

# Membrantragwirkung bei einachsiger Querkraftbeanspruchung ohne Querkraftbewehrung

Annkathrin Sinning, Josef Hegger

Institut für Massivbau,  
RWTH Aachen University,  
Mies-van-der-Rohe-Straße 1, 52074 Aachen, Germany

asinning@imb.rwth-aachen.de

## Kurzfassung

Das Querkrafttragverhalten von Stahlbetonbauteilen ohne Querkraftbewehrung wurde in der Vergangenheit überwiegend an einfeldrigen, gelenkig gelagerten Balken mit Einzellasten geprüft. In der Praxis beschränken sich tragende Bauteile, die ohne Querkraftbewehrung ausgeführt werden dürfen, hauptsächlich auf Platten- und Scheibentragwerke. In der Regel bestehen Deckenplatten aus durchlaufenden Platten, die vorwiegend mit Streckenlasten beansprucht werden. Aus diesen im Vergleich zum Einfeldträger mit Einzellasten veränderten Lagerungs- und Belastungssituationen resultierende Traglastreserven werden mit aktuellen normativen Ansätzen unzureichend abgebildet. So konnte in Versuchen an durchlaufenden Plattenstreifen unter Gleichstreckenbelastung eine um bis zu 25 % höhere Tragfähigkeit erreicht werden als nach dem aktuellen Eurocode 2 (EC2) prognostiziert.

Im Gegensatz zu ideal gelenkig gelagerten Einfeldträgern, deren Enden sich frei ausdehnen und verdrehen können, werden diese Verformungen bei durchlaufenden Systemen durch angrenzende Felder behindert. Diese Verformungsbehinderung ermöglicht die Ausbildung eines Druckbogens, der sich, ähnlich einer Vorspannung, günstig auf die Biege- und Querkrafttragfähigkeit des Bauteils auswirkt. Während bereits einige Untersuchungen zur Traglaststeigerung bei maßgebender Biegebeanspruchung existieren, ist der Einfluss dieser Druckmembrantragwirkung (engl. *Compressive Membrane Action*, CMA) auf die Querkrafttragfähigkeit noch unzureichend erforscht. In einem aktuellen Forschungsvorhaben am Institut für Massivbau (IMB) der RWTH Aachen werden daher numerische und experimentelle Untersuchungen zum Einfluss einer Druckmembrantragwirkung auf das Querkrafttragverhalten von einachsig gespannten Stahlbetonplattenstreifen durchgeführt. Aus der Druckmembrantragwirkung resultieren eine Normalkraft und ein Moment, die verformungsabhängig sind und daher im Belastungsverlauf variieren. Die Größe der Kräfte hängt zusätzlich stark von den Randbedingungen ab, z. B. von der Anzahl angrenzender Plattenfelder und deren (horizontaler) Dehnsteifigkeit. Aus diesem Grund werden in dem Forschungsvorhaben unterschiedliche Konfigurationen geprüft und bestehende analytische Modelle für die Biegetragfähigkeit unter Berücksichtigung von CMA für den maßgebenden Fall der Querkraftbeanspruchung weiterentwickelt. In diesem Beitrag wird die Grundvorstellung der Wirkungsweise einer Druckmembrantragwirkung anhand analytischer Modelle aus der Literatur erläutert und es werden daraus Hypothesen für den Einfluss bei maßgebender Querkraftbeanspruchung formuliert. Schließlich wird der entwickelte Versuchsstand und die Konzeptionierung der Versuche an Stahlbetonplattenstreifen unter Querkraftbeanspruchung und aktiver Steuerung der Kräfte aus einer Druckmembrantragwirkung vorgestellt.

Keywords: Querkraft, Druckmembrantragwirkung, Stahlbetonplatten, Tragreserven, analytisches Modell

## Abstract

Shear behaviour of reinforced concrete structures has so far been studied mainly on simply supported single-span beams with concentrated loads. In practice, however, members built without shear reinforcement are in first place slabs. These usually continuously supported slab systems are predominantly loaded with uniformly distributed loads. Load reserves resulting from different support and loading conditions compared to the simply supported beam with concentrated loads are not sufficiently captured by current shear design codes. Therefore, in experimental investigations on members with intermediate support and distributed loading, shear capacity enhancements of up to 25 % could be achieved with respect to the calculated shear capacity according to current Eurocode 2 (EC2).

While the free edges of simply supported single-span beams can expand and rotate freely, these deformations are restrained by adjacent fields in case of continuous systems. The deformation restraint enables the formation of a compression arch that influences both the flexural and shear capacity positively, as it is the case for a prestressing force. The influence of *Compressive Membrane Action* (CMA) on shear capacity has not yet been studied in detail, whereas some studies on the flexural capacity enhancement already exist. In an ongoing research project at the Institute of Structural Concrete (IMB) of RWTH Aachen University, numerical and experimental investigations on the influence of CMA on shear behaviour of one-way RC slab strips are carried out. As the resulting forces due to CMA (bending moment and normal force) depend on the deflections, they vary during the loading history. Additionally, the absolute values of the reactions due to CMA depend highly on the boundary conditions, e. g. the number of adjacent slabs and their (horizontal) stiffness. Therefore, different configurations will be investigated and existing analytical models for flexural capacity considering CMA will be developed further for the case of predominant shear loading. Part of the ongoing investigations will be presented in this contribution.

Keywords: Shear, Compressive Membrane Action, RC Slabs, Load reserves, analytical model

## 1 Einleitung

Seit der Veröffentlichung der Lösung des *Riddle of Shear* von KANI [1] im Jahr 1964 und dem ersten mechanischen Erklärungsansatz über das Zahnmodell ist die Untersuchung des Querkrafttragverhaltens und der Versuch zur Findung einer mechanisch konsistenten Lösung auch heute noch eine der größten Fragestellungen im Massivbau. Aktuelle Bemessungsansätze beruhen zumeist auf der statistischen Auswertung von Datenbanken, die jedoch überwiegend Versuche an gelenkig gelagerten Einfeldträgern enthalten. Semi-empirische Bemessungsansätze wie der aktuelle Eurocode 2 (EC2) vernachlässigen zudem den Einfluss der Schubschlankheit  $\lambda$ , die nachweislich einen Einfluss auf das Querkrafttragverhalten hat [2–5]. Weitere günstige Einflüsse, die aus der Belastungsart oder dem statischen System resultieren, werden ebenfalls nicht umfassend berücksichtigt. Neuere Ansätze, wie die grundlegend auf dem Zahnmodell von KANI basierende *Shear Crack Propagation Theory* (SCPT) von CLASSEN [6], verfolgen daher das Ziel, ein mechanisch konsistentes Bemessungsmodell herzuleiten, um das Querkrafttragverhalten unabhängig vom statischen System und der Belastungsart zutreffend zu beschreiben. Für Einfeldträger mit Einzellasten wird das Tragverhalten bereits zutreffend abgebildet [7, 8]. Aktuell wird eine Erweiterung auf Bauteile mit Querkraftbewehrung und andere Belastungsarten und statische Systeme am Institut für Massivbau (IMB) der RWTH Aachen erarbeitet. Auch im Neuentwurf des EC2 [9] ist ein mechanisch basierter Ansatz für den Nachweis der Querkrafttragfähigkeit von Bauteilen ohne Querkraftbewehrung vorgesehen, der auf einer vereinfachten Form eines mechanisch abgeleiteten Ansatzes von MUTTONI ET AL. [10, 11] beruht, der *Critical Shear Crack Theory* (CSCT).

Das Querkrafttragverhalten wurde am IMB der RWTH Aachen bereits in verschiedenen Forschungsprojekten sowohl unter statischer [12–16] als auch zyklischer Belastung [17, 18] mit Fokus auf unterschiedliche Einflussparameter untersucht. Durch den Einsatz modernster Messtechnik, wie Fasersensorik und digitaler Bildkorrelation (*Digital Image Correlation*, DIC), werden seit einigen Jahren die verschiedenen Querkrafttraganteile (ungerissene Betondruckzone, Bruchprozesszone, Rissreibung und Dübelwirkung) und Effekte (z. B. *Compression Softening*) in den Mittelpunkt der Forschung gesetzt, um ein vertieftes Verständnis für das Tragverhalten bei maßgebender Querkraftbeanspruchung zu erhalten [19–22]. Mit den gewonnenen Erkenntnissen ist es möglich, mechanisch konsistente Bemessungsmodelle zu entwickeln, die in Bezug auf die Praxis eine ressourcenschonendere Betonbauweise ermöglichen und bei Bestandsbauwerken bestehende Tragreserven auszunutzen.

Ein maßgeblicher Einflussparameter auf das Querkrafttragverhalten ist die Schubschlankheit. Die Schubschlankheit beschreibt im Allgemeinen das Verhältnis zwischen dem einwirkenden Moment  $M$  und dem Produkt aus der Querkraft  $V$  und der statischen Nutzhöhe  $d$ . Für Einfeldträger mit Einzellasten vereinfacht sich der Ausdruck zu dem Verhältnis aus Schubfeldlänge  $a$  zu statischer Nutzhöhe (Gl. (1)). Bei durchlaufenden Systemen mit Einzel- oder Gleichlast kann die Schubschlankheit vereinfachend über eine äquivalente Schubfeldlänge  $a_{\text{equ}}$  bestimmt werden (Gl. (2)) [14, 2]. Der Einfluss der Schubschlankheit auf die Tragfähigkeit wurde von KANI [1] über das Schubtal verdeutlicht. Ein Querkraftversagen tritt demnach immer dann auf, wenn die Biegetragfähigkeit nicht voll ausgenutzt werden kann.

$$\lambda = M / (V \cdot d) = a / d \quad (1)$$

$$\lambda = \max \{a_1; a_2\} / d = a_{\text{equ}} / d \quad (2)$$

$$\text{mit: } a_1 = M_{\text{max,Feld}} / V_{M=0}$$

$$a_2 \text{ nach Bild 1}$$

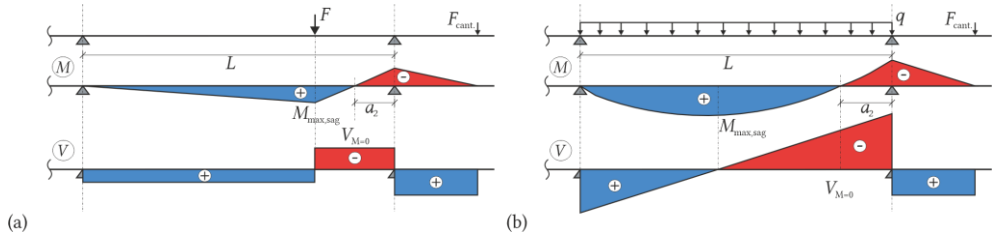


Bild 1 Schnittgrößenverläufe bei durchlaufenden Systemen mit einseitiger Kragarmbelastung infolge (a) Einzellast und (b) Gleichlast mit Definition der Größen zur Bestimmung der Schubslankheit (Abbildung: Annkathrin Sinning).

Da sich bei durchlaufenden Systemen im Vergleich zu Einfeldträgern bei gleicher Belastungsart geringere Schubslankheiten ergeben, konnte in experimentellen Untersuchungen für diese Versuchskörper i. d. R. eine höhere Tragfähigkeit erzielt werden (z. B. [23, 2, 5, 24]). Ein weiterer positiver Effekt ist der Einfluss einer Verformungsbehinderung durch angrenzende Bauteile. Bei gelenkig gelagerten Einfeldträgern kann sich das Bauteil horizontal ausdehnen und in der Auflagerachse rotieren. Im Unterschied dazu wird diese Ausdehnung und Rotation bei durchlaufenden Systemen durch angrenzende Plattenfelder oder andere Bauteile behindert. Diese Verformungsbehinderung ermöglicht bei zunehmender Verformung und Rissbildung die Ausbildung eines Druckbogens im Bauteil. Das Prinzip dieser Druckmembrantragwirkung (engl. *Compressive Membrane Action*, CMA) ist in Bild 2 dargestellt.

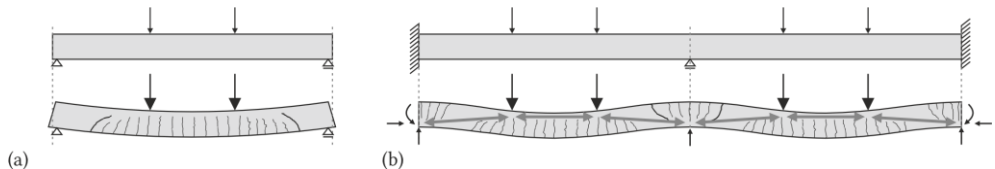


Bild 2 Gegenüberstellung des (a) gelenkig gelagerten Einfeldträgers mit (b) einem durchlaufenden Deckensystem mit Möglichkeit der Druckbogausbildung durch die Verformungsbehinderung (Abbildung: Annkathrin Sinning).

Infolge des sich abstützenden Druckbogens resultiert in der Auflagerachse eine Druckspannungsverteilung, dessen Resultierende eine Normalkraft  $N_{\text{CMA}}$  im Bauteil hervorruft. Zusätzlich entsteht ein negatives Moment durch die außermittig angreifende Normalkraft  $N_{\text{CMA}}$ , im Folgenden mit  $M_{\text{CMA}}$  bezeichnet. Sowohl eine Drucknormalkraft als auch ein zusätzliches Stützmoment wirken sich günstig auf die Querkrafttragfähigkeit aus. Die Größe von  $N_{\text{CMA}}$  und  $M_{\text{CMA}}$  hängt von der Durchbiegung des Bauteils und der Rissbildung ab. Bereits in den 1950er Jahren beschäftigten sich Forscher mit der Untersuchung von Tragreserven durch die Ausbildung eines Druckbogens bei einer Verformungsbehinderung an den Auflagern [25, 26]. Für die Untersuchung der Steigerung der Biegetragfähigkeit durch CMA wurden analytische Lösungen entwickelt, die auf einer vereinfachten geometrischen Darstellung des verformten Systems beruhen [27, 26, 25, 28, 29]. In Bild 3 sind stellvertretend die Modellvorstellungen von RANKIN UND LONG [29] (Bild 3a) und PARK UND GAMBLE [28] (Bild 3b) dargestellt, die im Grundgedanken auf den Ansätzen von McDOWELL ET AL. [26] beruhen und die Steigerung der Biegetragfähigkeit infolge CMA betrachten.

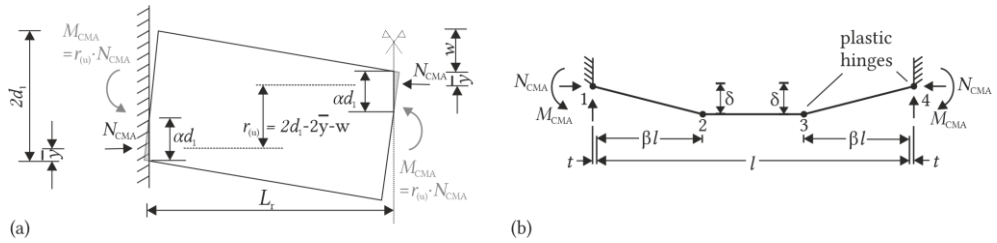


Bild 3 Modellvorstellungen nach (a) RANKIN/LONG [29] und (b) PARK/GAMBLE [28] zur Ermittlung der Kräfte  $N_{CMA}$  und  $M_{CMA}$  aus Druckmembrantragwirkung (Abbildungen reproduziert von [29] und [28]).

Die in Bild 3 dargestellten Modellvorstellungen gehen von einem symmetrischen System aus, bei dem sich starre Bauteilsegmente gegeneinander verdrehen. An den Kontaktstellen entstehen Druckspannungen, deren Resultierende in Form eines Druckbogens von der Lasteinleitung zum Auflager verläuft. Während RANKIN UND LONG von zwei symmetrischen Segmenten ausgehen, unterteilen PARK UND GAMBLE drei Segmente, die sich durch die Ausbildung vier plastischer Gelenke 1-4 ergeben. Über geometrische Betrachtungen in Abhängigkeit der vertikalen Verformung  $w$  bzw.  $\delta$  lassen sich mit einigen Annahmen die Kontakthöhe  $\alpha d_1$  sowie die Dehnungszunahme in der Biegezugbewehrung  $\Delta \epsilon_s$  ermitteln. Im Folgenden wird die analytische Form des Modells nach RANKIN/LONG zur Bestimmung der Biegetragfähigkeit bei CMA genauer vorgestellt.

## 2 Analytisches Modell zur Druckmembrantragwirkung von RANKIN UND LONG

Der Einfluss einer Druckmembrantragwirkung wurde bislang überwiegend in Bezug auf das Biegetragverhalten von Stahlbetonbauteilen untersucht. RANKIN UND LONG [29] beschreiben die Gesamtragfähigkeit eines Bauteils mit horizontaler Dehnungsbehinderung bei maßgebender Biegebeanspruchung als die Summe zweier Traganteile  $P_{flex}$  und  $P_{CMA}$  (Bild 4a). Dabei beschreibt  $P_{flex}$  die reine Biegetragfähigkeit des Querschnitts und  $P_{CMA}$  die zusätzlich vom Bauteil getragene Last durch die Möglichkeit der Ausbildung eines Druckbogens. In Bild 4b ist zur Verdeutlichung des Einflusses der relativen Steifigkeit  $\gamma$  für drei verschiedene Plattenstreifen mit unterschiedlichen Längsbewehrungsgraden  $\rho$  dargestellt, wie groß die zusätzliche Traglaststeigerung für Biegung infolge CMA ist. Die relative Steifigkeit  $\gamma$  ist hier definiert als das Verhältnis zu der (horizontalen) Steifigkeit der Verformungsbehinderung  $K_a$  zur Dehnsteifigkeit des betrachteten Plattenstreifens  $EA/L$ . Die theoretischen Plattenstreifen hatten Abmessungen  $b/h = 0,30/0,28$  m und eine statische Nutzhöhe  $d = 0,24$  m. Der Längsbewehrungsgrad  $\rho$  wurde zwischen 0 %, 0,5 % und 1,0 % variiert. Die mittlere Betondruckfestigkeit wurde zu  $f_{cm} = 38$  N/mm<sup>2</sup> und die Streckgrenze des Stahls der Längsbewehrung zu  $f_y = 500$  N/mm<sup>2</sup> angenommen. Bei steigender relativer Dehnsteifigkeit  $\gamma = K_a / (EA/L)$  der Dehnungsbehinderung nimmt die Höhe der Traglaststeigerung für Biegung infolge CMA gemäß dem analytischen Modell nach [29] für alle drei dargestellten Längsbewehrungsgrade zu.

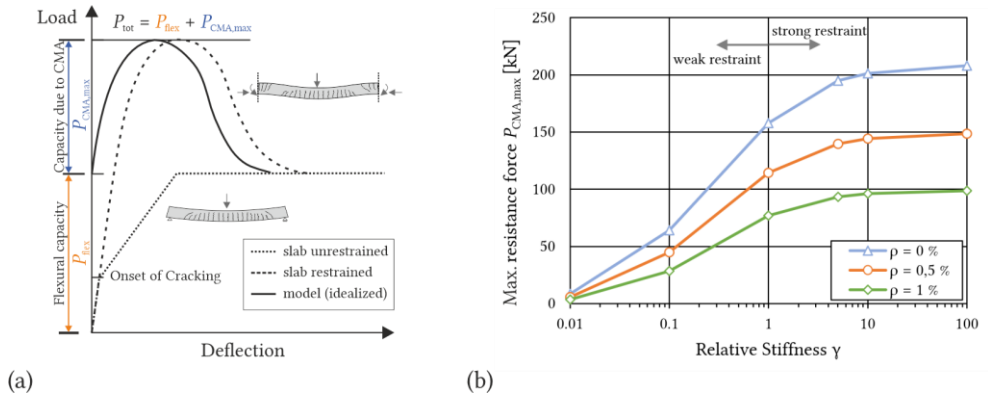


Bild 4 Modell von RANKIN UND LONG [29]: (a) Qualitative Last-Verformungs-Kurve für ein gelenkig gelagertes und ein verformungsbehindertes Bauteil im Vergleich zur Modellvorstellung (Abbildung adaptiert von [29]), (b) Parameterstudie zum Einfluss der relativen Steifigkeit  $\gamma$  der Verformungsbehinderung im Verhältnis zur Längssteifigkeit des betrachteten Plattenstreifens auf den maximalen Traganteil aus CMA für einen theoretischen Plattenstreifen mit mittiger Einzellast und einer Schubslankheit  $\lambda = 3,0$  für drei verschiedene Längsbewehrungsgrade  $\rho$  (Abbildung: Annkathrin Sinning).

Die resultierende Traglaststeigerung  $P_{\text{CMA}}$  wird nach dem Modell von RANKIN UND LONG über die geometrischen Beziehungen am verformten System (Bild 3a) ermittelt. Die dimensionslosen Beiwerte  $R$  und  $u$  werden mit Gl. (3) bzw. (4) bestimmt [26]. Dabei ist  $\epsilon_c$  die plastische Grenzdehnung des Betons,  $L_r$  die halbe Spannweite des Systems,  $d_1$  die halbe Querschnittshöhe und  $w$  die Durchbiegung in Feldmitte (vgl. Bild 3a).  $R$  beschreibt einen geometrischen Parameter zur Berücksichtigung des Einflusses einer elastischen Verformung des Systems und  $u$  einen Durchbiegungsparameter, der relativ zur Querschnittshöhe des Bauteils ( $2d_1$ ) angegeben wird. Die in Bild 3a dargestellte Kontakthöhe wird über den Parameter  $\alpha$  berechnet (Gl. (5)). Die maximale Traglaststeigerung infolge CMA ist bei höheren Längsbewehrungsgraden geringer (Bild 4b). Dies erscheint zunächst paradox, jedoch ist zu beachten, dass in Bild 4b lediglich die zusätzliche Traglast aus Druckmembrantragwirkung dargestellt ist. Die Gesamttraglast setzt sich aus der Summe der reinen Biegetragfähigkeit  $P_{\text{flex}}$  und der (abgebildeten) zusätzlichen Traglast  $P_{\text{CMA}}$  zusammen. Während die reine Biegetragfähigkeit bei einer Erhöhung des Längsbewehrungsgrades  $\rho$  steigt, wird die zusätzliche Traglast aus CMA dadurch verringert, dass in Teil der Druckzonenhöhe zum Ausgleichen der Stahlzugkraft in der Biegezugbewehrung benötigt wird. Zur Aufnahme der Druckkraft des Druckbogens aus CMA steht demnach nicht die volle Druckzonenhöhe zur Verfügung, sodass mit steigendem Längsbewehrungsgrad eine geringere zusätzliche Biegetraglast aus CMA resultiert.

$$R = (\epsilon_c L_r^2) / (4d_1^2) \quad (3)$$

$$u = w / (2d_1) \quad (4)$$

$$\alpha \approx 1 - (u / 2) \quad (5)$$

In Abhängigkeit von  $R$  und  $u$  werden in [29] unterschiedliche Annahmen für die Druckspannungsverteilung getroffen. Es wird ein elastisch-plastisches Materialverhalten angenommen. Für die genaue Nennung und Herleitung der Bestimmungsgleichungen für  $N_{\text{CMA}}$  und  $M_{\text{CMA}}$  wird auf [29] verwiesen.

Der Einfluss von CMA auf das Tragverhalten hängt maßgeblich von der Steifigkeit der Verformungsbehinderung ab. Je höher die relative Steifigkeit  $\gamma$  bzw. je steifer die Verformungsbehinderung im Vergleich zu der Dehnsteifigkeit des betrachteten Plattenstreifens ist, desto größer ist die Auswirkung von CMA (Bild 4b). Bei einer elastischen Dehnungsbehinderung kann der Druckbogen nach [29] vereinfachend als Dreigelenkbogen dargestellt werden, dessen Lager in horizontaler Richtung mit Federn mit der Steifigkeit  $K_a$  gehalten werden (Bild 5a). Da eine horizontale Verschiebung im Grundmodell nicht berücksichtigt werden kann, wird der elastisch gelagerte Dreigelenkbogen mit der Schenkellänge  $L_e$  über einen äquivalenten, voll eingespannten Dreigelenkrahmen mit der Schenkellänge  $L_r$  abgebildet

(Bild 5b). Dabei wird in dem Modell vereinfachend die Schenkellänge gleich der projizierten Schenkellänge (= halbe Spannweite des Systems, vgl. Bild 4a) gesetzt.

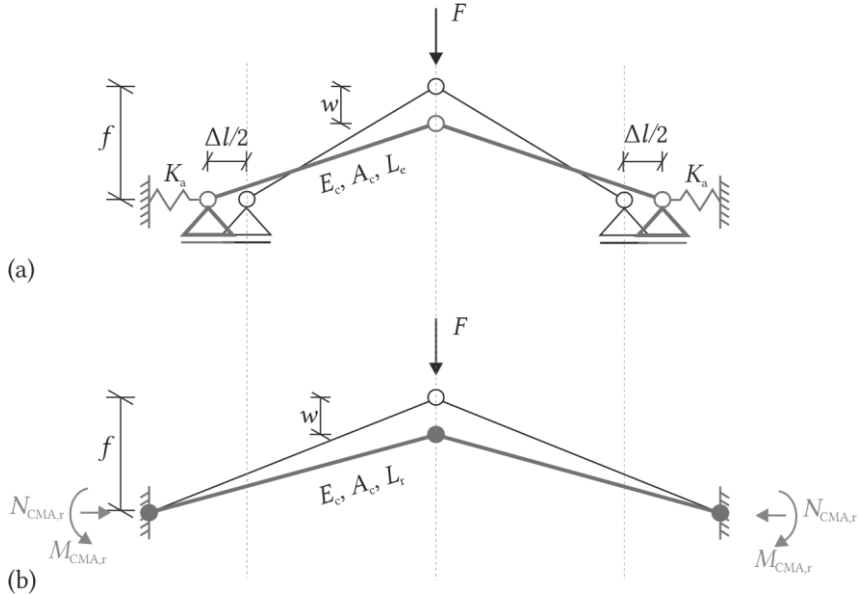


Bild 5 (a) Dreigelenkbogen mit Schenkellänge  $L_e$  zur Abbildung einer elastischen Verformungsbehinderung ( $K_a \neq \infty$ ); (b) äquivalenter Dreigelenkbogen mit perfekter Einspannung ( $K_a \rightarrow \infty$ ) und Schenkellänge  $L_r$  (adaptiert von [29]).

Die Schenkellänge  $L_r$  kann mit Gl. (8) ermittelt werden und basiert auf der Annahme, dass für beide Systeme dieselbe Verformung  $w$  unter der Belastung  $F$  auftritt (vgl. Bild 5). Aus dem für den starr eingespannten Fall ermittelten Widerstandsmoment infolge Druckmembrantragwirkung,  $M_{CMA,r}$ , lässt sich das Widerstandsmoment für den elastisch gelagerten Fall,  $M_{CMA,e}$ , über das Verhältnis der Schenkellängen des gedachten Dreigelenkbogens bestimmen (Gl. (9)).

$$L_r = L_e \cdot [(E_c A_c) / (K_a \cdot L_e) + 1]^{1/3} \quad (8)$$

$$M_{CMA,e} = M_{CMA,r} \cdot L_e / L_r \quad (9)$$

Die Modellvorstellung von RANKIN UND LONG lässt sich aufgrund einiger getroffener Annahmen nicht direkt auf ein Bauteil bei maßgebender Querkraftbeanspruchung und gleichzeitiger Druckmembrantragwirkung übertragen. Aus Bild 4a wird ersichtlich, dass im Modell nach [29] bereits zu Beginn der Belastung die volle Biegetragfähigkeit erreicht ist. Dies ist darauf zurückzuführen, dass Fließen der Biegezugbewehrung ( $\varepsilon_s = \varepsilon_y = \text{konst.}$ ) über die gesamte Belastungsdauer angenommen wird. Um die Steigerung der Biegetragfähigkeit infolge CMA abzuschätzen, ist die Annahme vertretbar. Bei einem maßgebenden Querkraftversagen hingegen fließt die Biegezugbewehrung i. d. R. nicht ( $\varepsilon_s < \varepsilon_y$ ). Insbesondere der Bereich kleiner Durchbiegungen ist für die Untersuchung des Querkrafttragverhaltens bei gleichzeitiger Druckmembrantragwirkung interessant. RUDDLE, RANKIN UND LONG [30] erarbeiteten einen Ansatz zur Bestimmung der Querkrafttragfähigkeit bei gleichzeitiger Druckmembrantragwirkung, der auf der Annahme beruht, dass der Hauptanteil der einwirkenden Querkraft über die Betondruckzone abgetragen wird. Da die Druckzonenhöhe positiv durch eine Druckmembrantragwirkung beeinflusst wird, wird ein äquivalenter Längsbewehrungsgrad bestimmt. Mit diesem fiktiven Längsbewehrungsgrad wird der Querkraftwiderstand des Bauteils berechnet.

Insgesamt lassen sich aus den analytischen Untersuchungen zum Einfluss einer Druckmembrantragwirkung auf die Biegetragfähigkeit folgende Hypothesen für die Auswirkung auf das Querkrafttragverhalten aufstellen:

- Die resultierende Druckspannung wirkt sich, ähnlich einer Vorspannung, positiv auf den Querkraftwiderstand aus. Zum einen kann über eine größere Druckzone ein größerer Anteil

der Belastung über die ungerissene Betondruckzone übertragen werden. Zudem sind geringere Rissöffnungen zu erwarten, sodass eine Rissverzahnung über einen längeren Belastungszeitraum möglich ist. Es wird erwartet, dass der Traganteil der Rissreibung steigt bzw. länger aufrechterhalten werden kann.

- Die Schubschlankheit wird durch die Verlagerung des Momentennulldurchgangs in Richtung Feldmitte verringert. Dies wirkt sich erwartungsgemäß positiv auf die Querkrafttragfähigkeit aus.
- Den Annahmen der *Critical Shear Crack Theory* (CSCT) [10] folgend ist die kritische Schubrissweite proportional zu dem Produkt aus Längsdehnung im Bemessungsschnitt  $\varepsilon$  und statischer Nutzhöhe  $d$ . Die Längsdehnungen in der Biegezugbewehrung sind bei verformungsbehinderten Bauteilen geringer als bei gelenkig gelagerten Einfeldträgern [31]. Daraus resultiert nach der CSCT eine höhere Querkrafttragfähigkeit als bei einem nicht verformungsbehindert gelagerten Bauteil.

### 3 Konzeptionierung experimenteller Untersuchungen zur Ermittlung der Querkrafttragfähigkeit bei gleichzeitiger Druckmembrantragwirkung

In einem laufenden, durch die AiF geförderten Forschungsvorhaben (IGF 21756 N/1), wird der Einfluss einer Druckmembrantragwirkung auf die Querkrafttragfähigkeit anhand numerischer und experimenteller Untersuchungen erforscht. Die in Abschnitt 2 vorgestellten analytischen Modelle wurden überwiegend an Versuchskörpern validiert, die annahmegemäß starr eingespannt waren (z. B. [30]). In der Realität ist jedoch eine dehnweiche Verformungsbehinderung realistischer. In vielen der Literatur dokumentierten experimentellen Untersuchungen wurden die entstehenden Reaktionskräfte durch die Verformungsbehinderung nicht gemessen. Daher ist lediglich ein Vergleich der erreichten Traglasten des beweglich gelagerten und eingespannten Versuchskörpers möglich. Um die realen Bedingungen in einem durchlaufenden Deckensystem in den experimentellen Untersuchungen abzubilden, werden die experimentellen Untersuchungen in dem aktuellen Forschungsvorhaben an Stahlbetonplattenstreifen daher mit aktiver Kraftsteuerung zur Abbildung des Einflusses einer Druckmembrantragwirkung durchgeführt. Dazu werden die aufzubringende Normalkraft  $N_{CMA}$  und das im Feld konstante Moment  $M_{CMA}$  in Abhängigkeit der aufgebrachten Feldbelastung  $F$  aus numerischen, geometrisch nichtlinearen Simulationen mit der Software ATENA [32] ermittelt. Die Netzgeometrie und das Materialmodell wurden zuvor anhand experimenteller Referenzversuche aus bereits durchgeführten Versuchsreihen des Vorgängerprojekts [2] und dem aktuellen Forschungsvorhaben festgelegt. Ausgehend von einem sechsfeldrigen, einachsig gespannten Deckensystem mit einseitigem Anschluss an einen aussteifenden Kern (Bild 6) werden zwei Felder untersucht, deren horizontale Dehnungsbehinderung durch eine unterschiedliche Anzahl angrenzender Felder variiert.

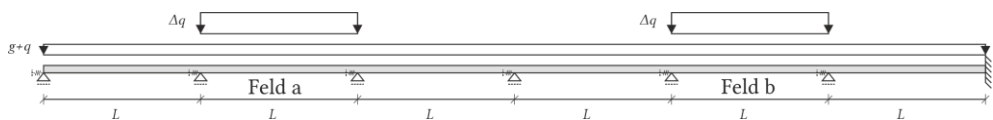


Bild 6 Statisches System und Belastung des numerisch abgebildeten Deckensystems (.

Feld a befindet sich neben dem (freien) Randfeld und Feld b grenzt an das letzte Feld vor dem aussteifenden Kern an. Die Drehfedersteifigkeit der Stützen wird dabei vernachlässigt. Die beiden Felder a und b werden nach der Belastung des gesamten Deckensystems mit dem Eigengewicht  $g$  und einer Verkehrslast  $q$  kontinuierlich mit einer zusätzlichen Gleichlast  $\Delta q$  belastet, bis ein Versagen eintritt. Die Geometrie und Bewehrung der Deckenfelder orientieren sich an den Abmessungen der Versuchskörper aus den experimentellen Untersuchungen, an denen auch das Materialmodell und die Netzweite validiert wurden. Der Einfluss einer vertikalen Verschieblichkeit durch z. B. Durchbiegungen eines Unterzugs wird ebenfalls untersucht, indem eine Federlagerung modelliert wird. Aus der Spannungsverteilung  $\sigma_x$  in der Auflagerachse ergibt sich für den gedrückten Bereich die resultierende Normalkraft  $N_{CMA}$  und aus der Lage der Resultierenden zur Bauteilschwereachse das Moment  $M_{CMA}$ . Diese numerisch ermittelten Größen werden später im Versuch als äußere Belastung angesetzt, um die Einflüsse einer Druckmembrantragwirkung zu simulieren. Das Vorgehen zur Ermittlung der Kräfte aus CMA für den Längsschnitt im Stützbereich ist schematisch in Bild 7 dargestellt. Die Gleichstreckenbelastung

wird im FE-Modell in Form von acht äquidistanten Lastplatten aufgebracht, wie es auch in den experimentellen Untersuchungen der Fall ist.

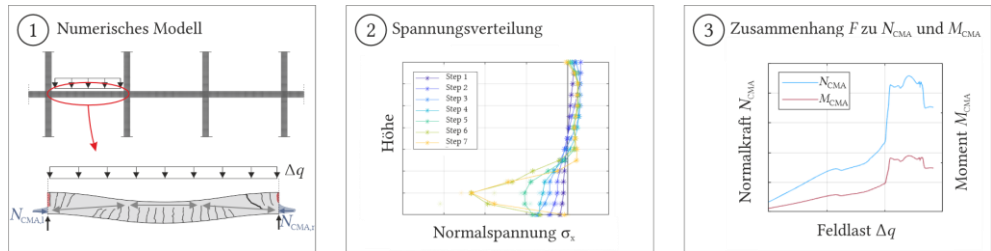


Bild 7 Prinzip zur Ermittlung des Zusammenhangs zwischen aufgebrachtter Streckenlast  $\Delta q$  und den resultierenden Kräften  $N_{CMA}$  und  $M_{CMA}$  aus Druckmembrantragwirkung (Abbildungen: Annkathrin Sinning).

Die Versuchskörper werden anschließend mit den Kräften aus der numerischen Simulation geprüft. Die untersuchten Plattenstreifen ohne Querkraftbewehrung haben einen Querschnitt  $b/h = 0,3 / 0,28$  m, eine Spannweite von  $L = 3,75$  m und einen Längsbewehrungsgrad von  $\rho_l \approx 0,49$  % (dies entspricht je zwei Stäben SAS 900/1100 Ø20 mm oben und unten). Diese Abmessungen stimmen mit denen der Referenzversuche ohne Druckmembrantragwirkung der bereits abgeschlossenen Versuchsserien des aktuellen und des Vorgängerprojekts überein. Um die zusätzlichen Einwirkungen aus CMA aufzubringen, war eine Modifikation des Versuchsstands erforderlich. Da ein Versuchsstand mit aktiver Kraftsteuerung zur Abbildung des Einflusses aus CMA bei einachsiger Querkraftbeanspruchung bislang nicht bekannt ist, wurden für die Modifikation zunächst die folgenden Anforderungen an den Versuchsstand formuliert:

- Der Versuchsstand sollte sich an dem der bereits durchgeführten Versuche ohne Membrantragwirkung orientieren. Dies umfasst z. B. die Anforderung an statische Bestimmtheit, sodass nicht erfassbare Einflüsse aus der statischen Unbestimmtheit vermieden werden. Der Vergleich des Tragverhaltens und der maximalen Traglast mit bereits durchgeführten Versuchen ohne CMA sollte möglich sein.
- Der Versuchsstand soll die Untersuchung unterschiedlicher Einspanngrade erlauben.
- Die Lasten müssen separat in drei Hydraulikkreisläufen gesteuert werden: (1) Feldlast  $F = 8 \cdot F_{\text{pro Lastplatte}}$ , (2) Normalkraft  $N_{CMA}$  und (3) Moment  $M_{CMA}$ . Der Zusammenhang zwischen  $F$ ,  $N_{CMA}$  und  $M_{CMA}$  ist nichtlinear und variiert je nach aufgebrachtter Kraft  $F$ . Eine entsprechende Steuerung muss während der Versuchsdurchführung möglich sein.
- Im Bereich des untersuchten Schubfeldes darf keine Querkraft- bzw. Spaltzugbewehrung angeordnet werden, da dadurch nicht mehr von einem Querkrafttragverhalten ohne den Traganteil einer Querkraftbewehrung ausgegangen werden kann. Die Lasteinleitung für die Normalkraft muss sich in ausreichendem Abstand zu der Auflagerachse befinden, sodass dort von einer konstanten Normalspannung über die Versuchskörperhöhe ausgegangen werden kann.
- Eine Verkürzung des Versuchskörpers durch die aufgebrachte Normalkraft muss konstruktiv ermöglicht werden.
- Das untersuchte Schubfeld darf nicht von der Lasteinleitungskonstruktion bzw. dem Versuchsstand im Allgemeinen verdeckt werden, sodass eine Aufnahme mittels digitaler Bildkorrelation möglich ist.

Der entwickelte Versuchsstand ist in Bild 8b dargestellt. Dabei wurden neben den o. g. Anforderungen auch Erfahrungen aus den experimentellen Untersuchungen zum Durchstantragverhalten von Flachdecken bei gleichzeitiger Verformungsbehinderung [33, 34] berücksichtigt, die kürzlich am IMB abgeschlossen wurden.



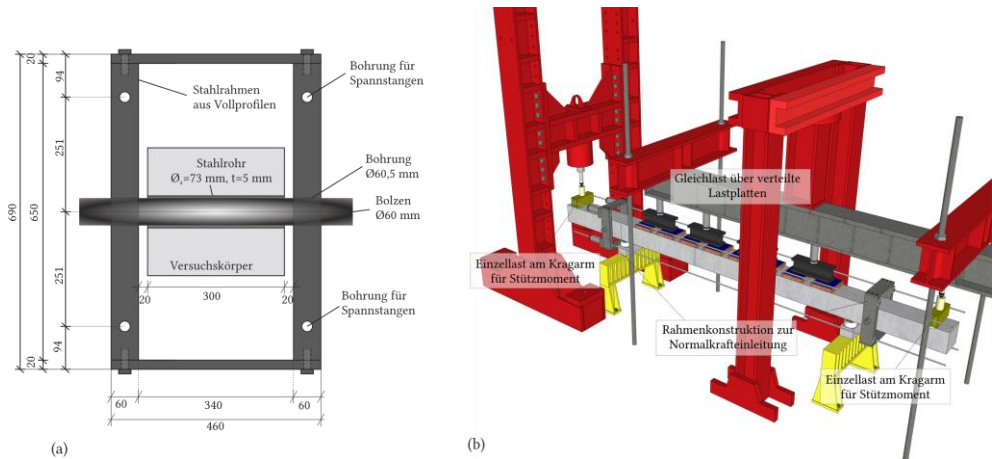


Bild 8 (a) Rahmenkonstruktion mit Bolzen zur Eintragung der Normalkraft (b) und Schrägsicht auf den Versuchsstand zur Untersuchung des Querkrafttragverhaltens mit aktiver Steuerung der Kräfte aus Druckmembrantragwirkung (Abbildungen: Annkathrin Sinning).

Der neue Versuchsstand für die einachsigen Querkraftversuche wurde im Vergleich zu der Versuchsdurchführung ohne CMA [35, 2] um zwei Elemente erweitert. Eine Rahmenkonstruktion mit insgesamt vier Zugstangen dient zur Aufbringung der Normalkraft und zwei mit Einzellasten belastete Kragarme erzeugen ein konstantes Moment im Feldbereich. Die Lasteinleitungskonstruktion für die Normalkraft besteht aus zwei Stahlrahmen, die über vier Zugstangen verbunden sind. Die Anzahl von vier Zugstangen (je zwei oben und unten) wurde gewählt, um der Anforderung an freie Sicht auf das Schubfeld für die DIC-Messung zu genügen. Im Versuchskörper sind zwei Stahlrohre einbetoniert, durch die Bolzen aus vergütetem Stahl 42CrMoS4 geführt werden (Bild 8a). Jeweils ein Ende der Zugstangen ist in doppeltwirkende Hohlkolbenzylinder eingespannt. Werden die vier Spannstangen über die Zylinder gleichmäßig gezogen, wird über die Bolzen eine zentrische Drucknormalkraft in den Versuchskörper eingetragen. Die Krafteintragung erfolgt in einem Abstand von etwa 0,28 m von der Auflagerachse, um zu gewährleisten, dass sich die Kraft über die Bauteilhöhe ausbreiten kann. Zudem entstehen in diesem Bereich hohe Spaltzugkräfte, die durch entsprechende Spaltzugbewehrung aufzunehmen sind. Deshalb wurden die Bolzen versetzt, damit die Spaltzugbewehrung zwischen der Einleitung der Normalkraft und dem Beginn des untersuchten Schubfeldes angeordnet werden kann, ohne dass diese Bewehrung im Schubfeld selbst liegt. Die Konstruktion zur Einleitung der Normalkraft ist in sich geschlossen und widerspricht demnach nicht der Anforderung an statische Bestimmtheit des Systems. Durch die versetzte Lage der Bolzen im Versuchskörper in Bezug auf die Auflagerachse resultiert jedoch aus der Durchbiegung des Kragarms ein zusätzliches Moment. Die Verformung wird über einen Wegaufnehmer dokumentiert, sodass das Zusatzmoment  $\Delta M$  ermittelt und bei der späteren Auswertung berücksichtigt werden kann. Die Belastung des Versuchskörpers erfolgt in vordefinierten Laststufen, in denen jeweils ein linearer Verlauf der Entwicklung der Kräfte aus CMA angenommen wird. Nach Erreichen jeder Laststufe wird die erforderliche Rampe für das Erreichen des nächsten Zielwertes für  $N_{CMA}$  und  $M_{CMA}$  neu berechnet, während die Feldlast  $F$  kraftgesteuert aufgebracht wird und über den Versuch konstant bleibt.

Zum aktuellen Zeitpunkt wurden noch keine experimentellen Untersuchungen durchgeführt. Aufgrund der oben getroffenen Annahmen wird erwartet, dass höhere Querkrafttragfähigkeiten im Vergleich zu den bereits durchgeführten Versuchen ohne Druckmembrantragwirkung erreicht werden. Über die Auswertung der digitalen Bildkorrelation soll eine qualitative Aussage zur Veränderung der Verteilung des Lastabtrags auf die verschiedenen Querkrafttraganteile erfolgen. Die aufgestellten Hypothesen zur Beeinflussung der Traganteile durch die Druckmembrantragwirkung können somit geprüft werden und die Daten für die (Weiter)Entwicklung analytischer Modelle zur Erfassung des Einflusses von CMA auf das Querkrafttragverhalten genutzt werden.

## 4 Zusammenfassung und Ausblick

Ziel dieses Beitrags war es, das Konzept einer Versuchsreihe zur Untersuchung der Querkrafttragfähigkeit bei Druckmembrantragwirkung und den dafür entwickelten Versuchsstand vorzustellen.

Zu Beginn wurden Modellvorstellungen zur Wirkung dieser *Compressive Membrane Action* (CMA) auf das Biegetragverhalten aus der Literatur vorgestellt. Die meisten analytischen Modelle gehen von zwei oder drei als starr angenommenen Segmenten aus, die sich durch die Entstehung plastischer Gelenke in Feldmitte und an den (eingespannten) Auflagern bilden [29, 28]. Infolge der Verformung stützen sich Teile der starren Segmente an der Verformungsbehinderung am Auflager ab, wodurch Druckspannungen entstehen. Diese Druckspannungen werden durch eine entsprechende resultierende Druckkraft in der Kontaktfläche an der Oberseite in Feldmitte ausgeglichen, wo die beiden starren Segmente durch die Verdrehung aneinanderstoßen. Insgesamt entsteht eine von der Lasteinleitung in Richtung Auflager gerichtete Druckbogenkraft. RANKIN UND LONG [29] vereinfachen das Bauteil zu einem eingespannt gelagerten Dreigelenkbogen. Da in der Realität eine Volleinspannung nur selten vorkommt, wurde das Prinzip eines äquivalenten eingespannten Dreigelenkbogens mit angepasster Schenkellänge für eine elastische Dehnungsbehinderung vorgestellt. Diese elastischen Dehnungsbehinderungen lassen sich jedoch schwer in Versuchen umsetzen und sind eine mögliche Begründung dafür, dass der Einfluss einer Verformungsbehinderung experimentell bislang überwiegend an voll eingespannten Versuchskörpern untersucht wurde. In dem vorgestellten Forschungsvorhaben IGF 21756 N/1 wird die Auswirkung von CMA durch eine aktive Kraftsteuerung realisiert. Die aufzubringende Normalkraft  $N_{CMA}$  und das zugehörige Moment  $M_{CMA}$  werden im Vorfeld aus numerischen Simulationen ermittelt und in Relation zu der aufgetragenen Feldlast  $F$  gesetzt. Dazu wurde ein neuer Versuchsstand am IMB entwickelt, um gleichzeitig eine zentrische Normalkraft und ein Stützmoment aufzubringen und so die Wirkung von CMA zu simulieren.

Aus der Auswertung der Forschungsliteratur zum Einfluss einer Druckmembrantragwirkung wurden Hypothesen aufgestellt, wie eine Druckmembrankraft die Querkrafttragfähigkeit beeinflussen kann. In den nun anstehenden Versuchen wird erwartet, dass durch die zusätzliche Normalspannung und die geringere Schubschlankheit durch eine Verlagerung des Momentennulldurchgangs in Richtung Feldmitte eine erhöhte Querkrafttragfähigkeit im Vergleich zu den bereits durchgeführten Versuchen ohne Druckmembrantragwirkung erreicht wird. Der Umfang der Tragfähigkeitssteigerung ist von den Randbedingungen, insbesondere der Dehnsteifigkeit der Verformungsbehinderung, abhängig. In den experimentellen Untersuchungen werden daher verschiedene Lagerungsbedingungen betrachtet, die einen Einfluss auf die Größe der entstehenden Kräfte aus CMA haben.

Nach Abschluss der experimentellen Untersuchungen wird ein eigenes Modell zur Berücksichtigung der Querkrafttragfähigkeitssteigerung aus CMA entwickelt. Das Ziel ist es, sowohl den Fall einer Gleichstreckenbelastung als auch den Fall nicht mittig angreifender Einzellasten im Feld abbilden zu können. Für die einfache Anwendbarkeit in der Praxis werden tabellarisch aufgeführte Erhöhungsfaktoren angestrebt, die sich u. a. nach der Höhe der Steifigkeit der Verformungsbehinderung richten. Insgesamt ist das Ziel des Forschungsvorhabens, weitere Traglastreserven rechnerisch erfassen zu können, um Bestandsbauwerke länger zu erhalten und Neubauten ressourceneffizienter zu konstruieren.

## 5 Dank

Die vorgestellten geplanten experimentellen Untersuchungen zum Einfluss einer Druckmembrantragwirkung auf die einachsige Querkrafttragfähigkeit werden im Rahmen eines Forschungsprojektes des Deutschen Beton- und Bautechnikvereins (DBV) durchgeführt. Das Vorhaben IGF 21756 N/1 wird durch das Bundesministerium für Wirtschaft und Klimaschutz auf Beschluss des deutschen Bundestags gefördert. Die Autoren bedanken sich für die Unterstützung.

## 6 Quellen

- [1] Kani, G.N.J.: The Riddle of Shear Failure and Its Solution. In: Journal of the American Concrete Institute, Vol. 61 (1964), Iss. 4, pp. 441-467. <https://doi.org/10.14359/7791>.
- [2] Adam, V.; Hillebrand, M.; Hegger, J.: Querkraftversuche mit Gleichstreckenlast an teileingespannten Stahlbetonplattenstreifen ohne Querkraftbewehrung. In: Bauingenieur 94 (2019), Heft 1, S. 1-8. <https://doi.org/10.37544/0005-6650-2019-01-47>.

- [3] Leonhardt, F.; Walther, R.: Schubversuche an einfeldrigen Stahlbetonbalken mit und ohne Schubbewehrung zur Ermittlung der Schubtragfähigkeit und der oberen Schubspannungsgrenze – DAfStb-Heft 151. Ernst & Sohn, Berlin, 1962.
- [4] Islam, M.S.; Pam, H.J.; Kwan, A.: Shear capacity of high strength concrete beams with their point of inflection within the shear span. In: Proceedings of the Institution of Civil Engineers - Structures and Buildings, Vol. 128 (1998), Iss. 2, pp. 91-99.
- [5] Tung, N.D.; Tue, N.V.: Effect of support condition and load arrangement on the shear response of reinforced concrete beams without transverse reinforcement. In: Engineering Structures, Vol. 111 (2016), pp. 370-382. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2015.12.022>.
- [6] Classen, M.: Shear Crack Propagation Theory (SCPT) – The mechanical solution to the riddle of shear in RC members without shear reinforcement. In: Engineering Structures, Vol. 210 (2020). <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2020.110207>.
- [7] Schmidt, M.; Schmidt, P.; Wanka, S. et al.: Shear Response of Members without Shear Reinforcement—Experiments and Analysis Using Shear Crack Propagation Theory (SCPT). In: Applied Sciences, Vol. 11 (2021), Iss. 7, pp. 1-16. <https://doi.org/10.3390/app11073078>.
- [8] Schmidt, M.; Seemab, F.; Chudoba, R. et al.: Neue Perspektiven auf das Querkrafttragverhalten von Stahlbetonbauteilen ohne Querkraftbewehrung. In: Beton- und Stahlbetonbau 118 (2023), Heft 7, S. 455-466. <https://doi.org/10.1002/best.202300030>.
- [9] prEN 1992-1-1/2021-09: Eurocode 2: Design of Concrete Structures - Part 1-1: General rules for buildings, bridges and civil engineering structures. 2021.
- [10] Muttoni, A.; Fernández Ruiz, M.: Shear Strength of Members without Transverse Reinforcement as Function of Critical Shear Crack Width. In: ACI Structural Journal, Vol. 105 (2008), Iss. 2, pp. 163-172.
- [11] Cavagnis, F.; Simões, J.T.; Fernández Ruiz, M. et al.: Shear Strength of Members without Transverse Reinforcement Based on Development of Critical Shear Crack. In: ACI Structural Journal, Vol. 117 (2020), Iss. 1, pp. 103-118. <https://doi.org/10.14359/51718012>.
- [12] Hillebrand, M.; Hegger, J.: Shear and interface shear of semi-precast slabs with lattice girders under monotonic loading. In: Structural Concrete (2023). <https://doi.org/10.1002/suco.202200423>.
- [13] Dommès, C.; Adam, V.; Hegger, J.: Experimentelle Untersuchungen zur Querkrafttragfähigkeit von großformatigen Spannbetonbindern unter gleichmäßig verteilten Lasten. In: Krieger, J.; Isecke, B. (Hrsg.): 5. Brückenkolloquium - Fachtagung für Beurteilung, Planung, Bau, Instandhaltung und Betrieb von Brücken. Techn. Akademie Esslingen e.V. Weiterbildungszentrum, Tagungshandbuch / TAE, Technische Akademie Esslingen Heft 5. Technische Akademie Esslingen, 2022, S. 467-475.
- [14] Adam, V.; Herbrand, M.; Claßen, M.: Experimentelle Untersuchungen zum Einfluss der Bauteilbreite und der Schubschlankheit auf die Querkrafttragfähigkeit von Stahlbetonplatten ohne Querkraftbewehrung. In: Bauingenieur 93 (2018), Heft 1, S. 37-45. <https://doi.org/10.37544/0005-6650-2018-01-61>.
- [15] Adam, V.; Claßen, M.; Hegger, J.: Versuche zum Querkrafttragverhalten bei gleichzeitiger Zugnormalkraft. In: Beton- und Stahlbetonbau 115 (2020), Heft 10, 821-831. <https://doi.org/10.1002/best.202000003>.
- [16] Adam, V.; Reissen, K.; Hegger, J.: Influence of Support Conditions on Shear in RC Members Without Shear Reinforcement. In: Hordijk, D.A.; Luković, M. (eds.): High Tech Concrete: Where Technology and Engineering Meet – Proceedings of the 2017 fib Symposium. Springer International Publishing, Maastricht, Netherlands, 2017, pp. 719-726.
- [17] Hillebrand, M.; Sinning, A.; Hegger, J.: Shear and interface shear of semi-precast slabs with lattice girders under cyclic loading (submitted, under review). In: Engineering Structures (2023).
- [18] Hillebrand, M.; Teworte, F.; Hegger, J.: Shear fatigue of prestressed I-beams with shear reinforcement. In: Structural Concrete, Vol. 22 (2021), Iss. 2, 1085-1099. <https://doi.org/10.1002/suco.202000187>.
- [19] Liebold, F.; Bergmann, S.; Bosbach, S. et al.: Photogrammetric image sequence analysis for deformation measurement and crack detection applied to a shear test on a carbon reinforced concrete member. In: Fédération internationale du béton (ed.): Building for the future: Durable, Sustainable, Resilient – Proceedings of the fib Symposium 2023. International Federation for Structural Concrete, Digital Proceedings, Istanbul, Turkey, 2023.

- [20] Bosbach, S.; Schmidt, M.; Becks, H. et al.: Investigations on shear transfer by aggregate interlock with unique test setup (TorAx). In: Zingoni, A. (ed.): Current Perspectives and New Directions in Mechanics, Modelling and Design of Structural Systems – Proceedings of the Eighth International Conference on Structural Engineering, Mechanics and Computation. CRC Press, Kapstadt, Südafrika, 2022, pp. 1265-1270.
- [21] Bosbach, S.; Schmidt, M.; Claßen, M. et al.: Investigations on Dowel Action in Carbon Reinforced Concrete. In: Stokkeland, S.; Braarud, H.C. (eds.): Concrete Innovation for Sustainability. International Federation for Structural Concrete, fib International Congress 2022 Oslo. The Norwegian Concrete Association/Tekna, 2022, pp. 1809-1819.
- [22] Bosbach, S.; Hegger, J.; Claßen, M.: Dowel action of textile CFRP shear reinforcement in carbon reinforced concrete. In: Construction and Building Materials (2023), (submitted, under review).
- [23] Adam, V.: Shear in Reinforced Concrete Structures without Shear Reinforcement - Analysis and Design. Aachen, RWTH Aachen University, Dissertation, 2021.
- [24] Tue, N.V.; Ehmann, R.; Tung, N.D.: Schubversuche an Stahlbetonbalken unterschiedlicher M/V-Kombinationen. In: Beton- und Stahlbetonbau 110 (2015), Heft 7, S. 446-457. <https://doi.org/10.1002/best.201500005>.
- [25] Ockleston, A.J.: Arching Action in Reinforced Concrete Slabs. In: The Structural Engineer, Vol. 36 (1958), Iss. 6, pp. 197-201.
- [26] McDowell, E.L.; McKee, A.M.; Sevin, E.: Arching Action Theory of Masonry Walls. In: Journal of the Structural Division 82 (1956), Heft 2, 915-1 - 915-18.
- [27] Braestrup, M.W.: Dome Effect in RC Slabs: Rigid-Plastic Analysis. In: ASCE Journal of the Structural Division, Vol. 106 (1980), ST6, pp. 1237-1253.
- [28] Park, R.; Gamble, W.L.: Reinforced Concrete Slabs. J. Wiley & Sons, New York, 2000.
- [29] Rankin, G.I.B.; Long, A.E.: Arching action strength enhancement in laterally-restrained slab strips. In: Proceedings of the Institution of Civil Engineers - Structures and Buildings, Vol. 122 (1997), Iss. 4, pp. 461-467. <https://doi.org/10.1680/istbu.1997.29834>.
- [30] Ruddle, M.E.; Rankin, G.I.B.; Long, A.E.: Arching action—flexural and shear strength enhancements in rectangular and Tee beams. In: Proceedings of the Institution of Civil Engineers - Structures and Buildings, Vol. 156 (2003), Iss. 1, pp. 63-74. <https://doi.org/10.1680/stbu.2003.156.1.63>.
- [31] Hon, A.; Taplin, G.; Mahaidi, R.S. Al.: Strength of Reinforced Concrete Bridge Decks Under Compressive Membrane Action. In: ACI Structural Journal, Vol. 102 (2005), Iss. 3, pp. 393-401. <https://doi.org/10.14359/14410>.
- [32] Červenka Consulting: ATENA Version 5.9 [Software]. 2021.
- [33] Kalus, M.; Ungermann, J.; Hegger, J.: Punching shear behavior of continuous flat slabs: A new test setup incorporating system influences. In: University of Cape Town (ed.): Current Perspectives and New Directions in Mechanics, Modelling and Design of Structural Systems – Proceedings of The Eighth International Conference on Structural Engineering, Mechanics and Computation (SEMC). Taylor & Francis, Cape Town, South Africa, 2022, pp. 1215-1219.
- [34] Kalus, M.; Ungermann, J.; Hegger, J.: Punching Shear Behavior of Flat Slab Systems - Experimental Investigations Using Isolated Specimens with Load-Dependent Boundary Conditions. In: Fédération internationale du béton (ed.): Building for the future: Durable, Sustainable, Resilient – Proceedings of the fib Symposium 2023. International Federation for Structural Concrete, Digital Proceedings, Istanbul, Turkey, 2023, pp. 1765-1775.
- [35] Sinning, A.; Adam, V.; Classen, M. et al.: Impact of Distributed Loading and Intermediate Supports on Flexural Shear Behavior of Slab Segments without Shear Reinforcement. In: Fédération internationale du béton (ed.): Building for the future: Durable, Sustainable, Resilient – Proceedings of the fib Symposium 2023. International Federation for Structural Concrete, Digital Proceedings, Istanbul, Turkey, 2023, pp. 1420-1429.