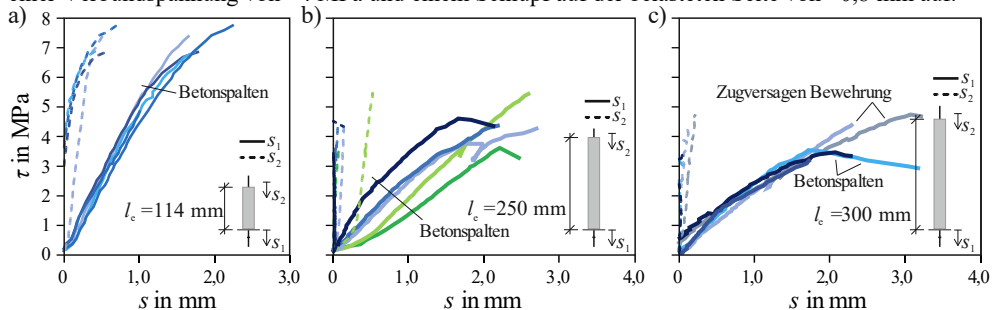
Zur Ermittlung der Verbundspannung-Schlupf-Verläufe in Abhängigkeit der Einbindelänge wurden SPOc-Versuche durchgeführt. Der Versuchsaufbau ist in Abbildung 1a dargestellt. Untersucht wurden drei Einbindelänge l_e von 114 mm (Mindestwert nach [2] mit 3-facher Maschenweite), 250 mm und 300 mm. Unter der Annahme einer konstanten Verbundspannungsverteilung, wurde aus der Zugkraft F die Verbundspannung τ_b ermittelt

$$\tau_b(s) = \frac{F(s)}{\pi \cdot \varnothing_{nm} \cdot l_e} \quad (5)$$

Die sich ergebenden Verbundspannungs-Schlupf-Beziehungen sind in Abbildung 2 dargestellt. Der Schlupf wurde sowohl am belastenden Ende als auch am unbelastenden Ende (gestrichelte Verläufe in Abbildung 2) mittels digital image correlation (DIC) ermittelt.

Die Versuchsergebnisse in Abbildung 2 zeigen zwei grundsätzlich unterschiedliche anfängliche Verläufe. Entweder steigt die Verbundspannung linear und erst bei größerer Verbundspannung tritt ein nichtlinearer Verlauf ein. Diese Verläufe sind in Abbildung 2 als blaue Linien dargestellt. Oder die Verbundsteifigkeit ist bei kleinen Verbundspannungswerten im Vergleich zum ersten Fall gering und erst nach einem Schlupf von 0,2 bis 0,4 mm steigt die Verbundsteifigkeit (grüne Verläufe). Aufgrund der notwendigen Vorbelastung zum Einspannen der Stahlhülsen beginnen die Verläufe bei kleinen positiven Verbundspannungen. Ab einer Einbindelänge von 300 mm zeigten zwei Versuche ein Faserstrangversagen, bei allen anderen Versuchen trat ein Spalten des Versuchskörpers in Längsrichtung auf.

Für Einbindelängen von 250 und 300 mm konnte am unbelasteten Ende der Bewehrung annähernd kein Schlupf festgestellt werden, Ausnahme ist ein Versuch bei $l_e = 250$ mm (vgl. Abbildung 2b). Für die Mindesteinbindelänge von 114 mm trat Schlupf auf der unbelasteten Seite der Bewehrung erst ab einer Verbundspannung von ~ 4 MPa und einem Schlupf auf der belasteten Seite von $\sim 0,8$ mm auf.


Abbildung 2: Verbundspannungs-Schlupfverläufe in Abhängigkeit der Einbindelänge l_e der SPOc-Versuche.

Bis zu einem Schlupf von 1,0 mm ist eine vereinfachte Annahme von linearen Verbundspannungs-Schlupf-Beziehungen für die untersuchten Probekörper möglich. Dieser Schlupf liegt in dem für die

Nachweise zur Rissbreitenbegrenzung maßgebenden Bereich. In Tabelle 3 sind die (über die Betonzugfestigkeit normierten) Verbundfestigkeiten $\tau_{b,m}$ als Mittelwerte der entsprechenden Versuche in Bezug zur Einbindelänge und zum Schlupf angegeben. Die Verbundfestigkeit für jeden Versuch wurde mit Gleichung (5) bestimmt.

Tabelle 3: Verbundfestigkeiten in Abhängigkeit des Schlupfes

Einbindelänge l_e	Verbundfestigkeit $\tau_{b,m}$ [MPa] bei $s =$				normierte Verbundfestigkeit $\tau_{b,m}/f_{ctm}$ bei $s =$			
	0,1 mm	0,2 mm	0,5 mm	1,0 mm	0,1 mm	0,2 mm	0,5 mm	1,0 mm
114 mm	0,42	0,97	2,54	4,93	0,16	0,34	0,90	1,76
250 mm	0,33	0,56	1,23	2,37	0,12	0,20	0,43	0,83
300 mm	0,46	0,72	1,34	2,30	0,17	0,26	0,48	0,81

Für den Gebrauchszustand, der die Rissbreite auf 0,4 mm begrenzt, stellt die lineare Verbundspannungs-Schlupf-Beziehung eine gute Annäherung an die tatsächliche übertragbare Verbundspannung in den Pull-Out-Versuchen dar. Die Einbindelänge von 114 mm reicht aus, um die bei einem Schlupf von 0,2 mm vorhandenen Bewehrungsspannung vollständig in den Beton einzuleiten, ohne dass ein Schlupf am unbelasteten Ende auftritt. Wird der Einzelriss betrachtet, reicht somit eine Einleitungslänge von 114 mm aus. Damit werden die normierten Verbundfestigkeiten bei $l_e = 114$ mm aus Tabelle 3 für die Ableitung einer linearen Beziehung genutzt, es ergibt sich die normierte Verbundfestigkeit zu

$$\tau_{b,m}(s)/f_{ctm} = 1,7 \cdot s. \quad (6)$$

Für einen Schlupf von 0,2 mm beträgt somit die normierte Verbundfestigkeit $\tau_b/f_{ctm} = 0,31$. Mit der Annahme, dass die Rissbreite zweimal dem Schlupf entspricht, ergibt sich die rissbreitenabhängige Verbundfestigkeit $\tau_{b,m}$ zu

$$\tau_{b,m}(w) = 0,85 \cdot w \cdot f_{ctm}. \quad (7)$$

3.3 Ableitung der Verbundfestigkeit aus Dehnkörperversuchen

Für die weiteren Untersuchungen wurden 4 identische Dehnkörper unter einaxialer Zugkraft geprüft. Die Abmessungen und der Versuchsaufbau sind in Abbildung 1b dargestellt. Für die Dehnkörperversuche wurde das Q95-Gitter ebenfalls in Kettrichtung mit drei Längsfasersträngen die mittig im Probekörper lagen untersucht. Die Betondeckung betrug wie im SPOc 14 mm, die Breite der Dehnkörper war 120 mm. Mit den 200 mm langen Klemmbacken ergab sich eine Verankerungslänge der Bewehrung von 350 mm, die ausreichend groß war, um ein Ausziehen der Bewehrung oder ein Durchrutschen der Klemmung auszuschließen. Zwischen den beiden Klemmbacken lag der Untersuchungsbereich mit 500 mm Länge, der mit einem Speckle Field zur Nutzung der DIC versehen wurde. Hierbei wurde bewusst der gesamte Bereich betrachtet und nicht, wie in der DAfStb-Richtlinie NMB Teil 4 empfohlen der um den Übergangsbereich reduzierte Messbereich. Somit konnten auch Risse am direkten Übergang von der Klemmung zur freien Probekörperlänge detektiert werden.

Zur Ableitung der Verbundfestigkeit aus Dehnkörperversuchen nach den Empfehlungen aus Teil 4 der DAfStb-Richtlinie NMB sind die Bewehrungsspannungen vor und nach der Erstrissbildung, die Rissbreite des Erstrisses sowie der Abstand zum Zweitiss während des Versuchs zu dokumentieren. Für die vier untersuchten Dehnkörper wurden die Rissbreitenentwicklung und die Rissabstände mithilfe digitaler Bildkorrelation ausgewertet. Die DIC-Kamera wurden manuell in 0,5 kN Schritten ausgelöst und über die Bilder aus der Kraftmessung der entsprechenden Belastung zugeordnet. Die jeweiligen Rissbilder der DIC kurz vor dem Versagen der Dehnkörper sowie die Reihenfolge der Rissentstehung und der Rissabstand im abgeschlossenen Rissbild sind in Abbildung 3 dargestellt.

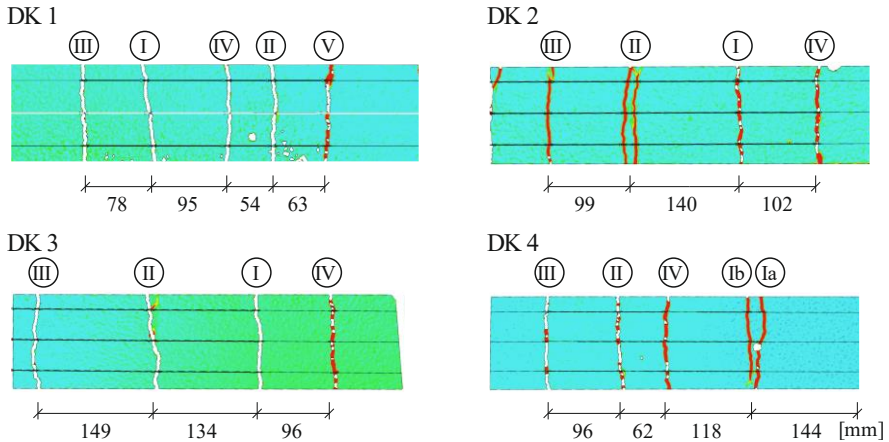


Abbildung 3: Auswertung der digitalen Bildkorrelation kurz vor dem Versagen der Dehnkörper mit abgeschlossenem Rissbild, der Reihenfolge der Rissentstehung und den mittleren Rissabständen.

Die für die rechnerische Ermittlung der Verbundfestigkeit notwendigen Parameter sind in Tabelle 4 aufgeführt. Aufgrund der lastschrittweisen Dokumentation mit DIC war kein exakter Zeitpunkt, bei dem die Öffnung des Erstrisses genau 0,4 mm entsprach, zu bestimmen. Deshalb wurde als Anhaltswert die nächstnähere dokumentierte Rissbreite genutzt. Aus der Zugkraft wurde die rechnerische Bewehrungsspannung für jeden Faserstrang bestimmt. Dabei wurde angenommen, dass im Untersuchungsbe-
reich alle drei Längsfaserstränge die gleiche Spannung aufnehmen und im Riss gleichmäßig beansprucht werden. Für die exemplarischen Dehnkörperversuche können folgende Aussagen hinsichtlich der Auswertemethodik nach Teil 4 der DAfStb-Richtlinie NMB getroffen werden:

- DK 1: Die Rissbildung des Dehnkörpers bildet die grundlegende Überlegung der Auswertemethodik ab. Der Erstriss weist eine Rissbreite von 0,36 mm auf, die unter Zunahme der Bewehrungsspannung ansteigt. Somit ist zum Erreichen des Grenzwertes der Rissbreite eine exakte Zuordnung der Rissbreite zur Bewehrungsspannung möglich. Der Zweitriss bildet sich im Abstand von 149 mm vom Erstriss. Bei beiden Rissen bildet sich unter Dehnungszunahme in Richtung der Klemmbacken ein weiterer Riss, sodass ein möglicher Einfluss der Klemmung vernachlässigt werden kann. Außerdem bildet sich zwischen den ersten beiden Rissen unter Dehnungszunahme ein weiterer Riss (Nr. IV in Abbildung 3). Dadurch ist ein Rückschluss auf eine Dehnungsäquivalenz der Bewehrungs- und Betondehnungen zwischen den beiden ersten Rissen möglich.
- DK 2: Die dokumentierte Breite bei Entstehung des Erstrisses liegt mit 0,42 mm geringfügig über dem Grenzwert. Der mit II gezeichnete Riss besteht aus zwei nahbeieinanderliegenden Rissen mit einem Abstand von 14 mm. Eine Reihenfolge der Entstehung der beiden Risse war aufgrund der lastschrittweisen Bilddokumentation nicht möglich. Für die Bestimmung des Rissabstandes wird deshalb die Mitte dieser beiden Risse angesetzt.
- DK 3: Das Rissbild ist vergleichbar mit DK 1, hier entstand jedoch kein weiterer Riss zwischen den ersten beiden Rissen. Der Rissabstand zwischen Erst- und Zweitriss ist mit 134 mm im Vergleich zu den anderen Dehnkörper jedoch unauffällig. Somit ist davon auszugehen, dass die Verbundlänge des Erstrisses ausreichend war, um eine äquivalente Dehnung zwischen Bewehrung und Beton zu erreichen. Die Breite des Erstrisses zum Zeitpunkt der Dokumentation beträgt bereits 0,44 mm. Die anzusetzende Bewehrungsspannung mit 316 MPa ist im Vergleich zu den anderen Versuchen gering, sodass die Erstrissbreite nicht zu einem Überschätzen der Verbundfestigkeit führt, wie in Tabelle 4 deutlich wird. Dieser Versuch weist die geringste rechnerische Verbundfestigkeit aller vier Dehnkörper auf.
- DK 4: Aufgrund der Bildung eines zweiten Risses Ib direkt neben dem Erstriss mit einem Abstand von 14 mm und dem fehlenden weiteren Riss in Richtung der Klemmbacken ist die Gültigkeit dieses Versuches zu diskutieren. Werden die beiden Risse Ia und Ib als der gemeinsame Erstriss betrachtet, so ist die anzusetzende Rissbreite als Summe beider Einzelsrissbreiten

festzulegen. Es wird angenommen, dass aufgrund des geringen Rissabstandes zwischen beiden Rissen nahezu keine Kraft in den Beton eingeleitet wird. Die Mitwirkung des Betons wird vernachlässigt. Somit ergibt sich die Bewehrungsspannung bei einer summierten Rissbreite von 0,37 mm zu 449 MPa. Kurz vor Entstehung des Zweitrisses (Riss II) betrug die Breite der beiden als Erstriss definierten Risse 0,31 mm (Ia) und 0,23 mm (Ib) bei einer Bewehrungsspannung von 533 MPa. Der Ansatz dieser Bewehrungsspannung würde zu einer größeren rechnerischen Verbundfestigkeit führen. Der anzusetzende Rissabstand zwischen Erstriss (I) und Zweitriss (II) betrug 180 mm und lag damit oberhalb des Abstandes vom Erstriss zur Klemmbacke (144 mm). Damit liegen die Eingangswerte zur Bestimmung der Verbundfestigkeit auf der sicheren Seite und der Versuch ist als gültig für die Bestimmung der Verbundfestigkeit einzustufen.

Mit der Bewehrungsspannung bei Erstrissbildung σ_{nm} und dem Rissabstand s_{rm} lässt sich die Verbundfestigkeit aus den Dehnkörperversuche bestimmen

$$\tau_b = \frac{\sigma_{nm} \cdot \phi_{nm}}{4 \cdot s_{rm}}, \quad (8)$$

dabei wird wie bisher ein konstanter Verlauf der Verbundspannungen über die Einleitungslänge angenommen. Mit dieser Gleichung (8) wurden die Verbundfestigkeiten τ_b in Tabelle 4 bestimmt.

Die anzusetzenden Rissabstände lagen bei allen vier Dehnkörpern oberhalb der Mindesteinbinde-länge der SPOc-Versuche mit 114 mm. Vergleicht man die berechnete maximale Verbundfestigkeit aus Tabelle 4 von 2,5 MPa (für DK 1) mit der Verbundspannungs-Schlupf Beziehung am unbelastenden Ende der SPOc-Versuche, so traten bei einer Verbundspannung von 2,5 MPa annähernd kein Schlupf auf, wie Abbildung 2a zeigt. Dementsprechend ist anzunehmen, dass die hier angesetzten Rissabstände größer als die Einleitungslänge waren und damit die bestimmten Verbundfestigkeiten in Tabelle 4 auf der sicheren Seite liegen.

Für die 4 Dehnkörperversuche ergab sich eine durchschnittliche Verbundfestigkeit bei einer Erst-rissbreite von 0,4 mm zu $\tau_b = 2,3$ MPa. Bezogen auf die Betonzugfestigkeit aus Tabelle 1 beträgt die normierte Verbundfestigkeit $\tau_b / f_{ctm} = 0,81$. Im Vergleich zur rechnerischen Verbundfestigkeit abgeleitet aus den SPOc-Versuchen mit $\tau_b / f_{ctm} = 0,31$ liegt die aus den Dehnkörpern ermittelte Verbundfestigkeit 2,6-mal so hoch.

Tabelle 4: Bewehrungsspannung, Rissbreite und Rissabstand bestimmt aus den Dehnkörperversuchen zur Ermittlung der Verbundfestigkeit.

Versuch	Erstriss (I)		Zweitriss (II)			s_{rm} [mm]	τ_b [MPa]	τ_b / f_{ctm}
	w_I [mm]	σ_{nm} [MPa]	w_{II} [mm]	w_{II} [mm]	σ_{nm} [MPa]			
DK 1	0,38	489	0,53	0,38	582	149	2,5	0,90
DK 2	0,42	436	0,46	0,43 ¹⁾	436	140	2,4	0,85
DK 3	0,44	316	0,67	0,28	382	134	1,8	0,65
DK 4	0,37 ¹⁾	449	0,43 ¹⁾	0,53	404	180	2,3	0,82
Mittelwert:						151	2,3	0,81

¹⁾ summierte Rissbreiten der nahbeieinanderliegenden Risse

4 Direkte Berechnung der Rissbreite

4.1 Anwendung der ermittelten Verbundkennwerte

Die Rissbreitenmessungen der in Abschnitt 3.3 dargestellten Dehnkörperversuche werden im Folgenden für eine Bewertung der ermittelten Verbundkennwerte hinsichtlich einer zuverlässigen Prognose der Rissbreiten genutzt. Dabei werden die Gleichungen (3) und (4) verwendet, wobei Effekte aus Tension Stiffening zunächst vernachlässigt werden (Völligkeitsbeiwert $\beta = 0$).

Die gemessenen Rissbreiten sind in Abhängigkeit der Bewehrungsspannung für diskrete Werte in Abbildung 4 dargestellt. Wird die konstante Verbundfestigkeit mit $\tau_{b,m} = 0,81 \cdot f_{ctm} = 2,27$ MPa bei der Prognose der Rissbreiten verwendet und Tension Stiffening vernachlässigt, ergeben sich im Vergleich zu den tatsächlichen Rissbreiten deutlich konservativere Werte, wie die blauen Verläufe in Abbildung 4 zeigen. Das gewählte Verfahren aus den Empfehlungen von Teil 4 der DAfStb-Richtlinie NMB zur

Bestimmung der Verbundfestigkeit führt damit in der betrachteten Versuchsserie zu einer auf der sicheren Seite liegenden Prognose der Rissbreiten unter Kurzzeit-Beanspruchung. Wird eine noch geringere Verbundfestigkeit, wie beispielsweise der aus den SPOc-Versuchen ermittelte Wert $\tau_{b,m} = 0,34 \cdot f_{ctm} = 0,95 \text{ MPa}$, zur Rissbreitenprognose verwendet, so ergibt sich eine noch konservativere Abschätzung.

Eine genauere Prognose der tatsächlichen Rissbreiten auf Mittelwertniveau ermöglicht die rissbreitenabhängige Bestimmung der Verbundfestigkeit in Kombination mit der Berücksichtigung des Tension Stiffening. Aus den SPOc-Versuchen wurde eine lineare Verbundspannungs-Schlupf Beziehung abgeleitet, die mit den sehr geringen Verbundfestigkeiten die tatsächliche Rissbreiten deutlich überschätzt. Wird jedoch die Anpassung der Verbundfestigkeit mit dem für eine Rissbreite von 0,4 mm bestimmten Faktor aus den Dehnkörperversuchen vorgenommen, so ändert sich Gleichung (7) zu

$$\tau_{b,m}(w) = 0,85 \cdot \left(\frac{0,81}{0,34} \right) \cdot w \cdot f_{ctm} = 2,0 \cdot w \cdot f_{ctm}. \quad (9)$$

Damit ergeben sich für eine Rissbreite von 0,4 mm identische Verbundfestigkeiten und somit rechnerische Rissbreiten wie bei der Annahme der konstanten Verbundfestigkeit. Der Verlauf der prognostizierten Rissbreiten ist jedoch annähernd parallel zu den wachsenden, gemessenen Rissbreiten unter steigender Bewehrungsspannung.

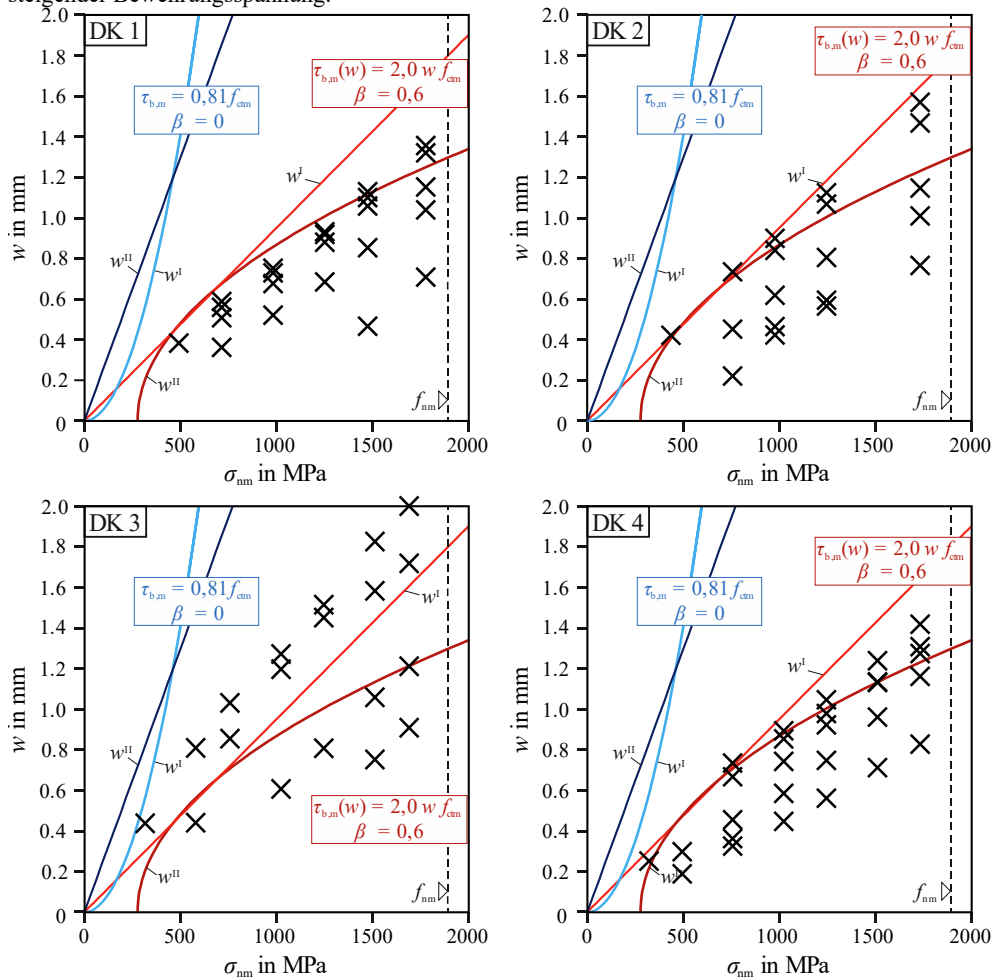


Abbildung 4: Gemessene Rissbreiten und die prognostizierten Rissbreitenverläufe für die Einzelrisse w^I und die Risse im Falle eines abgeschlossenen Rissbildes w^{II} .

Die Berücksichtigung von Tension Stiffening ermöglicht eine genauere und realistischere Prognose der Rissbreiten. Dafür ist eine Kenntnis des Betontraganteiles unter Zugbelastung notwendig, die nicht vorliegt. Wird auf die Abschätzung des Traganteils mit dem aus dem Stahlbetonbau bekannten Völligkeitsbeiwert von $\beta = 0,6$ zurückgegriffen, ergeben sich die in Rot dargestellten Linien in Abbildung 4. Die prognostizierten Rissbreiten bilden die tatsächlichen maximalen Rissbreiten sehr gut ab, lediglich bei DK 3 liegen die prognostizierten Rissbreiten im Bereich der Mittelwerte der gemessenen Rissbreiten. Da jedoch DK 3 die niedrigste Verbundfestigkeit der Dehnkörper aufweist (vgl. Tabelle 4), ist die Überschätzung der gemittelten Verbundfestigkeit naheliegend. Insbesondere die Abschätzung des Völligkeitsbeiwertes mit dem aus dem Stahlbetonbau bekannten Faktor von 0,6 [21] ist zutreffend.

5 Zusammenfassung

Zur Ermittlung der Verbundfestigkeit von Carbongittern für eine Prognose der Rissbreiten unter Gebrauchslast wurden SPOc- und Dehnkörperversuche an einem normalfesten Beton durchgeführt. Mit den Ergebnissen wurde die Verbundfestigkeiten für eine Rissbreite von 0,4 mm separat aus diesen beiden Versuchsserien abgeleitet. Bei der Bestimmung der Verbundfestigkeiten aus den Dehnkörperversuchen fand eine Anwendung des im Teil 4 der DAfStb-Richtlinie NMB [2] empfohlenen Verfahren statt. Zur Überprüfung der prognostizierten Rissbreiten unter Verwendung der in der DAfStb-Richtlinie NMB [2] gegebenen Nachweisgleichungen unter Verwendung der abgeleiteten Verbundfestigkeit fand ein Vergleich mit den gemessenen Rissbreiten aus den Dehnkörperversuchen statt. Die prognostizierten Werte lagen dabei weit auf der sicheren Seite, sodass für die verwendete Bewehrung in Kettrichtung das in der Richtlinie empfohlene Verfahren anwendbar ist. Die ermittelte Verbundfestigkeit gilt streng genommen nur für die vorab definierte Rissbreite, aufgrund der konservativen Herangehensweise erfolgt aber eine sichere Prognose auch für kleinere Rissbreiten.

Abschließend wurde für eine genauere und wirtschaftliche Prognose der Rissbreiten eine aus den SPOc-Versuchen abgeleitete Verbundspannungs-Schlupf Beziehung in den Nachweisgleichungen angewendet, die auf die aus den Dehnkörperversuchen bestimmte Verbundfestigkeit zurückgreift. Denn die Verwendung der in den SPOc bestimmten Verbundfestigkeiten ist aufgrund der deutlich geringeren rechnerischen Verbundfestigkeiten nicht repräsentativ für die tatsächlichen im Bauteil vorhandenen Festigkeiten.

Für die untersuchten Dehnkörperversuche ermöglicht dieses Vorgehen mit Abschätzung des Völligkeitsbeiwertes in Anlehnung an den Stahlbetonbau zu 0,6 eine sehr gute Prognose der Rissbreiten. Da es sich bei der Auswertung nur um statische Versuche unter kurzzeitiger Beanspruchung handelte, ist eine Abschätzung für wiederholende oder ständige Belastungen nicht möglich. Inwieweit der Einfluss aus Tension Stiffening und die sich daraus ergebenden Dehnungsverläufe der Carbongitterbewehrung und des Betons mit demselben Völligkeitsbeiwert wie im Stahlbetonbau beschrieben werden können, ist in Versuchen mit entsprechender Messtechnik genauer zu untersuchen.

Danksagung

Gefördert durch das Bundesministerium für Wirtschaft und Klimaschutz (BMWK) im Programm TTP-Leichtbau (Projektnummer 03LB5009A). Die Autoren danken dem BMWK für die Unterstützung des Forschungsvorhabens.

Literatur

- [1] *Euro-International Committee for Concrete; Fédération internationale de la précontrainte: CEB-FIP model code 1990 – Design code.* Euro-International Committee for Concrete; Fédération internationale de la précontrainte, Bulletin d'information / Comité Euro-International du Béton 213/214, Telford, London, 1993.
- [2] DAfStb-Richtlinie Betonbauteile mit nichtmetallischer Bewehrung (D230). Juli 2023.
- [3] DIN EN 1992-1-1/NA/A1: Nationaler Anhang – National festgelegte Parameter – Eurocode 2: Bemessung und Konstruktion von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken. Norm, Ausgabe Dezember 2015.
- [4] FprEN 1992-1-1:2023-04: Final Draft to the Preliminary Eurocode 2: Design of concrete structures - Part 1-1: General rules - Rules for buildings, bridges and civil engineering structures (FprEN 1992-1-1). Draft, Ausgabe April 2023.

- [5] König, G.; Tue, N.V. (Hrsg.): Grundlagen und Bemessungshilfen für die Rißbreitenbeschränkung im Stahlbeton und Spannbeton sowie Kommentare, Hintergrundinformationen und Anwendungsbeispiele zu den Regelungen nach DIN 1045, EC2 und Model Code 90 – DAFStb-Heft 466. Beuth Verlag GmbH, Berlin, 1996.
- [6] Empelmann, M.; Busse, D.: Vergleich von normativen Modellen zur Berechnung der Rissbreite. In: Beton-Stahlbetonbau 113 (2018), Heft 4, S. 298-306.
- [7] Pérez Caldentey, A.; García, R.; Gribniak, V. et al.: Tension versus flexure: Reasons to modify the formulation of MC 2010 for cracking. In: Structural Concrete 21 (2020), Heft 5, S. 2101-2123. <https://doi.org/10.1002/suco.202000279>.
- [8] Jin, C.; Schmidt, C.; Chudoba, R. et al.: Experimentelle Untersuchungen zur Rissbildung in Stahlbetonbauteilen infolge Zwangbeanspruchung. In: Beton- und Stahlbetonbau 115 (2020), Heft 11, S. 906-916. <https://doi.org/10.1002/best.202000014>.
- [9] Schlicke, D.; Dorfmann, E.M.; Fehling, E. et al.: Calculation of maximum crack width for practical design of reinforced concrete. In: Civil Engineering Design 3 (2021), Heft 3, S. 45-61. <https://doi.org/10.1002/cend.202100004>.
- [10] Schmidt, C.; Bollin, M.; Cramer, J. et al.: Untersuchungen zur Rissbildung in durchgehend bewehrten Betonfahrbahnen. In: Bauingenieur 96 (2021), Heft 10, S. 358-375. <https://doi.org/10.37544/0005-6650-2021-10-56>.
- [11] Schmidt, C.; Chudoba, R.; Jin, C. et al.: Experimental investigations on early crack development in fully restrained reinforced concrete members with active zero-displacement control. In: Materials and Structures 56 (2023), Heft 6. <https://doi.org/10.1617/s11527-023-02200-1>.
- [12] Schießl, P.: Grundlagen der Neuregelung zur Beschränkung der Rißbreite – DAFStb-Heft 400. Beuth Verlag GmbH, Berlin, 1989.
- [13] Deutscher Beton- und Bautechnik-Verein E.V.: Merkblatt Begrenzung der Rissbildung im Stahlbeton- und Spannbetonbau, Berlin Ausgabe 2016.
- [14] Fingerloos, F.; Hegger, J.: Erläuterungen zur Änderung des deutschen Nationalen Anhangs zu Eurocode 2 (DIN EN 1992-1-1/NA/A1 2015-12). In: Beton- und Stahlbetonbau 111 (2016), Heft 1, S. 2-8. <https://doi.org/10.1002/best.201500064>.
- [15] Bielak, J.; Spelter, A.; Will, N. et al.: Verankerungsverhalten textiler Bewehrungen in dünnen Betonbauteilen. In: Beton- und Stahlbetonbau 113 (2018), Heft 7, S. 515-524. <https://doi.org/10.1002/best.201800013>.
- [16] Bielak, J.; Li, Y.; Hegger, J. et al.: Characterization procedure for bond, anchorage and strain-hardening behavior of textile-reinforced cementitious composites. In: : Proceedings of The Eighteenth International Conference of Experimental Mechanics. MDPI, Brussels, 2018.
- [17] Schumann, A.: Experimentelle Untersuchungen des Verbundverhaltens von Carbonstäben in Betonmatrices. Dresden, TU Dresden, Dissertation, 2020.
- [18] Widom, B.: Random Sequential Addition of Hard Spheres to a Volume. In: The Journal of Chemical Physics 44 (1966), Heft 10, S. 3888-3894. <https://doi.org/10.1063/1.1726548>.
- [19] Chudoba, R.; Li, Y.; Rypl, R. et al.: Probabilistic multiple cracking model of brittle-matrix composite based on a one-by-one crack tracing algorithm. In: Applied Mathematical Modelling 92 (2021), S. 315-332. <https://doi.org/10.1016/j.apm.2020.10.041>.
- [20] EN 1992-1-1:2004: Design of concrete structures - General rules and rules for buildings. Norm, Ausgabe Januar 2011.
- [21] Fingerloos, F.; Hegger, J.; Zilch, K.: EUROCODE 2 für Deutschland – DIN EN 1992-1-1 Bemessung und Konstruktion von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken Teil 1-1: Allgemeine Bemessungsregeln und Regeln für den Hochbau mit Nationalem Anhang. Kommentierte und konsolidierte Fassung. Beuth Verlag GmbH; Wilhelm Ernst & Sohn, Berlin, 2016.